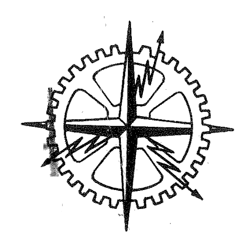
CLAUDIO MATAIX

Doctor en Ciencias Físicas
eniero Master por la Universidad de Notre Dame, Indiana
esor de Turbomáquinas en la Escuela Técnica Superior
de Ingenieros Electromecánicos del I. C. A. I.

TURBOMAQUINAS HIDRAULICAS

- **turbinas hidráulicas**
- **bombas**
- **ventiladores**



EDITORIAL ICAI
MADRID

Editorial ICAI

C/. Alberto Aguilera, 23

MADRID-15 (ESPAÑA)

A la memoria de mi padre, catedrático de la Escuela de Ingenieros Industriales y del I.C.A.I., y a todas las promociones del I.C.A.I., que escucharon de viva voz estas lecciones.

El Autor.

I.S.B.N.: 84–600–6662–2

Depósito legal: M–26414/1975

PRINTED IN SPAIN – Impreso en España

Litoprint
Sáinz de Baranda, 84
Teléf. 246.47.14
MADRID

Prólogo

A los dos años de la publicación de mi última obra *TURBOMAQUINAS TERMICAS* (turbinas de vapor, turbinas de gas, turbocompresores) (1) aparece esta nueva consagrada a las *TURBOMAQUINAS HIDRAULICAS* (turbinas hidráulicas, bombas, ventiladores). Ambas obras concebidas como una obra única (*TURBOMAQUINAS:* tomo I: *Turbomáquinas térmicas;* tomo II: *Turbomáquinas hidráulicas*), formalmente se presentan como dos obras autónomas, a fin de que la lectura de una sea totalmente independiente de la de la otra. Ambas van dirigidas tanto a los alumnos de Ingeniería Superior y Técnica, como a los Ingenieros y Técnicos, que se ocupan de la investigación, proyecto, construcción, instalación y explotación de estas máquinas.

La teoría de las turbomáquinas hidráulicas se expone en este tomo *paralelamente* a la teoría de las turbomáquinas térmicas en el tomo anterior, resaltando las analogías entre ambas y aclarando las divergencias, siempre evitando la repetición de un mismo concepto con expresión y/o nomenclatura distinta. Este paralelismo de gran virtualidad pedagógica lo he querido resaltar hasta formalmente, cultivando la simetría en la exposición: ambos tomos constan de veinticinco capítulos; ambos contienen cincuenta problemas resueltos y siete diseños desarrollados; en ambos el primer capítulo ofrece un panorama introductorio del campo de las máquinas térmicas o hidráulicas y el último capítulo una mirada investigadora de las tendencias que se apuntan en el futuro en el desarrollo de estas máquinas: al "Resumen de Termodinámica" del segundo capítulo del primer tomo corresponde el "Resumen de Mecánica de Fluídos" del tomo presente; una lectura comparada en fin, de los índices de materias de ambos tomos muestra el paralelismo que ha inspirado esta obra, que queremos que sea un *tratado unificado de las turbomáquinas.*

Quiero resaltar el esfuerzo desarrollado por lograr una *nomenclatura:* a) *ajustada* a las normas internacionales; b) *unificada* al máximo, de manera que el mismo concepto se designe siempre con la misma letra y el mismo subíndice; c) *homologada* con la nomenclatura de mi obra Turbomáquinas térmicas, a fin de que el lector descubra en cada momento la analogía entre ambas clases de máquinas: así, por ejemplo, en ambos tomos se designa con e_z el factor de disminución de trabajo y con Y_u la energía intercambiada en el rodete; en ambos tomos

---

(1) Madrid, Dossat, 1032 págs.

los subíndices E y S designan la entrada y salida de la máquina de capital importancia para definir rendimientos y especificar normas, etc... etc...

Las *siglas de las turbomáquinas*, que se encuentran antes del primer capítulo y al final del índice de la nomenclatura empleada, a la par que simplifica la escritura crean en el lector esta gimnasia mental de analogías y discrepancias entre los diferentes tipos de turbomáquinas, que facilita la asimilación de los conceptos. Así, por ejemplo, la sigla TM (= turbomáquinas) apuesta a una ecuación, expresa que dicha ecuación es aplicable sin excepción a todas las turbomáquinas; mientras que otra ecuación marcada con la sigla TMM (= turbomáquinas motoras) expresa la aplicabilidad de la misma a todas las turbomáquinas motoras, no sólo a las TH (= turbinas hidráulicas); sino también a las TT (= turbinas térmicas = turbinas de vapor y turbinas de gas); pero no a las TMG (= turbomáquinas generadoras = bombas, ventiladores y turbocompresores); y así sucesivamente.

"Un sujeto me dijo en cierta ocasión, dice Palacio Valdés, en su *"Testamento literario"*, que mis novelas cualquiera podría escribirlas. Es el elogio más sabroso que he escuchado en mi vida". Si de algún lector de este libro escuchara yo este elogio quedaría ampliamente recompensado; es decir, si hubiera conseguido un libro de lectura tan fácil que alguien ingenuamente, dedujera de la facilidad con que se lee la facilidad con que ha sido escrito. No es precisamente la *claridad* la virtud más destacada de nuestra lectura técnica; pero sí de la francesa, americana y rusa, que he aspirado a emular en gracia a mis alumnos y a los lectores de habla hispana, multiplicando hasta el infinito las correcciones en dos sucesivos originales que han precedido a la redacción definitiva de la obra.

Este tomo, lo mismo que el primero ha sido redactado en el sistema internacional de unidades (*SI*). En los dos años transcurridos entre la publicación de ambos tomos (1973-1975) se han seguido produciendo hechos que obligan a la introducción en los libros españoles de Mecánica del SI y al abandono del ST; entre otros la publicación en España (1974) por la COMISION NACIONAL DE METROLOGIA Y METROTECNIA de la Presidencia del Gobierno del librito titulado *"Sistema internacional de unidades, SI"* (1). El sistema SI exige en el estudio de las turbomáquinas hidráulicas el abandono de la variable γ o peso específico (kp/m^3 en el *ST*) y la utilización de la variable ρ o densidad (kg/m^3 en el SI), ya que en el nuevo sistema las magnitudes específicas no se deben referir nunca a la unidad de peso (la magnitud recíproca a γ o ρ, o sea el volumen específico v se debe referir a la unidad de masa no a la unidad de peso). Por la misma razón, aunque se siguen utilizando las ecuaciones expresadas en alturas (el m es la unidad de longitud en ambos sistemas), las alturas pierden en el SI el significado de energías específicas que tenían en el ST.

El apartado I de la *bibliografía* no es más que una lista de mi biblioteca de turbomáquinas acumulada a lo largo de mis años de docencia. El apartado II ofrece al lector ulteriores referencias sobre los temas abordados en el libro. Los apartados III y IV contienen una selección de revistas y normas. En mi reciente viaje a Bulgaria y a la URSS (Mayo 1975) he adquirido los siguientes libros, que recomiendo por su didactismo a los lectores interesados en la lengua rusa; *de bombas:* ELISEEV (1975) y GEROV (1974, en búlgaro); *de turbinas hidráulicas:* GUTOSKIJ (1974), GRANOVSKIJ (1974) y KOVALEV (1974); *de transmisiones hidrodinámicas:* TURZKIN (1974); *de cavitación en bombas:* KAREKIN (1975); *de cavitación en turbinas hidráulicas:* STOPSKIJ (1974); *de centrales hidráulicas:* OBRESKOV (1973); *de regulación de turbinas hidráulicas:* KISELEV (1973); *de laboratorio hidráulico:* RUDNEV (1974).

(1) Véase también la interesante obra publicada en la República Democrática Alemana: H. FORSTER, *Einheiten, Grössen, Gleichungen und ihre praktische Anwendung* (Unidades, magnitudes y su utilización práctica), Leipzig, Veb 1974, 238 págs.

Quiero agradecer al Ingeniero Superior Sr. Gavela su trabajo de revisión del texto y preparación de las figuras y al Ingeniero Técnico Sr. Arnal la elaboración original y esmerada de los croquis a lápiz de estas últimas y a los delineantes Sres. Merino y Bastia su dibujo definitivo. Me siento deudor también a mis alumnos Ingenieros Superiores de la promoción 1975, Sres. Muñoz Carmona, Vaquero y Vallejo por su valiosísima y cordial colaboración en la revisión de problemas y diseños, y por los cálculos y dibujos del diseño 5. El diseño 4 ha sido elaborado bajo mi dirección por el Sr. Navarro. También han colaborado en esta obra los I.S. Blázquez, Díaz Vázquez y los I.T. Sres. Feijóo y Barragán, y el I.S. Sr. Marcos, este último en la corrección de pruebas.

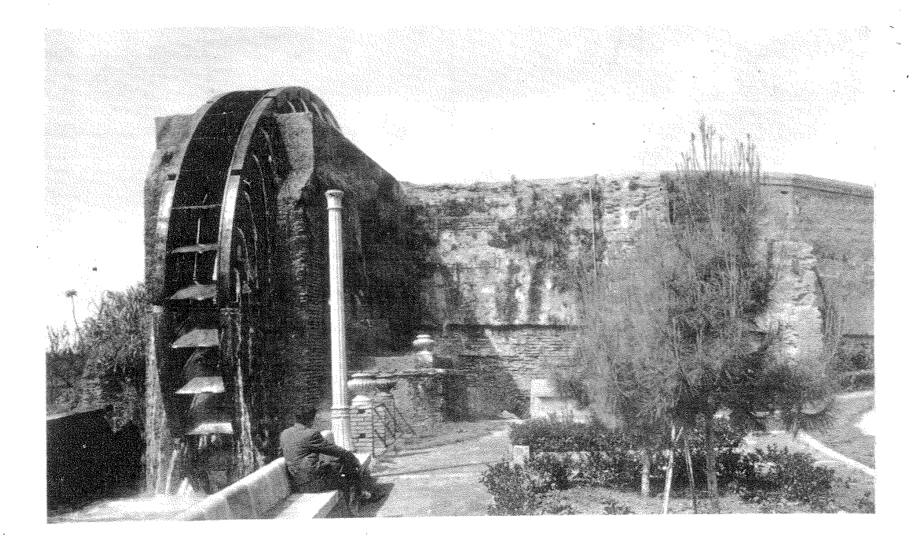
Finalmente quiero expresar mi agradecimiento a la Editorial I.C.A.I. y al Director de Litoprint Sr. Castaños y a la Srta. Eugenia por la cordial y eficiente colaboración que he hallado en ellos en todo momento.

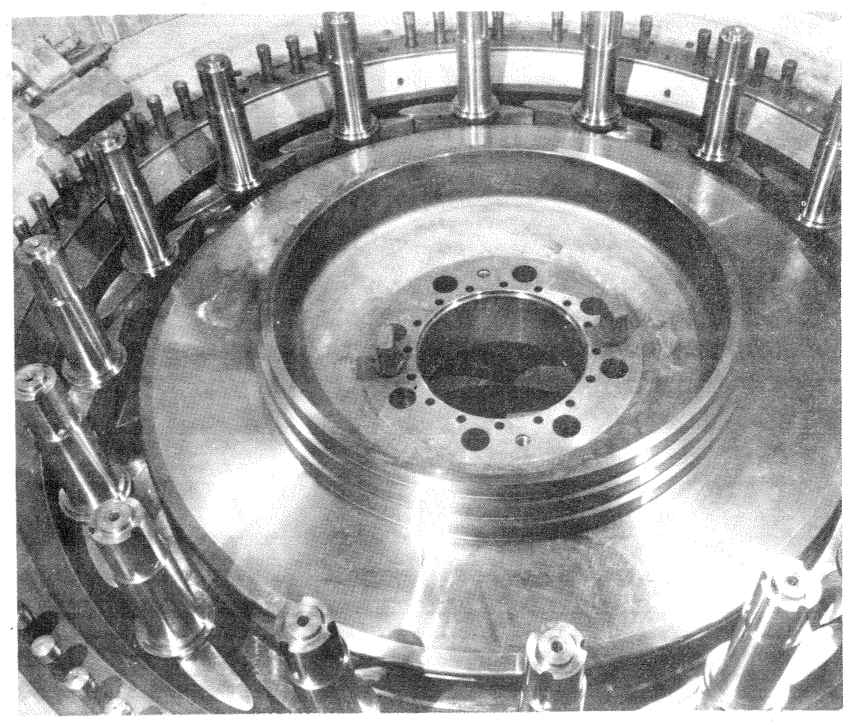
El autor expresa desde aquí un vivo agradecimiento a las empresas y organismos de los diferentes países que han suministrado con profusión folletos, fotos, dibujos y datos técnicos para la elaboración de esta obra. En particular: En España: *Ministerio de Obras Públicas, Unesa, Fuerzas Eléctricas de Cataluña, Hidroeléctrica Española, Iberduero, Saltos del Sil, Unión Eléctrica Madrileña, etc...* En Alemania: *Airflow, Edur, EMG, F. Stamp, Gebr. Steimel, Halberg, Helios, Herborner, Lederle, Maico, Osna, Ossberger, Pollrich, Ritz, Sihi, Terranuar, Voith, Weise Monski, Willi.* En Francia: *Bergeron, Beyaert, Creusot-Loire, Deloule, Guinard, Mouvex, Neyrpic, Salmson.* En Gran Bretaña: *Carter, Crane, Gilbert Gilkes, Greenwood, Keith Blackman, Mather and Platt Ltd., Mattews and Yates, The Midland Fan Co., Weir Pumps.* En Irlanda del Norte: *Sirocco.* En Italia: *Riva Calzoni, Franco Tosi.* En Japón: *Kubota, Iwaki.* En Suecia: *Bahco, KMW, Nohab, Opio.* En Suiza: *Charmilles, Escher Wyss, Sulzer, Vevey.* En Norteamérica: *Carver, Goulds, Graco, Hypro, Ingersoll Rand, Johnston, Kenko, La Bour, Lawrence, Morris, Morrison, Pacific, Peerless, Prosser, Roth, Tuthill, Walter H. Eagan y Worthington. Finalmente a todas aquellas empresas, entidades y personas que de alguna manera me han prestado su ayuda.*

INDICE DE MATERIAS

Pág.

Pág.





La bomba/turbina reversible de Villarino tiene un cierto aire de familia ancestral con la vieja rueda de la Ñora (1), pese a los seis siglos de progreso que median entre ambas.

(1) Interesante rueda híbrida de turbinación y bombeo simultáneo, compuesta de rueda hidráulica de impulsión inferior y de bomba gravimétrica.

Nomenclatura empleada

A	empuje ascensional; sección transversal.
a	velocidad del sonido.
b	ancho.
C	constante; fuerza centrífuga; C_a, coeficiente de empuje ascensional; C_q, coeficiente de caudal; C_w, coeficiente de arrastre.
c	velocidad absoluta del fluído; c_a, c_m, c_r, c_u, componentes de la velocidad absoluta: axial, meridional, radial y periférica respectivamente.
d	diámetro; dB, decibel.
E	energía; módulo de elasticidad de volumen; sección de entrada de una TM.
E	número de Euler
e	e_m, energía específica por unidad de masa; e_z, factor de disminución de trabajo.
F	fuerza.
F	número de Froude.
f	frecuencia.
G	caudal másico.
g	aceleración de la gravedad.
H	altura; altura "efectiva" de una bomba, altura "neta" de una turbina hidráulica; altura total del fluído en un punto o sección; H_b, altura bruta de un salto; $H_{r\text{-}int}$, altura perdida en el interior de la máquina; $H_{r\,i\text{-}j}$, altura de pérdidas entre las secciones i y j, H_{rp}, pérdida de carga primaria; H_{rs}, idem secundaria; H_s, altura de aspiración o suspensión; H_u, altura de Euler para número finito de álabes; $H_{u\infty}$, idem para número finito de álabes; $H_{u\infty}$, idem para número infinito de álabes.
h	altura; altura piezométrica; h_p, altura de presión.
J	julio
k	coeficiente de rugosidad absoluta; k_{c1}, k_{c1u}, k_{u1}, k_{w1}, etc..., coeficientes de velocidad absoluta a la entrada del rodete, etc... etc...; kg, kilogramo masa; kp, kilopondio; kW, kilowatio; kW · h, kilowatio · hora.
$\vec{k}$	vector cantidad de movimiento
L	cuerda de un perfil; longitud.
ℓ	longitud; luz de un perfil.
M	momento; MW, megawatio.
M	número de Mach.

m masa; metro; m · N, metro · Newton; mbar, milibar; min, minuto.

N Newton; NI, nivel inferior del agua en una central; NSPH, *Net Positive Suction Head* NS, nivel superior del agua en una central.

n número de revoluciones; n_e, idem de embalamiento; n_0, idem adimensional; n_q, idem en función del caudal; n_S, idem en función de la potencia; n_{11}, número de revoluciones reducido.

P potencia; potencia efectiva o útil de una bomba, potencia neta o suministrada de una turbina hidráulica; P_a, potencia en el eje o al freno (de accionamiento de una bomba o útil de una turbina hidráulica); P_{a11}, potencia reducida; P_h, P_m, P_q, P_r, P_v, P_{rv}, potencia pérdida por fricción, por pérdida mecánicas, por fugas, rozamiento de disco y ventilación.

p número de pares de polos; presión; p_a, idem absoluta; p_b, idem barométrica o atmosférica; p_r, idem relativa.

Q calor; caudal volumétrico; Q_{11}, caudal reducido.

q caudal por unidad de ancho; pérdidas intersticiales totales; q_e, idem exteriores; q_i, idem interiores.

R fuerza resultante; R_i, constante de un gas.

R número de Reynolds; R_c, idem crítico.

r radio; rpm, revoluciones por minuto.

S sección de salida de una TM; SI, sistema internacional de unidades; ST, sistema técnico de unidades.

s carrera del servomotor; espesor de los álabes; segundo; s_s, esfuerzo de torsión; s_t, idem de flexión.

T temperatura absoluta.

t paso; temperatura; tiempo.

u energía interna; velocidad periférica.

V potencial eléctrico; velocidad media; volumen.

v velocidad.

W fuerza de arrastre; trabajo; watio; W_i, arrastre inducido.

W número de Weber.

w velocidad relativa; w_u^*, w_u^{**}, velocidad de remolino relativo a la entrada y salida de los álabes; w_∞, velocidad mediana en el triángulo que forman w_1 y w_2.

Y salto energético; Y_u, salto energético en el rodete con número finito de álabes; $Y_{u\infty}$, idem con número infinito de álabes.

z altura geodésica; número de álabes; número de escalonamientos; z_d, número de álabes del distribuidor; z_p, z rodetes en paralelo; z_s, z rodetes en serie.

SUBINDICES

a absoluta, axial, aire; tubo de aspiración

B bomba

b base del álabe

D directriz

d difusor; distribuidor

E entrada en la máquina

inst. instalación

int. interior

m mecánico, meridional, mitad del álabe, modelo

N magnitud nominal o de diseño; normal

p prototipo; punta del álabe

R rodete

r fricción; rodete

S salida de la máquina

T turbina

tot total

u periférico, relacionado con la ecuación de Euler

V voluta.

LETRAS GRIEGAS

α aceleración; ángulo de la corriente absoluta; coeficiente de contracción.

β ángulo de la corriente relativa; ángulo de posición en el enrejado.

Γ circulación.

Δp incremento de presión; Δp_{tot}, idem "total o efectiva" de un ventilador.

δ espesor; estatismo; grado de aprovechamiento; relación chorro/diámetro turbinas Pelton.

ϵ ángulo de planeo; coeficiente de hidraulicidad; coeficiente de insensibilidad; fricción; módulo de elasticidad volumétrica; ϵ_r, coeficiente de insensibilidad interna.

ζ coeficiente de pérdida de carga secundaria.

η rendimiento; viscosidad dinámica; η_h, η_i, η_m, η_{man}, η_{tot}, rendimientos hidráulico, interno, mecánico, manométrico, total.

θ ángulo de desviación; temperatura

λ coeficiente de pérdida de carga primaria.

ν relación de cubo; viscosidad cinemática.

ρ densidad

σ coeficiente de cavitación; coeficiente de pérdida por rozamiento de disco; grado de reacción.

τ coeficiente de obstrucción de los álabes; esfuerzo cortante.

υ volumen específico.

φ ángulo; coeficiente de caudal; función potencial.

ψ ángulo; coeficiente de presión.

Ω vector torbellino.

ω función de corriente; vector velocidad angular.

Abreviaturas de las turbomáquinas

B	bomba o ventilador
BH	bomba hidráulica
B/T	bomba/turbina reversible
M/G	motor/generador síncrono
MH	máquina hidráulica
MT	máquina térmica
T	turbina en general o TH (cuando por el contexto no puede haber confusión)
TC	turbocompresor
TG	turbina de gas
TH	turbina hidráulica
	TD turbina hidráulica Dériaz
	TF turbina hidráulica Francis
	TK turbina hidráulica Kaplan
	TP turbina hidráulica Pelton
TM	turbomáquina
TMG	turbomáquina generadora
TMH	turbomáquina hidráulica
TMM	turbomáquina motora
TMT	turbomáquina térmica
TT	turbina térmica (turbina de vapor y turbina de gas)
TV	turbina de vapor
V	ventilador.

Nota final

En la confección del libro se han seguido las siguientes normas:

– denominación internacional de los ángulos y lados de los triángulos de velocidad, según se explica en la Pág. 174.

– se designan las magnitudes referentes a la entrada de la máquina con el subíndice E y a la salida de la misma con el subíndice S.

Cuadro de unidades de los sistemas internacional y técnico

MAGNITUD	SISTEMA INTERNACIONAL, SI *Magnitudes fundamentales:* Longitud, m (1); Masa, kg (2); Tiempo, s (3)	SISTEMA TECNICO, ST *Magnitudes fundamentales:* Longitud, m (1); Fuerza, kp (4); Tiempo, s (3)	FACTOR DE TRANSFORMACION	
			De ST a SI	De SI a ST
Masa	Kg *(unidad fundamental)*	kp·s^2/m *(unidad derivada)*	1 kp s^2/m = 9,81 kg (aproximadamente)	1 kg = 0,102 kp s^2/m (aproximadamente)
Fuerza	N *(unidad derivada)*	kp *(unidad fundamental)*	1 kp = 9,81 N	1 N = 0,102 kp
Densidad	kg/m^3	kp s^2/m^4	1 kp s^2/m^4 = 9,81 kg/m^3	1 kg/m^3 = = 0,102 kg s^2/m^4
Peso específico	N/m^3	kp/m^3	1 kp/m^3 = 9,81 N/m^3	1 N/m^3 = 0,102 kp/m^3
Momento de inercia	kg m^2	kp m s^2	1 kp m s^2 = 9,81 kg m^2	1 kg m^2 = = 0,102 kp m s^2
Presión	N m^2 *(Otra unidad frecuente:* 1 bar = 10^5 N/m^2)	kp/m^2 *(Otra unidad frecuente:* 1 at = 1 kp/cm^2)	1 kp/m^2 = 9,81 N/m^2 1 at = 0,981 bar	1 N/m^2 = 0,102 kp/m^2 1 bar = 1,02 at
Esfuerzo unitario	N/m^2 *(Otra unidad frecuente:* MN/m^2)	kp/m^2 *(Otra unidad frecuente:* kp/mm^2)	1 kp/mm^2 = = 9,81 N/mm^2	1 N/mm^2 = = 0,102 p/mm^2
Trabajo, energía, momento	Nm = J = Ws *(Otra unidad frecuente:* kWh) 1 Nm = 2,778 · 10^{-7} kWh 1 kWh = 3,6 · 10^4 Nm	kpm *(Otra unidad frecuente:* CVh 1 kpm = 3,704 · 10^4 CVh		
Cantidad de calor	J *(Otra unidad frecuente:* kJ)	kpm *(Otra unidad frecuente:* kcal) 1 kcal = 427 kpm 1 kpm = 2,34 · 10^{-3} kcal	1 kcal = 4186,8 J	1 J = 0,239 · 10^{-3} kcal
Potencia	W *(Otra unidad frecuente:* kW)	kpm/s *(Otra unidad frecuente:* CV) 1 kpm/s = 1,333 · 10^{-2} CV 1 CV = 75 kpm/s	1 kpm/s = 9,81 W 1 CV = 735,5 W	1 W = 0,102 kp m/s = = 1,36 · 10^{-3} CV
Energía específica	$\frac{J}{kg}$ $\left(\textit{Otra unidad frecuente: } \frac{kJ}{kg}\right)$	kpm/kp = m *(Otra unidad frecuente:* kcal/kp) $1 \frac{kcal}{kp} = 427 \frac{kpm}{kp}$ $1 \frac{kpm}{kp} = 0{,}00234 \frac{kcal}{kp}$	$1 \text{ kpm/kp} = 9{,}81 \frac{J}{kg}$	$1 \text{ J/kg} = 0{,}102 \frac{kpm}{kg}$
Calor específico entropía específica	J/kg K *(Otra unidad frecuente:* kJ/kg K)	kpm/kp · K *(Otra unidad frecuente:* kcal/kp K)	1 kcal/kp K = = 4186,8 J/kg · K	1 kJ/kg K = $= 0{,}239 \frac{kcal}{kp\ K}$ K
Conductibilidad térmica	W/m^2 grad	1 kpm/m^2 s K *(Otra unidad frecuente:* kcal/m^2 h K)	1 kcal/m^2 s K = = 4186,8 W/m^2 K	1 kW/m^2 K = $= 0{,}239 \frac{kcal}{m^2\ s} \cdot$ K
Viscosidad dinámica	kg/ms	kp · s/m^2	$1 \text{ kp} \cdot \text{s/m}^2 = 9{,}81 \frac{kg}{ms}$	1 kg/ms = = 0,102 kp s/m^2

(1) 1 m es igual a 1553164,13 longitudes de onda de la línea roja del espectro del kadmio (a 15 °C y presión atmosférica normal).

(2) 1 kg es la masa del kg patrón de París.

(3) 1 s es igual a $\frac{1}{86400}$ del día solar medio.

(4) 1 kp es la fuerza con que es atraído el kilogramo patrón de París en el vacío en un lugar en que reina la aceleración normal g_n = = 9,80665 m/seg^2 (DIN 1305).

1. Introducción

1.1. Máquinas de fluído

Una máquina es un transformador de energía. La máquina *absorbe* una clase de energía y *restituye* otra clase de energía, o energía de la misma clase, pero transformada.

Así mientras un ventilador *absorbe* energía mecánica de rotación en su eje y *restituye* energía de presión o/y energía dinámica al aire; un transformador eléctrico, elevador de tensión *absorbe y restituye* (a mayor voltaje) la misma clase de energía eléctrica.

Entre los grupos de máquinas que tienen más interés en la técnica (máquinas eléctricas, máquinas herramientas, máquinas de la construcción, etc.) cuya clasificación no intentaremos, figura el grupo bien definido de *máquinas de fluído.*

Claro está que en este grupo no se incluyen todas las máquinas que necesitan algún fluído para su funcionamiento; porque uno o más fluídos intervienen en todas o casi todas las máquinas al menos como refrigerante o lubricante.

Máquinas de fluído son aquellas máquinas en que el fluído o bien suministra la energía que absorbe la máquina, (así por ejemplo en una turbina hidráulica el agua proveniente de un embalse suministra la energía que la turbina transformará en energía mecánica) *o bien el fluído es el receptor al que la máquina restituye la energía mecánica absorbida,* (así por ejemplo, en una bomba de agua, ésta sale de la máquina con más presión que la que tenía a la entrada, porque la bomba ha restituído al agua la energía absorbida en el eje).

Así dentro del grupo de máquinas de fluído quedan comprendidas máquinas tan dispares como la diminuta fresa neumática de un dentista, que gira a 400.000 rpm, y la gigantesca turbina de vapor de 1000 MW; o como la bomba de membrana para la gasolina de un coche y un cohete de combustible líquido.

1.2. Clasificación de las máquinas de fluído

Se descartan algunas clasificaciones por considerarse menos rigurosas. Así por ejemplo, la clasificación según la naturaleza del fluído en máquinas de líquido y

máquinas de gas/vapor se rechaza, porque si el gas puede considerarse como incompresible prácticamente se comporta como un líquido, y esta clasificación separaría máquinas totalmente afines como son una bomba y un ventilador.

Tampoco se acepta la clasificación en máquinas alternativas y máquinas rotativas, porque esta clasificación afecta sólo a la mecánica, no a la termodinámica y mecánica de fluídos, ni al principio básico de trasmisión de la energía. Según este principio una bomba de engranajes o una bomba de paletas deslizantes no se diferencia esencialmente de una bomba de émbolo (todas son máquinas de desplazamiento positivo).

Hay sin embargo, tres criterios, cada uno de los cuales permite una clasificación rigurosamente científica bipartita de las máquinas de fluídos. Estos criterios son:

- el principio de funcionamiento,
- la compresibilidad del fluído,
- el sentido de trasmisión de la energía.

Nosotros emplearemos el primer criterio para clasificar las máquinas de fluído en *máquinas de desplazamiento positivo y turbomáquinas*. Nuestra obra, que abarca dos tomos, sólo se ocupa del grupo de las turbomáquinas (en este libro en abreviatura TM). El segundo y tercer criterio enunciados nos servirán para subclasificar en la sección siguiente las turbomáquinas, a los cuales criterios añadiremos otro criterio exclusivo de las turbomáquinas, a saber, la dirección del flujo en el rodete.

La clasificación adoptada es, pues, en máquinas de desplazamiento positivo, llamadas también volumétricas y turbomáquinas. En el primer grupo se incluyen todas las máquinas de émbolo (bombas, compresores, máquinas de vapor, motores de gas, motores de explosión, motores diesel, cilindros hidráulicos y neumáticos, etc.), de membrana, rotativas, etc..., cuyo principio de funcionamiento es el denominado *principio de desplazamiento positivo*.

Según este principio una cantidad determinada de fluído es retenida *positivamente* en su paso a través de la máquina, experimentando variaciones de presión, gracias a las variaciones de volumen del órgano de retención; es decir se le obliga al fluído a cambiar su estado mediante un órgano que se mueve (en las máquinas alternativas el émbolo), que se denomina en general *desplazador*.

Según este mismo principio, aunque a veces de manera no tan manifiesta funcionan las restantes máquinas clasificadas en este grupo. Así en las *máquinas rotativas volumétricas o de desplazamiento positivo* (véase la Fig. 1-1) al girar el rotor, a causa, por ejemplo, de su excentricidad, aumenta o disminuye cíclicamente un cierto volumen, con lo que tienen lugar los cambios de presión mencionados. Como en el rotor de estas máquinas volumétricas se intercambia energía de presión estática, estas máquinas se denominan también *rotoestáticas*, en contraposición de las TM que son máquinas *rotodinámicas*. Sólo estas últimas constituyen el objeto de la presente obra.

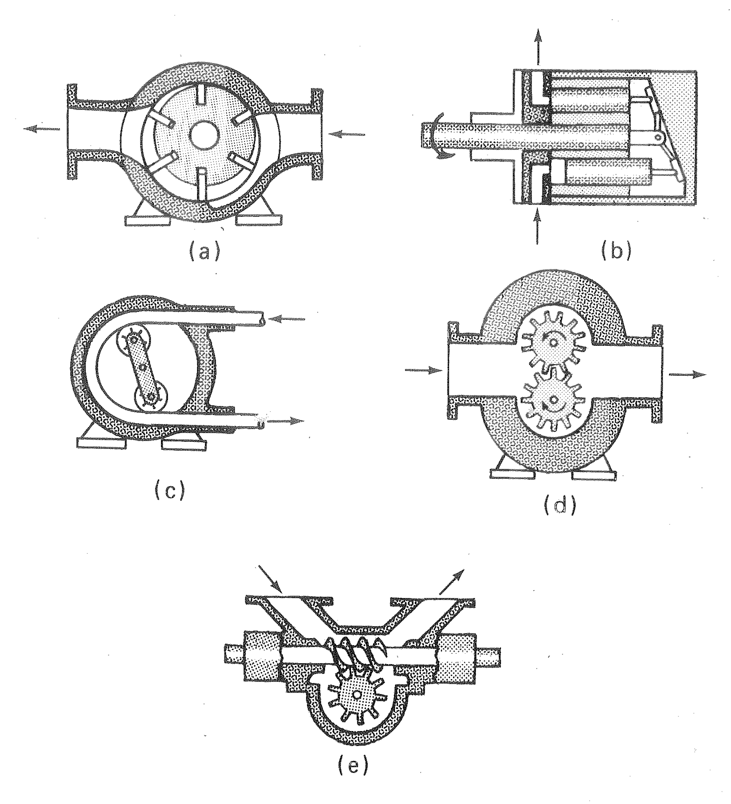


Fig. 1-1.—Algunos tipos de *bombas rotativas de desplazamiento positivo*, o rotoestáticas. En principio estas máquinas son reversibles y pueden funcionar también como motor: a) B de paletas deslizantes; b) B de émbolos axiales; c) B de tubo flexible; d) B de engranajes exteriores; e) B de engranaje y tornillo.

1.3. Definición de las turbomáquinas

TM son aquellas máquinas de fluído en las cuales el intercambio de energía es debida a la variación del momento cinético del fluído, al pasar por los conductos de un órgano que se mueve con movimiento de rotación, dotado de álabes o paletas, que se denomina *rótor*. (1)

Una corriente "continua" de fluído a través del rótor con el que intercambia su energía caracteriza a estas máquinas, a diferencia de las máquinas de desplazamiento positivo, en que el flujo a través de la máquina se produce de una

(1) Por eso en la nomenclatura rusa se denominan también las turbomáquinas *"máquinas de paletas"* (Lopatočnye mašini").

manera "discreta". (1)

La definición anterior es equivalente a la siguiente, que se prefiere porque define mejor que ninguna otra con absoluta precisión a estas máquinas:

TURBOMAQUINA ES AQUELLA MAQUINA DE FLUIDO CUYO FUNCIONAMIENTO SE BASA EN LA ECUACION DE EULER O ECUACION FUNDAMENTAL DE LAS TURBOMAQUINAS.

Esta ecuación, que se deducirá más adelante (véase Sec. 3.2), expresa que la energía Y intercambiada entre el rótor y el fluído por Kg que atraviesa el rótor, es

$$Y = u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u} \quad \frac{J}{Kg} \quad (SI)$$

1.4. Clasificación de las TM según la compresibilidad del fluído: definición de turbomáquina hidráulica

Según la compresibilidad del fluído en el interior de la máquina las TM se clasifican en *turbomáquinas térmicas* y *turbomáquinas hidráulicas*. (2)

Aunque todo fluído real es compresible, en los líquidos, por ejemplo, la variación de la densidad, y por lo tanto del volumen específico, es tan pequeña que en general podrá despreciarse.

Ahora bien si el fluído experimenta una variación tal de la densidad en su paso a través de la máquina, que ésta no puede tratarse como una constante en el diseño y fórmulas, la máquina se denominará térmica.

Las turbomáquinas hidráulicas constituyen el objeto del presente volumen, y su definición es la siguiente

TURBOMAQUINA HIDRAULICA ES AQUELLA MAQUINA DE FLUIDO CUYO PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO ES LA ECUACION DE EULER, Y CUYO ESTUDIO Y DISEÑO SE HACE SIN TENER EN CUENTA LA VARIACION DEL VOLUMEN ESPECIFICO (O DENSIDAD) A TRAVES DE LA MAQUINA.

Por ser la compresibilidad, y la consiguiente variación del volumen específico del fluído, la propiedad que más influye en el diseño de las turbomáquinas, esta clasificación ha sido convenientemente empleada para dividir nuestro estudio de las turbomáquinas en dos volúmenes uno consagrado a las *turbomáquinas térmicas* (en abreviatura TMT) ya publicado (3) y el presente consagrado a las *turbomáquinas hidráulicas,* (en abreviatura TMH).

(1) Por eso en la nomenclatura alemana se denominan también las turbomáquinas "máquinas de corriente" ("Strömungsmaschinen").

(2) Esta clasificación es también aplicable a las máquinas de desplazamiento positivo.

(3) *Turbomáquinas térmicas.* (Turbinas de vapor, turbinas de gas, turbocompresores), editorial Dossat, S.A. Madrid 1973, 1032 págs.

Las TMT son las *turbinas de vapor, turbinas de gas,* y *turbocompresores* (en abreviatura TV, TG y TC respectivamente); y las TMH, las *turbinas hidráulicas,* las bombas y los *ventiladores* (en abreviatura TH o T, B y V respectivamente).

La inclusión de los V entre las TMH requiere una atención muy especial. En efecto, tanto los TC como los V son máquinas para comprimir el aire o cualquier otro gas. Si la relación de compresión (presión final/presión inicial) es inferior a 1,1, o lo que es lo mismo si el Δp en la máquina es menor que 1000 mm c.a., la variación de la densidad es pequeña, y en el diseño del V podrá muchas veces despreciarse. En este caso la turbomáquina se llama *ventilador* y se incluye entre las TMH. Si el incremento de presión excede en mucho al valor indicado, la variación del volumen específico no podrá ya muchas veces despreciarse. Si éste es el caso, la máquina se denomina *turbocompresor* y se incluye entre las TMT. Es evidente que el límite entre los V y TC es convencional, de manera que para un incremento de presión mayor al valor indicado la máquina podrá diseñarse muchas veces como máquina hidráulica o térmica. Modernamente, con el aumento de potencia de los V se presta mayor atención al rendimiento del V, para lo cual se tiene en cuenta la compresibilidad del gas, aún para valores de Δp relativamente bajos. Más adelante estableceremos este *"límite de la compresibilidad"* con más precisión. (Véase Sec. 14.3).

1.5. Clasificación de las turbomáquinas hidráulicas según el sentido de la transmisión de la energía

Según el *sentido de la transmisión de la energía* las TMH se clasifican en motoras y generadoras. (1)

En las turbomáquinas motoras (en abreviatura TMM) el fluído cede energía al rodete, y en las turbomáquinas generadoras (en abreviatura TMG) el rodete cede energía al fluído. En las primeras la energía del fluído disminuye en su paso por la máquina; en las segundas aumenta.

Entre las TMH las turbinas hidráulicas son TMM y las bombas y ventiladores TMG; y entre las TMT son TMM las turbinas de vapor y de gas, y TMG los turbocompresores.

1.6. Clasificación de las turbomáquinas hidráulicas según la dirección del flujo en el rodete : ejes de referencia y planos representación

El rodete, en el que tiene lugar el intercambio de energía mecánica y de fluído, es el órgano principal de una TM. Consta de un cierto número de paletas o álabes, que dividen el espacio total ocupado por el mismo en conductos iguales, por donde circula *el fluído de trabajo,* que llena total (máquinas de admisión total) o parcial-

(1) Esta clasificación es también válida para las TMT y para las máquinas de desplazamiento positivo.

mente (máquinas de admisión parcial) el rodete experimentando una variación de su momento cinético. Así, por ejemplo, en la Fig. 1-3 a, que representa un rodete de una turbina Francis los álabes, fabricados de chapas metálicas, están soldados a una superficie interior o cubo y a una superficie exterior o zuncho, y el conjunto de los álabes y de las superficies de fijación está dotado de movimiento de rotación con velocidad angular ω.

Antes de explicar la clasificación de las TM según la dirección del flujo en el rodete estudiemos la dirección del flujo en el conducto representado en la Fig. 1-2,a que supondremos primeramente que está en reposo: la partícula que entra en el conducto en el punto 1 y sale del mismo en el punto 2, recorre una *trayectoria absoluta*, según la línea curva 1-2 de trazo continuo que une estos dos puntos, y que viene determinada por la forma del conducto. Supongamos ahora que el conducto se mueve con movimiento de traslación de velocidad $\vec{u}$. El movimiento del fluído con relación al conducto (álabes) seguirá siendo el mismo, por lo que la misma curva 1-2 representará ahora la *trayectoria relativa;* pero el fluído en su movimiento absoluto con relación a unos ejes fijos, habrá recorrido una *trayectoria absoluta* representada por la curva de trazos 1-2'. Si llamamos $\vec{c}$ a la velocidad absoluta del fluído en cada punto y $\vec{w}$

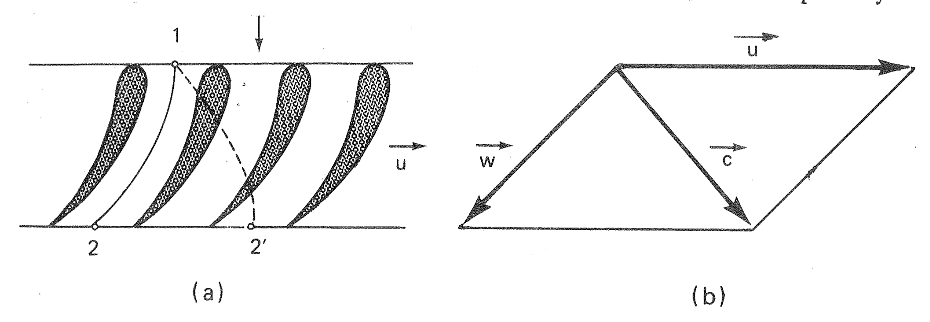


Fig. 1-2.—a) Fluído circulando por un enrejado en reposo (línea de corriente absoluta 1-2) o en movimiento (línea de corriente relativa 1-2; absoluta 1-2';b) composición de velocidades.

a la velocidad relativa del fluído con relación al conducto (álabes), dicha velocidad absoluta será el tercer lado del *triángulo de velocidades* representado en la figura 1-2,b, ya que según la mecánica del movimiento relativo:

$$\vec{c} = \vec{w} + \vec{u} \qquad (1\text{-}1)$$

En el caso de una turbomáquina el movimiento del rodete, y por tanto el del conducto formado por dos álabes consecutivos, no es un movimiento de traslación sino de rotación; la velocidad del álabe en cada punto, suponiendo que la turbomáquina gira a n rps, será $u = \pi d n \frac{m}{s}$. Además el conducto formado por los álabes no siempre es plano o desarrollable en un plano. La ecuación vectorial (1-1)

se cumple siempre en cada punto. El estudio del movimiento del fluído se simplifica escogiendo un sistema de coordenadas cilíndricas (Fig. 1-3 a y b), de manera que las coordenadas r y a tengan la dirección del radio y el eje de la TM, y la coordenada φ se mida a partir de un plano axial fijo de referencia, con signo positivo en el sentido del giro de la TM; o equivalentemente eligiendo un sistema de coordenadas

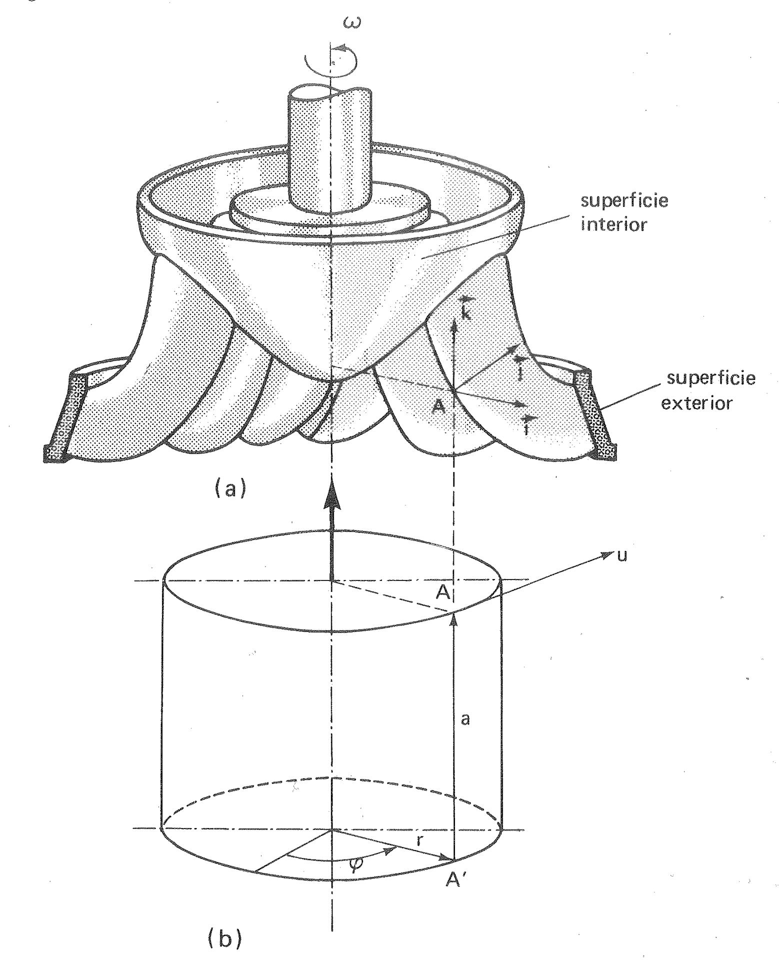


Fig. 1-3.—a) *Triedro intrínseco* de una TM (de una TF en el caso de la figura); b) *Coordenadas cilíndricas.*

cartesianas intrínseco, cuyos vectores unitarios $\vec{i}$, $\vec{j}$ y $\vec{k}$ en cada punto tengan las direcciones del radio y de la tangente del círculo normal al eje de la TM que pasa por dicho punto y de la paralela al eje de la TM que pasa por dicho punto respec-

tivamente. El vector unitario $\vec{j}$ está orientado en la dirección de la velocidad absoluta de un punto del rodete $\vec{u}$.

La velocidad absoluta $\vec{c}$ de una partícula de fluído tendrá en general tres componentes, según los tres ejes indicados:

$$\vec{c} = c_r\vec{i} + c_u\vec{j} + c_a\vec{k}$$

y así mismo la velocidad relativa

$$\vec{w} = w_r\vec{i} + w_u\vec{j} + w_a\vec{k}$$

mientras que la velocidad del álabe en cada punto será igual a $u\vec{j}$. Además proyectando la ecuación vectorial (1-1) sobre los tres ejes coordenados se tiene, puesto que las componentes r, a de la velocidad $\vec{u}$ del álabe son nulas:

$$\begin{aligned} c_r &= w_r \\ c_u &= w_u + u \\ c_a &= w_a \end{aligned} \qquad (1\text{-}2)$$

En cada punto del rodete: a) los vectores $\vec{i}, \vec{j}$ determinan un plano *transversal* al eje de la máquina; b) los vectores $\vec{i}, \vec{k}$ determinan un plano axial, también denominado *meridional*, porque en él se representan en su verdadera forma las meridianas de las superficies de revolución, cuyo eje es el eje de la máquina; en las TM muchas superficies materiales (véanse por ejemplo las superficies exteriores e interiores en la Fig. 1-3,a), así como las superficies de corriente, son superficies de revolución; c) los vectores $\vec{j}, \vec{k}$ determinan una *superficie cilíndrica* (en realidad el plano tangente de la misma) *desarrollable*.

Proyectando la velocidad absoluta sobre un plano meridional $(\vec{i}, \vec{k})$ se obtiene vectorialmente

$$\vec{s}\, c_m = \vec{i}\, c_r + \vec{k}\, c_a$$

donde $\vec{s}$ – vector unitario que tiene siempre la dirección de la meridiana de la superficie de corriente

y haciendo lo mismo con la velocidad relativa:

$$\vec{w}_m = \vec{w}_r + \vec{w}_a$$

A las componentes c_m y w_m se las denomina componentes meridionales, verificándose en virtud de las Ecs. (1-2) que

$$c_m = w_m$$

es decir, las componentes meridionales de las velocidades absoluta y relativa son iguales.

Ahora bien según la dirección del flujo en el rodete las TMH (1) se clasifican en *radiales, axiales y diagonales,* estas últimas denominadas también semiaxiales o de flujo mixto.

En las *TM radiales* (Fig.1-4-a) toda partícula de fluído recorre en el rodete una trayectoria situada en un plano transversal al eje de la TM: la velocidad absoluta (y relativa) en todo punto del rodete carece, pues, de componente axial:

$$\begin{aligned} \vec{c} &= \vec{i}\, c_r + \vec{j}\, c_u \\ \vec{w} &= \vec{i}\, w_r + \vec{j}\, w_u \\ c_a &= 0 \end{aligned} \qquad (1\text{-}3)$$

y, por tanto la componente meridional coincide con la componente radial:

$$c_r = c_m$$

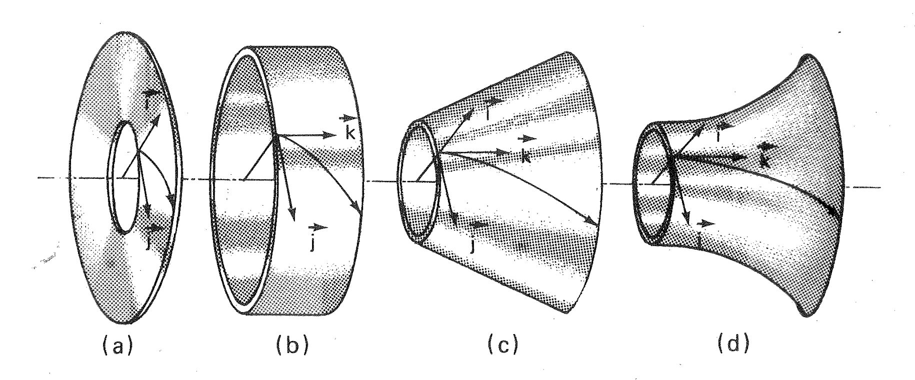


Fig. 1-4.–*Superficie de corriente;* a) de una TM radial; b) de una TM axial; c) de una TM diagonal cónica; d) de una TM diagonal.

En las TM axiales (Fig. 1-4,b) toda partícula de fluído recorre en el rodete una trayectoria situada en un cilindro coaxial con el eje de la TM. La velocidad absoluta (y relativa) en todo punto del rodete carece, pues, de componente radial:

$$\begin{aligned} \vec{c} &= \vec{j}\, c_u + \vec{k}\, c_a \\ \vec{w} &= \vec{j}\, w_u + \vec{k}\, w_a \\ c_r &= 0 \end{aligned} \qquad (1\text{-}4)$$

y, por tanto, la componente meridional coincide con la componente axial:

$$c_a = c_m$$

(1) Esta clasificación es también válida para las TMT.

En las TM diagonales (Fig. 1-4,c,d) toda partícula de fluído recorre en el rodete una trayectoria situada en una superficie cónica o en una superficie cualquiera de revolución no desarrollable. En estas máquinas

$$\vec{c} = \vec{i}\, c_r + \vec{j}\, c_u + \vec{k}\, c_a = \vec{s}\, c_m + \vec{j}\, c_u$$

siendo

$$\vec{s}\, c_m = \vec{i}\, c_r + \vec{k}\, c_a$$

En la Fig. 1-5 pueden verse los cortes meridionales de tres TM: axial, radial y diagonal.

Las superficies de revolución (Fig. 1-5,a,b y c) que limitan el volumen activo en el rodete son (en el caso ideal) dos planos en las turbomáquinas radiales (Fig. 1-5,a, en la figura las superficies de revolución son ligeramente cónicas) dos cilindros en las axiales (Fig. 1-5, b) o dos superficies de revolución cualesquiera en las disgonales (Fig. 1-5, c).

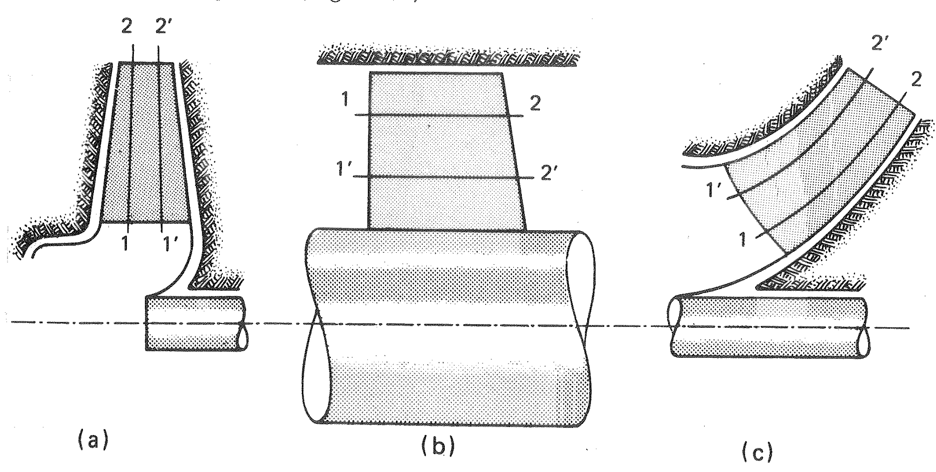


Fig. 1-5.–Corte *meridional del rodete:* a) de una TM radial; b) de una TM axial; c) de una TM diagonal.

Las superficies de revolución que limitan el rodete ordenan el flujo, de manera que considerando una familia de superficies de revolución inscrita entre estas dos superficies de revolución, una partícula que entre en una de estas superficies de revolución en el rodete se mueve en él sin salirse de la misma. Así la partícula que entra en 1 (Fig. 1-5, a) en un plano sale en 2, punto situado en el mismo plano (pero no en el plano del dibujo). La que entra en 1' evoluciona en un plano distinto del anterior pero sin salirse de él y análogamente en las Figs. 1-5, b y c. Esto no se cumple rigurosamente pero constituye una buena aproximación de la realidad; viniendo a ser como un postulado en el diseño de las TM que, *toda partícula en el rodete se mueve de manera que no se sale de una superficie de revolución determinada: plano, cilindro u otra superficie de revolución cualquiera, según los casos (se mueve con dos grados de libertad).*

Planos de representación

En las Figs. 1-6, 1-7 pueden verse los planos de representación o de corte más frecuentemente utilizados en el diseño de las TM.

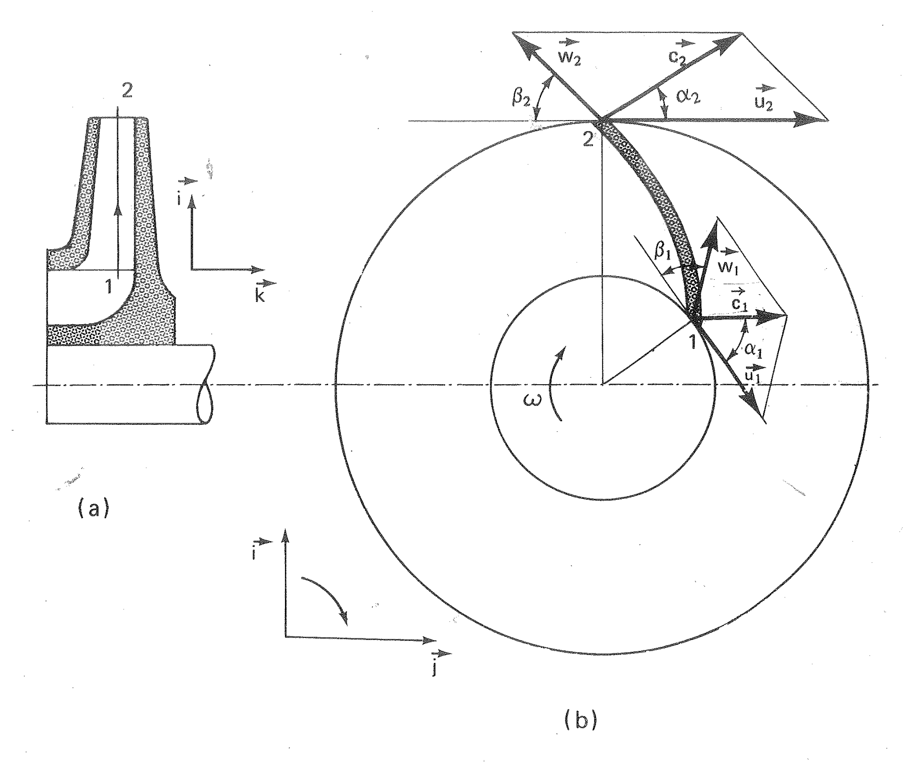


Fig. 1-6.–*Planos de representación:* a) plano meridional o alzado (1-2 línea de corriente relativa proyectada circularmente); b) plano transversal o planta (en las TM radiales, como la de la figura, el triángulo de velocidades se encuentra en este plano; véase la Pág. 173).

Los cortes meridional (Fig. 1-7,a) y transversal (Figs. 1-6, 1-7,b) utilizados en los tres tipos de TM, y el desarrollo cilíndrico (Fig. 1-7,c) utilizado en las TM axiales.

1) *Planta o corte transversal*

La representación de las líneas de corriente (y la de los álabes, ya que las líneas de corriente –relativas– siguen el contorno de los álabes) en un plano transversal:

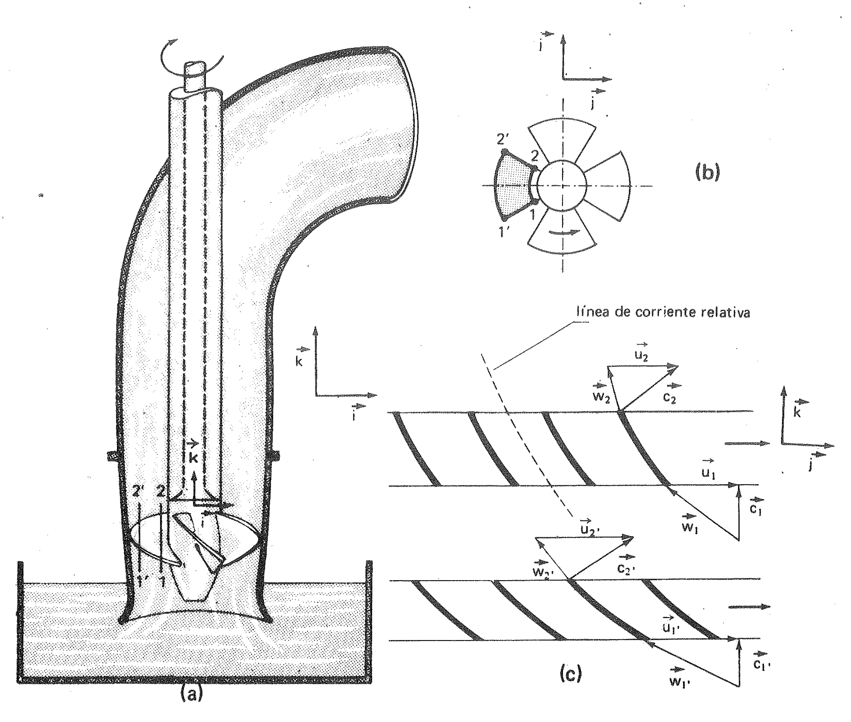


Fig. 1-7.–Representación de una TM axial (B axial en la figura): a) corte meridional; b) corte transversal; c) desarrollo cilíndrico (los triángulos de velocidad, véase Pág. 173 aparecen indeformables en este plano, $\vec{j}$, $\vec{k}$).

a) *en las TM radiales* es tal que las líneas de corriente aparecen indeformadas, ya que según las Ecs. (1-3) dichas líneas se encuentran en un plano transversal (plano i, j); b) en las *TM axiales*, según las Ecs. (1-4), las líneas de corriente en su proyección transversal se proyectan en un arco de círculo porque son hélices cilíndricas; pero, siendo el cilindro una superficie desarrollable, en el desarrollo de un cilindro en que se mueve una partícula la línea de corriente aparece también indeformada (Fig. 1-7,c) (se conservan los ángulos: representación conforme: véase la Sec. 11.12.7); c) en las *TM diagonales* las líneas de corriente se ven proyectadas ortogonalmente. En estas máquinas, como veremos (véase Sec. 11.12.1) los álabes y las superficies de corriente son alabeados con doble curvatura en el espacio; no bastando un solo corte transversal para poder ver la forma de los mismos, sino que se requieren diversos cortes transversales, que se proyectan luego sobre un mismo plano transversal, según el método cartográfico de las curvas de nivel, que se explicará en la sección mencionada (véase Diseño 5, Fig. 9,b).

2) *Alzado o corte meridional* (corte por un plano que contiene el eje de la TM)

En este corte las meridianas de las superficies de revolución se representan en su verdadera forma (véase la Fig. 1-5, a, b y c y las Figs. 1-6,a; 1-7,a y Pág. 754). En particular, como se ve en estas figuras (obsérvese la línea 1-2 en cada figura) una línea de corriente en este plano meridional se representa en las TM radiales por una recta perpendicular al eje de la máquina; en las TM axiales por dos rectas paralelas al eje, y equidistantes del mismo y en una TM diagonal por una recta inclinada con respecto al eje (TM cónicas) o por una curva cualquiera. Para representar las líneas de corriente de esta forma ha sido preciso utilizar la *proyección circular*. En efecto, como veremos en la Sec. 3.2. los álabes imparten al fluído una aceleración positiva o negativa en la dirección $\vec{u}$ intercambiando de esta manera con él su energía. Si el plano axial elegido para la representación meridiana pasa por el punto 1, comienzo de la trayectoria (relativa) de la partícula, los puntos sucesivos se salen ya de dicho plano. Para representar la totalidad de la línea de corriente en el plano meridional elegido basta cortar dicha línea por un haz de planos meridionales proyectando a continuación circularmente los puntos de intersección obtenidos; es decir, haciendo girar cada plano un ángulo conveniente para que coincida con el plano del dibujo. En las figuras indicadas el punto 1 es el comienzo de la trayectoria y el punto 2, es el punto 2 de la trayectoria, proyectado circularmente. Las líneas 1-2 en las figuras indicadas representan pues: a) las meridianas de las superficies de revolución en donde se mueve la partícula (plano normal al eje, cilindro coaxial y superficie de revolución cualquiera respectivamente); b) una línea de corriente proyectada circularmente.

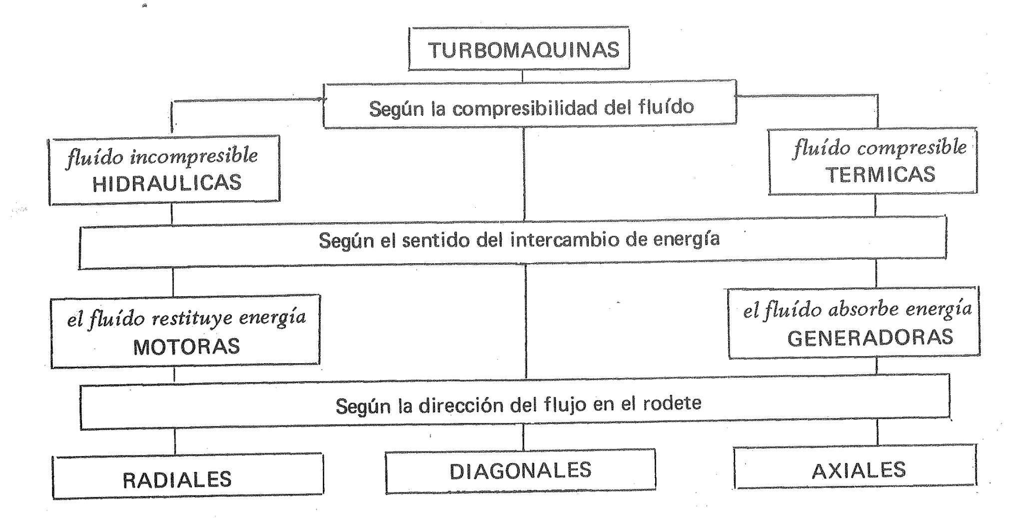
En el diseño de los álabes de doble curvatura en el espacio (TM diagonales) este procedimiento de la proyección circular permite, proyectando circularmente en el plano meridional del dibujo (alzado) las intersecciones del álabe con los diferentes planos meridionales, obtener a continuación las intersecciones del álabe con diferentes planos transversales (Diseño 5, Fig. 9), como se explicará con detalle en la Sec. 11.12.11.

Las B se realizan en los tres tipos: radiales, axiales y diagonales; los V suelen ser radiales o axiales y las TH casi nunca se realizan radiales (excepto las T Francis muy lentas), sino diagonales (T Francis) o axiales (T Kaplan). Las T Pelton, denominadas a veces T tangenciales, quedan fuera de esta clasificación. En efecto, en ellas (véase la Fig. 13-18) al girar el rodete las cucharas o álabes varían su orientación con relación al chorro que sale del inyector, desviándose éste primeramente en dirección *centripeta*, para incidir luego plenamente en el centro de la cuchara, dispersándose un poco *en todas direcciones*, y finalmente desviándose la última porción del chorro, que penetra por la escotadura del álabe siguiente, en dirección centrífuga.

Las B y V tanto radiales como diagonales suelen ser siempre centrífugas; mientras que las TH diagonales suelen ser siempre centrípetas. Las TM axiales obviamente se salen de esta última clasificación.

1.7. Resumen de las clasificaciones de las turbomáquinas

En el siguiente cuadro se resumen las clasificaciones de las turbomáquinas estudiadas hasta el presente:



1.8. Evolución histórica de las turbomáquinas hidráulicas

La historia crítica y técnica de las turbomáquinas hidráulicas está aún por escribir. Datos sueltos contiene la interesante pero incompleta historia de la hidráulica de Rouse (1). Las primeras máquinas hidráulicas, construídas muchas veces al menos en gran parte de madera, se desarrollaron mediante tanteos meramente empíricos, y muestran la ignorancia total de la teoría existente en aquellos años. La evolución de las TM ha sido el resultado de innumerables pequeñas mejoras. Un esfuerzo sistemático ha sido realizado desde aproximadamente la segunda mitad del siglo pasado por las grandes casas constructoras europeas y americanas (2). Sin pretender hacer ningún resumen de la historia de las turbomáquinas recogemos a continuación algunos datos de interés.

Turbinas hidráulicas

La sencilla *rueda hidráulica* con paletas precursora de las modernas TH para la utilización de la energía del agua, con fines de riego y drenaje, parece que se

(1) H. ROUSE y S. INCE, History of Hydraulics, Dover Publications Inc, New York 1957, 269 págs.

(2) Véase por ejemplo, Escher Wyss, *Un siècle d'evolution des turbines* y *Allis Water the Dam Chalmers, the Dam.*

desarrolló en Egipto, Mesopotamia y China mil años antes de la Era Cristiana. Por aquella época aparecieron también en Persia los primeros molinos de viento, que fueron instalados con profusión en el mundo islámico en el siglo VII de nuestra era, los cuales emplean la energía eólica o cinética del aire para producir trabajo.

Muchos siglos más tarde el francés Parent (1666-1716) físico y matemático de París y miembro de la Real Academia de Ciencias, estudia por vez primera el funcionamiento de las ruedas hidráulicas, y genialmente prevé que existe una relación óptima entre la velocidad de la rueda y la velocidad de la corriente de agua. Sin embargo, las TM como ciencia no se crean hasta que Euler en 1754 publica su famosa memoria de Berlín sobre maquinaria hidráulica, en la que expone su teoría de las máquinas de reacción: Théorie plus complète des machines qui sont mises en mouvement par la reaction de l'eau (1). En esta memoria desarrolla Euler por vez primera la *ecuación fundamental de las turbomáquinas*, deducida igualando el par a la variación del momento de la cantidad de movimiento del fluído en su paso por el rótor. En la Fig. 1-8 puede verse un dibujo de la turbina hidráulica ideada por Euler. Posteriormente el ingeniero francés Claude Burdin (1790-1873), profesor de la Escuela de Minas de Saint Etienne, en su célebre memoria de la Academia de Ciencias desarrolla la teoría "des turbines hydrauliques ou machines rotatoires á grande vitesse" y acuña por vez primera la palabra *"turbina"* para el vocabulario técnico.

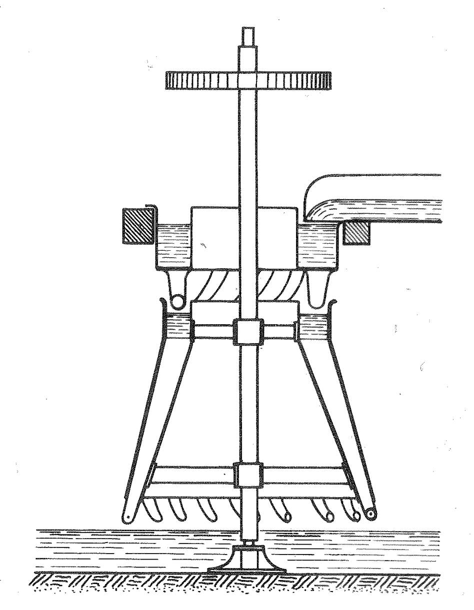


Fig. 1-8.—Turbina hidráulica propuesta por Euler.

Burdin fue un ingeniero teórico; pero su discípulo Fourneyron (1802-1867) fué un ingeniero práctico, y logró en 1827 construir la primera TH experimental digna de tal nombre; más aún a lo largo de su vida, Fourneyron construirá un centenar más de TH para diferentes partes del mundo. Esta turbina, que tuvo un éxito clamoroso, porque se echaba de menos una máquina capaz de explotar saltos mayores que los explotables con las antiguas ruedas hidráulicas, era radial centrífuga, de inyección total, y escape libre; aunque Fourneyron previó también el tubo de aspiración, cuyo estudio realizó él mismo.

(1) J. ACKERET, en la introducción al Vol. II 15 (1957) de las *Opera omnia* de Euler, Zurich.

Desde 1837 las TH axiales de Henschel y Jonval compiten con las de Fourneyron. Otras TH anteriores al siglo XX fueron la de Fontaine, y sobre todo la desarrollada en 1851 por Girard, que era de acción de inyección total y que alcanzó una notable difusión en Europa.

Los tipos mencionados no son los únicos, y, aunque alguna de estas TH han logrado asombrosa longevidad y aún siguen en funcionamiento, han dejado de construirse por las razones siguientes:

1.ª) rendimiento bajo sobre todo en cargas parciales de (70-75% a plena carga hasta 50-55% a 50% de la misma),

2.ª) velocidad de giro muy reducida, y, como consecuencia,

3.ª) potencia por unidad muy baja.

En 1891 la central de Niágara causó sensación con una potencia instalada de 1470 kW. A comienzos del siglo XX aparecen las TH de gran velocidad y gran rendimiento, únicas que se construyen en la actualidad como veremos en la sección siguiente.

A grandes rasgos se puede resumir así el desarrollo de las TH:

– el siglo XVIII es el siglo de gestación de las TH.

– el siglo XIX el de su nacimiento (en este siglo nacieron en América las T Pelton y las T Francis,

– el siglo XX el de su desarrollo.

A principio de siglo aparecen las TH de gran velocidad.

1905 – en USA existen TH de 7360 kW girando a 250 rpm (T Francis gemelas),

1915 – creación de la T Kaplan,

1918 – T Banki,

1914 – T Turgo,

1950 – T Dériaz.

Bombas hidráulicas

La invención de la B centrífuga se atribuye al gran genio florentino del Renacimiento, y uno de los genios más grandes de la humanidad, Leonardo de Vinci (1452-1519).

En el dibujo de él conservado (Fig. 1-9) hacía llegar el líquido al centro de un cilindro vertical

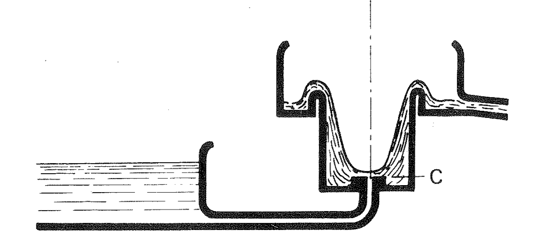


Fig. 1-9.–Principio del bombeo por fuerza centrífuga según Leonardo de Vinci.

en rotación, que le impartía la energía necesaria para su elevación. Diversos modelos de B centrífugas fueron construyéndose más tarde por Jordan, Papin, Demour y otros, hasta la creación en Norteamérica de la famosa B de Massachusetts con carcasa de ***doble admisión***, cuyo esquema puede verse en la Fig. 1-10.

En 1835 el ingeniero ruso Sablukow crea una B centrífuga muy perfeccionada. A mediados del siglo pasado comienzan a fabricarse comercialmente B centrífugas en Inglaterra (Gwyne Brothers). Sucesivamente se fueron creando la corona difusora y otras muchas mejoras.

La evolución de las B, como la de las TH, está asociada con las investigaciones realizadas por los principales fabricantes de las mismas. Así los escalonamientos en serie es un desarrollo que se atribuye a la casa Sulzer a fines del siglo pasado.

Las primitivas B centrífugas tenían dos inconvenientes:

1.°) bajo rendimiento (inferior al 60%).

2.°) baja velocidad, a causa del motor de accionamiento empleado.

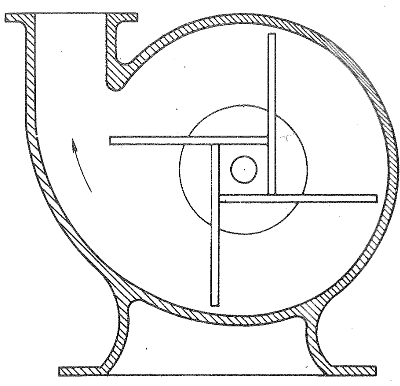


Fig. 1-10.–B centrífuga de paletas radiales y doble admisión construída en Boston. Massachusetts en 1818.

Desde un principio se vió que el campo de aplicación de estas B era el de grandes caudales y pequeñas alturas. En competencia con las máquinas de émbolo presentaban un inconveniente: peor rendimiento; y una serie de ventajas de las cuales las tres más importantes son: ausencia de vibraciones, simplificación mecánica con la consiguiente reducción de revisiones, y mayor potencia específica con la consiguiente reducción del coste de la máquina.

En general la mayoría de las máquinas alternativas térmicas o hidráulicas tienen su contrapartida en las TM. Históricamente las máquinas alternativas se han desarrollado antes que las TM, tal vez porque su teoría es más intuitiva y menos complicada. Con frecuencia las TM invaden poco a poco el terreno de las máquinas alternativas, desplazándolas en muchos casos. Así por ejemplo, hasta hace unos años las bombas de alimentación de calderas de las centrales térmicas eran exclusivamente alternativas, y no se podría soñar que para las grandes presiones de más de 200 bar utilizadas en las centrales modernas se utilizara como se utilizan hoy, B centrífugas.

Así mismo en el campo de las TMT las T de vapor han ido creciendo en número y potencia hasta ocupar la absoluta primacía en las centrales térmicas modernas, desplazando en éste y en todos los campos casi por completo a la máquina de vapor de émbolo,

cuyos días están contados. Otra TMT, el turbocompresor, reina en el campo de los grandes caudales y relativamente pequeñas relaciones de compresión, y sigue conquistando terreno antes exclusivo de los compresores de émbolo y rotativos de desplazamiento positivo. Así, por ejemplo, hasta hace unos años se consideraba como límite económico inferior para ellos un caudal de 20.000-25.000 m^3/hora con relaciones de compresión de 6-8, hoy se pueden comprimir económicamente con los turbocompresores caudales inferiores a 10.000 m^3/hora con relaciones de compresión de 8-10. Así mismo la T de gas reina absolutamente como motor de aviación y compite en otras aplicaciones con los otros motores de combustión interna.

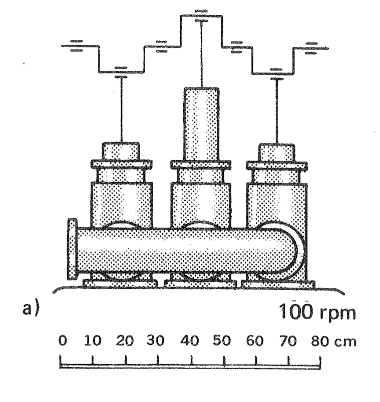
En el vasto campo de aplicaciones de las máquinas de fluídos hay zonas que se cubren exclusivamente con las TM, otras exclusivamente con las máquinas de desplazamiento positivo, y otras que son zonas de coincidencia. Así, por ejemplo, la explotación de la energía hidroeléctrica es una zona reservada a la TH; mientras que zonas como la *potencia fluída* (o *hidráulica industrial*) o la de las presiones muy grandes y pequeños caudales son prácticamente exclusivas de las bombas de desplazamiento positivo.

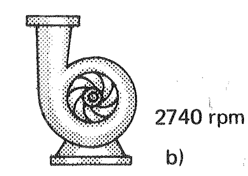
La invasión progresiva en el mundo técnico de las TM se explica por las ventajas antes enumeradas:

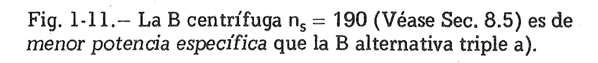
–*Ausencia de vibraciones y fuerzas desequilibradas.* Mientras que en las máquinas alternativas se desarrollan fuerzas de inercia difíciles de equilibrar, en las TM, previamente equilibradas estática y dinámicamente, las vibraciones son prácticamente inexistentes.

–*Simplificación mecánica.* Carencia de válvulas, accionamiento directo sin mecanismo de biela y manivela, ni transmisión por correa o engranajes, etc.

–*Potencia específica baja.* Potencia específica es la potencia por unidad de volumen o peso. Potencia específica baja supone, pues, reducción de volumen y peso para una misma potencia, y por consiguiente reducción de precio. Si, por ejemplo, se trata de bombear 15 litros/s de un líquido a una altura efectiva de 12 m la Fig. 1-11 muestra los esquemas de dos diseños posibles dibujados a escala: a) bomba de tres cilindros de baja velocidad; y b) bomba centrífuga de alta velocidad. Se observa que la bomba alternativa a causa de su mucho mayor volumen, peso y coste, y a causa de su velocidad baja, que requeriría la utilización de transmisión reductora por engranajes entre la misma y el motor de accionamiento, es en este caso mucho menos favorable.






Fig. 1-11.– La B centrífuga $n_s = 190$ (Véase Sec. 8.5) es de *menor potencia específica* que la B alternativa triple a).

1.9. Aplicación de las turbomáquinas hidráulicas

Cerramos esta introducción con una rápida ojeada al vastísimo campo de aplicación de las TMH y una somera descripción de algunos de los tipos más representativos.

Turbinas hidráulicas

Las TH sirven para aprovechar la energía de los saltos naturales de agua.

Las ventajas que presentan la explotación de estos saltos son entre otras las siguientes:

1. no repercute en su economía, como en las centrales térmicas, el aumento de precio del combustible;

2. ahorro de combustible para otros fines: calefacción, transporte, industria química, etc...;

3. el kW·h producido en las centrales hidroeléctricas es 4-10 veces más barato que el producido en las centrales térmicas;

4. los grupos hidroeléctricos necesitan tan sólo 0,5-1 min para la puesta en marcha, lo que facilita la explotación económica de la red, empleando éstos para las cargas punta, y haciendo marchar a carga constante las centrales térmicas convencionales y nucleares, que además tienen un tiempo de puesta en marcha y parada mucho más largo;

5. mayor rendimiento que las turbinas de vapor: las grandes TH modernas alcanzan rendimientos del 92-95% y los grupos completos del 90%;

6. menos averías, y revisiones más distanciadas (revisiones totales para cinco años y aún menos son posibles) que los grupos termoeléctricos;

7. posibilidad de acumulación económica prácticamente ilimitada de energía eléctrica (*centrales de acumulación por bombeo;* véase Cap. 15);

8. posibilidad de realización de grandes potencias unitarias: TH de 600 MW funcionan ya en el mundo, y en la URSS se proyectan en el presente unidades aún mayores.

En casi ningún país el potencial eléctrico ha sido explotado al máximo, y, aunque en algunos países los saltos sin explotar son ya poco rentables, no así en otros muchos. De ahí que, a pesar del siglo y medio de evolución transcurrido desde la primera T de Fourneyron hasta nuestros días, la investigación continúa en los grandes fabricantes de turbinas del mundo (Voith, Escher Wyss, etc...), y en la URSS el interés por la investigación y desarrollo en el campo de las TH está en pleno apogeo.

Aunque cada explotación es distinta, porque es muy difícil que se dupliquen en la naturaleza las características hidráulicas de altura de salto y caudal, y consecuentemente cada T, que se ha de acomodar al salto, constituye un tipo distinto; prácticamente todos los tipos que actualmente se construyen pueden reducirse a

cuatro grandes grupos: turbinas PELTON, turbinas FRANCIS, turbinas de hélice o KAPLAN (turbinas hélice de álabes orientables) y turbinas DERIAZ (en abreviatura TP, TF, TK y TD respectivamente).

En la Fig. 1-12 puede verse un rodete de una TP cuyos álabes reciben el nombre de cucharas. Esta turbina que consta de 2 rodetes y 2 chorros por rodete desarrolla una potencia útil de 74.000 kW, bajo una altura de salto de 680 metros, absorbiendo un caudal de 12,6 m^3/s, y girando a 300 rpm.

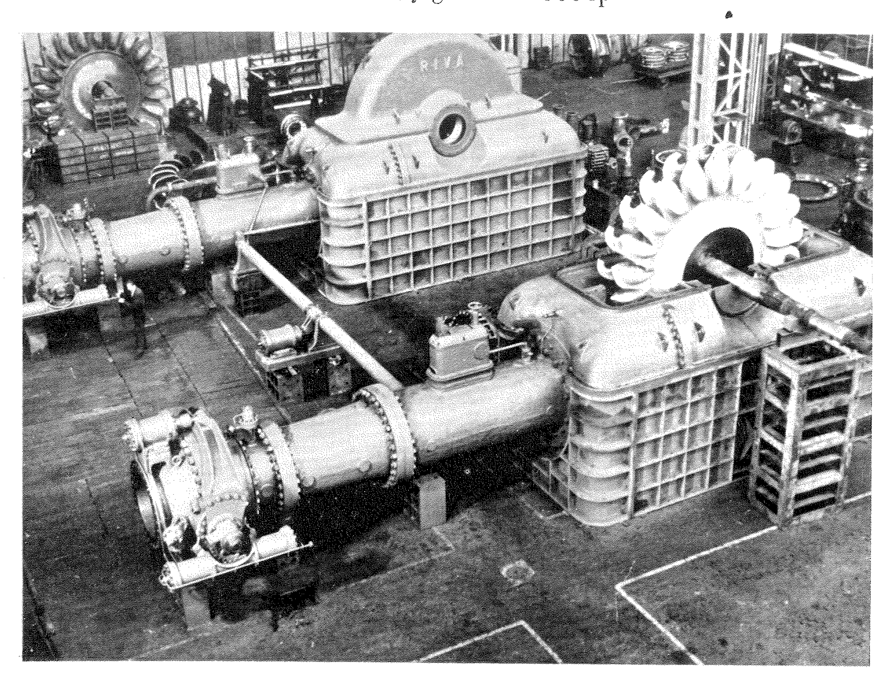


Fig. 1-12.–*Dos TP* cuádruples (véase la Sec. 13.4) de dos rodetes y dos chorros por rodete cada una, de una potencia unitaria de 74.000 kW para el salto de Premadio.

Para saltos relativamente menores y caudales mayores se utilizan las TF. En la Fig. 1-13 puede verse el rodete de una de estas T.

En el tercer tipo de turbinas el flujo en el rodete es axial. Este tiene forma de hélice bien de paletas fijas o bien de paletas orientables; en este último caso la T se llama Kaplan. La Fig. 1-14 representa una TK instalada junto con otras dos de igual tamaño en la central hidroeléctrica de Jochenstein en el río Danubio.

Finalmente en el año 1956, en el Quinto Congreso Mundial de la Energía celebrado en Viena, se expusieron los detalles constructivos y los ensayos con modelo reducido de un nuevo tipo de turbina, desarrollado por el ingeniero suizo Dériaz en la English Electric, que lleva el nombre del inventor. Las TD

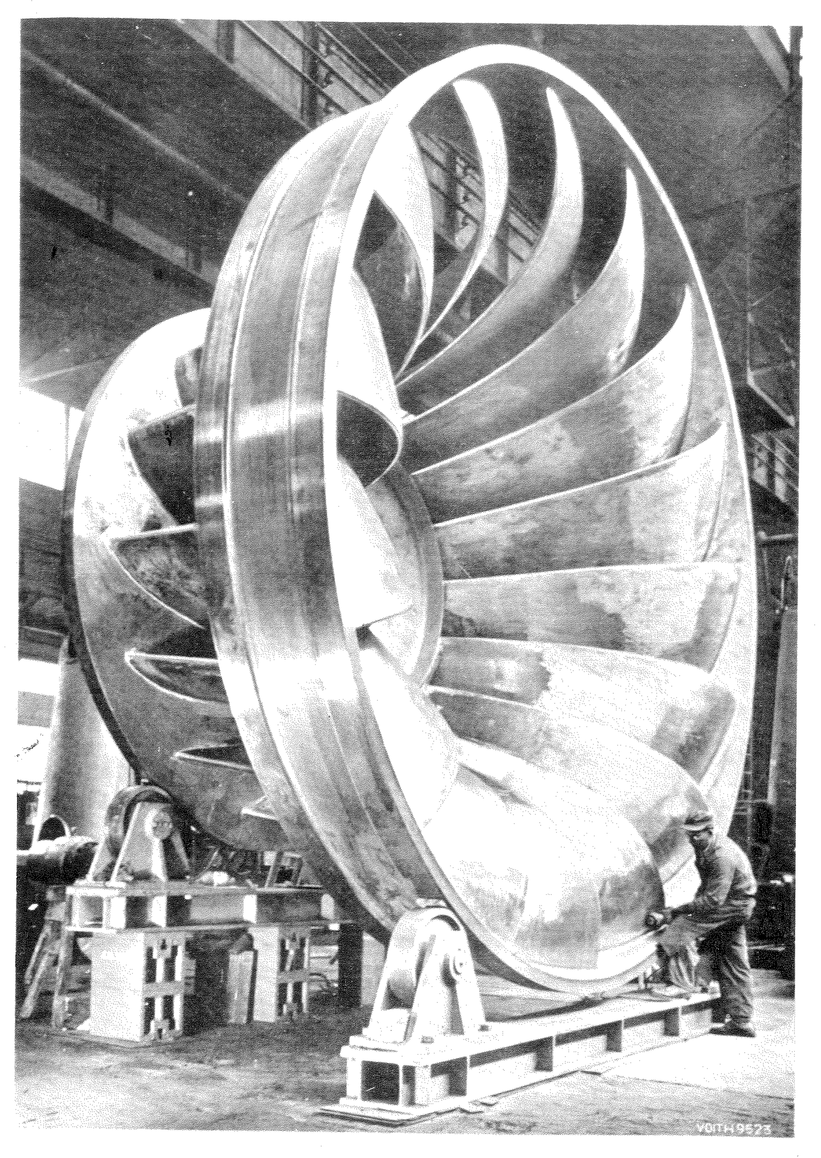


Fig. 1-13.–*Rodete de una TF* construída por la firma Voith, Alemania, de 5,38 m de diámetro de 66180 kW para un salto neto de 40 m destinadas a la central de Macagua, Venezuela. (6 TF).

pueden ser reversibles; es decir, pueden construirse para funcionar hora como bombas, hora como turbinas. Las primeras seis TD del mundo fueron instaladas en la central de acumulación por bombeo del Niágara (véase la Fig. 1-15).



Fig. 1-14.– Montaje de un rodete de una de las 3 TK, construídas por la casa Voith, Alemania, para la central de Jochenstein. Diámetro del rodete 7,4 m.

El rotor de la turbina tiene un diámetro de 6,4 metros, y desarrolla una potencia útil de 40.000 kW a 92,3 rpm. Como bomba impulsa un caudal de 142-113 m^3/seg según la altura de impulsión que oscila de 18,3-25,9 m.

Bombas hidráulicas

Las B son junto con los motores eléctricos las máquinas más frecuentemente empleadas. El número de fabricantes de B en el mundo es elevadísimo. Las B rotodinámicas (turbomáquinas) se construyen en potencias que oscilan desde una fracción de kW hasta más de 100.000 kW. El líquido más frecuentemente bombeado es el agua; pero igualmente se bombean líquidos fríos o calientes, desde los más volátiles, hasta los más densos, incluso líquidos con sólidos en suspensión,

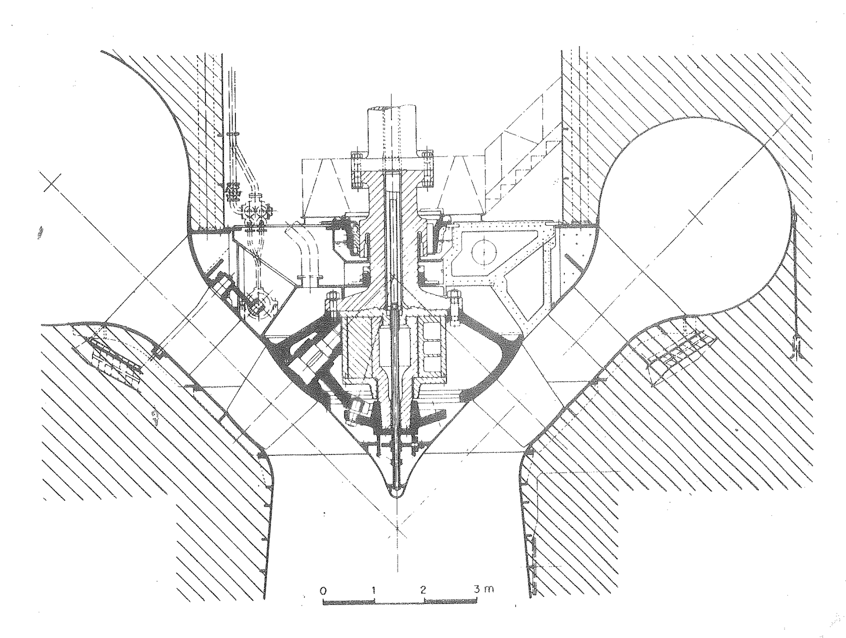


Fig. 1-15.–Corte meridional de una *TD* construída por la English Electric para la central de Sir Adam Beck del Niágara Canadiense (características en el texto).

cienos, barros, pastas de papel, melazas, líquidos corrosivos ácidos y alcalinos, plomo fundido, etc... y en general cualquier sustancia que de alguna manera *fluya*. Los materiales usados en su construcción son los más diversos, según las aplicaciones: fundición de hierro, bronce, acero inoxidable, caucho duro o blando, aceros aleados diversos, aleaciones de níquel, oro, plásticos, vidrios, piedra, etc...

Las pequeñas B se fabrican en serie; pero las bombas de gran potencia, entre las que figuran las B para las modernas centrales de acumulación por bombeo, son objeto de un diseño especial, combinado con experimentación con modelos reducidos. La construcción de estas B de gran potencia es exclusiva de los grandes fabricantes, únicos que poseen laboratorios de modelos y máquinas herramientas de capacidad adecuada.

Las centrales térmicas convencionales y nucleares (bombas de alimentación para calderas), las centrales de bombeo para riego y suministro de agua a las ciudades, las centrales de bombeo de los oleoductos, las industrias del papel, de productos alimenticios, las industrias químicas etc., etc... constituyen otros tantos campos vastísimos de aplicación de estas máquinas.

La inmensa variedad de condiciones de servicio: caudal, altura de impulsión y velocidad de rotación, exige una ilimitada variedad de tipos de B, lo cual sin

embargo no impide que puedan agruparse en los tres grupos indicados en la Sec. 1.6.

Las bombas de uno (Fig. 1-16) o varios escalonamientos (Fig. 1-17) sirven para bombear caudales relativamente pequeños a alturas relativamente grandes.

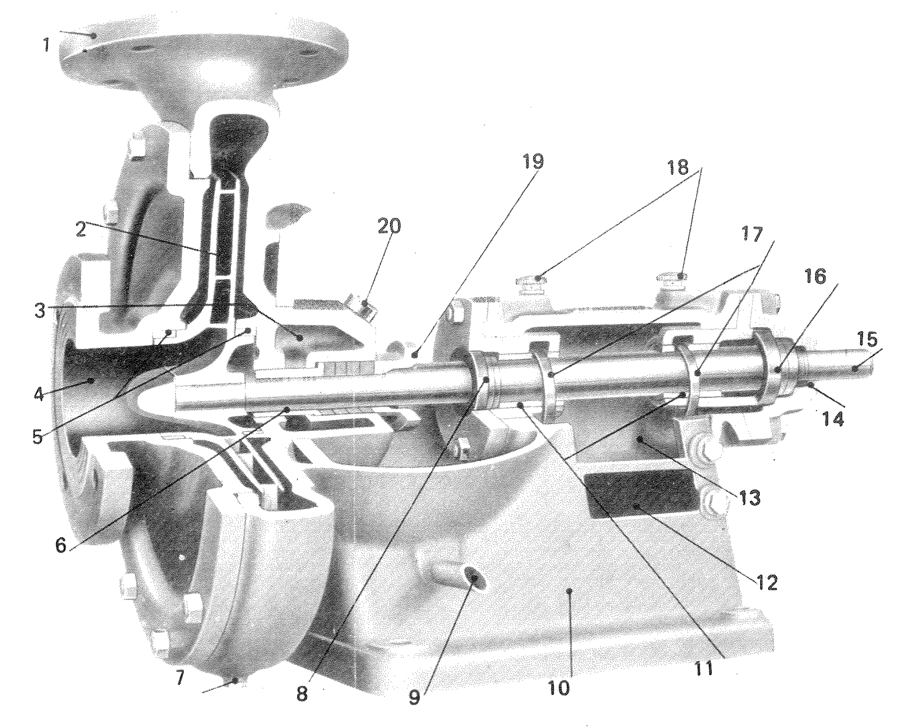
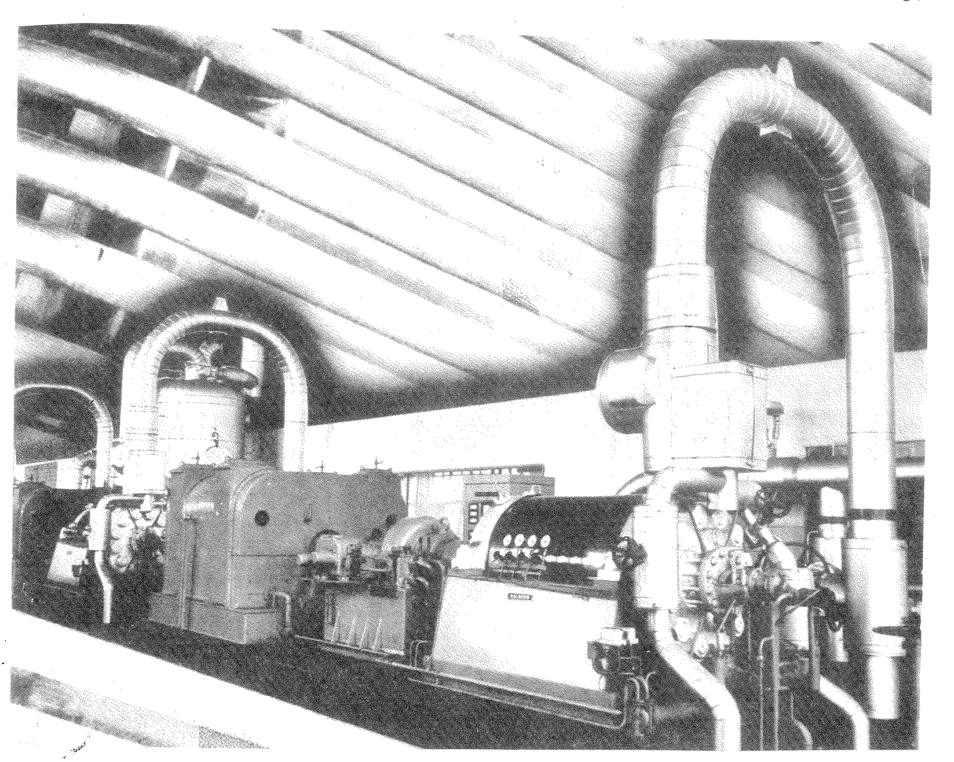


Fig. 1-16.–*B centrífuga radial de un solo escalonamiento* para agua caliente, con refrigeración de prensaestopas y cojinetes, construida por la casa Herborner, Alemania. 1.- Brida de impulsión: en el plano medio de la B para protección contra tensiones excéntricas provenientes de la tubería de presión. 2.- Rodete: Bajo coeficiente de cavitación para impulsar agua caliente. 3.- Cámara de refrigeración: Muy eficiente con poco consumo de agua refrigerante, indispensable para temperatura > 100°. 4.- Conducto de aspiración. 5.- Anillo de cierre: De Bronces especiales, intercambiables (Para t > 120° de electrografito). 6. Casquillo: De bronces especiales, intercambiables, de construcción diversa según temperatura. 7.- Orificio del purga: Contra las heladas. 8.- Pantalla anilar: Evita la salida de aceite y entrada de suciedad y agua. 9.- Salida de agua de fugas: Protege la bancada de la B. 10.- Bancada. 11.- Cojinete de deslizamiento: Ligeramente cargado, de bronce especial de alta calidad y nivel bajo de ruido. 12.- Cámara de refrigeración: Refrigeración por agua, para temperaturas de bombeo > 120°. 13. Cárter de aceite: Sin aristas donde acumularse la suciedad con control visual de nivel de aceite. 14. Cierre de aceite: Evita fuga de aceite y entrada de suciedad. 15.- Eje: Generosamente dimensionado para marcha suave y sin vibración 16.- Cojinete de empuje axial: Soporta empuje en ambas direcciones. 17.- Anillos lubricantes. 18.- Orificios de llenado de aceite: Con igualación de presión para cambios de temperatura. 19.- Prensaestopas: Fácilmente accesible por apertura superior de soporte de B. 20.- Conexión agua de refrigeración.



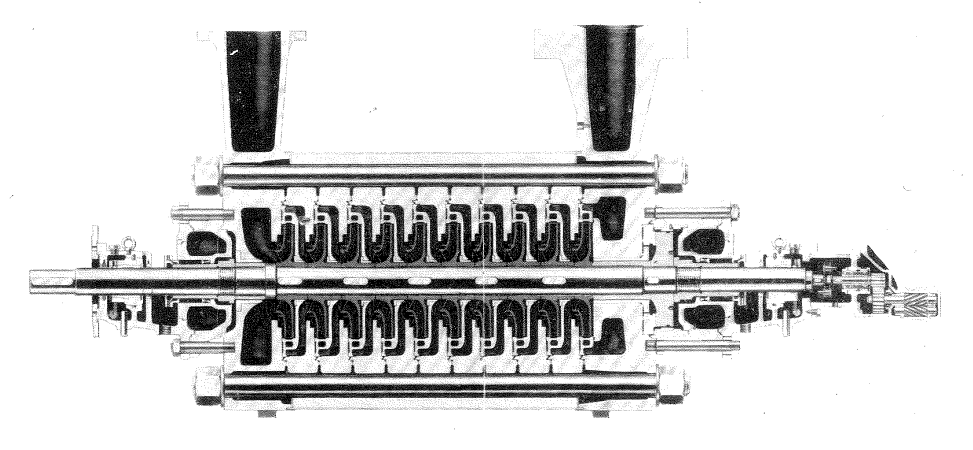


Fig. 1-17.–B Halberg, Alemania *de alimentación de caldera* de vapor de 10 esclonamientos (tipo HD para presiones hasta 300 at (= 294,3 bar); (con 16 escalonamientos se llega a las 400 at = 392,4 bar): Eje de acero al cromo, rodete de fundición al Cr-Ni (1,5%) o de acero al Cr fundido (13-15% de Cr); refrigeración de los prensaestopas (para t > 105°), de los anillos lubricantes o del aceite a presión de los cojinetes según los casos y de la bancada misma (sólo para altas temperaturas de bombeo). En la Fig. inferior corte longitudinal.

Si los caudales aumentan y al mismo tiempo las alturas disminuyen, se utilizan bombas diagonales o de flujo mixto, como la de la Fig. 1-18.

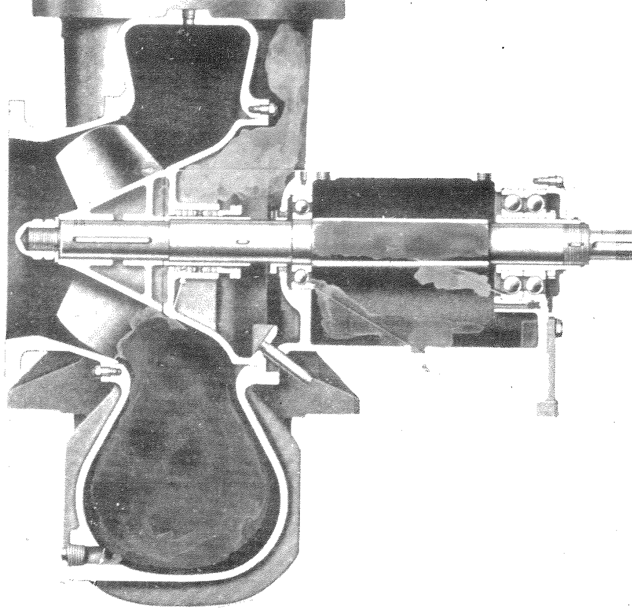


Fig. 1-18.– Corte longitudinal de una *B diagonal Ingersoll-Rand USA del* tipo BPM para alturas efectivas hasta 18 m caudales hasta 60.000 *l/min* (=1 m^3/s) y temperaturas de líquido bombeado hasta 120 °C. Otras características: Carcasa seccionada verticalmente: la cámara de aspiración puede desmontarse fácilmente por separado para dar acceso al rodete; rodete fijo al eje por doble chaveta. Cojinete radial de bolas simple y cojinete de empuje de bolas doble que soporta el empuje axial en ambas direcciones.

Las bombas axiales (Fig. 1-19) son finalmente las que se emplean para caudales relativamente mayores con alturas de impulsión relativamente aún menores.

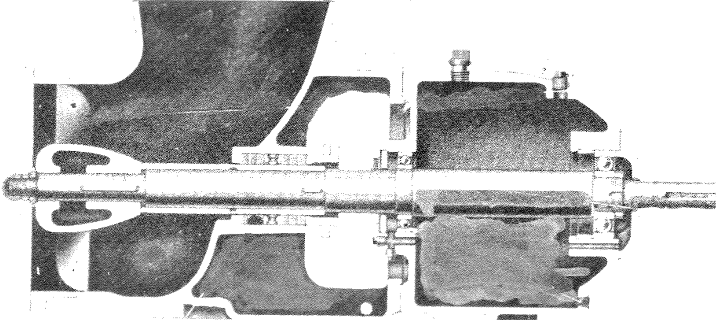


Fig. 1-19.– Corte longitudinal de una *B axial Ingersoll-Rand*, U.S.A., del tipo APL para alturas efectivas hasta 18 m, caudales hasta 32.000 *l/min* y temperaturas hasta 120 °C.

En la Fig. 1-20 pueden verse un grupo de bombas marina Sulzer.

La descripción detallada de las B, sus clasificaciones diversas y sus múltiples aplicaciones se estudiarán en el Cap. 5 de esta obra.

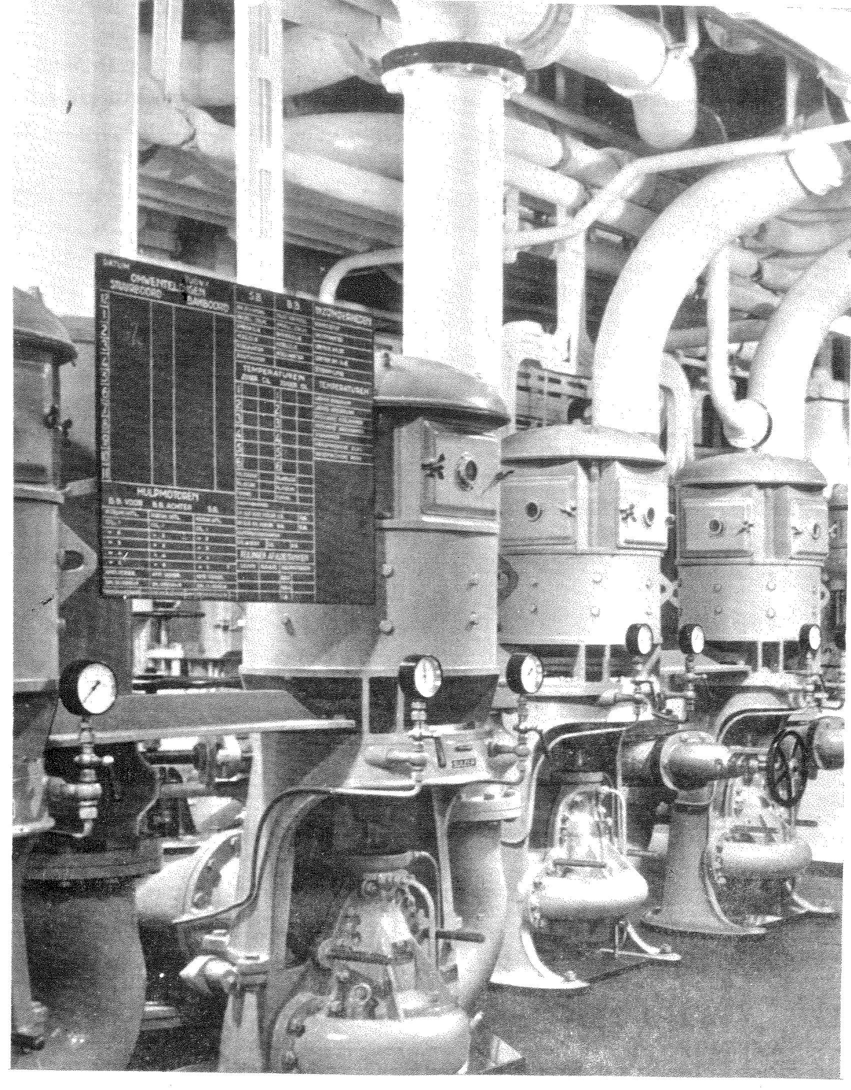


Fig. 1-20.– Bombas marinas de la firma Sulzer, Suiza. Se construyen de 1 a 3 escalonamientos, autocebantes y no autocebantes. (Véase Sec. 5.5) para caudales de 10-700 m^3/h y alturas efectivas hasta 100 m y más y pueden utilizarse entre otros servicios para los siguientes: como B de agua dulce, B de refrigeración de motores Diesel, B de incendios y B de servicio general de a bordo.

Ventiladores

Los V, lo mismo que las B se construyen en una gran variedad de tipos y dimensiones, siendo sus aplicaciones increiblemente numerosas, en campos tan extensos como la ventilación de edificios comerciales, naves industriales, minas, túneles, etc...., calefacción, aire acondicionado, etc... Sus potencias oscilan desde unas centésimas de kW (V de pequeños aparatos) a 7.000 kW y más (V de calderas, V para la circulación de CO_2 en reactores nucleares, etc. ...). Al aumentar de día en día la potencia, crece el interés de mejorar el diseño, porque el rendimiento adquiere entonces mayor importancia.

Además de los tres grupos de TMH enumerados: TH, B y V, existen dos grupos muy importantes: las turbomáquinas reversibles o B/T (véase Cap. 15), que pueden funcionar *alternativamente* como bomba o como turbina; y las *turbomáquinas compuestas* (véase Cap. 16), que funcionan simultáneamente como bomba y turbina, formando una *transmisión hidrodinámica.*

La Fig. 1-21 representa una de estas transmisiones utilizada como acoplamiento y cambio de velocidad, de uso creciente en la industria.

1. Rodete de turbina
2. Al refrigerante de aceite
3. Rodete de bomba
4. Eje de entrada
5. Bomba de circulación
6. Del refrigerante de aceite
7. Eje
8. Carcasa interior
9. Carcasa exterior
10. Rebosadero dual
11. Eje de salida

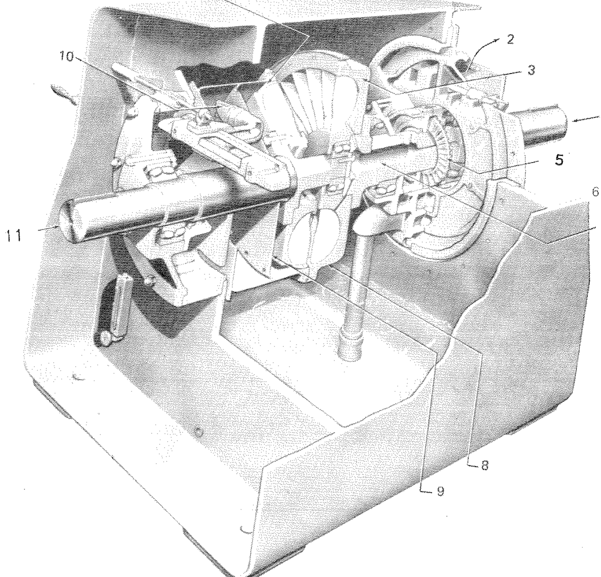


Fig. 1-21.–*Transmisión hidráulica Girol Fluid Drive,* tipo VS clase 2, construida por la American Standard, USA, en diferentes tamaños. El control de velocidad pone en posición de rebosadero que regula el vórtice de aceite que se forma en los rodetes de bomba y turbina, regulando así de una manera continua la velocidad de esta última. (Véase la Sec. 16.6).

Las líneas directrices de este tomo son las mismas que inspiraron nuestro tomo dedicado a las turbomáquinas térmicas. También aquí dedicaremos el siguiente capítulo a un resumen de Mecánica de Fluidos aplicada a las TM. También aquí, a fin de evitar las repeticiones y contribuir a la síntesis científica, se tratarán los temas, buscando las zonas de coincidencia; pero procurando que cada máquina no pierda su individualidad. Así el diseño de las TM radiales se estudia aplicado a las B radiales, el diseño de las TM diagonales se estudia una sola vez aplicado a las TF, ya que los métodos de diseño de las B tipo Francis son fundamentalmente los mismos; la teoría de las TM axiales se estudia en conjunto, de manera que es aplicable a las B y TH axiales; las TP son máquinas tangenciales, y han de recibir necesariamente un tratamiento especial; la ecuación de Euler se deduce de manera universal; las pérdidas, potencias y rendimientos se estudian comparativamente lo que contribuye a la claridad y profundización en los conceptos fundamentales.

Entre todas las TM los V y las B son las máquinas más afines: su finalidad es mucho mayor que la existente entre las turbinas de vapor y turbinas de gas. Por eso en este libro siempre que se emplee la palabra B se han de entender comprendidos también los V, excepto cuando por el contexto se deduzca fácilmente lo contrario (1). Las peculiaridades principales de los V se han recogido en el Capítulo 14.

(1) La sigla BH, en lugar de la sigla B, empleada para designar una B significará que lo que se está tratando es sólo aplicable a las bombas de líquidos (hidráulicas) y no a los ventiladores o bombas de gases.

2. Resumen de Mecánica de Fluidos

2.1. Introducción

Este capítulo no es un tratado de Mecánica de Fluídos, ni siquiera un compendio de la misma. Sólo pretende refrescar los *conceptos fundamentales* de esta disciplina, que se aplican a lo largo de esta obra, y reunir a manera de *formulario* las ecuaciones de Mecánica de Fluídos que se aplican en las TM. A la ecuación de Bernoulli en el método unidimensional y a las pérdidas de carga en los conductos cerrados se ha prestado especial atención por su continua aplicación en el estudio y la instalación de las TMH respectivamente.

Recordemos la notación vectorial:

$\nabla \varphi$ – *vector gradiente de* φ *(*φ *escalar)*

$\nabla \vec{F}$ – *escalar divergencia de* $\vec{F}$ *(*$\vec{F}$ *vector)*

$\nabla \wedge \vec{F}$ – *vector rotacional de* $\vec{F}$ *(*$\vec{F}$ *vector)*

$\nabla^2 \varphi = \nabla (\nabla \varphi) = div\,(grad\ \varphi)$ – *escalar laplaciana de* φ *(*φ *escalar)*

$\nabla (\nabla \wedge \vec{F}) = div\,(rot\ \vec{F})$

$\nabla \wedge (\nabla \varphi) = rot\,(grad\ \varphi)$

$\nabla \wedge (\nabla \wedge \vec{F}) = rot\,(rot\ \vec{F})$.

En Mecánica se enseña que la velocidad de un punto cualquiera de un *cuerpo sólido indeformable* es igual a la suma vectorial de la velocidad de un punto cualquiera del sólido y a una rotación alrededor del eje instantáneo de rotación que pasa por dicho punto.

Un fluído es un *cuerpo deformable*. Si se considera un volumen elemental del fluído en movimiento, la velocidad de una partícula cualquiera de dicho volumen (1) es la suma vectorial de los dos vectores arriba indicados y de un tercer vector denominado *velocidad de deformación*.

Elijamos (Fig. 2-1) el punto de referencia 0 en el volumen elemental del líquido como origen de coordenadas, la velocidad $\vec{v}$ de un punto cualquiera A será:

(1) Las dimensiones de una partícula de fluído son siempre grandes en comparación con la trayectoria libre media de las moléculas.

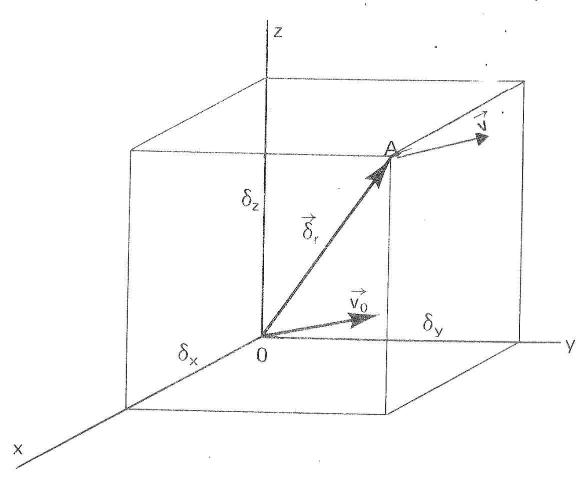


Fig. 2-1.–Velocidad de un punto A de una partícula de fluído en función de la velocidad de otro punto 0 de la misma partícula.

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{\omega} \wedge \delta\vec{r} + \vec{v}_d \qquad (2\text{-}1)$$

$\vec{v}_0$ es una traslación del volumen elemental del fluído,

$\vec{\omega} \wedge \delta\vec{r}$ es una rotación de la partícula A con velocidad angular $\vec{\omega}$,

$\vec{v}_d$ es la velocidad relativa de traslación del punto A con relación a 0.

Los dos primeros movimientos son característicos del sólido rígido, y son los que únicamente tendrían lugar si el fluído se solidificase. El tercer movimiento es la deformación pura característica de una sustancia deformable ya sea un sólido ya un fluído.

Además en la Ec. (2-1):

$\vec{v}_0$ (v_{0x}, v_{0y}, v_{0z}) – velocidad del polo o punto de referencia,

$\vec{\omega}$ $(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ – velocidad angular instantánea del volumen de líquido en ausencia de deformación,

$\delta\vec{r}(\delta_x, \delta_y, \delta_z)$ – vector de posición del punto A,

$\vec{v}_d$ (v_{dx}, v_{dy}, v_{dz}) – velocidad de traslación del punto A con relación al punto 0, como consecuencia de la deformación.

Según esto, proyectando la Ec. (2-1) sobre los ejes coordenados se tendrá:

$$\begin{aligned} v_x &= v_{0x} + \omega_y \delta_z - \omega_z \delta_y + v_{dx} \\ v_y &= v_{0y} + \omega_z \delta x - \omega_x \delta_z + v_{dy} \\ v_z &= v_{0z} + \omega_x \delta_y - \omega_y \delta_x + v_{dz} \end{aligned} \qquad (2\text{-}2)$$

Además, las componentes de la velocidad de rotación son:

$$\begin{aligned} \omega_x &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_z}{\partial z} - \frac{\partial v_y}{\partial y}\right) \\ \omega_y &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x}\right) \\ \omega_z &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y}\right) \end{aligned} \qquad (2\text{-}3)$$

y las componentes de la velocidad de deformación son:

$$v_{dx} = \frac{\partial \phi}{\partial (\delta x)} \qquad v_{dy} = \frac{\partial \phi}{\partial (\delta y)} \qquad v_{dz} = \frac{\partial \phi}{\partial (\delta z)} \qquad (2\text{-}4)$$

donde

$$\begin{aligned} \phi = \frac{1}{2}\Bigg[& \frac{\partial v_x}{\partial x}(\delta_x)^2 + \frac{\partial v_y}{\partial y}(\delta y)^2 + \frac{\partial v_z}{\partial z}(\delta z)^2 + \\ & + 2 \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z}\right)\delta z\, \delta y + \\ & + 2 \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x}\right)\delta x \delta z + 2 \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y}\right)\delta y\, \delta x \Bigg] \end{aligned} \qquad (2\text{-}5)$$

En efecto, sustituyendo en las Ecs. (2-2) las Ecs. (2-3), (2-4) y (2-5), se obtienen las expresiones siguientes:

$$\begin{aligned} v_x &= v_{0x} + \frac{\partial v_x}{\partial x}\delta x + \frac{\partial v_x}{\partial y}\delta y + \frac{\partial v_x}{\partial z}\delta z \\ v_y &= v_{0y} + \frac{\partial v_y}{\partial x}\delta x + \frac{\partial v_y}{\partial y}\delta y + \frac{\partial v_y}{\partial z}\delta z \\ v_z &= v_{0z} + \frac{\partial v_z}{\partial x}\delta x + \frac{\partial v_z}{\partial y}\delta y + \frac{\partial v_z}{\partial z}\delta z \end{aligned}$$

lo que demuestra que las expresiones (2-3) a (2-5) son verdaderas.

El vector *torbellino* $\vec{\Omega}$, que en hidrodinámica suele utilizarse en lugar de la velocidad angular $\vec{\omega}$, es el doble de esta última. Se tiene por tanto:

$$\Omega_x = 2\,\omega_x \qquad \Omega_y = 2\,\omega_y \qquad \Omega_z = 2\,\omega_z$$

y

$$\vec{\Omega} = 2\vec{\omega} = \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y}\right)\vec{k} = \nabla \wedge \vec{v} \qquad (2\text{-}6)$$

La Ec. (2-1) puede también expresarse así:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \frac{1}{2}\vec{\Omega} \wedge \delta\vec{r} + \nabla \Phi \qquad (2\text{-}7)$$

En la Ec. (2-7):

–si $\vec{\Omega} = 0$ y $\Phi = 0$ (ó $\vec{v}_d = 0$) el movimiento es irrotacional, o sin torbellino, y sin deformación, o sea *un movimiento de pura traslación.*

–si $\vec{\Omega} = 0$ y $\vec{v}_0 = 0$ el *movimiento es de pura deformación*

–si $\vec{v}_0 = 0$ y $\Phi = 0$ el *movimiento es de pura rotación*

–si $\vec{\Omega} = 0$, pero $\vec{v}_0 \neq 0$ y $\Phi = 0$ el *movimiento es irrotacional.* Sobre este movimiento, denominado también *potencial,* cuyo estudio es de extraordinaria importancia, se volverá a tratar más adelante (véanse Secs. 2.3.5 a 2.3.5.7).

2.2. Ecuaciones generales

2.2.1. Ecuaciones de Navier-Stokes del fluído real

La figura 2-2 representa un paralelepípedo aislado en un fluído viscoso en movimiento. En ella se representan los esfuerzos cortantes y esfuerzos normales que se desarrollan en el interior del fluído. En la figura se muestran los nueve esfuerzos, a saber:

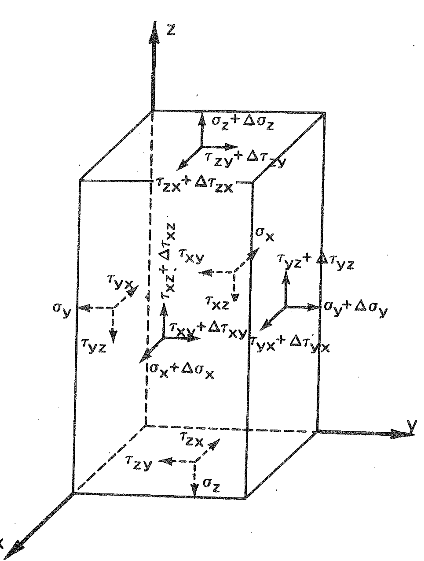


Fig. 2-2.–*Paralelepípedo aislado* en un fluído viscoso en movimiento.

$$\begin{matrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{matrix}$$

entre los cuales se verifican las igualdades $\tau_{xy} = \tau_{yx}$; $\tau_{yz} = \tau_{zy}$; $\tau_{zx} = \tau_{xz}$ Es decir, sólo hay seis esfuerzos linealmente independientes. (1)

Por cada punto del líquido pasan por lo menos tres planos sobre los cuales los esfuerzos tangenciales son nulos. Los esfuerzos resultantes en esos planos son esfuerzos normales, y se denominan *esfuerzos principales.*

(1) Estas nueve componentes forman el tensor de esfuerzos, que es un tensor simétrico, y queda determinado por seis cantidades.

Los ejes que pasan por el punto, y tienen la dirección de los esfuerzos principales, se denominan *ejes principales.* En un fluído en reposo no existen más que esfuerzos normales debidos a la presión, y no existen esfuerzos tangenciales debidos a la viscosidad. (1).

En el movimiento unidimensional la ley de Newton de la viscosidad, $\tau = \eta\, dv/dy$, establece que el esfuerzo cortante es función lineal de la velocidad de deformación. Si se supone que en el caso general de flujo bidimensional o tridimensional los componentes del esfuerzo cortante son también proporcionales a las velocidades correspondientes de deformación angular se llega a las ecuaciones de Navier-Stokes, que se reducen a la ecuación vectorial siguiente:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} - \frac{1}{\rho}\nabla p - \nu \nabla \wedge \vec{\Omega} + \frac{4}{3}\nu \nabla (\nabla \vec{v})$$

en que $\vec{\Omega} = \nabla \wedge \vec{v}$ es el vector torbellino.

En el caso de un fluído incompresible, como veremos más adelante $\nabla\vec{v} = 0$ (véase la Sec. 2.2.5), y la ecuación vectorial anterior se transforma en

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} - \frac{1}{\rho}\nabla p - \nu \nabla^2 \vec{v} \quad (2) \qquad (2\text{-}8)$$

(Ecuación Navier-Stokes, fluído incompresible)

En coordenadas cartesianas las ecuaciones de Navier-Stokes para el fluído incompresible tienen, pues, las expresiones siguientes:

$$\begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} &= X - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu \nabla^2 v_x \\ \frac{dv_y}{dt} &= Y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \nu \nabla^2 v_y \\ \frac{dv_z}{dt} &= Z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \nu \nabla^2 v_z \end{aligned} \qquad (2\text{-}9)$$

donde $\vec{F}(X, Y, Z)$ – fuerza exterior por unidad de volumen; en general, X, Y, Z son funciones de $t, x, y, z, v_x, v_y, v_z$.

$p = p(x, y, z, t)$ – presión del fluído en un punto del espacio y en un tiempo determinado.

ν – viscosidad cinemática, función también del punto y del tiempo en general.

(1) Un fluído real en reposo se comporta en todo como un fluído ideal (véase la Sec. 2.2.2).

(2) En efecto $\frac{4}{3}\nu\nabla(\nabla\vec{v}) = 0$ y $\nabla \wedge \vec{\Omega} = \nabla \wedge \nabla \wedge \vec{v} = \nabla(\nabla\vec{v}) - \nabla^2\vec{v} = -\nabla^2\vec{v}$, donde ∇^2 operador de Laplace.

v_x, v_y, v_z — componentes de la velocidad, que son también funciones del punto y del tiempo.

$\frac{d\vec{v}}{dt}\left(\frac{dv_x}{dt}, \frac{dv_y}{dt}, \frac{dv_z}{dt}\right)$ — derivada total de la velocidad, con relación al tiempo (aceleración total).

La integración de las ecuaciones de Navier-Stokes es en la mayor parte de los casos imposible; existen, sin embargo, soluciones exactas para estas ecuaciones al menos en los casos siguientes:

– Flujo paralelo permanente y no permanente: a) entre paredes paralelas fijas; b) entre paredes paralelas, una fija y otra moviéndose en su propio plano, sin o con un gradiente de presión positivo o negativo; c) dentro de un conducto cerrado de cualquier sección transversal arbitraria; d) entre cilindros concéntricos en rotación.

– Flujos permanentes: a) entre placas giratorias; b) entre placas convergentes y divergentes; c) flujos planos y axisimétricos normales a una placa; d) flujo en un chorro laminar de sección circular transversal.

– Flujos no permanentes: a) adyacentes a una pared plana acelerada repentinamente; b) adyacentes a una placa oscilante en su propio plano.

También se han encontrado, con la suposición de que con números de Reynolds pequeños las fuerzas de inercia pueden despreciarse, las soluciones aproximadas siguientes:

– Flujo permanente alrededor de una esfera.

– Lubricación de un cojinete.

– Flujo alrededor de un obstáculo entre dos placas paralelas colocadas a una distancia pequeña (flujo de Hele-Shaw).

La configuración del flujo alrededor del obstáculo es casi idéntico con la del flujo irrotacional alrededor del mismo.

Finalmente en el otro extremo se encuentran los flujos laminares con fluídos de viscosidad muy pequeña, o en general, flujos a grandes números de Reynolds. En este caso la teoría de la capa límite de la que trataremos más adelante (Sec. 2.3.4) permite obtener soluciones de la ecuación de Navier-Stokes en otra multitud de casos.

2.2.2. Fluído ideal

Las ecuaciones (2-9) de Navier-Stokes para el fluído real son de una complejidad tal que la hidrodinámica clásica propuso una hipótesis simplificadora, que permitiera encontrar soluciones a los problemas de mecánica de fluídos, a saber la hipótesis del fluído ideal. *Fluído ideal es aquél que no tiene viscosidad.* La formulación de la hipótesis del fluído ideal es pues la siguiente: $\eta = 0$. En el movimiento de un fluído ideal dos capas de fluído en contacto, no experimentan fuerzas tangenciales (fuerzas de cizalladura), sino que actúan una sobre otra con fuerzas normales (presiones). Esto es equivalente a decir que un fluído perfecto no experimenta resistencia interior al cambio de forma, o a la deformación por esfuerzo cortante. No existe pues rozamiento interno entre unas capas de fluído y otras, ni disipación alguna de energía por esta causa. Además, cuando un sólido se mueve en el fluído ideal, o cuando éste se mueve alrededor de un sólido, la superficie del sólido no puede ejercer resistencia alguna al movimiento relativo del sólido y el fluído, ni se puede disipar energía alguna por rozamiento de ambos. La hipótesis del fluído ideal en Mecánica de Fluídos es una abstracción matemática como la hipótesis del *gas perfecto* en termodinámica. *Ningún fluído real cumple ni una ni otra condición.* El estudio del movimiento de un fluído ideal está matemáticamente muy desarrollado, y suministra en muchos casos una descripción satisfactoria de los movimientos reales. La mayor parte de las investigaciones teóricas en el campo de Mecánica de Fluídos y de las TM están basadas en la hipótesis del fluído ideal. El fluído ideal no es necesariamente incompresible, y su movimiento no está necesariamente ausente de torbellino, es decir, puede moverse con flujo rotacional. No obstante,

la teoría de las TMH se ha desarrollado, y así se desarrollará también en el presente libro, suponiendo un fluído ideal, incompresible e irrotacional.

Euler (1707-1783) estableció las ecuaciones del movimiento del fluído ideal y desarrolló la teoría matemática de estos fluídos. Su trabajo fué continuado por Lagrange (1736-1813).

2.2.3. Ecuaciones de Euler del fluído ideal

Si en la ecuación (2-8) hacemos $\nu = 0$ tendremos la expresión vectorial de las ecuaciones de Euler para fluído incompresible no viscoso

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} - \frac{1}{\rho}\nabla p \qquad (2\text{-}10)$$

(Expresión vectorial de la ecuación de Euler, fluído ideal e incompresible)

y en coordenadas cartesianas:

$$\frac{dv_x}{dt} = X - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{dv_y}{dt} = Y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} \qquad (2\text{-}11)$$

$$\frac{dv_z}{dt} = Z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}$$

(Ecuaciones de Euler, fluído ideal e incompresible)

En la Ec. (2-10):

–La aceleración total $\frac{d\vec{v}}{dt}$ puede transformarse así:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\nabla)\vec{v} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \nabla (1/2\, v^2) - \vec{v} \wedge \vec{\Omega} \qquad (1)$$

–Si la fuerza $\vec{F}$ es conservadora, es decir, si deriva de un potencial de fuerzas U, se podrá escribir:

$$\vec{F} = -\nabla U$$

o sea

$$X = -\frac{\partial U}{\partial x} \qquad Y = -\frac{\partial U}{\partial y} \qquad Z = -\frac{\partial U}{\partial z}$$

Haciendo estas sustituciones se tendrá:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} - \vec{v} \wedge \vec{\Omega} = -\nabla \left(\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} v^2 + U \right) \qquad (2\text{-}12)$$

(Expresión vectorial de las ecuaciones de Euler, fluído ideal, incompresible, fuerzas exteriores conservadoras)

2.2.4. Ecuaciones de la hidrostática: principio de Pascal

Las ecuaciones de la hidrostática son un caso particular de las ecuaciones del movimiento de Euler. En efecto si la aceleración es igual a cero, los primeros miembros de las Ecs. (2-11) se anulan, resultando:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \rho X = 0$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y} + \rho Y = 0 \qquad (2\text{-}13)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} + \rho Z = 0$$

(Ecuaciones diferenciales de la hidrostática)

Multiplicando las Ecs. (2-13) respectivamente por dx, dy, y dz se tendrá:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} dx + \rho X\, dx = 0$$

(1) La demostración de estas igualdades puede verse en L.M. MILNE-THOMSON, *Tratado de Hidrodinámica teórica*, traducción de C. Lago, Aguilar, Madrid 1951, p. 69.

$$-\frac{\partial p}{\partial y} dy + \rho Y\, dy = 0$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} dz + \rho Z\, dz = 0$$

Sumando las tres ecuaciones obtenemos

$$\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz = \rho\, (X\, dx + Y\, dy + Z\, dz) \qquad (2\text{-}14)$$

Puesto que la presión hidrostática es función solamente de las coordenadas del punto, $p = f(x, y, z)$, el primer miembro de la ecuación anterior es la diferencial exacta de la presión:

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz$$

y

$$dp = \rho\, (Xdx + Ydy + Zdz) \qquad (2\text{-}15)$$

Si el fluído es incompresible, $\rho = \text{const.}$, la Ec. (2-15) sólo tiene sentido si el segundo miembro también es una diferencial exacta, para lo cual es necesario que exista una función $U = f(x, y, z)$ tal que:

$$-\frac{\partial U}{\partial x} = X\,; \quad -\frac{\partial U}{\partial y} = Y \quad \text{y} \quad -\frac{\partial U}{\partial z} = Z$$

o sea que la fuerza resultante por unidad de masa de componentes X, Y, Z derive de un potencial de fuerzas U.

Por consiguiente un líquido puede encontrarse en equilibrio solamente cuando el sistema de las fuerzas por unidad de masa que actúan sobre él derivan de un potencial.

Consideremos el caso particular más importante con mucho en la práctica de un líquido en equilibrio sometido únicamente a las fuerzas de la gravedad, que son conservadoras y derivan de un potencial.

En la figura 2-3, se representa un recipiente que contiene un líquido de densidad ρ. Podemos suponer que la vasija está abierta a la atmósfera, en cuyo caso la presión que reina en la superficie libre del líquido es la presión atmosférica p_b; o bien que la vasija está cerrada, en cuyo caso la presión que reina en la superficie libre del líquido es una presión p_0 cualquiera. El eje z se escoge vertical y dirigido hacia arriba. Las componentes de las fuerzas exteriores por unidad de masa que actúan sobre el fluído son en este caso:

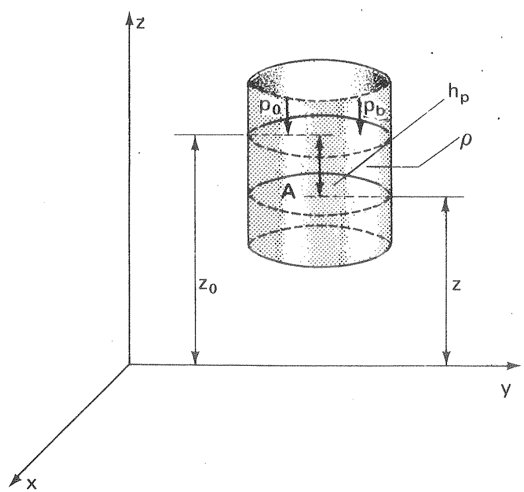


Fig. 2-3.—Ecuación fundamental de la hidrostática.

$$X = -\frac{\partial U}{\partial x} = 0 \qquad Y = -\frac{\partial U}{\partial y} = 0 \qquad Z = -\frac{\partial U}{\partial z} = -g$$

Sustituyendo en (2-15) se obtiene:

$$dp = -\rho g\, dz$$

o bien

$$\frac{1}{\rho g} dp + dz = 0$$

(Ecuación diferencial del equilibrio de un líquido bajo el influjo de la fuerza de la gravedad solamente)

Integrando tendremos:

$$z + \frac{p}{\rho g} = C \qquad (2\text{-}16)$$

la constante C se determina por las condiciones de contorno. En nuestro caso: para $z = z_0$ la presión es $p = p_0$, y por lo tanto la constante C valdrá:

$$C = z_0 + \frac{p_0}{\rho g}$$

Si la presión en la superficie libre es la presión atmosférica tendremos:

$$C = z_0 + \frac{p_b}{\rho g} = 0$$

o bien

$$g z_0 + \frac{p_b}{\rho} = Y_0 \qquad (2\text{-}17)$$

donde Y_0 constante, que tiene las dimensiones de una energía y si se utiliza la presión atmosférica como presión de referencia

$$C = z_0$$

La Ec. (2-16) en uno u otro caso se transforma en:

$$\frac{p_a}{\rho g} = \frac{p_b}{\rho g} + (z_0 - z)$$

o bien

$$\frac{p_r}{\rho g} = (z_0 - z) \qquad (2\text{-}18)$$

(Ecuación de la hidrostática o equilibrio de un fluído incompresible sometido a la fuerza de la gravedad solamente)

Las presiones p_a y p_r se denominan presiones absolutas o relativas, respectivamente; existiendo entre ambas la relación $p_a = p_r + p_b$. A la expresión $\frac{p}{\rho g}$ se la denomina altura de presión h_p (del punto A en la Fig. 2-3), y mide la distancia del punto a la superficie libre, o superficie sometida a la presión p_0.

Las dimensiones de la presión son:

$$[p] = [M]\,[L]^{-1}\,[T]^{-2} = [F]\,[L]^{-2}$$

y sus unidades son en el SI: $\frac{N}{m^2}$ (o bien su múltiplo el bar = 10^5 N/m²) y en el ST: $\frac{kp}{m^2}$ (o bien su múltiplo la atmósfera técnica o $\frac{k_p}{cm^2} = 10^4 \frac{k_p}{m^2}$) De la expresión para la altura de presión $h_p = \frac{p}{\rho g}$ se deduce que puede utilizarse el m o cualquier unidad de longitud como unidad de presión, con tal de especificar el líquido de que se trate. Así es corriente medir la presión en los manómetros en m de agua (m c.a) mm de mercurio (mm r c.m.), mm de agua, etc... (otros líquidos manométricos utilizados son el alcohol, glicerina, tetracloruro de carbono, parafina, etc...). Para obtener la presión en el SI, por ejemplo, bastará multiplicar dicha longitud en m por ρg (ρ — densidad del líquido de que se trate expresada en kg/m³). La presión de 760 mm c.m. = 1,013 bar se denomina presión normal, p_N.(1)

(1). Presión atmosférica media anual al nivel del mar.

Principio de Pascal.

Si en la Fig. 2-4, que representa dos cilindros con émbolos que pueden moverse libremente en los mismos, y con ajuste por otra parte hermético, suponemos que el área transversal de los émbolos A y B es respectivamente de 500 y 1000 cm^2, que el conducto que une entre sí los cilindros es suficientemente resistente y que el espacio interior en los cilindros y en la tubería está lleno de un fluído incompresible, por ejemplo, agua; si se le aplica al cilindro B una fuerza de 10 toneladas la

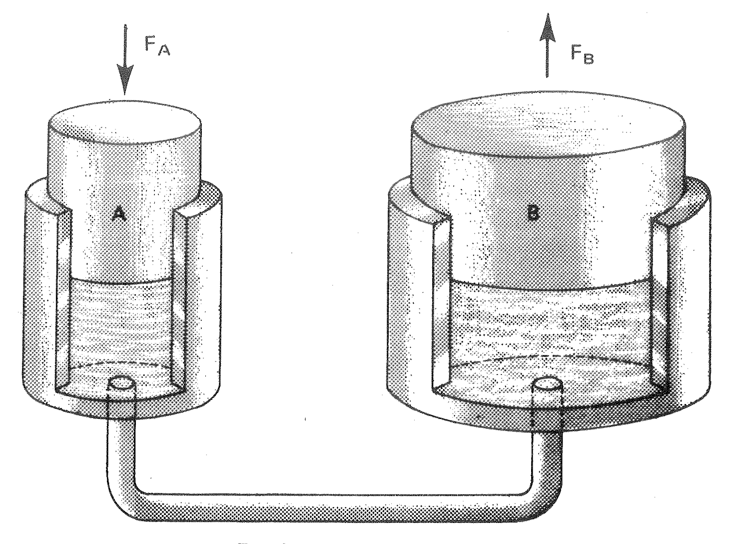


Fig. 2-4.–Principio de Pascal.

presión en la superficie superior del líquido del cilindro A, será de 10.000/500 = = 20 kg/cm^2. En efecto, según la Ec. (2-18) o ecuación fundamental de la hidrostática, siendo ρ, g y z_0 constantes, y en un mismo plano horizontal z constante también, la presión p es la misma. Este es el principio de Pascal que puede enunciarse así: "la presión aplicada en un punto de un líquido en reposo se transmite por igual a todos los puntos de este mismo líquido". (1)

(1) Este principio de Pascal, descubierto a mediados del siglo XVII, será más tarde el fundamento de una rama importantísima de la técnica, que ha adquirido un vasto desarrollo después de la última guerra mundial, conocida con los nombres de "Transmisiones y controles hidráulicos", "Hidráulica industrial" o "Potencia fluída". Sin embargo, hasta fines del siglo XVIII no se llegó a realizaciones prácticas importantes, porque no existía un émbolo que, sometido a alta presión, se moviera herméticamente en un cilindro hasta que el inglés Bramah descubrió una empaquetadura que lo hacía posible. A este invento de Bramah sucedió el del acumulador hidráulico en 1850 por Armstron. Posteriormente en 1873 el inglés Hastie descubrió la bomba y el motor de desplazamiento variable, que se emplean desde el año 1922 en las máquinas hidráulicas brochadoras. En la actualidad centenares de fabricantes en las naciones más industrializadas desarrollan nuevos tipos de bombas, motores, acumuladores, válvulas, al mismo tiempo que se diseñan nuevos circuitos hidráulicos, electrohidráulicos, hidroneumáticos, etc. para el automatismo de la industria. Las bombas y motores hidráulicos y neumáticos que se emplean en este campo de aplicaciones son casi exclusivamente del tipo de desplazamiento positivo y su estudio no pertenece a esta obra.

2.2.5. Ecuación de continuidad

Primera forma.

Consideremos una partícula de fluído de volumen infinitesimal $d\tau$ y densidad ρ. Su masa ha de permanecer constante cuando se desplaza en el espacio y a lo largo del tiempo, y por tanto su derivada total será nula:

$$\frac{d}{dt}(\rho\, d\tau) = 0 \qquad (2\text{-}19)$$

(Primera forma de la ecuación de continuidad o de conservación de la masa)

Si el volumen aumenta, la densidad disminuye y viceversa de manera que la Ec. (2-19) se cumpla siempre.

Segunda forma.

La ecuación de continuidad aplicable a todos los puntos del campo del fluído, excepto a los puntos singulares, fuentes o sumideros, puede también deducirse considerando una superficie cerrada fija S, toda ella dentro del fluído, que encierra un volumen V. En cada elemento de dicha superficie dS, $\vec{n}$ es el vector unitario normal a dicho elemento y dirigido hacia el interior. El flujo de masa hacia el interior de la superficie será:

$$\int_S \rho\, \vec{v}\, \vec{n}\, dS$$

y la masa de fluído contenida en el volumen total V será

$$\int_V \rho\, d\tau$$

Igualando el flujo hacia el interior del volumen V a la variación de la masa en dicho volumen se tendrá:

$$\int_S \rho\, \vec{v}\cdot\vec{n}\, dS = \frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho\, d\tau$$

Ahora bien, en virtud del teorema de Gauss:

$$\int_S \rho\, \vec{v}\cdot\vec{n}\, dS = -\int_V \nabla(\rho\vec{v})\, d\tau$$

y por tanto

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho\vec{v})\, d\tau = 0$$

Como la superficie S es arbitraria se podrá sustituir por cualquier otra trazada en su interior. Por lo tanto, en cada punto del fluído considerado se tendrá que verificar

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \nabla (\rho \vec{v}) = 0$$

(Segunda forma de la ecuación de continuidad)

Ahora bien

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla (\rho \vec{v}) = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \nabla \vec{v} + \vec{v} \cdot \nabla \rho = 0$$

Si el fluído es incompresible ($\rho = \text{cte}$) y el régimen permanente $\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0\right)$ se tendrá vectorialmente y en coordenadas cartesianas:

$$\nabla \vec{v} = 0$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \qquad (2\text{-}20)$$

(Ecuación de continuidad del fluído incompresible en régimen permanente)

Si el movimiento es irrotacional, como se demostrará en la Sec. 2.3.6.1, la eucación de continuidad toma la forma siguiente:

$$\nabla^2 \varphi = 0 \qquad (1)$$

o bien

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0$$

(Ecuación de continuidad, flujo incompresible, régimen permanente y movimiento irrotacional)

Finalmente en el movimiento bidimensional (véase la Sec. 2.3.6.2) la ecuación de continuidad se reduce a:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0$$

o en el movimiento irrotacional

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0$$

Tercera forma

En el caso de corriente unidimensional en régimen permanente, o en el método

(1) φ es el potencial de velocidad.

unidimensional de trabajo (Sec. 2.3.7), de uso corriente en el estudio de las TM, la ecuación de continuidad toma la forma sencilla que se encuentra en los textos elementales de hidráulica.

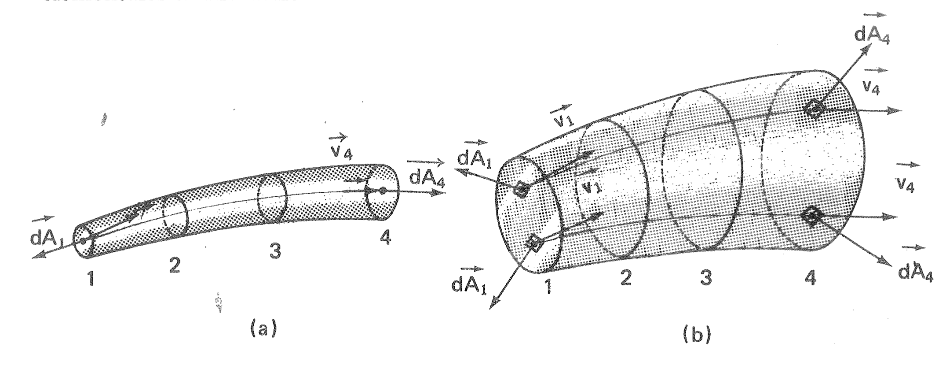


Fig. 2-5.—a) Filamento de corriente; b) Tubo de corriente.

La Fig. 2-5,a representa un filamento de corriente, o tubo de corriente de sección transversal infinitesimal. En el tiempo dt a través de la sección 1 de área dA_1 circula un volumen de fluído $dA_1 \cdot v_1 \cdot dt$ (volumen de un cilindro de base dA_1 y altura $v_1 \cdot dt$, o longitud recorrida por las partículas de líquido que pasan por dA_1 en el tiempo dt). En el mismo tiempo atraviesa la sección dA_2 el volumen de fluído $dA_2 \cdot v_2 \cdot dt$. Análogamente a través de las secciones dA_3, dA_4, etc... Como las secciones dA_1, dA_2, etc... permanecen invariables (régimen permanente), las paredes laterales del tubo son impenetrables (definición del tubo de corriente) y el líquido es incompresible, los citados volúmenes serán iguales, es decir

$$dA_1 \; v_1 \; dt = dA_2 \; v_2 \; dt = dA_3 \; v_3 \; dt = \ldots \qquad (2\text{-}21)$$

y por tanto

$$dA_1 \; v_1 = dA_2 \; v_2 = dA_3 \; v_3 = \ldots \qquad (2\text{-}22)$$

o bien

$$dA \cdot v = \text{cte} \qquad (2\text{-}23)$$

Si se trata de un tubo de corriente de área transversal finita (Fig. 2-5,b), integrando la expresión (2-22), se tendrá:

$$\int_{A_1} v_1 \, dA_1 = \int_{A_2} v_2 \, dA_2 = \int_{A_3} v_3 \, dA_3 = \ldots \qquad (2\text{-}24)$$

A la integral $\int_A v dA$, o flujo a través del área A, se le denomina *caudal volumétrico*, o simplemente *caudal*, cuyas unidades son m^3/s (SI y ST).

De las Ecs. (2-24) se deduce

$$Q = V_1 A_1 = V_2 A_2 = V_3 A_3 = \ldots$$

donde V_1, V_2, V_3... velocidades medias en las Secs. A_1, A_2, A_3. La ecuación anterior es equivalente a:

$$Q = VA = \text{cte} \qquad (2\text{-}25)$$

(Ecuación de continuidad, régimen permanente, fluído incompresible, método unidimensional)

En el fluído compresible, el volumen a través de cada sección de un filamento o tubo de corriente no es necesariamente constante, sino la masa; y en vez de la Ec. (2-23) se deberá escribir $\rho\, dA\, v = cte$, y, en vez de la Ec. (2-25) $\rho\, VA = cte$. Al producto $\rho\, VA$ se le denomina caudal másico G. En particular en el método unidimensional de estudio de las TMT se emplea la ecuación de continuidad en la forma $G = cte$ (el caudal másico es constante); mientras que en las TMH emplearemos la ecuación $Q = cte$ (el caudal volumétrico es constante). Obviamente en las TMH se cumple también la ecuación $G = cte$; pero la ecuación $Q = cte$ no se cumple en las TMT. (1)

2.3. Métodos de estudio

2.3.1. Tipos de flujo. Trayectorias, líneas de corriente y líneas de trazos

Por cada punto fijo del espacio ocupado por el fluído van pasando sucesivamente en cada instante partículas de fluído.

a) Si la velocidad de las partículas que pasan por un punto son iguales en magnitud y dirección a lo largo del tiempo; aunque varíe en el espacio de un punto a otro del campo del fluído; es decir, si $\vec{v}$ no es función de t, sino que $\vec{v} = f(x, y, z)$ solamente se denominará el *flujo permanente*. La condición matemática del flujo permanente es, pues, $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = 0$. Lo que se dice de la velocidad se aplica también a las restantes propiedades del fluído, como la presión, densidad, temperatura, etc., verificándose por tanto también en el movimiento permanente:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = 0 \qquad \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \qquad \frac{\partial \theta}{\partial t} = 0 \quad \text{etc...}$$

b) Si la velocidad de las partículas que pasan por un punto cualquiera varía con el tiempo en magnitud y dirección se denominará el *flujo variable*. La condición matemática del flujo variable es, pues, que en algún punto del campo fluído $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \neq 0$.

(1) En las B de agua caliente (B de alimentación de calderas, etc...), en las que las temperaturas del agua pueden estar comprendidas entre los 100 y 400 °C se utiliza por excepción con frecuencia, en lugar del *caudal volumétrico*, el *caudal másico* referido a la densidad $\rho = 917{,}2$ kg/m^3 (correspondiente al agua a la temperatura de 150 °C).

En el régimen turbulento que definiremos más adelante (Sec. 2.3.3), debido al movimiento errático de las partículas del fluído, se puede aún hablar de régimen permanente, si se amplía la definición de este último como haremos en dicho lugar.

El estudio del régimen variable es muy complejo. En el estudio de las TM suele considerarse generalmente el régimen permanente a no ser que expresamente se indique lo contrario. En la puesta en marcha de una B, por ejemplo, el flujo en el conducto de impulsión es transitorio o variable. A los pocos segundos se establece el régimen permanente. Tanto los flujos permanentes como los variables pueden a su vez subclasificarse en uniformes y no uniformes.

El flujo *uniforme* tiene lugar cuando el vector velocidad en un mismo instante no varía en magnitud ni dirección en el espacio. Matemáticamente, si s representa una dirección cualquiera $\frac{\partial \vec{v}}{\partial s} = 0$. Si además el vector velocidad no varía en el tiempo $\left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = 0\right)$ se tendrá el flujo *uniforme permanente*, y si varía en el tiempo $\left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \neq 0\right)$, se tendrá el *flujo uniforme variable*.

El *flujo no uniforme* tiene lugar en caso contrario. En él al menos en alguna dirección $\frac{\partial \vec{v}}{\partial s} \neq 0$. El flujo no uniforme puede ser también *flujo no uniforme permanente o variable*, según los casos.

El flujo real en el interior de un contorno fijo abierto o cerrado (tubería o canal) estrictamente nunca es uniforme, porque la velocidad en contacto con el contorno es siempre cero. El movimiento estrictamente uniforme del fluído ideal será estudiado en la Sec. 2.3.6.2. Sin embargo, si las secciones transversales del conducto son iguales, y las velocidades medias son también iguales en un instante determinado, el flujo se denomina también uniforme.

El líquido en la tubería de aspiración o de impulsión de sección constante de una B fluye con flujo uniforme. Si se abre más la válvula de impulsión para que aumente el caudal el flujo será uniforme variable. Si la tubería tiene una reducción de diámetro el flujo en la contracción es no uniforme.

Línea de corriente es una línea, en general no plana, tangente a los vectores de velocidad del fluído en cada punto (Fig. 2-6).

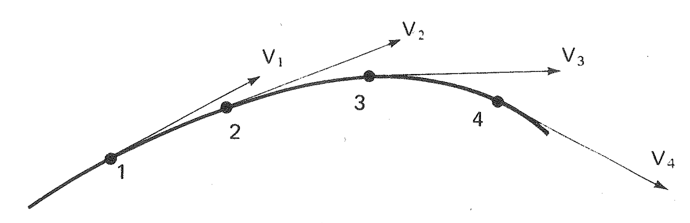


Fig. 2-6.– Línea de corriente.

Trayectoria de una partícula de fluído es la curva que describe dicha partícula en su movimiento.

La trayectoria viene dada en coordenadas paramétricas por las coordenadas x, y, z en función del tiempo. Si se conocen las componentes de la velocidad en función del tiempo, las ecuaciones paramétricas de la trayectoria serán pues:

$$x = \int_{to}^{t} v_x \, dt$$

$$y = \int_{to}^{t} v_y \, dt$$

$$z = \int_{to}^{t} v_z \, dt$$

En Mecánica de Fluídos, y en particular en el desarrollo de las TM, se emplean técnicas experimentales que permiten visualizar la corriente, mediante la inyección de un colorante, o de humo (túneles de humo: véase Fig. 2-7), o espolvoreando la corriente con confetti, partículas de aluminio, etc... A fin de comprender el significado de algunos de estos métodos es conveniente definir además de las líneas de corriente y las trayectorias las denominadas líneas de trazos.

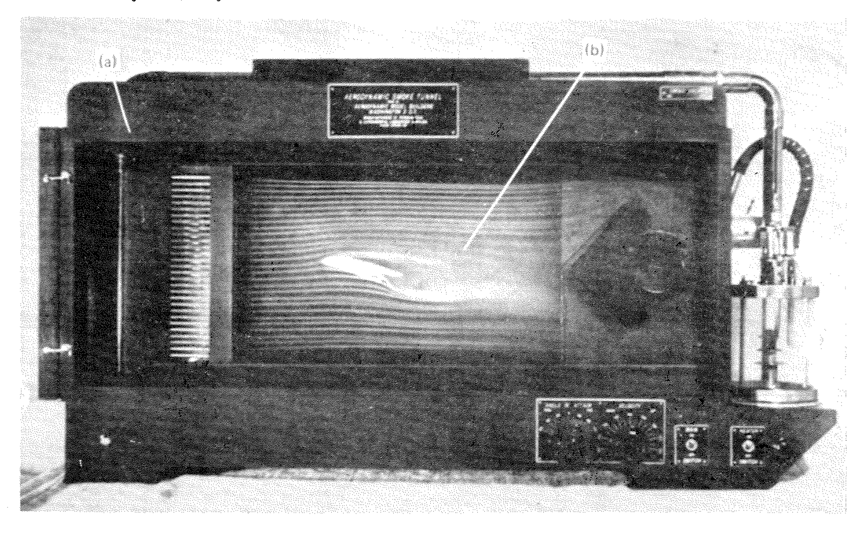


Fig. 2-7.–Pequeño túnel de humo portátil construído por Precision Instrument Company, Inc., USA, para visualización y fotografía de flujos sobre modelos. El humo es producido por un pequeño quemador de petróleo, con densidad de humo graduable.

Línea de trazos, en un instante determinado, es el lugar geométrico de los puntos pertenecientes a las trayectorias de las partículas que pasaron por un punto fijo del espacio, por ejemplo, de las partículas de aire que pasaron por uno de los tubos de inyección de humo en el túnel de la Fig. 2-7.

Es fácil ver que en el movimiento permanente las líneas de corriente, trayectorias y líneas de trazos coinciden; pero en el movimiento variable no.

Si en un modelo hidráulico realizado para estudiar la modificación del curso de un río se espolvorea la corriente con partículas de aluminio, iluminando intensamente el modelo, en una foto sacada con velocidad de exposición conveniente, en el intervalo de la exposición cada partícula de aluminio dejará un *trazo* en la foto, que tendrá la dirección de la velocidad del flujo en cada punto, y el conjunto constituirá una foto de las *líneas de corriente instantáneas*. Si el movimiento es variable la configuración de corriente retratada en la foto siguiente será distinta. En este último caso (régimen variable) la foto no representa las trayectorias, porque, cuando la partícula, que se mueve inicialmente según una línea de corriente, llega a un cierto punto donde la velocidad ha cambiado, se moverá en la dirección marcada por esta última. En cuanto a las líneas de trazos la foto sacada en un túnel de humo con cuatro tubos de inyección, por ejemplo, nos dará cuatro líneas que son las líneas de trazos en el instante. Si el régimen es variable la configuración de líneas de trazos en diversos instantes de tiempo será distinta.

En cada punto del campo del fluído existe una partícula de fluído, y por tanto una velocidad y una línea de corriente que pasa por dicho punto. El estudio teórico y experimental de los flujos planos o bidimensionales, de gran interés para el desarrollo de las TM, se lleva a cabo muchas veces, como veremos en las Secs. 2.3.6. y siguientes, trazando las líneas de corriente. Se denomina *configuración de corriente* alrededor de un contorno (por ejemplo perfil de ala de avión) o en el interior de un contorno (por ejemplo en el interior del conducto formado por dos álabes de una B) al dibujo formado por las líneas de corriente. Estas se trazan suficientemente distanciadas para que el dibujo no sea confuso y suficientemente próximas para que el dibujo tenga mayor detalle. En su trazado se emplea corrientemente la norma siguiente: *el caudal que fluye entre dos líneas de corriente consecutivas es constante*. En el flujo irrotacional, el trazado de la línea de corriente se facilita con el trazado de las líneas equipotenciales que junto con las líneas de corriente forman la red de corriente (véase la Sec. 2.3.6.5). En resumen: a) en el régimen permanente las líneas de corriente no varían con el tiempo; b) en el régimen variable las líneas de corriente varían con el tiempo; c) en el régimen uniforme las líneas de corriente son paralelas y equidistantes; d) en el régimen no uniforme y acelerado; las líneas de corriente convergen; e) en el movimiento no uniforme y decelerado las líneas de corrientes divergen. Como el vector velocidad tiene la dirección de la tangente a la línea de corriente, según la definición de esta última, sus cosenos directores y los de la tangente serán los mismos; es decir:

$$\frac{dx}{v_x} = \frac{dy}{v_y} = \frac{dz}{v_z} \qquad (2\text{-}26)$$

(Ecuaciones diferenciales de la línea de corriente)

Tubo de corriente, es un tubo material limitado por paredes sólidas o imaginarias (del fluído mismo), formado por todas las líneas de corriente que pasan por los puntos de una curva cerrada.

Filamento de corriente es un tubo de corriente de sección transversal infinitesimal. En la figura 2-8, el tubo MN de áreas transversales $A_1 A_2 A_3$... es un tubo de corriente, y el tubo mn de áreas transversales dA_1, dA_2, dA_3... es un filamento de corriente.

En flujo permanente un tubo de corriente está fijo en el espacio, y siendo por definición tangente a la velocidad del fluído en cada punto, ésta no puede tener componente normal al tubo y el flujo a través del tubo es nulo; de ahí el nombre de "tubo de corriente".

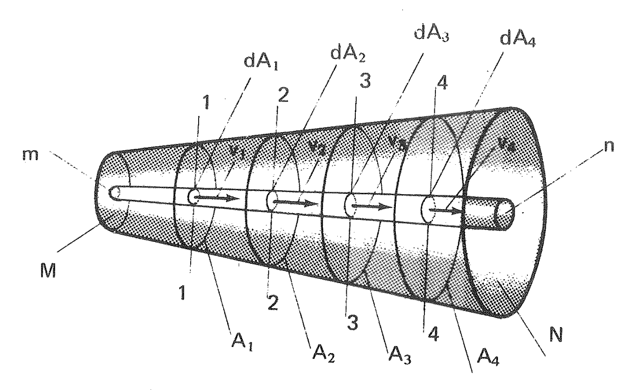


Fig. 2-8.—Filamento de corriente en un tubo de corriente.

En general una superficie a través de la cual no puede haber flujo es una *superficie de corriente,* que cuando tiene forma de tubo se denomina tubo de corriente.

2.3.2. Métodos de Lagrange y de Euler

Existen dos métodos para estudiar el movimiento de un fluído: el método de Lagrange y el método de Euler.

El método de Lagrange estudia el movimiento de cada partícula individual de fluído, considerado como un punto material de un cierto volumen en movimiento, integrado todo él por partículas de fluído. Se estudia el movimiento de cada partícula individual a lo largo del tiempo, y se investiga la variación con el tiempo de las diferentes magnitudes (velocidad, densidad, etc.); así como la variación de estas mismas magnitudes de una partícula a otra. Para ello cada magnitud se considera función del tiempo y de las coordenadas espaciales a, b, c, que sirven para individualizar cada partícula. Estas coordenadas son las coordenadas cartesianas, referidas a ejes fijos, del punto en el espacio que ocupa cada partícula en un cierto instante t_0. Las ecuaciones del movimiento serán pues:

$$\begin{aligned} x &= f_1\ (a, b, c, t) \\ y &= f_2\ (a, b, c, t) \\ z &= f_3\ (a, b, c, t) \end{aligned} \qquad (2\text{-}27)$$

verificándose para $t = t_0$:

$$\begin{aligned} a &= f_1\ (a, b, c, t) \\ b &= f_2\ (a, b, c, t) \\ c &= f_3\ (a, b, c, t) \end{aligned} \qquad (2\text{-}28)$$

Así mismo para la densidad se tendrá:

$$\rho = f_4\ (a, b, c, t) \qquad (2\text{-}29)$$

y lo mismo para las restantes magnitudes.

En este método las coordenadas de la velocidad son:

$$v_x = \frac{\partial f_1\ (a, b, c, t)}{\partial t}$$

$$v_y = \frac{\partial f_2\ (a, b, c, t)}{\partial t}$$

$$v_z = \frac{\partial f_3\ (a, b, c, t)}{\partial t}$$

El método de Lagrange busca la solución total del problema; pero en la mayoría de los casos, la obtención de las Ecs. (2-27) y (2-28) es imposible.

En el *método de Euler* se estudia la configuración del movimiento en un cierto espacio fijo ocupado por el fluído, y se investigan las características del movimiento en cada punto fijo del mismo a lo largo del tiempo, así como la variación de estas características de un punto a otro. Dicho de otra manera las magnitudes que caracterizan el movimiento y en particular la velocidad son funciones del punto y del tiempo:

$$\begin{aligned} v_x &= f_1\ (x, y, z, t) \\ v_y &= f_2\ (x, y, z, t) \\ v_z &= f_3\ (x, y, z, t) \end{aligned}$$

El objeto del método de Euler es el estudio de los campos que caracterizan el movimiento: el campo de velocidades, de aceleración, etc... Este método, más sencillo que el anterior, resulta en muchos casos plenamente satisfactorio.

2.3.3. Régimen laminar y turbulento

A fines del siglo pasado el físico inglés Reynolds realizó su famoso experimento, según el esquema que se muestra en la Fig. 2-9. Un tubo de vidrio de embocadura abocinada termina en una válvula. El tubo se alimenta de un depósito, a su vez alimentado de manera que el nivel de agua en él se mantenga constante. En la embocadura del tubo de vidrio se introduce un colorante. Al abrir la válvula aumenta la velocidad del agua.

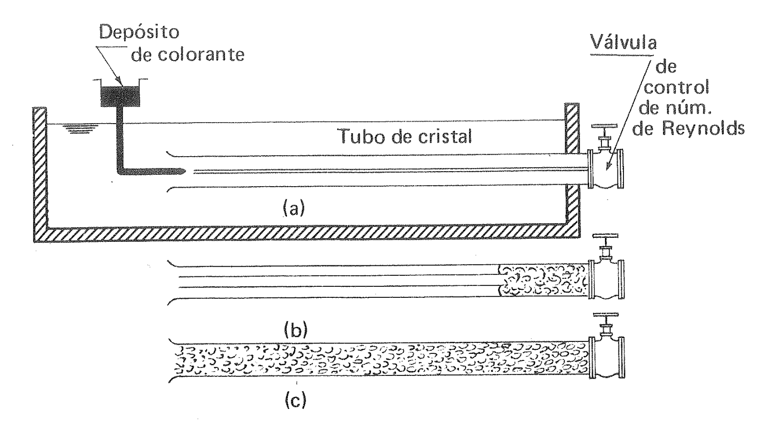


Fig. 2-9.—Experimento de Reynolds. El tránsito de corriente laminar a turbulenta tiene lugar aproximadamente a R = 2000.

—En (a) la velocidad es pequeña, y la corriente es tan ordenada (*corriente laminar*) que el hilo de corriente visible, gracias al colorante, constituye prácticamente una recta.

—En (b) se empiezan a crear remolinos junto a la válvula, propagándose la turbulencia aguas arriba, a medida que la velocidad del agua aumenta.

—En (c) el movimiento del fluído es tan desordenado que se mezcla el colorante con el líquido quedando todo el tubo coloreado (*corriente turbulenta*). El experimento puede repetirse con tubería de distintos diámetros y con distintos fluídos. Se observa entonces que el tránsito de corriente laminar a turbulenta no depende sólo de la velocidad del fluído, que puede ser distinta en cada caso, sino de un número adimensional característico del influjo de la viscosidad en el fenómeno, y que se denomina, en atención a su inventor, *número de Reynolds:*

$$R = \frac{V\,L}{\nu}$$

donde V — velocidad media característica de la corriente
L — longitud característica; en este caso diámetro de la tubería
$\nu = \eta/\rho$ — viscosidad cinemática del fluído.

Cuanto mayor es el número de Reynolds menor es el influjo de la viscosidad. Siendo ésta la característica más importante del fluído real, se echa de ver la importancia excepcional de este parámetro en el estudio de las TM, por lo cual se tratará de él más extensamente en la Sec. 2.3.8.4. El experimento anterior le sirvió a Reynolds para determinar el denominado *número crítico inferior de Reynolds* $R_c = 2000$, o sea aquel número por debajo del cual la corriente es *siempre laminar*. Reynolds eliminando las causas de perturbación (vibraciones, etc...) logró mantener corriente laminar sólo hasta R = 12000. Por encima de este valor o número *crítico superior de Reynolds*, la corriente sería siempre *turbulenta*. Posteriormente, multiplicando las precauciones para eliminar las perturbaciones (mesa de trabajo sobre aisladores de resorte, etc...), se ha conseguido corriente laminar hasta con R = 40.000, y es muy posible que pudiera obtenerse corriente laminar con valores de R aún mayores; por lo cual el número crítico superior queda indeterminado. Se trata de una cuestión más académica que técnica, porque en la práctica las perturbaciones existentes provocan enseguida la turbulencia al pasar el dintel del número crítico inferior $R_c = 2000$, único que tiene verdadero interés.

El flujo laminar y turbulento, que pasamos a describir, no es exclusivo del flujo en las tuberías; sino que se aplica a todo flujo en general; así podemos hablar del flujo turbulento en una B, del flujo laminar en un intersticio de una TM.

—*El flujo laminar* es un flujo ordenado, estratificado, que tiene lugar en láminas o capas paralelas. Así, por ejemplo, (Fig. 2-9), el flujo de aceite lubricante a pequeña velocidad por una tubería de pequeño diámetro (R pequeño) se desarrolla ordenadamente en capas cilíndricas concéntricas, que se desplazan unas con relación a las otras con velocidad decreciente, desde el eje (velocidad máxima) hasta la capa adyacente a la tubería (velocidad cero).

—El *flujo turbulento* es un flujo desordenado y caótico. Así por ejemplo el flujo de agua a velocidad grande por tubería de gran diámetro (R elevado) es tal que las trayectorias de las partículas líquidas se rizan entre sí.

Al llegar aquí conviene ampliar la definición de régimen permanente dada en la Sec. 2.3.1. Aunque el régimen turbulento estrictamente nunca es permanente, a causa de las fluctuaciones de la velocidad en cada punto, en sentido amplio será permanente cuando la velocidad media temporal en cada punto

$$\vec{v}_m = \frac{1}{t}\int_0^t \vec{v}\,dt$$

se mantenga constante con el tiempo, es decir, siempre que

$$\frac{\partial \vec{v}_m}{\partial t} = 0$$

Los regímenes laminar y turbulento no se refieren, si se nos permite la expresión, a la observación "macroscópica" de la corriente. Así en la corriente turbulenta

permanente de aire en un conducto de sección circular constante una sonda normal de velocidad (tubo de Prandl, véase la Sec. 2.3.7.2) detecta en cada punto la velocidad media temporal, que en este caso es constante, y tiene la dirección del eje de la tubería. Una sonda más sensible (anemómetro de hilo caliente), sin embargo, detecta las fluctuaciones temporales de la velocidad. En el régimen turbulento la velocidad en cada punto tiene tres componentes, que varían en función del tiempo. La Fig. 2-10 representa un taquigrama (observación "microscópica") de la componente v_x, según el eje de la tubería. En el régimen turbulento permanente la velocidad instantánea v_x es función del tiempo, pero la media temporal v_{xm} es constante.

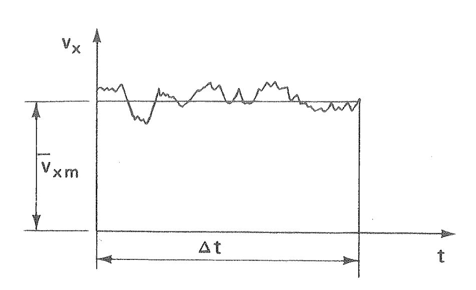


Fig. 2-10.–Componente v_x de la velocidad de una partícula de fluído en función del tiempo en régimen turbulento; v_{xm} es la velocidad *cuadrática media* según el eje x en el intervalo Δt.

Mientras que el comportamiento de un fluído real en régimen laminar difiere en gran manera del comportamiento del fluído ideal; el de un fluído real en régimen turbulento se aproxima en gran manera al del fluído ideal irrotacional excepto en la capa o película cercana al contorno, donde únicamente las fuerzas de viscosidad se hacen sentir apreciablemente, como enseña la *teoría de la capa límite,* fundamento de la moderna Mecánica de Fluídos y de gran importancia también en el estudio de las TM.

2.3.4. Teoría de la capa límite de Prandtl

Más adelante (Sec. 2.3.6.3.2) estudiaremos la configuración de corriente en torno a un cilindro circular creada por la superposición de una corriente uniforme en el infinito, de velocidad normal al eje del cilindro, y de un torbellino potencial en torno del mismo. Posteriormente aplicando a este resultado la ecuación de Bernoulli llegaremos al resultado de que un cilindro que se mueve en un fluído ideal no experimenta resistencia alguna al movimiento, es decir no experimenta fuerza de arrastre alguna. Este resultado contrario a la experiencia se denomina *paradoja de D'Alembert* (véase la Sec. 2.3.7.2, sexta aplicación). Lo paradógico consiste en que hay fluídos reales muy pocos viscosos, tales como el aire y el agua (por cierto los dos fluídos más importantes en ingeniería: aeronáutica, ingeniería naval, etc.), que deberían comportarse como fluídos ideales, mostrando contra toda lógica la experiencia que en ellos se desarrolla una fuerza de arrastre considerable. Esta paradoja, junto a la deficiencia de la teoría del fluído ideal en resolver los problemas prácticos de ingeniería hidráulica, tales como la pérdida de carga en tuberías y canales, fue causa de que al lado de la *Hidrodinámica Teórica,* se desarrollará la ciencia experimental de la *Hidráulica Práctica.*

La paradoja de D'Alembert quedó brillantemente explicada cuando Prandtl leyó su Memoria: "Movimiento de un fluído con fricción muy pequeña" en el Congreso matemático de Heidelberg (1). En esta Memoria expone el autor brillantemente su nueva *teoría de la capa límite,* que realizó la fusión de la teoría y el experimento de la Hidrodinámica Teórica y de la Hidráulica Práctica, y abrió vastos horizontes a la investigación, hasta el punto de haber merecido para su autor el nombre del padre de la Hidrodinámica moderna.

Supongamos un cuerpo sólido, tal como el cilindro circular anteriormente mencionado, o el perfil de ala de avión de la Fig. 2-11, que se mueve con movimiento uniforme en un fluído. El problema mecánico no se altera, si se suma al conjunto de contorno y fluído una velocidad igual y opuesta a la del contorno, con lo cual este último queda en reposo y el fluído se mueve con velocidad uniforme en el infinito, creando en torno al contorno una configuración de corriente, a la cual corresponde en particular una distribución de velocidades en cada punto del contorno.

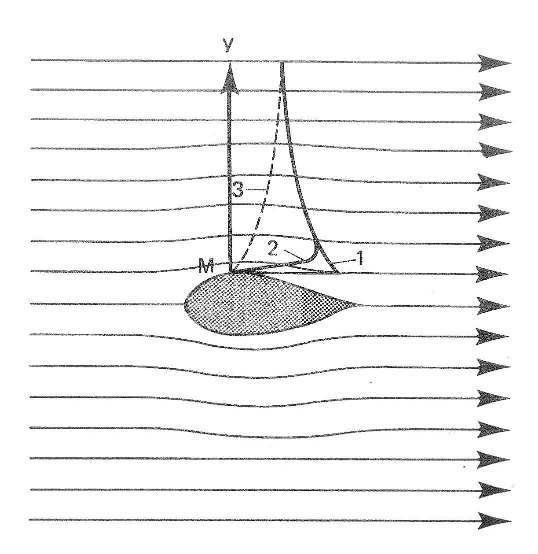


Fig. 2-11.–*Distribución de velocidades* a lo largo de la normal My en las proximidades de un perfil hidrodinámico: curva 1: distribución hiperbólica (fluído ideal); curva 2: distribución logarítmica (fluído real poco viscoso: aire, agua...); curva 3: distribución parabólica (fluído viscoso).

En la Fig. 2-11 se ha trazado en un punto M del perfil la perpendicular al contorno. El lugar geométrico de los extremos de los vectores de velocidad de los puntos del fluído en dicha perpendicular se encuentra según el fluído de que se trate, en las curvas 1, 2 ó 3:

- La curva 1 es la distribución de velocidades del fluído ideal irrotacional (*distribución hiperbólica*).
- La curva 2 es una distribución de velocidades típica de un fluído poco viscoso como aire y agua (*distribución logarítmica*).
- La curva 3 es una distribución de velocidades típicas de un fluído muy viscoso (*distribución parabólica*).

La configuración de la corriente en los fluídos poco viscosos (aire y agua) se diferencia, pues, muy poco de la del fluído ideal; pero a una distancia muy peque-

(1) L. PRANDTL, *Über Flüssigkeits Bewegung bei sehr kleiner Reibung* "Verhandl. III, Intern. Math-Kongr., Heidelberg, 1904.

ña del contorno (véase la curva 2) el fluído se retarda reduciéndose bruscamente la velocidad hasta anularse en el contorno. La capa delgada en la que el gradiente de velocidad es apreciable se denomina la *capa límite*.

En todo fluído real, aún en los muy poco viscosos, que se mueve sobre un cuerpo sólido, la velocidad relativa del fluído con relación al contorno es 0.

Supongamos a continuación para más sencillez que el fluído real que fluye alrededor del perfil de la Fig. 2-11 es Newtoniano (1). Entonces en cada punto del fluído

$$\tau = \eta \frac{dv}{dy}$$

En los fluídos poco viscosos η es muy pequeño; pero en la *capa límite* el gradiente de velocidad es muy elevado, y el esfuerzo cortante y el rozamiento adquieren valores grandes.

He aquí las consecuencias más importantes de la teoría de la capa límite:

1.ª) *Método de la red de corriente aplicable al fluído poco viscoso*

Según esta teoría: si imaginariamente separamos en el fluído que circula alrededor del cuerpo una *capa* cuya anchura δ en cada punto se mide en la normal al contorno hacia el exterior, y prolongamos esta capa corriente abajo, como se muestra en la Fig. 2-12; el campo de velocidad alrededor del cuerpo imaginario obtenido adicionando al cuerpo real esta *capa límite* coincide prácticamente con el campo de velocidades del fluído ideal irrotacional.

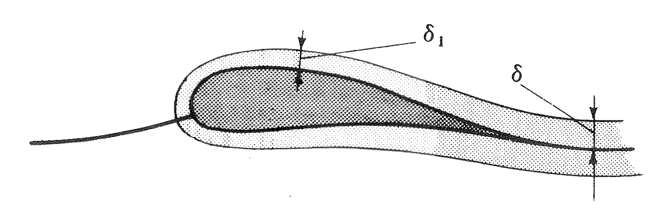


Fig. 2-12.–*Espesor δ de la capa límite* en torno a un perfil hidrodinámico.

El primer campo vastísimo de aplicación de gran interés en el desarrollo de las TM es el campo de los flujos bidimensionales, que se estudiarán en la Sec. 2.3.6. Existen métodos analíticos y experimentales que permiten trazar las líneas de corriente alrededor de un contorno cualquiera en el fluído ideal en flujo irrotacional. Aplicando a continuación la ecuación de Bernoulli (véase la Sec. 2.3.7.1.

(1) Fluído Mewtoniano es el que obedece a la ecuación $\tau = \eta \frac{dv}{dy}$. Los fluídos, cuyo estudio presenta interés en ingeniería son Newtonianos (aire, agua, petróleo, etc...)

y ss.) es posible deducir la distribución de presiones, lo que presenta obviamente un gran interés. Según la teoría de la capa límite esto mismo es aplicable sin más al fluído real de poca viscosidad (o con corriente de número de Reynolds elevado), porque *la configuración de corriente es prácticamente la misma.* Solamente en el fluído real habrá de tenerse siempre en cuenta el denominado *rozamiento de película en la capa límite.*

2.ª *Simplificación de las ecuaciones de Navier-Stokes*

En el movimiento bidimensional considerando el flujo paralelo al plano x, y, y despreciando las fuerzas extrañas, las ecuaciones de Navier-Stokes [Ec. (2-9)] se convierten en:

$$\eta\left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}\right)=\frac{\partial p}{\partial x}+\rho\left(\frac{\partial v_x}{\partial t}+v_x\frac{\partial v_x}{\partial x}+v_y\frac{\partial v_y}{\partial y}\right)$$

$$\eta\left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2}\right)=\frac{\partial p}{\partial y}+\rho\left(\frac{\partial v_y}{\partial t}+v_x\frac{\partial v_y}{\partial x}+v_y\frac{\partial v_y}{\partial y}\right) \qquad (2\text{-}30)$$

que junto con la ecuación de continuidad

$$\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}=0$$

han de satisfacerse en la *capa límite.* Basándose en la teoría de la capa límite, despreciando algunos términos y realizando algunas transformaciones (1), las Ecs. (2-30) se reducen a

$$\eta\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}=\frac{\partial p}{\partial x}+\left(v_x\frac{\partial v_x}{\partial x}+v_y\frac{\partial v_y}{\partial y}+\frac{\partial v_x}{\partial t}\right)$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}=0$$

(Fluído real, número de Reynolds elevado, flujo bidimensional)

Se denomina convencionalmente *espesor de la capa límite* δ a la distancia al contorno del punto en que la velocidad difiere en 1% de la velocidad de la corriente ideal. Este espesor es del orden dec $\left(\frac{\ell}{\sqrt{R}}\right)$

donde ℓ – distancia del borde de ataque hasta el punto de la superficie donde el espesor es igual a δ

$R = V\ell/\nu$ – número de Reynolds

V – velocidad característica.

(1) Véase, por ejemplo, V.L. STREETER, *Fluid Dynamics*, McGraw Hill, New York, 1948.

Para el agua el número de Reynolds es 12,7 veces mayor que para el aire, para idénticos V, ℓ y presión de 760 mm. c.m. y temperatura de 15 °C. Correspondiente a esto, la capa límite del agua será 3,6 veces más ancha que la capa límite del aire, sin tener en cuenta su compresibilidad.

En la teoría de la capa límite se distingue, entre la capa límite donde tiene lugar la variación de velocidad: *capa límite dinámica* y la capa donde varía la temperatura: *capa límite térmica*. Además de la velocidad y la temperatura varían también las demás magnitudes que caracterizan el estado del fluído (densidad, etc.) En cambio la distribución de presiones varía muy poco. Esto permite en un fluído poco viscoso, obtenida la configuración de la corriente, *como si* el fluído fuera ideal e irrotacional, mediante la aplicación de la ecuación de Bernoulli, obtener la distribución de presiones en un contorno bañado por el fluído.

La *teoría de la capa límite* desarrollada en los veinte primeros años en el Instituto de Göttingen por Prandtl y sus discípulos, y posteriormente en Inglaterra y Estados Unidos, recibió un gran impulso en la segunda guerra mundial, e hizo posible los avances asombrosos de la aviación en nuestro siglo. Esta teoría, cuya bibliografía en la actualidad es abundatísima, ,coordinando la teoría con el experimento, permitió, como hemos ya indicado, la simplificación de las ecuaciones de Navier-Stokes, haciendo posible su integración en muchos casos. Por lo cual, junto con la teoría de los perfiles de ala y la nueva ciencia de la dinámica de gases constituyen las piedras fundamentales de la moderna Mecánica de Fluídos.

Multitud de problemas relacionados con el rozamiento, el coeficiente de transmisión del calor entre la superficie del cuerpo y el flujo que lo circunda, la temperatura del contorno bañado por el flujo, pueden resolverse por los métodos de la teoría de la capa límite. Para la resolución de estos problemas es suficiente considerar la viscosidad y la trasmisión del calor en una capa delgada adherida al contorno, en que la velocidad y la temperatura del líquido / gas varían rápidamente, es decir en la *capa límite*. Así mismo, problemas relacionados con el flujo en los conductos formados por los álabes de las TM pueden ser tratados también con ayuda de la *capa límite*, así como fenómenos tan distintos como el "calado" de un perfil al aumentar el ángulo de ataque y los problemas de transmisión del calor antes mencionados. Finalmente apenas hay campo de la Mecánica de Fluídos que no quede iluminado con esta teoría.

2.3.5. Rozamiento de superficie y de forma. Desprendimiento de la capa límite

El flujo laminar constituye el extremo opuesto del flujo ideal irrotacional. En el primero el flujo está determinado por las fuerzas de la viscosidad; mientras que en el segundo el efecto de estas fuerzas es nulo. En el flujo laminar el rozamiento originado por el esfuerzo cortante que las capas de fluído ejercen entre sí, origina una deformación de la configuración ideal o red de corriente. Por eso a este tipo de rozamiento se denomina *rozamiento por deformación*.

Entre ambos tipos extremos de flujo está el flujo turbulento, o flujo a elevado número de Reynolds, en el cual la deformación de la red de corriente es mínima, y prácticamente circunscrita a la *capa límite*, donde únicamente se hace sentir el rozamiento, que por ello se denomina rozamiento de película o *rozamiento de superficie*. Como este rozamiento no es distinto del rozamiento por deformación, sino el mismo, pero confinado a la capa límite, en este libro nos referiremos siempre a él con el nombre de rozamiento de superficie, ya que los flujos en las TM son generalmente turbulentos.

Si la noción de *capa límite* expuesta en la sección anterior explica el concepto de *rozamiento de superficie*, el fenómeno de *desprendimiento de la capa límite*, que exponemos a continuación, explicará el concepto de *rozamiento de forma*.

La experiencia enseña que si en el conducto representado en la foto de la Fig. 2-13 el flujo va de derecha a izquierda (conducto convergente) la aceleración del flujo compensa la deceleración causada por el esfuerzo cortante, y el flujo sigue fielmente al contorno. Si, como muestra la foto, el flujo tiene lugar de izquierda a derecha, conducto divergente, la presión aumenta en la dirección del movimiento, y el gradiente de presiones frena al flujo sumándose este efecto con la deceleración producida por el esfuerzo cortante. Entonces elflujo no sigue el contorno y tiene lugar el *desprendimiento de la capa límite*.

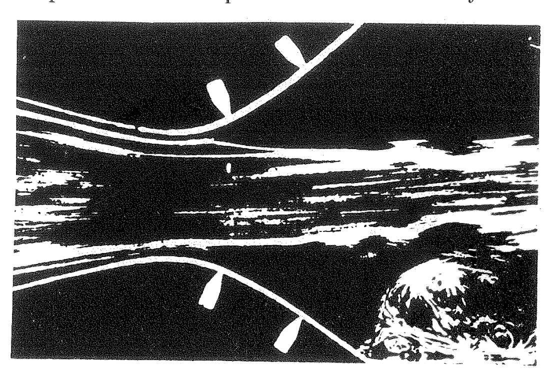
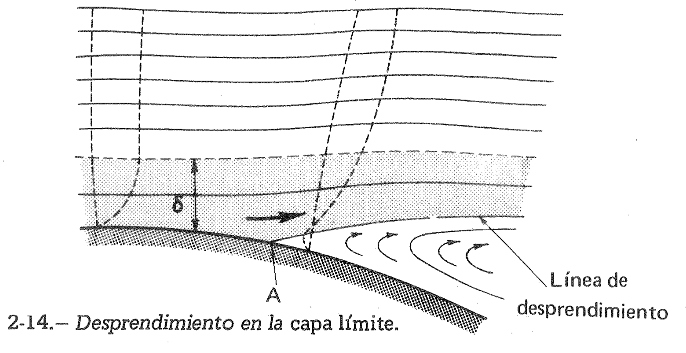


Fig. 2-13.–Fotografía del *flujo en una transición fuertemente divergente*. El flujo es de izquierda a derecha. El desprendimiento va acompañado de remolinos que intensifican la pérdida de energía de presión de la corriente.

Este fenómeno se explica en la Fig. 2-14. El flujo en las proximidades del contorno se decelera a causa de la viscosidad, hasta que en el punto A la velocidad se-



2-14.– *Desprendimiento en la capa límite.*

ría 0; al mismo tiempo la forma del contorno divergente exigiría aún mayor disminución de la velocidad; pero, siendo esto imposible, la capa límite se desprende, creándose simultáneamente un contraflujo en virtud del gradiente de presiones adverso. Aguas arriba la presión es más alta que aguas abajo. En el caso recíproco al representado en la Fig. 2-14, o sea con el fluído en reposo y el contorno en movimiento de derecha a izquierda, esta diferencia de presiones se opone al movimiento, es decir, el fluído crea una resistencia, que se denomina *resistencia de forma*. En el caso de la Fig. 2-14 parte de la energía del fluído se disipa por fricción en los remolinos originados en la zona de depresión, es decir, el fluído experimenta un *rozamiento de forma*, así llamado por depender de la forma del cuerpo.

El rozamiento de superficie es producido, directamente por la viscosidad; el rozamiento de forma directamente por el gradiente de presiones e indirectamente por la viscosidad, que junto con la forma adversa del contorno originan el *desprendimiento de la capa límite*. En resumen:

Rozamiento de superficie es el rozamiento debido a la deformación viscosa que en números elevados de Reynolds queda circunscrito prácticamente a la capa límite.

Rozamiento de forma es el rozamiento debido a un gradiente de presiones adverso que se origina al desprenderse la capa límite y que depende en gran parte de la forma del contorno.

Ambos tipos de rozamiento se presentan continuamente en la técnica tanto en el problema directo, líquido que se desplaza sobre un contorno sólido, como en el recíproco, sólido que se desplaza en un líquido. A este último pertenece la resistencia de forma y de superficie de los perfiles en aeronáutica e ingeniería naval. La resistencia al movimiento que experimenta un cilindro sumergido en un fluído real es debida en parte al rozamiento de superficie; pero sobre todo a la resistencia de forma porque el cilindro es una forma aerodinámicamente roma; por el contrario un perfil de ala de avión es una forma bien fuselada y la resistencia de forma podrá ser despreciable.

Estos dos tipos de rozamiento son los causantes de las pérdidas hidráulicas en las TM. Así, por ejemplo:

- si aumenta el número de álabes del rodete de una B, aumenta la resistencia de superficie al aumentar la superficie mojada; mientras que si disminuye aquél, aumenta la resistencia de forma, al estar la corriente peor guiada.
- si la B, como en la Fig. 2-15, funciona con caudal inferior al caudal para el cual ha sido diseñada, se produce el desprendimiento de la capa límite, creando un espacio muerto junto a la arista de salida del rodete, lo que produce disminución del rendimiento hidráulico.
- en una TMG (B, V, TC) la presión crece en la dirección del movimiento, estableciéndose un gradiente de presiones adverso, que favorece el desprendimiento; en las TMG el flujo es, pues, antinatural. Lo contrario sucede en las TMM (TH, TV, TG) en las cuales se alcanza más fácilmente mejor rendimiento.
- es más difícil proyectar los álabes divergentes de una B que los álabes convergentes de una T (peligro de desprendimiento en el primer caso).
- es más difícil alcanzar buen rendimiento en el tubo de aspiración divergente de una TF (peligro de desprendimiento) que en el inyector convergente de una TP.

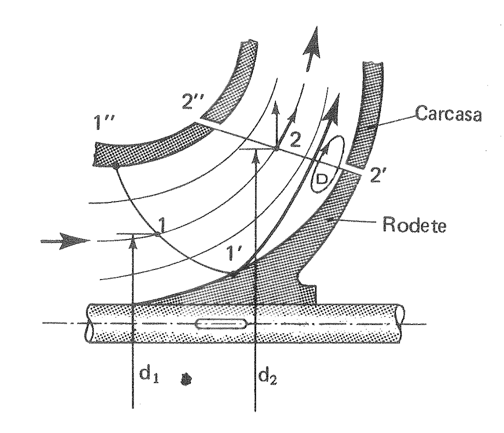


Fig. 2-15.–*Desprendimiento de la corriente a la entrada del rodete* de una B, que funciona con caudal inferior al caudal nominal.

2.3.6. Método de estudio bidimensional

Para construir una teoría viable de las TM se hacen cuatro hipótesis: las dos primeras se refieren al fluído y las otras dos al flujo. Las que se refieren al fluído son: fluído no viscoso o fluído ideal y fluído incomprensible; las que se refieren al flujo son: flujo permanente y flujo irrotacional. El método puramente experimental en el proyecto de una TMH a base de tanteos al azar en el banco de pruebas, teniendo como única guía un "cierto sentido común hidráulico", si en otro tiempo fue aceptable, por no existir otro método mejor, hoy día sería lento, inadecuado y anticientífico. Por otra parte un método matemático rigurosamente exacto, a base de las ecuaciones de Navier-Stokes es inabordable. Gracias, sin embargo, a las cuatro hipótesis enunciadas se obtienen las simplificaciones siguientes:

a) Si el fluído es ideal, es decir, no viscoso, y además incompresible, en vez de la ecuación vectorial (2-8), se obtiene la Ec. (2-10) mucho más sencilla.

b) Si el fluído es permanente e irrotacional, en vez de la Ec. (2-10), o equivalentemente en vez de las Ecs. (2-12), obtenemos la ecuación siguiente:

$$\nabla\left(\frac{p}{\rho}+\frac{1}{2}v^2+U\right)=0$$

que es todavía más sencilla.

Finalmente a la simplificación de muchos problemas de las TM contribuyen dos métodos de estudio muy frecuentemente empleados:

1) *El método bidimensional*

Flujo bidimensional es aquél en el cual la velocidad sólo tiene componentes en

un plano x, y careciendo de la componente normal z y en el cual además la configuración del flujo es idéntica en todos los planos paralelos al plano x,y. El *método bidimensional* en las TM es una simplificación del flujo real en los casos en que éste se aproxima al flujo bidimensional definido: este método es aplicable en las TM radiales y en las TMH axiales (estudio de la corriente en un desarrollo cilíndrico (véase la Sec. 10.1). El método bidimensional permite la aplicación de numerosos métodos matemáticos, gráficos, y experimentales, que estudiaremos a continuación; y permite obtener la configuración del flujo y el reparto de presiones de gran interés para el proyectista.

El movimiento real del fluído en el rodete de una TM radial (véase Sec. 1.6) es un movimiento plano, que se realiza en un plano transversal al eje, ya que con suficiente aproximación puede considerarse que la velocidad de una partícula en un punto cualquiera carece de componente axial. En una TM axial el movimiento de las partículas de fluído tienen lugar en cilindros circulares concéntricos con el eje de la máquina. Si en el primer caso se hace la hipótesis de que en todos los planos transversales el flujo es idéntico se podrá aplicar el método bidimensional. En el segundo caso, siendo el cilindro una superficie de revolución desarrollable, se podrá descomponer también el movimiento en varios (3, 5 ó 7) movimientos bidimensionales (véase Sec. 10.1).

2) *El método unidimensional,* del cual hablaremos en la Sec. 2.3.7. La ecuación de Bernoulli y la ecuación fundamental de las TM que utilizaremos constantemente en este libro son dos poderosos instrumentos de trabajo del método unidimensional.

Junto a las hipótesis y métodos de trabajo enunciados debe figurar el análisis dimensional, del que trataremos en las Secs. 2.3.8 y ss., que guía, simplifica y ordena los ensayos experimentales, sin los cuales las TMH no hubieran alcanzado el desarrollo actual.

2.3.6.1. Función de corriente, flujo irrotacional y función potencial: potencial complejo

De las ecuaciones diferenciales de una línea de corriente [Ec. (2-26)] se deduce:

$$v_x\,dy - v_y\,dx = 0$$
$$v_y\,dz - v_z\,dy = 0$$
$$v_z\,dx - v_x\,dz = 0$$

Si el régimen es bidimensional, y se escoge el plano x,y como plano de la corriente, las tres ecuaciones anteriores se reducirán a la siguiente:

$$v_x\,dy - v_y\,dx = 0 \qquad (2\text{-}31)$$

Si se puede hallar una función continua $\psi\ (x, y)$ tal que

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = v_x \qquad \frac{\partial \psi}{\partial x} = -v_y \qquad (2\text{-}32)$$

la Ec. (2-31) se podrá escribir así:

$$\frac{\partial \psi}{\partial y}\,dx + \frac{\partial \psi}{\partial y}\,dy = 0$$

o bien

$$d\psi = 0$$

e integrando

$$\psi\ (x, y) = \text{cte}$$

La función ψ se denomina *función de corriente.* A lo largo de una línea de corriente la función de corriente tiene un valor constante, y al pasar de una línea de corriente a otra varía el valor de la constante.

El flujo *irrotacional* fue definido en la Pág. 70 como aquél en el que se verifica que el vector torbellino Ω es nulo en todo punto. De la ecuación $\Omega = 0$ y de la (2-6) se deducen las ecuaciones del movimiento irrotacional o sin torbellino, a saber:

$$\Omega_x = \frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z} = 0$$

$$\Omega_y = \frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} = 0 \qquad (2\text{-}33)$$

$$\Omega_z = \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} = 0$$

Estas igualdades expresan también, como es sabido, la condición necesaria y suficiente para que las componentes de la velocidad v_x, v_y y v_z, sean las derivadas parciales según la coordenada respectiva de una función φ que se denomina potencial de velocidad, es decir:

$$v_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}; \qquad v_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}; \qquad v_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z}\ (1) \qquad (2\text{-}34)$$

y en expresión vectorial

$$\vec{v} = \nabla \varphi$$

(1) Algunos autores por analogía con el potencial de fuerzas definen el potencial de velocidades no como φ sino como $-\varphi$ (Atención, pues, al convenio de signos de cada autor).

Es decir que en movimiento permanente $\varphi = f(x, y, z)$, y $d\varphi$ es una direfencial exacta siendo

$$d\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x} dx + \frac{\partial \varphi}{\partial y} dy + \frac{\partial \varphi}{\partial z} dz = v_x\, dx + v_y\, dy + v_z\, dz$$

En el movimiento bidimensional en el plano x,y basta tomar las dos primeras Ecs. (2-34), y, comparando dichas ecuaciones con las (2-32), se tendrá:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y}\ ; \qquad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \qquad (2\text{-}35)$$

La expresión $\varphi(x, y) = \text{cte}$ representa una familia de curvas, en cada una de las cuales la función potencial tiene el mismo valor, que se denominan *curvas equipotenciales.*

De las Ecs. (2-35) se deduce:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0$$

lo cual demuestra que las curvas $\psi = \text{cte}$ y las curvas $\varphi = \text{cte}$ se cortan ortogonalmente. El dibujo de las curvas $\varphi = \text{cte}$ y $\psi = \text{cte}$ convenientemente distanciadas en torno a, o en el interior de, un contorno constituye un mapa de flujo, denominado *configuración de flujo o red de corriente* (véase la Sec. 2.3.6.4).

En el fluído incompresible la ecuación de continuidad toma la forma $\nabla \vec{v} = 0$ [Ec. (2-20)], y si el flujo es irrotacional $\vec{v} = \nabla \varphi$. Ahora bien $\nabla \vec{v} = \nabla (\nabla \varphi) = \nabla^2 \varphi$; luego en este caso

$$\nabla^2 = 0 \qquad \text{(ecuación de Laplace)}$$

y en coordenadas cartesianas:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0$$

(fluído incompresible, flujo irrotacional)

Si el movimiento es irrotacional la función de corriente también obedece a la ecuación de Laplace. En efecto derivando la primera Ec. (2-32) con respecto a y, la segunda con respecto a x, sumando ordenadamente, y teniendo en cuenta la tercera Ec. (2-33) se tiene:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0$$

Se define el *potencial complejo:*

$$w = \varphi + i\,\psi$$

de manera que la parte real está constituida por la función potencial y la parte imaginaria por la función de corriente. En virtud de (2-35) (condiciones de Cauchy-Riemann) w es una función holomorfa de la variable compleja $z = x + iy$ en aquellas regiones en que φ y ψ sean uniformes.

Las soluciones de la ecuación de Laplace se denominan funciones armónicas. Las funciones φ y ψ que constituyen la parte real e imaginaria del potencial complejo son funciones conjugadas armónicas. Las dos familias de curvas $\varphi = \text{cte}$ y $\psi = \text{cte}$ que se cortan ortogonalmente forman una *red de corriente.*

Con el auxilio de este potencial complejo y la transformación conforme se pueden obtener muchas configuraciones del flujo, soluciones a la ecuación de Laplace que satisfacen a las condiciones de contorno, que es el cuerpo sólido en cuyo interior o exterior se mueve el fluído; es decir, se puede obtener en muchos casos analíticamente la *red de corriente.*

2.3.6.2. Flujos bidimensionales simples

En los siguientes ejemplos de flujos bidimensionales simples suponemos: *fluído ideal e incompresible y flujo permanente e irrotacional,* que son las cuatro hipótesis simplificadoras antes enumeradas, y empleadas frecuentemente en el estudio de las TM. Llamamos la atención al lector de que en las Secs. 2.3.6.2 a 2.3.6.7 de los dos métodos enunciados en la Sec. 2.3.2 estamos aplicando el método de Euler. Estos ejemplos y los de las tres secciones siguientes constituyen ejemplos de redes de corrientes obtenidas *analíticamente.*

Ejemplo 1.° *Corriente uniforme paralela al eje 0x*

En este caso

$$v_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \text{const} \qquad v_y = 0$$

de donde

$$d\varphi = v_x\, d_x$$

y

$$\varphi = v_x x + C \qquad \text{(C — constante de integración)}$$

Las líneas equipotenciales $\varphi = \text{cte}$ son rectas paralelas al eje de ordenadas. El eje $x = 0$ es una línea equipotencial. Si hacemos la función potencial $\varphi = 0$ para $x = 0$, la constante $C = 0$, y la función potencial será:

$$\varphi = v_x\, x$$

En virtud de (2-32) se tendrá:

$$d\psi = v_x\, d_y$$

de donde,

$$\psi = v_x y$$

habiendo hecho para la línea de corriente que coincide con el eje de abscisas ($y = 0$) la función de corriente $\psi = 0$. (1)

La red de corriente en este caso está formada por rectas paralelas a los ejes de coordenadas.

Ejemplo 2.° *Corriente uniforme, cuya velocidad $\vec{v}$ forma un ángulo α con el eje de abscisas.*

En este caso (Fig. 2-16):

$$v_x = v \cos \alpha, \qquad v_y = v \operatorname{sen} \alpha$$

y

$$d\varphi = v \cos \alpha\, dx + v \operatorname{sen} \alpha\, dy$$

e integrando

$$\varphi = v\, x \cos \alpha + vy \operatorname{sen} \alpha \quad (2)$$

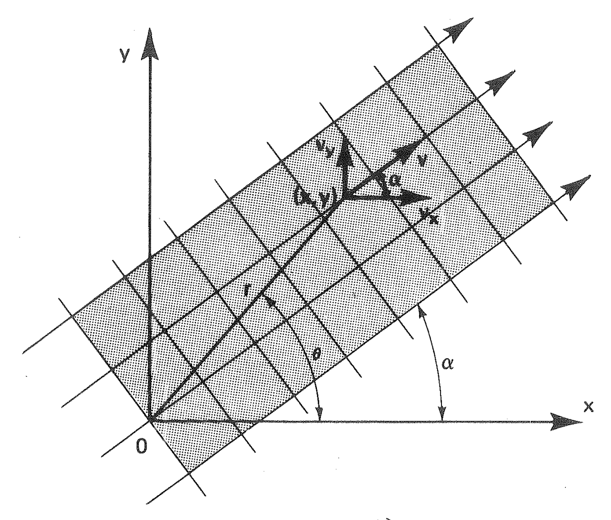


Fig. 2-16.—*Corriente uniforme*, cuya velocidad $\vec{v}$ forma un ángulo α con el eje x.

(1) El potencial complejo en este caso será:

$$w = \varphi + i\,\psi = v_x\,(x + i\,y) = v_x\, z$$

(2) Omitimos en adelante la constante de integración que siempre podrá hacerse igual a 0, asignando a φ y ψ (que están definidas salvo una constante) los valores adecuados en el origen de coordenadas.

Análogamente,

$$\psi = vy \cos \alpha - vx \operatorname{sen} \alpha \quad (1)$$

Ejemplo 3.° *Manantial y sumidero*

Manantial en un movimiento bidimensional es un flujo que irradia de un punto O hacia el exterior con caudal constante q y simétricamente en todas las direcciones.

Sumidero es una fuente negativa. El flujo mana del exterior hacia el punto, donde continuamente desaparece. Las líneas de corriente en ambos casos están constituídas por una radiación de rectas que parten del punto O. (2).

Tracemos con centro en el punto, una serie de circunferencias concéntricas (Fig. 2-17). El caucal q (3) a través de una de estas circunferencias tendrá la expresión siguiente:

$$q = v \cdot 2\,\pi\, r = \text{cte}$$

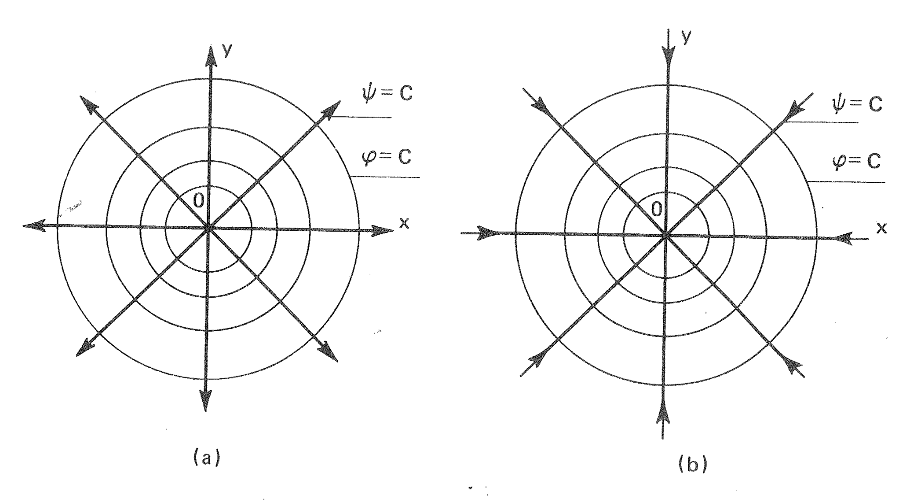


Fig. 2-17.—a) Manantial; b) sumidero.

(1) El potencial complejo en este caso será:

$$w = \varphi + i\,\psi = vx\,(\cos \alpha - i \operatorname{sen} \alpha) + vy\,(\operatorname{sen} \alpha + i \cos \alpha) =$$
$$= v\,(x + iy)\,(\cos \alpha - i \operatorname{sen} \alpha) = v\, z\, e^{-i\alpha} \qquad (2\text{-}36)$$

(2) Los manantiales y sumideros son pura abstracción matemática; pero combinados con otros flujos sencillos permiten describir sencillamente movimientos planos más complicados.

(3) En el flujo bidimensional q representa el caudal por unidad de longitud perpendicular al plano de representación, y tiene como unidades $\frac{m^3/s}{m} = \frac{m^2}{s}$

según la ecuación de continuidad. De donde

$$v = \frac{q}{2\pi r} = \frac{q}{2\pi\sqrt{x^2 + y^2}}$$

y por consiguiente,

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = v_x = v\frac{x}{r} = \frac{qx}{2\pi(x^2 + y^2)}$$

y

$$\frac{\partial\varphi}{\partial y} = v_y = \frac{qy}{2\pi(x^2 + y^2)}$$

de donde la diferencial total del potencial será:

$$d\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}dx + \frac{\partial\varphi}{\partial y}dy = \frac{q}{2\pi}\cdot\frac{x\,dx + y\,dy}{x^2 + y^2}$$

e integrando:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi}\ell n\,(x^2 + y^2) = \frac{q}{2\pi}\ell n\, r \qquad (2\text{-}37)$$

Para determinar la función de corriente, se tiene:

$$\frac{\partial\psi}{\partial x} = -\frac{qy}{2\pi(x^2 + y^2)} \qquad \frac{\partial\psi}{\partial y} = \frac{qx}{2\pi(x^2 + y^2)}$$

de donde la diferencial total de la función de corriente será:

$$d\psi = \frac{\partial\psi}{\partial x}dx + \frac{\partial\psi}{\partial y}dy = \frac{q}{2\pi}\,\frac{x\,dy - y\,dx}{x^2 + y^2}$$

e integrando

$$\psi = \frac{q}{2\pi}\text{arc tg}\,\frac{y}{x} = \frac{q}{2\pi}\,\theta \qquad (2\text{-}38)$$

De las Ecs. (2-37) y (2-38) se deduce que las líneas equipotenciales en un manantial son círculos concéntricos, y las líneas de corriente rectas que parten de la fuente Fig. 2-17, a).

El potencial de velocidades y la función de corriente para el sumidero serán las mismas que para la fuente, pero en este caso las líneas de corriente se dirigirán hacia el punto.

Así como alterando simplemente el sentido del movimiento, pero sin variar las

líneas de corriente y líneas equipotenciales, se transforma la configuración de corriente de un manantial en la de un sumidero; haciendo ahora que las líneas de corriente sean las equipotenciales, y las equipotenciales las líneas de corriente, se obtiene otro tipo de movimiento de excepcional importancia en el estudio de las TM, el *torbellino irrotacional.*

Ejemplo 4.° *Torbellino irrotacional* (1)

Una configuración de flujo, en la cual las líneas de corriente son círculos concéntricos, se denomina *torbellino circular.* Aunque la palabra torbellino indica rotación el torbellino puede ser rotacional e irrotacional. Sólo este último, como es sabido, posee líneas equipotenciales. En hidrodinámica es necesario distinguir claramente entre estos dos tipos de torbellino.

Un tanque cilíndrico de agua con posibilidad de desaguar por un orificio central en la base, y con posibilidad también de girar con velocidad angular constante, puede servir de ejemplo de los tres tipos de movimiento siguientes:

1.°) *Torbellino rotacional* (Fig. 2-18,a). El tanque se pone en movimiento con velocidad angular ω; mientras que el orificio de desagüe del tanque permanece cerrado. Para estudiar el flujo colocamos radialmente una serie de palillos de madera como el ℓ. El agua gira en este caso como un cuerpo sólido; con lo cual la distribución de velocidades es lineal, como muestra la figura. Los palillos conservan su posición radial, es decir, realizan también un giro.

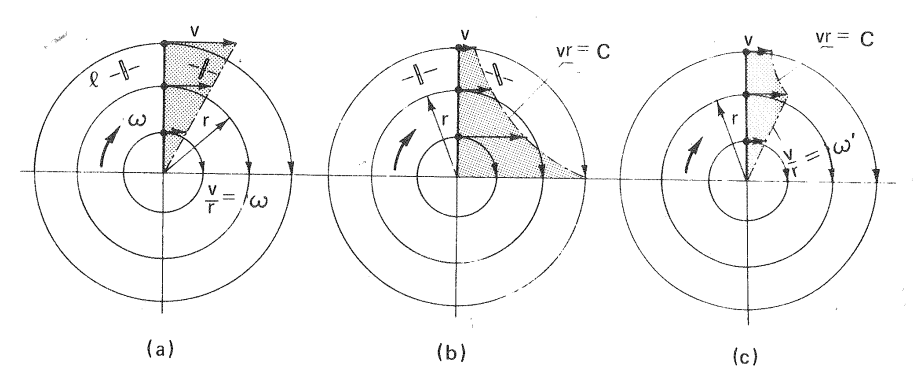


Fig. 2-18.–a)Torbellino rotacional; b) torbellino irrotacional; c) torbellino irrotacional con núcleo rotacional.

2.°) *Torbellino irrotacional o potencial* (Fig. 2-18,b). Ahora el tanque está estacionario y el orificio de desagüe situado en su base se encuentra abierto. El agua

(1) Omitimos el estudio del bipolo o doblete, combinación de un manantial y sumidero de intensidades infinitas, distantes entre sí una longitud infinitamente pequeña; movimiento en apariencia abstracto pero de gran interés en la resolución de un gran número de problemas de hidrodinámica (véase la Sec. 2.3.6.3.2).

se pone en movimiento hacia el centro, donde se encuentra el desagüe. La velocidad de las partículas de fluído es tanto mayor, cuanto más cerca se halla la partícula del centro; con lo cual la distribución de velocidades sigue una ley aproximada hiperbólica, como muestra la figura. El palillo situado sobre la superficie libre del líquido gira alrededor de su centro en sentido contrario al de las líneas de corriente; en efecto está sometido a una velocidad mayor en su extremo más cercano al centro del tanque, lo que le obliga al contragiro indicado. De esta manera en este movimiento turbillonario el centro de gravedad de cada partícula de fluído tiene un movimiento circular; pero la partícula no realiza giro alguno sobre sí misma.

3.°) *Torbellino rotacional en el núcleo e irrotacional en la periferia* (Fig. 2-18,c). El tanque se desagüa primero y luego se cierra el orificio de desagüe. El núcleo interior adquiere el movimiento rotacional de la Fig. 2-18,a, mientras que la periferia refleja el movimiento irrotacional de la Fig. 2-18,b. En los ciclones atmosféricos tiene lugar un tipo de movimiento semejante. Diremos que en el fluído hay un núcleo de torbellino rotacional en medio de un torbellino irrotacional.

Hallemos ahora las líneas equipotenciales y las líneas de corriente del torbellino potencial. En este caso (Fig. 2-18,b), siendo v inversamente proporcional al radio y Γ una constante, se podrá escribir:

$$v_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi r} \qquad v_r = 0 \tag{2-39}$$

y, siendo $ds = r\,d\theta$ un elemento de arco de circunferencia, se tendrá:

$$v_\theta = \frac{\partial \varphi}{\partial s} = \frac{1}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = \frac{\Gamma}{2\pi r} \tag{2-40}$$

y por tanto

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = \frac{\Gamma}{2\pi}, \qquad \frac{\partial \varphi}{\partial r} = 0$$

luego la diferencial exacta del potencial será:

$$d\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial r}dr + \frac{\partial \varphi}{\partial \theta}d\theta = \frac{\Gamma}{2\pi}d\theta$$

e integrando:

$$\varphi = \frac{\Gamma}{2\pi}\theta \tag{2-41,a}$$

Análogamente se obtendrá la función de corriente:

$$\psi = \frac{\Gamma}{2\pi}\ell n\, r \tag{2-41,b}$$

Las líneas de corriente son, pues, circunferencias que cortan ortogonalmente a las líneas equipotenciales o radios, como puede verse en la Fig. 2-19.

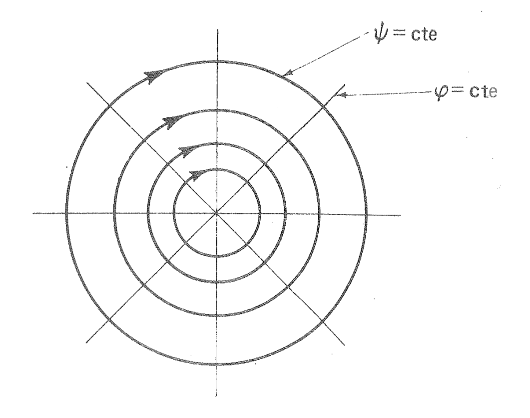


Fig. 2-19.—Líneas de corriente y líneas equipotenciales de un *torbellino irrotacional.*

Según la Ec. (2-38) la velocidad en un torbellino irrotacional tiende a ∞ cuanto r tiende a 0. El centro del torbellino es un punto singular. En los torbellinos de fluídos reales un filamento central estrecho de fluído gira casi como un núcleo sólido; es decir, la velocidad dentro del núcleo aumenta linealmente con el radio desde 0 en el eje (en vez de ∞), hasta el valor que le corresponde en la periferia del núcleo, donde tiene lugar la transición de la distribución de velocidades del torbellino rotacional a la del torbellino irrotacional (véase Fig. 2-18,c).

La figura 2-20 bastará para recordar en este lugar el concepto de circulación, que es muy importante en el estudio de las TM. Circulación es la integral de línea del vector velocidad a lo largo de una línea cerrada situada en el interior del fluído. La integral de línea entre dos puntos M N (Fig. 2-20) es

$$L_{MN} = \int_M^N v \cos\alpha \, d\ell$$

y la circulación

$$\Gamma = \oint_{MNM} v \cos\alpha \, d\ell$$

Fig. 2-20.—*Circulación* del vector $\vec{v}$

Se deduce inmediatamente del teorema de Stokes, que en un flujo irrotacional, la circulación del vector velocidad a lo largo de toda línea cerrada formada por puntos del fluído, que no contenga en su interior ningún punto singular, es igual a cero.

Las expresiones siguientes son equivalentes:

a) la configuración del flujo es irrotacional

b) la integral de línea entre dos puntos MN del vector velocidad

$$\int_{MON} v \cos\alpha \, d\ell = \int_{MPN} v \cos\alpha \, d\ell = -\Phi_P$$

es independiente de la línea (MON o MPN) o camino de integración

c) la velocidad del fluído deriva de un potencial, de manera que se verifica

$$\vec{v} = \nabla \varphi$$

d) el trazado de la red de corriente es posible (véase la Sec. 2.3.6.4).

El torbellino potencial es un caso particular de movimiento irrotacional. Calculemos, pues, la circulación del vector velocidad en este movimiento (Fig. 2-21) a lo largo de una línea cerrada que no contenga el centro (punto singular), por ejemplo la línea MNRS:

$$\Gamma_{MNRS} = \Gamma_{MN} + \Gamma_{NR} + \Gamma_{RS} + \Gamma_{SM} =$$

$$= v_M r_M + 0 - v_S r_S - 0 = 0$$

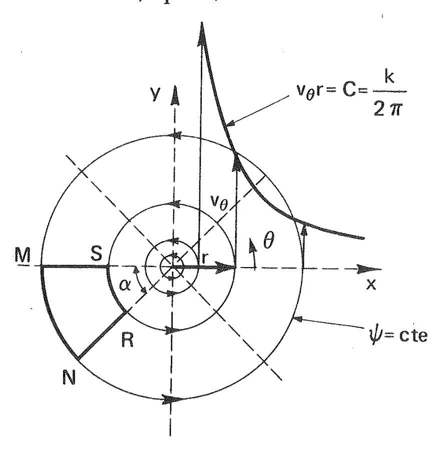


Fig. 2-21.–*Circulación* del vector $\vec{v}$ en un torbellino potencial.

El mismo valor se obtendría, según el teorema de Stokes, para la circulación *a lo largo de una línea cerrada cualquiera* que no contenga en su interior el centro del torbellino.

Calculando a continuación la circulación a lo largo de una línea de corriente, o sea de una circunferencia, se tendrá:

$$\Gamma = v_\theta \oint ds = 2\pi r \, v_\theta$$

que es independiente de r según (2-40).

El mismo valor constante de la circulación Γ, que se denomina también

intensidad del torbellino, se obtendría calculando la circulación a lo largo de una curva cualquiera (distinta de una circunferencia) que contenga el centro del torbellino.

El concepto de circulación nos servirá más adelante para expresar la transmisión de energía en las TM, mediante la variación de la circulación de la corriente irrotacional en su paso por los álabes.

2.3.6.3. Flujos bidimensionales compuestos: teorema de Rankine

Sea ψ una función de corriente, suma de dos funciones de corriente, es decir $\psi = \psi_1 + \psi_2$. Si se conocen las ecuaciones de las líneas de corriente ψ_1 = cte y ψ_2 = cte, se pueden trazar gráficamente las líneas de corriente de la configuración compuesta ψ. Basta dar a la constante de la ecuación ψ_1 = cte un valor ϵ tanto más pequeño cuanta más precisión se desee, y luego sucesivamente los valores 2ϵ, 3ϵ etc..., y trazar la familia de líneas de corriente de ecuación ψ_1 = cte, repitiendo lo mismo con la ecuación ψ_2 = cte, como se ha hecho en la Fig. 2-22. Trazando ahora las diagonales (líneas gruesas en la figura), que pasan por los vértices

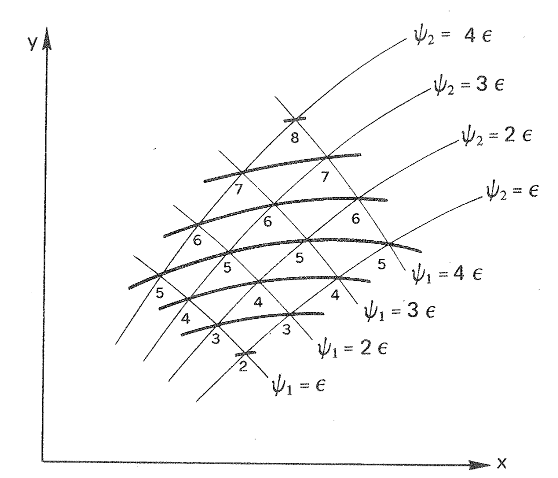


Fig. 2-22.–Teorema de Rankine.

de igual número, se obtienen las líneas de corriente de ecuación $\psi = \psi_1 + \psi_2$ = cte. La justificación de este método es que, si ψ_1 y ψ_2 son soluciones de la ecuación de Laplace, su suma (o diferencia) también lo será. Por la misma razón el método aditivo (o substractivo) de Rankine es también aplicable a las líneas equipotenciales.

Los dos ejemplos de líneas de corriente y equipotenciales compuestas, que vamos a estudiar en las dos secciones siguientes admiten esta solución gráfica. El primero tiene interés en las TM radiales (véase la Sec. 9.6.1.2) y el segundo en las TM axiales (véase la Sec. 10.4).

2.3.6.3.1. Torbellino espiral

La suma de un manantial y de un torbellino constituye una configuración de flujo de gran interés para el diseño de las TM radiales que se denomina *torbellino espiral hacia el exterior* (la suma de un sumidero y de un torbellino constituye un *torbellino espiral hacia el interior*). Sumando por una parte las Ecs. (2-37) y (2-41,a) y por otra las Ecs. (2-38) y (2-41,b) tendremos:

$$\varphi = \frac{q}{2\pi} \ln r + \frac{\Gamma}{2\pi} \theta$$

$$\psi = \frac{q}{2\pi} \theta - \frac{\Gamma}{2\pi} \ln r$$

Para una línea de corriente $\psi = C$ tendremos,

$$\ln r = \frac{\frac{q}{2\pi} \theta - C_1}{\Gamma/2\pi}$$

$$r = e^{\frac{q/2\pi\ \theta - C_1}{\Gamma/2\pi}} = C\, e^{\frac{q\,\theta}{\Gamma}} \qquad (2\text{-}42)$$

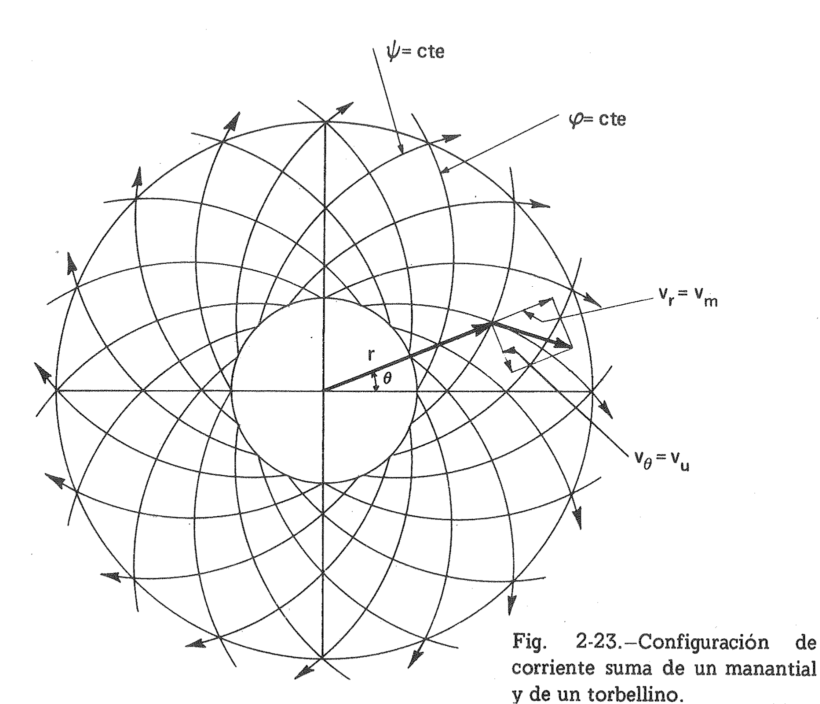


Fig. 2-23.–Configuración de corriente suma de un manantial y de un torbellino.

que es la ecuación de una espiral logarítmica. Las líneas equipotenciales son también espirales logarítmicas, que cortan ortogonalmente a las líneas de corriente. La construcción gráfica, según la sección precedente, se lleva a cabo trazando las diagonales de los vértices opuestos de la cuadrícula de la red de corriente de una fuente y de un torbellino (véase la Fig. 2-23).

2.3.6.3.2. Flujo uniforme alrededor de un cilindro circular sin y con circulación

a) *Sin circulación*

Sea un cilindro circular de altura infinita, bañado por una corriente uniforme en el infinito, cuya velocidad $\vec{v}_\infty$, que supondremos dirigida según el eje x, es perpendicular al eje del cilindro (véase Fig. 2-24). La hidrodinámica teórica enseña que en este caso la función de corriente en coordenadas polares es: (1)

$$\psi = v_\infty \left(r - \frac{r_0^2}{r} \right) \operatorname{sen} \theta \qquad (2\text{-}43)$$

donde r, θ — coordenadas polares de un punto

r_0 — radio del cilindro

Se puede fácilmente comprobar que el eje x junto con la circunferencia de radio r_0 constituyen una misma línea de corriente. En efecto $\psi = 0$ (constante por tanto) para $r = r_0$ para $\theta = 0$ y para $\theta = \pi$.

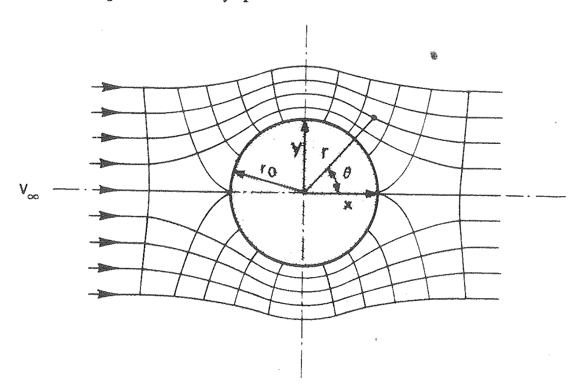


Fig. 2-24.–Flujo uniforme alrededor de un cilindro circular sin circulación: líneas de corriente y líneas equipotenciales.

(1) La deducción de esta ecuación, que omitimos por brevedad, se hace también aplicando el teorema de Rankine, a saber, sumando la función de corriente de un doblete en el origen (centro del cilindro) con un movimiento uniforme de velocidad v_∞ (véase, por ejemplo, V.L. STREETER, *Fluid Mechanics*, McGraw-Hill, New York 1951, págs. 296 ss.)

Es fácil obtener la función potencial en coordenadas polares a partir de la Ec. (2-43). En efecto:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} = v_r = \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial \theta} = v_\infty \left(1 - \frac{r_0^2}{r^2}\right)\cos\theta$$

$$\varphi = v_\infty \left(r + \frac{r_0^2}{r}\right)\cos\theta + f_1(\theta) \qquad (2\text{-}44)$$

de donde

$$\frac{1}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = v_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r} = -v_\infty \left(1 + \frac{r_0^2}{r^2}\right)\text{sen}\,\theta$$

y

$$\varphi = v_\infty \left(r + \frac{r_0^2}{r}\right)\cos\theta + f_2(r) \qquad (2\text{-}45)$$

Comparando (2-44) y (2-45) se ve que $f_1(\theta)$ y $f_2(r)$ son una constante, de la cual puede prescindirse teniendo en cuenta la nota 2, Pág. 102. Luego la función potencial es:

$$\varphi = v_\infty \left(r + \frac{r_0^2}{r}\right)\cos\theta \qquad (2\text{-}46)$$

La configuración de corriente puede verse en la Fig. 2-24.

b) *Con circulación*

Si se suma a la configuración corriente de un torbellino irrotacional (véase Pág. 105) con centro en el cilindro y sentido de las agujas del reloj (Fig. 2-25,a) la de la Fig. 2-24 se obtiene la configuración de corriente que buscamos, compuesta de

–corriente uniforme en el infinito
–dipolo en el centro del cilindro
–torbellino con centro en el cilindro.

La suma se puede hacer analítica o gráficamente, según el teorema de Rankine, obteniéndose la Fig. 2-25,b.

Para la función de corriente, sumando las Ecs. (2-43) y (2-41,b), se obtiene:

$$\psi = v_\infty \left(r - \frac{r_0^2}{r}\right)\text{sen}\,\theta - \frac{\Gamma}{2\pi}\ell n\, r \qquad (2\text{-}47)$$

y para la función potencial, sumando las Ecs. (2-46) y (2-41,a):

$$\varphi = v_\infty \left(r + \frac{r_0^2}{r}\right)\cos\theta + \frac{\Gamma}{2\pi}\theta \qquad (2\text{-}48)$$

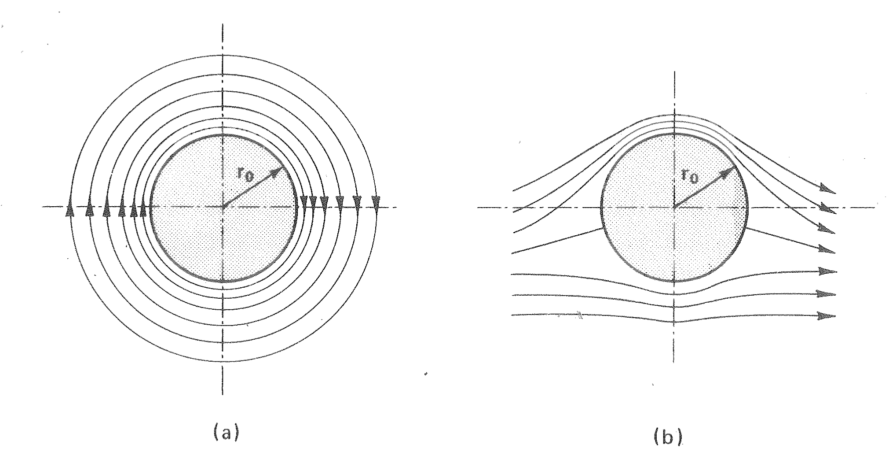


Fig. 2-25.–a) Líneas de corriente de un torbellino potencial; b) Líneas de corriente compuestas de flujo uniforme en el infinito y torbellino potencial.

La distribución de velocidades en el cilindro se obtiene teniendo en cuenta que en el cilindro

$$v = v_\theta$$

y siendo

$$v_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r} = -v_\infty \left(1 + \frac{r_0^2}{r^2}\right) + \frac{\Gamma}{2\pi r}$$

el valor de v_θ (positiva en dirección contraria a las manecillas del reloj), será:

$$v_\theta = -2\, v_\infty\, \text{sen}\,\theta + \frac{\Gamma}{2\pi r_0} \qquad (2\text{-}49)$$

En los puntos de estancamiento $v_\infty = 0$, para lo cual

$$\text{sen}\,\theta = \frac{\Gamma}{4\pi r_0 v_\infty}$$

donde Γ es negativa. Por tanto (Fig. 2-26, a, b, c):

–si $(\Gamma) < 4\pi r_0 v_\infty$ hay dos puntos de estancamiento en el cilindro (Fig. a),
–si $(\Gamma) = 4\pi r_0 v_\infty$ hay un punto de estancamiento en la intersección del eje negativo y con el cilindro (Fig. b),
–si $(\Gamma) > 4\pi r_0 v_\infty$ no hay punto de estancamiento (Fig. c).

Con las configuraciones de corriente obtenidas en las Figs. 2-24 y 2-25, una vez deducida la ecuación de Bernoulli en la Sec. 2.3.7.1.2 se obtendrá en

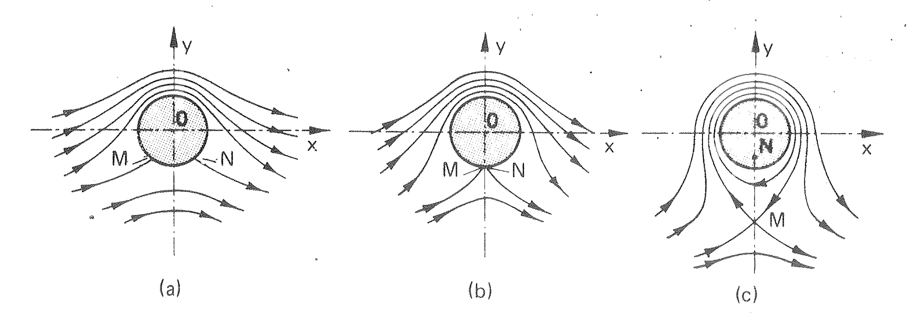


Fig. 2-26.–Flujo uniforme alrededor de un cilindro circular con circulación (M, N – puntos de estancamiento): a) $\Gamma < 4\,\pi\, r_0 v_\infty$; b) $\Gamma = 4\,\pi\, r_0\, v_\infty$; c) $\Gamma > 4\,\pi\, r_0\, v_\infty$.

ambos casos con y sin circulación la distribución de presiones en el cilindro y se expondrá la *paradoja de D'Alembert* (Pág. 139).

2.3.6.4. Método gráfico para la construcción de la red de corriente

Además de los métodos analíticos estudiados en las Secs. 2.3.6.2 y 2.3.6.3 para el trazado de la red de corriente existen métodos gráficos y experimentales, que permiten trazar la red de corriente bidimensional alrededor de un contorno cualquiera. En lugar de las coordenadas cartesianas que permiten expresar la velocidad por sus componentes en la forma.

$$v_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y}$$

$$v_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

pueden también utilizarse coordenadas intrínsecas, a saber: s distancia medida en la dirección del flujo a lo largo de una línea de corriente, y n distancia medida en dirección perpendicular al flujo a lo largo de una línea equipotencial (Fig. 2-27). La velocidad v en cada punto podrá expresarse así:



$$v = \frac{\partial \varphi}{\partial n} \; \frac{\partial \psi}{\partial n} \qquad (2\text{-}50)$$

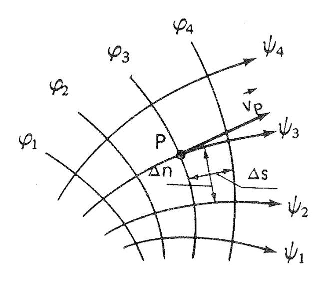


Fig. 2-27.–Red de corriente.

Una configuración bidimensional de flujo puede representarse visualmente por un dibujo a escala, que contenga un cierto número de líneas de corriente, de manera que el flujo quede dividido en un número tal de canales que el flujo sea constante e igual en todos ellos. Utilizando incrementos finitos se

tendrá entonces

$$v = \frac{\Delta q}{\Delta n} = \frac{\Delta \psi}{\Delta n}$$

siendo por tanto $\Delta \psi$ constante en esta representación. Al ser Δq constante, la velocidad será inversamente porporcional a Δn, o ancho de las líneas de corriente en cada zona de la configuración del flujo.

Esta representación es aplicable al flujo ideal rotacional, e incluso al flujo real, porque se basa en la definición de línea de corriente y función de corriente, que es universal. Si el flujo es irrotacional, la configuración puede representarse con igual precisión por medio de un conjunto de líneas equipotenciales, escogidas de tal manera que $\Delta\varphi$ de una línea equipotencial a la próxima sea constante, ya que según (2-50) en cualquier punto:

$$v = \frac{\Delta \varphi}{\Delta s}$$

El conjunto de curvas de corriente y equipotenciales se denomina *red de corriente*. En un punto cualquiera de la red la velocidad según lo dicho será:

$$v = \frac{\Delta \psi}{\Delta n} = \frac{\Delta \varphi}{\Delta s} \qquad (2\text{-}51)$$

Si se distancian las líneas equipotenciales y las líneas de corriente de manera que $\Delta\varphi = \Delta\psi$, de las Ecs. (2-51) se deduce que en un punto cualquiera $\Delta n = \Delta s$. Como las líneas $\varphi =$ cte y las líneas $\psi =$ cte se cortan ortogonalmente, la red de corriente así dibujada es una red de cuadriláteros curvilíneos, que se cortan ortogonalmente, ligeramente distorsionados donde el flujo no es rectilíneo y acercándose a la forma de cuadrados perfectos a medida que el número de líneas de corriente en el dibujo aumenta.

He aquí algunas consideraciones dignas de tenerse en cuenta en la construcción de las redes de corriente:

- La construcción de estas redes exige que el flujo sea ideal e irrotacional. (Estas dos hipótesis suelen emplearse frecuentemente en el estudio de las TM. Véase Pág. 98); pero no exige que el flujo sea permanente.
- Dado un contorno determinado, en el interior o alrededor del cual tenga lugar el flujo, la red de corriente es única (la red de corriente es la expresión gráfica de la solución de la ecuación de Laplace, y sólo hay dos funciones conjugadas armónicas: función equipotencial y función de corriente que verifiquen unas condiciones de contorno determinadas).
- Los contornos fijos son también líneas de corriente.
- Las líneas equipotenciales cortan a las líneas de corriente y por tanto al contorno ortogonalmente.

– La red está formada por cuadriláteros curvilíneos, cuyas diagonales son iguales y se cortan formando ángulos de 90° (excepto en los puntos de estancamiento y en los puntos en que la velocidad teóricamente se hace infinito). En las zonas de flujo uniforme los cuadrados son rectilíneos y de igual tamaño. Cuando el flujo es divergente aumentan, y cuando el flujo es convergente disminuyen de tamaño en la dirección del flujo (el espaciado de la líneas equipotenciales y líneas de corriente es igual e inversamente proporcional a la velocidad en cada punto).

Las condiciones enumeradas fundamentan el siguiente *procedimiento gráfico* por tanteo, utilizando lápiz y goma de borrar, que puede resumirse en los puntos siguientes (véase la Fig. 2-28):

– Decidir el número de líneas de corriente que hacen falta para detallar con la precisión necesaria el flujo. Más adelante se podrán añadir más líneas de corriente, sobre todo en aquellas regiones donde se requiera mayor precisión.

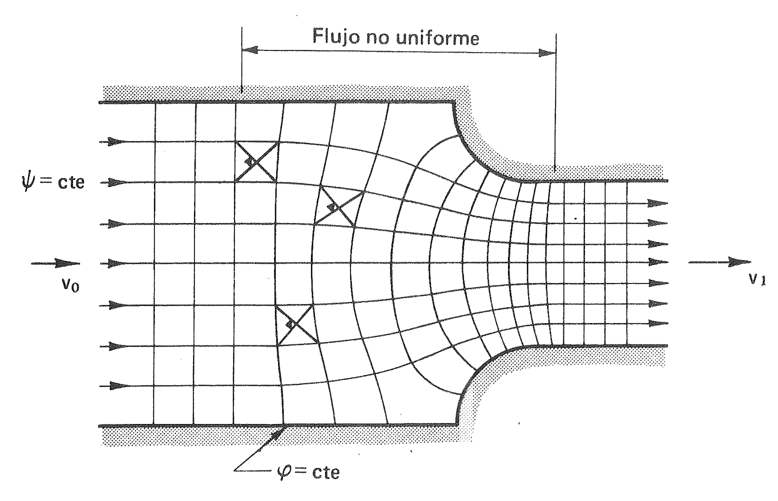


Fig. 2-28.–Red de corriente en una contracción del flujo

– Si hay zonas de flujo uniforme, como en la figura 2-28, se empieza el trazado de las líneas de corriente por dichas zonas.

– Se completa provisionalmente el trazado de las líneas de corriente por medio de curvas suaves.

– A continuación se dibujan las líneas equipotenciales. Puesto que éstas han de cumplir las dos condiciones: cortarse ortogonalmente con las líneas de corriente (y por tanto con el contorno también) y formar cuadrados curvilíneos con las mismas, será necesario ir ajustando estas últimas, empleando la goma de borrar, y volviéndolas a dibujar de nuevo. La precisión del dibujo se va comprobando también, teniendo en cuenta que las diagonales de los cuadrados curvilíneos se han de cortar también ortogonalmente.

– Si hay superficies libres, como en la red de corriente sobre un vertedero de la Fig. 2-29, se tendrán en cuenta las condiciones de contorno en estas superficies libres. En el caso de la figura, en que la forma de la superficie libre depende de la gravedad, el espaciado de las líneas potenciales a lo largo de la superficie libre debe ser tal que la altura de velocidad en cualquier punto de dicha superficie sea igual a la distancia en vertical desde la línea de altura total hasta el punto (véase la Sec. 2.3.7.4).

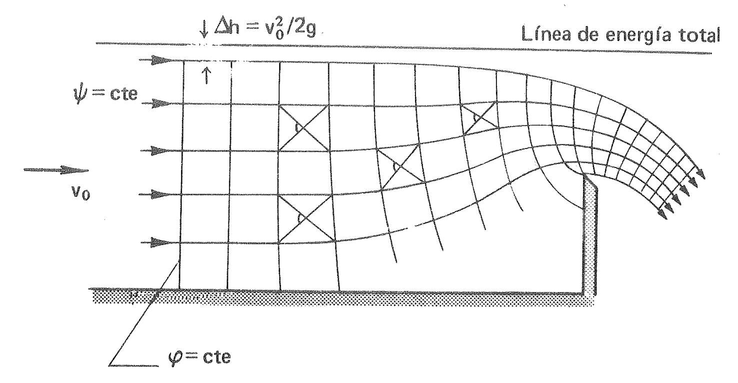


Fig. 2-29.– Red de corriente en un vertedero.

2.3.6.5. Configuración de corriente en flujo espacial con simetría axial

En un flujo tridimensional también se cumple la ecuación de Laplace, si el fluído es ideal y el flujo irrotacional. Si además el flujo tiene simetría axial existe un método gráfico-analítico, que permite resolver aquella ecuación; es decir, trazar la red de corriente.

En el proyecto del rodete de una TF por el procedimiento que estudiaremos en su lugar (Sec. 11.12) se obtienen las dos curvas límites ψ_I y ψ_{VII} del Dis. 5, Fig. 4,a que forman el contorno que limita el flujo conocido a través de la T; dichas curvas constituyen lo que se denomina *perfil hidráulico*. Las superficies de corriente y superficies equipotenciales tienen en este caso simetría axial, y la red de corriente en este caso será la red de las meridianas de dichas superficies, que en el plano meridiano del dibujo se ven en su verdadera forma. El flujo entra radialmente por la derecha del dibujo y sale axialmente en dirección vertical. Como se trata de una TM diagonal (Sec. 1.6) tendremos:

$$\vec{c} = \vec{j}\,c_u + \vec{s}\,c_m$$

y

$$\vec{s}\, c_m = -\vec{i}\, c_r + \vec{k}\, c_a$$

donde $\vec{s}$ – vector unitario, que tiene la dirección de la meridiana de la superficie de corriente en cada punto.

Las condiciones de contorno, que tiene que satisfacer en este caso la ecuación de Laplace, son las siguientes:

- en el perfil hidráulico las velocidades normales son nulas (el perfil hidráulico está constituido por dos superficies de corriente).
- en la sección de entrada $0-0$ (en esta zona se dispone, como veremos el distribuidor de la T) y en la sección de salida $2-2$ (en esta zona se dispone, como veremos, el tubo de aspiración de la T) se supone una ley de reparto de velocidades: de ordinario se supone que en ambas secciones el flujo es uniforme.

El trazado de la configuración de corriente se hace gráficamente con ayuda del método analítico de las aproximaciones sucesivas. Se trazan en el conducto determinado por el perfil hidráulico n líneas de corriente, de manera que entre cada par de líneas de corriente consecutivas el caudal sea constante. De esta manera se obtienen $n+1$ conductos, o bien queda dividida la T en $n+1$ "turbinas parciales".

En la sección $0-0$ la altura total b_0 queda dividida en $n+1$ segmentos iguales de longitud $b_0/n+1$, y la velocidad en todos los puntos de dicha sección será:

$$c_{om} = \frac{Q}{\pi\, b_0\, d_0}$$

Para que el movimiento sea uniforme en la sección $2-2$ las líneas de corriente deberán ser verticales trazadas por los puntos de diámetros $d_1, d_2, d_3 \ldots d_k$, en que:

$$d_k = d_n \sqrt{1 - \frac{k}{n+1}} \quad \text{y} \quad k = 1, 2, 3, \ldots, n$$

que determinan áreas iguales de paso en la sección $2-2$. Las meridianas de las superficies de corriente en primera aproximación se completan enlazando con curvas suaves el comienzo de las líneas en la sección $0-0$ y el fin de las mismas en la sección $2-2$. A continuación se trazan en primera aproximación las meridianas de las líneas equipotenciales que deben cortar ortogonalmente a las primeras.

Para la corrección de las líneas de corriente en la *segunda aproximación* se sigue el procedimiento siguiente:

El caudal elemental entre dos superficies de corriente contiguas será (véase Dis. 5, Fig. 4,a):

$$\Delta Q = \pi d c_m \Delta n \tag{2-52}$$

y como la corriente es potencial se tendrá:

$$c_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta s} \tag{2-53}$$

Entre cada par de líneas equipotenciales contiguas $\Delta\varphi = \text{cte}$.

Sustituyendo la Ec. (2-53) en la Ec. (2-52) se tendrá:

$$\Delta Q = \pi \Delta\varphi \frac{d}{\Delta s} \Delta n \tag{2-54}$$

y el caudal total de la turbina será:

$$Q = \pi \Delta\varphi \int_0^n \frac{d}{\Delta_s} \delta n \tag{2-55}$$

Como el caudal es siempre un dato en el diseño de la TH podrá calcularse $\Delta\varphi$ por la ecuación:

$$\Delta\varphi = \frac{Q}{\pi \int_0^n \frac{d}{\Delta s} \delta n}$$

Se repite el cálculo anterior para todas las líneas equipotenciales.

Hecho esto se procede a la corrección de las líneas de corriente de la manera que a continuación se indica. El criterio de la exactitud del trazado de las líneas de corriente es la igualdad de los caudales que fluyen a través de cada par de superficies de corriente contiguas. Como el caudal de la turbina es proporcional a $\int_0^n \frac{d}{\Delta s} \delta n$, [Ec. (2-55)], basta estudiar la variación de la función $r/\Delta s$ a lo largo de cada una de las líneas equipotenciales. Para ello se llevan como abscisas las longitudes (desarrolladas) medidas en la línea equipotencial y como ordenadas los valores $r/\Delta s$ correspondientes a cada valor de n, tomando, por ejemplo, dichos valores en los puntos de intersección de las líneas equipotenciales con las líneas de corriente. Es evidente que a igualdad de caudales ΔQ entre cada par de superficies de corriente contiguas basta que las áreas ΔA_i sean iguales. Si no lo fueran, se halla el área media $\Delta A_m = \frac{\Sigma \Delta A_i}{n+1}$, y después el error o diferencia de cada área parcial del área media, $\Delta A_i - \Delta A_m = \delta(\Delta A_i)$, que podrá ser positiva o negativa. Dividiendo esta diferencia por $\left(\frac{d}{\Delta s}\right)_{m.i}$ obtendremos con el signo correspondiente la coreción de Δn_i que denominaremos $\delta(\Delta n)$. Esta última corrección permite

mover la línea de corriente a lo largo de cada línea equipotencial, y realizar finalmente la *segunda aproximación*.

Las aproximaciones siguientes se realizan análogamente, aplicándose el mismo *método de las aproximaciones sucesivas*, hasta que el error quede circunscrito dentro de los límites deseados (de ordinario bastará que $\frac{\delta\,(\Delta n)}{\Delta n} \leqslant 3 - 4\%$. El proceso anterior se realiza convenientemente en forma tabular, como se indica a continuación.

Línea equipotencial					φ_1 *(una tabla para cada línea equipotencial)*				
1	2	3	3	5	6	7	8	9	10
Línea de corriente	d	Δs	$\frac{d}{\Delta s}$	Δn	$\left(\frac{d}{\Delta s}\right)_m$	$\Delta A = \left(\frac{d}{\Delta s}\right)_m \Delta n$	$\delta(\Delta A) = \Delta A_m - \Delta A_i$	$\delta(\Delta n) = \frac{\delta(\Delta A)}{\left(\frac{d}{\Delta s}\right)_m}$	$\frac{\delta(\Delta n)}{\Delta n} \cdot 100$
ψ_I									
ψ_{II}									
ψ_{III}									
ψ_{IV}									
ψ_V									
ψ_{VI}									
ψ_{VII}									

Según lo dicho los valores de la columna 10 sirven para la corrección de las líneas de corriente a lo largo de las líneas equipotenciales. El trazado de las superficies de corriente en el proyecto de una TF tiene por objeto, como veremos (Sec. 11.12.10), la determinación de la velocidad meridional c_m en todos los puntos del rodete. Esta velocidad queda automáticamente determinada con la configuración del flujo o red de corriente (véase diseño TF en Pág. 669).

2.3.6.6. Analogía reoeléctrica

Además de los métodos analíticos y gráficos para el trazado de las líneas de corriente existen métodos experimentales, que permiten con aproximación suficiente trazar la red de corriente de un flujo potencial cualquiera por complicado que sea el contorno.

De los tres métodos principales que existen: la analogía de la membrana, la analogía del flujo viscoso Hele-Shaw y las analogías eléctricas sólo diremos algo

de las analogías eléctricas, y aún de éstas sólo escogeremos una extraordinariamente sencilla y de poquísimo coste que se denomina *analogía reoeléctrica con papel Teledeltos*. Este constituye un tipo especial dentro de las analogías eléctricas, cuyo campo de aplicación no está limitado solamente a los problemas hidrodinámicos; sino que se aplica igualmente a los campos electrocinéticos, electrostáticos, termodinámicos, elásticos, aerodinámicos y matemáticos. Los problemas tridimensionales se estudian con la cuba electrolítica profunda: los tridimensionales con simetría de revolución con la cuba electrolítica inclinada, y los bidimensionales con la cuba electrolítica poco profunda, con las redes de conductores y con el *papel Teledeltos*.

La analogía reoeléctrica con papel Teledeltos utiliza un papel eléctrico conductor comercializado bajo dicho nombre (1). La exactitud de la medida es función de la uniformidad de la resistividad del papel. Controlando los fragmentos de papel utilizado en los modelos que se recortan del mismo y desechando las porciones menos uniformes, se puede alcanzar una precisión del orden del 5%, suficiente para muchas aplicaciones prácticas.

Se recorta en papel conductor un modelo geométricamente semejante al objeto que se quiere estudiar, y se establecen las condiciones de contorno. Estas son las clásicas de Dirichlet, Newman y Fourier, que pueden llevarse al pepel Teledeltos de múltiples formas. El papel se alimenta convenientemente con un voltaje de unos 10 V en c.c. Las líneas equipotenciales eléctricas se determinan mediante una sonda conectada convenientemente a un puente de Wheatstone. La figura 2-30 representa uno de estos modelos, recortado y preparado con las condiciones de

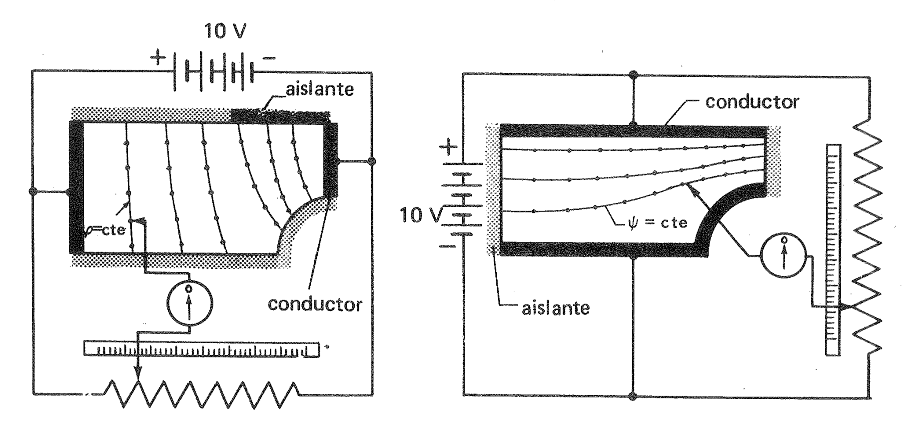


Fig. 2-30.– *Analogía reoeléctrica* con papel Teledeltos: a) analogía directa; b) analogía inversa.

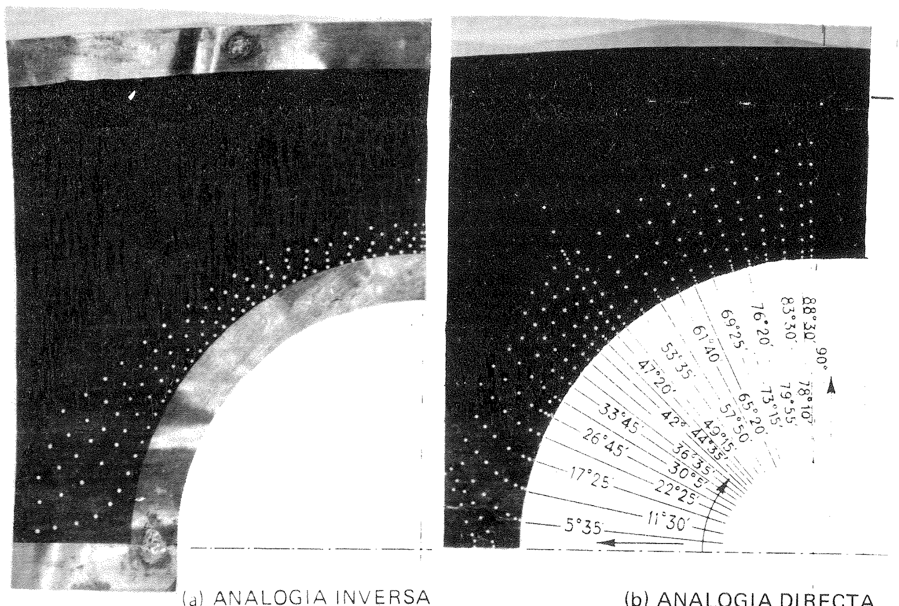
(1) Distribuido por la Sunshine Scientific Instrument Co., Philadelphia, Pa.

contorno para estudiar uno de los problemas hidrodinámicos más sencillos que pueden estudiarse con esta analogía, del que se conoce la solución teórica exacta, con miras a la comparación de resultados: flujo alrededor de un cilindro circular sumergido en una corriente uniforme (véase Sec. 2.3.6.3.2). Por la doble simetría del problema el estudio puede reducirse al de uno de los cuadrantes. En la figura 2-30,a se prepara el ensayo según la *analogía directa:* las líneas equipotenciales de corriente equivalen a las líneas equipotenciales hidrodinámicas. En la Fig. 2-30.b el ensayo está preparado para la analogía inversa: las líneas equipotenciales eléctricas son en este caso las líneas de corriente. Para establecer las líneas equipotenciales eléctricas se utiliza pintura de plata: o bien láminas de cobre pegadas al papel.

El fundamento de la analogía reoeléctrica es el siguiente: el flujo de una corriente eléctrica bidimensional es análogo al de un fluído ideal en flujo irrotacional: el potencial eléctrico obedece también a la ecuación de Laplace, que en dos dimensiones será:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0$$

y lo mismo la función de corriente eléctrica.



(a) ANALOGIA INVERSA (b) ANALOGIA DIRECTA

CILINDRO CIRCULAR EN CORRIENTE UNIFORME EN EL INFINITO

Fig. 2-31.–Obtención experimental con papel Teledeltos de la configuración de corriente de la Fig. 2-30: a) obtención de las líneas de corriente con la analogía inversa; b) obtención de las líneas equipotenciales con la analogía directa.

En la Fig. 2-31 puede verse una fotografía de los dos modelos del esquema de la Fig. 2-30, recortados en papel Teledeltos. (1)

En la Fig. 2-32 se compara el potencial experimental con el potencial teórico, comprobándose que el error se mantiene en el peor de los casos inferior al 5%.

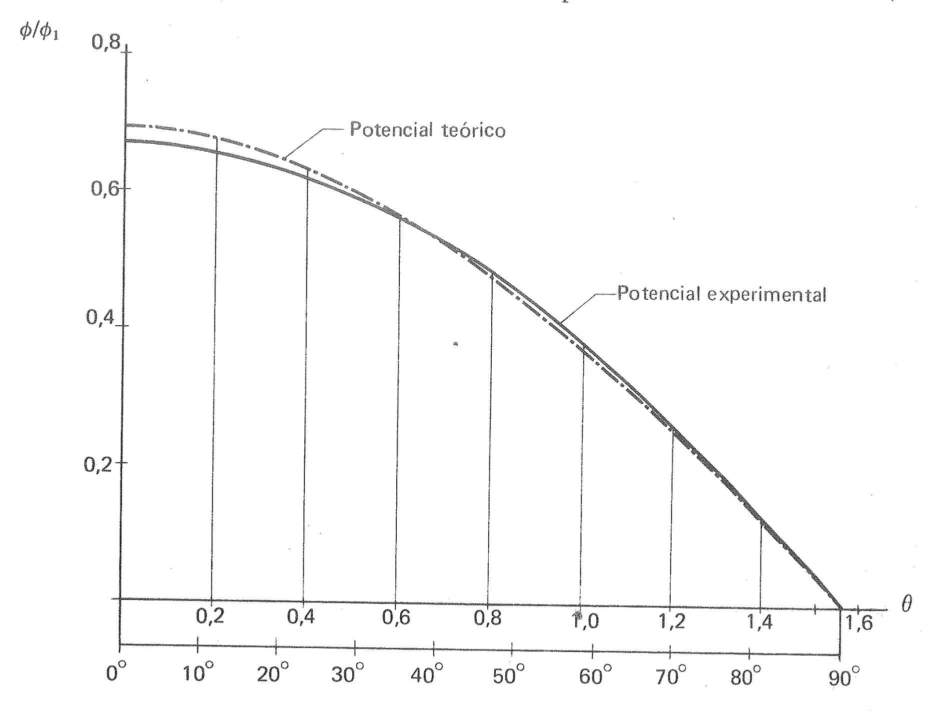


Fig. 2-32.–Comparación del potencial experimental (papel Teledeltos) y potencial teórico.

2.3.7. Método de estudio unidimensional

En la Sec. 2.3.6 se definió el movimiento bidimensional, y se habló de la aplicación del método de estudio bidimensional a la Mecánica de Fluídos y a las TM.

El *movimiento unidimensional* estrictamente hablando exigiría que la velocidad en cada punto fuese igual en magnitud y dirección, con lo que bastaría una coordenada cartesiana x para su estudio. La simplificación del *método unidimensional* no llega a tanto; sino que reduce el tubo de corriente a un filamento en general curvilíneo en el espacio, asignando a cada punto del mismo los valores medios de la corriente, en particular la velocidad, presión y elevación sobre un plano horizontal o altura geodésica.

(1) Véase CLAUDIO MATAIX, *Selección mediante la analogía reoeléctrica con papel Teledeltos de un tipo de refrigeración de álabes de turbinas de gas,* "Monografías de Ciencia Moderna", C.S.I.C., Madrid 1962.

Al método unidimensional pertenecen instrumentos de trabajo tan eficientes como la *ecuación generalizada de Bernoulli* (Sec. 2.3.7.1.4) el *método de los triángulos de velocidad* (Véase Pág. 173) y la ecuación de Euler (Sec. 3.2) basada en el teorema del momento cinético.

La utilización del método unidimensional en el estudio de las TM concretada en los tres instrumentos de trabajo indicados es universal y continua.

2.3.7.1. Ecuación de Bernoulli

2.3.7.1.1. Ecuación de Bernoulli para el fluído ideal

La ecuación de Bernoulli es uno de los pilares fundamentales de la Hidrodinámica.

Las ecuaciones de Euler del fluído ideal (Sec. 2.2.3) particularizadas para una línea de corriente se reducen a una sola, empleando como coordenada intrínseca la longitud s medida a lo largo de la misma, y puede ser integrada fácilmente. En efecto siendo la velocidad

$$v = f\,(s, t)$$

$$dv = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}\,dt + \frac{\partial \vec{v}}{\partial s}\,ds$$

y la aceleración total será:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial s}\frac{ds}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial s}\vec{v} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{1}{2}\,\frac{\partial\,(v^2)}{\partial s}$$

y la ecuación de Euler será:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{1}{2}\,\frac{\partial\,(v^2)}{\partial s} = S - \frac{1}{\rho}\,\frac{\partial p}{\partial s}$$

donde S — componente de la fuerza por unidad de masa en la dirección s.

Si las fuerzas son conservadoras y U es el potencial de fuerzas ($\vec{F} = -\nabla U$) se tendrá:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}v^2 + U\right) \qquad (2\text{-}56)$$

(Ecuación de Euler, fluído ideal incompresible, fuerzas exteriores conservadoras)

La Ec. (2-56) es análoga a la (2-12) y válida como aquélla para movimiento rotacional e irrotacional, más sencilla, pero con una limitación que no tiene aquélla: *la Ec. (2-56) es sólo válida para una misma línea de corriente.*

Si además se cumplen las dos condiciones siguientes: a) única fuerza exterior

por unidad de masa es la gravitatoria, que es conservadora, siendo $U = -gz$, y b) régimen permanente, $\frac{\partial v}{\partial t} = 0$; haciendo ambas sustituciones en la Ec. (2-56), e integrando entre dos puntos cualesquiera de la línea de corriente (véase la Fig. 2-33) se tiene:

$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + z_1 g = \frac{v_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + z_2 g$$

o equivalentemente

$$\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + zg = Y \qquad (2\text{-}57)$$

(Ecuación de Bernoulli, fluído ideal, flujo rotacional o irrotacional, válida para una misma línea de corriente. Y en general varía de una línea de corriente a otra).

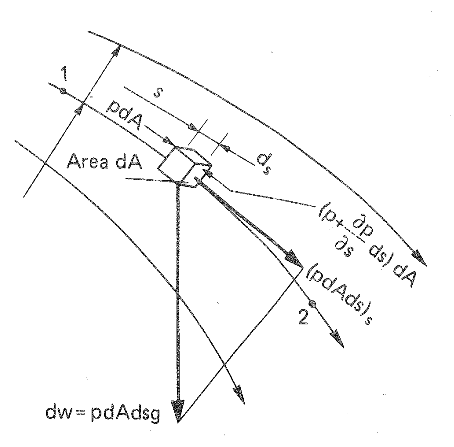


Fig. 2-33.—Deducción de la *ecuación de Bernoulli* para un filamento de corriente.

2.3.7.1.2. Ecuación de Bernoulli para el fluído ideal en régimen irrotacional

Si en la forma vectorial de la ecuación de Euler Ec. (2-12) a las condiciones de fluído ideal e incompresible, añadimos que la fuerza exterior única es la gravedad, cuyo potencial es $U = -gz$ y que el flujo es permanente e *irrotacional*, la referida ecuación vectorial se reducirá a

$$\nabla\left(\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}v^2 + zg\right) = 0$$

e integrando se tendrá:

$$\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + zg = Y \qquad (2\text{-}58)$$

(Ecuación Bernoulli, fluído ideal, flujo irrotacional, aplicable entre dos puntos cualesquiera del fluído, aunque no estén en la misma línea de corriente. Y es constante para todos los puntos)

2.3.7.1.3. Ecuación de Bernoulli y primer principio de la Termodinámica

Bernoulli un contemporáneo de Newton dedujo su ecuación hacia el año 1700. Siglo y medio más tarde se aceptaba *la ley de conservación de la energía,*

como ley general de la Naturaleza. Es fácil ver que esta ley válida también para el fluído real se convierte en la ecuación de Bernoulli cuando el fluído es ideal e incompresible. El primer principio aplicado a un sistema dinámico abierto en régimen permanente se puede formular así, donde los términos representan energías por unidad de masa: (1)

$$dQ = du + d\,(pv) + d\left(\frac{c^2}{2}\right) + d\,(zg) + dW \qquad (2\text{-}59)$$

donde dQ – calor (adicionado al fluído, positivo; cedido por el fluído negativo)
u – energía interna
v – volumen específico (m^3/kg, *SI*)
dW – trabajo suministrado por el fluído, positivo; suministrado al fluído, negativo).

Apliquemos esta ecuación al filamento de corriente de la Fig. 2-34. En nuestro caso $dW = 0$. Además $du + d\,(pv) = du + p dv + v\,dp$. En una transformación ideal reversible $dQ = du + p dv$. Haciendo estas sustituciones, y haciendo $v = \frac{1}{\rho}$ (donde ρ – densidad) en la ecuación anterior, se tendrá:

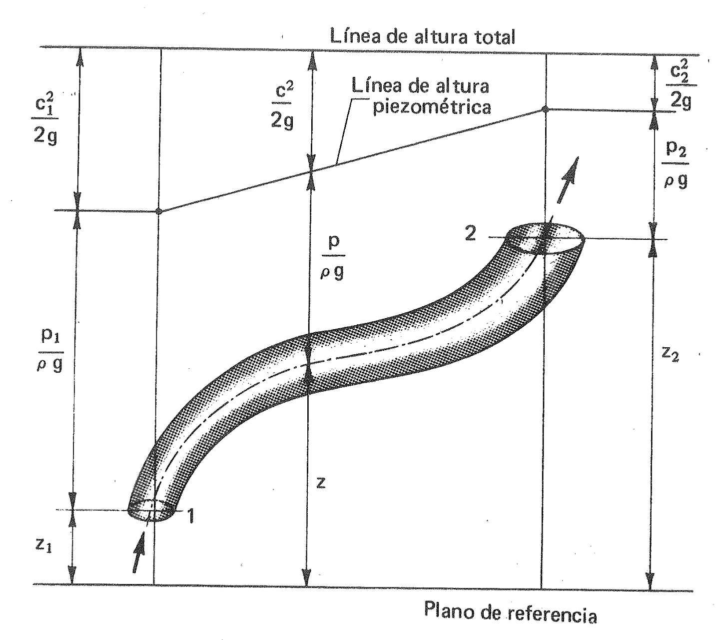


Fig. 2-34.–*Gráfico de corriente* para un filamento de corriente.

(1) Véase C.M., *TMT*, págs. 90 y ss.

$$d\left(\frac{p}{\rho}\right) + d\left(\frac{c^2}{2}\right) + d\,(zg) = 0$$

e integrando entre los puntos 1 y 2, suponiendo ρ = cte (fluído incompresible):

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{c_1^2}{2} + z_1 g = \frac{p_2}{\rho} + \frac{c_2^2}{2} + z_2 g \qquad (2\text{-}60)$$

que es la ecuación de Bernoulli aplicada a un filamento o línea de corriente, o bien

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{c_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{c_2^2}{2g} + z_2 = H \qquad (H = \text{altura total})$$

2.3.7.1.4. Ecuación de Bernoulli generalizada: método unidimensional

Según la Ec. (2-60)

$$e_m = \frac{p}{\rho} + zg + \frac{c^2}{2}$$

representa la energía por unidad de masa en una sección transversal del *filamento de corriente*, y la energía (potencia) correspondiente al caudal másico ρdQ será:

$$dE = e_m \rho\, dQ = \left(\frac{p}{\rho} + zg + \frac{c^2}{2}\right)\rho\, c\, dA$$

y para todos los *filamentos de corriente* que integran un tubo de corriente, se tendrá:

$$E = \int_A \left(\frac{p}{\rho} + zg + \frac{c^2}{2}\right)\rho\, c\, dA$$

donde A – sección transversal del tubo de corriente

y la energía específica por unidad de masa será:

$$e_m = \frac{E}{\rho Q} = \frac{1}{\rho Q}\int_A \left[\frac{p}{\rho} + zg + \frac{c^2}{2}\right]\rho\, c\, dA$$

Si las líneas de corriente en la sección transversal considerada son rectas, siendo la aceleración normal del fluído cero, regirá en dicha sección una distribución hidrostática de presiones, de manera que en dicha sección $\frac{p}{\rho} + zg$ = cte, y por tanto

$$e_t = \frac{\frac{p}{\rho}+zg}{Q}\int_A c\,dA + \frac{1}{2Q}\int_A c^3\,dA = \frac{p}{\rho} + zg + \frac{1}{2Q}\int_A c^3\,dA \qquad (2\text{-}61)$$

El último término de la Ec. (2-61) puede transformarse así:

$$\frac{1}{2Q}\int_A c^3\,dA = \frac{\bar{c}^2}{2Q}\,\frac{\int_A \frac{c^2 \rho c\,dA}{2}}{\frac{\rho\,\bar{c}^2}{2}} = \frac{\bar{c}^2}{2}\,\frac{\int_A \frac{c^2\,dG}{2}}{\frac{\bar{c}^2\,\rho\,\bar{c}\,A}{2}} = \frac{\bar{c}^2}{2}\,\frac{\int_A \frac{c^2\,dG}{2}}{\frac{G\,\bar{c}^2}{2}}$$

donde G – caudal másico (kg/s, *SI*)

$\bar{c}$ – velocidad media en la sección considerada

$$\alpha = \frac{\int_A \frac{c^2\,dG}{2}}{\frac{G\,\bar{c}^2}{2}} \qquad (2\text{-}62)$$

representa la relación entre la energía (potencia) cinética específica verdadera en una sección, teniendo en cuenta la variación de c en cada punto de la misma y la energía cinética o específica calculada mediante la velocidad media:

– si el movimiento (en la sección considerada) fuera uniforme: $\alpha = 1$

– si la variación de la sección de corriente es muy rápida α puede tomar un valor muy elevado.

– en los casos normales, $1{,}04 < \alpha < 1{,}13$.

Utilizando este coeficiente α la ecuación de Bernoulli entre dos secciones 1 y 2 cualesquiera del tubo de corriente se expresará así:

$$\frac{p_1}{\rho} + z_1 g + \alpha_1 \frac{\bar{c}_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + z_2 g + \alpha_2 \frac{\bar{c}_2^2}{2} \qquad (2\text{-}63)$$

(Ecuación de Bernoulli, fluído ideal, tubo de corriente, secciones 1 y 2 en zonas de aceleración normal nula)

Es posible extender la Ec. (2-63) al fluído viscoso.

El primer principio de la Termodinámica [Ec. (2-59)] tiene validez general: pero en una transformación real irreversible enseña la Termodinámica que

$$du + u\,dv = dQ + d\epsilon$$

donde $d\epsilon$ – fricción. Sustituyendo en la Ec. (2-58), e integrando como anteriormente, se obtiene para un filamento:

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{c_1^2}{2} + z_1 g - y = \frac{p_2}{\rho} + \frac{c_2^2}{2} + z_2 g$$

donde y – pérdida de energía por unidad de masa; y para un tubo de corriente, mediante un razonamiento análogo al empleado en la deducción de la Ec. (2-63),

$$\frac{p_1}{\rho} + z_1 g + \alpha_1 \frac{\bar{c}_1^2}{2} - y = \frac{p_2}{\rho} + \frac{\bar{c}_2^2}{2} + z_2 g \qquad (2\text{-}64)$$

donde y – pérdida de energía por unidad de masa en todo el tubo de corriente.

El cálculo de los coeficientes α en las Ecs. (2-63) y (2-64) es, excepto en casos triviales, complicado. Si se hace $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ se comete en general un error, el cual, sin embargo, en muchos problemas prácticos puede ser despreciable, y en el peor de los casos puede conducir a una solución más o menos aproximada del mismo.

Aún es posible una ulterior extensión de la Ec. (2-64). Para fijar ideas, si en el tubo de corriente materializado por una tubería (de sección variable, con codos y otros cualesquiera accesorios - véase la Sec. 2.3.7.3), que para mayor sencillez se ha esquematizado con una línea en la Fig. 2-35, hubiera una o varias bombas (B) o/y turbinas (TH), dW en la Ec. (2-59) no sería 0 como anteriormente, sino que sería $dW > 0$ en una TH y $dW < 0$ en una B. Integrando entre los puntos 1 y 2, y razonando análogamente al caso anterior para el tubo de corriente (haciendo además $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$) se tendrá:

$$\frac{p_1}{\rho} + z_1 g + \frac{c_1^2}{2} - y + \Sigma\, Y_B - \Sigma\, Y_T = \frac{p_2}{\rho} + z_2 g + \frac{c_2^2}{2} \qquad (2\text{-}65)$$

(Ecuación generalizada de Bernoulli)

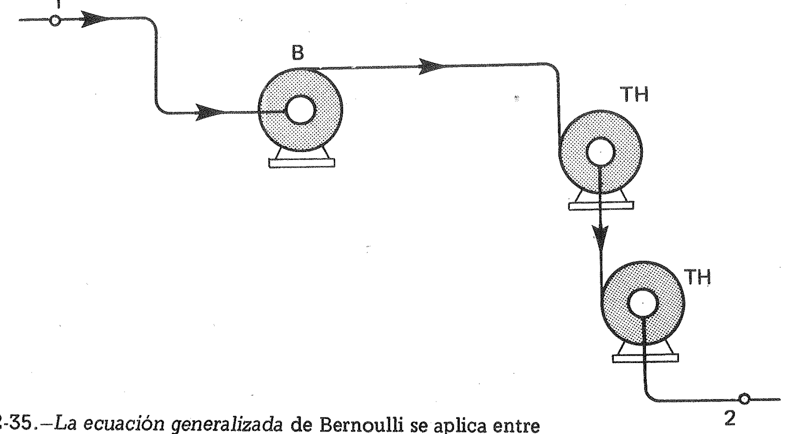


Fig. 2-35.–*La ecuación generalizada* de Bernoulli se aplica entre dos puntos (o secciones) 1 y 2.

donde ΣY_B — energía por unidad de masa comunicada al fluído por todas las B existentes.

ΣY_T — energía por unidad de masa cedida por el fluído a todas las T existentes.

El *método de estudio unidimensional* expuesto anteriormente (Sec. 2.3.7) que se emplea constantemente en el estudio de las TM permite obtener una solución aproximada rápida de multitud de problemas, muchos de ellos extraordinariamente complejos. En este método, como ya vimos, se estudia la corriente en su conjunto, reduciéndola hipotéticamente a un filamento central de corriente, asignando a cada punto del mismo los valores medios de la velocidad, de la presión, y considerando la altura geodésica de cada punto del filamento como representativa de la sección transversal correspondiente.

Pues bien, a este método pertenece la Ec. (2-65), que denominaremos la *ecuación generalizada de Bernoulli* o a veces abreviadamente la *ecuación de Bernoulli,* aunque Bernoulli dedujo su ecuación para el fluído ideal.

Las magnitudes específicas en el *SI* se miden en unidades de energía por unidad de masa $\frac{J}{kg}$ $\left[\text{o el múltiplo } \frac{kJ}{kg}\right]$. Una forma muy conveniente de la ecuación de Bernoulli es la Ec. (2-65), cuyos términos tienen precisamente las dimensiones de energía por unidad de masa. En la Ec. (2-65):

$\frac{p}{\rho}$ — energía de presión específica (por unidad de masa)

zg — energía geodésica específica

$\frac{c^2}{2}$ — energía cinética específica

y — energía específica perdida por rozamiento

Además el valor

$$Y = \frac{p}{\rho} + zg + \frac{c^2}{2}$$

lo denominaremos energía total específica de la corriente, que es constante en el fluído ideal a lo largo de una línea de corriente (flujo rotacional) o en todos los puntos (flujo irrotacional), de ahí su nombre: Y = constante de Bernoulli. La unidad de Y, y naturalmente de todos los términos de la Ec. (2-65) en el *SI*, es $\frac{J}{kg} = \frac{m^2}{s^2}$, que por ser puramente cinemática es igual en el *ST*

$$\frac{kp \cdot m}{UTM} = \frac{kp \cdot m}{kp \cdot s^2/m} = \frac{m^2}{s^2}$$

Dividiendo los términos de la Ec. (2-65) por g, se tendrá:

$$\frac{p_1}{\rho g} + z_1 + \frac{c_1^2}{2g} - h_{r1\text{-}2} + \Sigma H_B - \Sigma H_T = \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \frac{c_2^2}{2g} \qquad (2\text{-}66)$$

La ventaja de la Ec. (2-66), que utilizaremos frecuentemente en este libro radica en que sus términos tienen las dimensiones de una longitud o altura, cuya unidad el m es la misma en el *SI* y *ST*, lo cual facilita la conversión de unidades de un sistema a otro, y ayuda a la representación gráfica de la corriente (véase Sec. 2.3.7.4). En esta ecuación los puntos 1 y 2 se refieren a dos puntos cualesquiera de la corriente, situados aguas arriba y aguas abajo respectivamente. Además

$\frac{p}{\rho g}$ — altura de presión, o altura que alcanzaría la superficie libre de un líquido si se conectara un tubo piezométrico en un punto de presión p.

z — altura geodésica (o altitud de la partícula con respecto a un plano horizontal de referencia cualquiera) $c^2/2g$ — altura de velocidad o altura dinámica (o altura de donde debería caer una partícula en reposo en el campo gravitatorio y en el vacío para alcanzar la velocidad c).

h_r — pérdidas por fricción entre los puntos 1 y 2 exteriores a las B y T del circuito.

H_B — altura efectiva de una B (véase la Sec. 4.4.2)

H_T — altura neta de una T (véase la Sec. 4.4.1)

Además $\frac{p}{\rho g} + z = h$ — altura piezométrica (o altura estática)

$H = \frac{p}{\rho g} + z + \frac{c^2}{2g}$ — *altura total,* que es constante en el fluído ideal en las mismas condiciones que Y, según sea el flujo rotacional o irrotacional [véanse las Ecs. (2-57) y (2-58)]

Nótese finalmente que la ecuación de la hidrostática (2-16), pág. 76 es un caso particular de la Ec. (2-66) para $c = 0$.

Las dimensiones de la Ec. (2-66) son las de energía por unidad de peso $\frac{kp \cdot m}{kp} = m$, *ST* y $\frac{J}{N} = \frac{N \cdot m}{N} = m$, *SI* . Esta concepción, sin embargo, deberá usarse sólo en el *ST*; pero no en el *SI*, ya que en este último las magnitudes específicas se deben referir siempre a la unidad de masa, no a la unidad de peso. En este libro, en que se utiliza el *SI* no se hablará nunca de energía por unidad de peso, sino de energía por unidad de masa. Así la energía total por unidad de masa es $Y = Hg$, la energía de presión por unidad de presión $\frac{p}{\rho}$, etc... En el *SI* la ecuación de Bernoulli expresada en energía específica es la Ec. (2-65), no la Ec. (2-66).

Multiplicando los términos de la Ec. (2-65) por ρ se tendrá:

$$p_1 + \rho \frac{c_1^2}{2} - \Delta p_{r1\text{-}2} + \Sigma \Delta p_V = p_2 + \rho \frac{c_2^2}{2} \qquad (2\text{-}67)$$

En esta forma de la ecuación de Bernoulli, útil para el estudio de los ventiladores, se ha supuesto $\Sigma Y_T = 0$, además $\rho g (z_2 - z_1) \simeq 0$, lo cual sucede frecuentemente en los gases (1)

En la Ec. (2-67):

p — presión estática

$\rho \frac{c_1^2}{2}$ — presión dinámica

$\Delta p_{r1\text{-}2}$ — pérdida de presión entre las dos secciones consideradas

$\Sigma \Delta p_V$ — incremento de presión comunicada al fluído por los V intercalados en el circuito.

$p + \rho \frac{c_2^2}{2}$ — presión total.

Advirtamos finalmente que en todas las formas de la ecuación de Bernoulli, la presión p puede expresarse como presión absoluta o como presión relativa ya que para pasar de una forma a otra basta sumar o restar el término correspondiente a la presión barométrica a ambos términos de la ecuación.

2.3.7.2. Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli

Seleccionemos a título de ejemplo algunas de ellas de especial interés práctico, o de especial aplicación a nuestro estudio.

1.ª Ecuación de Torricelli

La Fig. 2-36 representa un depósito que contiene un líquido que se mantiene a nivel constante, y en cuyo fondo hay un orificio. Despreciando las pérdidas, y aplicando la ecuación de Bernoulli entre la superficie libre (punto 1) y la salida del orificio (punto 2) ambos a la presión atmosférica p_b:

$$\frac{p_1}{\rho g} + z_1 + \frac{c_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \frac{c_2^2}{2g}$$

(1) Es decir, el término $(z_2 - z_1)\rho g$ suele ser despreciable en los gases en comparación con los otros términos. Así, por ejemplo, para $(z_2 - z_1) = 5$, y para el aire en condiciones normales, $(z_2 - z_1)\rho g = 1{,}293 \cdot 5 \simeq 6{,}5$ mm c.a., que es una presión aún muy pequeña.

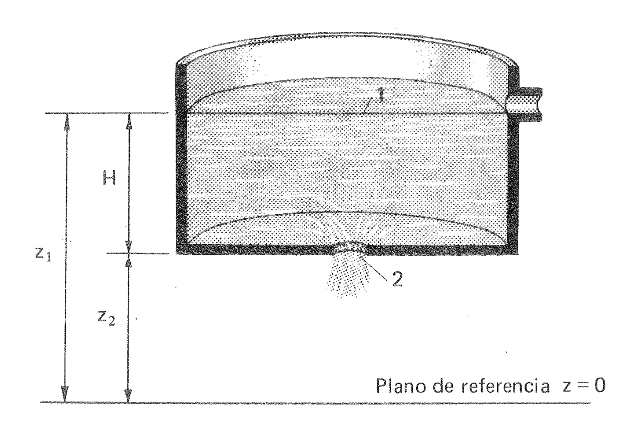


Fig. 2-36.—Deducción de la *ecuación de Torricelli.*

haciendo

$z_1 - z_2 = H$

$c_1^2/2 \simeq 0$, si la superficie del depósito es grande

$c_2 = c =$ velocidad de salida del orificio

se tiene

$$c = \sqrt{2gH}$$

La velocidad c es independiente del peso específico ρ, e igual a la que tendría un cuerpo en caída libre en el vacío desde una altura H.

2.ª Tubo de Pitot

El tubo de Pitot, que se representa en la Fig. 2-37 se instala normalmente a la corriente. Escribiendo la ecuación de Bernoulli entre los puntos 1 y 2, teniendo en cuenta que en el punto 2 la velocidad se reduce a cero (punto de estancamiento o de remanso), y suponiendo $z_1 = z_2 = 0$ (movimiento horizontal), se tendrá:

$$p_2 = p_1 + \rho c_1^2/2$$

y escribiendo la ecuación de Bernoulli entre 2 y 3 (en este caso ecuación de la hidrostática):

$$p_2 = \rho g h$$

luego

$$p_1 + \rho c_1^2/2 = \rho g h$$

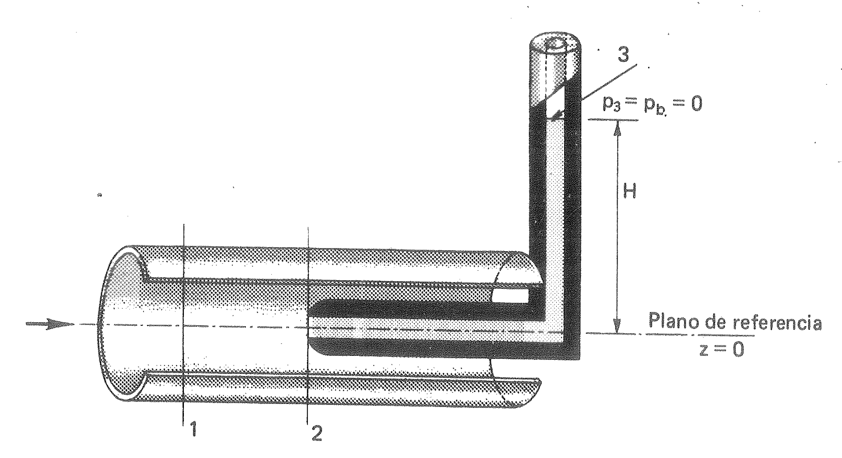


Fig. 2-37.—Tubo de Pitot.

El primer término es la presión total; luego *el tubo de Pitot mide la presión de estancamiento o presión total.*

3.ª Tubo de Prandtl

El tubo de Prandtl, cuyas dimensiones están normalizadas (Fig. 2-38,b), es una combinación de tubo piezométrico y tubo de Pitot. El tubo piezométrico mide la presión estática y el tubo de Pitot mide la presión de estancamiento o de remanso. Haciendo la conexión a un manómetro diferencial, como se indica en la Fig. 2-38,a, se mide la presión dinámica, de la cual se deduce fácilmente la velocidad. En efecto, suponiendo $z_1 = z_2 = z_3$ (tubo de Prandtl de diámetro muy pequeño), y escribiendo la ecuación de Bernoulli entre 1 y 2:

$$p_2 = p_1 + \rho\ c_1^2/2 \qquad \text{presión total}$$

$$p_3 = p_1 \qquad \text{presión estática}$$

(el tubo de Prandtl causa perturbación muy pequeña, de manera que en la sección 3, $c_3 \simeq c_1$). De la Lectura del manómetro se obtiene:

$$p_4 - p_5 = \Delta h \rho' g$$

además

$$p_4 = p_1 + \rho\ c_1^2/2 + \ell\ \rho g + \Delta h\ \rho g$$

$$p_5 = p_1 + \ell\ \rho g$$

De aquí se deducirá la velocidad teórica de la corriente, que llamaremos $c' = c_1$:

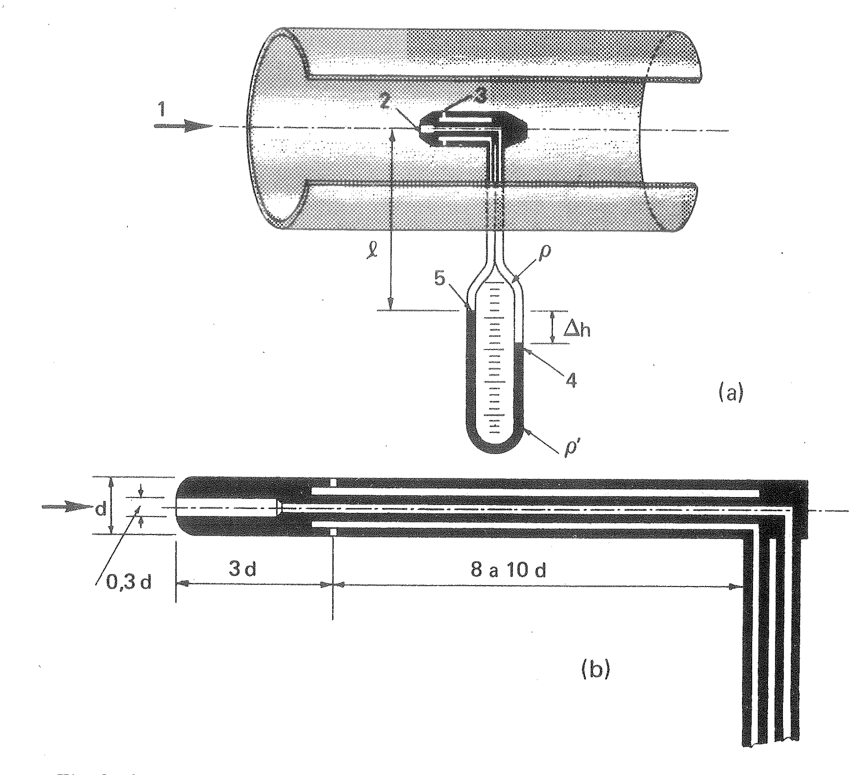


Fig. 2-38.—*Tubo de Prandtl* (combinación de tubo piezométrico y tubo de Pitot).

$$c' = \sqrt{2\,\Delta h \left(\frac{\rho'}{\rho} - 1\right) g}$$

(Velocidad teórica, tubo de Prandtl)

Para tener en cuenta el influjo de la viscosidad se introduce un coeficiente de corrección, o coeficiente de velocidad, C_v, que es cercano a la unidad ($C_v \simeq 0{,}98$), y se determina experimentalmente; obteniéndose finalmente la velocidad real c

$$c = C_v \sqrt{2\,\Delta h \left(\frac{\rho'}{\rho} - 1\right) g}$$

(Velocidad real, tubo de Prandtl)

4.ª Tubo de Venturi (diafragmas y toberas)

El tubo de Venturi, que se representa en la Fig. 2-39, es ideal para medir el

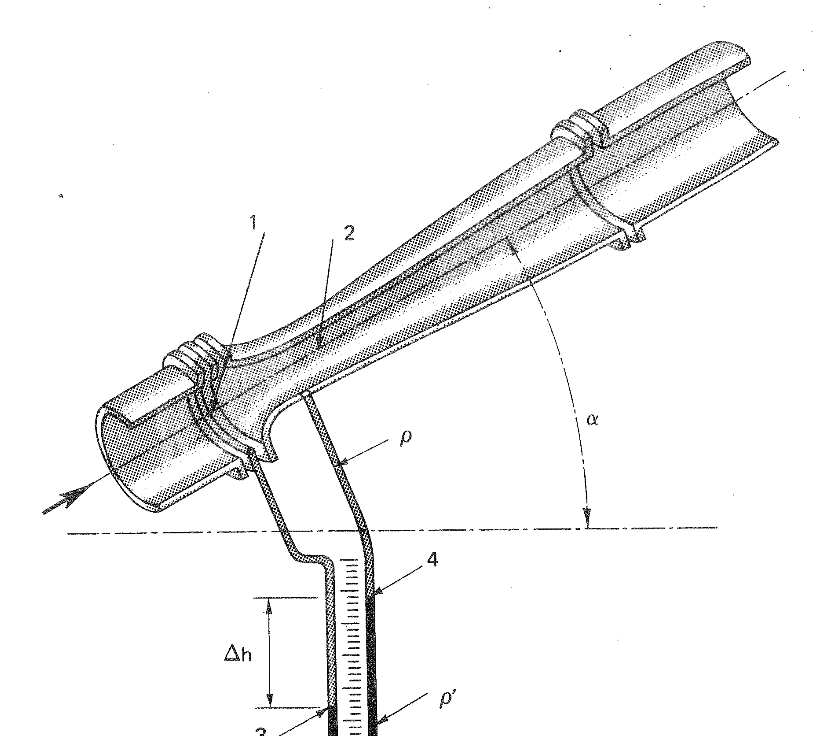


Fig. 2-39.—Tubo de Venturi.

caudal en las tuberías de conducción de líquidos y gases ya que, si se construye con la forma hidrodinámica adecuada para evitar los *desprendimientos de la corriente*, las pérdidas se reducen a un mínimo. Se adapta muy bien a la trasmisión a distancia y al empleo de aparatos registradores, que se gradúan en caudales o velocidad.

Supongamos el caso general, en que el eje de Venturi no sea horizontal y el fluído que fluye por la tubería sea cualquiera (gas o líquido) de densidad ρ, que suponemos llena totalmente los tubos manométricos (ausencia de aire) y el líquido manométrico tiene densidad ρ'.

Se tendrá, despreciando en primera aproximación el rozamiento:

$$\frac{p_1}{\rho} + z_1 g + \frac{c_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + z_2 g + \frac{c^2}{2}$$

y teniendo en cuenta la ecuación de continuidad

$$c_1 = \frac{A_2}{A_1} c_2$$

despejando c_2, que llamaremos c_2' por ser la velocidad teórica y llamando Q' al caudal teórico también, se tendrá:

$$Q' = c_2' A_2 = \frac{A_2}{\sqrt{1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2}} \sqrt{2g\left[\left(\frac{p_1}{\rho g} + z_1\right) - \left(\frac{p_2}{\rho g} + z_2\right)\right]} \qquad (2\text{-}68)$$

La cantidad que figura entre corchetes en el radicando es la diferencia de alturas piezométricas entre 1 y 2. Aplicando la ecuación de la hidrostática entre 1 y 2, a través del manómetro de la figura, y suponiendo que el fluído de densidad ρ que fluye por el tubo llena el tubo manométrico, se obtiene:

$$\left(\frac{p_1}{\rho g} + z_1\right) - \left(\frac{p_2}{\rho g} + z_2\right) = h_1 - h_2 = \Delta h \left(\frac{\rho'}{\rho} - 1\right) \; (1) \qquad (2\text{-}69)$$

Para tener en cuenta el influjo de la viscosidad y la uniformidad de la corriente se utiliza un *coeficiente de velocidad* $C_v = c/c'$, o mejor *un coeficiente de caudal* definido así:

$$C_q = \frac{C_v}{\sqrt{1 - (A_2/A_1)^2}} \qquad (2\text{-}70)$$

que se obtiene experimentalmente (*tarado del Venturi*).

De las Ecs. (2-68) a (2-70) se deduce finalmente

$$Q = C_q A_2 \sqrt{2g \Delta h \left(\frac{\rho'}{\rho} - 1\right)}$$

Los valores de C_q oscilan de 0,95 a algo más que 1, y su valor en general no es constante; sino función del número de Reynolds.

El medidor de Venturi consta, pues, de un elemento deprimógeno (el tubo de Venturi propiamente tal) y de un medidor de esta depresión (manómetro diferencial). Según este mismo principio funcionan otra multitud de medidores de caudales, entre los cuales los más usados son, junto con los medidores de Venturi, los diafragmas y las toberas de medida.

En los diafragmas y toberas, aplicando la ecuación de Bernoulli, se llega a la misma Ec. (2-68), que teniendo en cuenta el coeficiente de caudal y que el radicando puede escribirse abreviadamente $2g(h_1 - h_2)$, donde $h_1 - h_2$ es la diferencia de alturas piezométricas de las dos secciones donde se conecta el manómetro

(1) Obviamente $\Delta h \neq h_1 - h_2$, aunque la notación empleada parece indicar lo contrario.

diferencial, tomará la forma siguiente

$$Q = C_q\, A_2\, \sqrt{2g\,(h_1 - h_2)} \qquad (2\text{-}71)$$

donde

A_2 — sección mínima del medidor, de diámetro d;

C_q — caudal, que depende, que depende del tipo y construcción del medidor, de la magnitud $m = A_2/A_1 = (d/D)^2$ (donde D — diámetro de la tubería), y si $R < R_c$ del número de Reynolds $R = \dfrac{4Q}{\pi D \nu}$ (para $R \geqslant R_c$, C_q es independiente de R).

La presión mínima debe ser superior a la presión de saturación de vapor del líquido que fluye por la tubería para evitar la cavitación (véase la Pág. 1200). En el Apéndice I — Pág. 1291 se aducen por su gran aplicación práctica los esquemas *normalizados* de Venturis, diafragmas y toberas junto con curvas y tablas para la obtención de C_q en estos instrumentos de medida. La ventaja de los medidores normalizados estriba en que, sin necesidad de tarado, se conoce previamente el coeficiente de caudal en cada caso, lo cual es especialmente interesante cuando se emplean estos instrumentos para medir caudales con gases, ya que con éstos el tarado de los instrumentos es mucho más complicado.

5.ª Cavitación

El fenómeno de cavitación puede presentarse con frecuencia en las B, TH rápidas, hélices marinas y estructuras hidráulicas (sifones, tubos de Venturi, etc...); no se presenta sin embargo en los gases. Aplicando la ecuación de Bernoulli entre un punto 0 de referencia de la corriente y otro punto cualquiera sin subíndice aguas abajo y expresando las presiones como presiones absolutas, tendremos:

$$\frac{p_0}{\rho g} + z_0 + \frac{c_0^2}{2g} = \frac{p}{\rho g} + z + \frac{c^2}{2g}$$

de donde

$$c = \sqrt{2g\,(z_0 - z) + 2/\rho\;(p_0 - p) + c_0^2} \qquad (2\text{-}72)$$

Como la presión absoluta p nunca puede ser negativa, el valor mínimo que puede alcanzar en un punto cualquiera de la corriente es 0. Por lo tanto, suponiendo que en el conducto por el que circula el fluído no varía la sección ni la altura geodésica en ninguno de sus puntos, podrá sin embargo, aumentar la velocidad cuando aumentemos el caudal, hasta un valor máximo teórico, que vendrá dado por la Ec. (2-72) haciendo $p = 0$:

$$c_{máx} = \sqrt{2g\,(z_0 - z) + \frac{2}{\rho}\,p_0 + c_0} \qquad (2\text{-}73)$$

Prácticamente el valor máximo será menor que el dado por la Ec. (2-73), porque antes de que la presión se anule alcanzará ésta el valor de la presión de saturación de vapor, correspondiente al líquido que circula por el conducto y a su temperatura. En efecto entonces empieza la evaporación tumultuosa del líquido, y la formación de *cavidades* o bolsas de vapor. Estas arrastradas por la corriente a zonas donde la presión es más alta, se condensan, penetran en los poros de la estructura del metal, y originan un auténtico bombardeo que ocasiona grandes destrozos en la estructura o en la máquina, aparte de la disminución del rendimiento que se produce. De este importantísimo fenómeno de la cavitación volveremos a tratar en el Cap. 23.

6.ª Distribución de presiones en el flujo bidimensional irrotacional: paradoja de D'Alembert

Es fácil, a partir de la red de corriente por la cual se conoce totalmente la distribución de velocidades alrededor de un contorno, obtener la distribución de presiones, mediante la aplicación de la ecuación de Bernoulli. En efecto, escribiendo esta ecuación entre un punto 0 de referencia y otro punto cualquiera (sin subíndice) del campo del movimiento; suponiendo que la fuerza de la gravedad no tiene influjo en el movimiento, por tener, por ejemplo, este lugar en un plano horizontal, se tendrá:

$$\frac{p_0}{\rho g} + \frac{c_0^2}{2} = \frac{p}{\rho g} + \frac{c^2}{2}$$

y

$$\frac{p - p_0}{\rho\,\dfrac{c_0^2}{2}} = 1 - \left(\frac{c}{c_0}\right)^2.$$

o lo que es lo mismo

$$\frac{\Delta p}{\rho\,\dfrac{c_0^2}{2}} = 1 - \left(\frac{c}{c_0}\right)^2 \qquad (2\text{-}74)$$

Si Δn_0 e Δn es la longitud medida entre dos líneas de corriente, siendo

$$\frac{c}{c_0^2} = \frac{\Delta n_0}{\Delta n}$$

midiendo los incrementos Δn se podrá conocer el segundo miembro de (2-74) y siendo conocido $c_0^2/2$ se conocerá también Δp en cada punto. Con la misma Ec.

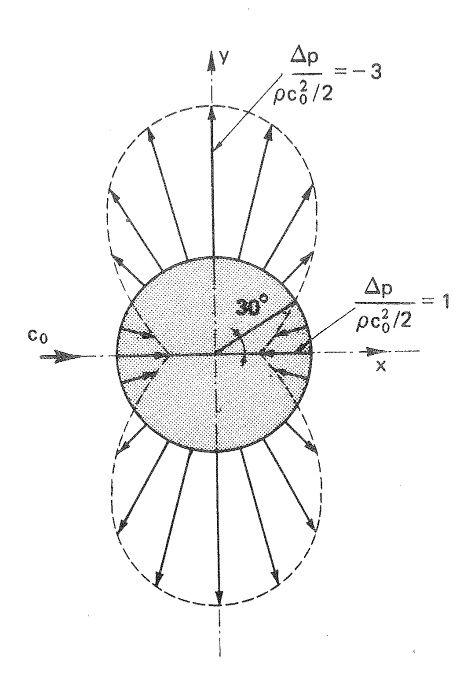


Fig. 2-40.—Corriente uniforme en el infinito alrededor de un cilindro circular sin circulación: distribución simétrica de presiones.

(2-74) se puede calcular obviamente también Δp si se conoce, analíticamente la velocidad en cada punto.

Apliquemos ahora la Ec. (2-74) al flujo uniforme alrededor de un cilindro circular, estudiado en la Sec. 2.3.6.3.2.

a) *sin circulación*

Analíticamente se conoce [Ec. (2-49)] la velocidad en cada punto del cilindro:

$$c_\theta = -2\, c_\infty \operatorname{sen} \theta$$

Por la Ec. (2-74)

$$\frac{\Delta p}{\rho v_0^2/2} = 1 - \left(\frac{c_\theta}{c_\infty}\right)^2 = 1 - 4 \operatorname{sen}^2 \theta$$

Esta distribución en forma polar puede verse en la Fig. 2-40. Las componentes de la fuerza que el fluído ejerce sobre el contorno (fuerzas de presión) según el eje x (arrastre) y según el eje y (empuje ascensional) por la simetría de la figura son nulas. Esto constituye la *paradoja de D'Alembert.*

b) *con circulación*

En este caso, según la intensidad de la circulación, la configuración del flujo es la de la Fig. 2-26. Esta configuración, y por tanto [Ec. (2-74)] el reparto de presiones sigue siendo simétrico con relación al eje y, siendo por lo tanto el arrastre nulo (paradoja de D'Alembert); aunque ya no hay simetría con relación al eje x. De donde el conocido *efecto Magnus: en la corriente uniforme sobre un cilindro con circulación incluso en el fluído ideal se crea un empuje ascensional.*

7.ª *Ley del remolino libre*

Supongamos el canal circular que se representa en la Fig. 2-41, por donde entra fluído en la sección 1 y sale en la Sec. 2. Las superficies planas superior e inferior A y B en forma de coronas circulares son horizontales, y están separadas entre sí una distancia h. Entre ellas tiene lugar un movimiento bidimensional, que supondremos es irrotacional. La velocidad tiene dos componentes, radial y periférica. Sólo esta última origina fuerza centrífuga. La partícula de fluído de masa dm dibujada en la figura está sometida en la cara de superficie $hr\, d\varphi$ a una presión p,

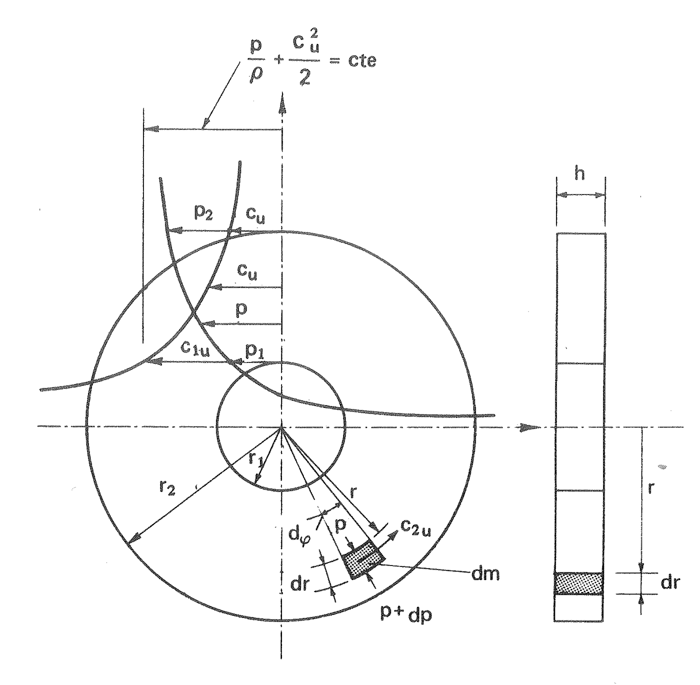


Fig. 2-41.—Deducción de la *ley de remolino libre.*

y en la cara opuesta a la presión $p + dp$. La diferencia de estas fuerzas constituye la fuerza centrípeta, que ha de ser igual a la centrífuga por el principio de acción y reacción. Por tanto

$$[(p + dp) - p]\, h\, r\, d\varphi = \rho\, r\, h\, d\varphi\, d r\, \frac{c_u^2}{r}$$

y simplificando

$$dp = \rho\, \frac{c_u^2}{r}\, dr \qquad (2\text{-}75)$$

Apliquemos la ecuación de Bernoulli en la forma (2-58), teniendo en cuenta que las alturas geodésicas no intervienen por ser el movimiento horizontal:

$$\frac{p}{\rho} + \frac{c_u^2}{2} = \text{cte}$$

diferenciando

$$\frac{dp}{\rho} + d\, c_u = 0$$

y teniendo en cuenta la Ec. (2-75):

$$\frac{c_u^2}{r} d r + c_u \, d c_u = 0$$

y

$$\frac{d r}{r} + \frac{d c_u}{c_u} = 0$$

e integrando entre la sección de entrada y un punto cualquiera tendremos:

$$\ell n \frac{r}{r_1} = \frac{\ell n \, c_{1u}}{\ell n \, c_u}$$

y

$$r_1 \, c_{1u} = r \, c_u = \text{cte} \qquad (2\text{-}76)$$

Esta ecuación, de gran utilidad para el diseño de las TM, expresa que la cantidad $r\,c_u$, o equivalente la circulación $2\,\pi\, r c_u$, permanece constante en un fluído ideal con flujo irrotacional (1).

2.3.7.3. Pérdidas de carga en las tuberías

En esta sección se reúnen fórmulas y tablas de gran interés práctico en las instalaciones hidráulicas de oleoductos, fontanería doméstica; sistemas hidráulicos etc... Se trata de un tema de interés práctico en la instalación de las TMH, sobre todo de B y V, cuya selección misma se ha de hacer como veremos, más adelante, en consonancia con la instalación que se proyecta. Sólo trataremos en esta sección de los conductos cerrados.

Tales conductos pueden presentarse según uno de los esquemas de la Fig. 2-42:

(a) tubería de diámetro constante

(b) tuberías en serie

(c) tuberías en paralelo

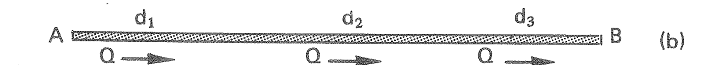
(d) tuberías ramificadas

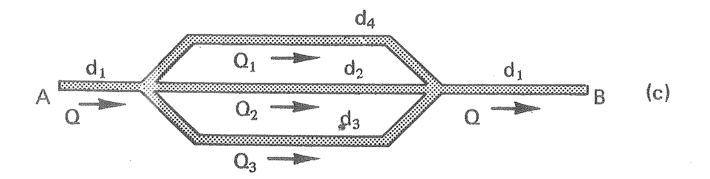
(e) red de tuberías (en ellas, a diferencia de las tuberías ramificadas el caudal en los diversos puntos de la red puede venir por ramas distintas).

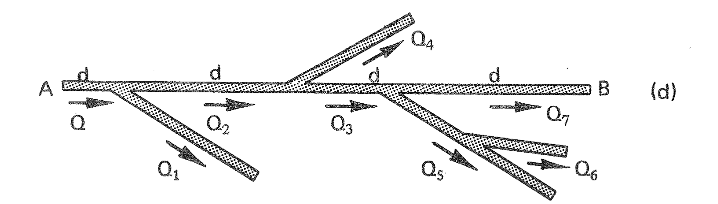
Conviene distinguir entre pérdidas de carga primarias y secundarias. Las *pérdidas de carga primarias* tienen lugar en los tramos de conducción de diámetro o sección constante. Las *pérdidas de carga secundarias* tienen lugar en los cambios

(1) En todo órgano fijo de una TM, si se supone fluído ideal el producto $r c_u$ permanece constante. Este producto sólo puede variar en un fluído ideal, si éste atraviesa un álabe (o enrejado de álabes) fijo o móvil. La Ec. (2-76) es, pues, fundamental para el diseño de órganos tales como la corona difusora sin álabes (Sec. 6.3), caja espiral (Sec. 9.6.1.1) etc...









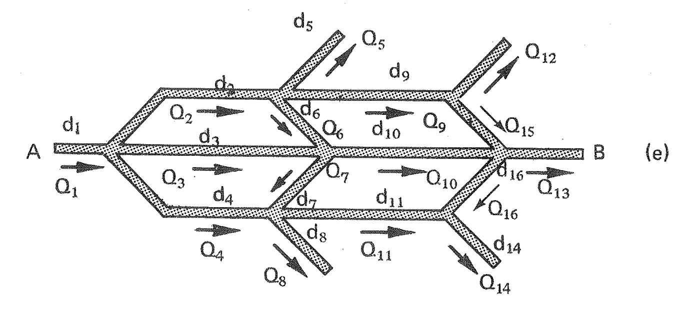


Fig. 2-42.—*Esquemas diversos de tuberías* (o conductos): a) tubería única; b) tuberías en serie; c) tuberías en paralelo; d) tuberías ramificadas; e) red de tuberías.

de sección, codos, válvulas, etc...: en general en los denominados *accesorios* de tuberías. Las primeras son originadas primordialmente por *rozamiento de superficie* (fricción en la *capa límite*) y las segundas pirmordialmente por *rozamiento de forma* (*desprendimiento de la capa límite;* véase la Sec. 2.3.5).

2.3.7.3.1. Pérdidas de carga primarias

Se calculan por la ecuación experimental de Darcy-Weisbach, que puede

deducirse también por análisis dimensional (véanse las Secs. 2.3.8 y ss.):

$$H_{rp} = \lambda \frac{\ell}{d} \frac{c^2}{2g} \qquad (2\text{-}77)$$

donde H_{rp} — pérdida de carga primaria

λ — coeficiente adimensional de pérdida de carga primaria. En general $\lambda = f\left(R, \frac{k}{d}\right)$; donde $R = \frac{c\,d}{\nu}$ — número de Reynolds; ν — viscosidad cinemática del fluído; k — rugosidad absoluta; $\frac{k}{d}$ — rugosidad relativa)

ℓ — longitud de la tubería o conducto

d — diámetro de la tubería

c — velocidad media.

Los problemas que se presentan en la práctica pueden reducirse a tres:

	Datos	Incógnita
1.°	Q, ℓ, d, ν, k	H_r
2.°	H_{rp}, ℓ, d, ν, k	Q
3.°	H_{rp}, Q, ℓ, ν, k	d

Obtención del coeficiente de pérdidas primarias λ

El diagrama de Moody de la Fig. 2-43 es un diagrama universal que permite calcular en todos los casos: cualquier fluído, cualquier diámetro, cualquier caudal, etc...

Para la construcción de este diagrama Moody utilizó los trabajos de Poiseuille, Blasius, Karmán - Prandtl, así como los de Nikuradse (rugosidad artificial con granitos de arena) y Colebrook-White (tuberías comerciales), y también estudios por él mismo realizados sobre otros materiales de tuberías. A continuación aducimos las fórmulas que se han empleado en el diagrama de Moody, que permiten la programación de estos problemas para máquinas calculadoras:

Ecuación de Poiseuille

$$\lambda = \frac{64}{R} \quad (1) \qquad (2\text{-}78)$$

(Tuberías lisas y rugosas, válida para $R \leqslant 2000$ (2), *régimen laminar).*

(1) La ecuación Poiseuille para la pérdida de presión en una tubería circular en régimen laminar suele expresarse así:

$$p_1 - p_2 = \frac{32\,\eta\,c\,\ell}{d^2}$$

que puede transformarse así:

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} = H_r = \frac{32\,\eta\,c\,\ell}{g\ell\,d^2} \cdot \frac{2\,c}{2\,c} = \frac{64\,\nu}{d \cdot c} \cdot \frac{\ell}{d} \cdot \frac{c^2}{2g}$$

Comparando esta ecuación con la Ec. (2-77) se deduce

$$\lambda = \frac{64}{R}$$

(2) 2000 número crítico inferior de Reynols (véase Sec. 2.3.3).

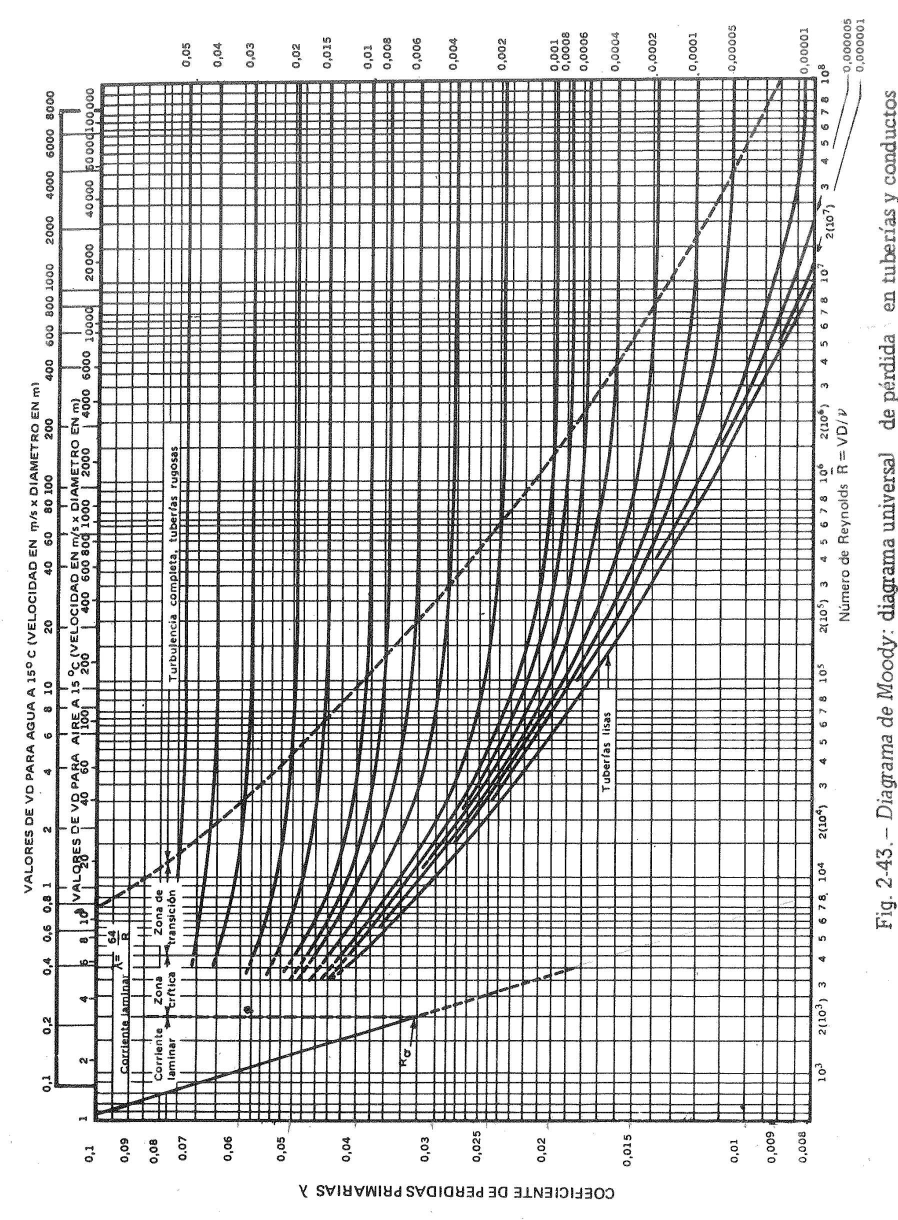


Fig. 2-43.- *Diagrama de Moody:* diagrama universal de pérdida en tuberías y conductos

Ecuación de Blasius

$$\lambda = \frac{0{,}316}{R^{1/4}} \tag{2-79}$$

(Tuberías lisas solamente, válida para $2000 < R < 100.000$, $\lambda = f\,(R)$ *solamente y no función de* k/d*).*

Primera ecuación de Kármán-Prandtl

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log R \sqrt{\lambda} - 0{,}8 \tag{2-80}$$

(Tuberías lisas, régimen turbulento, $R > 100.000$*)*

Segunda ecuación de Kármán-Prandtl

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \frac{d}{2\,k} + 1{,}74 \tag{2-81}$$

(Tuberías rugosas de rugosidad k, *régimen turbulento,* $\lambda = f\,(k/d)$ *solamente y no función de* R*)*

Ecuación de Colebrook-White

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} - 2 \log \frac{d}{2\,k} = 1{,}74 - 2 \log \left(1 + 18{,}7 \frac{d/2k}{R\sqrt{\lambda}}\right) \tag{2-82}$$

[Zona de transición, curva asintótica a las Ecs. (2-80) *y* (2-81)*]*

Es útil ahora comparar la Fig. 2-44 que es un esquema de la Fig. 2-43 con esta última figura, con lo que se puede ver el campo de aplicación de cada una de las Ecs. (2-78) a (2-82), que constituyen el diagrama de Mollier.

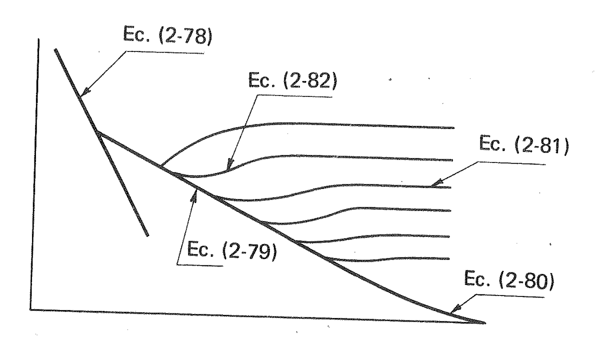


Fig. 2-44.–*Ecuaciones,* cuya representación gráfica constituye el diagrama de Moody.

2.3.7.3.2. Pérdidas de carga secundarias

Se calculan por la siguiente ecuación análoga a la Ec. (2-77):

$$H_{rs} = \zeta \frac{c^2}{2g} \tag{2-83}$$

donde ζ – coeficiente adimensional de pérdida de carga secundaria.

c – velocidad media en la tubería, o en una sección conveniente si hay cambios de sección (1).

El coeficiente ζ depende del tipo de accesorio, del número de Reynolds, de la rugosidad y hasta de la configuración de la corriente antes del accesorio. Para $R > 1 \cdot 10^5 - 2 \cdot 10^5$, no depende prácticamente del número de Reynolds. Afortunadamente esta condición se cumple en los problemas prácticos con fluídos de poca viscosidad como el aire y agua, lo que facilita grandemente el cálculo de las pérdidas secundarias.

El coeficiente ζ se ha deducido en la mayor parte de los casos experimentalmente y sus valores se encuentran en los manuales de hidráulica y en los catálogos de las casas constructoras de los accesorios pertinentes. En el Apéndice III se ha reunido una selección de los mismos, por su uso constante en la instalación de B y V.

Longitud de tubería equivalente

A veces en los Manuales de Hidráulica se catalogan las pérdidas secundarias en forma de una longitud equivalente ℓ_e, que se define como la longitud en m de un trozo de tubería del mismo diámetro que produciría la misma pérdida de carga que el accesorio en cuestión. A continuación a la tubería adicionada con la longitud equivalentes de todos los accesorios existentes se aplica la fórmula

$$H_r = \lambda \left(\frac{\ell + \Sigma\,\ell_e}{d}\right) \frac{c^2}{2g}$$

El nomograma de la Fig. A-20, del Apéndice IV, útil para la instalación de B de agua es un ejemplo de aplicación de este método.

Radio hidráulico

Todas las fórmulas, tablas y diagramas aducidas en esta sección y en la sección anterior son aplicables a secciones no circulares, con tanto mayor aproximación cuanto la sección se diferencia menos del círculo (mayor aproximación por ejemplo, en el cuadrado que en el rectángulo). En las secciones no circulares se sustituyen convenientemente el diámetro o radio por el denominado *radio hidráulico* r_h, que se define como el cociente entre la sección ocupada por el fluído A_f y el perímetro mojado L_m:

(1) Se toma generalmente la más pequeña, en la que la velocidad es la más grande.

$$r_h = \frac{A_f}{L_m}$$

Se comprueba fácilmente que en un círculo, $r_h = d/4 = 2\ r$; en un cuadrado de lado, a, $r_h = a/4$; en un rectángulo, $r_h = \frac{ab}{2(a+b)}$, y en un triángulo de altura h, $r_h = \frac{ah}{2(a+b+c)}$; así mismo el número de Reynolds referido al radio hidráulico es $R_h = R/4$; finalmente el valor crítico del número de Reynolds será $R_{cr} = 500$.

Métodos gráficos

No pertenece a nosotros en este libro analizar con detalle los métodos de solución de los problemas que pueden presentarse con relación a los diferentes esquemas de la Fig. 2-42.

Sin embargo, para terminar, diremos algo sobre los métodos gráficos, que muchas veces pueden ser más útiles que los analíticos.

Consideremos dos problemas tipo:

1.er problema: circuito en serie

Denominando a la pérdida total H_r se tendrá

$$H_r = H_{rp} + H_{rs}$$

y utilizando las Ecs. (2-77) y (2-83), la pérdida total H_r podrá expresarse así:

$$H_r = (\lambda \frac{\ell}{d} + \sum_i \zeta_i) \frac{8\ Q^2}{\pi^2 g\ d^4} = K\ Q^2 \qquad (1)$$

A continuación se ha de rellenar la siguiente tabla para un número conveniente de caudales (8-10 por lo menos).

Q					
$R = \frac{4\ Q}{\pi\ d\ \nu}$					
λ					
K					
$H_r = K\ Q^2$					

(1) Es fácil ver que si el circuito contiene tuberías de distintos diámetros habrá que tener esto en cuenta aplicando la ecuación de continuidad.

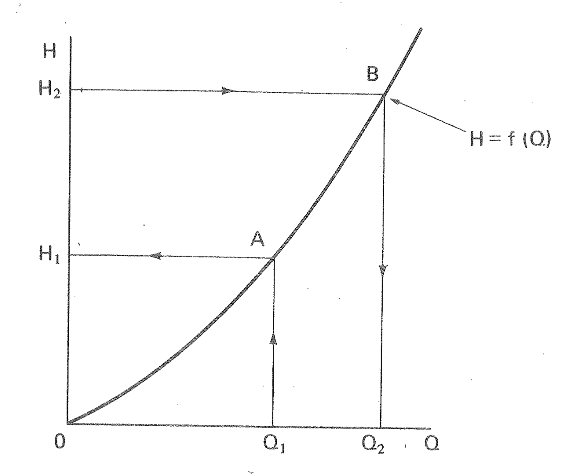


Fig. 2-45.—*Resolución gráfica* del circuito hidráulico en serie.

Con esta tabla se construye la curva de la Fig. 2-45, que es la característica de la tubería; con ayuda de esta figura es fácil resolver el problema directo si el caudal Q_1 es conocido, o el problema inverso, si la incógnita es el caudal, y la pérdida de carga H_2 es conocida.

2.° problema: circuito en paralelo

Apliquemos el método gráfico a la resolución del problema de la Fig. 2-46.

Con la misma notación anterior, y siendo en este caso la pérdida de carga total igual en las tres ramas, a saber:

$$H_{r1} = H_{r2} = H_{r3}$$

se tendrá:

$$K_1 Q_1^2 = K_2 Q_2^2 = K_3 Q_3^2$$

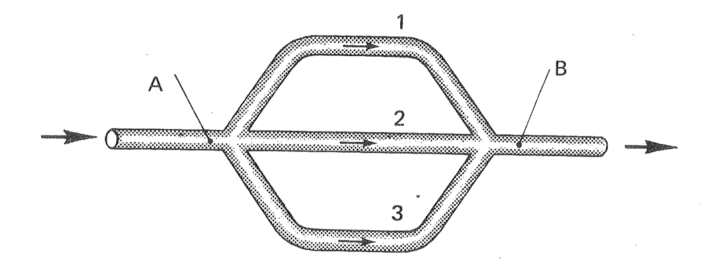


Fig. 2-46.—Tuberías en paralelo.

Se construyen primero las características de cada rama, como en la Fig. 2-47. Con la condición de que H_r = cte, para cada valor arbitrario de H_r se obtienen los valores correspondientes de Q_1 Q_2 y Q_3: el punto de abscisa H_r y ordenada $Q_1 + Q_2 + Q_3$ es un punto de la característica completa. Trazada esta característica cualquier problema queda resuelto.

Véanse los problemas 1, 18, 29, 39, 40 y 43.

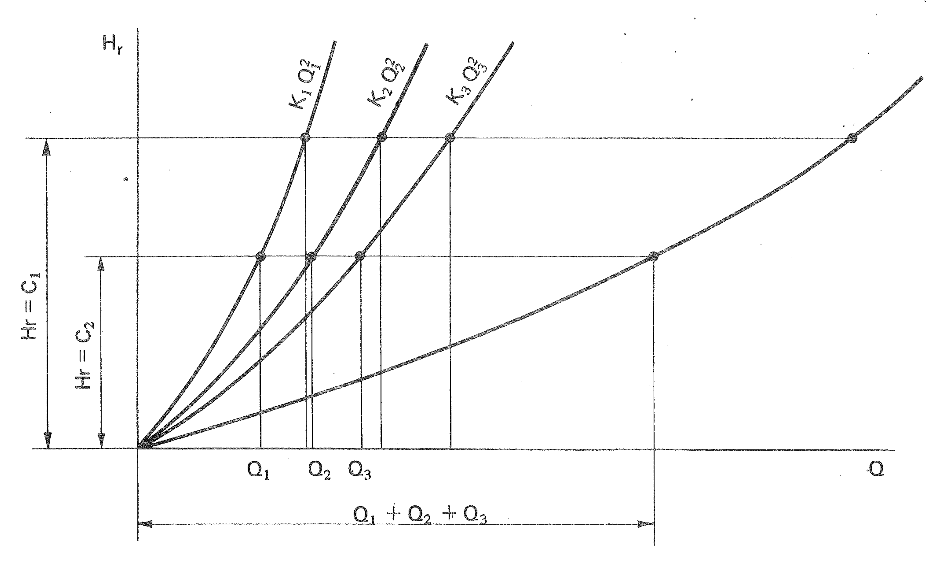


Fig. 2-47.–*Resolución gráfica* del circuito hidráulico en paralelo.

2.3.7.4. Gráfico de corriente

La Ec. (2-65) se presta a una representación gráfica muy útil. En la Fig. 2-34 se aduce un ejemplo de la misma. El *gráfico de corriente* se construye así:

- se escoge un plano de referencia horizontal conveniente, $z = 0$;
- se numeran las secciones inicial y final y las secciones intermedias singulares: accesorios, contracciones..., así como la entrada y salida de cualquier B o T existente;
- el eje de la conducción es la *línea de alturas geodésicas*;
- se traza la *línea de altura total ideal* (horizontal) $H = \text{cte}$;
- se calculan las pérdidas H_{rp}, H_{rs}, y, reducidas a escala, se llevan al dibujo: así se obtiene la *línea de altura total real*;
- a partir de esta última línea en vertical hacia abajo, se acotan las alturas de velocidad en cada tramo: así se obtiene la línea de alturas piezométricas que viene definida por el segmento de vertical entre las líneas de altura geodésica y altura piezométrica, y automáticamente la presión en cada punto del circuito.

2.3.7.5. Teorema de la cantidad de movimiento

Supondremos *régimen permanente,* y deduciremos el teorema primero para un *filamento de corriente y fluído compresible,* y luego para un *tubo de corriente y fluído incompresible* solamente. Este teorema constituye un poderoso instrumento de investigación en hidrodinámica junto con la ecuación de Bernoulli; pero se diferencia de ella en que la ecuación de Bernoulli es *escalar y válida sólo para el fluído ideal;* mientras que la ecuación que expresa el teorema de la cantidad de movimiento es *vectorial y válida para el fluído real.* La ecuación fundamental de las TM (Sec. 3.2) constituye meramente una aplicación de este teorema referido a un filamento de corriente. De ahí la importancia para nuestro estudio.

a) *Filamento de corriente y fluído compresible*

Consideremos el filamento de corriente dibujado de puntos en el interior del tubo de corriente de la Fig. 2-48, donde se establecen las secciones de control I y II (el tubo está limitado por paredes sólidas o bien aisladas en el interior del fluído). Aplicando la segunda ley de Newton a una partícula P del filamento de masa dm se tendrá:

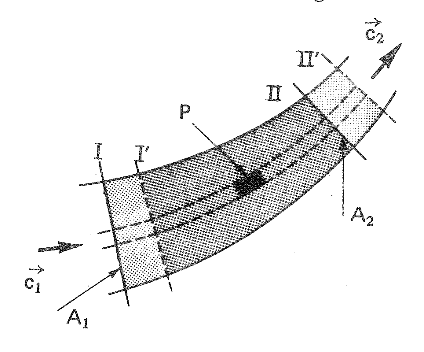


Fig. 2-48.–Teorema de la *cantidad de movimiento.*

$$d\vec{F} = dm \frac{d\vec{c}}{dt} = \rho dQ \, dt \frac{d\vec{c}}{dt} =$$

$$= \rho \, dQ \, d\vec{c} = dG \, d\vec{c}$$

donde $d\vec{F}$ — fuerza aplicada a la partícula

$\vec{c}$ — velocidad de la partícula

dQ — caudal volumétrico elemental

$dG = \rho \, dQ$ — caudal másico elemental

Integrando a lo largo del filamento, y teniendo en cuenta que el caudal másico a través de un filamento de corriente en régimen permanente es constante se tiene:

$$\int_1^2 d\vec{F} = dG \int_1^2 d\vec{c} = dG \, (\vec{c}_2 - \vec{c}_1) = \rho \, dQ \, (\vec{c}_2 - \vec{c}_1) \qquad (2\text{-}84)$$

donde $\vec{c}_1$, $\vec{c}_2$ — velocidad del fluído en el filamento en la sección I y II respectivamente

$\int_1^2 d\vec{F}$ — suma de todas las fuerzas exteriores al filamento. (Las fuerzas interiores se anulan de dos en dos por el principio de acción y reacción). Por tanto

$$\int_1^2 d\vec{F} = \rho dQ \, (\vec{c}_2 - \vec{c}_1)$$

Tubo de corriente y fluído incompresible

Integrando de nuevo para todos los filamentos que constituyen el tubo de corriente se tendrá:

$$\vec{F} = \int_{A_2} \rho \vec{c}_2 \, dQ - \int_{A_1} \rho \vec{c}_1 \, dQ \qquad (2\text{-}85)$$

donde las integrales hay que calcularlas a lo largo de las superficies transversales de control I y II. Estas integrales pueden transformarse así:

$$\int_A \rho \vec{c} dQ = \rho \int_A c^2 \, dA = \rho \, Q \vec{\bar{c}} \frac{1}{A \bar{c}^2} \int_A c^2 \, dA = \rho \, Q \vec{\bar{c}} \beta$$

donde

$$\beta = \frac{1}{A \bar{c}^2} \int_A c^2 \, dA$$

$\bar{c}$ – velocidad media en la sección considerada,

con lo cual la Ec. (2-85) se expresará así:

$$F = \rho Q \left(\beta_2 \vec{\bar{c}}_2 - \beta_1 \vec{\bar{c}}_1 \right)$$

El coeficiente β que juega el mismo papel que el coeficiente α en la forma de la ecuación de Bernoulli de la Ec. (2-63), y que se interpreta análogamente, vale aproximadamente 1,01-1,05. En régimen laminar en una tubería vale 4/3.

Si se supone régimen uniforme en las secciones de control I y II, en cada punto $c = \bar{c}$, y según la Ec. (2-86) $\beta_1 = \beta_2 = 1$. Si el régimen no es uniforme, como el cálculo de los coeficientes β en general es complicado si se supone $\beta_1 = \beta_2 = 1$ se comete un error, que en ciertos casos puede ser despreciable, y muchas veces facilita la obtención de una solución rápida aproximada del problema. Con esta simplificación el teorema de la cantidad de movimiento se expresa así:

$$\vec{F} = Q\rho \, (\vec{c}_2 - \vec{c}_1) = Q\rho \, \Delta\vec{c} \qquad (2\text{-}87)$$

Nota.– $\vec{F}$ es la resultante de todas las fuerzas exteriores que actúan sobre el fluído aislado, a saber: a) las que ejerce la pared del tubo (tubo material) o las partículas exteriores del fluído contiguas al tubo aislado, incluso el rozamiento del tubo con el fluído; pero no el rozamiento interno de unas partículas con otras dentro del volumen aislado, porque estas últimas son fuerzas interiores que se anulan de dos en dos; b) las que ejerce el fluído contiguo situado antes y después de las superficies de control: éstas son fuerzas normales y de presión fuerzas tangenciales de viscosidad; las últimas son en general despreciables.

A continuación veremos algunos ejemplos de utilización de este teorema:

Presión de un chorro sobre una placa estacionaria normal al eje del mismo (Fig. 2-49).

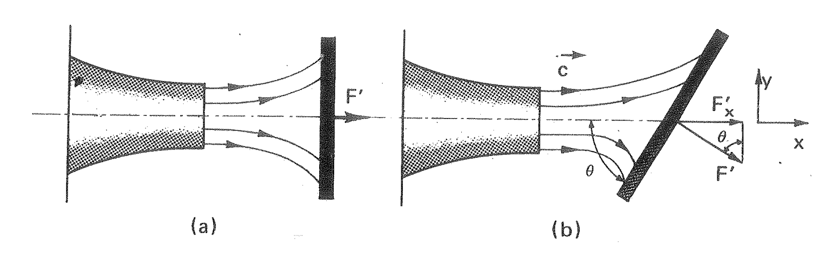


Fig. 2-49.–*Presión de un chorro* sobre una placa estacionaria: a) normal al eje del chorro; b) inclinada.

La fuerza sobre la placa es la reacción $\vec{F}'$ de la fuerza $\vec{F}$, Ec. (2-87). $\vec{F}' = -Q\,\rho\,\Delta\vec{c}$; $Q = Ac$ (A sección transversal del chorro); luego $F' = \rho \, A \, c^2$.

Presión de un chorro sobre una placa estacionaria inclinada (Fig. 2-49, b)

$$F'_x = F' \operatorname{sen} \theta = Q \, \rho \, c \, Q \operatorname{sen}^2 \theta$$

Chorro sobre un álabe móvil (Fig. 2-50).

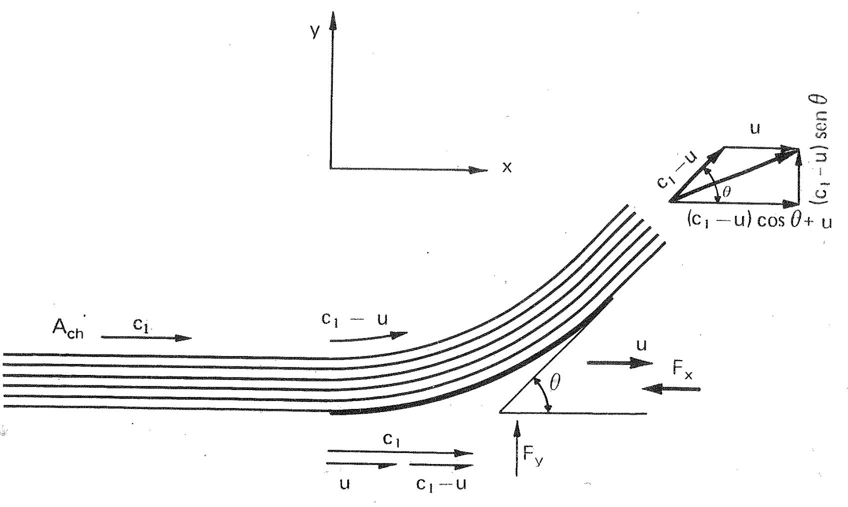


Fig. 2-50.–Fuerza del fluído sobre un álabe en movimiento.

Sea $\vec{u}$ la velocidad del álabe, cuya fricción con el fluído despreciaremos, y $\vec{c}_1$ la velocidad del chorro. La velocidad relativa del chorro con relación al álabe a la entrada será:

$$\vec{w}_1 = \vec{c}_1 - \vec{u}$$

y la velocidad absoluta a la salida del álabe

$$\vec{c}_2 = \vec{w}_2 + \vec{u}$$

$$|w_2| = |w_1| = |c_1 - u| \qquad \text{(fricción nula)}$$

$$c_{2x} = (c_1 - u)\cos\theta + u$$

$$c_{2y} = (c_1 - u)\,\text{sen}\,\theta$$

El caudal de la Ec. (2-87) en este caso no es el caudal del chorro Q, ya que el álabe recorre una distancia u en cada segundo, que constituye el alargamiento del chorro en dicho tiempo, sino Q', a saber

$$Q' = A_{ch}\rho\,(c_1 - u)$$

donde A_{ch} – área transversal del chorro.

Por tanto [Ec. (2-87)]

$$F'_x = A_{ch}\rho\,(c_1 - u)\,[(c_1 - u) - (c_1 - u)\cos\theta]$$

$$F'_y = -A_{ch}\rho\,(c_1 - u)\,(\vec{c}_1 - u)\,\text{sen}\,\theta$$

simplificando

$$F'_x = A_{ch}\rho\,(c_1 - u)^2\,(1 - \cos\theta)$$

$$F'_y = A_{ch}\rho\,(c_1 - u)^2\,\text{sen}\,\theta$$

La fuerza F'_x en la dirección del movimiento desarrollará una potencia P tal que

$$P = F'_x u = (c_1 - u)^2\,u\,A_{ch}\rho\,(1 - \cos\theta)$$

En la práctica, en vez de un solo álabe que se mueve en la dirección del chorro, se disponen una serie de álabes en la periferia de una rueda (rodete Pelton) con lo cual el chorro entero se aprovecha por el conjunto de todos los álabes. En este caso el caudal aprovechado será el caudal total del chorro Q y la potencia desarrollada por el chorro:

$$P = \rho Q\,(c_1 - u)\,u\,(1 - \cos\theta)$$

2.3.8. Método del análisis dimensional

2.3.8.1. Introducción

Los ensayos de laboratorio de los que se tratará en el Cap. 8 han sido, y siguen siendo en la actualidad absolutamente necesarios para el desarrollo de las TM. Casi siempre el banco de pruebas tiene la última palabra ya que las teorías empleadas son necesariamente simplificadas y requieren comprobación experimental. Otras veces la teoría es inabordable y únicamente se dispone del método experimental.

Para sistematizar estos ensayos experimentales, y evitar la dispersión de esfuerzos en la experimentación; así como para utilizar en la representación de los resultados de estos ensayos un lenguaje internacional que sea independiente del sistema de unidades escogido, se hace uso del *análisis dimensional.* El análisis dimensional se ha introducido mucho en la Mecánica de Fluídos y en el estudio de las TM, así como en Elasticidad y Resistencia de Materiales, Transmisión de calor, Electromagnetismo, etc... El constituye la base teórica para la experimentación con modelos reducidos de uso corriente en las TMH.

El análisis dimensional es un método mediante el cual deducimos información acerca de un fenómeno partiendo de la simple hipótesis siguiente: *todo fenómeno físico puede ser formulado mediante una ecuación dimensionalmente correcta entre un conjunto de variables.* La generalidad del método constituye a la vez su fuerza y su debilidad: con poco trabajo se puede encontrar una solución parcial a casi cualquier problema; por el contrario no se obtiene una solución completa, ni se consigue penetrar en el mecanismo interno del fenómeno.

Una ecuación se llama *dimensionalmente homogénea* si su forma no depende de las unidades escogidas; por ejemplo, la ecuación del período de oscilación de un péndulo simple ($F = 2\pi\sqrt{\ell/g}$) es válida en cualquier sistema de unidades coherentes; en cambio la ecuación $T = 2\sqrt{\ell}$ es correcta con suficiente exactitud para los péndulos en la superficie terrestre; pero no es dimensionalmente homogénea, ya que sólo es válida si se mide la longitud en m y el tiempo en s.

Las ecuaciones fundamentales de la física son dimensionalmente homogéneas, y por tanto toda ecuación física que a fin de cuentas se deriva de las ecuaciones fundamentales será también dimensionalmente homogénea. Esto justifica la hipótesis enunciada anteriormente.

Variables adimensionales

Las variables que intervienen en un problema se pueden convenientemente clasificar en los tres grupos siguientes, en cada uno de los cuales las variables suelen expresarse en forma adimensional. En las dos secciones siguientes se estudiará un método sistemático para obtener un conjunto completo de variables adimensionales una vez fijadas las variables (no dimensionales) que intervienen en un problema concreto.

a) *Variables geométricas geométricas:*

Los ángulos son adimensionales y las longitudes, secciones y volúmenes pueden expresarse como una relación entre dichas magnitudes y una característica, que en las TM generalmente es el diámetro exterior del rodete.

b) *Variables cinemáticas*

En las TM son las velocidades del fluído o del rodete, expresadas generalmente como relaciones entre dichas velocidades y una velocidad característica. El uso de estas variables, que denominaremos *coeficientes de velocidad*, en el diseño de las TM es continuo (véase la Sec. 8.2).

c) *Variables dinámicas*

Estas consisten en relaciones entre las fuerzas significativas, que intervienen en el problema o experimento de que se trate. Las más importantes en Mecánica de Fluídos, y en el estudio de las TM, son los cinco parámetros adimensionales que se estudiarán en la Sec. 2.3.8.3.

d) *Variables de propiedades del fluído*

Densidad, viscosidad, temperatura, etc... Estas variables permanecen constantes cuando los ensayos se hacen siempre con el mismo fluído y en las mismas condiciones, y pueden expresarse también en forma adimensional $\frac{\rho}{\rho_0}, \frac{\eta}{\eta_0}, ...$, en que $\rho_0, \eta_0, ...$ son la densidad, viscosidad dinámica, ... en un punto de referencia por ejemplo, en la entrada del rodete de una TM. Este tipo de variables se emplean con frecuencia en el estudio de las TMT.

En los ensayos de funcionamiento de las TM es conveniente distinguir entre variables independientes y variables dependientes; las primeras se denominan *variables de control*. Así, por ejemplo, ajustando la intensidad de la corriente eléctrica y la posición de la válvula de estrangulamiento se puede fijar al caudal Q y el número de revoluciones n de una B. Q y n serán, pues, las variables de control. Variando Q y n se alcanzan todas las condiciones de funcionamiento de que es capaz la B, y puede estudiarse la variación de cualquier otra variable dependiente por ejemplo el par, M; es decir, se puede investigar experimentalmente la relación

$$M = f\,(Q, n, \rho, \mu, d, \alpha, \beta\, ...)$$

en que Q, n son las variables independientes o variables de control; ρ y μ las variables de propiedades del fluído; y d, α, β las variables geométricas.

En la aplicación del análisis dimensional a un problema concreto se siguen los tres pasos siguientes:

1) Se determinan las variables que intervienen en el problema.

2) Se reduce el número de estas variables mediante la aplicación del teorema de Buckinghan.

3) Se reduce aún más el número de variables, a ser posible a una sola variable dependiente función de una sola variable independiente o a lo más de dos.

Preparado así el problema se investiga experimentalmente dicha función.

Digamos ahora algo sobre el primer paso, dejando el segundo y tercero para las secciones sucesivas.

El primer paso, es decidir qué variables intervienen en el problema. Si se introducen más de las necesarias. el problema se complica innecesariamente; la omisión, por el contrario, de alguna de ellas puede conducir a un resultado erróneo. Otras veces habrá que introducir variables que en realidad se comportan como constantes (por ejemplo, la aceleración de la gravedad); pero que son esenciales para formar, combinadas con otras variables, productos adimensionales.

Para decidir las variables que intervienen en el problema es preciso un conocimiento previo suficiente del mismo. Muchas veces no se puede aplicar el análisis dimensional por falta de conocimiento suficiente del problema para poder decir las variables que intervienen en el mismo. Así, por ejemplo, el problema de la fatiga de los materiales no se presta al análisis dimensional por desconocer las variables de que depende este fenómeno. Por el contrario, el ideal sería que la ecuación diferencial a que obedece el problema fuera conocida; porque en ella se encuentran las variables que buscamos; pero éste muchas veces no es el caso.

2.3.8.2. Reducción del número de variables a un número menor de productos adimensionales: teorema de Buckinghan

La importancia de la reducción del número de variables en la investigación experimental de una función de las mismas se comprende fácilmente. Una función de una sola variable puede representarse por una curva única; una función de dos variables puede representarse por un diagrama o familia de curvas, una para cada valor de la segunda variable; una función de tres variables, por un conjunto de un diagrama para cada valor de la tercera variable; una función de cuatro variables, por un conjunto de conjuntos de diagramas de curvas, y así sucesivamente. Si para fijar ideas suponemos que se necesitan 10 puntos experimentales para trazar una curva, se requerirán 100 para trazar un diagrama de 10 curvas y 1000 para trazar un conjunto de 10 diagramas, etc. La complicación de la representación tiene poca importancia comparado con el tiempo y dinero que en muchos casos requiere cada punto experimental.

El análisis dimensional enseña un método algebraico sencillo para reducir el número de estas variables a un conjunto menor de variables adimensionales. Con esto se explica que este método haya llegado a ser un instrumento matemático de trabajo para los experimentadores de primerísimo orden.

Dado un conjunto de variables, que intervienen en un fenómeno, se denomina *conjunto completo de productos adimensionales* a un conjunto formado por productos adimensionales de dichas variables, tal que cada producto es independiente de los demás. y cualquier otro producto adimensional de las variables especificadas se pueda obtener multiplicando todos los productos adimensionales, que forman el conjunto, previamente elevados a potencias determinadas.

Es evidente que si una ecuación puede reducirse a una relación entre productos adimensionales dicha ecuación es dimensionalmente homogénea.

El teorema de Buckinghan, cuyo enunciado es el siguiente: *si una ecuación es dimensionalmente homogénea puede reducirse a una relación entre un conjunto completo de productos adimensionales,* es el teorema recíproco, que no es evidente como el anterior, y necesita demostración.

No demostraremos este teorema por falta de lugar en este resumen y nos remitiremos a los libros especializados de Análisis Dimensional (1). Buckinghan mismo no dió una demostración rigurosa de su teorema, que constituye la base del análisis dimensional. Sólo recogeremos aquí sus conclusiones, y estudiaremos el procedimiento práctico de su utilización, aduciendo el ejemplo del problema general de Mecánica de Fluídos, y por tanto aplicable también a las TM.

2.3.8.3. Conjunto completo de productos adimensionales en Mecánica de Fluídos

Las variables que intervienen más frecuentemente en Mecánica de Fluídos son: fuerza F, longitud ℓ, velocidad c, densidad ρ, coeficiente de viscosidad dinámica η, aceleración de la gravedad g, velocidad del sonido a y tensión superficial σ.

El procedimiento práctico para formar con estas variables un *conjunto completo de productos adimensionales* es el siguiente:

1) *Escribir las dimensiones de las variables* en forma de matriz, que denominaremos *matriz de las dimensiones:*

	F	ℓ	c	ρ	η	g	a	σ
M	1	0	0	1	1	0	0	1
L	1	1	1	−3	−1	1	1	0
T	−2	0	−1	0	−1	−2	−1	−2

Se demuestra en el teorema de Buckinghan que el número de productos adimensionales que constituyen un conjunto completo, es igual al número total de las variables que intervienen en el problema menos la característica de su matriz dimensional. Según esto será preciso calcular ésta.

2) *Calcular la característica de la matriz de dimensiones.* En el cálculo matricial se demuestra que, si una matriz contiene un determinante no nulo de orden r y, si todos los determinantes que la matriz contiene de mayor orden superior a r son también nulos, la característica de la matriz es r.

Aplicando esta propiedad a nuestra matriz de dimensiones se haya inmediatamente su característica, que es 3. El número de productos adimensionales será por tanto 8 − 3 = 5.

(1) Véase por ejemplo, H.L. LANGHAAR, *Dimensional Analysis and Theory of Models,* John Wiley, New York, 1951, Cap. 4, págs. 47-59.

3) *Escribir el sistema de ecuaciones lineales homogéneas,* cuyos coeficientes son los números que figuran en cada fila de la matriz de dimensiones. En efecto, cualquier producto adimensional de estas variables tendrá la forma:

$$\pi = F^{s_1}\ \ell^{s_2}\ c^{s_3}\ \rho^{s_4}\ \eta^{s_5}\ g^{s_6}\ a^{s_7}\ \sigma^{s_8}$$

y expresando las dimensiones de las variables se tiene:

$$[\pi] = [M L T^{-2}]^{s_1} [L]^{s_2} [L T^{-1}]^{s_3} [M L^{-3}]^{s_4} [M L^{-1} T^{-1}]^{s_5} [L T^{-2}]^{s_6} [L T^{-1}]^{s_7} [M T^{-2}]^{s_8}$$

o sea

$$[\pi] = [M]^{(s_1+s_4+s_5+s_8)}\ [L]^{(s_1+s_2+s_3-3s_4-s_5+s_6+s_7)}\ [T]^{(-2s_1-s_3-s_5-2s_6-s_7-2s_8)}$$

y debiendo ser π adimensional se obtiene el sistema de ecuaciones lineales homogéneas siguiente:

$$s_1 + s_4 + s_5 + s_8 = 0$$
$$s_1 + s_2 + s_3 - 3s_4 - s_5 + s_6 + s_7 = 0$$
$$-2s_1 - s_3 - s_5 - 2s_6 - s_7 - 2s_8 = 0$$

Todas las soluciones posibles de este sistema de ecuaciones homogéneas pueden escribirse de una manera ordenada en la siguiente matriz de soluciones, en la cual se ha considerado que s_2, s_3 y s_4 son las variables dependientes y s_1, s_5, s_6, s_7 y s_8 son las variables independientes, interviniendo además una de estas solamente en cada número adimensional

	s_1 / F	s_2 / ℓ	s_3 / c	s_4 / ρ	s_5 / η	s_6 / g	s_7 / a	s_8 / σ
π_1	1	−2	−2	−1	0	0	0	0
π_2	0	−1	−1	−1	1	0	0	0
π_3	0	1	−2	0	0	1	0	0
π_4	0	0	−1	0	0	0	1	0
π_5	0	−1	−2	−1	0	0	0	1

resultando

$$\pi_1 = F^1\ \ell^{-2}\ c^{-2}\ \rho^{-1}$$
$$\pi_2 = \ell^{-1}\ c^{-1}\ \rho^{-1}\ \eta$$
$$\pi_3 = \ell^1\ c^{-2}\ g^1$$
$$\pi_4 = c^{-1}\ a^1$$
$$\pi_5 = \ell^{-1}\ c^{-2}\ \rho^{-1}\ \sigma$$

Los productos adimensionales obtenidos pueden también expresarse en la forma siguiente, si en vez de F se considera F por unidad de área o Δp, y se tiene en cuenta que cualquier producto adimensional elevado a una potencia cualquiera sigue siendo un producto adimensional:

número de Euler: $$E = \frac{c}{\sqrt{2\,\Delta p/\rho}} \qquad (2\text{-}88)$$

número de Reynolds: $$R = \frac{\ell c}{\nu} \qquad (2\text{-}89)$$

número de Froude: $$F = \frac{c}{\sqrt{\ell g}} \qquad (2\text{-}90)$$

número de Mach: $$M = \frac{c}{a} \qquad (2\text{-}91)$$

número de Weber: $$W = \frac{c}{\sqrt{\sigma/\rho\ell}} \qquad (2\text{-}92)$$

Los números así deducidos admiten una interpretación dimensional de gran interés en la teoría de modelos que se expone sucintamente en la sección siguiente:

El *número de Euler* representa la relación de una fuerza de inercia a una fuerza debida al gradiente de presiones. En efecto, se tiene dimensionalmente:

$$\frac{\text{fuerza de inercia}}{\text{fuerza gradiente de presiones}} \sim \frac{\rho \ell^2 c^2}{\Delta p\, \ell^2} = \frac{c^2}{\Delta p/\rho} \qquad (2\text{-}93)$$

que es el cuadrado de E salvo una constante.

El *número de Froude* representa la relación de una fuerza de inercia a la fuerza de gravedad. En efecto:

$$\frac{\text{fuerza de inercia}}{\text{fuerza de la gravedad}} \sim \frac{\rho \ell^2 c^2}{\rho \ell^3 g} = \frac{c^2}{\ell g} = F^2$$

El *número de Reynolds* representa la relación de una fuerza de inercia a una fuerza debida a la viscosidad. En efecto:

$$\frac{\text{fuerza de inercia}}{\text{fuerza de viscosidad}} \sim \frac{\rho \ell^2 c^2}{\eta c} = \frac{\rho \ell c}{\eta} = \frac{\ell c}{\nu}$$

El *número de Mach* representa la relación de una fuerza de inercia a una fuerza elástica. En efecto:

$$\frac{\text{fuerza de inercia}}{\text{fuerza elástica}} \sim \frac{\rho \ell^2 c^2}{E\, \ell^2} = \frac{\rho\, c^2}{E} = M^2$$

donde E – módulo de elasticidad de volumen del fluído. La expresión $\frac{\rho\, c^2}{E}$ teniendo en cuenta que la velocidad del sonido $a = \sqrt{E/\rho}$, es el cuadrado del número de Mach.

El *número de Weber* representa la relación de una fuerza de inercia a la fuerza de tensión superficial. En efecto:

$$\frac{\text{fuerza de inercia}}{\text{fuerza de tensión superficial}} \sim \frac{\rho\, \ell^2 c^2}{\sigma \ell} = \frac{\rho\, \ell\, c^2}{\sigma} = W^2$$

Observando las relaciones anteriores se comprende fácilmente el hecho siguiente confirmado por la experiencia y fundamental en el *ensayo de modelos:*

Cuanto mayor sea el número de Froude, de Reynolds y Weber y menor el número de Mach, tanto menor será, en el fenómeno particular considerado, la influencia de la gravedad, viscosidad, tensión superficial y elasticidad respectivamente.

El método expuesto para la obtención de las variables adimensionales es general. Análogamente en los problemas corrientes de las TG entran en juego las 9 variables siguientes: $d, n, p_1, T_1, p_2, c_v, R_i, \eta, \lambda$.

donde:

- d – *diámetro exterior del rodete de la TG*
- n – *rpm*
- p_1 T_1 – *presión y temperatura absoluta a la entrada de la TG.*
- p_2 – *presión de salida de la TG*
- c_v – *calor específico a volumen constante*
- R_i – *constante del gas*
- η – *viscosidad dinámica*
- λ – *conductibilidad térmica.*

Además de las dimensiones de longitud, fuerza y tiempo hay que añadir ahora la dimensión de temperatura. El número de productos adimensionales es ahora 9–4 = 5. *Un sistema completo de productos adimensionales que puede deducirse por el método anteriormente expuesto, estará formado por los cinco números siguientes:*

- *exponente de la adiabática-isentrópica:* $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$
- *número de Prandtl:* $3600\ \frac{g\, c_p}{\lambda}$
- *relación de compresión:* p_2/p_1
- *número de Mach:* $\frac{u}{a}$ (1)
- *número de Reynolds:* ud/ν (d – *diámetro característico del rodete).*

(1) u – velocidad periférica (véase la Pág. 173).

2.3.8.4. Teoría de modelos

El estudio de un *prototipo* de una estructura o máquina se hace frecuentemente en Hidráulica y Aeronáutica, más que en otras ramas de la Técnica, mediante modelo a escala reducida, o excepcionalmente ampliada. El ensayo de modelos es frecuente en *las estructuras hidráulicas*. En todos los países industriales existen multitud de laboratorios, en los que se investiga con modelos hidráulicos, problemas tales como el aprovechamiento de los ríos, puertos y canales; conductos de todas clases; presas, aliviaderos de presa, destructores de energía de pie de presa, etc. Así mismo en Aeronáutica se desarrollan los nuevos prototipos mediante modelos ensayados en los túneles de viento subsónicos, transónicos y supersónicos; en Ingeniería Naval se buscan las formas más favorables en los barcos ensayando modelos reducidos en canales de experiencia. Así mismo las grandes empresas constructoras de TMH poseen laboratorios bien instrumentados, donde se ensayan los modelos de las B T y B/T de gran potencia (véase el Cap. 24).

La teoría de modelos enseña las condiciones en que se ha de realizar el ensayo del modelo que cuando es estático se denomina *maqueta*, para poder predecir de este ensayo el comportamiento del *prototipo*.

Estas condiciones se reducen a tres:

1.ª) El modelo y el prototipo han de ser *geométricamente semejante* (1).

2.ª) El modelo y el prototipo han de ser *cinemáticamente semejantes*.

De esta manera *la configuración de corriente* en torno (o en el interior) del modelo será geométricamente semejante a la del prototipo; o equivalentemente, las velocidades en puntos homólogos de la corriente guardarán la misma relación de proporcionalidad y tendrán la misma dirección.

3.ª) El modelo y el prototipo han de ser *dinámicamente semejantes*.

Sin la similitud de los contornos, exigida por la primera condición, es claro que los resultados de los ensayos no serían transferibles al prototipo. Tampoco lo serían si como exige la segunda condición las configuraciones del flujo no fuesen semejantes. Ahora bien, rigurosamente esta segunda condición no se cumplirá si no se cumple la tercera, o sea, si las fuerzas en el modelo y en el prototipo no guardan la misma relación. Veamos cómo se puede conseguir esto último.

Limitándonos al problema general de Mecánica de Fluidos, estudiado en la sección precedente, la experimentación consiste en hallar empíricamente la función de ocho variables.

$$f(F, \ell, c, \rho, \eta, g, a, \sigma) = 0 \qquad (2\text{-}94)$$

que utilizando el análisis dimensional se ha reducido a una función de cinco variables:

(1) En algunos modelos de ríos, estuarios y puertos la profundidad del modelo, si éste se construyera a escala, resultaría excesivamente pequeña, de unos pocos mm; en estas condiciones el flujo en el modelo estaría influenciado grandemente por la tensión superficial. Para evitar esta complicación se deforma el modelo, y se construye con escala vertical ampliada.

$$f(E, F, R, M, W) = 0$$

equivalentemente a la función explícita:

$$E = f(F, R, M, W) \qquad (2\text{-}95)$$

Según las Ecs. (2-89) a (2-92) el modelo (subíndice m) y el prototipo (subíndice p) serán dinámicamente semejantes si se cumplen simultáneamente las igualdades siguientes:

$$F_m = F_p; \quad R_m = R_p; \quad M_m = M_p; \quad W_m = W_p \qquad (2\text{-}96)$$

Las condiciones (2-96) no pueden cumplirse generalmente en un modelo a escala, o dicho con otras palabras *exigen generalmente un modelo a escala* 1:1 (el ensayo a escala natural es muchas veces por razón de su coste prohibitivo). En efecto, si se hace por ejemplo, el ensayo de una B utilizando el mismo fluído, de la condición:

$$R_m = R_p$$

siendo

$$\nu_m = \nu_p$$

se deduce

$$c_m \ell_m = c_p \ell_p$$

y

$$c_m = \frac{\ell_p}{\ell_m} c_p \qquad (2\text{-}97)$$

Por otra parte de la condición

$$F_m = F_p$$

se deduce (ya que en este caso $g = \text{cte}$)

$$c_m = c_p \sqrt{\frac{\ell_m}{\ell_p}} \qquad (2\text{-}98)$$

Las Ecs. (2-97) y (2-98) sólo se cumplen simultáneamente si $\ell_m = \ell_p$.

Por otra parte la Ec. (2-95), aunque más sencilla que la (2-94) tiene excesivo número de variables, con el inconveniente aducido en la sección anterior.

Para obviar estos inconvenientes en la teoría de modelos se procede así: se estudia detenidamente cuál de las cuatro fuerzas (gravedad, viscosidad, elasticidad y tensión superficial) es la preponderante en el fenómeno que se quiere estudiar. En los ensayos de TM con mucha frecuencia la elasticidad y tensión superficial juegan un papel muy secundario. En general en Mecánica de Fluidos muchas veces aunque no siempre, pueden hacerse las simplificaciones siguientes:

1) *Prepondera la gravedad*. En este caso la ecuación

$$E = f(F) \qquad (2\text{-}99)$$

constituye una buena aproximación de la Ec. (2-95). Se hace $F_m = F_p$, (es decir, se experimenta el modelo según la ley de Froude). Entonces según (2-98) $E_m = E_p$, y según la Ec. (2-74) los flujos serán semejantes (semejanza dinámica).

2) *Prepondera la viscosidad.* En este caso la ecuación $E = f(R)$ constituye una buena aproximación de la Ec. (2-95). Se hace $R_m = R_p$ (es decir, se experimenta el modelo según la ley de Reynolds) y se obtendrá como consecuencia $E_m = E_p$ (semejanza dinámica).

3) Prepondera *la elasticidad o la tensión superficial.* La Ec. (2-95) se aproxima por la ecuación $E = f(M)$ o por $E = f(W)$, y se ensaya el modelo haciendo $M_m = M_p$ ó $W_m = W_p$ respectivamente.

Ensayos de modelos en las TH (1)

La TH no es una máquina de serie y cada salto exige generalmente un nuevo tipo de TH, cuyo funcionamiento se estudia mediante un modelo reducido.

La fuerza preponderante en los ensayos de las TH es, según los casos, la viscosidad o la gravedad. Por el contrario las TH de cámara abierta se ensayan a veces según la según la ley de Froude.

Deduzcamos a título de ejemplo, las ecuaciones prácticas en este último caso.

Sea

$$\lambda = \frac{\ell_p}{\ell_m} \quad \text{la escala}$$

Se tendrá:

$$\ell_m = \frac{1}{\lambda}\,\ell_p \quad \text{para todas las longitudes del modelo}$$

$$A_m = \frac{1}{\lambda^2}\,A_p \quad \text{para todas las secciones del modelo}$$

$$\tau_m = \frac{1}{\lambda^3}\,\tau_p \quad \text{para todos los volúmenes del modelo.}$$

De

$$F_m = F_p$$

o sea

$$\frac{c_m^2}{\ell_m} = \frac{c_p^2}{\ell_p}$$

se deduce

$$c_p = \sqrt{\lambda}\,c_m \quad \textit{escala de velocidades}$$

Asímismo

$$\frac{Q_p}{Q_m} = \frac{A_p\,c_p}{A_m\,c_m} \quad \text{y} \quad Q_p = \lambda^{5/2} Q_m \quad \textit{escala de caudales.}$$

(1) Véase también la Sec. 17.3.3: *Experimentación de los problemas de vibraciones con modelos reducidos*, donde se introducen dos nuevos parámetros adimensionales, el número de Strouhal y el número de Cauchy.

$$\frac{t_p}{t_m} = \frac{\ell_p\,v_m}{\ell_m\,v_p} \quad \text{y} \quad t_p = t_m\sqrt{\lambda} \quad \textit{escala de tiempos}$$

$$\frac{F_p}{F_m} = \frac{\rho_p\,\ell_p^3\,g}{\rho_m\,\ell_m^3\,g} \quad \text{y} \quad F_p = \lambda^3\,F_m \quad \textit{escala de fuerzas}$$

$$\frac{p_p}{p_m} = \frac{F_p\,A_m}{A_p\,F_m} \quad \text{y} \quad p_p = \lambda\,p_m \quad \textit{escala de presiones.}$$

3. Intercambio de energía en el rodete

3.1. Introducción

El intercambio de energía mecánica y de fluído en una TM se verifica únicamente en el rodete. Los restantes órganos de la máquina por donde circula el fluído son o meramente conductos, o meramente transformadores de una forma de energía que ya posee el fluído en otra. El intercambio de energía se verifica por una acción mutua (acción y reacción) entre las paredes de los álabes y el fluído. La acción resultante del rodete sobre el fluído, será una fuerza, cuyo valor podrá calcularse mediante el principio de la cantidad de movimiento [Ec. (2-87)]. Calculada esta fuerza, y su momento con relación al eje de la máquina, el cálculo de la energía que la máquina comunica al fluído es inmediato. De la misma manera por el principio de acción y reacción se obtiene la energía que el fluído comunica a la máquina en una T.

La ecuación que expresa la energía por unidad de masa intercambiada en el rodete es la ecuación de Euler, en la que se basa el funcionamiento tanto de las TMH estudiadas en este libro como de las TMT estudiadas en nuestro libro de Turbomáquinas Térmicas. Esta ecuación, que en la clasificación de las TM nos sirvió para distinguirlas de las máquinas de desplazamiento positivo (véase Sec. 1.2), constituye una base analítica para el diseño del órgano principal de una TM: el rodete; es decir, constituye una guía teórica para encontrar la geometría más adecuada a las condiciones de funcionamiento requeridas en una TM que se proyecta. De ella dice Bergeron que revela gran parte de lo que sucede en el rodete, y se concibe que constituya el medio de auscultación más poderoso puesto a disposición del ingeniero, por lo que bien merece el nombre de *ecuación fundamental*.

La energía que el fluído intercambia con el rodete puede ser de dos clases: energía de presión $\left(\frac{p}{\rho}\right.$ por unidad de masa$\left.\right)$ y energía cinética $\left(\frac{c^2}{2}\right.$ por unidad de masa$\left.\right)$. La relación entre la energía de presión intercambiada en el rodete a la energía total es un parámetro de gran importancia por su repercusión en el diseño y funcionamiento de los TMH, que se denomina *grado de reacción*.

De la ecuación de Euler y del grado de reacción tratamos en este capítulo.

3.2. Expresión de la energía intercambiada en el rodete: ecuación de Euler o ecuación fundamental de las TM

La deducción de la ecuación de Euler se hará de manera general aplicable a todas las TM, tanto térmicas como hidráulicas, tanto motoras como generadoras, y finalmente tanto a las TM radiales como a las diagonales y axiales. Se hacen sin embargo, cuatro hipótesis que limitan la validez de esta ecuación al régimen permanente, al fluído ideal, al flujo irrotacional y al método unidimensional. La primera hipótesis de *régimen permanente* supone, según la Termodinámica: *caudal másico* constante (el *caudal volumétrico* sólo es constante en las TMH); propiedades del fluído en cualquier punto constantes; y flujos de calor y trabajo del o al rotor constantes.

En la Fig. 3-1 puede verse el esquema del rodete de una TM generalizada. Una partícula del fluído entra en el rodete con la velocidad absoluta $\vec{c}_1$ y sale del rodete con la velocidad absoluta $\vec{c}_2$.

La trayectoria de la partícula en el rodete constituye un filamento de corriente al cual se le puede aplicar el teorema de la cantidad de movimiento según la Ec. (2-84).

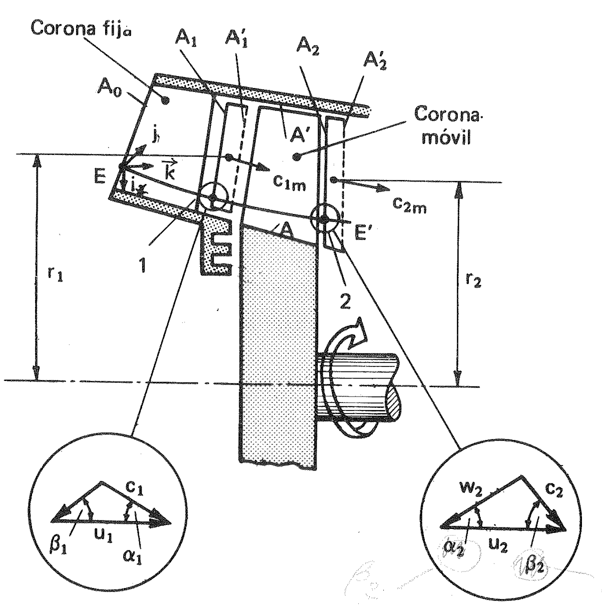


Fig. 3-1.—Deducción de la ecuación fundamental de las TM, o *ecuación de Euler*.

Es conveniente interpretar el teorema de la cantidad de movimiento, como si en la sección 1, se produjera un retardamiento de la corriente hasta la velocidad cero y en la sección 2 una aceleración desde cero hasta la velocidad efectiva.

La variación de la velocidad (y cantidad de movimiento) axial en el rotor origina una fuerza axial, que deberá ser contrarrestada por el cojinete de empuje de la TM; la de la velocidad (y cantidad de movimiento) radial origina asimismo un empuje radial que deberá ser contrarrestado por el cojinete de apoyo de la TM. Ninguna de las dos tiene influjo alguno en el movimiento de giro del rotor (si se prescinde del aumento de fricción en los cojinetes).

Tomaremos momentos en la Ec. (2-84) con relación al eje de la TM, es decir, aplicaremos el teorema del momento cinético de un hilo de corriente, a saber, el momento de las fuerzas que actúan sobre un hilo de corriente entre dos superficies transversales de control es igual a la variación del momento cinético del fluído aislado entre dichas superficies. Dichas superficies se establecen en la entrada y salida del rodete, puntos 1 y 2 en la Fig. 3-1. Ahora bien (Fig. 3-1) el momento de las componentes radiales y axiales a la entrada y salida de la máquina de la velocidad y de la cantidad de movimiento es nulo, el de las componentes radiales por cortar al eje de momento y el de las axiales por ser paralelas al mismo; luego el momento total será igual al correspondiente a la velocidad periférica $c_{2u} = c_2 \cos\alpha_2$. Se tendrá, pues:

$$-dM = \rho\, d\,Q\,(r_2 c_{2u} - r_1 c_{1u}) = dG\,(r_2 c_{2u} - r_1 c_{1u}) \qquad (3\text{-}1)$$

donde $-dM$ (reacción) — momento de las fuerzas exteriores que actúan sobre el fluído "aislado".

dM (acción) — momento de las fuerzas que el fluído "aislado" ejerce sobre el exterior.

r_1, r_2 — radios y brazos de momento de las componentes periféricas c_{1u}, c_{2u}.

dG — gasto másico a través del filamento.

De la Ec. (3-1) se deduce:

$$dM = dG\,(r_1 c_{1u} - r_2 c_{2u})$$

Integrando para todos los hilos de corriente del rodete, se tendrá:

$$M = \int (r_1 c_{1u} - r_2 c_{2u})\, dG \qquad (3\text{-}2)$$

La integral del segundo miembro de la Ec. (3-2) puede realizarse si se establecen las tres hipótesis que junto con la del régimen permanente constituyen las cuatro limitaciones de este teorema. En efecto:

– si el *fluído es ideal y el régimen irrotacional,* $r_1 c_{1u}$ = cte a la entrada del rodete [véase la Ec. (2-76)].

– si se aplica el *método unidimensional,* todo sucede como si todas las partículas de fluído entraran con la misma dirección (α_1, el mismo para todas las partículas) y lo mismo a la salida. Con estas hipótesis, de la Ec. (3-2) se deduce:

$$M = G\,(r_1 c_{1u} - r_2 c_{2u}) \qquad (3\text{-}3)$$

En las TMH, siendo ρ = cte y $G = Q\rho$, la Ec. (3-3) puede expresarse así:

$$M = Q\rho\,(r_1\, c_{1u} - r_2\, c_{2u}) \qquad (3\text{-}4)$$

M es el momento del fluído sobre el exterior y en particular sobre el rodete. Es el momento ejercido sobre los álabes y sobre el fluído exterior a la entrada y salida del rodete, donde se establecen las superficies de control. En la práctica las fuerzas debidas a las presiones del fluído contiguo no han de considerarse, porque su momento con relación al eje de la TM es nulo (reparto simétrico de presiones o según el plano que contiene el eje de la máquina). En resumen prácticamente M es el momento mecánico transmitido por el fluído al rodete. La potencia mecánica transmitida por el fluído al rodete será

$$P = M\omega = G\,(r_1 \omega c_{1u} - r_2 \omega c_{2u}) = G\,(u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u}) \qquad (3\text{-}5)$$

– En las TMM: $P \geqslant 0, \quad M \geqslant 0, \quad u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u} \geqslant 0$

– En las TMG: $P \leqslant 0, \quad M \leqslant 0, \quad u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u} \leqslant 0$

Igualando la potencia mecánica expresada por la Ec. (3-5) al salto o consumo de potencia de fluído necesario para comunicar esta potencia,

$$P = G\,Y_u$$

y sustituyendo en la Ec. (3-5) se tendrá:

$$P = G\,Y_u = G\,(u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u}) \qquad (3\text{-}6)$$

y finalmente empleando la notación $Y_{u\infty}$ en vez de Y_u para expresar que la energía así obtenida corresponde a la teoría unidimensional de la corriente perfectamente guiada o sea con infinito número de álabes en el rodete, se obtiene *la primera forma de la ecuación de Euler*

$$Y_{u\infty} = u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u} \qquad (3\text{-}7)$$

(Régimen permanente, fluído ideal, flujo irrotacional, método unidimensional)

En este tomo dedicado a las TMH expresaremos también, según costumbre universal, la Ec. (3-7) en alturas, haciendo $Y_{u\infty} = gH_{u\infty}$

$$H_{u\infty} = \frac{1}{g}\,(u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u}) \qquad (3\text{-}8)$$

cuyas dimensiones y unidades (m) son iguales en el SI y en el ST.

En las TMH denominaremos el salto energético Y_u de la Ec. (3-6) energía específica intercambiada en el rodete (al que corresponde la altura en el rodete H_u). En las TMT se designa este mismo salto con el nombre antiguo, no muy apropiado por cierto, de salto periférico. Como en todas las TM el concepto es el mismo, en nuestro libro de TMH empleamos el mismo símbolo Y_u empleado en nuestro libro de TMT.

Notas a las Ecs. (3-7) *y* (3-8)

1. Signos de esta ecuación [véase también la Ec. (3-6)].
   – En las TMM, como ya hemos dicho, $P \geqslant 0$, $M \geqslant 0$, $u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u} \geqslant 0$, $Y_u \geqslant 0$, $H_u \geqslant 0$: la máquina *absorbe* energía de fluído, y *restituye* energía mecánica; y el fluído pierde altura hidráulica.
   – En las TMG, como ya hemos dicho, $P \leqslant 0$, $M \leqslant 0$, $u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u} \leqslant 0$, $Y_u \leqslant 0$: la máquina *absorbe* energía mecánica, y *restituye* energía de fluído; y el fluído adquiere altura hidráulica.
2. *Unidades de estas ecuaciones en el SI:*
   Energía específica o energía por unidad de masa: $\frac{J}{Kg} = \frac{m^2}{s^2}$.

   En las TMT los saltos energéticos son muy elevados, de donde la utilización del múltiplo $\frac{KJ}{Kg}$ (en lugar de la $\frac{kcal}{kp}$ utilizada en el ST), que no es preciso utilizar en las TMH.
3. Para no arrastrar un signo negativo en las ecuaciones referentes a las TMG (B y V) en adelante, según el uso corriente, como se ha hecho también en nuestro libro de turbomáquinas térmicas con los TC, las Ec. (3-7) y (3-8) se escribirán de la forma siguiente, que constituye la

   Ecuación de Euler para B y V

   $$Y_{u\infty} = u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u} \qquad (3\text{-}9)$$

   $$H_{u\infty} = \frac{1}{g}\,(u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u}) \qquad (3\text{-}10)$$

   Se advertirá, sin embargo, que en las Ecs. (3-7) y (3-8) Y (H) representan la energía (altura) *cedida por el fluído* al rodete, en las Ecs. (3-9) y (3-10), Y (H) representan la energía (altura) *absorbida por el fluído* en el rodete.
4. Nótese que los símbolos Y, H (sin subíndice) son idénticos y tienen el mismo significado físico, a saber, *salto energético o de altura en la máquina* en las B, V y TH.

5. Multiplicando los dos miembros de la Ec. (3-10) por ρg la nueva ecuación tendrá las dimensiones de una presión, y constituirá la forma más empleada de la

Ecuación de Euler para V

$$\Delta p_{u\infty} = \rho\,(u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u}) \tag{3-11}$$

donde $$\Delta p_{u\infty} = \rho\, Y_{u\infty} = \rho\, g\, H_{u\infty}$$

De la Ec. (3-8) se deduce que la altura aprovechada en el rodete de una TH es máxima, para un cierto tamaño del rodete determinado por n y u_1, cuando la velocidad absoluta del agua a la salida del rodete sólo tiene componente meridional (radial, axial, o radio-axial, según los casos), es decir, cuando la componente periférica $c_{2u} = 0$.

En este caso la ecuación de Euler se reduce a:

$$H_{u\infty} = \frac{u_1\, c_{1u}}{g} \tag{3-12}$$

(forma simplificada de la ecuación de Euler, TH)

La Ec. (3-12) constituye un buen punto de partida para el diseño de una TH; pero en el fluído real, al variar las condiciones de flujo en el distribuidor y rodete, resulta muchas veces que el óptimo rendimiento no se alcanza para $c_{2u} = 0$, en cuyo caso será preciso aplicar la Ec. (3-8). De todos modos el valor de c_{2u} deberá ser muy pequeño ya que sólo la componente meridional puede eficientemente transformarse en presión en el tubo de aspiración (véase la Sec. 11.13.1).

Asimismo, de las Ecs. (3-10) y (3-11) se deduce que la altura teóricamente comunicada al fluído en el rodete de una B o de un V es máxima, para un cierto tamaño del rodete, determinado por n y u_2, cuando $c_{1u} = 0$, en cuyo caso la ecuación de Euler se reduce a:

$$H_{u\infty} = \frac{u_2\, c_{2u}}{g} \tag{3-13}$$

(forma simplificada de la ecuación de Euler, B)

$$\Delta p_{u\infty} = \rho\, u_2\, c_{2u}$$

(forma simplificada de la ecuación de Euler, V)

La ecuación de Euler y la ecuación generalizada de Bernoulli [Ecs. (2-65) y (3-7)].

Escribamos la ecuación de Bernoulli [Ec. (2-65)] entre la entrada (punto E) y la salida de la máquina (punto S), haciendo $y = 0$ (pérdidas hidráulicas nulas e hipótesis unidimensional):

$$\frac{p_E}{\rho} + z_E \cdot g + \frac{c_E^2}{2} - Y_{u\infty} = \frac{p_S}{\rho} + z_S \cdot g + \frac{c_S^2}{2} \tag{3-14}$$

Se advertirá que la variable $Y_{u\infty}$ en la Ec. (3-14) es la energía específica por unidad de masa expresada por la ecuación de Euler [Ec. (3-7)].

Triángulos de velocidad

Los triángulos de velocidad constituyen un instrumento eficacísimo para el estudio de las TM, que utilizaremos constantemente en este libro. En la Fig. 3-2 en el corte transversal de una B se ha dibujado la *trayectoria relativa* de una partícula de fluído en su paso por el rodete, la *trayectoria absoluta* en su paso por el rodete y entrada en la cámara espiral. La trayectoria relativa sigue naturalmente el contorno de los álabes, no así la trayectoria absoluta, porque los álabes del rodete están en movimiento. Si se trata por el contrario de una corona fija las trayectorias absolutas y relativas coinciden.

Fig. 3-2.–*Trayectorias absoluta y relativa* de una partícula de fluído que atraviesa el rodete de una B.

Según la mecánica del movimiento relativo se tendrá para cada punto:

Velocidad relativa del fluído con respecto al rodete = velocidad absoluta del fluído – velocidad absoluta del rodete.

Utilizaremos la notación alemana, que por la extensión alcanzada también en otros países, la denominaremos convencionalmente *notación internacional:*

$\vec{c}$ – velocidad absoluta del fluído

$\vec{w}$ – velocidad del fluído con relación al rodete

$\vec{u}$ – velocidad absoluta del rodete.

Entre estas tres velocidades se verifica la ecuación del movimiento relativo, que acabamos de mencionar:

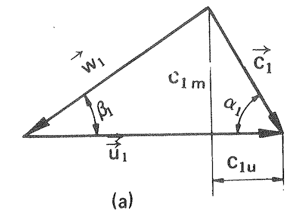
$$\vec{w} = \vec{c} - \vec{u} \tag{3-15}$$

Triángulo de velocidad es el triángulo formado por los tres vectores de la Ec. (3-15). En cada punto x de una TM se puede definir un triángulo de velocidad tal

que [Ec. (3-15)]:

$$\vec{w}_x = \vec{c}_x - \vec{u}_x$$

Los triángulos de entrada y salida del rodete son especialmente importantes. Estos triángulos pueden verse en la Fig. 3-1. En este libro el subíndice 1 denotará la entrada en los álabes y el subíndice 2 la salida. En la Fig. 3-3, se completa la *notación internacional.*



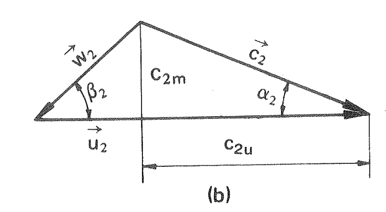


Fig. 3-3.—Notación internacional de los triángulos de velocidades:

- c — velocidad absoluta del fluído en un punto del rodete.
- u — velocidad absoluta del rodete en ese punto.
- w — velocidad relativa del fluído con respecto al álabe.
- α — ángulo que forman los vectores $\vec{c}$ y $\vec{u}$.
- β — ángulo que forman los vectores $\vec{w}$ y $(-\vec{u})$ (adviértase la diferencia con la definición de α).
- c_u — componente periférica de la velocidad absoluta.
- c_m — componente meridional de la velocidad absoluta.

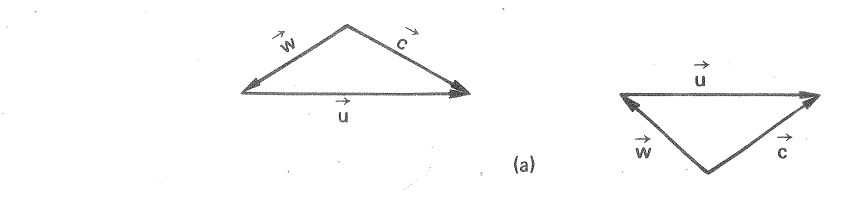
Será interesante adelantar ya en este lugar que la componente c_u es definitiva en todas las TM para evaluar la energía específica intercambiada; asimismo la componente c_m, que puede verse en cada punto en la proyección meridional no proyectada es definitiva para evaluar el caudal. Finalmente los ángulos α están asociados con la forma del contorno de las toberas directrices y órganos fijos de las TM; mientras que los ángulos β están asociados con la forma del contorno de los álabes, y en general del rodete. Para la construcción misma de los triángulos de velocidad se han seguido en este libro las normas que se explican al pie de la Fig. 3-4.

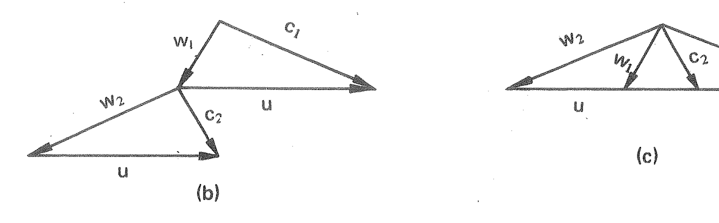
De la Fig. 3-3 aplicada al triángulo de entrada y salida sucesivamente se deduce inmediatamente:

$$w_1^2 = u_1^2 + c_1^2 - 2u_1 c_1 \cos\alpha_1 = u_1^2 + c_1^2 - 2u_1 c_{1u}$$
$$w_2^2 = u_2^2 + c_2^2 - 2u_2 c_2 \cos\alpha_2 = u_2^2 + c_2^2 - 2u_2 c_{2u}$$

y

$$u_1 c_{1u} = \frac{1}{2}(u_1^2 + c_1^2 - w_1^2)$$





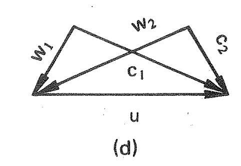


Fig. 3-4.—Normas seguidas en este libro para la construcción de los triángulos de velocidad:
El vector $\vec{u}$ se dibujará dirigido de izquierda a derecha y los vectores $\vec{c}$ y $\vec{w}$ representativos de las velocidades del fluído con un origen común, en cualquiera de las dos formas representadas en (a).
Dentro de este convenio, para los triángulos de entrada y salida se utilizan cualquiera de las tres formas: (b) forma desarrollada; (c) forma polar; (d) forma condensada.

$$u_2 c_{2u} = \frac{1}{2}(u_2^2 + c_2^2 - w_2^2)$$

Sustituyendo estos dos últimos valores en las Ecs. (3-7) a (3-10) respectivamente se obtiene la

Segunda forma de la ecuación de Euler

$$Y_{u\infty} = \pm\left(\frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}\right) \qquad (3\text{-}16)$$

o bien:

$$H_{u\infty} = \pm\left(\frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g}\right) \qquad (3\text{-}17)$$

donde el signo + se refiere a las T y el signo − a las B.

La ecuación de Euler y la circulación

Con el método aerodinámico que se utiliza ampliamente en el proyecto de las TM axiales, y que tiende a emplearse hoy también en las TM radiales y diagonales, (véase pág. 1259) está íntimamente ligado el concepto de la circulación alrededor de un perfil de ala de avión (véase la Sec. 10.4). Es posible expresar la ecuación de Euler en función de la circulación de la manera siguiente. (Véase Fig. 3-5).

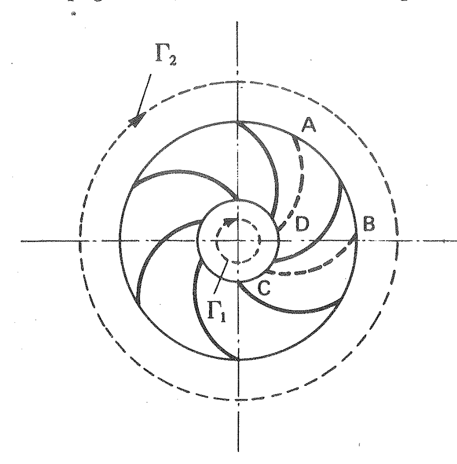
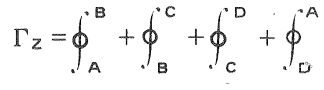


Fig. 3-5.–*Circulación* antes (Γ_1) y después (Γ_2) del álabe móvil de una B.

La Fig. 3-6 representa el corte transversal de una B, o de un V radial. Calculemos la circulación a largo de la línea cerrada *A-B-C-D-A*, que encierra un álabe.

$$AB = \frac{2\pi r_2}{z} \quad \text{y} \quad CD = \frac{2\pi r_1}{z}$$

La circulación a lo largo de dicha línea se puede descomponer así:



$$\Gamma_z = \oint_A^B + \oint_B^C + \oint_C^D + \oint_D^A$$

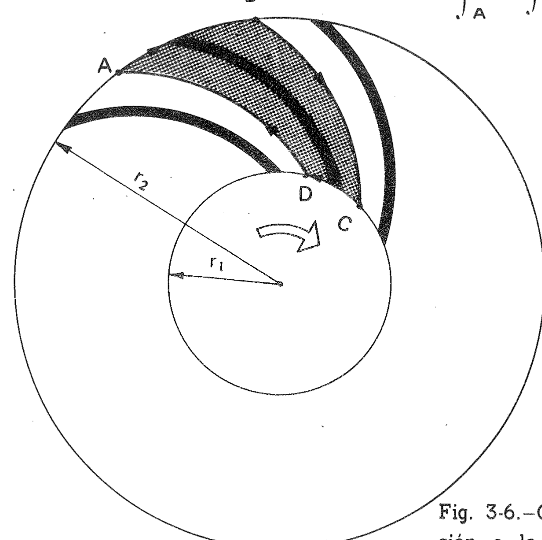


Fig. 3-6.–Cálculo de la circulación a lo largo de una curva cerrada que contiene un álabe móvil.

A lo largo de las líneas BC y DA la circulación es igual y de sentido contrario, y por tanto:

$$\oint_D^A = -\oint_B^C$$

con lo cual la circulación total será:

$$\Gamma_z = \oint_A^B - \oint_C^D$$

Además,

$$\oint_A^B = c_{2u} \frac{2\pi r_2}{z} = c_{2u} t_2 \qquad \oint_C^D = c_{1u} \frac{2\pi r_1}{z} = c_{1u} t_1$$

Por consiguiente

$$\Gamma_z = c_{2u} t_2 - c_{1u} t_1 = (r_2 c_{2u} - r_1 c_{1u}) \frac{2\pi}{z}$$

y finalmente:

$$\Gamma_z = (u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u}) \frac{2\pi}{\omega z}$$

Siendo z el número de paletas, la circulación total debida al conjunto de las paletas será:

$$\Gamma = z\,\Gamma_z = \frac{2\pi}{\omega} (u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u}) \tag{3-18, a}$$

Análogamente se deduciría para las TH:

$$\Gamma = \frac{2\pi}{\omega} (u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u}) \tag{3-18, b}$$

La circulación debida al conjunto de los álabes del rodete es igual a la diferencia de los valores de circulación antes y después de la salida del rodete.

Comparando las Ecs. (3-18, a) y (3-18, b) con las Ecs. (3-9) y (3-7) respectivamente se deduce inmediatamente

$$\text{B y V:} \quad Y_{u\infty} = \frac{\omega}{2\pi} (\Gamma_2 - \Gamma_1) \tag{3-19}$$

$$\text{TH:} \quad Y_{u\infty} = \frac{\omega}{2\pi} (\Gamma_1 - \Gamma_2) \tag{3-20}$$

Antes del rodete, el fluído es irrotacional, y, como no existe trasmisión de

energía al rodete, la circulación es en todos los puntos constante o es igual a cero, según que la corriente entre en el rodete con torbellino o sin torbellino. Después del rodete la circulación ha aumentado. Este aumento solamente puede tener lugar si existen remolinos representados por los álabes del rodete, cuya intensidad total sea igual a $\Gamma_2 - \Gamma_1$.

La circulación es igual a la suma de las magnitudes de los remolinos que quedan completamente cerrados por el camino de integración. En consecuencia, es independiente del camino de integración siempre y cuando éste rodee los mismos núcleos de torbellino. Para todas las líneas que no circundan ningún torbellino es igual a cero.

Las Ecs. (3-18, a) y (3-18, b) se emplean, no obstante, poco en la construcción de las TM, puesto que las Ecs. (3-9) y (3-7) contienen la misma información, y son más claras.

Las Ecs. (3-19) y (3-20) nos dicen que un fluído cede su energía disminuyendo su circulación, y adquiere energía aumentando la misma. En el *movimiento libre* del fluído potencial a través de la TM, allí donde no existan, álabes fijos ni móviles, la circulación será constante, y se verificará por tanto la Ec. (2-76) (véase aplicación 7.ª de la ecuación de Bernoulli, Pág. 140) de la que haremos repetido uso en el diseño de los órganos fijos de las TM.

$$rc_u = \text{cte} \tag{3-21}$$

3.3. Relación de la energía de presión a la energía total intercambiada en el rodete: grado de reacción. Nueva clasificación de las TM

El grado de reacción en una TMH se define como la relación entre dos energías de fluído: la cedida a (TMM) o comunicada por (TMG) el rodete en forma estática $\left(\frac{p}{\rho g} + z\right)$ y la energía total suministrada a (TMM) o por (TMG) la máquina. Cabe distinguir entre grado de reacción teórico y real.

Grado de reacción de una TH

La energía específica a la entrada del rodete (punto 1) será

$$Y_1 = \frac{p_1}{\rho} + z_1 g + \frac{c_1^2}{2}$$

y a la salida (punto 2)

$$Y_2 = \frac{p_2}{\rho} + z_2 g + \frac{c_2^2}{2}$$

La energía total suministrada al rodete será:

$$Y_1 - Y_2 = \frac{p_1 - p_2}{\rho} + (z_1 - z_2)\,g + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2}$$

La energía de presión suministrada al rodete será:

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho} + (z_1 - z_2)\,g \tag{3-22}$$

Sea Y la energía total suministrada a la máquina (1). El grado de reacción σ será:

$$\sigma = \frac{\frac{p_1 - p_2}{\rho} + (z_1 - z_2)\,g}{Y} = 1 - \frac{\frac{c_1^2 - c_2^2}{2}}{Y} \tag{3-23}$$

o bien expresando en alturas el numerador y denominador

$$\sigma = \frac{\frac{p_1 - p_2}{\rho g} + z_1 - z_2}{H} = 1 - \frac{(c_1^2 - c_2^2)/2g}{H} \tag{3-24}$$

donde $H = \frac{Y}{g}$.

Grado de reacción de una B

En las B se utiliza el grado de reacción teórico y el real.

a) *Grado de reacción teórico.*

Escribiendo la ecuación de Bernoulli entre la entrada y salida del rodete, y despreciando las pérdidas, se tendrá:

$$\frac{p_1}{\rho} + z_1 g + \frac{c_1^2}{2} + Y_{u\infty} = \frac{p_2}{\rho} + z_2 g + \frac{c_2^2}{2}$$

$$Y_{u\infty} = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + (z_2 - z_1)\,g + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}$$

y comparando con la Ec. (3-16) (tomando el signo − para las B) se ve que, siendo $\frac{c_2^2 - c_1^2}{2} = Y_{d\infty}$ la energía dinámica del rodete, la energía estática del rodete o energía de presión, [en una B, $(z_2 - z_1)\,g \simeq 0$] será:

$$Y_{p\infty} = \frac{p_2 - p_1}{\rho} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2}$$

(1) $Y = gH$, donde H es la *altura neta*, que se definirá más adelante (Sec. 4.4.1).

y el grado de reacción teórico σ será:

$$\sigma = \frac{\dfrac{u_2^2 - u_1^2}{2} + \dfrac{w_1^2 - w_2^2}{2}}{\dfrac{u_2^2 - u_1^2}{2} + \dfrac{w_1^2 - w_2^2}{2} + \dfrac{c_2^2 - c_1^2}{2}} = \frac{Y_{p\infty}}{Y_{u\infty}}$$

o bien expresando en alturas el numerador y denominador:

$$\sigma = \frac{\dfrac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \dfrac{w_1^2 - w_2^2}{2g}}{\dfrac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \dfrac{w_1^2 - w_2^2}{2g} + \dfrac{c_2^2 - c_1^2}{2g}} = \frac{H_{p\infty}}{H_{u\infty}} \qquad (3\text{-}25)$$

b) *Grado de reacción real*

Si se consideran las pérdidas, como se verá más adelante, la altura de presión del rodete $H_{p.rod}$ y la altura H efectiva suministrada por la bomba (1) son menores

$$H_{p.rod} < H_{p\infty}$$

$$H < H_{u\infty}$$

y el grado de reacción real σ_{real} será:

$$\sigma_{real} = \frac{H_{p.rod}}{H} \qquad (3\text{-}26)$$

Grado de reacción de un V

El grado de reacción de un V se expresa más convenientemente en forma de presiones análogamente a las formas para los V de las ecuaciones de Bernoulli [Ec. (2-67)] y de Euler [Ec (3-11)]; de manera que en lugar de las expresiones (3-25) y (3-26) se tendrá:

Grado de reacción teórico

$$\sigma = \frac{\Delta p_{est.rod\infty}}{\Delta p_{u\infty}} = \frac{\rho\dfrac{u_2^2 - u_1^2}{2} + \rho\dfrac{w_1^2 - w_2^2}{2}}{\rho\dfrac{u_2^2 - u_1^2}{2} + \rho\dfrac{w_1^2 - w_2^2}{2} + \rho\dfrac{c_2^2 - c_1^2}{2}} \qquad (3\text{-}27)$$

(1) La *altura efectiva suministrada* por la B se definirá en la Sec. 4.4.2.

Grado de reacción real

$$\sigma_{real} = \frac{\Delta p_{est.rod}}{\Delta p_{tot}} \qquad (3\text{-}28)$$

Notas al grado de reacción

1. Conviene advertir una vez más que las energías, o alturas estáticas (TH), alturas de presión (B) y presión (V), que figuran en el numerador de todas las expresiones de σ se refieren al rodete, no a toda la máquina ni a un escalonamiento completo de una B múltiple compuesta de rodete y difusor.

En las turbomáquinas térmicas, aunque el grado de reacción se define a veces como relación entre la presión intercambiada en el rotor y la energía total; es más frecuente definirlo como relación entre la entalpía intercambiada en el rotor con la entalpía intercambiada en la máquina. De esta definición, teniendo en cuenta la incompresibilidad del fluído, se deduce la que nosotros empleamos para la TMH (1).

La energía cinética que suministra o absorbe la máquina o el escalonamiento es con frecuencia nula o despreciable. Así pues los escalonamientos de las B suelen diseñarse de manera que la velocidad a la salida del escalonamiento (que es la entrada en el escalonamiento siguiente) sea igual que a la entrada. Es decir, una TM generalmente absorbe o cede energía de fluído en forma esencialmente estática.

2. La proporción de energía de presión obtenida en el rotor en comparación con la energía total, o equivalentemente el grado de reacción, es un factor característico de una TM, porque de él depende, por ejemplo, si la máquina es de admisión parcial o total; así como la forma de los álabes y muchos parámetros de diseño. El rendimiento de las B depende en gran manera del grado de reacción, ya que si éste es bajo, es preciso transformar la energía cinética producida por el rodete en energía de presión mediante un órgano denominado difusor, cuyo rendimiento en general es bajo.

En las TM de reacción los álabes móviles tienen forma de tobera (TH y turbinas térmicas) o de difusor (B, TC) en las de acción no; en ellas, como no hay contracción o expansión del flujo, la velocidad relativa a la salida del rodete es igual que a la entrada (o un poco menor por el rozamiento).

En las B de grado de reacción elevado la velocidad absoluta a la salida del rodete será pequeña, porque no se requiere gran recuperación de energía cinética en el difusor. Si suponemos que (caso más frecuente) $c_{1u} = 0$, de la ecuación de Euler se deduce

$$u_2 = \frac{g\,H_{u\infty}}{c_2 \cos\alpha_2}$$

luego su velocidad tangencial es relativamente elevada. Esta consideración es general; es decir, cuanto mayor es el grado de reacción tanto más rápida será la máquina.

(1) Véase C.M., TMT, Sec. 5.6, Págs. 205-207.

3. Las B suelen construirse siempre de reacción. En una bomba de acción la recuperación de la energía cinética del rodete en un difusor adecuado arrastraría consigo pérdidas hidráulicas importantes, por ser el proceso de difusión más difícil y antinatural que el proceso de compresión en una tobera convergente (véase Sec. 2.3.5), lo cual no compensaría la disminución de las pérdidas volumétricas que en una máquina de acción tendría lugar (véase la Sec. 4.6.2). (1)

4. El grado de reacción puede servir para clasificar las TM en TM de acción, o de grado de reacción cero, y TM de reacción o de grado de reacción distinto de cero. Esta clasificación será empleada más adelante para clasificar las TH, y divide estas máquinas en dos grupos básicamente distintos, tanto en los órganos de que constan cuanto en el funcionamiento (2).

Aunque el concepto de grado de reacción se originó primitivamente en el campo de las turbinas térmicas de vapor y de gas, como sustituto del concepto de número específico de revoluciones (véase la Sec. 8.5) que en las TMT es muy poco usado; en las turbinas térmicas es frecuente mezclar en una misma máquina de varios escalonamientos los escalonamientos de acción y reacción, e incluso hacer que en un mismo escalonamiento el grado de reacción varíe de la base a la punta. En resumen en estas máquinas el concepto de grado de reacción es muy empleado; pero no es posible establecer una clasificación tan definida como en las TH entre máquinas de acción y reacción (3).

5. El grado de reacción normalmente está comprendido entre 0 y 1; pero puede hacerse también menor que 0 y mayor que uno. En las figuras 3-7 y 3-8 pueden verse dos ejemplos de grado de reacción igual a 0 (TP) y de grado de reacción igual a 1 (molinete de riego).

Véanse los problemas 5, 10, 25 y 29.

---

(1) Sobre las B de acción véase G. WONSAK, *Untersuchungen über die Strömungsverhältnisse in einer partiell beaufschlagten Gleichdruckkreiselpumpe*, (investigaciones acerca de las relaciones de flujo en una bomba rotodinámica de acción de admisión parcial), Disert. Technische Hochschule Braunschweig 1962.

(2) Al deducir la ecuación de Euler expresamos el intercambio de energía entre el rodete y el fluido como una aplicación del principio de acción y reacción. Los términos de acción y reacción no parecen muy apropiados, ya que todas las TH funcionan según el principio de acción y reacción. Sin embargo, siendo opuestos los conceptos de acción y reacción, y explicado el concepto de grado de reacción, parece lógico llamar turbinas de acción a aquéllas en que el grado de reacción es igual a cero.

(3) Véase C.M., TMT, Sec. 5.6, Págs. 205-207.

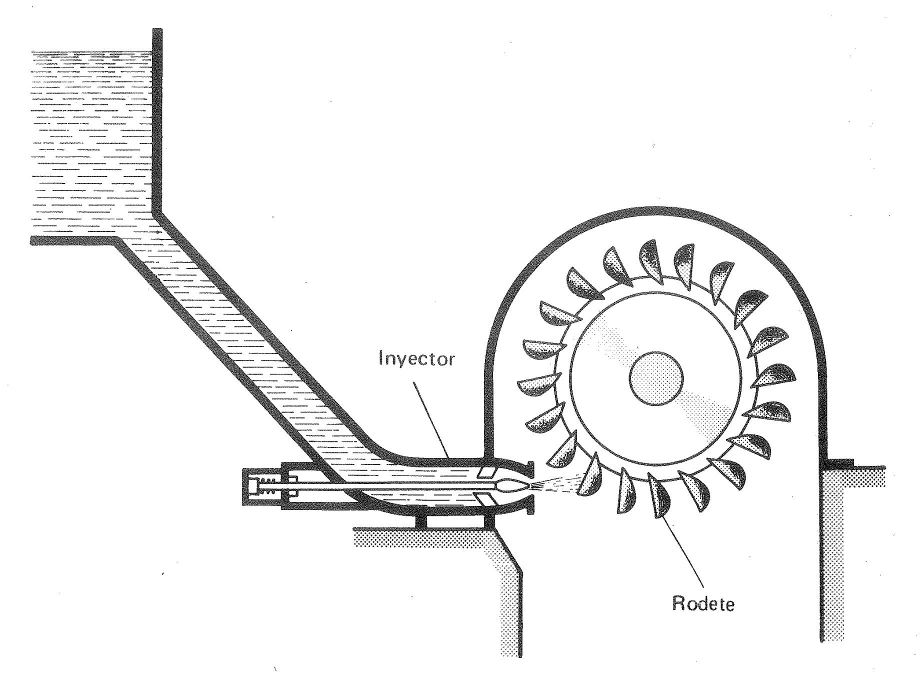


Fig. 3-7.—Esquema de turbina Pelton ejemplo de *TM de acción* ($\sigma = 0$).

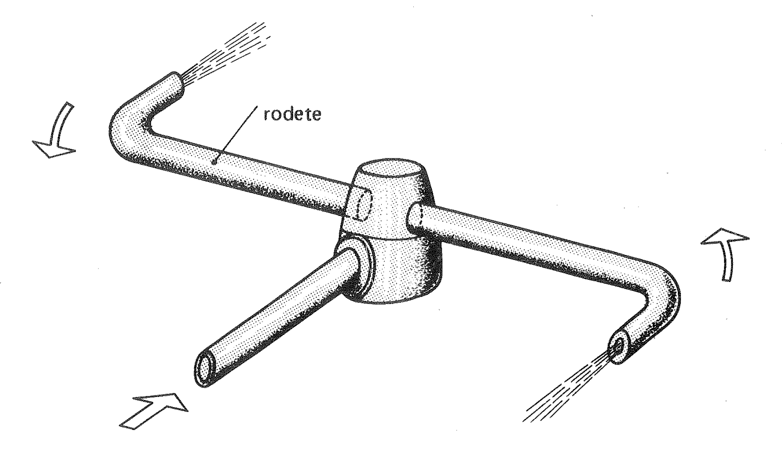


Fig. 3-8.—Ejemplo de *TM de reacción* de grado de reacción $\sigma = 1$.

4. Pérdidas, saltos energéticos (alturas), potencias y rendimientos en las turbomáquinas hidráulicas

4.1. Introducción

Todo diseño correcto de una TM deberá satisfacer estas dos condiciones: 1.ª) satisfacer los datos iniciales requeridos: así, por ejemplo, si se trata de un V proporcionar el caudal y la presión de aire que se desea; 2.ª) generalmente conseguir la condición 1.ª con el óptimo rendimiento, o al menos con el mejor rendimiento compatible con otros fines: mayor duración y seguridad de marcha, menor precio, etc. ...

Esta 2.ª condición exige realizar un estudio sistemático de las pérdidas para reducirlas a un mínimo. Por tanto, aunque al usuario sólo interesa en general el rendimiento total de la máquina, el diseñador precisa desglosar este rendimiento total en rendimientos parciales.

Las pérdidas energéticas se pueden clasificar en tres grupos: *pérdidas en la instalación de la máquina, pérdidas en la máquina* misma y *pérdidas en el transporte* o utilización de la energía que suministra la máquina. En este capítulo tratamos sólo de las *pérdidas en la máquina*, únicas que conciernen al diseñador y constructor de la misma. Así, por ejemplo, las pérdidas en la válvula de pie o en las tuberías de aspiración o impulsión de una B; las pérdidas en la red de distribución del agua impulsada por una B a las diversas plantas de un edificio; las pérdidas en la tubería forzada, que conduce el agua a presión a las TH de una central eléctrica; las pérdidas en el alternador, transformadores y cables eléctricos en una central no conciernen a nuestro estudio.

La transformación de energía en una TM, según el segundo principio de la Termodinámica, se realiza con pérdidas. Sea P_p la *potencia perdida en la máquina*; en toda TMH se verificará:

$$P_{absorbida} - P_p = P_{restituída} \quad \textbf{(4-1)}$$

Evidentemente el rendimiento total de la máquina será:

$$\eta_{tot} = \frac{P_{restituída}}{P_{absorbida}}$$

De esta ecuación conocemos *la potencia mecánica:*

—en las TH $P_{restituída} = M\omega = P_a$ (M en m.N; ω en rad/s; P en W, *SI*) (4-2)

—en las B $P_{absorbida} = M\omega = P_a$ (4-3)

La $P_{restituída}$ *en las TH tiene una expresión idéntica a la* $P_{absorbida}$ *en las B.*

Si Y es el *salto energético en la máquina* $\left(\frac{J}{kg} = \frac{m^2}{s^2}\right)$ multiplicando por el caudal másico $G = Q \cdot \rho \left(\frac{kg}{s}\right)$ que atraviesa la máquina se tendrá la *potencia hidráulica:*

—en las TH $P_{absorbida} = Q \cdot \rho \cdot Y$ (Q en m^3/s; ρ en $\frac{kg}{m^3}$; Y en $\frac{m^2}{s^2}$; P en W) (4-4)

—en las B $P_{restituída} = Q \cdot \rho \cdot Y$ (4-5)

La $P_{absorbida}$ *en las TH tiene una expresión idéntica a la* $P_{restituída}$ *en las B;* los símbolos Q Y *sin subíndice alguno,* que intervienen en ella son, pues, idénticos para todas las TMH y es menester definirlos con precisión, a saber:

Q = caudal suministrado a (TH) o por (B). Se mide a la entrada, sección E (TH) o a la salida, sección S (B) (1). En la sección 4.3 se definirán con precisión las secciones E y S.

Y = se denomina salto energético en la máquina. Es un concepto igualmente aplicable a las TMT y se definirá en la Sec. 4.4.

4.2. Significado de $Y_{u\infty}$ e Y_u ó $H_{u\infty}$ y H_u

$Y_{u\infty}$ y $H_{u\infty}$, como ya se vió en el capítulo anterior, son respectivamente la energía específica o altura expresada por la ecuación de Euler [Ec. (3-7) y (3-8)], y representan la energía o altura intercambiada en el rodete. En el caso ideal

$$P_{absorbida} = Q\rho\, Y_{u\infty} = P_{restituida}$$

En el caso real

1) Hay pérdidas antes y después del rodete; las pérdidas desde el rodete al eje son pequeñas en magnitud (pérdidas mecánicas); en el otro lado del rodete tienen lugar las pérdidas más importantes (hidráulicas y volumétricas). De ahí que, según esto, en la hipótesis del método unidimensional empleado en la deducción de la ecuación de Euler, siendo el proceso energético opuesto en las TH y en las B, se podrá decir que

—*en las TH,* $Y_{u\infty}$ *y* $H_{u\infty}$ *representan "casi" la energía específica y altura útil.*

(1) A la salida de una TH no se mide en general el caudal Q sino un caudal menor y a la entrada de una B no se mide el caudal Q en general, sino un caudal mayor (Sec. 4.6.2).

—*en las B,* $Y_{u\infty}$ *y* $H_{u\infty}$ *representan "casi" la energía específica y altura teórica.*

2) El método unidimensional es válido sin corrección generalmente en las TH; mientras que en las B es preciso establecer un factor de corrección. La explicación de este hecho paradógico estriba en que en las TH como en todas las TMM el flujo es natural: la corriente sigue al contorno sin desprendimientos notables de la misma, y la teoría unidimensional, o teoría de la corriente perfectamente guiada por los álabes, conduce a resultados que concuerdan con la experiencia. Por eso en las TH podemos ya de aquí en adelante hacer:

$$Y_{u\infty} = Y_u$$
$$H_{u\infty} = H_u$$

Lo contrario sucede en las B como en las restantes TMG. (Véase la Sec. 2.3.5). $Y_{u\infty}$ no es, pues, la energía que el rodete suministra al fluído, sino la que le suministraría si el número de álabes fuera infinito, para que todos los filamentos de corriente fueran perfectamente guiados (teoría unidimensional). La energía Y_u que el rodete con finito número de álabes suministra al fluído en una B se obtendrá más adelante (véase la Sec. 9.3.4) mediante la ecuación

$$Y_u = e_z\, Y_{u\infty}$$
$$H_u = e_z\, H_{u\infty} \quad (4\text{-}6)$$

El factor $e_z \leqslant 1$, que aumenta como veremos al aumentar el número de álabes, no es un rendimiento, por lo cual no trataremos de él en este lugar. En efecto la diferencia $Y_{u\infty} - Y_u$ no es una pérdida. La B *cuyo rodete tiene mayor número de álabes da más energía; pero absorbe también más energía del eje.* Por ello e_z se denomina *factor de disminución de trabajo.* En resumen

TH: energía real impartida por el fluído al rodete:

$$Y_u \simeq Y_{u\infty} \quad (\text{ó } H_u \simeq H_{u\infty})$$

B: energía real impartida por el rodete al fluído $Y_u = e_z\, Y_{u\infty}$

En este capítulo dedicado a las pérdidas nos referimos a la *TMH real con finito número de álabes,* y deberemos utilizar por tanto Y_u y H_u. $Y_{u\infty}$, Y_u, $H_{u\infty}$, H_u *tienen idéntico sentido físico en las TH y en las B.*

En las TMT Y_u *se designa en la literatura técnica con el nombre de salto periférico (1), el cual nombre no suele emplearse en las TMH; aunque la realidad física de la variable* Y_u *es la misma en todas las TM.*

(1) Véase C.M., TMT, Sec. 6.3.

4.3. Límites de entrada y salida de la máquina

En esta obra designaremos siempre la entrada y la salida de la máquina con los subíndices E y S respectivamente.

Estas secciones deben quedar unívocamente definidas, porque para calcular el rendimiento de la máquina se deben tener en cuenta todas y sólo las pérdidas que tienen lugar entre ambos límites.

En las B los límites E y S se sitúan en las bridas de conexión de las tuberías de aspiración e impulsión, en donde suelen instalarse manómetros; (véase la Fig. 4-1); aunque el primero (vacuómetro ordinariamente) se omite a veces en las instalaciones poco importantes.

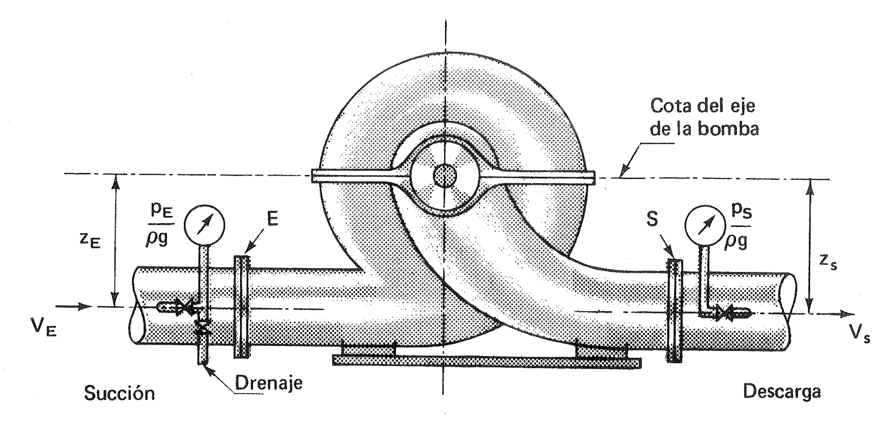
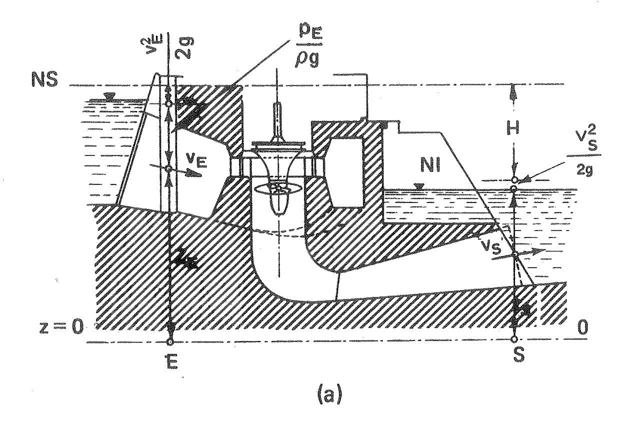


Fig. 4-1.—La entrada (E) y salida (S) de la B se encuentran en las bridas de aspiración e impulsión respectivamente. Sólo las pérdidas entre E y S influyen en el rendimiento de la TM.

En las TH existen normas, como las del *Código Internacional de los ensayos de recepción de las turbinas hidráulicas en las centrales hidroeléctricas* de la Fig. 4-2. según los diferentes tipos de instalaciones. Según estas normas, u otras análogas aceptadas en el contrato por ambas partes, suministrador y comprador de la TH, se verifican las curvas de rendimiento garantizadas en el contrato; los ensayos se hacen en juicio contradictorio entre el cliente y la casa suministradora a los cuales se añade generalmente un técnico independiente. El objeto principal de estas normas es definir los límites de la TH o sea las secciones E y S.

4.4. Salto energético en la máquina o altura entre límites en las TMH

El salto energético en la máquina, o incremento negativo (TH) o positivo (B) de la energía del fluído es una magnitud característica en todas las TM, y la



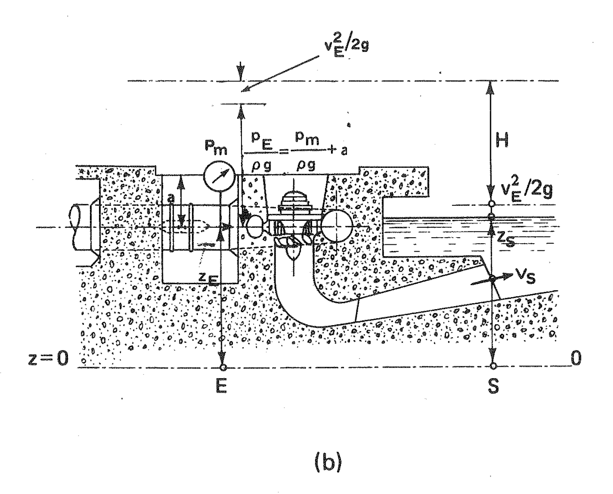


Fig. 4-2.—Normas internacionales para la determinación de la altura neta en los ensayos de TH en las centrales eléctricas (Del *Internationaler Code für Abnahmeversuche an Wasserturbinen in Kraftwerken*, Springer, Berlin 1965): a) TH de reacción (TF, T hélice, TK), con caja espiral de hormigón y tubo de aspiración de secciones transversales con aristas rectas: $H = z_E - z_S + \left(\frac{v_E^2 - v_S^2}{2g}\right)$; b) TH de reacción con caja espiral de sección circular: $H = p_E/\rho g + z_E - z_S + \frac{v_E^2 - v_S^2}{2g}$.

(c)

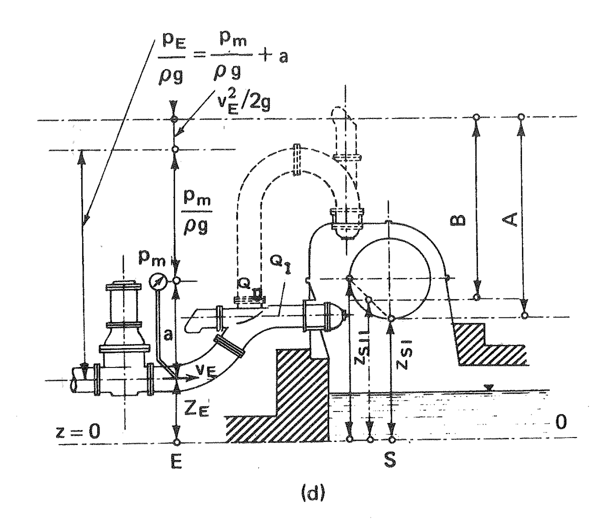


Fig. 4-2.– c) TH de reacción de eje horizontal: $H = z_E - z_S + \frac{p_E}{\rho g} + \left(\frac{v_E^2 - v_S^2}{2g}\right)$

d) TP A) TP de un chorro: $H = z_E - z_S + \frac{p_E}{\rho g} + \frac{v_E^2}{2g}$;

B) TP de dos chorros: $H = \frac{Q_I}{Q_I + Q_{II}}(z_E + a - z_{SI}) + \frac{Q_{II}}{Q_I + Q_{II}}(z_E + a - z_{SII}) + \frac{p_m}{\rho g} + \frac{v_E^2}{2g}$.

Nota: p_E es la presión leída en el manómetro; p_m la presión en el eje de la sección de entrada E.

designaremos con Y o H sin subíndice alguno. Su expresión es inmediata, una vez definidos los límites de entrada y salida, secciones E y S. En efecto (Fig. 4-3):

energía a la entrada:

$$\frac{p_E}{\rho} + z_E g + \frac{c_E^2}{2}$$

energía a la salida:

$$\frac{p_S}{\rho} + z_S g + \frac{c_S^2}{2}$$

salto energético en la máquina:

a) *TH* (Fig. 4-3,a):

$$Y = \frac{p_E - p_S}{\rho} + (z_E - z_S) + \frac{c_E^2 - c_S^2}{2} \qquad (4\text{-}7)$$

b) *B* (Fig. 4-3,b):

$$Y = \frac{p_S - p_E}{\rho} + (z_S - z_E)\,g + \frac{c_S^2 - c_E^2}{2} \qquad (4\text{-}8)$$

altura entre límites:

$$H = \frac{Y}{g} \qquad (4\text{-}9)$$

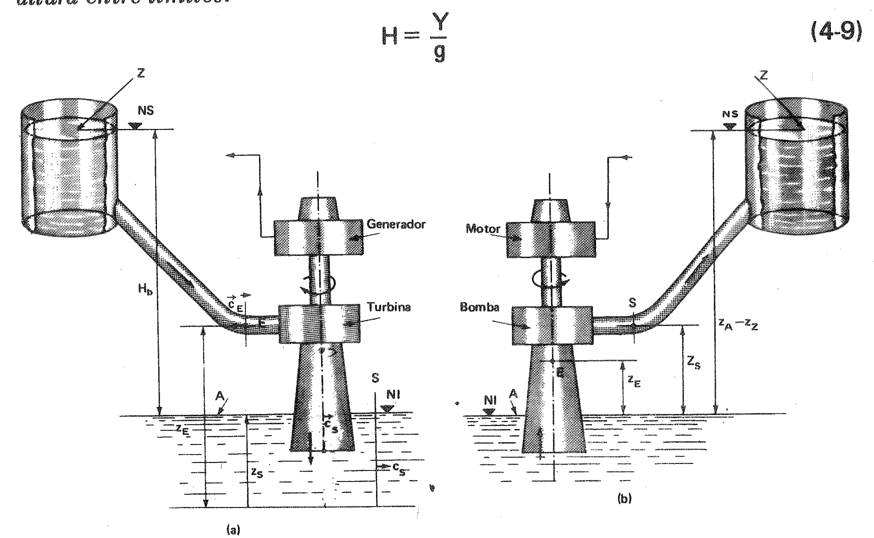


Fig. 4-3.–Esquema de instalación de una TH (a) y de una B (b) para la definición de *salto energético en la máquina.*

Según lo expuesto H es la altura suministrada a (TH) o por (B) la máquina. H en las TH ha recibido tradicionalmente el nombre de altura neta, que emplearemos también en este libro. Sobre la altura neta volveremos a tratar en la Sec. 4.4.1. La H en las B se llamó antiguamente altura manométrica; nosotros, conformándonos en esto a la literatura alemana, no emplearemos este nombre, que es poco exacto, y la denominaremos *altura efectiva*. Sobre la altura efectiva volveremos a tratar en la Sec. 4.4.2.

Las potencias restituidas y absorbidas dela TH y B respectivamente pueden medirse con toda precisión en el laboratorio con aparatos mecánicos (dinamómetros y cuenta-revoluciones), y las potencias absorbidas y restituidas de las TH y B respectivamente pueden medirse también con toda precisión (véase el Cap. 24) con instrumentos hidráulicos (caudalímetros y manómetros) teniendo en cuenta las Ecs. (4-2) a (4-5) y las Ecs. (4-7) y (4-8). A continuación, aplicando la Ec. (4-1) se obtiene el rendimiento total.

4.4.1. La "altura neta" de las TH

Se denomina también *salto neto* y debe figurar en la placa de características de la TH. De la Ec. (4-9), teniendo en cuenta la Ec. (4-7), se deduce (véase la Fig. 4-3,a) la

Primera expresión de la altura neta

$$H = \frac{p_E - p_S}{\rho g} + z_E - z_S + \frac{c_E^2 - c_S^2}{2g} \tag{4-10}$$

La altura neta es la altura puesta a disposición de la T, y es igual a la diferencia de alturas totales entre la entrada y salida de la T.

En la ecuación generalizada de Bernoulli [Ec. (2-65)] expresada en alturas y aplicada entre las mismas secciones E y S se tiene: $\Sigma Y_B = 0$; $\frac{1}{g}\Sigma Y_T = H_u$, energía intercambiada en el rodete; $\frac{Y}{g} =$ Hr-int. pérdidas hidráulicas (véase Sec. 4.6) en la máquina (entre las secciones E y S). Por tanto:

$$H_u + H_{r\text{-int}} = \frac{p_E - p_S}{\rho g} + z_E - z_S + \frac{c_E^2 - c_S^2}{2g} \tag{4-11}$$

De las Ecs. (4-10) y (4-11) se deduce la

Segunda expresión de la altura neta

$$H = H_u + H_{r\text{-int}} \tag{4-12}$$

La altura neta es igual a la altura útil de la T más las pérdidas interiores.

Finalmente aplicando la misma ecuación de Bernoulli entre las secciones A y Z, inicial y final de la instalación (Fig. 4-3,a) se tendrá:

$$\frac{p_A}{\rho g} + z_A + \frac{c_A^2}{2g} - H_{rA\text{-}E} - H - H_{rS\text{-}Z} = \frac{p_Z}{\rho g} + z_Z + \frac{c_Z^2}{2g} \tag{4-13}$$

donde $H_{rA\text{-}E}$ — pérdidas en la instalación antes de la TH

$H_{rS\text{-}Z}$ — pérdidas en la instalación después de la TH

La altura bruta H_b *es la diferencia de alturas geodésicas del nivel superior de agua* (NS) *al nivel inferior* (NI):

$$H_b = z_A - z_Z$$

Teniendo en cuenta también que $\frac{p_A}{\rho g} = \frac{p_Z}{\rho g} = 0$, y despreciando los valores de las energías cinéticas en las secciones A y Z, de la Ec. (4-13) se deduce la

Tercera expresión de la altura neta

$$H = H_b - H_{rA\text{-}E} - H_{rS\text{-}Z} \tag{4-14}$$

La altura neta es igual a la altura bruta menos las pérdidas que preceden y siguen a la TH.

4.4.2. La "altura efectiva" de las B

La altura efectiva o útil, o impropiamente altura manométrica, debe figurar en la placa de características de la B. Análogamente a lo dicho en la sección anterior de las TH se tendrá (véase la Fig. 4-3,b) la

Primera expresión de la altura efectiva

$$H = \frac{p_S - p_E}{\rho g} + z_S - z_E + \frac{c_S^2 - c_E^2}{2g} \quad (1) \tag{4-15}$$

La altura útil es igual a la diferencia de alturas totales entre la salida y entrada de la B.

La altura útil es la altura a la cual podría elevarse sin pérdidas 1 kg de fluído impulsado, si se le comunicase al fluído el trabajo específico Y.

(1) Si la compresión es notable, por ejemplo, si se impulsa agua caliente a 250° con un $\Delta p = 200$ bar, ρ aumenta en un $\Delta\rho \simeq 2\,\%$, (caso de las modernas B centrífugas de alimentación de calderas) y aunque en el diseño de las B no se tiene en cuenta la compresión en la Ec. (4-15) en lugar del término $\frac{p_S - p_E}{g}$ · convendrá escribir

$$\frac{1}{2}\,\frac{p_S - p_E}{g} \cdot \left(\frac{1}{\rho_E} + \frac{1}{\rho_S}\right)$$

que tiene en cuenta la compresión.

Con frecuencia en la práctica:

—el término $z_S - z_E \simeq 0$ (bomba de eje vertical, o desnivel geodésico entre los ejes de las bridas de conexión de la B pequeño en comparación con la presión de la B $\frac{p_S - p_E}{\rho g}$

—el término $\frac{c_S^2 - c_E^2}{2g} = 0$ diámetro de la tubería de aspiración d_E = diámetro de la tubería de impulsión d_S) o bien $\frac{c_S^2 - c_E}{2g} \simeq 0$ (pequeño en comparaciión con $\frac{p_S - p_E}{\rho g}$ (1).

—el término $\frac{p_E}{\rho g} < 0$ (B *montada en aspiración;* si por el contrario la B está *montada en carga,* $p_E/\rho g > 0$).

Por lo tanto en la mayoría de los casos la *altura efectiva es aproximadamente igual a la lectura del manómetro más la lectura del vacuómetro.* (2)

La expresión exacta de la altura efectiva válida para todos los casos y todo tipo de instalación es la Ec. (4-15).

Aplicando la ecuación de Bernoulli entre las secciones E y S de la Fig. 4-3,b, análogamente a como se hizo en la sección anterior, se tendrá la

Segunda expresión de la altura efectiva

$$H = H_u - H_{r\text{-}int} \tag{4-16}$$

cuya interpretación es, sin embargo, distinta, por el diferente significado de H_u en la B, a saber:

La altura suministrada es igual a la altura teórica menos las pérdidas interiores.

---

(1) De ordinario $d_E > d_S$ para reducir las pérdidas en la tubería de aspiración y evitar la cavitación (véase Cap. 23).

(2) El término antiguo "altura manométrica" presenta pues dos incorrecciones: 1) la lectura de los manómetros de entrada y salida sólo da el término de presión; 2) el manómetro indica la altura en m de agua a 4 °C. Por tanto, si en un caso particular la altura efectiva o útil de la B coincidiera con la altura de presión; todavía entre la altura efectiva y la altura manométrica existiría la relación

$$H = H_{man} \frac{1000}{\rho} \quad (\rho \text{ kg/m}^3)$$

Aún en este caso sólo $H = H_{man}$ si el líquido impulsado fuese agua. De lo cual se deduce que el término "altura manométrica" debe rechazarse.

Apliquemos finalmente, como en la sección anterior, la ecuación de Bernoulli entre las secciones A y Z de la Fig. 4-3,b

$$\frac{p_A}{\rho g} + z_A + \frac{c_A^2}{2g} - H_{rA\text{-}E} + H - H_{rS\text{-}Z} = \frac{p_Z}{\rho g} + z_Z + \frac{c_Z^2}{2g}$$

Si, como sucede de ordinario, los depósitos de aspiración e impulsión tienen un área grande

$$\frac{c_A^2}{2g} \simeq 0 \qquad \frac{c_Z^2}{2g} \simeq 0$$

con lo cual se obtiene la

Tercera expresión de la altura efectiva

$$H = \frac{p_Z - p_A}{\rho g} + z_Z - z_A + H_{rA\text{-}E} + H_{rS\text{-}Z} \ (1) \tag{4-17}$$

La altura suministrada es igual a la diferencia de alturas estáticas entre la salida y entrada de la B más las pérdidas que preceden y siguen a la B.

Nota final

De las tres expresiones de H (altura neta en las TH y altura suministrada en las B):

- —la *primera expresión* sólo puede aplicarse cuando la TMH está en funcionamiento. Aplicación: ensayos de recepción, trazado de las curvas H — Q (véase Sec. 18.4 y ss.),
- —la *segunda expresión* es útil para la resolución de problemas de diseño y comportamiento de la TMH,
- —la *tercera expresión* puede aplicarse antes de que la TMH esté funcionando.

La aplicación de las Ecs. (4-14) y (4-17) permite al ingeniero con ayuda del proyecto de la instalación escoger la TMH adecuada para la misma. Por eso a la Ec. (4-17) de uso muy frecuente la denominaremos la *ecuación para la selección de las B.*

Por defecto de aplicación correcta de esta ecuación para seleccionar la B, sucede muchas veces que a) la B no da el caudal exigido; b) no funciona con el rendimiento garantizado. En estos casos el instalador o ingeniero que seleccionó la B, no el constructor, es el responsable.

---

(1) En el término $H_{rS\text{-}Z}$ se incluyen no sólo las pérdidas en la tubería de impulsión misma con sus accesorios (válvula de compuerta, etc...) sino también la pérdida secundaria $\zeta V_i^2/2g$ (V_i - velocidad en la tubería de impulsión a la salida), a la entrada en el depósito de impulsión. El coeficiente ζ en este caso vale 1.

4.5. Clasificación de las pérdidas

Las pérdidas energéticas se clasifican en internas y externas. Las primeras son las típicas de las máquinas de fluído. Reducir estas pérdidas a un mínimo es el objetivo de un buen diseño. Las pérdidas externas son las mecánicas, que tienen lugar en todas las máquinas. Siendo la potencia $P = Q\rho Y = Q\rho gH$, la pérdida puede ser, en forma de energía específica Y (o altura H); en forma de caudal, Q o globalmente en forma de potencia, P. Las dos primeras pérdidas de Y (ó H) y Q son internas. Las pérdidas de P son las pérdidas por rozamiento de disco y ventilación y las pérdidas mecánicas, de las cuales las primeras son internas y las últimas externas. Las pérdidas de caudal se llaman volumétricas. Finalmente cuando la TM funciona fuera del punto de diseño tienen lugar las pérdidas por choque. En la Fig. 4-4 puede verse un diagrama del flujo de potencia en las TH y B, junto con un esquema de cada máquina donde se indican los lugares en que tienen lugar esas pérdidas. En esta sección y en las siguientes usaremos los siguientes símbolos:

P_h — equivalente en potencia perdida por rozamiento hidráulico.

P_q — equivalente en potencia perdida por fugas volumétricas.

P_r — potencia perdida por rozamiento de disco.

P_v — potencia perdida por ventilación.

P_{rv} — potencia perdida por rozamiento de disco y ventilación $= P_r + P_v$

P_m — potencia perdida por rozamientos mecánicos.

h_r — altura perdida por rozamientos hidráulicos.

q_i — caudal de fugas internas.

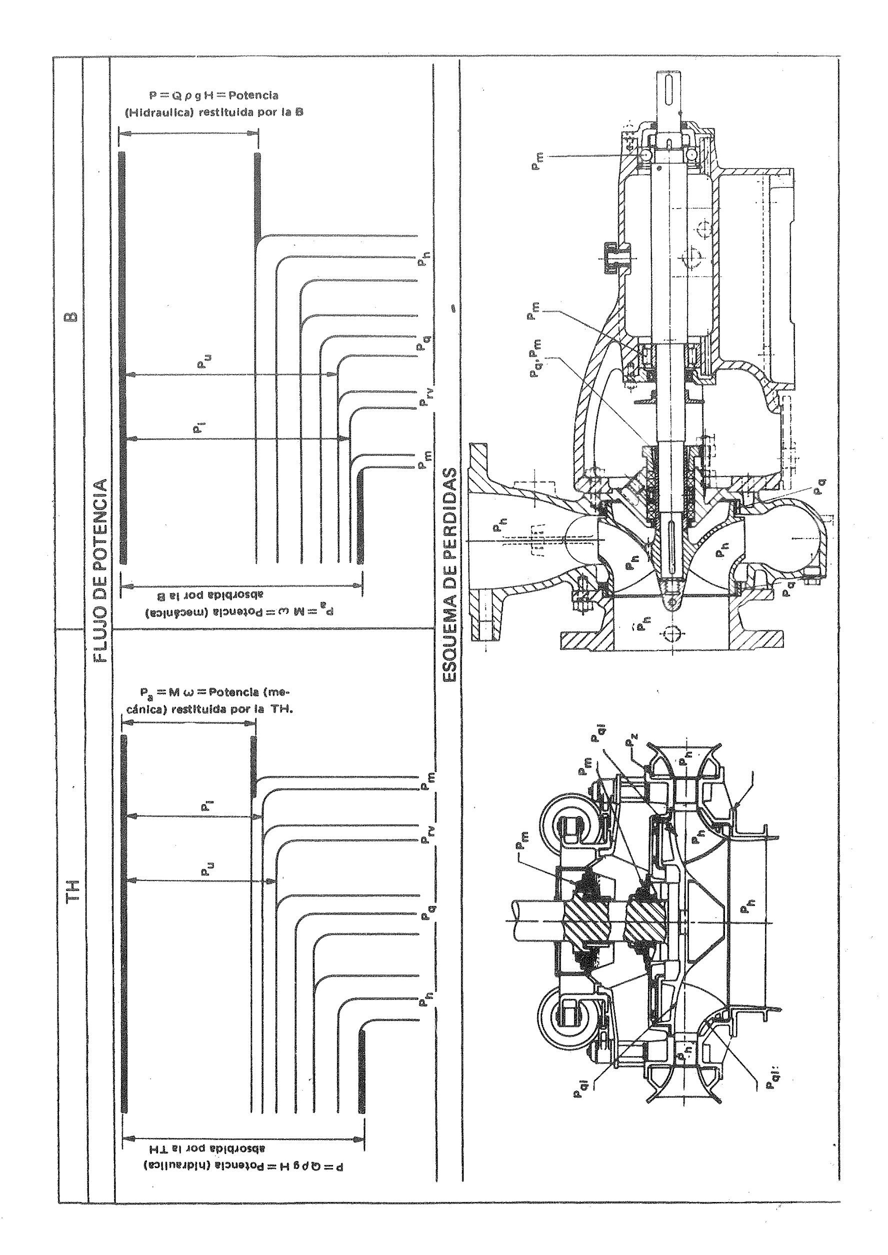
q_e — caudal de fugas externas.

En las TMT el equivalente energético de las pérdidas internas se adiciona al fluído y en las TT son en parte recuperables (factor de recalentamiento); no así en las TMH.

4.6. Pérdidas internas

4.6.1. Pérdidas hidráulicas

Las pérdidas hidráulicas h_r son las más importantes en las TM y las más desconocidas. A estas pérdidas contribuyen factores muy diversos, que pueden reducirse a dos grupos: 1) *pérdidas por rozamiento de supercicie,* y 2) *pérdidas por rozamiento de forma,* debidas estas últimas a cambio de dirección y magnitud de la velocidad de flujo. (Véase la Sec. 2.3.5). El conducto que sigue el fluído en la máquina es tortuoso y cambia continuamente de dirección y forma; en particular en el rodete la distribución de velocidades se perturba, por estar este conducto en movimiento de rotación. Resulta por lo tanto, prácticamente imposible llegar a ecuaciones que sirvan para predecir estas pérdidas. Ello serviría para predeterminar la curva H — Q de una TMH en proyecto, a partir de la curva H — Q de la máquina ideal, que es una línea recta (véase la Sec. 18.4.2). Si las pérdidas fueran conocidas



de antemano se podría fácilmente alterar la forma de la curva H — Q para conseguir objetivos de diseño. Por lo demás la necesidad de averiguar la curva H — Q real con anticipación es cada día menor debido a la cantidad de datos experimentales que se poseen de TMH en funcionamiento o de modelos experimentales.

Se puede conseguir una estimación de las *pérdidas por rozamiento de superficie,* dividiendo la B o T, en una serie de conductos cortos, y calculando la pérdida de carga en cada tramo mediante las fórmulas expuestas en la Sección 2.3.7.3; pero este procedimiento es muy laborioso y rara vez se utiliza. Como el flujo en el interior de una TMH es casi siempre turbulento, porque el número de Reynolds es casi siempre mayor que el crítico, las pérdidas hidráulicas son proporcionales al cuadrado de la velocidad, y como las áreas permanecen constantes, son también proporcionales al cuadrado del caudal; mientras que las pérdidas de superficie aumenta con las "superficies mojadas" de los conductos, por lo cual la superficie mojada debería reducirse a un mínimo. Sin embargo, una disminución excesiva podría conducir a conductos rápidamente divergentes en la B, lo que provocaría un aumento del rozamiento de forma. La forma ideal será la que reduzca la suma de ambas pérdidas a un mínimo. Las pérdidas de superficie aumentan también con la rugosidad de las superficies fijas y móviles de la máquina, y la rugosidad interior debería reducirse lo más posible. Las pérdidas por rozamiento de forma se prestan aún con más dificultad al cálculo.

Por todo lo dicho sólo nos queda la posibilidad de englobar todas estas pérdidas en un rendimiento hidráulico η_h, cuyo valor habrá que deducirlo del experimento. Este rendimiento tendrá en cuenta todas las pérdidas hidráulicas que tienen lugar en el fluído desde la entrada a la salida de la TMH (puntos E y S), como se muestra esquemáticamente en la Fig. 4-5 para una B. En la figura se ha utilizado el

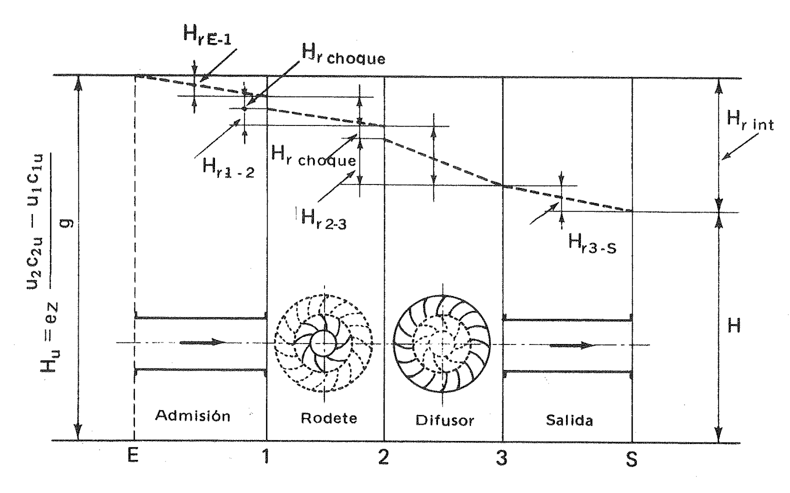


Fig. 4-5.—Distribución de las *pérdidas internas de una B.*

gráfico de energías explicado en la Sec. 2.3.7.4. Del rendimiento hidráulico se hablará en la Sec. 12.11.

4.6.2. Pérdidas volumétricas

Recordemos (Pág. 186) que Q es el caudal suministrado a la TH o por la B y que se mide, por tanto, respectivamente a la entrada y salida (Fig. 4-6), se denomina caudal perdido q el que es suministrado a la TH; pero no cede su energía al rodete, o el que es impulsado por el rodete de la B, pero no es suministrado por la misma.

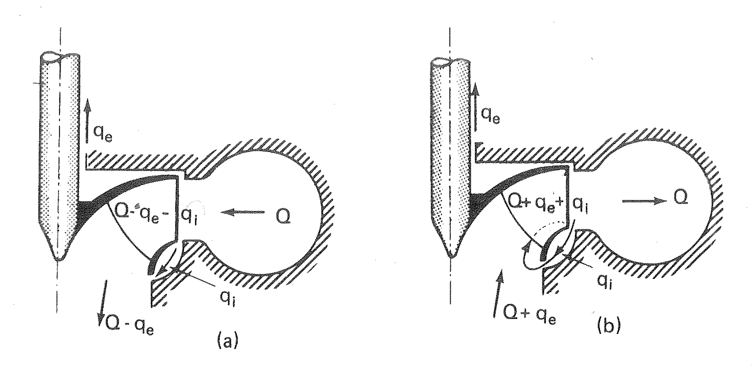


Fig. 4-6.— *Pérdidas volumétricas* externas (q_e): e internas (q_i): a) en una TH; b) en una B.

Una parte q_e del caudal q se pierde por el prensaestopas al exterior de la máquina, y otra parte q_i se pierde en el interior, de la forma que vamos a explicar a continuación.

Estas pérdidas volumétricas existen también en las máquinas alternativas, como Por 1 se introduce aceite a presión en el émbolo. Parte de él q_e pasa al exterior por el prensaestopas sin producir trabajo, y otra parte q_i, pasa en el interior mismo de la prensaestopas sin producir trabajo, y otra parte q_i, para en el interior mismo de la máquina de un lado del pistón a otro sin producir tampoco trabajo, lo mismo sucede en la TH.

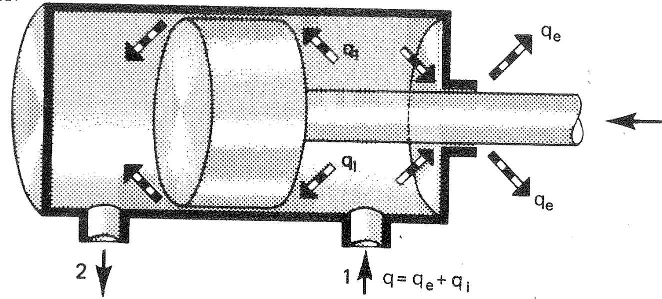


Fig. 4-7.— *Pérdidas volumétricas* externas e internas en un motor de desplazamiento positivo.

En efecto,

En las TH (Fig. 4-6,a)

–entra en la TH el caudal Q,

–escapa por el (o los) prensaestopas q_e,

–acciona el rodete $Q-q_e-q_i$,

–circula por el intersticio entre la carcasa y el rotor q_i, *en el mismo sentido que el flujo principal,* y se une luego con el caudal del rodete,

–sale de la TH el caudal $Q - q_e$

En las B (Fig. 4-6,b)

–entra en la B el caudal $Q + q_e$ (q_e se pierde irremisiblemente y se repone en la aspiración; por eso el caudal en la aspiración es mayor que en la impulsión),

–el rodete impulsa $Q + q_e + q_i$,

–se pierde por el intersticio q_i que circula en sentido contrario al flujo principal (q_i se denomina caudal de recirculación, o de corto-circuito por analogía con la corriente en el interior de un generador eléctrico).

–el rodete suministra el caudal Q.

Las pérdidas exteriores suponen además de una pérdida de energía, pérdida de líquido al exterior: si este es de valor (mercurio) o nocivo, mediante un cierre de calidad pueden reducirse a cero. En la zona donde la presión en el interior de la máquina es inferior a la atmosférica se origina una entrada de aire hacia el interior, que puede ser funesta para el funcionamiento de la máquina (descebado de la B). (Véase la Sec. 22.4). Nótese que aunque la máquina en funcionamiento no muestre señales de fugas, las pérdidas interiores pueden ser importantes. Las pérdidas interiores restan energía al rodete en la T o absorben energía del mismo en la B, la cual energía en uno y otro caso se disipa por estrangulamiento en el juego entre la carcasa y el rodete.

Para resolver el problema de las fugas tanto externas como internas se utilizan cierres diversos, que se pueden reducir a dos clases: *cierres hidráulicos y cierres de contacto.* Los primeros tienen el inconveniente del rozamiento mecánico. Los segundos tienen el inconveniente de que siempre existe un caudal de fuga pequeño, el cual, sin embargo, es controlable y reducible a un mínimo. A continuación veremos algunos tipos que suelen emplearse en las B (véase también Sec. 17.7.1).

Cierres hidráulicos

En ellos se aumenta la resistencia del conducto que seguiría el caudal de fuga, a fin de reducirlo a un mínimo, bien alargando el conducto (resistencia de superficie); o bien haciéndolo intrincado, con una serie de *laberintos,* con lo que se aumenta el estrangulamiento con desprendimiento de la corriente, formación de torbellinos, etc. (resistencia de forma).

En las turbinas térmicas de vapor y de gas, los cierres laberínticos son los únicos muchas veces posibles, ya que el calentamiento excesivo destruye los prensaestopas.

Los cierres hidráulicos o *laberintos* se construyen en forma de anillos, que reciben el nombre de anillos de desgaste, que se reemplazan, cuando es necesario. Los anillos de desgaste se instalan a pares, uno de ellos fijado al rodete y el otro a la carcasa; el juego entre ambos suele ser muy pequeño de 0,3-0,4 mm para anillos de diámetro de 150 mm, y, si los anillos son más pequeños, el mecanizado es exacto y se utilizan cojinetes de bolas, el juego puede reducirse hasta 0,2 mm. Para evitar el agripamiento de la B en caso de roce de los dos anillos, suelen construirse de dos materiales distintos, por ejemplo, hierro fundido y bronce; o bien del mismo material pero con dureza distinta, por ejemplo, con cincuenta números Brinell distintos. El anillo del rodete generalmente viene roscado en dirección contraria al sentido del giro. En las B a prueba de obstrucción que bombean materiales arenosos los anillos pueden estar bañados continuamente con agua limpia.

En la Fig. 4-8 se ven algunos tipos de anillos laberínticos utilizados en las B que, como se ve, revisten las formas más variadas. Las formas (r) y (Q) por ejemplo producen más eficazmente los desprendimientos indicados que las formas (a) y (b).

Las formas análogas a la (o) crean un circuito complicado para el caudal de fugas, y se emplean en las B de múltiples escalonamientos; pero tienen dos inconvenientes: la dificultad de fabricación y la posibilidad de pulsaciones de la corriente en el laberinto.

Las formas del tipo (k) y (m) son muy eficientes; pero tienen los inconvenientes de la dificultad de fabricación, de las pulsaciones y del desgaste rápido del cierre. El diseño (q) es uno de los más corrientes.

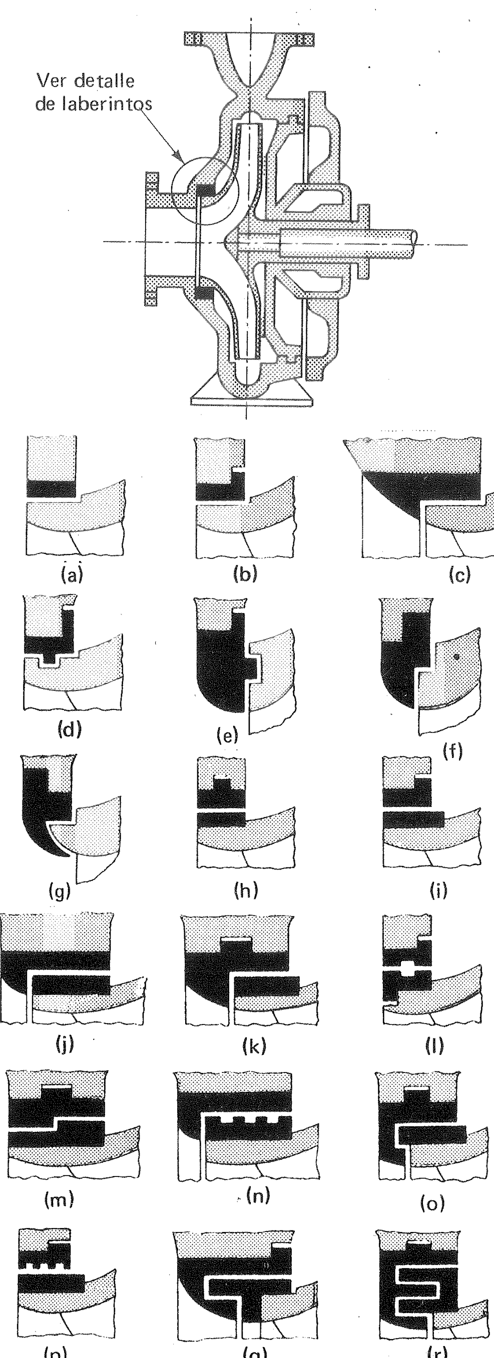
La estimación teórica del caudal de fugas en un cierre laberíntico es difícil dada la variedad de tolerancia en la fabricación y en el desgaste de la máquina; así sucede que en laberintos al parecer idénticos el caudal de fuga sea muy diverso. Sin embargo, es útil llegar a una fórmula que nos sirva para estimar estas pérdidas.

Según lo expuesto anteriormente, una junta está constituída por superficies cilíndricas (Fig. 4-9,a) o por superficies anulares (Fig. 4-9,b), suficientemente próximas y alargadas para que el flujo experimente una pérdida de carga importante: otras veces constituyen una sucesión de superficies cilíndricas o anulares, o varias juntas simples dispuestas en serie. Sea d, diámetro y J, juego de la junta; Δp, diferencia de presión a la entrada y salida de la junta. La velocidad de flujo en la sección estrecha será

$$c = \varphi \sqrt{2 \Delta p/\rho}$$

y

$$c^2/2g = \varphi^2 \Delta p/\rho g$$



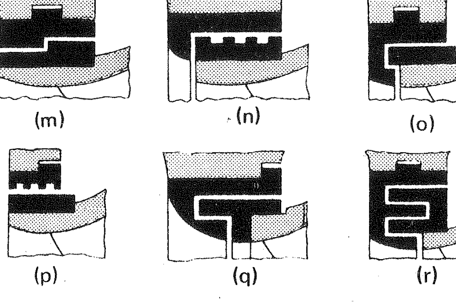


Fig. 4-8.—Tipos diversos de *anillos laberínticos* utilizados en las B para reducir las pérdidas internas q_i. Cierres análogos se utilizan en los V y las TH.

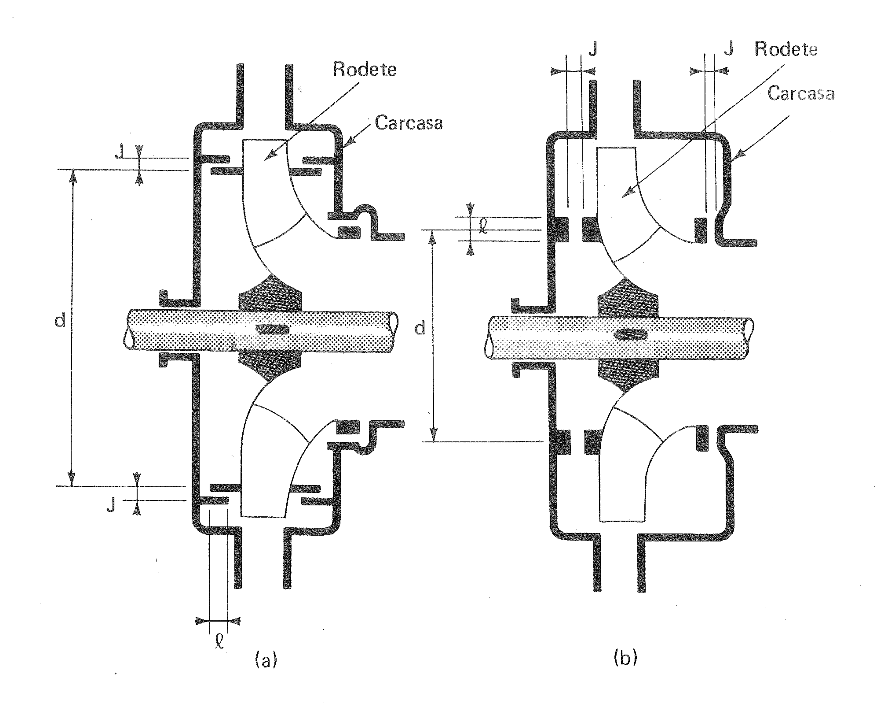


Fig. 4-9.—*Cierres laberínticos* con intersticio: a) axial; b) radial.

Considerando esta junta como un transformador de energía de presión en energía cinética su rendimiento puede expresarse en función de la pérdida de carga h_r así:

$$\eta = \varphi^2 = \frac{(\Delta p/\rho g - h_r)}{\Delta p/\rho g}$$

El diámetro hidráulico de la sección será:

$$d_h = \frac{4\,\pi\, d\, J}{2\,\pi\, d} = 2\,J$$

y h_r, según la ecuación de Darcy-Weisbach [Ec. (2-77)], será:

$$h_r = \lambda\, \ell \frac{c^2}{2g} \frac{1}{d_h} = \frac{\lambda\, \ell\, \varphi^2\, (\Delta p/\rho g)}{2\,J}$$

donde ℓ — longitud de la junta (desarrollada si es la laberíntica).

Introduciendo este valor de h_r en la fórmula del rendimiento obtenemos finalmente el valor de φ:

$$\varphi = \sqrt{1/(1 + \lambda\, \ell/2\, J)}$$

Si existen z ranuras en la junta se utilizará la fórmula transformada:

$$\varphi = \sqrt{1/(1 + 1{,}1\, z + \lambda\, \ell/2\, J)}$$

Y finalmente el caudal que se escape por la junta será:

$$q = \varphi\, \alpha\, \pi\, D\, J\, \sqrt{2\, \Delta p/\rho g}$$

donde α – coeficiente de contracción.

Cierres de contacto

Se pueden reducir a dos tipos: a) *prensaestopas;* b) *cierres mecánicos.*

a) *Prensaestopas*

Consisten en una materia compresible o empaquetadura prensada en un espacio reducido, que disminuye el juego entre el eje y la carcasa, por contacto directo con ésta. La construcción de la *caja de prensaestopas* es tal que permita prensar bien el material de cierre, regular la presión del mismo para evitar por una parte las fugas, y por otra el excesivo rozamiento mecánico, y debe poderse fácilmente reemplazar el material o estopa deteriorada a causa del desgaste.

La fricción entre empaquetadura y el eje es inevitable; pero puede reducirse mediante una lubricación apropiada. En las B que impulsan líquidos calientes el prensaestopas se recalienta, y se requiere un circuito de refrigeración.

La Fig. 4-10 representa una de estas empaquetaduras con los elementos principales: a) caja de prensaestopas; b) empaquetadura o estopa; c) casquete; d) órgano de compresión; e) dispositivo de lubricación.

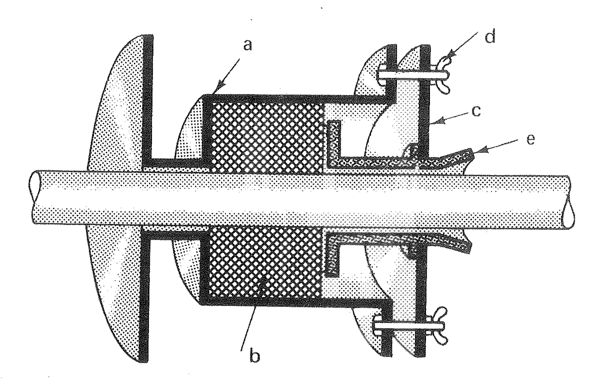


Fig. 4-10.–Elementos principales de la *empaquetadura* de una B.

Los materiales corrientemente empleados como empaquetadura, según el tipo de aplicación, son los siguientes: a) *cáñamo ensebado* en forma de borra, o bien trenzado para agua fría o caliente; b) *algodón* en trenzas ensebadas para agua a baja temperatura; c) *borra de amianto* para fluídos de temperatura media; d) *prensados metálicos tipo Duval*, para líquidos muy calientes como el de la Fig. 4-11, de sección cuadrada de 6 a 40 mm de lado, de hilo fino de latón; e) *empaquetadura Huhn*, como el de la Fig. 4-12 que consta de anillos metálicos (aleaciones diversas de plomo, estaño, antimonio, zinc o cobre) circulares de sección cuadrada fraccionados en dos semicírculos y rellenos de un grafito especial. El anillo es autolubricado gracias al grafito que se deposita entre el eje y los anillos; se puede emplear con toda clase de fluídos, presiones y temperaturas; f) *anillos de grafito*, como el de la Fig. 4-13, que se prestan muy bien a altas temperaturas.

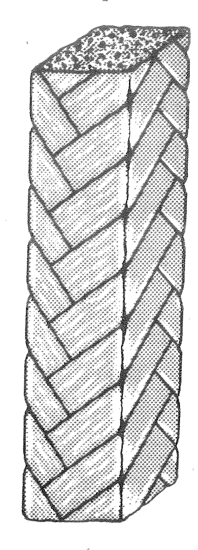


Fig. 4-11.–*Prensado metálico* tipo Duval utilizado en el prensaestopas para líquidos muy calientes.

b) *Cierres mecánicos*

Reducen los ajustes y revisiones a un mínimo. En ellos la fuga se llega a reducir hasta un límite que no excede a unos gramos por miles de horas de funcionamiento. Estos cierres son rígidos, pero el montaje es flexible y la mecanización se realiza

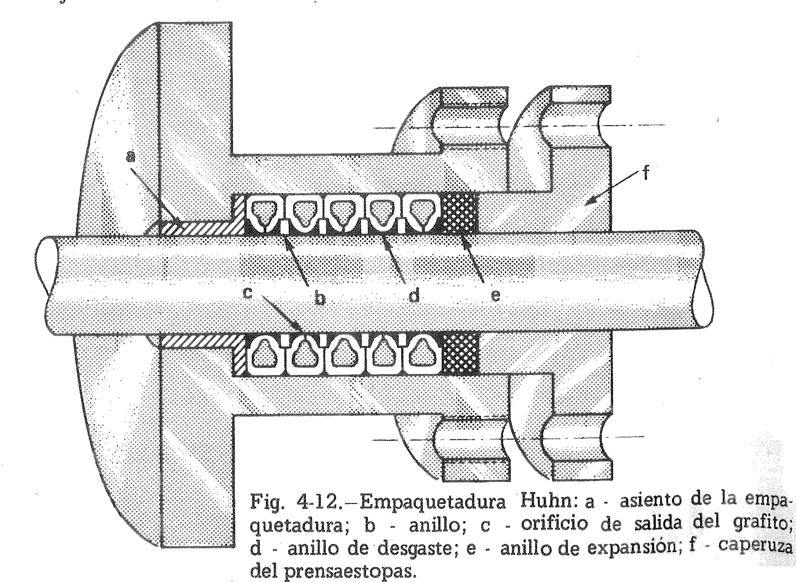


Fig. 4-12.–Empaquetadura Huhn: a - asiento de la empaquetadura; b - anillo; c - orificio de salida del grafito; d - anillo de desgaste; e - anillo de expansión; f - caperuza del prensaestopas.

Fig. 4-13.– Empaquetadura de *anillos de grafito:* a. cubeta de bronce; b. anillos; c. segmentos de fundición; d. resorte.

con una tolerancia mínima. En la Fig. 4-14 se representa uno de estos cierres empleados en ciertos tipos de B: la cara a de cierre estacionario descansa sobre un anillo de caucho; apoyándose contra ella está el anillo de cierre rotatorio b que es comprimido por un resorte helicoidal d. Un fuelle flexible de caucho sintético c mantiene el conjunto en rotación hermético a las fugas de líquido. Los dos elementos de este cierre se construyen de fundición y carbón, o de acero y bronce, según el líquido bombeado.

4.6.3. Pérdidas por rozamiento de disco y ventilación

Estos dos tipos de pérdidas son análogos; pero no idénticos, y es preciso distinguirlos.

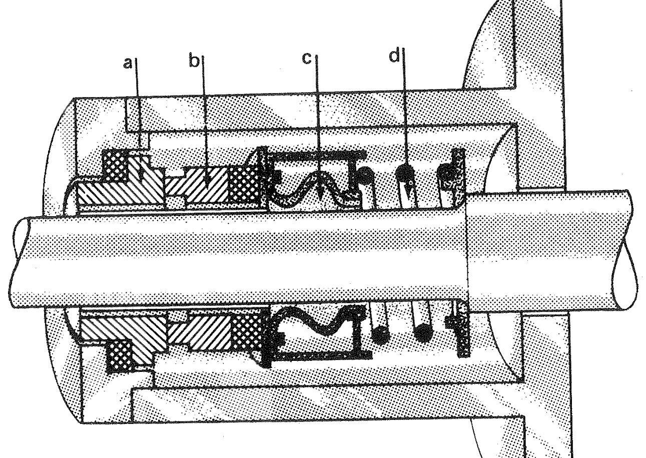


Fig. 4-14.– Tipo de *cierre mecánico* de una B: a. elemento estacionario de cierre; b. elemento rotativo de cierre; c. fuelle flexible hermético de caucho sintético; d. resorte helicoidal.

a) *Pérdidas por rozamiento de disco*

Estas pérdidas son típicas de las máquinas giratorias, y por tanto de las TM, aunque en las TH y B hélice este tipo de rozamiento es bastante pequeño, y podrá en general despreciarse. El rodete, como muestra esquemáticamente la Fig. 4-15 es como un disco (de ahí el nombre con que se designan estas pérdidas), que gira dentro de una carcasa; en el interior del disco evoluciona el fluído de trabajo. Idealmente el disco debería girar en el vacío; pero en la realidad la carcasa está llena del mismo fluído de trabajo. La capa delgada de fluído próxima a la superficie del disco en rotación es lanzada hacia el exterior por la fuerza centrífuga,

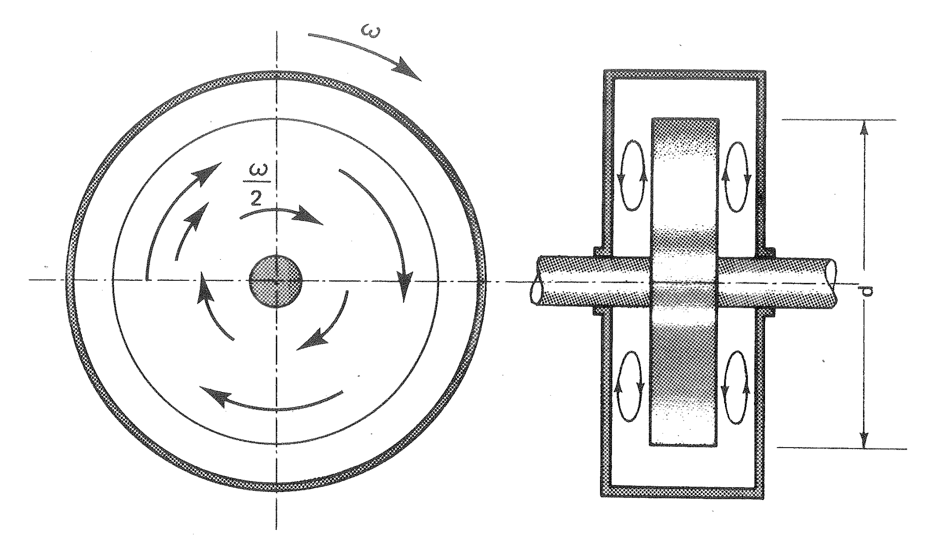


Fig. 4-15.–Explicación del *rozamiento de disco.*

y como no puede escapar, vuelve a través de las paredes estacionarias hacia el centro, creándose un efecto circulatorio continuo. Este movimiento tiene lugar a ambos lados del disco, como muestra la figura. En el interior de este torbellino giratorio va girando todo el líquido restante con velocidad aproximadamente igual a la mitad de la velocidad de rotación del disco. Estas pérdidas pueden llegar a ser muy importantes. El movimiento circulatorio, que acabamos de describir, absorbe parte de la potencia transmitida al rodete por el motor de accionamiento en la B, o por el agua en la T. Esta potencia perdida P_r se calcula por una de las fórmulas empíricas existentes, todas las cuales tienen la ecuación fundamental:

$$P_r = Cn^3 d^5 \qquad (4\text{-}18)$$

donde C – factor experimental no adimensional, que depende también de la densidad del fluído;

n — revoluciones por minuto;
d — diámetro exterior del disco (rodete).

Es preferible expresar la ecuación general (4-18) así:

$$P_r = C' \rho u^3 d^2 \qquad (4\text{-}19)$$

donde C′ es adimensional pero no constante; sino función del número de Reynolds, como lo exige la naturaleza misma del problema, y lo han demostrado ensayos realizados por Brown-Boveri con gases, que dieron para C′ el valor de $17{,}7 \cdot 10^{-5}\ R^{-0{,}2}$.

La Ec. (4-19) expresa que *para una misma velocidad periférica u la reducción de las pérdidas por rozamiento de disco se consigue más eficazmente disminuyendo el diámetro del rodete que reduciendo el número de revoluciones.*

Para las TM radiales Pfleiderer recomienda la fórmula:

$$P_r = 0{,}027\ \rho\ n^3 d^5$$

En general, si el fluído es agua (B de agua, TH), según Pfleiderer:

$$P_r = 7{,}47 \cdot 10^{-4}\ u^3 d^2 \qquad (4\text{-}20)$$

(rozamiento de disco, fluído agua)

(u en m/s; d en m; P_r en kW)

Para el aire, la expresión recomendada por Stodola es:

$$P_r = 2{,}28 \cdot 10^{-5}\ \rho g\, u^3 d^2 \qquad (4\text{-}21)$$

(rozamiento de disco, fluído aire)

(ρ en $\frac{kg}{m^3}$; los demás símbolos como en la ecuación anterior).

Las pérdidas por rozamiento de disco aumentan al aumentar el juego entre el disco y la carcasa; pero este aumento generalmente no es menester tenerlo en cuenta. Si se trata de un rodete semiabierto, (véase la Fig. 5-28), con una sola superficie de contacto, o de un rodete de doble admisión P_r será la mitad del valor expresado por las fórmulas anteriores, o la mitad de la correspondiente a los rodetes de simple admisión; en las B de múltiples escalonamientos hay que multiplicar el valor de P_r de las fórmulas precedentes, por el número de escalonamientos, porque dichas fórmulas expresan la pérdida correspondiente a las dos caras de un rodete.

b) *Pérdidas por ventilación*

Las pérdidas por ventilación sólo tienen lugar en las TM de admisión parcial.

Son muy importantes en los escalonamientos de acción de admisión parcial de las TV y TG.

En las TMH solamente se dan en las T Pelton, que son prácticamente las únicas TMH de admisión parcial. En ellas se producen salpicaduras de agua, que incide sobre la cubierta y rebota de nuevo sobre el rodete; o bien salpicaduras de agua de un álabe sobre los álabes contiguos. Por ello se recomienda que la cubierta de estas T se dimensione con amplitud.

Las pérdidas por rozamiento y ventilación, lo mismo que las pérdidas por rozamiento de disco, son directamente proporcionales al peso específico del fluído que baña al disco, y crecen con el aumento del diámetro, de la altura de los álabes, de la velocidad de giro y crecen también cuando disminuye el grado de admisión. Cuando la admisión es completa (TF, TK, que son TH de reacción, de admisión completa). Las pérdidas por ventilación son iguales a cero.

4.6.4. Pérdidas por choque

El choque se produce

—*a la entrada de los álabes móviles,* cuando la tangente geométrica al álabe en la entrada no coincide con la dirección de la velocidad relativa w_1;

—*a la entrada de los álabes fijos* de las coronas directrices de las B, cuando la tangente geométrica al álabe no coincide con la dirección de la *velocidad absoluta,* c_2.

Ambas condiciones sólo pueden conseguirse para unos valores de Q y n bien determinados, que junto con el valor de H correspondiente se denominan *valores nominales* (H_N, Q_N, n_N). En efecto, siendo las dimensiones de la TM invariables, al variar Q varían c_{1m} y c_{2m} [véase la Ec. (12-6)], y al variar n varían u_1 y u_2. En ambos casos se deforman los triángulos de velocidad y sobreviene el choque.

Si el choque se verifica porque el rodete va excesivamente lento se denomina *positivo,* y si se verifica porque va excesivamente rápido se denomina *negativo.* El primero tiende a acelerar el rodete y el segundo a retardarlo.

Las pérdidas por choque son la causa de que las *TM tengan un rendimiento más bajo, cuando funcionan fuera del punto nominal o punto de diseño, que las máquinas de desplazamiento positivo.*

Las pérdidas por choque son pérdidas hidráulicas del mismo tipo que las de rozamiento de forma, consideradas en la Sec. 4.6.1; pero, a diferencia de aquéllas *prácticamente sólo se producen en funcionamiento fuera del punto de diseño.*

Las TMH de álabes orientables (B axial, TK, TD) como se verá en los lugares respectivos, mantienen un elevado rendimiento en caudales muy diversos al caudal de diseño, porque al variar el triángulo de velocidad, varía la inclinación de los álabes móviles, de manera que se hace coincidir lo más posible la tangente a la entrada de los mismos con $\vec{w}_1$. (1)

(1) Un estudio de la variación de los triángulos de velocidad en las TM al variar el punto de diseño puede verse en nuestra obra TMT, págs. 239–240.

4.7. Pérdidas externas o pérdidas mecánicas, P_m

Estas pérdidas son comunes no sólo a todas las TM, sino también a todas las máquinas de fluídos y a todas las máquinas en general. No afectan al rendimiento interno de la máquina. Pueden agruparse así:

–pérdidas mecánicas, en los prensaestopas y toda clase de cierres de contacto, P_{m1};

–pérdidas en los cojinetes, P_{m2};

–pérdidas en la transmisión, P_{m3};

–pérdidas en el accionamiento de órganos auxiliares, P_{m4}.

Las *pérdidas mecánicas en los prensaestopas* son debidas a que la empaquetadura hace presión sobre el eje y provoca un rozamiento mecánico. Resulta prácticamente imposible dar fórmulas, o tablas de datos universales para estas pérdidas, que son función de factores tan diversos como tamaño y profundidad de la caja del prensaestopas, velocidad de la máquina, presión, tipo de empaquetadura y lubricación.

Las *pérdidas en los cojinetes,* son también difíciles de evaluar previamente pues, varían aún con el mismo tipo de cojinete, el mismo tamaño y carga, según los diferentes constructores, así como con el método de lubricación, y la temperatura de trabajo del cojinete; a veces dependen hasta del tipo de acoplamiento entre la máquina conductora y la conducida ya que algunos tipos de acoplamiento pueden imponer una carga axial en los cojinetes de empuje del tipo de cojinete de bolas.

a) *TM de eje horizontal*

Las máquinas van montadas generalmente sobre cojinetes de tipo liso, lubricados convenientemente con anillos de engrase o con aceite a presión: en el primer caso hay que añadir a la fricción del eje con el cojinete o película de aceite la potencia necesaria para arrastrar los anillos de engrase; en el segundo caso se requiere una bomba de engranajes para suministrar la presión de aceite, la cual también absorbe potencia.

Con frecuencia los cojinetes se refrigeran con agua, precisándose una bomba de engranajes, o de otro tipo cuya potencia absorbida se ha de incluir también en las pérdidas mecánicas.

En términos generales si el cojinete está bien diseñado, la pérdida en él no debe sobrepasar el 0,5% de la potencia en el eje de la TM.

b) *TM de eje vertical*

En estas máquinas el soporte principal del eje es el pivote o quicionera. De este tipo de cojinete y de los otros tipos más corrientemente empleados en las TMH se hablará en las Secs. 17.5 y ss.

Las *pérdidas en la transmisión* reductora o elevadora de velocidad ocurren rara vez en las TMH, que suelen ir acopladas directamente al generador o motor.

Las *pérdidas en el accionamiento de órganos auxiliares* se refieren a los órganos de refrigeración, medición y control, que derivan la potencia del eje de la máquina; en particular en las TH, que suelen equiparse con regulación automática, se incluye en estas pérdidas la energía absorbida por los órganos de regulación.

En contraposición a la imprecisión teórica existente en la determinación de las pérdidas mecánicas, en los ensayos experimentales de prototipos o de modelos reducidos se pueden medir con toda precisión estas pérdidas, accionando la TM en vacío (sin fluído), por medio de un motor de corriente continua basculante (dinamómetro), o bien por un motor cualquiera intercalando un torsiómetro para medir el par.

En las TH, que funcionan normalmente a velocidad rigurosamente constante, las pérdidas mecánicas prácticamente conservan un valor fijo independiente de la carga. Así, por ejemplo, en una TH de 5000 kW las pérdidas mecánicas pueden ser del orden de 30 kW. Si la TH funciona a carga reducida esta pérdida seguirá siendo la misma; pero su importancia relativa será mayor (el rendimiento mecánico disminuye).

Las pérdidas mecánicas se tienen en cuenta en el rendimiento mecánico, como se explica en la Sec. 4.8.

4.8. Rendimientos y potencias

Teniendo en cuenta lo estudiado en este capítulo que resumiremos aquí esquemáticamente, resultan las fórmulas de los rendimientos y potencias de las TMH. Advertimos que siempre que se emplea el mismo símbolo en las B y TH se trata de la misma realidad física.

TH	B
Q – caudal *suministrado* a la TH	Q – caudal *suministrado* por la B.
Y – salto energético en la máquina	Y – salto energético en la máquina
H – altura entre límites o *altura neta*	H – altura entre límites o *altura efectiva*
P – potencia absorbida o *potencia neta:* $P = Q\rho Y = Q\rho gH$	P – potencia restituída o *potencia efectiva:* $P = Q\rho Y = Q\rho gH$
P_a – potencia restituída, potencia en el eje, potencia al freno, o *potencia útil:* $P_a = M\omega$	P_a – potencia absorbida, potencia en el eje, potencia al freno, o *potencia de accionamiento* $P_a = M\omega$

TH	B
rendimiento total $\eta_{tot} = \frac{M\omega}{P}$	*rendimiento total* $\eta_{tot} = \frac{P}{M\omega}$
Y_u, H_u — energía, altura intercambiada en el rodete (número finito o infinito de álabes) $Y_u = u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u}$; $H_u = \frac{u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u}}{g}$	Y_u, H_u — energía, altura intercambiada en el rodete (número finito de álabes) $Y_u = u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u}$; $H_u = \frac{u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u}}{g}$
y_r, h_r — pérdidas hidráulicas	y_r, h_r — pérdidas hidráulicas
rendimiento hidráulico $\eta_h = \frac{Y - y_r}{Y} = \frac{Y_u}{Y}$ o bien $\eta_h = \frac{H - h_r}{H} = \frac{H_u}{H}$ (4-22)	*rendimiento hidráulico* $\eta_h = \frac{Y}{Y + y_r} = \frac{Y}{Y_u}$ (4-23) o bien $\eta_h = \frac{H}{H + h_r} = \frac{H}{H_u}$ (4-24)
$q = q_e + q_i$ — pérdidas volumétricas totales	$q = q_e + q_i$ — pérdidas volumétricas totales
rendimiento volumétrico $\eta_v = \frac{Q - q}{Q}$ (4-25)	*rendimiento volumétrico* $\eta_v = \frac{Q}{Q + q}$ (4-26)
P_{rv} — potencia perdida por rozamiento de disco y ventilación	P_{rv} — potencia perdida por rozamiento de disco y ventilación
P_u — potencia intercambiada en el rodete: $P_u = Q\eta_v\rho Y\eta_h = Q\eta_v\rho gH\eta_h$	P_u — potencia intercambiada en el rodete: $P_u = \frac{Q}{\eta_v}\rho\frac{Y}{\eta_h} = \frac{Q}{\eta_v}\rho g\frac{H}{\eta_h}$

TH	B
P_i — potencia interna suministrada por el fluído: $P_i = P_u - P_{rv} = Q\eta_v\rho gH\eta_h - P_{rv}$	P_i — potencia interna, suministrada al fluído: $P_i = P_u + P_{rv} = \frac{Q}{\eta_v}\rho g\frac{H}{\eta_h} + P_{rv}$
rendimiento interno $\eta_i = \frac{P_i}{P}$ (4-27)	*rendimiento interno* $\eta_i = \frac{P}{P_i}$ (4-28)
P_m —potencia perdida por rozamientos mecánicos	P_m —potencia perdida por rozamientos mecánicos
rendimiento mecánico $\eta_m = \frac{P_i - P_m}{P_i} = \frac{P_a}{P_i}$ (4-29)	*rendimiento mecánico* $\eta_m = \frac{P_i}{P_i + P_m} = \frac{P_i}{P_a}$ (4-30)
Relación entre los rendimientos $\eta_i = \frac{P_i}{P} = \frac{Q\eta_v\rho Y\eta_h - P_{rv}}{P} = \eta_v\eta_h - \frac{P_{rv}}{P} = \eta_v\eta_h - \frac{P_{rv}}{P_i}\eta_i$ de donde $\eta_i = \frac{\eta_v\eta_h}{\left(1 + \frac{P_{rv}}{P_i}\right)}$ (4-31)	*Relación entre los rendimientos* $\eta_i = \frac{P}{P_i} = \frac{Q\rho Y}{\frac{Q}{\eta_v}\rho\frac{Y}{\eta_h} + P_{rv}} = \frac{1}{\frac{1}{\eta_v\eta_h} + \frac{P_{rv}}{P}} = \frac{1}{\frac{1}{\eta_v\eta_h} + \frac{P_{rv}}{\eta_i P_i}}$ de donde $\eta_i = \eta_v\eta_h\left(1 - \frac{P_{rv}}{P_i}\right)$
Rendimiento por rozamiento de disco y ventilación $\eta_r = \frac{P_i}{P_i + P_{rv}}$ luego $\eta_i = \eta_v\eta_h\eta_r$	*Rendimiento por rozamiento de disco y ventilación* $\eta_r = \frac{P_i - P_{rv}}{P_i} = 1 - \frac{P_{rv}}{P_i}$ luego $\eta_i = \eta_v\eta_h\eta_r$

TH

Además

$$\eta_{tot} = \frac{P_a}{P} = \frac{P_a}{P_i} \cdot \frac{P_i}{P} =$$

$$= \eta_v \eta_h \eta_r \eta_m \qquad (4\text{-}32)$$

B

Además

$$\eta_{tot} = \frac{P}{P_a} = \frac{P}{P_i} \cdot \frac{P_i}{P_a} = \eta_i \eta_m \qquad (4\text{-}33)$$

y

$$\eta_{tot} = \eta_v \eta_h \eta_r \eta_m \qquad (4\text{-}34)$$

Notas

a) *Pérdidas por rozamiento de disco y ventilación*

Las pérdidas P_{rv} suelen introducirse en las fórmulas de los rendimientos en la literatura técnica de dos maneras distintas: la primera, seguida por nosotros en el estudio precedente, como categoría aparte; y la segunda, incluyéndolas entre las pérdidas mecánicas. En ningún caso se las debe considerar entre las h_r que sirven para definir el rendimiento hidráulico. Su analogía con las pérdidas mecánicas es muy grande porque unas y otras disminuyen (TH) o aumentan (B) la potencia en el eje, con respecto a la intercambiada entre el fluído y el rodete. Nosotros hemos preferido, sin embargo, siguiendo a otros muchos autores, distinguirlas de las mecánicas y clasificarlas entre las pérdidas interiores, que nos sirven para definir el rendimiento interno. Este último punto de vista es obligado en las TMT; de manera que nuestra interpretación de las P_{rv} unifica el tratado de estas pérdidas en todas las TM.

b) *Rendimiento interno y rendimiento indicado*

El rendimiento interno de las máquinas de fluído se denomina muchas veces rendimiento indicado. La potencia y el rendimiento indicados empleados en las máquinas de desplazamiento positivo se miden con el indicador de Watt (de ahí el nombre de rendimiento indicado) instrumento que no es apropiado para las TM; de aquí que el nombre de rendimiento indicado no se emplee en estas últimás; sino el de rendimiento interno. Estrictamente hablando la potencia indicada en las TM no coincide con la potencia interna sino que es superior (TH) o inferior (B) a ella en las pérdidas P_{rv}. La relación entre la potencia indicada y P_i constituye el rendimiento de disco y ventilación arriba indicado.

A título indicativo diremos al terminar este capítulo que

–*el rendimiento hidráulico, según tipos y potencias, oscila en las B* de 0,65-0,95 y en las TH de 0,90-0,96;

–*el rendimiento volumétrico oscila en las B* de 0,90-0,98; y en las TH de 0,98-0,995.

–*el rendimiento mecánico en B y TH* es siempre elevado y en las TH de gran potencia supera el 0,98.

Véanse los problemas 1-8, 10, 14, 20-29, 33-39 y 48.

5. Las bombas hidráulicas: clasificaciones diversas y elementos constitutivos

5.1. Introducción

Bomba en general es una máquina de fluído, que sirve para comunicar energía al líquido que la atraviesa. Con esta energía puede el líquido remontar el desnivel geodésico existente entre un depósito superior y otro inferior; ser impulsado contra la diferencia de presiones entre la atmosférica y la presión reinante en una caldera, etc.

Son millares los fabricantes de bombas en el mundo, y millones las que se instalan cada año. De todas las máquinas de fluídos las bombas son las máquinas más versátiles por la variedad de condiciones de servicio (caudales y alturas suministradas), de potencias, de líquidos a impulsar y materiales de fabricación, y la enorme variedad de tipos existentes. Los 12 grupos moto-bombas de regadío del Grand Coulee en USA de 47.800 kW cada una no constituyen ya hoy, como en otro tiempo, ningún récord de potencia, si se les compara con las B de las modernas centrales de acumulación por bombeo (Véase Cap. 15). El elemento impulsor puede ser según el tipo de bomba uno o varios émbolos, engranajes de diversos tipos, paletas deslizantes, álabes de formas diversas, etc. En cuanto a los materiales, se utiliza la fundición, plomo, vidrio, bronce, cobre, oro, etc., etc. Las bombas trabajan en condiciones las más diversas, desde en atmósfera esterilizada hasta en pozos de petróleo a 3.000 m de profundidad; los líquidos bombeados son prácticamente todos sin excepción desde los más volátiles hasta fluídos viscosos y pastosos incluso fangos y líquidos con sólidos en suspensión.

5.2. Comparación de las B rotodinámicas con las bombas de desplazamiento positivo

Prácticamente todos los tipos existentes de bombas pueden clasificarse en los dos grandes grupos (1) estudiados en la Sec. 1.2: bombas de *desplazamiento positivo* y B cuyo funcionamiento se basa en la ecuación de Euler o *turbobombas*. Escribiendo la ecuación de Bernoulli entre la *entrada y salida del órgano inter-*

(1) Existen otras bombas que difícilmente podrían incluirse en ninguno de los dos grupos: bombas de elevación de líquido por inyección de aire, etc.), pero su escasa importancia no resta interés a nuestra clasificación dual.

cambiador de energía (desplazador o rodete; secciones 1 y 2) se obtiene la ecuación siguiente:

$$H_{rod} = \frac{p_2 - p_1}{\rho g} + z_2 - z_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g}$$

donde $\dot{H}_{rod}$ — altura útil que comunica el rodete al fluído.

En las bombas de desplazamiento positivo, denominadas también volumétricas el término $\frac{c_2^2 - c_1^2}{2g}$ no tiene importancia esencial en la transmisión de energía en el rodete. Lo contrario sucede en las turbobombas. En las B de desplazamiento positivo el intercambio de energía de fluído en el rodete es en forma de energía estática $\frac{p_2 - p_1}{\rho g}$, porque $z_2 - z_1 \simeq 0$.

Por eso las B rotativas de desplazamiento positivo se denominan *rotoestáticas*. Estas reciben infinidad de formas, las principales de las cuales pueden verse en la Fig. 1-1. Como en las turbobombas el intercambio de energía en el rodete es esencialmente en forma dinámica se denominan *rotodinámicas. Sólo las B rotodinámicas o turbobombas son TM.*

La diferencia de funcionamiento de ambos tipos de bombas puede ilustrarse con la Fig. 5-1.

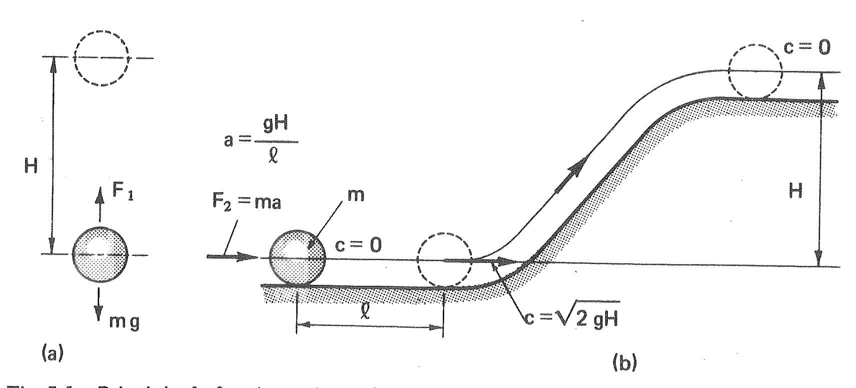


Fig. 5-1.—Principio de funcionamiento de una B gravimétrica (noria) y de una B rotodinámica.

Si se trata de elevar la masa m a la altura H, el procedimiento obvio será aplicar a m una fuerza vertical $F_1 = mg$ que venza la fuerza de la gravedad. Un procedimiento indirecto más ingenioso sería aplicar la fuerza F_2 horizontalmente a la misma masa, hasta que ésta adquiera una energía cinética $c^2/2 = Y = gH$, para que (despreciando las pérdidas) remontando la rampa de la figura, llegase a la misma altura H: se reconocerá la similitud del primer procedimiento con la B de desplazamiento positivo, y la del segundo con la B rotodinámica.

Exceptuando el campo importante de las grandes presiones y pequeños caudales, y el no menos importante de las transmisiones y controles hidráulicos, la B rotodinámica se ha introducido año tras año, cada vez más, en campos reservados antes a las bombas alternativas. La presión máxima recomendable para la utilización de las B rotodinámicas aumenta. Hoy se utilizan bombas de más de 400 bar para accionamiento de prensas hidráulicas y alimentación de calderas de vapor. El interés creciente de las B rotodinámicas proviene de las

Ventajas de las B rotodinámicas con respecto a las alternativas. Completamos aquí para las B lo dicho en la Sec. 1.8 sobre las TM en general.

1. *Mayor velocidad de rotación:* acoplamiento directo al motor de accionamiento; ahorro de la transmisión y disminución de sus pérdidas.
2. *Reducción del peso y volumen* (mayor potencia específica, o potencia por unidad de peso o volumen), a causa de su mayor velocidad de rotación: reducción del precio de la máquina y del coste de los trabajos de ingeniería civil.
3. *El puente-grúa de la estacion de bombeo se reduce en capacidad y precio* así como las columnas que lo soportan, al tener el grupo menor peso.
4. *Eliminación de partes móviles, excepto el rodete:* menos piezas sometidas al desgaste por rozamiento, y construcción mecánica más sencilla.
5. *Carencia de válvulas y mayor juego* entre las partes en movimiento relativo, prestándose más al bombeo de fluídos con sólidos en suspensión (arenas, fangos, etc.).
6. *Ausencia de fuerzas de inercia descompensadas,*si el rotor se equilibra estática y dinámicamente.
7. *Número de revoluciones específico más elevado* (véase la Sec. 8.5): se prestan al bombeo de grandes caudales y pequeñas alturas.
8. *Flujo continuo* del fluído bombeado y eliminación del depósito regulador.
9. *La válvula de impulsión completamente cerrada, no constituye mayor peligro.* Esto mismo conduce fatalmente a averías en las bombas alternativas.
10. *Incontaminación del fluído bombeado.* Si los cojinetes están fuera de la carcasa el fluído no se pone en contacto con el aceite: diseño fácil de *bombas sanitarias.*

Las máquinas alternativas poseen, por el contrario, las ventajas siguientes:

1. *Presión máxima ilimitada:* el bombeo a muy grandes presiones está reservado a las bombas alternativas.
2. *Mayor rendimiento,* sobre todo en el campo de las grandes presiones. Al aumentar con la presión el número de los escalonamientos en las B rotodinámicas disminuye rápidamente el rendimiento.
3. *Son autocebantes:* las rotodinámicas, no. (Véase, sin embargo, la Pág. 251)

4. *Presión independiente del caudal.* En las B rotodinámicas al variar la presión varía el caudal si se mantiene n constante. Esta propiedad, común a todas las bombas y motores de desplazamiento positivo, determina la *aplicación casi exclusiva de las máquinas de desplazamiento positivo en el campo de las trasmisiones y controles hidráulica.*

5.3. Clasificaciones diversas de las B rotodinámicas

Aducimos diez clasificaciones distintas que pueden servir, todas o algunas de ellas según los casos, para hacer una descripción completa del tipo de B. Así, por ejemplo, una B bien concreta podría describirse así: B radial (1.ª clasificación) de 3 escalonamientos (2.ª clasificación) con corona directriz en cada escalonamiento y caja espiral (3.ª clasificación) de eje vertical (4.ª clasificación) de simple aspiración (5.ª clasificación), etc...

1.ª clasificación: según la dirección del flujo en el rodete

1) B radiales
2) B diagonales
3) B axiales.

(Véase la Sec. 1.6). Las B radiales y diagonales son B centrífugas, las axiales, no.

En la Fig. 5-2 puede verse un corte meridional de una B radial.

Las B diagonales se pueden dividir en: *B helicocentrífugas,* en las cuales los álabes están fijos solamente en el cubo de la B; estando la corriente en el exterior del rodete limitada por la carcasa fija, como en la Fig. 5-3; y *B tipo Francis* así llamadas por su semejanza con las TH de este nombre, en las cuales los álabes están fijos tanto en el interior (cubo) como en el exterior (llanta), como en la Fig. 5-4.

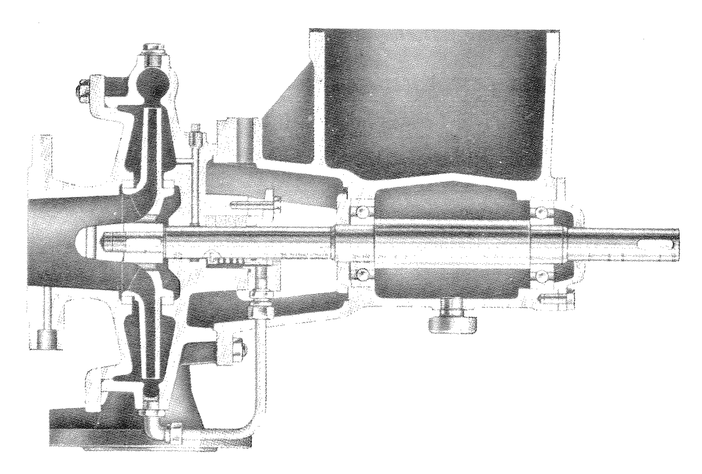


Fig. 5-2.–*Bomba radial Halberg* tipo B de un escalonamiento. Construcción en voladizo. Materiales: carcasa, fundición gris; eje, acero; partes interiores especiales, fundición gris, bronce. Equilibrado axial con conducto igualador de presión (véase la Sec. 17.4.1). Se construye en caudales hasta 1600 m^3/h alturas efectivas hasta 85 m con eje horizontal (figura) o eje vertical.

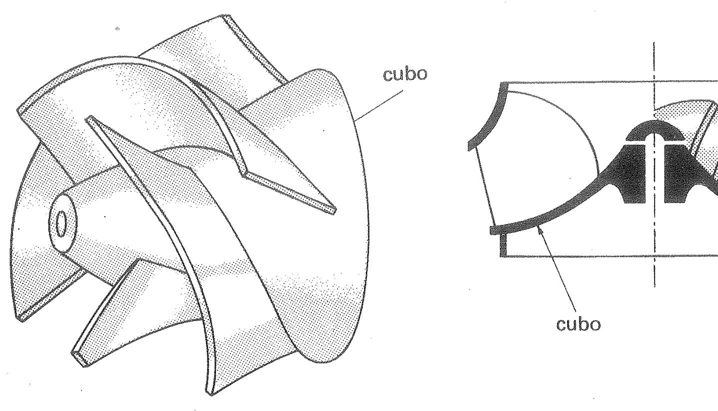


Fig. 5-3.–B diagonal *heliconcentrífuga.*

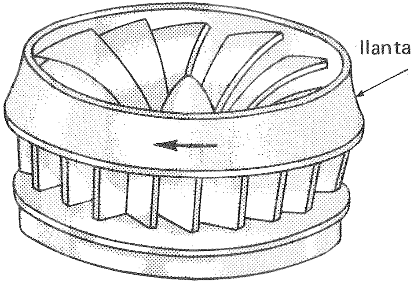


Fig. 5-4.–B tipo Francis.

En la Fig. 5-5 puede verse una sección longitudinal de una B axial, de paletas regulables, o *B tipo Kaplan,* así llamada también por su semejanza con las TH de este nombre. En la Fig. 5-6 puede verse el esquema de la regulación de las paletas de estas B. Corrientemente las paletas de las B axiales no son regulables.

Las condiciones exigidas a la B (caudal, altura) determinan la forma del rodete, y ésta a su vez la dirección del flujo.

2.ª clasificación: según el número de escalonamientos

1) B simples o de un escalonamiento.
2) B compuestas o de múltiples escalonamientos.

Las B se pueden montar en serie o en paralelo. El *montaje en serie* tiene por objeto aumentar la altura suministrada con el mismo caudal; *el montaje en paralelo,* por el contrario, aumentar el caudal con la misma altura de elevación. Los montajes en serie de varios rodetes dentro de la misma B conducen a las B de múltiples escalonamientos como la de la Fig. 1-17. Sobre la manera de disponer los rodetes para eliminar el empuje axial se hablará en la Sec. 17.4.1.

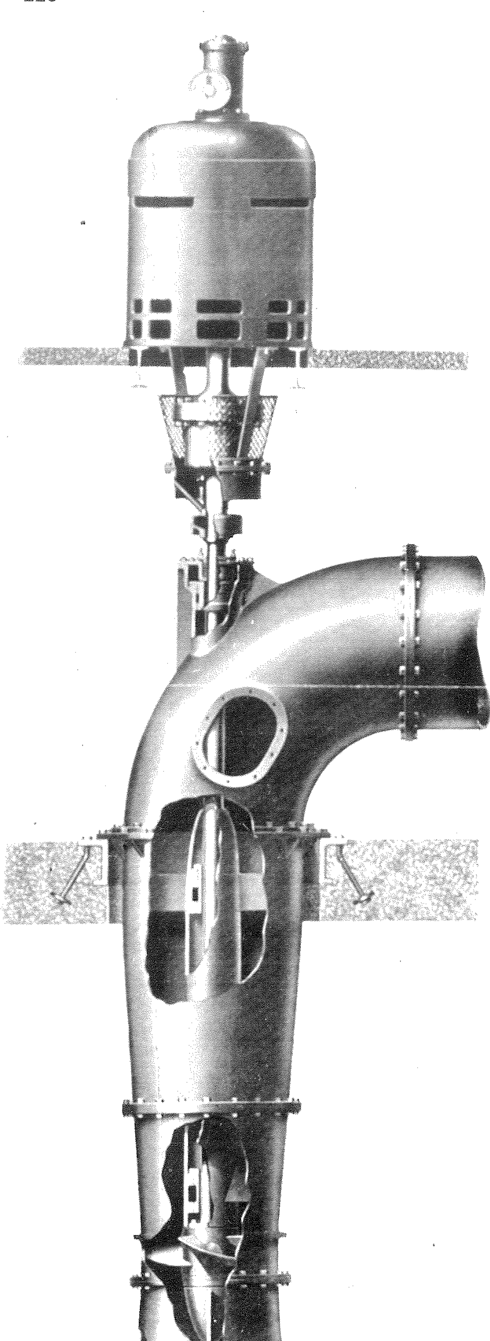


Fig. 5-5.–B axial tipo Kaplan de la firma Morgan Smith, USA.

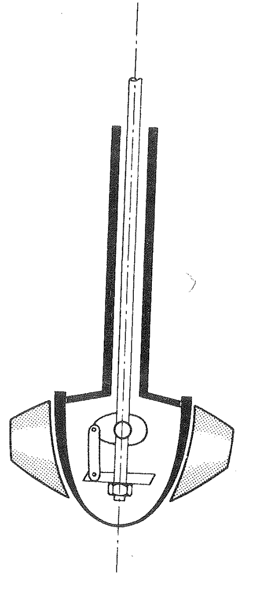
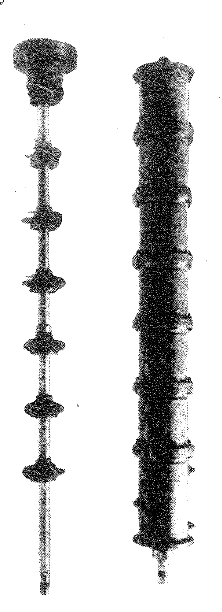


Fig. 5-6.–Esquema de *regulación de las paletas* de una B axial tipo Kaplan.

Aumentando el número de escalonamientos se consigue disminuir el número específico de revoluciones de la máquina. (Véase la Sec. 8.9).

Los escalonamientos son raros en las B axiales; sin embargo, en la Fig. 5-7,a puede verse un eje con siete rodetes axiales colocados en serie, y en la Fig. 5-7,b un rotor de dos escalonamientos con álabes regulables construídos por la firma Escher Wyss.



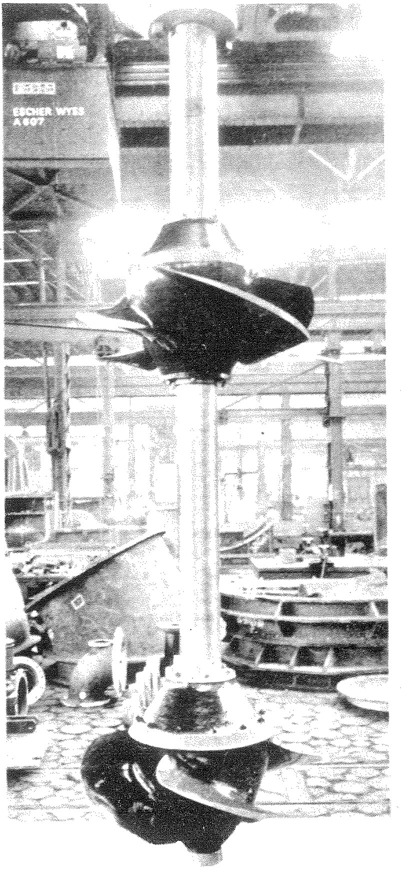


Fig. 5-7.–a) B axial de perforación de 7 escalonamientos, construída por Escher Wyss Suiza, compacta y cuya altura de impulsión es 7 veces mayor que la de una B simple de la misma construcción. b) Escher Wyss para agua de refrigeración, caudal, 3,6 m^3/s, altura efectiva 20,5 m, con rotor regulable en marcha.

A propósito de esta clasificación mencionaremos las B denominadas a veces con el nombre un tanto ambiguo de turbinobombas, turbobombas, bombas de torbellino o periféricas. Estas B llevan dos filas de álabes fresados en gran número en la periferia del rodete, como puede verse en la Fig. 5-8. El líquido sigue en la B una trayectoria espiral, recorriendo centrífugamente la periferia del rodete, repetidas veces, (unas cincuenta veces, por ejemplo) hasta que encuentra el orificio de salida de la bomba. Así se consiguen fácilmente alturas efectivas

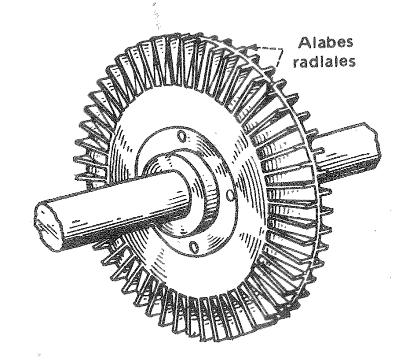


Fig. 5-8.—Rodete de una *B de torbellino*. Nótense los álabes radiales a ambos lados del disco.

$H > 200$ m, con caudales, sin embargo, muy pequeños. Estas B vienen, pues, a constituir un tipo análogo al de las B de múltiples escalonamientos.

3.ª clasificación: según el número de flujos:

1) B de un flujo o de simple aspiración.
2) B de dos flujos o de doble aspiración.

La Fig. 5-9 representa cuatro esquemas posibles con los cuales puede realizarse la aspiración: (a) rodete cerrado de aspiración sencilla; (b) rodete cerrado de aspiración doble; (c) rodete abierto de aspiración sencilla; (d) rodete abierto de aspiración doble.

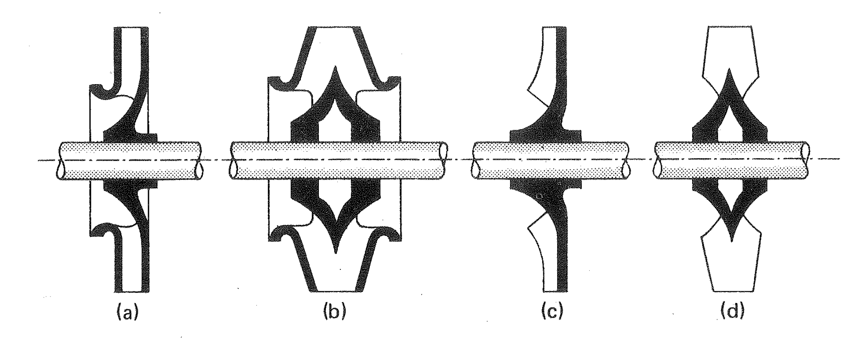


Fig. 5-9.

En la Fig. 5-10 puede verse una B de carcasa seccionada horizontalmente. En la Fig. 5-11 puede verse una B horizontal de doble aspiración de un solo rodete, construída por la casa Allis-Chalmers; y en la Fig. 5-12 una B de doble aspiración y de seis rodetes.

4.ª clasificación: según el tipo de difusor

1) B con corona fija sin álabes y cámara espiral.
2) B con cámara espiral solamente, etc...

El difusor, cuya descripción junto con el papel importantísimo que desempeña en la B, se verá en la Sec. 5.4, se puede realizar de múltiples maneras.

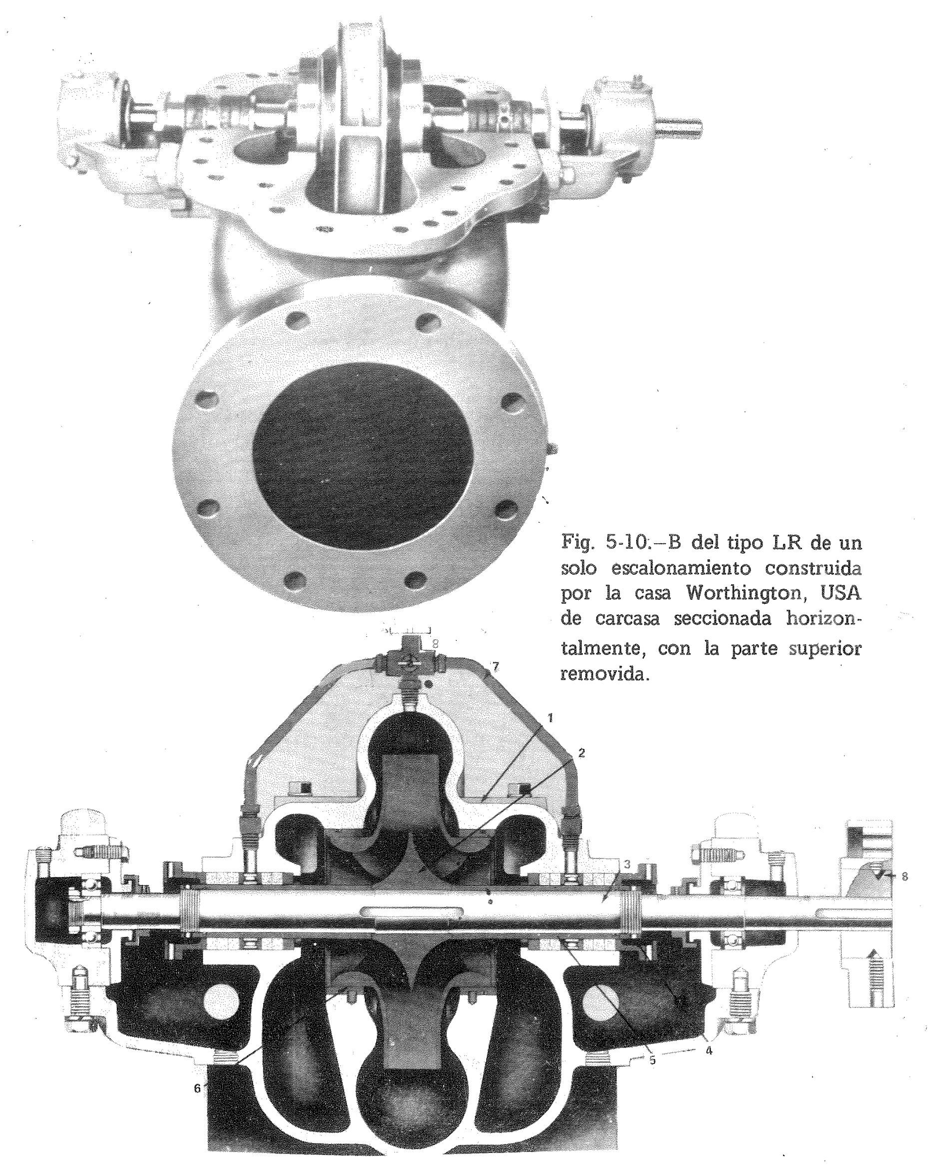


Fig. 5-10.—B del tipo LR de un solo escalonamiento construida por la casa Worthington, USA de carcasa seccionada horizontalmente, con la parte superior removida.

Fig. 5-11.—B horizontal de la firma Allis Chalmers, USA, tipo KS para instalaciones de aire acondicionado y otras aplicaciones: 1.- Carcasa de forma interior aerodinámica, de fundición seccionada horizontalmente con la aspiración e impulsión en la mitad inferior para desmontaje fácil. 2.- Rodete de doble aspiración, de bronce, equilibrado, con pulimento manual de los conductos de agua. 3.- Eje de acero ampliamente dimensionado para evitar vibraciones. 4.- Tuerca de fijación de los casquillos del eje. 5.- Casquillos de bronce, con junta entre el casquillo y eje de anillo-O de Neopreno. 6.- Anillos de bronce de la carcasa provistos de anillos-O de Neopreno. 7.- Tubería exterior del cierre hidráulico (en la parte superior grifo combinado para control del flujo de agua en el cierre y purga de cebado). 8.- Acoplamiento.

5.ª clasificación: según la posición del eje:

1) B de eje horizontal.
2) B de eje vertical.
3) B de eje inclinado.

En la Fig. 1-17 puede verse una B de eje horizontal. La de la Fig. 5-12 tiene el cuerpo de B seccionado horizontalmente.

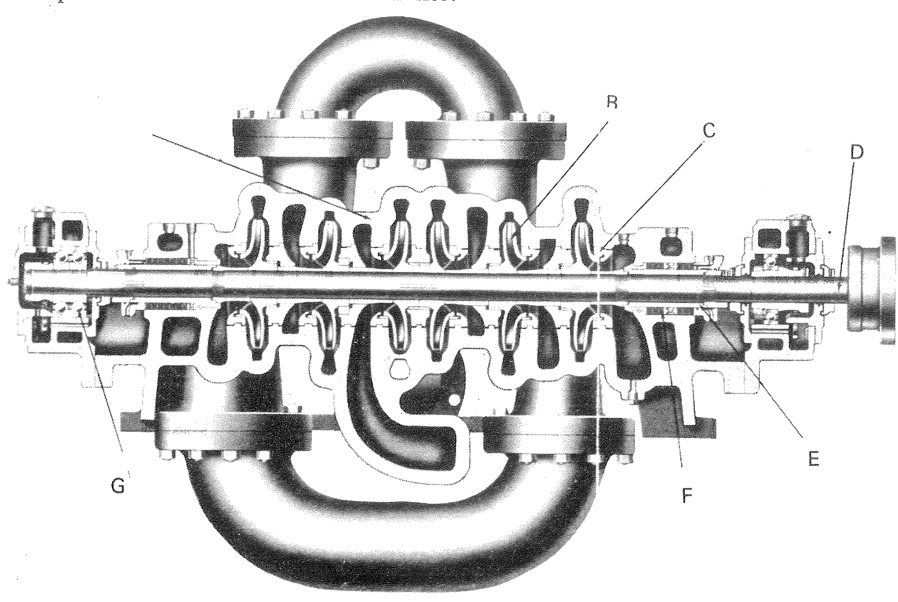


Fig. 5-12.–Corte de una *bomba RT* de la firma Ingersoll-Rand de 6 escalonamientos. Se construyen para presiones hasta 80 bar, alturas efectivas de 140-720 m, caudales de 760-10600 l/min, temperaturas 180°: A.- Carcasa seccionada horizontalmente para fácil desmontaje. B.- Rodetes cerrados de aspiración sencilla con disposición opuesta para equilibrado de empuje axial. C.- Anillos de desgaste dobles fácilmente reponibles provisto de lengua y ranura con brida descentrada para impedir su rotación. D.- Eje de acero al carbono con tratamiento térmico de gran rigidez protegido por casquillos diversos. E.- Casquillos del eje. F.- Caja prensaestopas o refrigerada. G.- Cojinetes de bolas.

Esta solución permite la revisión de la B con el desmontaje del menor número de elementos, y constituye una solución práctica, seguida por muchos constructores (véase también la Fig. 5-10).

La Fig. 5-13 representa una bomba de eje vertical de la casa Weise, que las ofrece con 10 a 45 escalonamientos, caudal hasta 4000 m³/h, altura efectiva hasta 3500 m y velocidades de 2900 rpm, para temperaturas de agua hasta de 400 °C.

La Fig. 5-12 representa en sección transversal una bomba de 6 escalonamientos construída por la casa Ingersoll-Rand de carcasa seccionada horizontalmente, en la cual las tuberías de aspiración e impulsión están fundidas en la parte inferior de la carcasa, lo cual permite, como ya hemos dicho, levantar y desmontar la parte superior de la B y el conjunto del rotor sin perturbar las conexiones de la tubería, manómetros, etc. La Fig. 5-13 representa una B de eje vertical.

La Fig. 5-14 representa un corte de una B vertical de motor sumergido, construída por la Casa Pleuger, con las curvas H-Q (véase la Sec. 18.4.4) para cualquier número de rodetes desde 1 a 7; con 7 rodetes la B suministra una altura de 250 m. El motor eléctrico es de construcción especial; antes de poner en marcha la B se llena el dispositivo de refrigeración del motor y los cojinetes con agua limpia, que refrigera también el bobinado del motor, dotado de un aislamiento absolutamente impermeable al agua y de gran duración. Al presente son múltiples las casas constructoras, que fabrican este tipo de B. Las B de motor sumergido eliminan todo problema de cebado (Sec. 5.5), de cavitación (Sec. 23.4), de transmisión entre la B y el motor no sumergido, y reducen a un mínimo la obra civil en la aplicación a aspiración de agua de pozos profundos. La Fig. 5-15 representa una B de la misma casa Pleuger, dispuesta para funcionar como B "elevadora de presión". La B montada en el interior de una caja de acero, va instalada en un "bypass" del tramo principal: la B se conecta sólo cuando es necesario elevar la presión de servicio; de manera que el agua no fluye ya por la tubería principal, sino a través de la B. La válvula de retención (2), se cierra automáticamente.

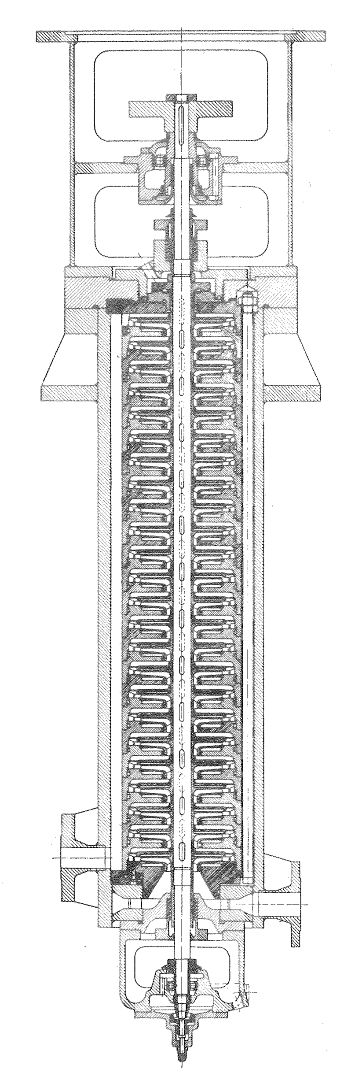


Fig. 5-13.–Sección longitudinal de una B vertical de múltiples escalonamientos de la firma Weise und Moski, Alemania.

La Fig. 5-16 representa una de las 4 B de riego de eje inclinado a 45° (una de ellas de álabes orientables no en marcha) construídas por la casa Escher-Wyss para Nagahamadi en Egipto. El caudal de una B oscila entre 5000-7000 l/min.

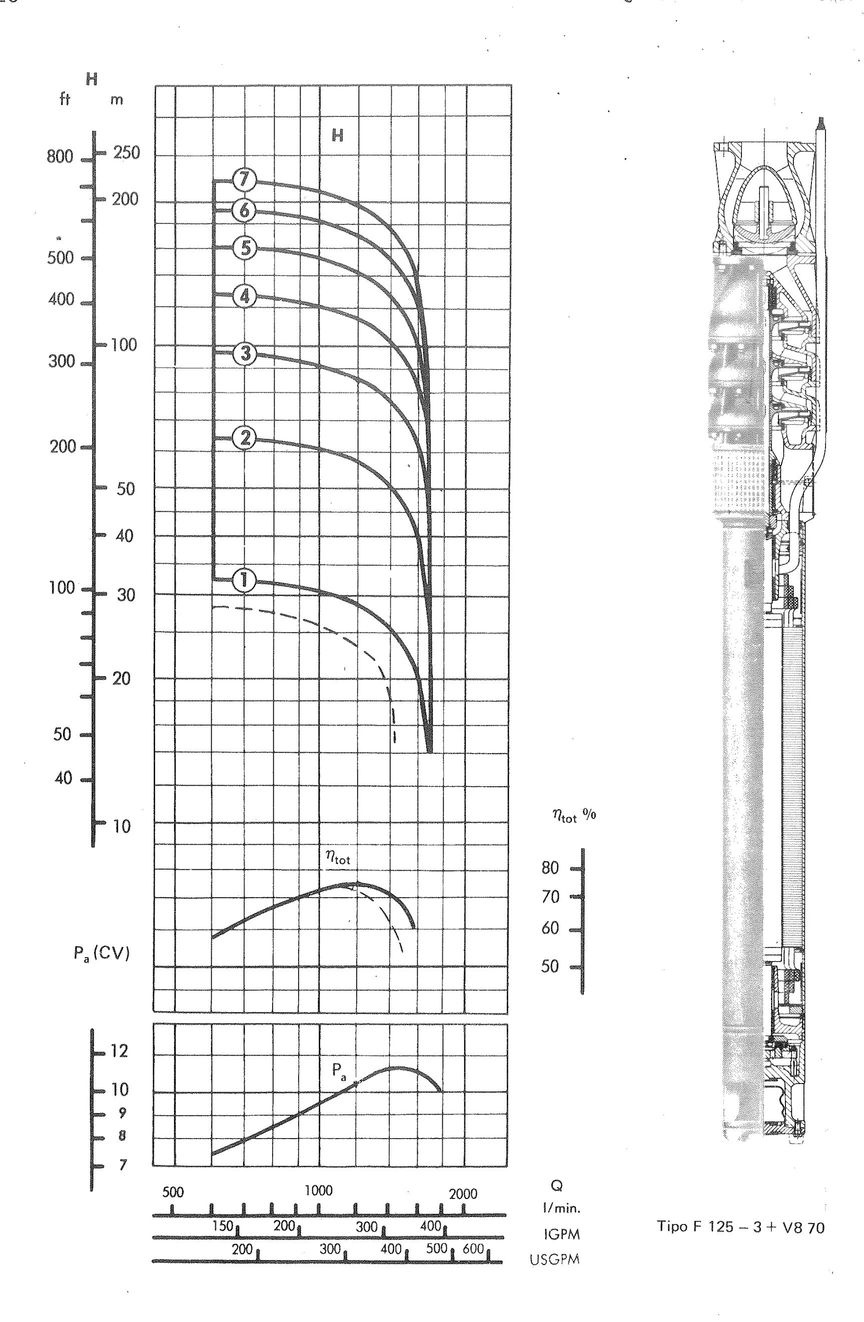


Fig. 5-14.—B vertical Pleuger de *motor sumergido.*

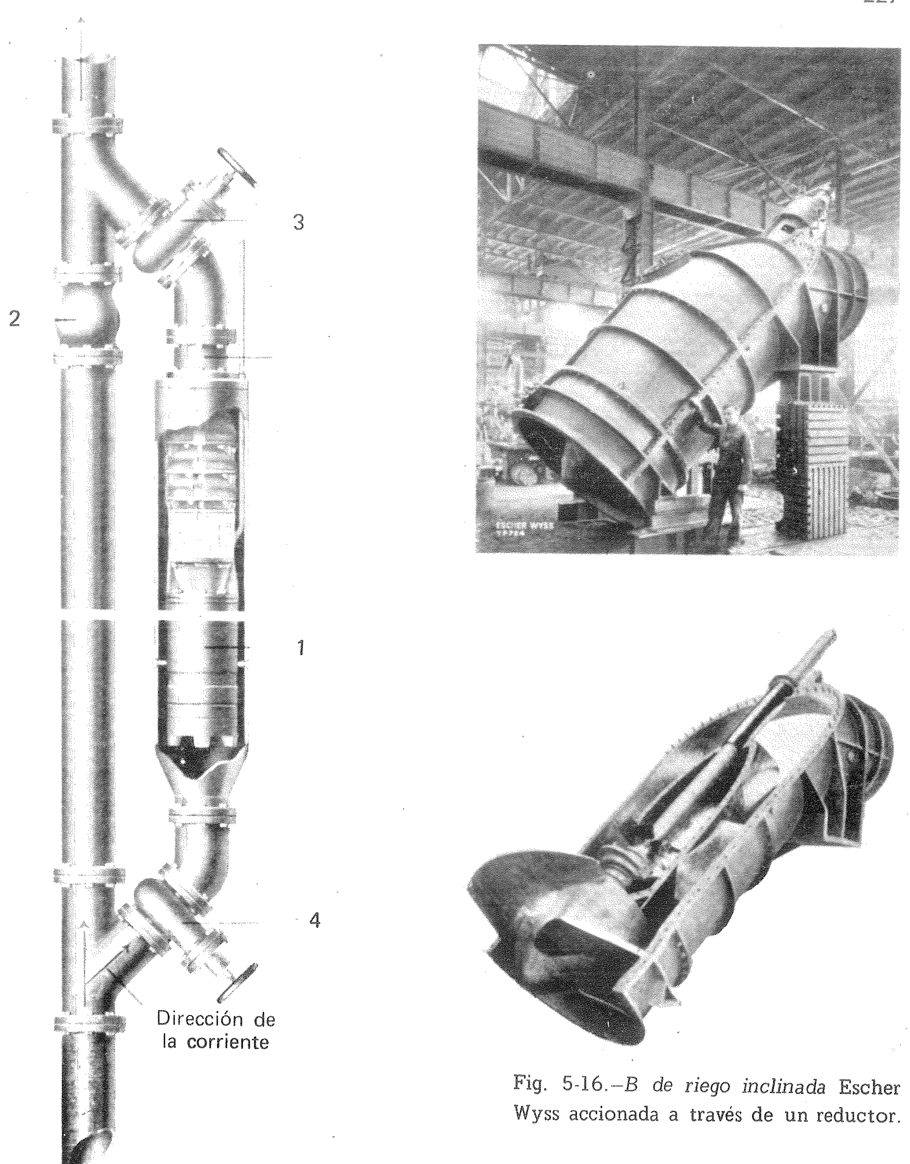


Fig. 5-16.—*B de riego inclinada* Escher Wyss accionada a través de un reductor.

Fig. 5-15.—B sumergible de la casa Pleuger, Alemania, empleada como *elevadora de presión:*

1.- B Pleuger.
2.- Válvula de retención.
3, 4.- Válvulas de compuertas.

6.ª Clasificación: según la altura o presión suministrada

1) B de baja presión.
2) B de media presión.
3) B de alta presión.

Los límites en esta clasificación son puramente convencionales. A título de orientación podrían valer los siguientes:

– baja presión: presión inferior a 20-25 m c.a.
– media presión: presión comprendida entre 20 y 60 m c.a.
– alta presión: presión superior a 60 m c.a.

En todo caso, aunque estos límites no sean adoptados, no hay duda, por ejemplo, que una B de agua que suministra una altura inferior a 10 m es una B de baja presión; mientras que otra que suministra, por ejemplo, una altura de 150 metros se debe catalogar entre las B de alta presión.

El campo de las altas presiones es típico, como ya hemos dicho, de la invasión de las B rotodinámicas en el campo antes exclusivo de las B alternativas para bombear agua a presión a 170 °C. La Fig. 5-17 corresponde a una bomba de *tipo de barril* de 13 escalonamientos construída por la casa Sulzer para una fábrica de papel de Holanda; caudal, 125 m^3/h; altura suministrada 1960 m, velocidad 4412 rpm.

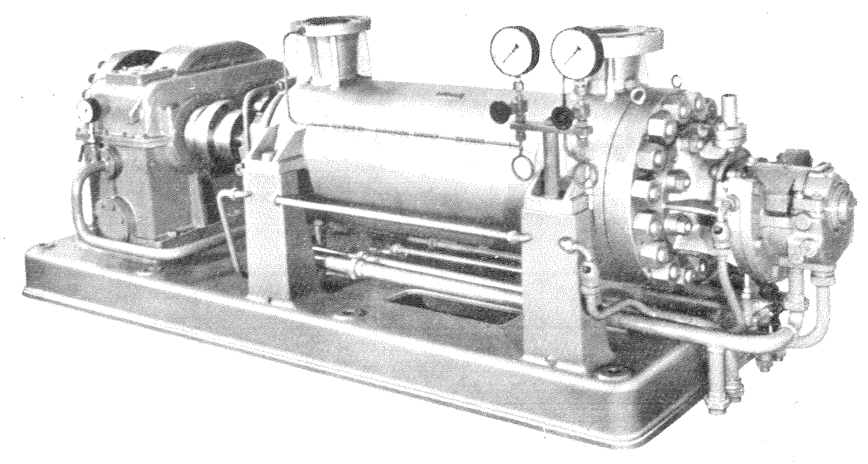


Fig. 5-17.–B Sulzer de *tipo de barril.*

Algunas B de alimentación accionadas con turbinas de vapor de las calderas de vapor modernas giran a velocidades más elevadas con lo que se reduce el tamaño de la B. Así la B visible en el fondo de la Fig. 5-18 gira a 9.000 rpm, mientras que la de la derecha en la misma figura, gira a velocidad de 3.465 rpm. Ambas B

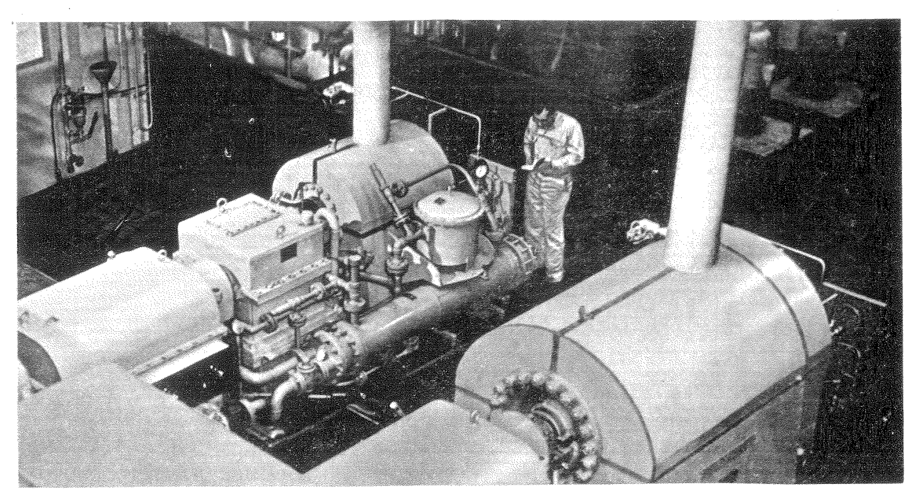


Fig. 5-18.–Comparación de dos B Worthingyon para el mismo Q y H. La B de la izquierda más revolucionada tiene mayor potencia específica.

construídas por la firma Worthington, USA, proporcionan el mismo caudal a la misma presión. En dicha figura, y en la Fig. 5-19, en que pueden verse los dos rodetes de las mismas bombas, queda de manifiesto la reducción de tamaño conseguida.

7.ª clasificación: según el tipo de accionamiento:

1) B accionadas por motor eléctrico.
2) B accionadas por motor de gasolina.
3) B accionadas por motor Diesel.
4) B accionadas por TV.
5) B accionadas por TG.
etc...

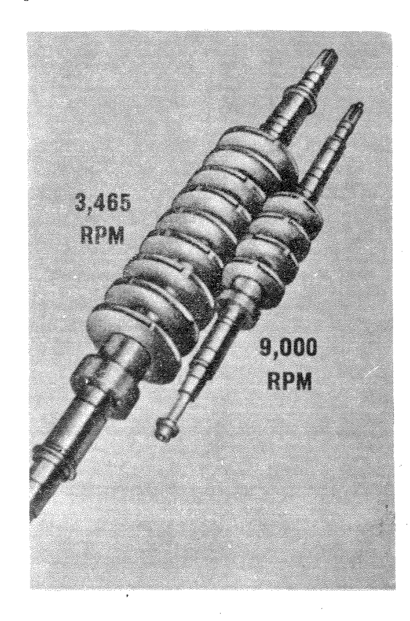


Fig. 5-19.–Comparación de los rodetes de las dos B de la Fig. 5-18.

A esta clasificación se puede referir también la clasificación *según el tipo de acoplamiento:* directo, electromagnético, por correa, por variador mecánico continuo, por variador hidráulico, etc...

La Fig. 5-20 se refiere a una B accionada por motor de gasolina construída por la casa Hammelrath uns Schwenzer, Alemania.

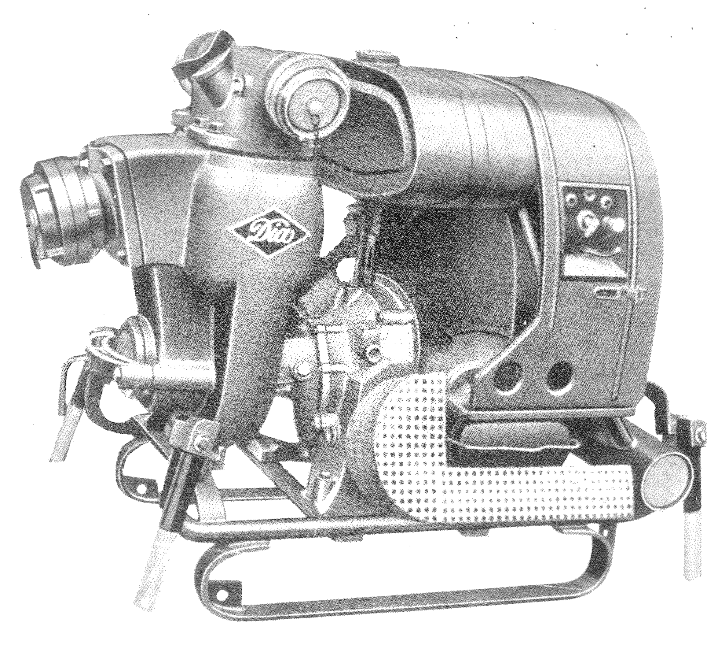


Fig. 5-20. –Grupo portátil de B autocebante accionada por motor de gasolina de la firma Hammelrath und Schwenzer, Alemania, suministrada para caudales de 1500 a 2400 l/min y alturas efectivas hasta 50 m.

8.ª clasificacion: según el líquido bombeado

Cualquier líquido, aun corrosivo o con sólidos en suspensión, puede ser bombeado: agua, ácidos, líquidos alcalinos, alcoholes, aceites, petróleo; cerveza, salmuera, alimentos líquidos, jugos de frutas, azúcares, leche; pinturas, pasta de papel, pulpas, trapos, arenas, desechos, fangos y residuos, etc., etc.

9.ª clasificación: según los materiales utilizados en su fabricación:

En la B se utilizan los materiales y aleaciones más diversas, según las condiciones de servicio y el fluído bombeado: fundición, aceros austeníticos, aceros al Mo, bronce, Pb, etc. (Véase la Sec. 17.8). Las B destinadas al bombeo de arena, carbón, minerales, cenizas, gravillas, etc. llevan protección especial fácilmente reemplazable en caso de deterioro. En la Fig. 5-21 se ve el rodete y los forros de protección de hierro que llevan las B Hertel und Büsch, Alemania.

10.ª clasificación: según el fin a que se destinan:

1) B para suministro de agua a edificios;
2) B para alimentación de calderas;
3) B agrícolas;

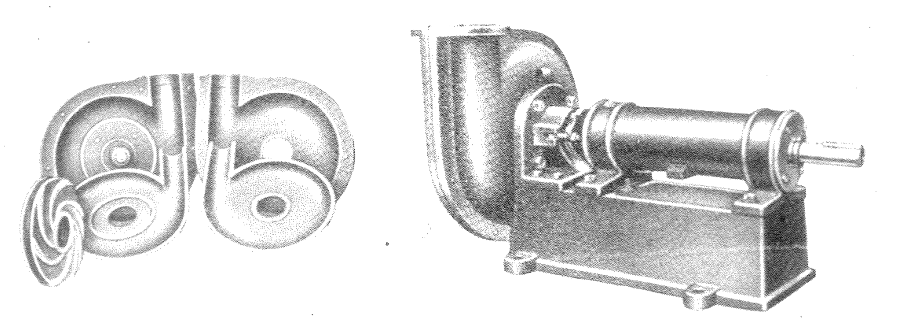


Fig. 5-21.–*B para líquidos abrasivos* horizontal de carcasa seccionada verticalmente de la casa Hertel und Büsch, Alemania, para bombeo de líquidos con sólidos en suspensión; arena, carbón, cenizas, escorias, grava y líquido de alcantarillado. A la izquierda puede verse el rodete, la carcasa y el forro de la misma recambiable construído de hierro endurecido por enfriamiento. Aplicaciones: plantas lavadoras de carbón, hornos de Cock, desengangado de minerales, centrales térmicas, fábricas de azúcar, construcción, fábricas de productos químicos, fábricas de papel y celulosa, fábricas de jabón, refinerías, fábricas de cemento, acererías, fábricas de cerveza, etc.

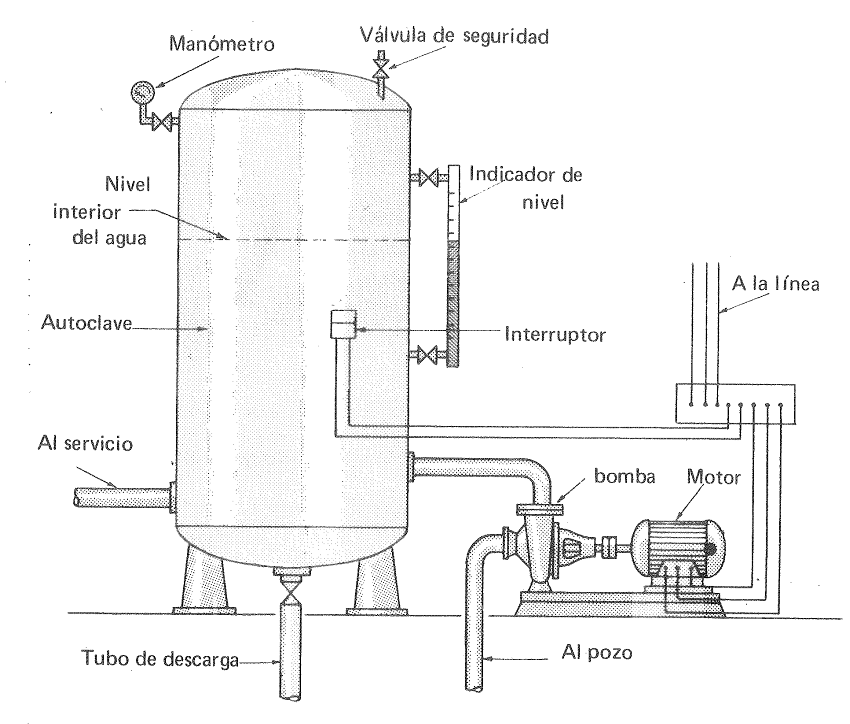


Fig. 5-22.–Esquema de una *autoclave*. Su principal ventaja respecto al depósito abierto a la atmósfera consiste en ahorro de espacio y poder disponer de agua a presión independientemente de la cota de instalación.

4) B de drenaje;
5) B de dragado;
6) B de riego;
7) B de incendios;
8) B de recuperación de terrenos pantanosos;
9) B marinas;
10) B para fábricas de remolachas;
11) B para fábricas de azúcar;
12) B para lavado de carbón;
13) B de condensado.
14) B químicas
etc...

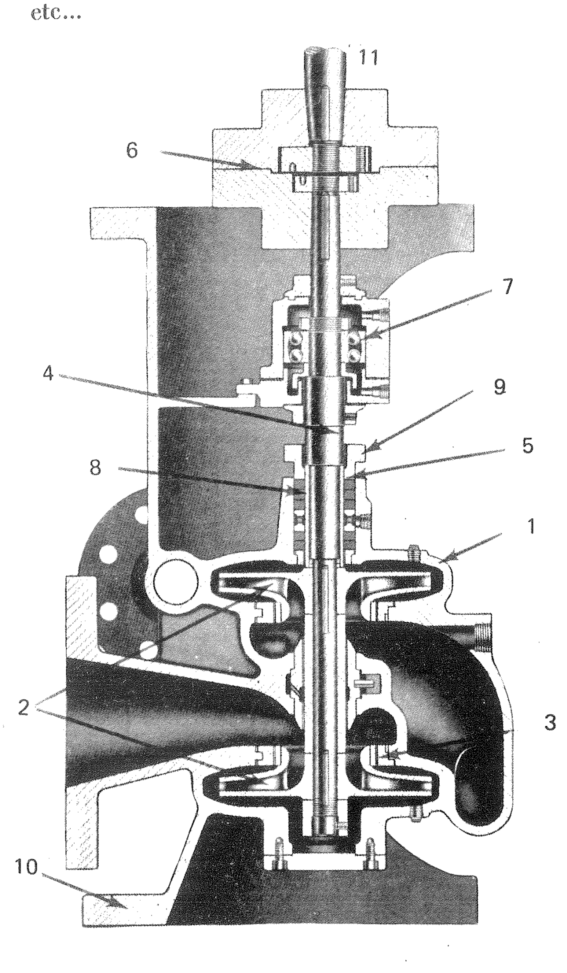


Fig. 5-23.—Corte de una B vertical Ingersoll-Rand de *pozo caliente* del tipo VHM utilizable en los barcos como B de condensado, drenaje de calentadores y servicios semejantes en que la cavitación puede presentarse (véase Cap. 23). 1.- Carcasa seccionada verticalmente: las conexiones de aspiración y descarga están en la mitad posterior y basta desmontar la mitad anterior para tener acceso al rodete. 2.- Dos rodetes opuestos para reducir el empuje axial (véase Sec. 17.4.1), la boca del primer rodete (inferior) mira hacia arriba para evitar la cavitación en condiciones de aspiración difíciles. 3.- Anillos de desgaste. 4.- Eje. 5.- Casquillo protector del eje contra el desgaste por fricción del prensaestopas. 6.- Acoplamiento rígido de fundición. 7.- Cojinetes: interno lubricado por grasa; interno lubricado por agua. 8.- Caja de prensaestopas. 9.- Empaquetadura. 10.- Pedestal o soporte. 11.- Motor de accionamiento (motor eléctrico de c.a. de c.c. o turbina de vapor).

La Fig. 5-23 representa una sección transversal de una B marina de Ingersoll-Rand. El esquema de instalación de la Fig. 5-22 corresponde a una B de suministro de agua a través de un depósito hermético (autoclave), corriente en fincas granjas, etc..., y donde no existe presión de suministro suficientemente elevada.

5.4. Elementos constitutivos de las B rotodinámicas

La Fig. 5-24 que representa el corte meridional de una B construída por la casa Gebr. Ritz und Schweizer, muestra las partes principales de que consta. Relegando la descripción de los elementos mecánicos de las B al Cap. 17, se describen a continuación los *órganos hidráulicos de una B* que constituyen el conducto recorrido por el *fluído de trabajo* en la máquina. El fluído entra por la tubería de admisión en la B, pasando directamente al rodete (excepcionalmente antes del rodete se dispone una corona fija que comunica el flujo a la entrada del rodete

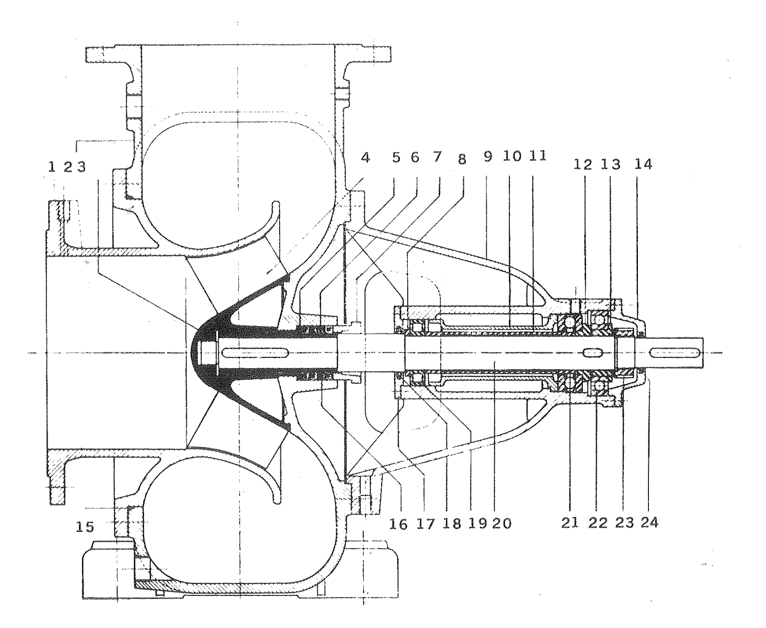


Fig. 5-24.—Sección longitudinal de una *B helicoidal* tipo 15 de la firma Gebr. Ritz und Schweizer, Alemania, que se fabrica para caudales hasta 60 m^3/min, alturas hasta 30 m. El eje va apoyado sobre dos cojinetes dispuestos en el lado de accionamiento. Aplicaciones: riego, desagües, aguas residuales, abastecimiento de agua, cervecerías, fábricas químicas, etc...
Lista de piezas: 1. chapa; 2. cuerpo; 3. tuerca del rodete; 4. rodete; 5. manguito de fondo de tamaño 1530; 6. camisa del eje de tamaño 1540; 7. prensa-estopas; 8. anillo de apoyo, 9. soporte-cojinete; 10. tapa interior del soporte; 11. manguito intermedio; 12. anillo; 13. manguito para el soporte de bolas; 14. tapa interior; 15. empaquetadura del cuerpo; 16. empaquetadura del prensa-estopas; 17. tapa interior; 18. anillo de guarnición interior; 19. cojinete; 20. eje, 21. cojinete; 22. cojinete; 23. tuerca; 24. anillo de guarnición exterior.

una rotación positiva o negativa determinada); del rodete pasa a la *cámara fija*, que consta a su vez de uno o varios elementos, y sale finalmente por la tubería de impulsión.

El rodete

Es el único órgano de la B, en que se imparte energía al fluído. Su proyecto constituye la parte más delicada del proyecto de la B. El rodete imparte al fluído una aceleración tangencial, desde velocidad tangencial nula a la entrada hasta una velocidad tangencial a la salida que puede exceder los 50 m/seg en un tiempo a veces menor que a 1/50 seg.

En las B de múltiples escalonamientos se utilizan rodetes de doble aspiración, de aspiración sencilla (estos son los más comunes) o bien ambos tipos a la vez (véase la Fig. 5-9).

Los rodetes pueden ser abiertos, cerrados y semicerrados. *El rodete abierto* tiene la ventaja de la mayor facilidad de fabricación, por ser su fundición mucho más sencilla; pero tiene el inconveniente de menor rendimiento, a no ser que se reduzca mucho el juego entre él y la carcasa.

La Fig. 5-25 representa una B construída por la casa Goulds Pumps, USA, resistente a la corrosión y abrasión. Esta B se utilizan para bombeo de materiales

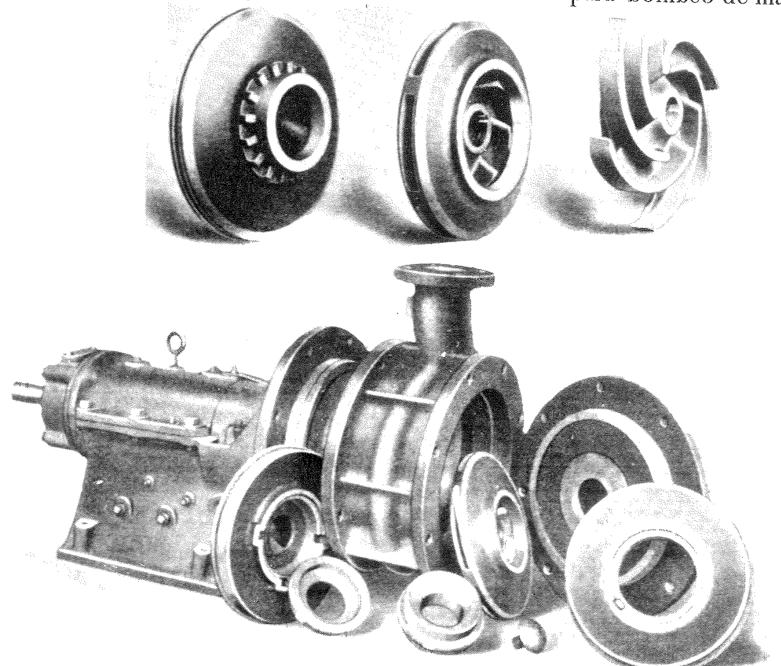


Fig. 5-25.–B químicas y de aplicaciones especiales de la casa Goulds Pumps, USA. Se construyen en caudales hasta 5700 l/min y alturas hasta 40 m. Arriba tres tipos de rodetes adaptables a estas B. Abajo B desmontada.

caústicos, ácidos, abrasivos y líquidos calientes y pueden suministrarse con los tres tipos de rodetes mencionados: cerrado, semicerrado y abierto, que pueden verse en la parte superior de la misma figura.

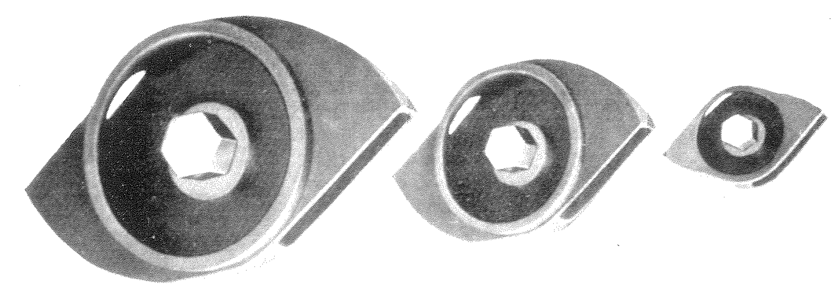


Fig. 5-26.–Rodetes de las B especiales Hydromobil de la firma Speck Pumpen, Alemania. Se construyen con potencias de accionamiento de 1,1 a 18,8 kW.

Los rodetes revisten a veces formas especiales, como el de la Fig. 5-26 que representa un rodete en forma de caja construído por la casa Speck de Alemania para sus bombas de fangos. Con este rodete se evita el contacto del fluído con las paredes de la carcasa lo que contribuye a un grado grande de resistencia contra los materiales abrasivos arrastrados por el fluído.

La Fig. 5-27 representa otro tipo de rodete semicerrado.

En la Fig. 5-28 pueden verse otros rodetes de formas más o menos caprichosas.

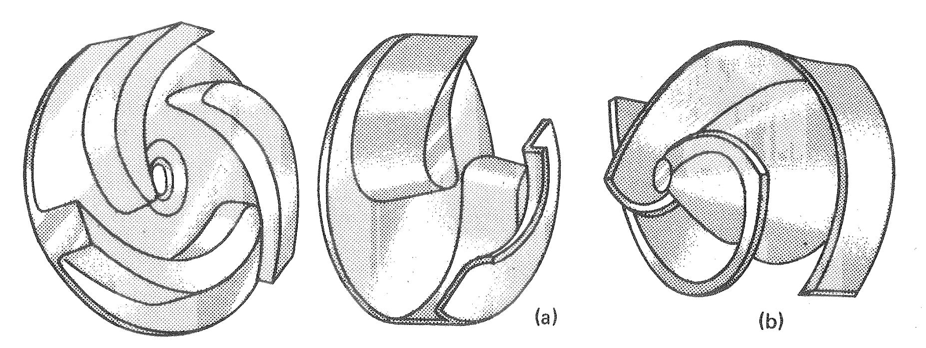


Fig. 5-27.-Rodete semicerrado.

Fig. 5-28.–a) *Rodete no obstructivo* con corte para hacer visible un álabe; b) Rodete de dos álabes *semiabierto*.

La infinidad de diseños existentes revela el poder de la imaginación en el proyecto de las TM. Así, por ejemplo, en la Fig. 5-29 puede verse una B, cuyo rodete carece de álabes, y está constituído simplemente por un canal espiral para el bombeo de peces vivos. Estas B se utilizan en las centrales de bombeo o turbinación, donde el pescado puede originar graves daños en las instalaciones, y se

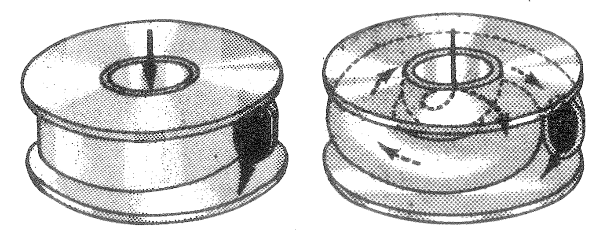


Fig. 5-29.–*Rodete sin álabes* para bombear pescado vivo.

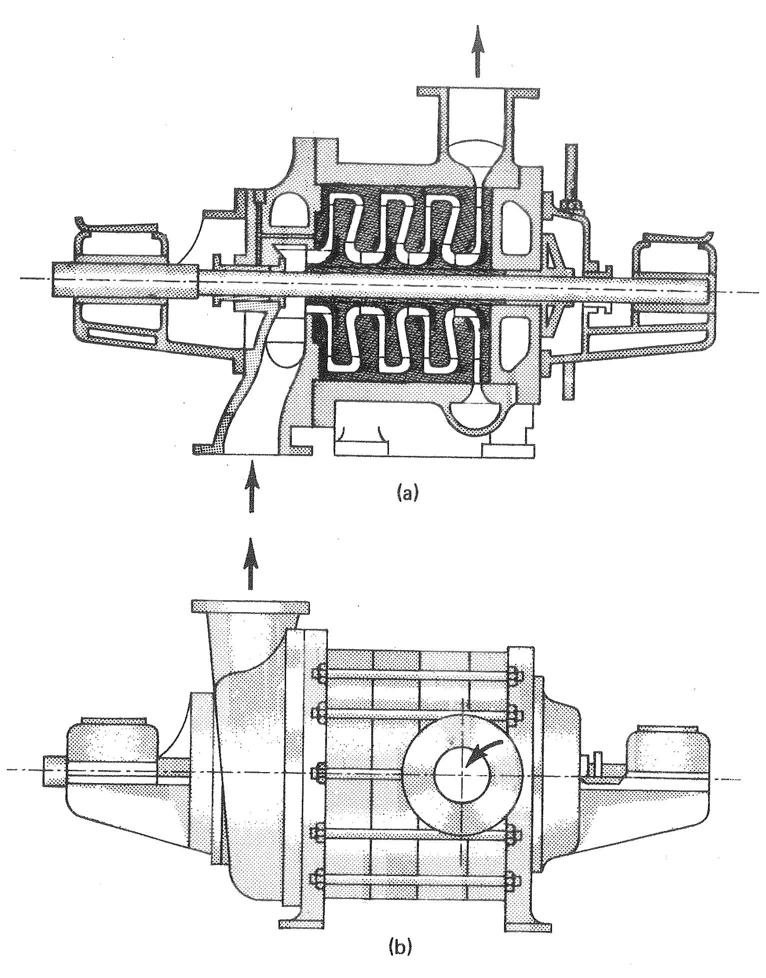


Fig. 5-30.–a) B tipo barril; b) B tipo anular.

devuelve con estas B vivo de nuevo al río; también se emplea para descarga de los peces de la red al barco en los barcos de pesca.

La cámara

La carcasa o estátor de la B se encarga de guiar adecuadamente el líquido hasta el rotor y de recoger el líquido, guiándolo hasta la salida. El rendimiento de la B depende en gran parte de un buen diseño de la carcasa. La parte más importante del estátor es el *difusor*. Según el principio de funcionamiento de las B rotodinámicas es esencial la aceleración del líquido en el rotor. Ahora bien, el difusor en las B rotodinámicas desempeña el papel importante de transformar eficientemente la energía cinética del fluído, en energía de presión.

La carcasa misma puede ser: a) de tipo *seccionado* (Fig. 5-10); b) de tipo *barril* o monocilíndrica o c) de tipo *anular*. (Véanse las Figs. 5-17 y 5-30,a y b).

La *B tipo barril o monocilíndrica* no tiene la carcasa dividida en secciones transversales, eliminándose así las juntas; sino que, como su nombre indica, consiste en un cilindro con las cajas de los cojinetes a ambos extremos fijados con pernos al mismo. Todos los rodetes miran hacia el lado de aspiración de la B, por lo cual el empuje axial es acumulativo (véase la Sec. 17.4.1). Los conductos que transportan el fluído de un rodete al siguiente (difusores), están fundidos en piezas anulares fijas, que encajan con ajuste perfecto en el interior del "barril".

La *B tipo anular* difiere de la anterior en que la carcasa en lugar de constituir un barril, donde se alojan los anillos del difusor, consta de elementos individuales que se acoplan entre sí con sus juntas respectivas, y el conjunto se mantiene unido con pernos exteriores. Esto permite, con un diseño estandarizado de rodetes y elementos de carcasa y unos elementos finales estandarizados también de admisión y escape, el montaje de la B para una gama grande de presiones, multiplicando el número de elementos: cada elemento constituye un escalonamiento, que consta de corona móvil (rodete) y corona fija (difusor).

En cuanto a la tubería de salida o de impulsión es corriente también la estandarización, limitándose las posiciones angulares de ésta a los 45° como puede verse en la Fig. 5-31.

El *difusor, o recuperador,* se instala en la cámara de la B entre la salida del rodete y la brida de la tubería de impulsión. Su papel consiste, como ya hemos dicho, en la conversión eficiente de la energía cinética en energía de presión. Para ello se decelera la corriente absoluta desde el valor c_2 a la salida del rodete hasta el valor c_s en la brida de impulsión.

El objetivo de una recuperación eficiente puede explicarse con ayuda de la Fig. 5-32 que representa un ensanchamiento en una tubería circular: en la Fig. 5-32,a la transición es brusca y en la Fig. 5-32,b, gradual. La recuperación "teórica" es igual en ambos casos, porque las velocidades medias, inicial y final v_1 y v_2 son iguales en ambos casos (ecuación de continuidad). Sin embargo, en el caso a la recuperación de energía $\Delta p/\rho$ es mucho menor (resistencia de forma: desprendi-

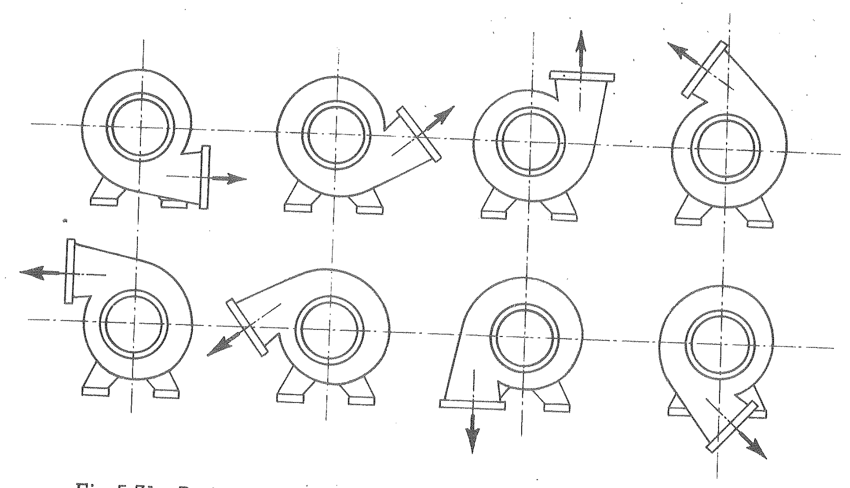


Fig. 5-31.–Posiciones estandarizadas de la tubería de impulsión de las B.

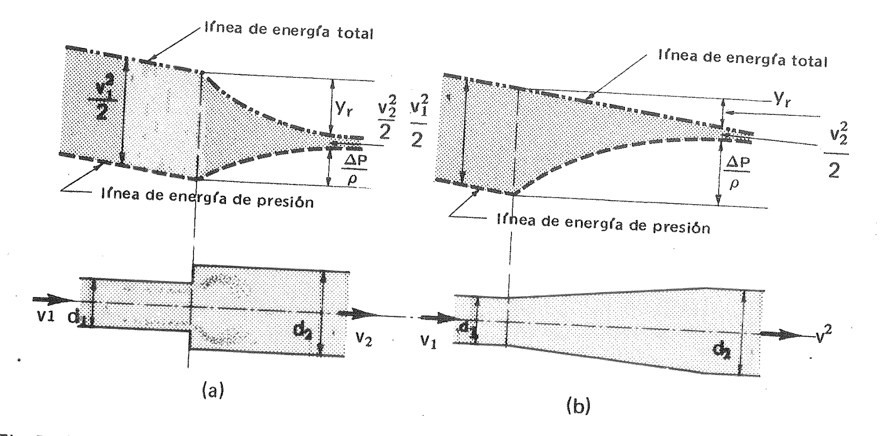


Fig. 5-32.–Principio de *funcionamiento de un difusor*: a) difusor ineficiente; b) difusor eficiente.

miento y torbellinos) que en el caso b. Así un difusor de una B bien proyectado reduce al mínimo los desprendimientos y pérdidas y aumenta el rendimiento de la B.

Los órganos empleados en las B como difusores son:

a) corona difusora sin álabes; b) corona de álabes directrices fijos; c) voluta o caja espiral; d) cono difusor. Con frecuencia se emplean varios en una misma B, por ejemplo, corona directriz, voluta y cono difusor. Otras veces sólo se emplea la voluta, que nunca falta en las B radiales, y es muy frecuente también en los otros tipos de B.

a) *Corona difusora sin álabes*

Este recuperador, consta de dos placas paralelas en forma de corona circular, como muestra la Fig. 5-33 correspondiente a una B radial, entre las cuales las partículas de fluído *teóricamente* siguen una trayectoria espiral, transformándose la altura dinámica en altura de presión. *Prácticamente* la recuperación es imperfecta, el líquido mal guiado fluye de una manera confusa, la velocidad no es la misma, como predice la teoría, en cada una de las circunferencias concéntricas con el eje de la B, y las pérdidas de energía son elevadas. Nunca se emplea sola sino seguida de una voluta. A veces es eficiente, con tal de que la diferencia de radios de la corona sea pequeña, para evitar choques a la entrada de la voluta.

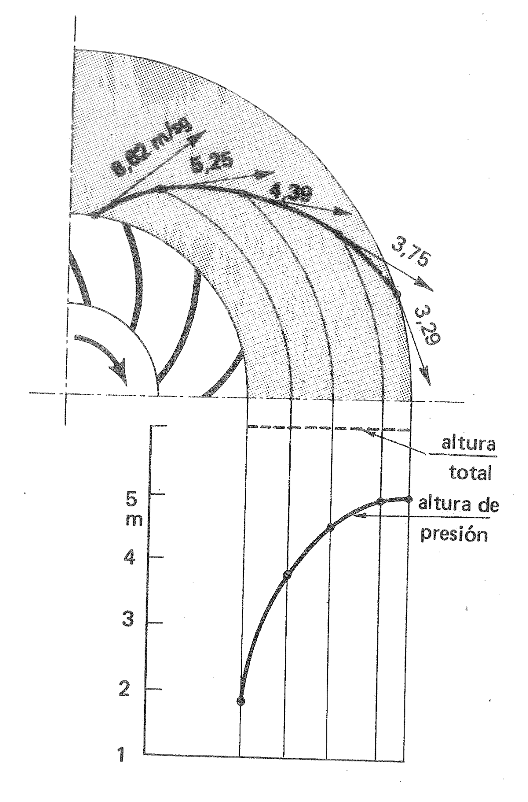


Fig. 5-33.–Recuperación ideal de la presión en una *corona directriz sin álabes*.

b) *Corona directriz de álabes fijos*

Se representa en corte transversal en la Fig. 5-34. Los álabes fijos obligan a la corriente a expansionarse, disminuyendo su velocidad y aumentando su presión. Este recuperador es mucho más eficiente que el anterior y nunca se emplea solo; sino seguido de una voluta.

c) *Voluta*

La voluta es un conducto espiral en torno al rodete, que tiene la misión de recoger el fluído que sale del mismo, y conducirlo hasta la tubería de impulsión. Esta misión no implica recuperación; pero es fácil diseñar la voluta para que desempeñe también el papel de difusor, y así se hace casi siempre. En la Fig. 5-35 se ven algunas de las secciones de volutas más frecuentes. Fundamentalmente las volutas son de dos tipos: a) voluta de velocidad variable (Fig. 5-36,a) y b) voluta de velocidad constante (Fig. 5-36,b). Nótese que las secciones incluso en el segundo tipo de voluta no son constantes, porque el caudal tampoco lo es. Así, por ejemplo, por la sección a_1 para sólo 1/4 Q (el caudal total se derrama por

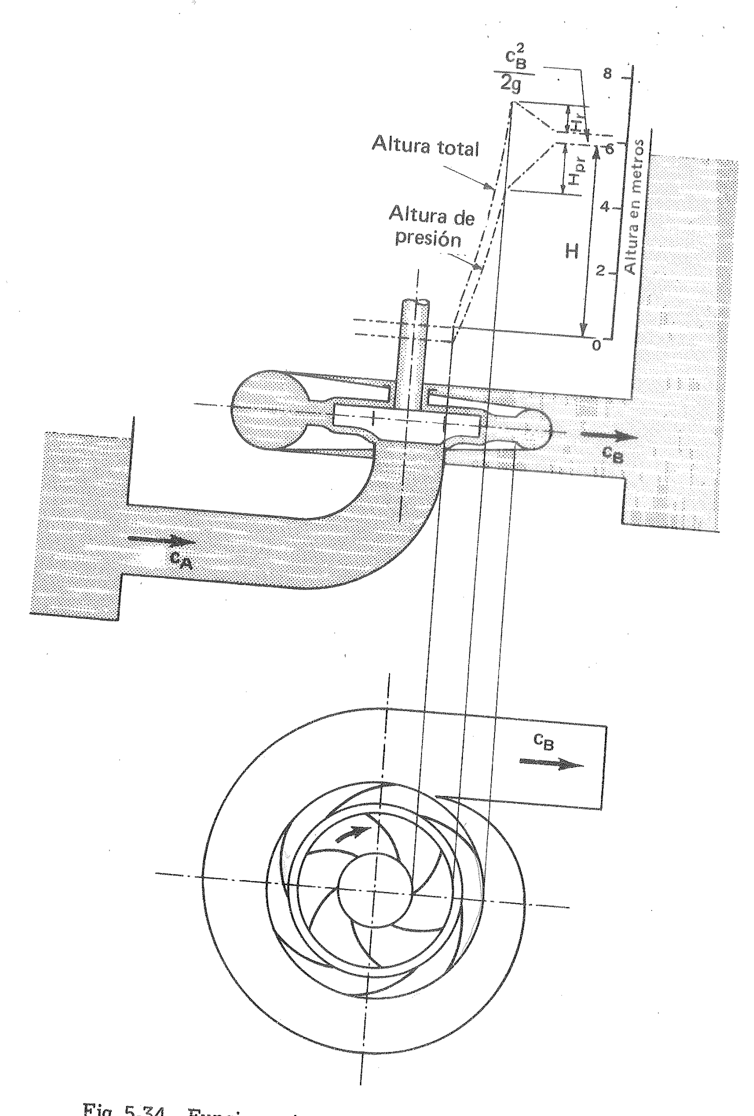


Fig. 5-34.—Funcionamiento de la *corona directriz con álabes.*

toda la periferia del rodete y por la sección pasa el caudal derramado por 1/4 de la periferia); por la sección a_2, 1/2 Q etc...; siendo las áreas respectivas $A_1 = \frac{Q}{4\, c_{ua1}}$, $A_2 = \frac{Q}{4\, c_{ua2}}$, etc... (donde c_{ua1}, c_{ua2} — componentes periféricas de la velocidad absoluta media en las secciones respectivas).

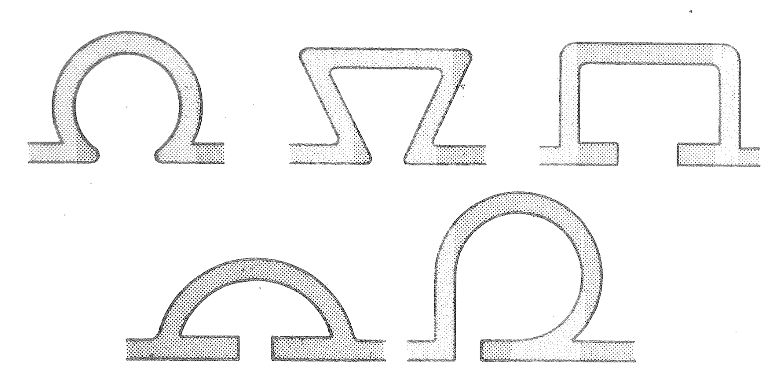


Fig. 5-35.—Formas diversas de *volutas.*

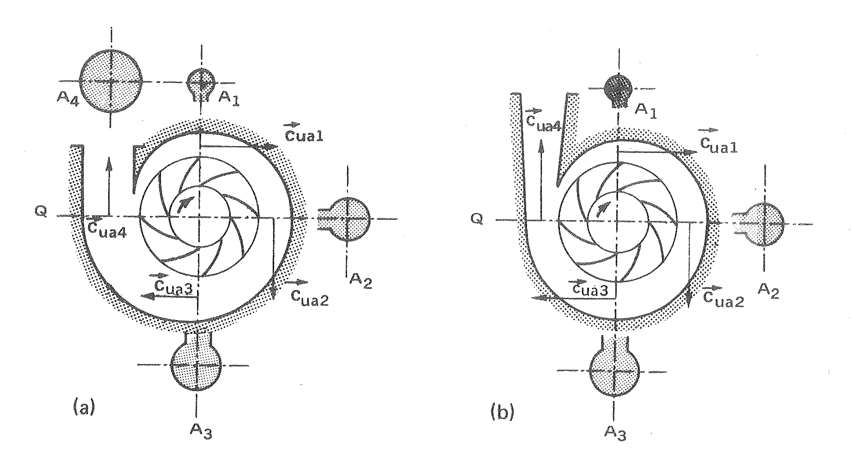


Fig. 5-36.—a) Voluta de velocidad variable; b) voluta de velocidad constante.

En la figura 5-37 pueden estudiarse los elementos de una B con corona directriz de álabes fijos, y la Fig. 5-38 representa un esquema de una B sin corona directriz y con cámara espiral.

El difusor de la Fig. 5-36,b se reduce meramente al cono difusor, porque el papel de la voluta consiste, como hemos dicho, meramente en recoger el líquido que se derrama por la periferia del rodete. Este sistema difusor es muy eficiente.

En las B diagonales se emplean las volutas (Fig. 5-39,a) y las coronas fijas (Fig. 5-39,b).

La Fig. 5-40 representa una B axial de eje inclinado, cuyo difusor, análogo al de la Fig. 5-39,b es una corona directriz de álabes en forma de hélice fija.

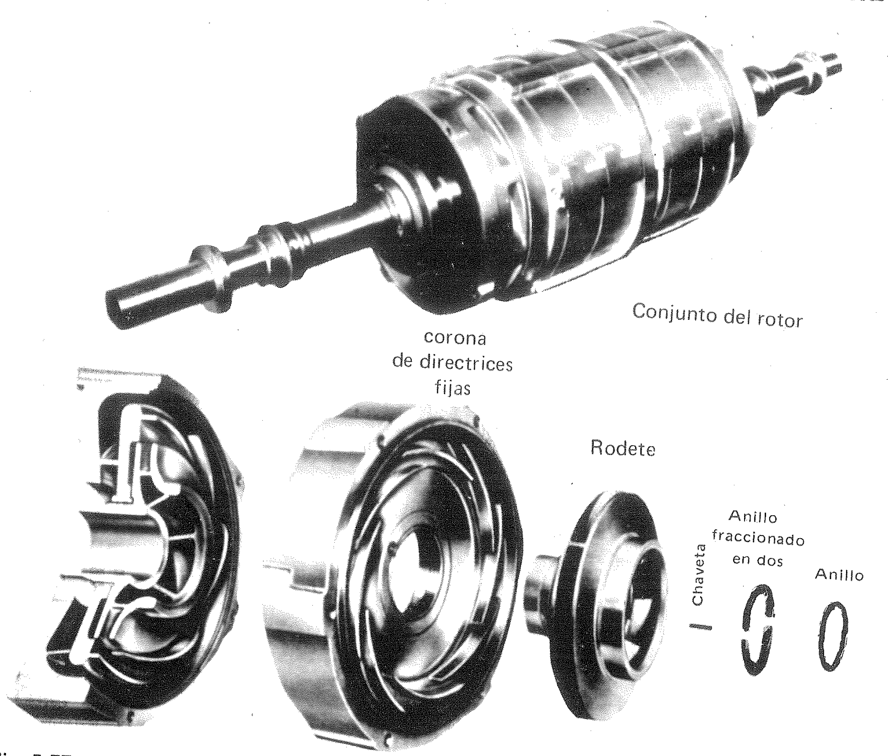


Fig. 5-37.—Despiece del rotor de una B barril tipo CHTA de la firma Ingersoll-Rand, USA, de doble carcasa para alimentación de calderas. Se ofrece en caudales de 1100-38000 l/min y alturas de 840 a 4500 m.

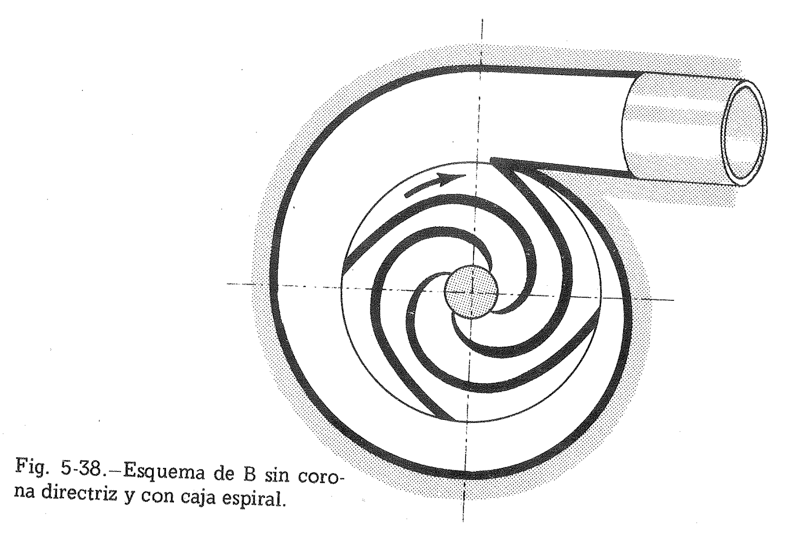


Fig. 5-38.—Esquema de B sin corona directriz y con caja espiral.

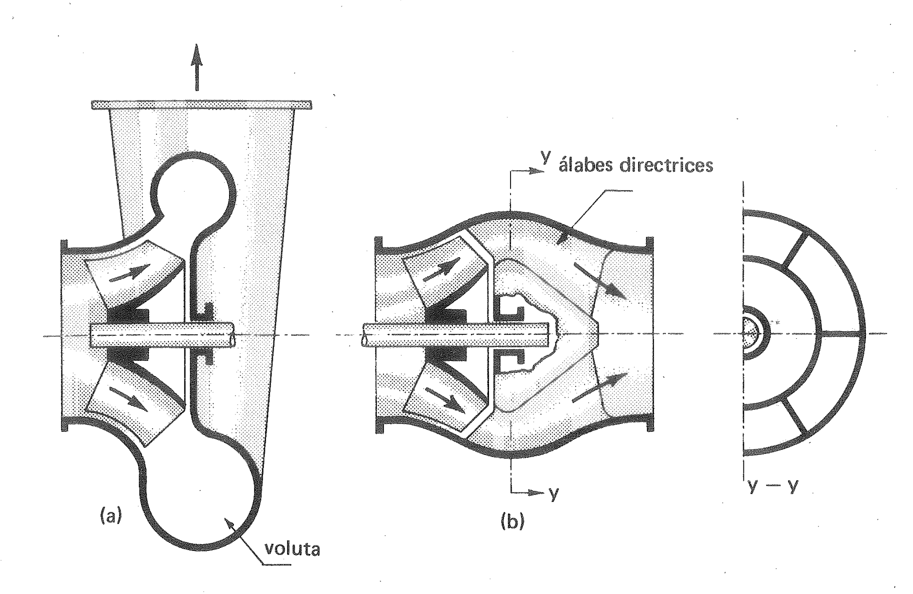


Fig. 5-39.—*Difusor*: a) de una B helicoidal; b) de una B tipo Francis.

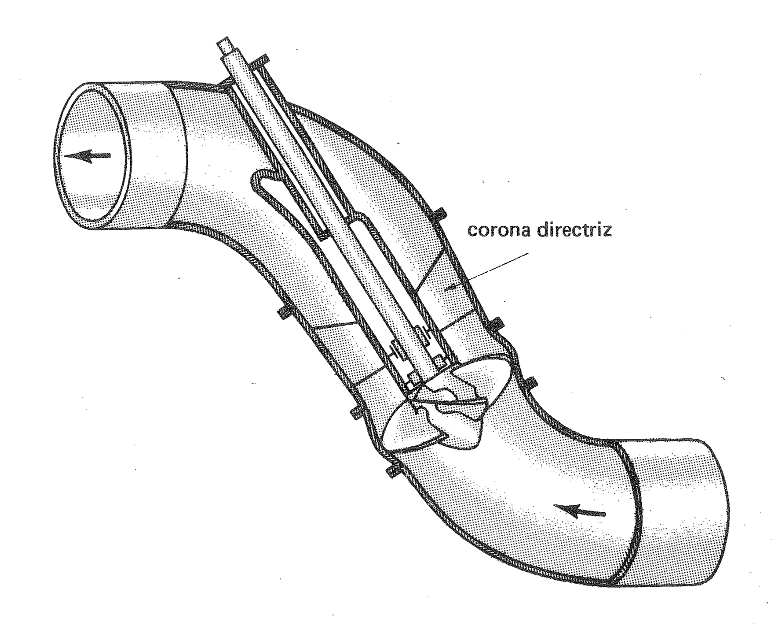


Fig. 5-40'- Esquema de B axial con corona directriz fija.

En las B de múltiples escalonamientos a cada rotor sigue un difusor; al conjunto de un rodete y el difusor siguiente se denomina escalonamiento. El diseño del canal conductor del líquido desde la salida de un rodete a la entrada del siguiente es delicado por ser curvo, compacto y con efecto de difusión. Por eso las B de múltiples escalonamientos tienen menor rendimiento que las de un escalonamiento, con la misma forma de rotor, a consecuencia de las pérdidas que se producen en el mencionado conducto. No obstante, el proyectista muchas veces utilizando un número de escalonamientos adecuado puede conseguir una B más eficiente que otra de un solo escalonamiento que, girando a la misma velocidad, suministre la misma altura e impulse el mismo caudal.

En las Figs. 5-41 a 5-45 pueden verse los tipos más corrientes de fijación de las B en sus bancadas.

Los fabricantes de B tienden a la estandarización de las piezas, haciendo que el mayor número de piezas dentro de una misma serie de B sea intercambiable, a fin de minimizar el almacenaje tanto en el fabricante como en el cliente.

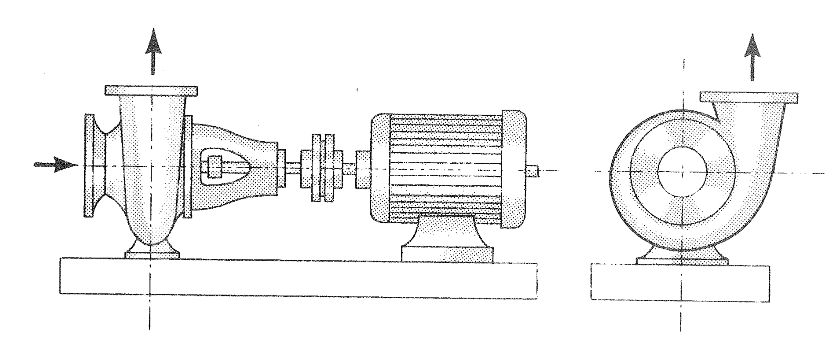


Fig. 5-41.—B y motor fijados por separado sobre la bancada.

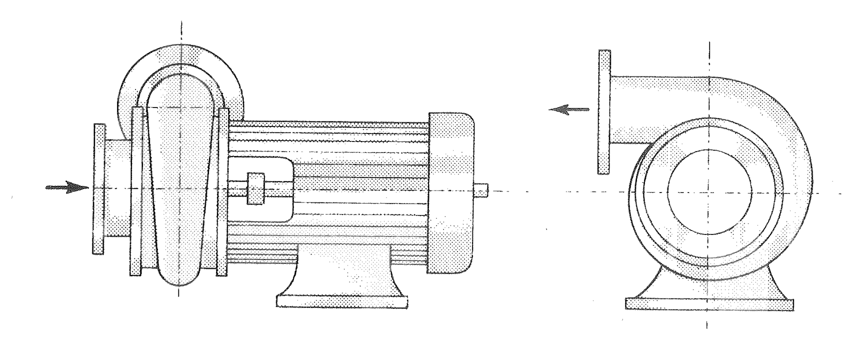


Fig. 5-42.—B y motor en voladizo.

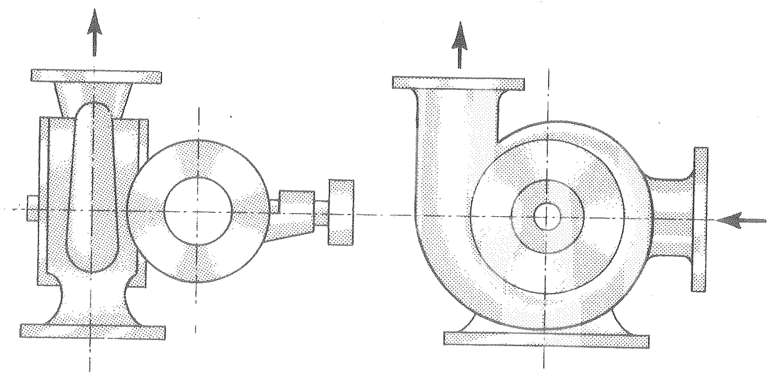


Fig. 5-43.—B fija en la fundación y motor en voladizo.

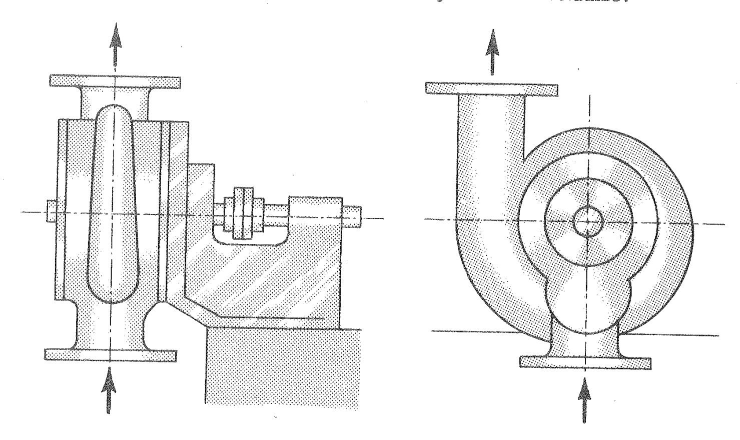


Fig. 5-44.—B soportada en sus cojinetes y cuerpo de B en voladizo.

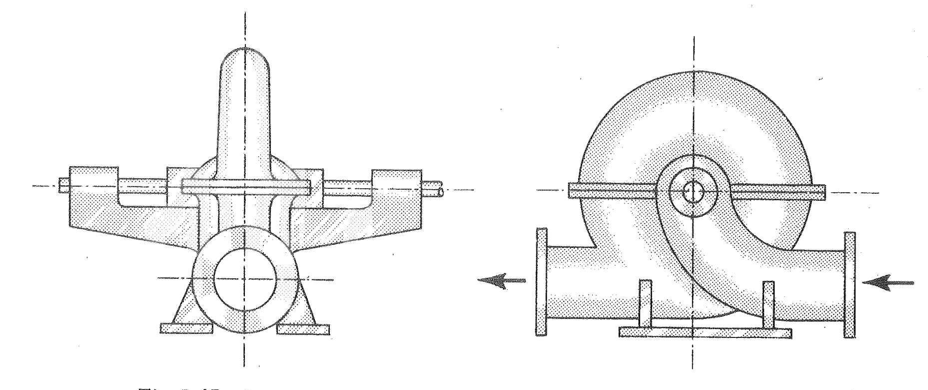


Fig. 5-45.—B soportada por dos cojinetes situados a ambas partes del rotor.

A título de ejemplo, en el gráfico de la Fig. 5-46. se ha hecho esto en las B para pastas de papel de la fábrica alemana Gentil.

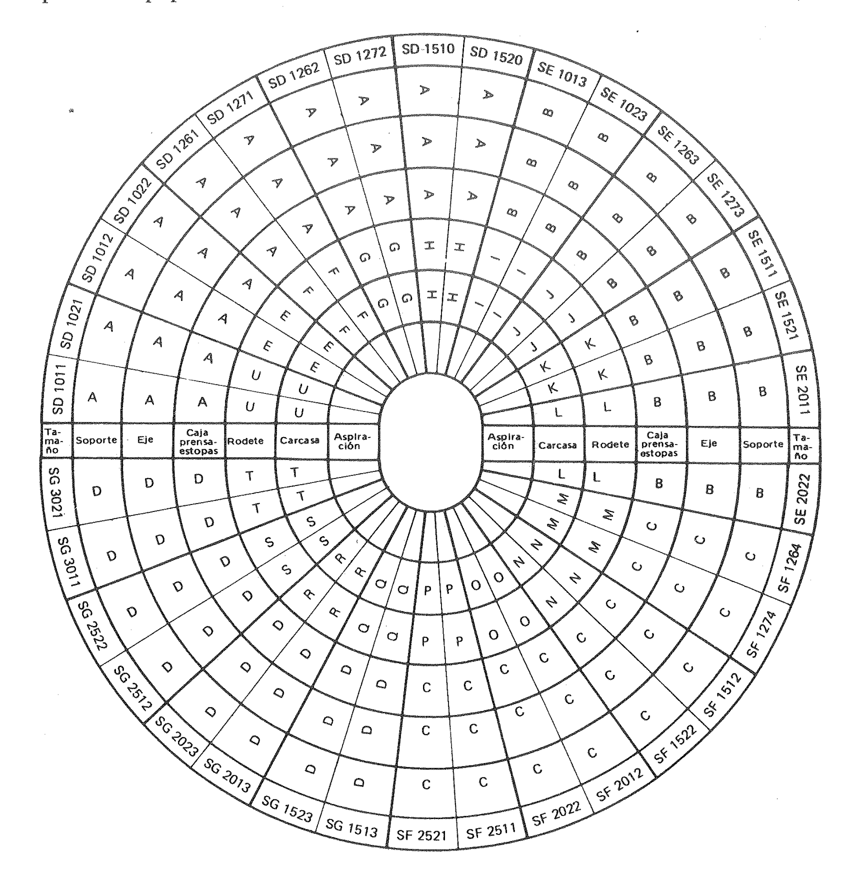


Fig. 5-46.–*Estandarización* de piezas en las *B para pastas de papel* tipo S de la firma A. Gentil, Alemania. La estandarización permite reducir el stock de piezas a un mínimo. Se construyen de fundición, de fundición ebonitada, bronce antiácido, aceros inoxidables al Cr-Ni-Mo, etc... Las piezas designadas con la misma letra son intercambiables (Así por ejemplo son intercambiables los ejes de las B SG1513 a SG3021 designados con la letra D).

5.5. Necesidad de cebado de las B rotodinámicas. Dispositivos de cebado. B rotodinámicas autoaspirantes

Funcionamiento de una B rotodinámica

a) El funcionamiento de una B rotodinámica, al menos por un corto período de tiempo, con la válvula de impulsión totalmente cerrada no presenta peligro alguno.

b) Por lo que respecta al arranque de la B, de las curvas características de la Fig. 5-47 (véase la Sec. 18.4) se deduce: las B radiales (curva 4) convendrá arrancarlas con la válvula de impulsión cerrada, porque la potencia absorbida es mínima para $Q = 0$; por el contrario las B axiales (curva 1) convendrá arrancarlas con la válvula abierta. Las B diagonales, según los casos, con la válvula cerrada (curva 2) o abierta (curva 3).

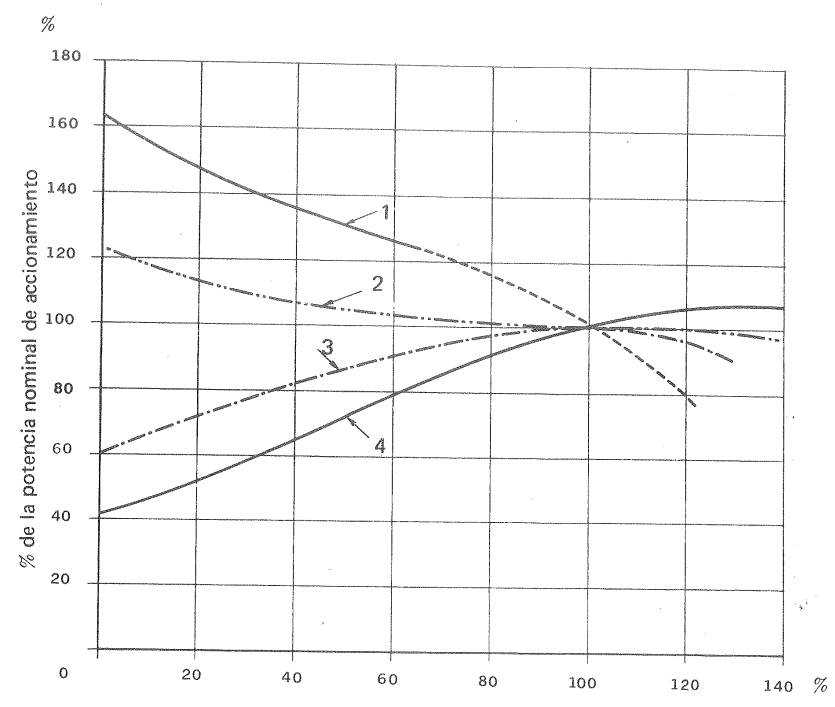


Fig. 5-47.–Curva de potencia en función de caudal en % del caudal nominal de los valores nominales: curva 1: B axial; curva 2: B diagonal; curva 3: B tipo Francis; curva 4: B radial (un escalonamiento).

c) Por lo que respecta a la parada de la B, es conveniente volver la válvula de impulsión a la misma posición del arranque, donde la potencia del accionamiento es mínima, y la sobrepresión en la tubería (golpe de ariete) se reduce al mínimo.

d) La B no debe funcionar sin los cojinetes suficientemente lubricados, y sin que la empaquetadura esté convenientemente ajustada, generalmente con una pequeña pérdida para su refrigeración, y sin que fluya agua de la empaquetadura de la aspiración para impedir que entre aire, lo que sería fatal en el funcionamiento de la B.

Las B rotodinámicas no son autoaspirantes

Para fijar ideas concretaremos al caso particular de la puesta en marcha de la B

de agua de la Fig. 5-48, que supondremos suministra una altura de 150 m.

La energía suministrada por una B rotodinámica se expresa así, teniendo en cuenta las Ecs. (3-9), (4-6) y (4-23):

$$Y = \eta_h \, e_z \, (u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u}) \qquad (5\text{-}1)$$

y, prescindiendo para simplificar de la influencia que el fluído bombeado tiene sobre η_h, la Ec. (5-1) demuestra que la energía específica suministrada por una B es independiente del fluído bombeado. Sólo depende, según la Ec. (5-1), de la forma del rodete y de la velocidad del mismo. En particular, un rodete funcionando a la misma velocidad suministra la misma energía específica al aire y al agua. Al iniciarse el funcionamiento la BH funciona como un V, porque está llena de aire. Utilicemos los subíndices: ai: aire; ag: agua; y hagamos $\rho_{ai} = 1{,}29 \frac{kg}{m^3}$ (densidad normal).

Se tendrá:

$$Y = gH = 9{,}81 \cdot 150 = 1471{,}5 \frac{m^2}{S^2}$$

Funcionando la bomba con aire:

$$Y_{ai} = 1471{,}5 = \frac{\Delta p_{ai}}{\rho_{ai}} = \frac{\Delta p_{ai}}{1{,}29}$$

$$\Delta p_{ai} = 1471{,}5 \cdot 1{,}29 \simeq 1898 \frac{N}{m^2} = 193 \frac{kp}{m^2} = 0{,}193 \text{ m c.a.}$$

de lo cual se deduce, como se desprende del esquema de la Fig. 5-48, en el que no se han tenido en cuenta las pérdidas, lo cual, sin embargo, no invalida nuestro razonamiento, que la B sólo podrá elevar el agua hasta una altura menor de 20 cm. en la tubería de aspiración. *Las B rotodinámicas no son autoaspirantes.*

Por el contrario, si la B está llena de agua:

$$Y_{ag} = Y_{ai} = g\,H_{ai} = 1471{,}5 \frac{m^2}{seg^2}$$

$$\Delta p_{ag} = \rho_{ag}\, Y_{ag} = 1471{,}5 \cdot 10^3 \frac{N}{m^2} = 150 \cdot 10^3 \frac{kp}{m^2} = 150 \text{ m c.a.}$$

Luego la B podrá elevar el agua desde el depósito inferior, cebar la B e impulsar hasta una altura de 150 m (sin tener en cuenta las pérdidas). *Las B rotodinámicas necesitan ser cebadas.*

En virtud de lo dicho relacionado con las *B de desplazamiento positivo son autoaspirantes,* porque la altura suministrada y por tanto la presión pueden crecer indefinidamente.

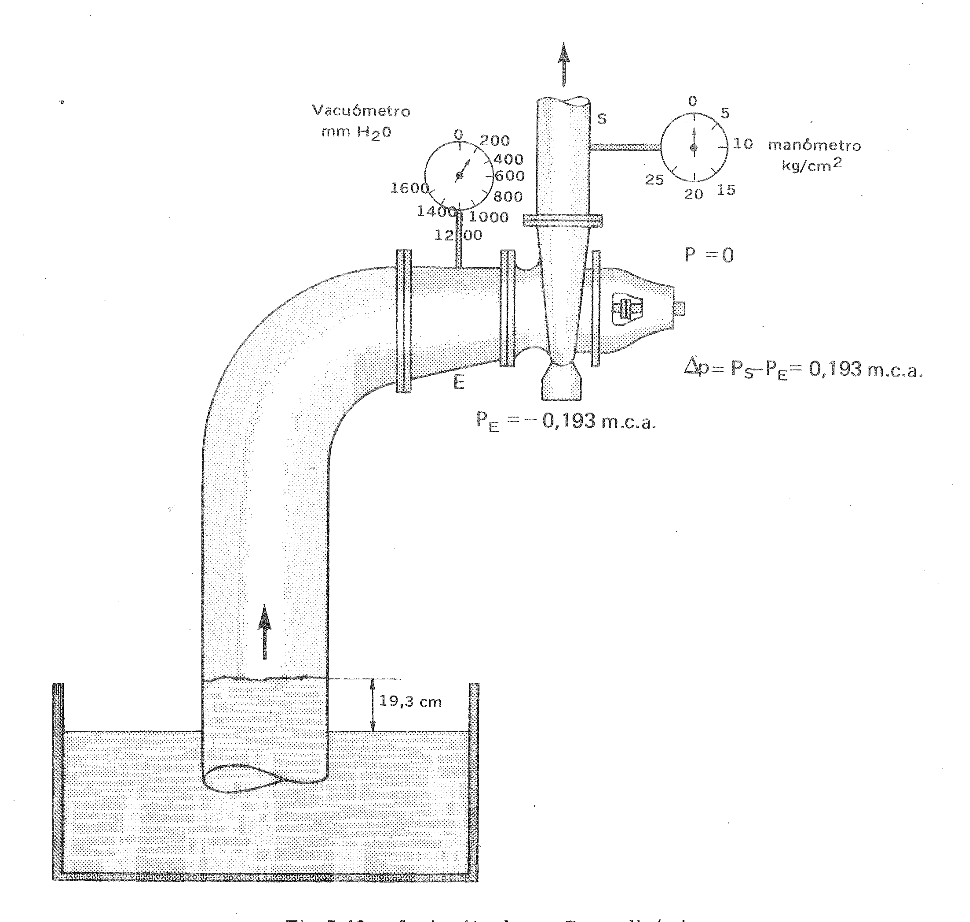


Fig. 5-48.—Aspiración de una B rotodinámica.

Procedimientos de cebado

El cebado consiste en llenar de agua la tubería de aspiración y el cuerpo de la B, para lo cual el aire debe poder escapar al exterior. Antes de arrancar la B ésta ha de estar completamente llena de líquido, a fin de no dañar las partes de la bomba que dependen de líquido para su lubricación como son los anillos de desgaste, etc.

La Fig. 5-49 presenta 6 esquemas para el cebado de la B:

Esquema a. Sólo aplicable cuando la B trabaja *en carga* (presión a la entrada de la B superior a la atmosférica). Basta abrir la válvula de aspiración para que se cebe la B, abriendo simultáneamente la llavecita de purga para que salga el aire.

Esquema b. En la tubería de impulsión, provista de una válvula de retención para que la tubería quede siempre llena de líquido, se dispone un by-pass por el

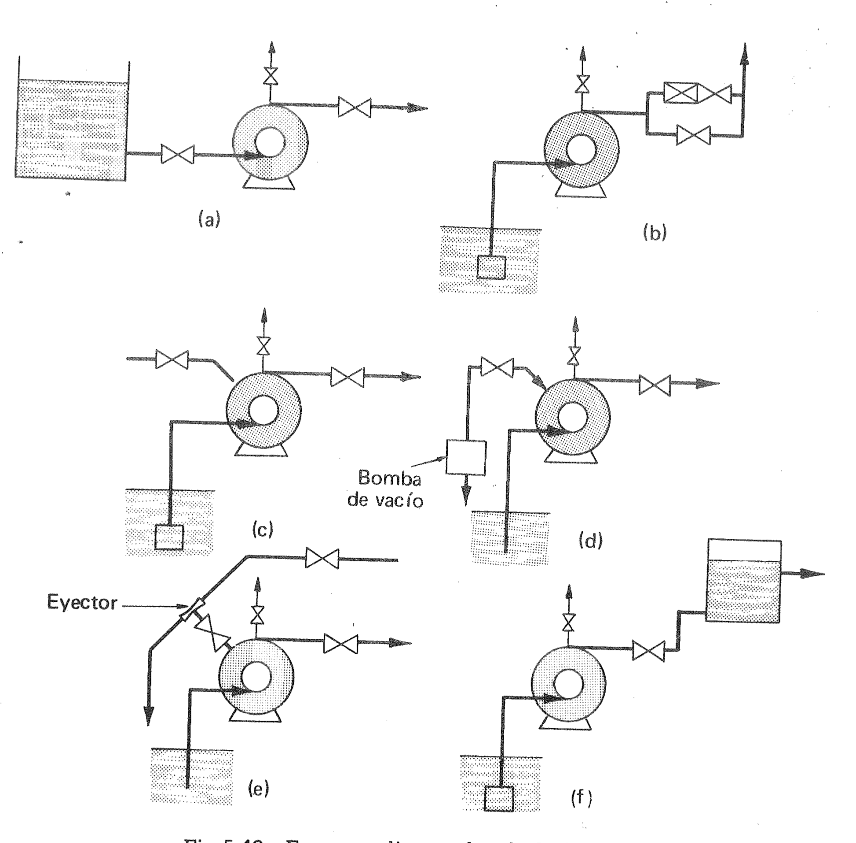


Fig. 5-49.—Esquemas diversos de cebado de una B.

que el líquido pasa de la tubería de impulsión a cebar la bomba. Para que la B pueda cebarse a la entrada de la tubería de aspiración deberá instalarse una válvula de pie, que puede ser para las B pequeñas de una sola hoja, para las B medianas de dos hojas, y para las B grandes del tipo de disco con resortes detrás de cada disco.

Esquema c. La válvula de pie mantiene la B cebada desde la parada hasta el arranque siguiente; una pequeña tubería auxiliar repone las pérdidas de líquido, o sirve para cebar la B, cuando la válvula de pie no es totalmente hermética.

Esquema d. Cebado por bomba de vacío, alternativa o rotativa; éstas pueden ser húmedas y secas; en este último caso hay que vigilar para que no entre agua en la bomba al hacer el cebado. Este esquema no necesita válvula de pie (elimina las pérdidas en la misma), lo cual es ventajoso para evitar la cavitación (véase la Sec. 23.4) y se presta fácilmente al automatismo.

Esquema e. Cebado por eyector. Se dispone un eyector de aire o vapor, como el de la Fig. 5-50, en el punto más elevado de la carcasa de la B; éste es el método apropiado cuando se dispone de vapor de agua a presión o de aire. Para expulsar el aire es menester disponer de una válvula hermética a la salida de la B. Cuando por la tubería de escape del eyector sale agua, entonces la B puede ponerse en marcha. Este tipo de cebado no exige tampoco la válvula de pie.

Esquema f. Se intercala en la tubería de impulsión un depósito que retiene el líquido necesario para el cebado de la B.

B autoaspirantes.

Las B rotodinámicas por sí solas no son autoaspirantes; pero se pueden transformar convenientemente para que lo sean. El procedimiento fundamentalmente consiste en incorporar un rodete giratorio de desplazamiento positivo.

B autoaspirantes es aquélla que al girar realiza el cebado automáticamente, es decir, primero vacía la tubería de aspiración de aire y después llena la carcasa de líquido y empieza a bombear.

Existen muchos tipos de B autoaspirantes, siendo las más importantes las que incorporan una *bomba de aire de anillo líquido,* que trabaja en paralelo con la B principal. La bomba de aire de anillo líquido tiene dos ventajas: a) capacidad de producir un alto vacío, siendo esta capacidad dependiente del tamaño y de la velocidad; b) capacidad de bombear mezcla de aire y líquido o líquido sólo.

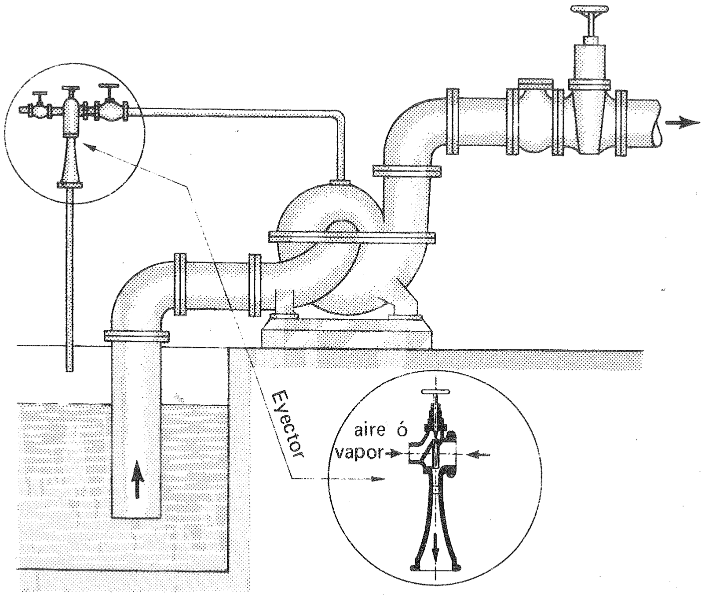


Fig. 5-50.—Cebado de una B mediante un eyector (véase también Fig. 5-49,e).

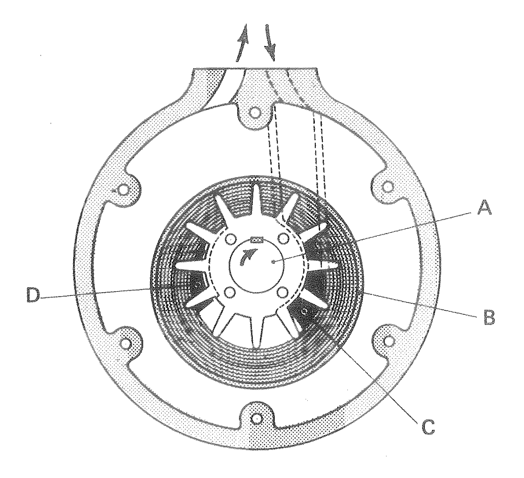


Fig. 5-51.–*B de anillo líquido* autoaspirante de la firma Lee, Howl and Co., Inglaterra.

La Fig. 5-51 representa la bomba de anillo líquido construída por la firma inglesa Lee, Howl and Co., Ltd, que dicha firma incorpora a sus B de múltiples escalonamientos. Un rodete A con paletas radiales gira en una carcasa circular B excéntricamente. El aire entra en la carcasa por la lumbrera de entrada C, y es impulsado al exterior por las paletas, descargando en la lumbrera de salida D. El anillo de agua exterior mantenido por la fuerza centrífuga gira en la carcasa, como se muestra en la figura, impidiendo las fugas, de manera que puede dejarse un juego entre el rodete y la carcasa.

Otros tipos de B autoaspirantes llevan la bomba de anillo líquido en carcasa distinta de la B principal y trabaja en paralelo con ésta. La B necesita una carga de agua para formar el anillo y empezar a funcionar. Por eso la bomba de vacío se monta de ordinario en el lado de la cámara de aspiración, que sirve igualmente de recipiente de agua. El cebado de la B debe ser rápido para evitar el recalentamiento. En algunos casos la bomba de vacío sigue trabajando en paralelo con la B principal, después del cebado de ésta, bombeando líquido en vez de aire. Las B

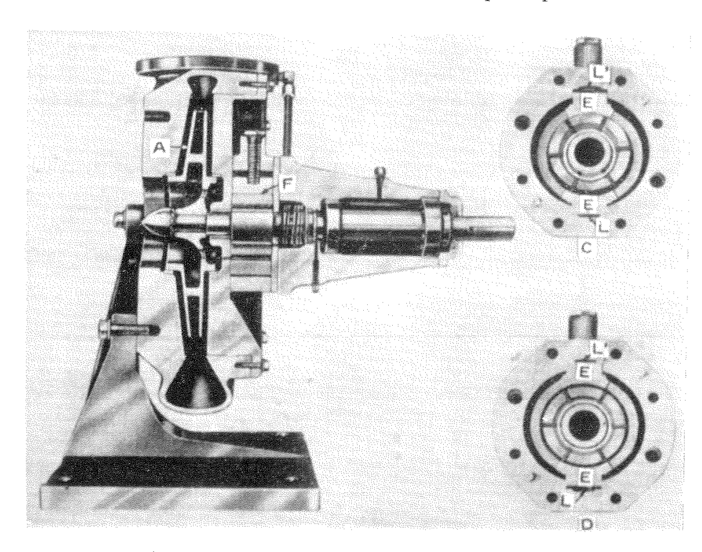


Fig. 5-52.–*B autoaspirante* dotada de un rodete autoaspirante de paletas deslizantes.

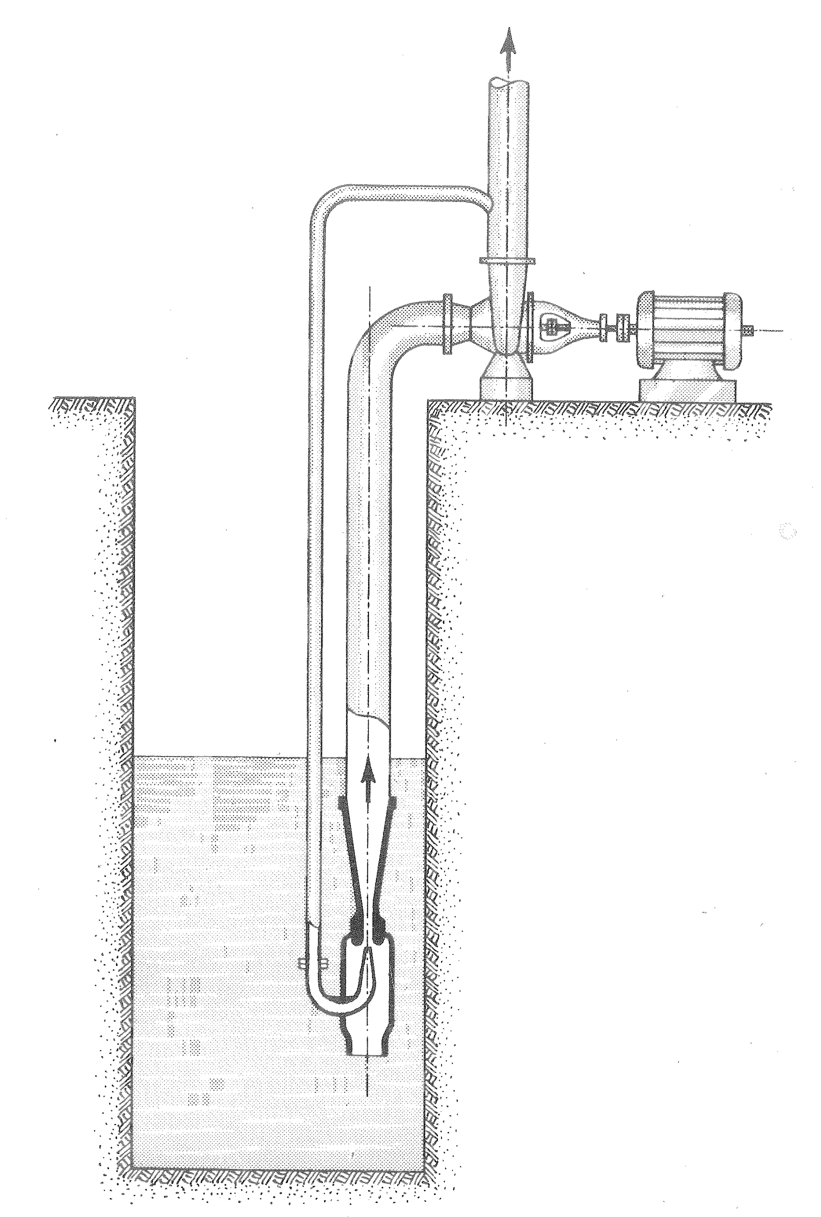


Fig. 5-53.–*Aspirador de pozo profundo* instalado en una B centrífuga.

autoaspirantes son más caras que las normales y presentan un rendimiento más bajo (1).

La B autoaspirante de la Fig. 5-52, es una B centrífuga con un rodete de cebado de desplazamiento positivo F del tipo de apletas deslizantes, incorporado en la misma carcasa. Los bloques deslizantes E encajan en la carcasa de la bomba. En el espacio L (parte inferior), está conectada la descarga y en el espacio L′ (parte superior) la aspiración. En la carcasa existe un anillo interior del cual estos bloques E forman parte, el cual es como un émbolo que puede deslizar dentro de la carcasa misma de la bomba. Cuando la B centrífuga no está cebada la presión de descarga es baja, de manera que un resorte hace bajar los bloques deslizantes con lo cual el rotor de la B queda excéntrico, y ésta entra en funcionamiento. Cuando la B centrífuga ya está cebada la presión de descarga en la parte inferior L aumenta, con lo que se vence la presión del resorte anterior, y el rotor queda casi concéntrico con el anillo interior, y el desplazamiento de la bomba auxiliar es nulo.

Como complemento a lo expuesto diremos que las B rotodinámicas, incluso las autoaspirantes, tienen una altura práctica de aspiración generalmente inferior a los 8 m, y teóricamente nunca superior a los 10 m (véase la Sec. 23.4); sin embargo, puede conseguirse que una B aspire a 40 metros y aún más, utilizando un aspirador de profundidad, según el esquema de la Fig. 5-53; en él una parte del caudal de la bomba es conducido a presión a través de una tobera, de diseño adecuado, saliendo el chorro de la misma a gran velocidad y creándose un vacío a consecuencia del aumento de energía cinética (tubo de Venturi). El agua sube del pozo, y se mezcla con el chorro de *agua motriz*, transformándose a continuación la energía dinámica en presión (altura estática).

Problema 1.

Una B está funcionando de manera que un vacuómetro conectado a la entrada de la misma marca una presión relativa de —4m c.a. e impulsa un caudal de agua de 270 m³/h a un depósito, cuyo nivel está situado 25 m por encima del pozo de aspiración.

La red consta de los siguientes elementos en serie:

- *6 m de tubería de aspiración de 300 m de diámetro;*
- *80 m de tubería de impulsión de 250 mm de diámetro;*
- *la tubería de aspiración tiene válvula de pie y alcachofa (coeficiente global $\zeta = 2,7$) y un codo;*
- *la tubería de impulsión tiene válvula de compuerta abierta ($\zeta = 0,2$) y dos codos.*

Para cada codo se estima un coeficiente de pérdida secundaria igual a 0,4 y para toda la tubería un coeficiente de pérdida primaria de 0,022. En estas condiciones de funcionamiento la B absorbe una potencia de 27,6 kW.

(1) Otros tipos de B autoaspirantes pueden verse en F.A. KRISTAL AND F.A. ANNETT, *Pumps, types, selection, installation, operation and maintenance*, Cap. XII, págs. 267-292, McGraw-Hill, New York, 1953.

Calcular:

a) lectura del manómetro situado a la salida de la B;
b) rendimiento total.

a) *Lectura del manómetro*

$$Q = \frac{270}{3600} = 0,075 \ m^3/s$$

Llamando V_E y V_S a las velocidades medias en las tuberías de aspiración e impulsión respectivamente, se tendrá:

$$V_E = \frac{4Q}{\pi d_a^2} = \frac{4 \cdot 0,075}{\pi \cdot 0,3^2} = 1,061 \ m/s \qquad \frac{V_E^2}{2g} = 0,05738 \ m$$

$$V_S = \frac{4 \cdot 0,075}{\pi \cdot 0,250^2} = 1,528 \ m/s \qquad \frac{V_S^2}{2g} = 0,1190 \ m$$

Aplicando las Ecs. (4-17), (2-77) y (2-83), y teniendo en cuenta la nota 1 de la Pág. 195 se tendrá:

$$H = 25 + \left(2,7 + 0,4 + \frac{0,022 \cdot 6}{0,3}\right) 0,05738 +$$

$$+ \left(0,2 + 2 \cdot 0,4 + 0,022 \cdot \frac{80}{0,250} + 1\right) 0,1190 = 26,28 \ m$$

Aplicando la ecuación de Bernoulli entre las bridas de entrada y salida, secciones E y S, y despreciando la diferencia de cotas (si existe) entre ambas, se tendrá:

$$\frac{p_E}{\rho \cdot g} + \frac{V_E^2}{2g} + H = \frac{p_S}{\rho \cdot g} + \frac{V_S^2}{2g}$$

$$\frac{p_S}{\rho \cdot g} = \frac{p_E}{\rho \cdot g} + \frac{V_E^2}{2g} + H - \frac{V_S^2}{2g} = -4 + 0,05738 + 26,28 - 0,1190 = 22,22 \ m$$

b) *Rendimiento*

La potencia útil que suministra la B en las condiciones de funcionamiento del problema es:

$$P = Q \rho g H = 0,075 \cdot 1000 \cdot 9,81 \cdot 26,28 = 19,34 \cdot 10^3 \ W = 19,34 \ kW$$

luego el rendimiento total con que está funcionando la B será:

$$\eta_{tot} = \frac{P}{P_a} = \frac{19,34}{27,6} \cdot 100 = 70,07 \%$$

Problema 2.

Una B radial centrífuga de eje vertical debe proporcionar un caudal de 180 l/s, a una altura efectiva de 30 m, girando a 970 rpm. El ángulo β_2 de los álabes a la salida del rodete es de 40° y la corriente entra radialmente en los álabes. La velocidad del flujo es constante tanto en las tuberías de aspiración e impulsión como a través del rodete, e igual a 2 m/s. No se considera el efecto de disminución de trabajo por número finito de álabes, ni se tiene en cuenta la obstrucción del flujo debida al espesor de los mismos. La B consta de boca de admisión, rodete y caja espiral. Las pérdidas en la boca de admisión pueden despreciarse, el rendimiento hidráulico del rodete se estima en un 85% y el rendimiento volumétrico de la B en un 95%. Se consideran dos casos: caso a) caja espiral ineficiente (rendimiento 10%); caso b) caja espiral más eficiente (rendimiento 50%).

Calcular:

a) diámetro que debe tener el rodete en el primer caso;

b) idem en el segundo;

c) ancho del rodete a la salida en el segundo caso.

$$H_{u\infty} = \frac{u_2 c_{2u}}{g}; \qquad u_2 = \pi\, d_2\, n = 50{,}7892\, d_2$$

y observando la figura

$$c_{2u} = 50{,}7892\, d_2 - \frac{2}{\text{tg}\, 40^\circ} = 50{,}7892\, d_2 - 2{,}38350$$

$$H_{u\infty} = 262{,}95033\, d_2^2 - 12{,}3400\, d_2$$

La altura dinámica del rodete será:

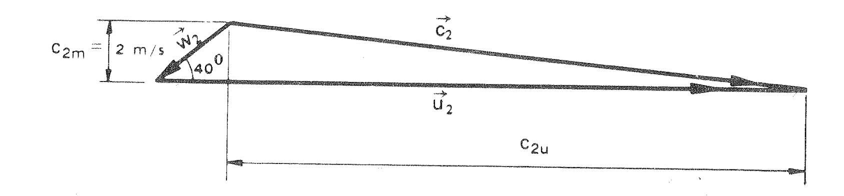
$$H_{d\infty} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} = \frac{c_{2u}^2}{2g} = 131{,}4752\, d_2^2 - 12{,}3400\, d_2 + 0{,}2896$$

La altura de presión teórica será:

$$H_{p\infty} = H_{u\infty} - H_{d\infty} = 131{,}4752\, d_2^2 - 0{,}2896$$

y la altura de presión útil que debe dar el rodete será:

$$H_{pR} = 0{,}85\,(H_{u\infty} - H_{d\infty}) = 111{,}7538\, d_2^2 - 0{,}2462$$



La altura de presión que debe dar la B es igual en nuestro caso a la altura efectiva, o sea:

$$H_{pB} = 30 \text{ m}$$

La altura de presión teórica recuperable en la caja espiral será:

$$\frac{c_2^2 - c_S^2}{2g} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} = H_{d\infty}$$

donde c_S – velocidad del líquido en la brida de salida; en nuestro caso $c_S = c_1 = 2$ m/s.

a) *Diámetro en el primer caso*

$$H_{pc1} = 0{,}10\, H_{d\infty} = 13{,}14752\, d_2^2 - 1{,}234\, d_2 + 0{,}02896$$

Tendremos en este primer caso:

$$H_{pB} = H_{pR1} + H_{pc1}$$

$$30 = 111{,}7538\, d_2^2 - 0{,}2462 + 13{,}14752\, d_2^2 - 1{,}234\, d_2 + 0{,}02896$$

$$124\, d_2^2 - 1{,}234\, d_2 - 30{,}2172 = 0$$

$$d_2 = 0{,}4968 \text{ m}$$

b) *Diámetro en el segundo caso*

$$H_{pc2} = 0{,}50\, H_{d\infty} = 65{,}7376\, d_2^2 - 6{,}17\, d_2 + 0{,}1448$$

$$30 = 111{,}7538\, d_2^2 - 0{,}2462 + 65{,}7376\, d_2^2 - 6{,}17\, d_2 + 0{,}1448$$

$$177{,}4914\, d_2^2 - 6{,}17\, d_2 - 30{,}1014 = 0$$

$$d_2 = 0{,}4296 \text{ m}$$

c) *Ancho del rodete a la salida en el 2.° caso*

El caudal que circula por el rodete es:

$$\frac{Q}{\eta_v} = \pi\, b_2\, d_2\, c_{2m}$$

$$b_2 = \frac{0{,}180}{0{,}95\, \pi \cdot 0{,}4296 \cdot 2} = 0{,}0702 \text{ m}$$

$$b_2 = 70{,}2 \text{ mm}$$

Problema 3.

Una bomba centrífuga de agua tiene las siguientes características: diámetro exterior del rodete, 300 mm; área útil a la salida del rodete para el flujo, 1080 cm²; ángulo $\beta_2 = 35°$. El diámetro de la tubería de aspiración es 300 mm y el de la tubería de impulsión 225 mm. Los manómetros conectados en la tubería de aspiración e impulsión a la entrada y salida de la B, ambos a 1,5 m de altura sobre el pozo de aspiración, marcan presiones de 4 m y 18 m por debajo y por encima de la presión atmosférica respectivamente. La B proporciona entonces un caudal de 190 l/s y gira a 1200 rpm. La potencia en el eje es 70 kW. La entrada en los álabes es radial. Se pueden suponer iguales los rendimientos hidráulicos y manométricos y el rendimiento volumétrico igual a 1. Las pérdidas por rozamiento de disco se incluirán en el rendimiento mecánico.

Calcular:

a) el rendimiento total;
b) el rendimiento mecánico;
c) la potencia interna;
d) la potencia útil.

a) *Rendimiento total*

$$\eta_{tot} = \frac{P}{P_a} \qquad P = Q\,\rho g H \cdot 10^{-3} \text{ kW}$$

$$H = \frac{p_S - p_E}{\rho g} + \frac{V_S^2 - V_E^2}{2g}$$

$$\frac{V_S^2}{2g} = \frac{16 \cdot Q^2}{2 \cdot 9{,}81 \cdot \pi^2\, d_S^4}$$

$$\frac{V_S^2}{2g} = \frac{16 \cdot 0{,}190^2}{2 \cdot 9{,}81\, \pi^2 \cdot 0{,}225^4} = 1{,}164 \text{ m}$$

$$\frac{V_E^2}{2g} = \frac{16 \cdot 0{,}190^2}{2 \cdot 9{,}81\, \pi^2 \cdot 0{,}300^4} = 0{,}3683 \text{ m}$$

$$H = 18 + 4 + 1{,}164 - 0{,}3683 = 22{,}80 \text{ m}$$

$$P = 0{,}190 \cdot 10^3 \cdot 9{,}81 \cdot 22{,}80 \cdot 10^{-3} = 42{,}50 \text{ kW}$$

$$\eta_{tot} = \frac{42{,}50}{70} \cdot 100 = 60{,}71\ \%$$

b) *Rendimiento mecánico*

De la Ec. (4-34)

$$\eta_m = \frac{\eta_{tot}}{\eta_h}$$ ya que $\eta_v = 1$ y el η_m se supone incluye las pérdidas por rozamiento de disco.

$$\eta_h = \frac{H}{H_{u\infty}} \quad \text{ya que} \quad \eta_{man} = \eta_h$$

$$H_{u\infty} = \frac{u_2 c_{2u}}{g} \qquad u_2 = \pi\, d_2\, n = \frac{\pi \cdot 0{,}30 \cdot 1200}{60} = 18{,}85 \text{ m/s}$$

de acuerdo con la figura.

$$c_{2u} = u_2 - \frac{c_{2m}}{\operatorname{tg} \beta_2}$$

$$c_{2m} = \frac{Q}{A_2} = \frac{0{,}190}{0{,}1080} = 1{,}759 \text{ m/s}$$

$$c_{2u} = 18{,}85 - \frac{1{,}759}{\operatorname{tg} 35°} = 15{,}98 \text{ m/s}$$

$$H_{u\infty} = \frac{18{,}85 \cdot 15{,}98}{9{,}81} = 30{,}76 \text{ m}$$

$$\eta_h = \frac{22{,}80}{30{,}76} \cdot 100 = 74{,}12\%$$

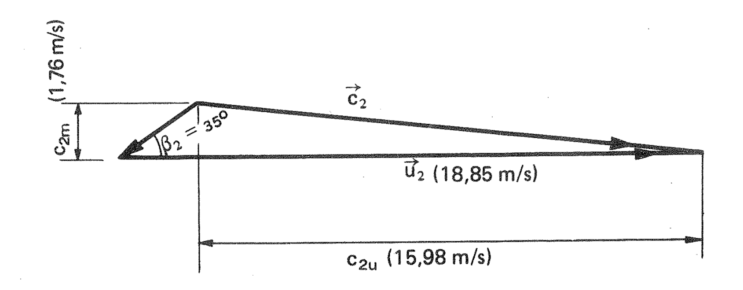
$$\eta_m = \frac{0{,}6071}{0{,}7412} \cdot 100 = 81{,}91\%$$

c) *Potencia interna*

$$P_i = P_a\, \eta_m = 70 \cdot 0{,}8191 = 57{,}34 \text{ kW}$$

d) *Potencia útil*

$$P = P_a\, \eta_{tot} = 70 \cdot 0{,}6071 = 42{,}50 \text{ kW}$$



Problema 4.

Se instala una bomba centrífuga para elevar agua de manera que las bridas de aspiración e impulsión son horizontales y la de impulsión está medio metro más elevada que la de aspiración. Un vacuómetro de mercurio conectado a la aspiración marca una depresión de 300 mm, mientras que el manómetro de impulsión marca 19 m c.a. La tubería de aspiración es de 225 mm, y la de impulsión de 200 mm. El rodete tiene un diámetro exterior de 300 mm y un ancho a la salida de 25 mm; $\beta_2 = 22°$; n = 1320 rpm. En los cálculos se supondrán álabes afilados a la salida; rendimiento hidráulico = rendimiento manométrico = 80%; rendimiento volumétrico = 1; rendimiento mecánico = 0,85 (incluidas las pérdidas por rozamiento de disco) y entrada de la corriente en los álabes sin circulación.

Calcular:

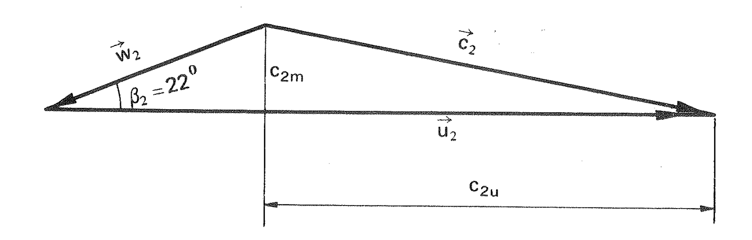
a) la altura de Euler;
b) la altura efectiva;
c) el caudal;
d) la potencia útil;
e) la potencia de accionamiento.

a) *Altura de Euler*

Según se deduce del triángulo de velocidades de la Fig. 1:

$$c_{2u} = 20,73 - \frac{2,7}{0,4040} = 14,05 \text{ m/s}$$

$$H_{u\infty} = \frac{20,73 \cdot 14,05}{9,81} = 29,68 \text{ m}$$



Problema 4. Fig. 1.

b) *Altura efectiva*

$$H = 0,8 \cdot 29,70 = 23,76 \text{ m}$$

c) *Caudal*

$$Q = \pi \cdot 0,300 \cdot 0,025 \cdot 2,7 = 0,06362 \text{ m}^3/\text{s}$$

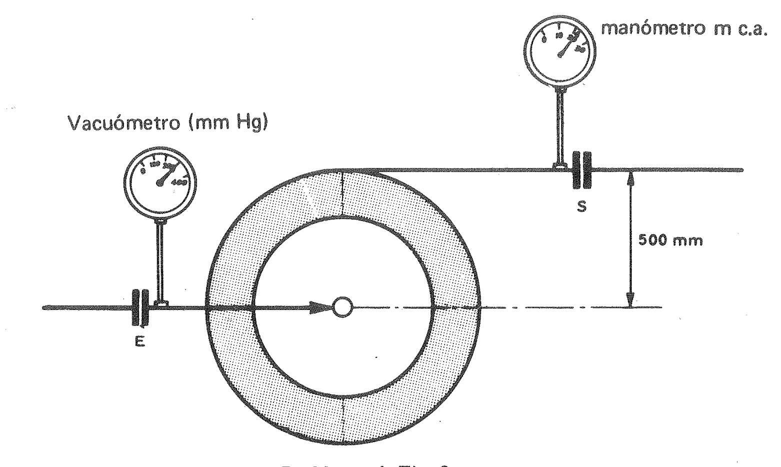
d) *Potencia útil*

$$P = Q \rho g H \cdot 10^{-3} = 0,06362 \cdot 9,81 \cdot 23,76 = 14,83 \text{ kW}$$

c) *Potencia de accionamiento*

$$P_a = \frac{P}{\eta_m} = \frac{14,83}{0,85} = 17,45 \text{ kW}$$

En la Fig. 2 puede verse un esquema de la instalación.



Problema 4. Fig. 2.

$$H_{u\infty} = \frac{u_2\, c_{2u}}{g}$$

$$u_2 = \pi\, d_2\, n = \frac{\pi \cdot 0,300 \cdot 1320}{60} = 20,73 \text{ m/s}$$

$$c_{2u} = u_2 - \frac{c_{2m}}{\text{tg}\, \beta_2} = 20,73 - \frac{c_{2m}}{0,4040}$$

$$H_{u\infty} = \frac{20,73}{9,81}\left(20,73 - \frac{c_{2m}}{0,4040}\right) = 43,81 - 5,231\, c_{2m}$$

Se tienen además las dos expresiones siguientes para la altura efectiva H:

$$H = \eta_{man}\, H_{u\infty} = 0,80\,(43,81 - 5,231\, c_{2m}) = 35,05 - 4,185\, c_{2m}$$

$$H = \frac{p_S - p_E}{\rho g} + z_S - z_E + \frac{V_S^2 - V_E^2}{2g} = 19 + 0,300 \cdot 13,6 + 0,5 + \frac{V_S^2 - V_E^2}{2g} = 23,58 + 0,05097\,(V_S^2 - V_E^2)$$

Igualando ambas expresiones se tiene:

$$11{,}47 - 4{,}185\, c_{2m} - 0{,}05097\, (V_S^2 - V_E^2) = 0 \qquad (3)$$

Por la ecuación de continuidad

$$Q = \pi\, b_2 d_2\, c_{2m} = \frac{\pi}{4} d_E^2 V_E = \frac{\pi}{4} d_S^2 V_S$$

y

$$V_E = \frac{4\, d_2 b_2}{d_E^2} c_{2m} = \frac{4 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}025}{0{,}225^2} c_{2m} = 0{,}5926\, c_{2m}$$

$$V_S = \frac{4\, d_2 b_2}{d_S^2} c_{2m} = \frac{4 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}025}{0{,}200^2} c_{2m} = 0{,}75\, c_{2m}$$

y llevando estos valores a la Ec. (3) se obtiene finalmente

$$c_{2m}^2 + 388{,}6\, c_{2m} - 1065 = 0$$

$$c_{2m} = 2{,}7 \text{ m/s}$$

Problema 5.

El rodete de una bomba centrífuga de agua, cuyo rendimiento volumétrico se supondrá igual a 1, y cuyo rendimiento mecánico se hará igual a 0,9 (en el cual se incluirán también las pérdidas por ventilación), gira a 1450 rpm, tiene un diámetro exterior de 250 mm y un área útil para el flujo a la salida de 150 cm². El ángulo $\beta_2 = 30°$. Diámetros de la tubería de aspiración 150 mm, y de la tubería de impulsión 125 mm. Lectura del vacuómetro = – 4 m c.a. Lectura del manómetro = 14 m c.a. Los orificios piezométricos de los manómetros están situados a la misma cota. Potencia de accionamiento 8 kW. Entrada en el rodete radial. La relación de las componentes circunferenciales de la velocidad absoluta a la salida del rodete con número finito e infinito de álabes respectivamente, es $c'_{2u}/c_{2u} = 0{,}8$. Despréciese el espesor de los álabes.

Calcular:

a) caudal de la B;
b) potencia interna de la B;
c) rendimiento hidráulico;
d) rendimiento manométrico;
e) coeficiente de disminución de trabajo;
f) grado de reacción teórico.

a) *Caudal de la B.*

$$P_a = \frac{Q \rho g H}{\eta_h \eta_m} \qquad Q = \frac{8 \cdot 0{,}9}{9{,}81} \cdot \frac{\eta_h}{H} = 0{,}7339 \frac{\eta_h}{H}$$

$$\eta_h = \frac{H}{H_u} \quad \text{pero} \quad \frac{H_u}{H_{u\infty}} = \frac{c'_{2u}}{c_{2u}} = 0{,}8 \quad \text{luego} \quad \eta_h = 1{,}25 \frac{H}{H_{u\infty}}$$

Y

$$Q = \frac{0{,}9174}{H_{u\infty}} \qquad (1)$$

Ahora bien

$$H_{u\infty} = \frac{u_2 c_{2u}}{g} \qquad u_2 = \frac{\pi \cdot 0{,}250 \cdot 1450}{60} = 18{,}98 \text{ m/s}$$

$$c_{2u} = u_2 - \frac{c_{2m}}{\operatorname{tg} \beta_2}$$

$$c_{2m} = \frac{1}{150 \cdot 10^{-4}} Q = 66{,}67\, Q$$

$$c_{2u} = 18{,}98 - 115{,}5\, Q$$

$$H_{u\infty} = 36{,}72 - 223{,}5\, Q \qquad (2)$$

Sustituyendo el valor de $H_{u\infty}$ de la Ec. (2) en la Ec. (1) se llega a la siguiente ecuación:

$$223{,}5\, Q^2 - 36{,}72\, Q + 0{,}9174 = 0$$

cuya solución es:

$$Q = 0{,}08215 \pm 0{,}051415$$

de donde:

$$Q_1 = 0{,}1336 \text{ m}^3/\text{s}$$
$$Q_2 = 0{,}03074 \text{ m}^3/\text{s}$$

(teóricamente son posibles dos caudales; físicamente el primer caudal, como veremos, exigiría un $\eta_h > 1$, lo cual es imposible).

b) *Potencia interna.*

$$P_i = P_a\, \eta_m = 8 \cdot 0{,}9 = 7{,}2 \text{ kW}$$

c) *Rendimiento hidráulico*

$$\eta_h = 1{,}25 \frac{H}{H_{u\infty}}$$

$$H = \frac{p_S - p_E}{\rho g} + \frac{V_S^2 - V_E^2}{2g}$$

$$\frac{V_S^2}{2g} = \frac{16\,Q^2}{2g\,\pi^2\,d_S^4} = 338{,}4\,Q^2$$

$$\frac{V_E^2}{2g} = \frac{16\,Q^2}{2g\,\pi^2\,d_E^4} = 163{,}2\,Q^2$$

$$H = 18 + 175{,}2\,Q^2$$

$$H_1 = 18 + 175{,}2 \cdot 0{,}1336^2 = 21{,}13\ \text{m}$$
$$H_2 = 18 + 175{,}2 \cdot 0{,}03074^2 = 18{,}17\ \text{m}$$

$$H_{u\infty 1} = 36{,}72 - 223{,}5 \cdot 0{,}1336 = 6{,}860\ \text{m}$$

$$H_{u\infty 2} = 36{,}72 - 223{,}5 \cdot 0{,}03074 = 29{,}86\ \text{m}$$

$$\eta_{h1} = \frac{1{,}25 \cdot 21{,}13}{6{,}860} \cdot 100 > 100 \qquad \text{físicamente imposible}$$

$$\eta_{h2} = \frac{1{,}25 \cdot 18{,}17}{29{,}86} \cdot 100 = 76{,}06\% = \eta_h$$

El único caudal posible es, pues, $Q = 0{,}03074\ m^3/s$

d) *Rendimiento manométrico*

$$\eta_{man} = 0{,}8\,\eta_h = 0{,}6206$$

e) *Coeficiente de disminución de trabajo*

$$e_z = \frac{c'_{2u}}{c_{2u}} = 0{,}8 < 1$$

f) *Grado de reacción teórico*

Según la Ec. (3-25)

$$\sigma_\infty = 1 - \frac{H_{d\infty}}{H_{u\infty}} = 1 - \frac{c_{2u}}{2u_2} = 1 - \frac{18{,}98 - 115{,}5 \cdot 0{,}03074}{2 \cdot 18{,}98} = 0{,}5935$$

Problema 6.

En una instalación de bombeo para elevación de agua la altura geodésica de impulsión es 30 m y la de aspiración 5 m. Las tuberías de aspiración e impulsión tienen un diámetro de 150 mm. Las pérdidas de carga en la tubería de aspiración ascienden a 2 m y a 6 m en la de impulsión (Estas pérdidas no incluyen las de entrada del agua en el depósito superior). El diámetro exterior del rodete tiene 390 mm y el ancho del mismo a la salida 25 mm. La bomba gira a 1200 rpm, y el ángulo $\beta_2 = 30°$. El rendimiento manométrico de la bomba que coincide con el hidráulico es 80%; el rendimiento total, 70% y el rendimiento volumétrico 95%. La entrada en los álabes es radial. Los álabes están afilados a la salida.

Calcular:

a) caudal de la bomba;
b) altura efectiva;
c) potencia de accionamiento;
d) presión a la entrada de la bomba en mm c.m.
e) presión a la salida de la bomba en m c.a.

a) *Caudal de la B*

Sea V_t – velocidad del agua en la tubería. Entonces, según la 3.ª expresión de la altura efectiva,

$$H = 30 + 5 + 2 + 6 + \frac{V_t^2}{2g} = 43 + \frac{V_t^2}{2g} \qquad (1)$$

Por otra parte

$$H = H_{u\infty}\,\eta_{man} = 0{,}80 \cdot \frac{u_2 c_{2u}}{g}$$

$$u_2 = \pi\,d_2\,n = \frac{\pi \cdot 0{,}390 \cdot 1200}{60} = 24{,}50\ \text{m/s}$$

$$c_{2u} = u_2 - \frac{c_{2m}}{tg\,\beta_2} = 24{,}50 - 1{,}732\,c_{2m}$$

Por la ecuación de continuidad

$$Q = \frac{V_t \pi\,d_t^2}{4} = \eta_v\,c_{2m}\,\pi\,b_2\,d_2$$

$$c_{2m} = \frac{0{,}150^2}{4 \cdot 0{,}390 \cdot 0{,}025 \cdot 0{,}95}\,V_t = 0{,}607\,V_t$$

luego

$$c_{2u} = 24{,}50 - 1{,}051\,V_t$$

$$H = \frac{0{,}80 \cdot 24{,}50}{9{,}81}(24{,}50 - 1{,}051\,V_t) = 48{,}95 - 2{,}0999\,V_t \qquad (2)$$

e igualando (1) y (2) se obtiene:

$$0{,}05097\,V_t^2 + 2{,}0999\,V_t - 5{,}95 = 0$$

$$V_t = 2{,}66\ \text{m/s}$$

$$Q = V_t \frac{\pi d_t^2}{4} = \frac{\pi \cdot 2{,}66 \cdot 0{,}150^2}{4} = 0{,}047 \text{ m}^3/\text{s}$$

b) *Altura efectiva.*

De la Ec. (1) se deduce:

$$H = 43 + \frac{V_t^2}{2g}$$

$$\frac{V_t^2}{2g} = \frac{2{,}66^2}{2 \cdot 9{,}81} = 0{,}3606 \text{ m}$$

$$H = 43{,}36 \text{ m}$$

c) *Potencia de accionamiento*

$$P_a = \frac{Q \rho g H}{\eta_{tot}} = \frac{0{,}047 \cdot 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 43{,}36}{0{,}7} = 28560 \text{ W} = 28{,}56 \text{ kW}$$

d) *Presión* p_E

Escribiendo la ecuación de Bernoulli entre el nivel del depósito de aspiración y la entrada de la B, se tendrá:

$$0 + 0 + 0 - 2 = \frac{p_E}{\gamma} + 0{,}3606 + 5$$

$$\frac{p_E}{\rho g} = -7{,}36 \text{ m c.a.} = -543{,}26 \text{ mm c.m.}$$

e) *Presión* p_S

Escribiendo la ecuación de Bernoulli entre la entrada y salida de la B, se tendrá:

$$\frac{p_E}{\rho g} = z_E + \frac{V_E^2}{2g} + H = \frac{p_S}{\rho g} + z_S + \frac{V_S^2}{2g}$$

haciendo

$$z_E = z_S \qquad V_S = V_E$$

se tiene

$$\frac{p_S}{\rho g} = \frac{p_E}{\rho g} + H = -7{,}36 + 43{,}36 = 36 \text{ m c.a.}$$

Problema 7.

Una B radial de 5 escalonamientos impulsa 50.000 l/min de agua, proporcionando una altura útil de 80 m y girando a 350 rpm. Todos los escalonamientos son iguales, y el agua entra en cada rodete con la misma velocidad absoluta y en dirección radial, $\beta_2 = 60°$; rendimiento volumétrico de la B, 90%; número de álabes de un rodete, 12; se despreciará el espesor de los álabes; la velocidad meridional a la entrada y salida del rodete es la misma e igual a 0,27 u_2; las pérdidas hidráulicas por fricción en cada escalonamiento valen 1/3 de la altura de velocidad absoluta que tiene la corriente al abandonar definitivamente el rodete y entrar en la corona directriz del difusor. (Estas pérdidas se repartirán por igual entre la corona móvil y el difusor fijo; no se considerarán más pérdidas hidráulicas por rozamiento en la B que las que se acaban de referir); la entrada y la salida de la B están a la misma cota y los diámetros de las tuberías de aspiración e impulsión son iguales; a la entrada de la B reina un vacío del 50%; y la presión barométrica es 765 mm c.m.

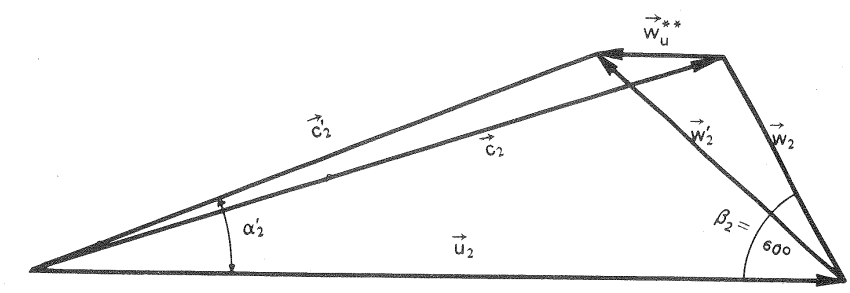
Calcular:

a) diámetro exterior del rodete;
b) rendimiento hidráulico;
c) rendimiento manométrico;
d) ángulo de los álabes a la entrada de la corona directriz dispuesta detrás de cada rodete;
e) presión absoluta a la salida de la B;
f) altura de presión efectiva que proporciona un solo rodete;
g) ancho del rodete a la salida.

a) *Diámetro exterior del rodete*

Altura efectiva de un escalonamiento $H = \frac{80}{5} = 16$ m

Altura teórica de un escalonamiento $H_u = 16 + \frac{1}{3}\frac{c_2'^2}{2g}$ (1) (véanse los triángulos de velocidad en la figura).



Por otra parte $H_u = \frac{u_2 c_{2u}'}{g}$ (2)

$$\vec{c}_2' = \vec{c}_{2u}' + \vec{c}_{2m}'$$

$$c'_{2u} = c_{2u} - w_u^{**}$$

$$c'_{2m} = c_{2m} = 0{,}27\ u_2$$

$$w_u^{**} = \frac{K_R\ \pi \text{ sen } \beta_2}{z}\ u_2$$

En la tabla 9-3 para $\beta_2 = 60°$ y $z = 12$ álabes de lee $K_R = 0{,}7$; luego

$$w_u^{**} = \frac{0{,}7\ \pi \cdot \text{sen } 60°}{12}\ u_2 = 0{,}1587\ u_2$$

$$c_{2u} = u_2 - \frac{c_{2m}}{\text{tg } \beta_2} = \left(1 - \frac{0{,}27}{\text{tg } 60°}\right) u_2 = 0{,}8441\ u_2$$

$$c'_{2u} = (0{,}8441 - 0{,}1587)\ u_2 = 0{,}6854\ u_2$$

$$c_2'^2 = (0{,}27^2 + 0{,}6854^2)\ u_2^2 = 0{,}5427\ u_2^2$$

$$\frac{c_2'^2}{2g} = \frac{0{,}5427}{2 \cdot 9{,}81}\ u_2^2 = 0{,}0277\ u_2^2$$

Igualando los segundos miembros de las Ecs. (1) y (2) se tiene:

$$16 = \frac{1}{3} \cdot 0{,}0277\ u_2^2 = \frac{0{,}6854}{9{,}81} \cdot u_2^2$$

de donde

$$u_2 = \sqrt{\frac{16}{0{,}060634}} = 16{,}24 \text{ m/s}$$

y

$$d_2 = \frac{60}{\pi \cdot 350}\ 16{,}24 = 0{,}886 \text{ m} = 886 \text{ mm}$$

b) *Rendimiento hidráulico*

$$\eta_h = \frac{H}{H_u}$$

$$H_u = \frac{u_2\ c'_{2u}}{g} = \frac{0{,}6854}{9{,}81} \cdot 16{,}24^2 = 18{,}43 \text{ m}$$

$$\eta_h = \frac{16}{18{,}43} \cdot 100 = 86{,}81\ \%$$

c) *Rendimiento manométrico*

$$\eta_{man} = \frac{H}{H_{u\infty}}$$

$$H_{u\infty} = \frac{u_2\ c_{2u}}{g} = \frac{0{,}8441 \cdot 16{,}24 \cdot 16{,}24}{9{,}81} = 22{,}69 \text{ m}$$

$$\eta_{man} = \frac{16}{22{,}69} \cdot 100 = 70{,}52\ \%$$

d) *Angulo de entrada de la corona directriz*

Este ángulo es α'_2 (véase figura).

$$\alpha'_2 = \text{arctg} \frac{c_{2m}}{c'_{2u}} = \text{arc tg} \frac{0{,}27\ u_2}{0{,}6854\ u_2} = 21°29'58''$$

e) *Presión absoluta a la salida de la B*

$$5H = \frac{p_S - p_E}{\rho g} \quad \text{(porque en este caso } z_S = z_E \text{ y } c_S^2/2g = c_E^2/2g)$$

$$\left(\frac{p_E}{\rho g}\right)_{abs} = 0{,}5 \cdot 0{,}765 \cdot 13{,}6 = 5{,}202 \text{ m}$$

$$\left(\frac{p_S}{\rho g}\right)_{abs} = 5H + \frac{p_E}{\rho g} = 80 + 5{,}202 = 85{,}2 \text{ m}$$

f) *Altura de presión efectiva de un rodete*

Llamando H_{rr} a las pérdidas por fricción en un rodete, y H_p, H_d a las alturas de presión y dinámica efectivas de un rodete también, se tendrá:

$$H_u - H_{rr} = H_p + H_d$$

$$H_p = H_u - H_{rr} - H_d$$

$$H_{rr} = \frac{1}{3} \cdot \frac{c_2'^2}{2g} = \frac{0{,}0277 \cdot 16{,}24^2}{3} = 2{,}435 \text{ m}$$

$$H_d = \frac{c_2'^2 - c_1^2}{2g} = 0{,}0277 \cdot 16{,}24^2 - \frac{0{,}27^2 \cdot 16{,}24^2}{2 \cdot 9{,}81} = 6{,}326 \text{ m}$$

$$H_p = 18{,}43 - 2{,}435 - 6{,}326 = 9{,}669 \text{ m}$$

g) *Ancho del rodete a la salida*

$$\frac{Q}{\eta_{ve}} = \pi\ d_2\ b_2\ c_{2m}$$

donde η_{ve} – rendimiento volumétrico de un escalonamiento. Si se desprecian las pérdidas intersticiales externas, y se denominan q_i a las pérdidas intersticiales internas de un escalona-

miento, y η_v al rendimiento volumétrico de la B, se tendrá:

$$\eta_v = \frac{Q}{5\,q_i + Q} \qquad Q = \frac{50.000 \cdot 10^{-3}}{60} = 0,8333\,\frac{m^3}{s}$$

$$c_{2m} = 0,27 \cdot 16,24 = 4,3848 \text{ m/s}$$

$$0,9 = \frac{Q}{5\,q_i + Q} \qquad q_i = 0,0222\,Q$$

$$\eta_{ve} = \frac{Q}{q_i + Q} = 0,9782$$

Por tanto

$$b_2 = \frac{0,8333}{0,9782\,\pi \cdot 0,886 \cdot 4,3848} = 0,0698 \text{ m} = 69,8 \text{ mm}$$

Problema 8.

Una bomba centrífuga radial de un solo rodete de eje vertical bombea 7500 l/min de agua fría, girando a 1000 rpm, trabajando con un rendimiento manométrico, que se supondrá igual que el hidráulico de 82%, un rendimiento mecánico de 97%. Se despreciarán las pérdidas intersticiales y las de rozamiento de disco se incluyen en las pérdidas mecánicas. Las pérdidas en el rodete se supondrán iguales a la mitad de todas las pérdidas interiores. El diámetro exterior del rodete es de 500 mm, y el ancho del rodete a la salida de 40 mm. El ángulo $\beta_2 = 40°$, y el coeficiente de obstrucción de los álabes a la salida es 0,9. La entrada en los álabes es radial y la velocidad meridional es constante en todo el rodete. Las tuberías de aspiración e impulsión tienen el mismo diámetro.

Calcular:

a) altura teórica de la B;
b) altura dinámica teórica proporcionada por el rodete;
c) altura de presión teórica proporcionada por el rodete;
d) diferencia de alturas piezométricas reales entre la entrada y salida del rodete;
e) potencia útil de la B;
f) potencia interna de la B;
g) potencia de accionamiento;
h) altura de presión útil que da la B;
i) par de accionamiento;
j) si las pérdidas exteriores a la B son de 8 m, ¿cuál es el desnivel geodésico que podrá vencer la B?

a) *Altura teórica*

$$H_u = H_{u\infty} = \frac{u_2\,c_{2u}}{g}$$

$$u_2 = \pi\,d_2\,n = \frac{\pi \cdot 0,5 \cdot 1000}{60} = 26,18 \text{ m/s}$$

$$c_{2u} = u_2 - \frac{c_{2m}}{\text{tg}\,\beta_2}$$

$$c_{2m} = \frac{Q}{\pi\,b_2\,d_2\,\tau_2}$$

$$Q = \frac{7,5}{60} = 0,1250 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$c_{2m} = \frac{0,1250}{\pi \cdot 0,04 \cdot 0,5 \cdot 0,9} = 2,210 \text{ m/s}$$

$$c_{2u} = 26,18 - \frac{2,210}{\text{tg}\,40°} = 23,55 \text{ m/s}$$

$$H_u = \frac{26,18 \cdot 23,55}{9,81} = 62,85 \text{ m}$$

b) *Altura dinámica teórica*

Al ser $c_{1m} = c_{2m}$ la $H_{d\infty}$ será:

$$H_{d\infty} = \frac{c_{2u}^2}{2g} = \frac{23,55^2}{2 \cdot 9,81} = 28,27 \text{ m}$$

c) *Altura de presión teórica*

$$H_{p\infty} = H_{u\infty} - H_{d\infty} = 62,85 - 28,27 = 34,58$$

d) *Diferencia de alturas piezométricas*

Ecuación de Ecuación de Bernoulli entre la entrada y salida del rodete (1 y 2):

$$h_1 + \frac{c_1^2}{2g} + H_u - H_{rr} = h_2 + \frac{c_2^2}{2g}$$

$$h_2 - h_1 = H_u - \frac{c_{2u}^2}{2g} - H_{rr}$$

$$H = \eta_h\,H_u = 0,82 \cdot 62,85 = 51,54 \text{ m}$$

$$H_{r\text{-int}} = H_u - H = 62,85 - 51,54 = 11,31 \text{ m}$$

$$H_{rr} = \frac{11,31}{2} = 5,655 \text{ m}$$

$$h_2 - h_1 = 62{,}85 - 28{,}27 - 5{,}655 = 28{,}93 \text{ m}$$

e) *Potencia útil*

$$P = Q\rho g H \cdot 10^{-3} = 0{,}125 \cdot 9{,}81 \cdot 51{,}54 = 63{,}20 \text{ kW}$$

f) *Potencia interna*

$$P_i = \frac{P}{\eta_h \eta_v} = \frac{63{,}20}{0{,}82} = 77{,}07 \text{ kW}$$

g) *Potencia de accionamiento*

$$P_a = \frac{P_i}{\eta_m} = \frac{77{,}07}{0{,}97} = 79{,}46 \text{ kW}$$

h) *Altura de presión de la B*

$$H_{pB} = H = 51{,}54 \text{ m}$$

i) *Par de accionamiento*

$$M = \frac{P_a \cdot 10^3}{2\pi n} = \frac{79{,}45 \cdot 10^3 \cdot 60}{2\pi \cdot 10^3} = 758{,}7 \text{ mN}$$

j) *Desnivel geodésico* $z_Z - z_A = H - H_{r.ext} = 51{,}54 - 8 = 43{,}54$ m

*

Véanse además los problemas 10, 14, 20-22 y 48.

6. Utilización de la energía hidráulica

6.1. Introducción

El calor que el Sol irradia sobre la tierra evapora grandes cantidades de agua de los mares, lagos, ríos, superficiesde la tierra, plantas, etc. Este vapor de agua, distribuido por los vientos en la atmósfera, al descender la temperatura de ésta se condensa en gotas de agua, o solidifica en cristales de hielo, y precipita sobre la tierra en forma de lluvia, nieve o granizo. El ciclo hidrológico continúa con la formación de arroyuelos y ríos que descienden desde las montañas a las llanuras y al mar, completándose de esta manera el ciclo termodinámico (caldera: sol; condensador: atmósfera). Es posible aprovechar parte de la energía de este proceso y obtener trabajo útil, que de otra manera se perdería en rozamientos, por ejemplo en los guijarros y rugosidades del cauce de un río. El agua que evoluciona en el citado ciclo, en un punto determinado del mismo, por ejemplo en una "estación", determinada de un río posee energía cinética y energía potencial; la primera es prácticamente despreciable, porque nunca suele exceder 20 J/Kg (la velocidad de la corriente de un río, incluso en zonas torrenciales no suele exceder mucho los 5 m/s y la altura dinámica es del orden de 2 m), mientras que la energía potencial puede superar los 3.000 J/Kg (con desniveles geodésicos de más de 300 m).

Esta energía potencial puede aprovecharse en una T.

El *principio fundamental del aprovechamiento hidráulico de un tramo de un río*, se explica con ayuda del esquema de la Fig. 6-1.

Entre dos secciones transversales de un río 1 y 2, con cotas medias z_1 y z_2 el río desciende por el cauce natural un desnivel $\Delta z = z_1 - z_2$, con una velocidad tal que las pérdidas hidráulicas entre 1 y 2 debidas a la rugosidad del lecho (guijarros, hierbas, etc...) y a los remolinos, meandros, etc... sean iguales a Δz. En efecto aplicando la ecuación de Bernoulli entre 1 y 2 se obtiene

$$H_{r1\text{-}2} = \Delta z$$

Parte de la energía puede perderse también en excavación del fondo del río, movimiento y transporte de piedra y arena, etc...

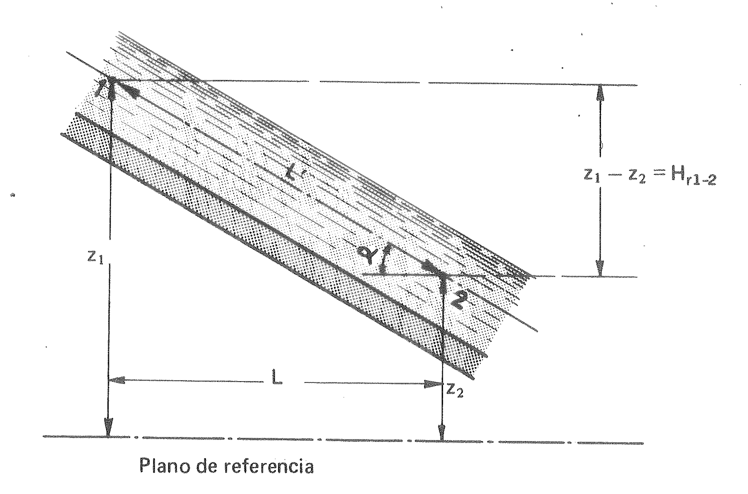


Fig. 6-1.—Esquema del *aprovechamiento hidráulico* de un río.

Muchas veces es posible reducir a un mínimo esta altura perdida, y la altura de salto así recuperada aprovecharse en una T. Para ello existen fundamentalmente dos métodos:

Primer método: interceptación de la corriente con un dique o presa.

La presa eleva el nivel del río, con lo cual disminuyen la velocidad media de la corriente y las pérdidas.

La Fig. 6-2,a representa el *perfil natural* de una corriente de agua, dibujo en planta de un curso natural de agua. Sea OS la línea media de la superficie libre y Q el caudal. En el método unidimensional de estudio toda sección transversal MN está representada por el punto A correspondiente de la línea media. En el sistema de coordenadas rectangulares de la Fig. 6-2,b, el punto A de la Fig. 6-2,a se representa por un punto a, cuya abscisa es igual a la longitud s medida en la línea media desde un origen O hasta el punto A y cuya ordenada es igual a la cota z del mismo punto A con relación a un plano de referencia arbitrario.

La curva ℓ lugar geométrico de los puntos A se llama "perfil en longitud" de la superficie correspondiente al caudal Q. Existe una familia de perfiles a lo largo de la superficie libre correspondiente a los diversos valores del caudal Q de la corriente. Puede adoptarse para z una escala (como para las curvas de remanso) superior a la escala de abscisas s, por ejemplo, 100 veces mayor.

Las pendientes de estas curvas $i = \frac{dz}{ds}$ en cada punto representan respectivamente las pendientes de la superficie libre y del fondo del curso de agua. Se expresan en general en m/km. Estas pendientes varían mucho con los ríos y con los lugares del mismo río, pudiendo ser por ejemplo, de 0,5 m/km, de 50 m/km, etc.

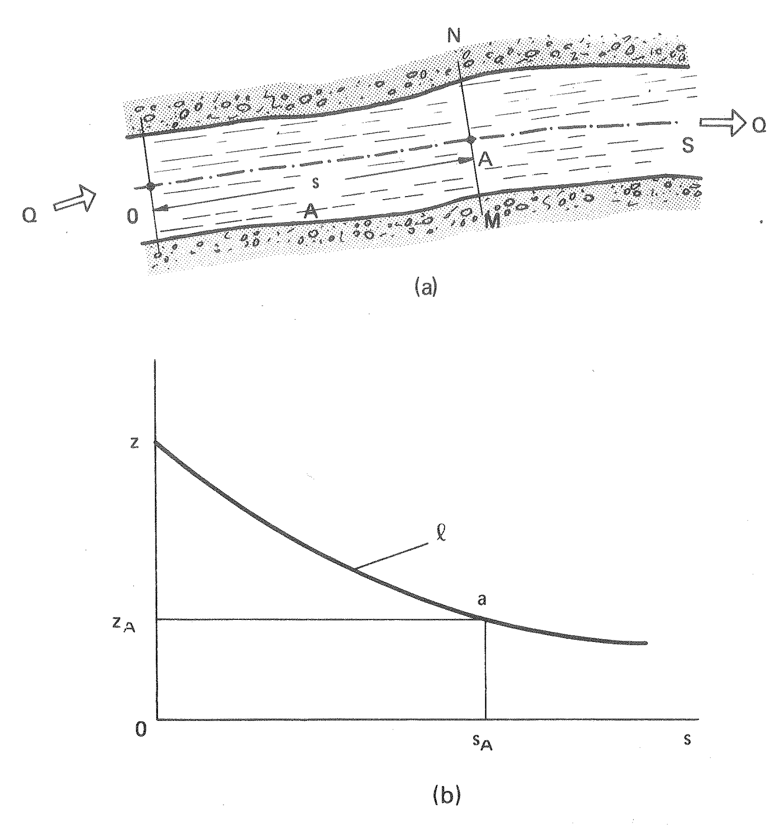


Fig. 6-2.—a) Perfil natural de la corriente de un río; b) representación gráfica.

Al interceptar la corriente con un dique o presa se establece una corriente no uniforme y una curva de remanso, como la que se representa en la Fig. 6-3, en la que la curva de remanso se extiende a lo largo del tramo horizontal ℓ; aunque teóricamente esta curva, como es sabido, es asintótica al perfil natural de la corriente aguas arriba. H_b representa el desnivel o salto teóricamente utilizable; H el salto utilizado y H_p la altura perdida. Se denomina *grado de aprovechamiento* al cociente:

$$\delta = \frac{H}{H_b}$$

El grado de aprovechamiento de una estación hidroeléctrica aumenta si se intercepta la corriente con varios diques en cascada; como al aumentar el número de diques crece extraordinariamente el coste, el grado de aprovechamiento rara vez excede el 60%.

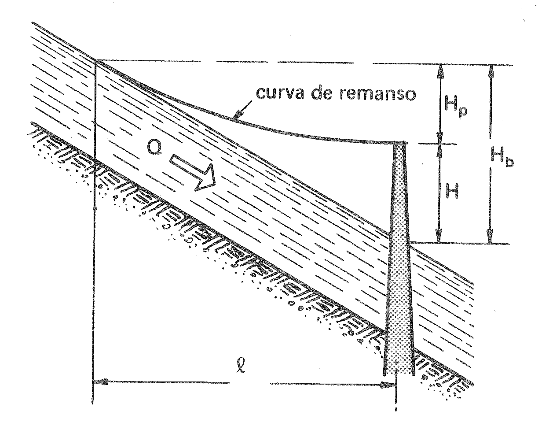


Fig. 6-3.– *Curva de remanso* de la superficie libre de un río interceptado por una presa.

Para trazar las *curvas de remanso* se suele adoptar una escala de ordenadas mucho mayor que la escala de abscisas, por ejemplo, 100 veces mayor. El trazado de las curvas de remanso pertenece a los cursos de Hidráulica. La construcción de una presa modifica tanto el perfil de aguas arriba como el de aguas abajo. En la Fig. 6-4 antes de la construcción de la central el perfil natural de la corriente oscila entre MN (caudal de sequía) y M'N' (caudal de crecida), y la energía potencial teórica disponible es H_b; construída la central las curvas de remanso son MA (aguas arriba) y BN (aguas abajo) con caudal de sequía, y M'A' (aguas arriba) y B'N' (aguas abajo) con caudal de crecida. La altura aprovechada oscilará entre $H_{máx}$ (período de sequía) y $H_{mín}$ período de crecida.

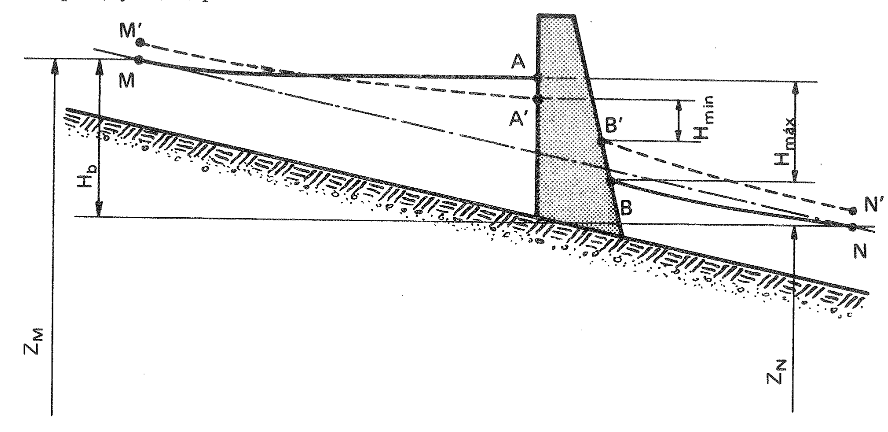


Fig. 6-4.–En las "centrales de llanura" la altura neta disminuye sensiblemente en períodos de crecida.

Se comprueba que en este tipo de centrales denominadas *centrales de agua fluyente* la relación $H_{máx}/H_{mín}$ es tanto mayor cuanto menor es el salto.

No es raro que con la elevación del nivel de agua, aguas abajo de la presa, con las crecidas, las centrales de agua fluyente queden temporalmente fuera de servicio.

Segundo método: desviación de la corriente

Este método, que se representa en la Fig. 6-5 consiste en desviar el curso natural de la corriente; para lo cual, se intercepta la corriente con un dique, mediante un canal o conducto artificial, que lleva el agua a la central y de allí al río en una cota inferior. El canal queda dividido, pues, en dos por la central: canal de condución y canal de salida.

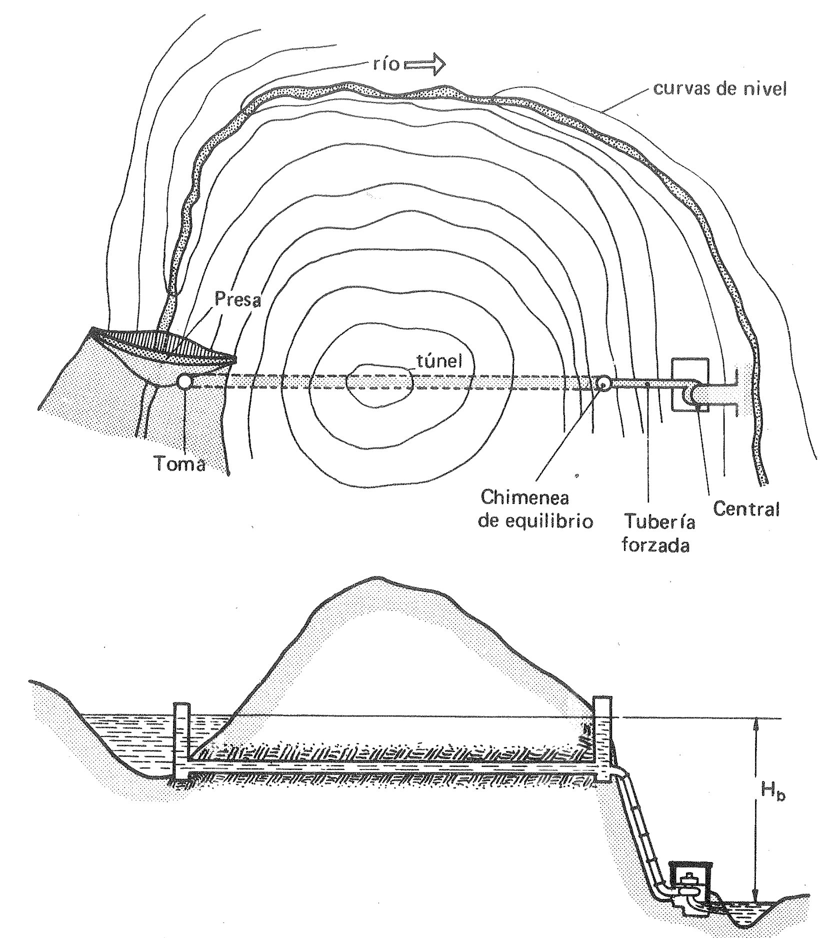


Fig. 6-5.–Aprovechamiento hidráulico en un meandro de un río.

La Fig. 6-6 representa un esquema de este tipo de aprovechamientos hidráulicos.

Este canal o conducto suele ser: a) de menor gradiente que el río, con lo cual queda remanente un desnivel geodésico aprovechable; b) de menor resistencia

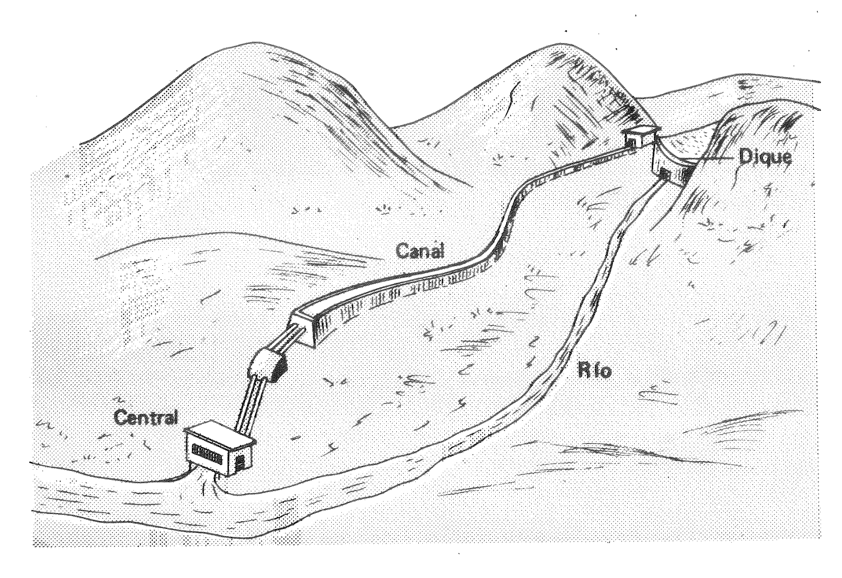


Fig. 6-6.–Esquema de aprovechamiento hidráulico.

transversal), con lo cual el salto aprovechable aumenta; c) a veces de menor longitud que el río, si se aprovecha un meandro de la corriente, como en el caso de la que el río, si se aprovecha un meandro de la corriente, como en el caso de la Fig. 6-5; en este caso, al disminuir la longitud de la conducción disminuyen las pérdidas y se crea un salto aprovechable.

La altura bruta de un salto fue definida en la Sec. 4.4.1, y en el caso particular de las Figs. 6-3 y 6-4 ha sido también acotada. La potencia bruta, que representa el máximo teóricamente utilizable en un aprovechamiento hidráulico, será:

$$P_b = Q \rho g H_b$$

En un sistema de saltos de un río, como los representados en las Figs. 6-7 y 6-8, la potencia hidráulica bruta teóricamente aprovechable del río será:

$$P_b = \rho g \Sigma \, Q H_b$$

Caudal instalado

Se denomina *caudal instalado* de una central al caudal total que absorberán todas las T instaladas en su funcionamiento normal (suma de los caudales nominales de todas las T). Este caudal no puede ser ni el caudal máximo registrado en el lugar, ni el caudal mínimo. En el primer caso el rendimiento de la central sería bajo al funcionar las T durante mucho tiempo lejos del régimen nominal, que suele ser el de óptimo rendimiento; siendo además mayor el coste de una central

Fig. 6-7.– Aprovechamiento hidroeléctrico del *río Tajo*

Fig. 6-8.–Aprovechamiento hidroeléctrico del *río Tieté, Brasil.*

con *turbinas sobredimensionadas;* en el segundo caso quedaría sin utilizar durante mucho tiempo gran parte del caudal disponible.

La elección del caudal instalado es objeto en cada nueva instalación de un estudio técnico-económico, basado en la variación del caudal del río en el lugar de la instalación diario, mensual y anual registrado en las curvas hidrógrafas; así como

en el precio de maquinaria e instalaciones, demanda y precio de venta de la energía, etc...

La *hidrógrafa* es la curva que tiene por abscisas los días del año y como ordenadas los caudales. La hidrógrafa de la Fig. 6-9 se ha trazado con los caudales medidos en un lugar de un río, día tras día de un año determinado, por ejemplo, el año 1970. Mayor interés aún tiene la hidrógrafa del año medio, que resume los aforos realizados durante 20 años, por ejemplo (cuantos más años mejor); en ella para el día 10 de septiembre, por ejemplo, se toma como caudal la media aritmética de los caudales aforados el 10 de septiembre de estos 20 años.

El caudal disponible en una central se regula muchas veces mediante un embalse. La determinación del volumen de embalse necesario se hace también con ayuda de las hidrógrafas.

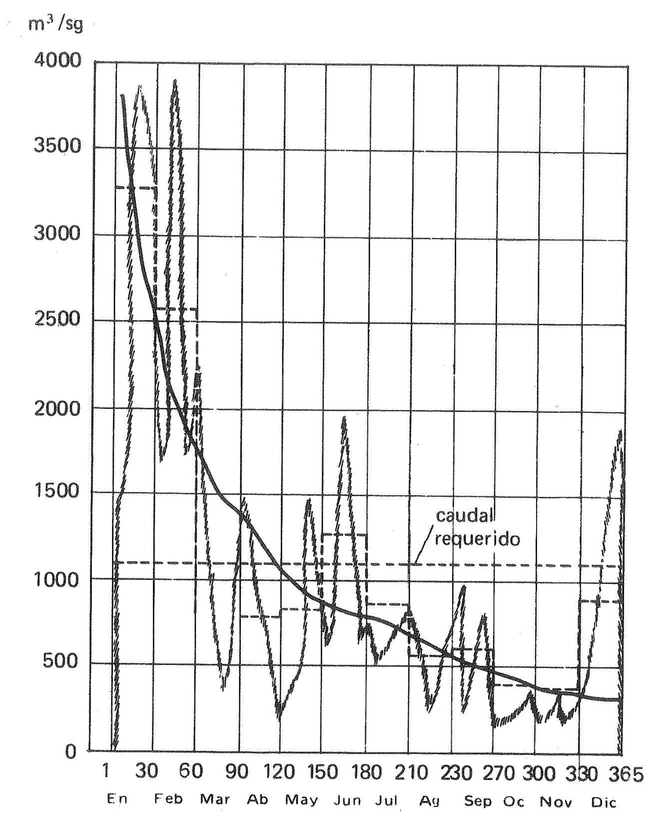


Fig. 6-9.–Hidrógrafa de una estación fluvial. La diferencia entre esta línea y el caudal requerido se ha de recuperar con agua embalsada.

Si sobre la hidrógrafa del año medio se traza una línea horizontal, que representa el caudal requerido, como se ha hecho en la misma Fig. 6-9, se tendrá una idea del déficit de caudal que tiene que compensarse con el embalse, como se representa en la misma figura.

Se distinguen los siguientes regímenes de caudal:

a) *régimen glacial:* en ríos alimentados por fundición de glaciales (fuentes de más de 2.000 m de altitud). Este régimen se caracteriza por caudales débiles en invierno y marcadamente elevados en verano (Julio-Agosto).

b) *régimen de nieve:* en ríos alimentados por fuentes aproximadamente de 1000-2000 m. En este régimen, muy parecido al régimen glacial, los caudales máximos suelen darse en primavera (Mayo-Junio).

c) *régimen pluvial:* en ríos alimentados por fuentes aproximadamente de 500-1000 m. En este régimen los caudales fuertes tienen lugar en invierno y los débiles en verano.

d) *régimen mixto:* compuesto de dos o más regímenes simples.

Potencia instalada.

Se denomina potencia instalada a:

$$P_{Ia} = Q_i \rho g H \eta_{tot}$$

donde Q_I – caudal instalado
H – altura neta (véase Sec. 4.4.1)
η_{tot} – rendimiento total de la T.

Energía producible

Se expresa en kW · h o GW · h

a) *en un año de hidraulicidad media:* E_m

b) en un año determinado: E_a

Coeficiente de hidraulicidad

$$\epsilon = E_a/E_m$$

La *energía producida en un año determinado* puede ser muy pequeña en comparación con la energía producible, por ejemplo, del orden del 3 ó 4% solamente.

6.2. Potencial hidroeléctrico mundial

Catalogar los recursos hidráulicos de un país es una tarea ingente, que se está realizando a escala internacional. La principal dificultad estriba en la falta de datos de aforos de todos los ríos en todos los posibles lugares de aprovechamiento hidroeléctricos. Debido a ello, y dada la variedad de criterios posibles para realizar la catalogación, no es extraño la disparidad grande de resultados que se observan.

La Conferencia Mundial de la Energía (World Power Conference) ha establecido unas normas para la catalogación de resultados. Examinadas estas normas, aduciremos algunas tablas que servirán meramente de orientación, y cuyas considerables discrepancias parecerán obvias después de lo dicho.

Estandarización de datos

La Fig. 6-10 puede trazarse con los caudales medidos en un año cualquiera, o con los caudales medidos durante un cierto número de años (cuantos más mejor): 10, 20, 30, etc... El significado de esta curva es el siguiente: las abscisas representan el número n de días del año expresados en % (365 días = 100%; 182,5 días = 50%, y así sucesivamente) en los cuales el caudal registrado ha sido igual o mayor que el caudal Q_n de la ordenada respectiva. Así por ejemplo, si durante 36,5 días en el año se ha registrado un caudal igual o mayor que 6 m³/s, dicho caudal que llamaremos $Q_{10} = 6$ m³/s será la ordenada del punto de la curva cuya abscisa es 10%. Los caudales interesantes de estas curvas desde el punto de vista de la catalogación son:

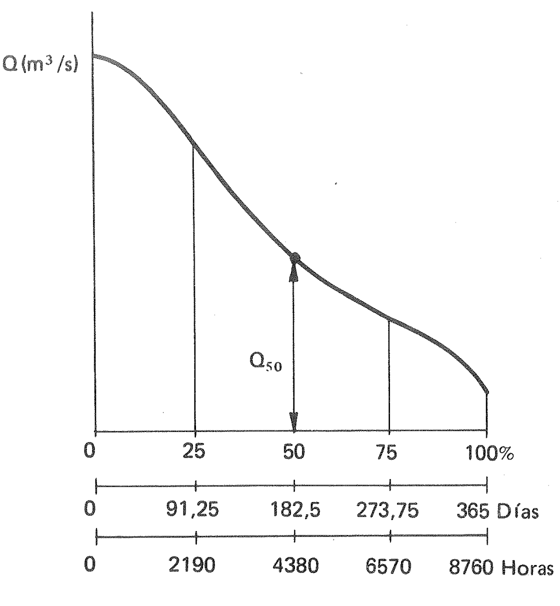


Fig. 6-10.–Curva de caudales registrados en un cierto número de días de un año (año particular o año medio).

Q_{100} – caudal mínimo observado los 365 días del año (= 8760 horas).

Q_{95} – caudal mínimo observado el 95% de los días del año (= 8322 horas).

Q_{50} – caudal mínimo observado el 50% de los días (= 4380 horas).

Q_m – caudal medio (obtenido planimetrando el área debajo de la curva y dividiendo por la abscisa).

Estos caudales multiplicados por ρg y por la altura de salto respectiva nos darán los valores de la potencia posible o potencial del salto: P_{P100}, P_{P95}, P_{P50}, P_{Pm}.

La valoración de los recursos hidráulicos estandarizada por la Conferencia Mundial de la Energía, exige la tabulación de estos tres últimos valores:

$$P_{P95},\ P_{P50} \text{ y } P_{Pm}$$

Son significativos los coeficientes siguientes:

$$\alpha = \frac{P_{P50}}{P_{P95}}$$

y

$$\beta = \frac{Q_{máx}}{Q_{mín}} = \frac{Q_{máx}}{Q_{100}}$$

El primero caracteriza, la fluctuación relativa del potencial hidráulico. Es evidente que la explotación será tanto más favorable cuanto menor sea α. El segundo caracteriza la magnitud relativa del caudal de crecida (posibilidad de inundación).

Así por ejemplo en el río Ródano, en las proximidades de Ginebra en la mitad inferior del Lago Leman, las medias de las mediciones realizadas en el período 1905-1946 proporcionaron los siguientes datos:

$$Q_{50} = 194\ m^3/s; \quad Q_{95} = 111\ m^3/s; \quad Q_{máx} = 650\ m^3/s; \quad Q_{mín} = 60{,}0\ m^3/s;$$

$$\alpha = 1{,}75; \quad \beta = 10{,}8$$

Conviene tener en cuenta las observaciones siguientes:

1) *El concepto de central en potencia es relativo,* no sólo a la potencia teórica disponible; sino también a un gran número de factores no hidráulicos que entran en juego, tales como factores geográficos, geológicos y topográficos, demanda de energía, etc. La central debe ser rentable, es decir, su coste de instalación y explotación no debe pasar una cifra, que depende del precio al cual se puede vender la energía. En general los saltos muy pequeños (por ejemplo, inferiores a 1 m) no serán rentables, a no ser que sirvan no sólo para aprovechamiento de la energía, sino también para la navegación, para evitar inundaciones, para regadíos, etc.

2) *El concepto de central en potencia es mudable con los avances tecnológicos:* centrales de poca potencia hoy rentables no lo eran hace unos años, cuando no existían las estructuras móviles y las T rápidas, de que en la actualidad se dispone.

3) *Las fluctuaciones del caudal repercuten menos en la potencia en los saltos de gran altura,* siendo por tanto éstos desde este punto de vista más favorables.

4) Las tabulaciones se hacen a veces catalogando no las potencias en kW sino las energías obtenibles en un año, expresando las cantidades E_{95}, E_{50} y E_m en kW · h.

Slebinger presentó a la Conferencia Mundial de la Energía celebrada en Londres en 1952 estadísticas muy completas, en las que utiliza los símbolos que acabamos de explicar, de las que sólo daremos el siguiente resumen. (1)

(1) V. SLEBINGER, *Statistics of all existing water power resources,* "Transactions of the Fourth World Power Conference, London 1952.

TABLA 6-1
Potencial medio hidroeléctrico mundial
según Slebinger

Continente	Potencia media, $\bar{P}_a$ *(10^6 kW)*
Europa	200
Asia	2308
Africa	1155
Oceanía	119
Norteamérica	717
Sudamérica	1100
Total del mundo	5609 · 10^6 kW

Slebinger estima la energía anual producible en el mundo en 49.000 · 10^9 kW · h.

Asimismo el mismo Slebinger estima el potencial a caudal Q_{50} en 4.400 · 10^6 kW y el potencial a caudal Q_{95} en 1.500 · 10^6 kW.

Estas estimaciones se refieren al potencial *teóricamente disponible.* Para hacer una estimación del potencial *técnicamente disponible* (en bornes del generador) habrá que descontar: a) las pérdidas no imputables a la T (considerar la altura bruta no la altura neta). Nesteruk (1) estima estas pérdidas en un 30%, con lo que la potencia se reduce a un 70%; b) las pérdidas en la T y generador para obtener finalmente la potencia técnicamente disponible, que llamaremos P_{PT}. Las últimas pérdidas son estimadas por el mismo autor en un 20%. Teniendo en cuenta este nuevo factor de reducción de 80%, Nesteruk propone la fórmula siguiente:

$$P_{PT} = 0{,}56\ P_{P50}$$

Teniendo en cuenta de que a veces en las estadísticas sólo se registra P_{P95}, para pasar de la potencia inferior a la potencia media Nesteruk sugiere la fórmula siguiente:

$$P_{P50} \simeq 2{,}5\ P_{P95}$$

La potencia económicamente posible deberá incluir sólo aquellos saltos que son económicamente explotables. Las estadísticas de la 5.ª Conferencia Mundial de la Energía de Viena de 1955 demuestran que ésta viene a ser un 10% de la *potencia teóricamente posible.*

En la citada Conferencia se presentaron los resultados siguientes:

(1) F. J. NESTERUK, Gidroenergetičeskie resursij mira, Moscú 1946.

TABLA 6-2
Reserva de energía anual económicamente posible según la 5.ª Conferencia Mundial de la Energía

Continente	Reserva energética
Africa	$1530 \cdot 10^9$ kW.h/año
Asia	$1230 \cdot 10^9$ "
América	$905 \cdot 10^9$ "
Europa (excepto la URSS)	$575 \cdot 10^9$ "
Parte Europea de la URSS	$465 \cdot 10^9$ "
Total del Mundo	$4705 \cdot 10^9$ kW.h/año

Posteriormente en el año 1972 Schavelev ha propuesto la tabla siguiente:

TABLA 6-3
Potencial hidroeléctrico medio mundial
(potencia teórica, no potencia técnicamente explotable)

Continente o país	Potencia media *(en 10^6 kW)*	Energía media anual *(en 10^9 kW·h)*	% con relación al total del mundo	kW/km² de superficie terrestre
Europa	240	2100	6,4	25
Asia	1340	11750	35,7	30
Africa	700	6150	18,7	23
Norteamérica	700	6150	18,7	34
América del Sur	600	5250	16,0	33
Australia	170	1500	4,5	19
URSS	450	3900	11,7	19
Total del mundo	3750	32900	100,0	28

6.3. Clasificación de los aprovechamientos hidroeléctricos

Las centrales hidráulicas en general según sus fines se clasifican en:

a) centrales que suministran directamente trabajo mecánico,

b) centrales que suministran sólo energía eléctrica,

c) centrales que suministran energía eléctrica, y cuyo embalse cumple simultáneamente otras finalidades, tales como regadío, navegación, suministro de agua y protección contra la inundación.

Con frecuencia una central del tipo b no es económica; pero sí lo es, si se le hace pertenecer al tipo c.

Es interesante observar que las centrales térmicas y las centrales hidroeléctricas nacieron casi simultáneamente. En el año 1882, un mes después de entrar en funcionamiento la Central de Pearl Street, en Nueva York, primera central térmica dirigida por Edison, entraba en funcionamiento también la primera central hidroeléctrica del mundo en el estado de Wisconsin.

1.ª Clasificación: según tipo de embalse

Las centrales hidroeléctricas tienen el inconveniente de la fluctuación de la capacidad del río, con lo cual varía la potencia disponible; son excepción los ríos como el Niágara, cuyo caudal se mantiene *relativamente* constante de un año a otro y de un mes a otro dentro de cada año. La demanda de la energía fluctúa también; pero sus fluctuaciones no coinciden con las del caudal; la fluctuación de la demanda es prácticamente nula en los diversos períodos del año, sin embargo, es muy grande en las diferentes horas del día; mientras que la fluctuación del caudal suele ser inversa, es decir, grande en diferentes períodos del año, y muy pequeña en las diferentes horas de un mismo día. La regulación de estas fluctuaciones es el objeto del embalse.

a) *Centrales de agua fluyente* o centrales sin embalse. En ellas el agua no turbinada se derrama por el aliviadero de la central. Se subclasifican en centrales con reserva (diaria o hebdomadal) o sin reserva. La pequeña acumulación existente en las centrales con reserva no merece el nombre de embalse. La mayor parte de las centrales pertenecen a esta categoría; existiendo gran número de centrales de agua fluyente con reserva hebdomadal.

b) *Centrales con embalse* alimentadas por cursos naturales.

c) *Centrales de acumulación por bombeo.*

d) *Centrales mareomotrices.*

Energía acumulada en un embalse.

Se evalúa con fines estadísticos: a) por el volumen de agua acumulada en m³; b) por la energía potencial del agua acumulada, medida en kW · h o en $kW \cdot h \cdot 10^6$, referida a un plano de referencia, que suele ser el nivel del líquido en el canal de salida de la T.

Fijado el plano de referencia existen dos fórmulas, de las cuales la primera es más fácil de aplicar, y por tanto más útil para la evaluación de los recursos hidráulicos, y ha sido adoptada por la Conferencia Mundial de la Energía. En el embalse que representa el esquema de la figura 6-11 todas las partículas de agua, tales como la A o la B tienen la misma energía, ya que según la ecuación fundamental de la hidrostática [Ec. (2-17)]:

$$g\,z_A + \frac{p_A}{\rho} = g\,z_B + \frac{p_B}{\rho} = Y_0$$

y

$$z_A + \frac{p_A}{\rho g} = z_B + \frac{p_B}{\rho g} = H_0 = \frac{Y_0}{g}$$

La energía acumulada en un embalse es la energía que puede proporcionar éste con un vaciado completo.

a) *Fórmula aproximada:* Se basa en la energía específica que tienen las partículas de fluído en *el momento en que empieza a vaciarse el estanque.* Esta energía específica, como hemos visto es Y_0 igual para todas las partículas; por tanto, la *energía acumulada aproximada será:*

$$E_t = V\rho Y_0 = V\rho g H_0 = 1000 \cdot 9{,}81\ VH_0 \text{ Julios} = 2{,}725\ VH_0 \text{ kW}\cdot\text{h}$$

b) *Fórmula exacta*

Cuando en la Fig. 6-11 el líquido llega al nivel A la altura de presión

$$\frac{p_A}{\rho g} = 0$$

y la energía de la partícula A, no es gH_0, sino $gz_A < H_0$; luego no todas las

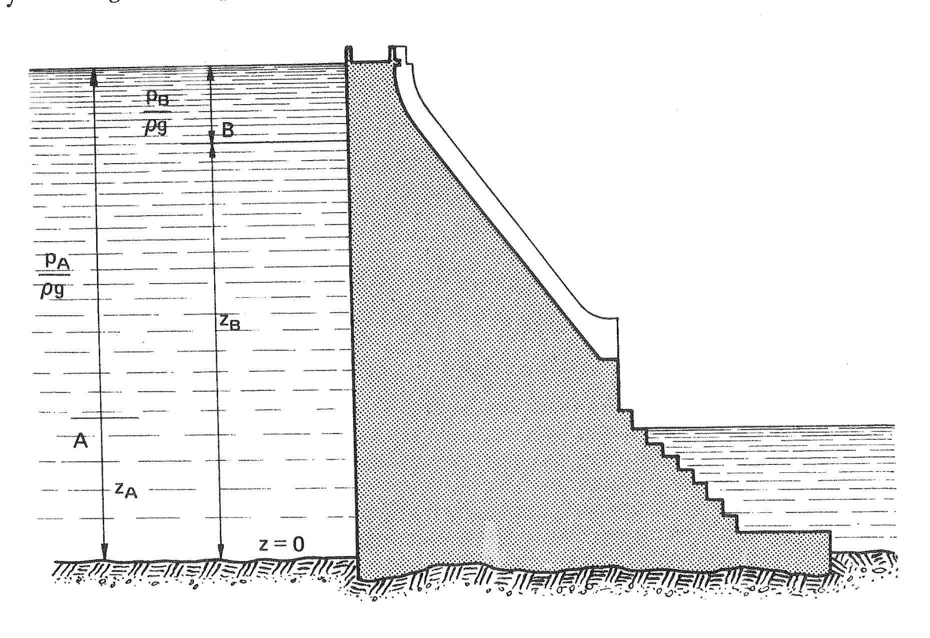


Fig. 6-11.–Esquema explicativo de la energía acumulada en un embalse.

partículas ceden la misma energía; lo mismo se diga de la partícula B y de cualquier otra partícula. Por tanto en la fórmula de la energía acumulada deberá figurar no H_0 sino H_G, que es la altura del centro de gravedad del volumen del agua almacenada referida al plano de referencia de la figura 6-11. Por tanto, la *energía efectivamente acumulada* E_a será:

$$E_a = V\rho g H_G = 9{,}81 \cdot 1000\ VH_G \text{ Julios} = 2{,}725\ VH_G \text{ kW}\cdot\text{h}$$

Si, como sucede muchas veces, la diferencia $H_0 - H_G$ puede despreciarse, resultan ambas fórmulas prácticamente coincidentes.

La *energía útil acumulada* E_{au} se obtendrá multiplicando por un rendimiento global η_0, producto de los rendimientos de la conducción, de las T y de los alternadores:

$$E_{au} = 2{,}725\ VH_G\ \eta_0 \text{ kW}\cdot\text{h} \qquad (6\text{-}1)$$

estimativamente puede hacerse $\eta_0 = 0{,}75$.

Así, por ejemplo, si la distancia entre los planos horizontales, que pasan por el centro de gravedad de un embalse, cuya capacidad volumétrica es de $60 \cdot 10^6$ m^3, y el nivel superior del canal de salida es de 200 metros, la energía útil acumulada en el embalse será:

$$E_{au} = 0{,}75 \cdot 2{,}725 \cdot 60 \cdot 10^6 \cdot 200 = 24{,}5 \cdot 10^9 \text{ kW}\cdot\text{h}$$

En la tabla siguiente se reúnen las características de cuatro embalses notables.

TABLA 6-4

Características de algunos embalses notables

Embalse	País	Río	Caudal medio del río (m^3/s)	Capacidad total del embalse (hasta cota aprovechable) ($10^9 \cdot m^3$)	Altura bruta máxima (m)	Energía almacenada (hasta cota aprovechable) ($10^9 \cdot kW \cdot h$)
Souapiti	Guinea	Konkouré	350	11	143	22
Assouan	Egipto	Nilo	3000	180	110	14
Hoover	USA	Colorado	600	39	195	13
Cariba	Rodesia	Zambeza	1000	164	93	11

Con frecuencia un embalse sirve para fines múltiples, entre los que se cuentan, además de la acumulación de energía hidráulica, la navegación interior, riego, suministro de agua a las ciudades y protección contra las inundaciones.

Las centrales mareomotrices utilizan la energía de las mareas, o sea las diferencias de energía potencial que adquiere el agua del mar en marea alta y baja, denominada *amplitud de la marea.* Esta amplitud varía a lo largo del año y en los diferentes litorales del globo. En ciertos lugares de las costas Canadienses, Inglesa y Francesa se han registrado amplitudes de alrededor de 15 m. En marea alta el agua se acumula y en marea baja se turbina.

2.ª clasificación: según la altura (neta) del salto.

Esta clasificación es muy importante porque el salto más que ninguna otra característica determina el tipo de las instalaciones del aprovechamiento hidroeléctrico (presa, canal de derivación, conducto forzado, central, turbinas).

Aunque las centrales hidroeléctricas de gran altura suelen presentar características totalmente diversas de las de pequeña altura, es prácticamente imposible establecer una línea divisoria entre ambas; lo más corriente es añadir una clase intermedia, los saltos de mediana altura, y establecer unos intervalos fijos, aunque convencionales, útiles para los fines estadísticos.

La siguiente clasificación ha sido propuesta por Ludin, y adoptada por otros autores:

1) *saltos de pequeña altura:* $H \leqslant 14{,}99$ m
2) *saltos de mediana altura:* $15{,}00 \leqslant H \leqslant 49{,}99$ m
3) *saltos de gran altura:* $H \geqslant 50$ m

En la Fig. 6-12 pueden verse esquemas típicos de estos tres tipos de saltos.

Es útil considerar algunas de las características, que presentan las instalaciones de los saltos de pequeña y gran altura; los de mediana altura presentan con frecuencia características intermedias.

Saltos de pequeña altura

–*terreno:* llano o suavemente ondulado;

–*influjo preponderante del caudal en la potencia:* grande;

–*tipo de embalse:* sin embalse o con reserva diurna a través del río mismo y compuertas móviles, que se bajan en las crecidas, para evitar las inundaciones aguas arriba;

–*alimentación de agua a la central:* directa a la central (centrales de agua fluyente, central-presa) o con canal de derivación (todo al aire libre, sin tubería forzada);

–*construcción del salto:* canal de entrada-sala de máquinas-subestructura; centrales con frecuencia eregidas en ríos navegables, debiendo instalarse algunas veces exclusas, que permiten a los barcos salvar el desnivel creado por la presa;

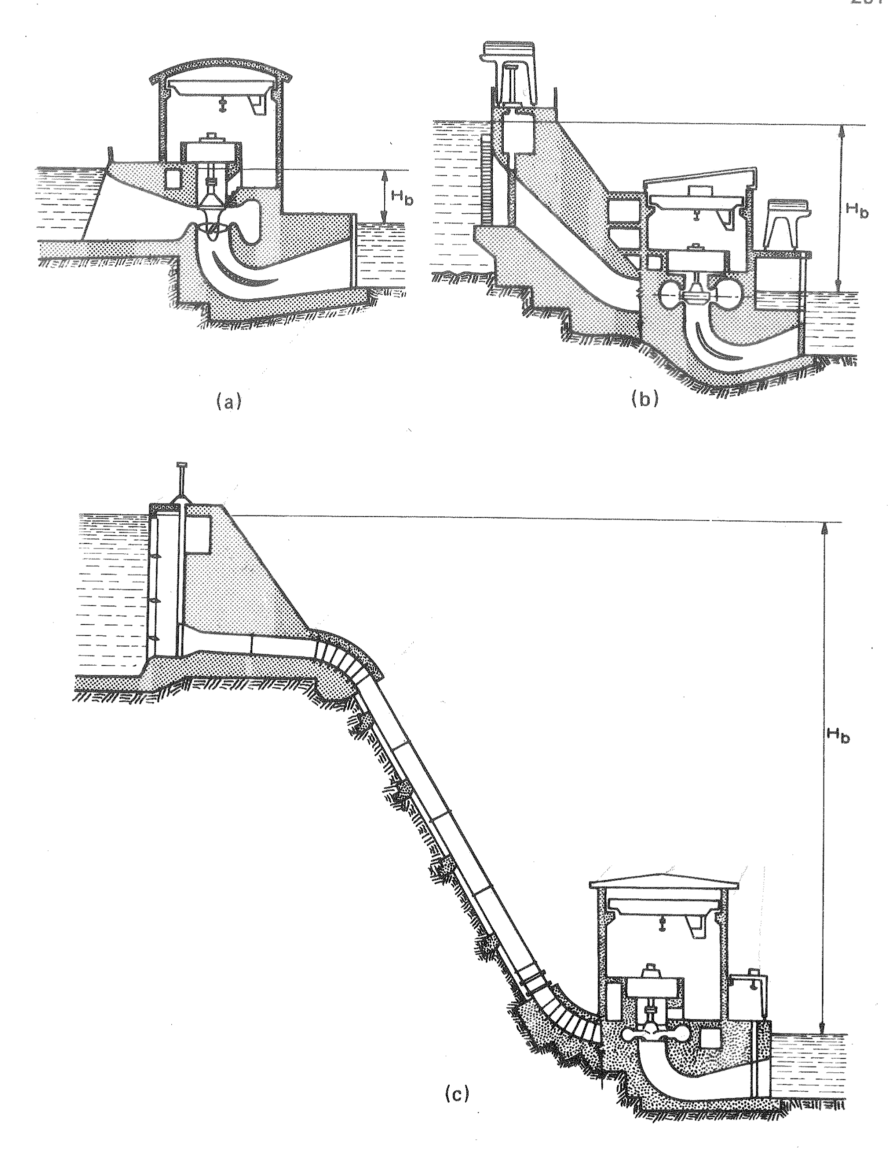


Fig. 6-12.–Esquemas de saltos: a) pequeña altura; b) mediana altura; c) gran altura.

–*tipo de turbina:* Kaplan, Helice, Francis exprés,

–*coste:* elevado; el precio por kW instalado aumenta sensiblemente cuando se desciende de la fuente hasta la desembocadura de un río, pudiendo llegar a ser el doble y aún mayor. Esto puede hacerse extensivo, aunque por razones un tanto

diversas a las centrales mareomotrices que son las centrales de coste de instalación más elevado. Los progresos en ingeniería civil, en construcción de compuertas y en diseño de T de gran velocidad específica han hecho posible en los últimos años la explotación de saltos de gran potencia y de poca altura. La Fig. 6-13 expresa gráficamente junto con otra información interesante la mayor o menor rentabilidad de los saltos según la altura.

Ejemplos de saltos de pequeña altura:

–Central de Birs Elden, en Suiza, en el río Rhin, de 66,4 MW: H = 4,0 -- 8,1 m.

–Mc Arthur Falls, en el Canadá, en el río Winnipeg, de 56,0 MW: H = 7,0 m.

–Central de Vargön, en Suecia, en el río Göta-Älv, de 24,0 MW: H = 4,0 – 6,2 m.

–Central de Monsin, en Bélgica, en el río Meuse, de 16,0 MW: H = 2,0 – 6 m.

–Central de Nagahamadi, en Egipto, en el río Nilo, de 3,0 MW: H = 2,4--4,4 m.

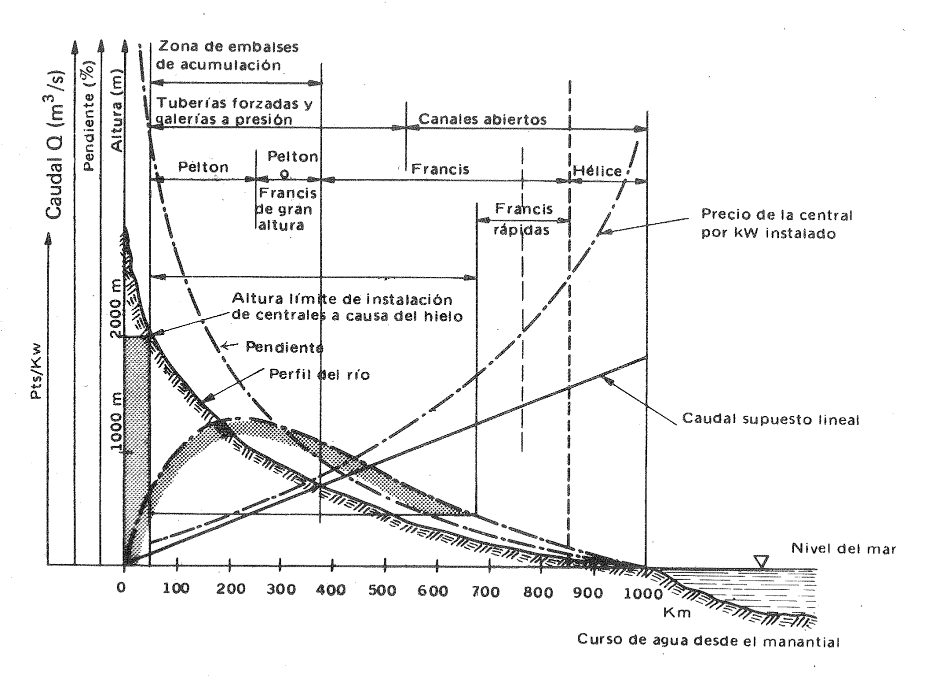


Fig. 6.13.–Esquema de posibilidades de aprovechamiento de un río a lo largo de su curso (véase Sec. 7.3; más adelante se verá la posibilidad y conveniencia de la instalación de cada tipo de TH en un salto determinado).

Saltos de gran altura

–*terreno:* montañoso (centrales de alta montaña);

–*influjo preponderante del caudal en la potencia:* pequeño;

–*tipo de embalse:* embalse grande, acumulación anual o hiperanual;

–*alimentación de agua a la central:* canal de derivación o túnel y tubería forzada (a veces centrales de pie de presa). Estos saltos se caracterizan por sus conductos de derivación de gran longitud (varios km), salvo en ciertos casos excepcionales, en que la topografía se presta a la realización de canales cortos. Así, por ejemplo, el canal de derivación del aprovechamiento hidroeléctrico de Roselend tiene una longitud de 12,6 km, y las tuberías forzadas una longitud de 3,95 km.

–*construcción del salto:* chimenea de equilibrio - tuberías forzada - sala de máquinas - subestructura

–*Tipo de turbina:* Francis lenta, Pelton;

–*coste:* menos elevado.

Ejemplos de saltos de gran altura

En las siguientes centrales hidroeléctricas la altura de salto sobrepasa los 1500 m:

–central de Chandoline, en Suiza, en el río Dixence de 126 MW: H = 1750 m.

–central de Fully, en Suiza (lago Fully) de 8 MW: H = 1645 m.

–central de Reisseck-Krenzeck, en Austria, de 132 MW: H = 1771 m.

–central de Laures, en Italia: H = 2030 m.

3.ª clasificación: según la potencia (en el eje de la T) instalada.

Los límites de esta clasificación son convencionales y relativos según las posibilidades hidroeléctricas de cada país. Mirando principalmente a Europa se pueden establecer así:

–*microcentrales:* $P_a < 100$ kW

–*centrales de pequeña potencia:* $100 \leqslant P_a < 1000$ kW

–*centrales de media potencia:* $1000 \leqslant P_a < 10.000$

–*centrales de gran potencia:* $P_a \geqslant 10.000$ kW.

Las grandes centrales hidroeléctricas actuales son más de mil veces superiores a las grandes centrales del siglo pasado. Compárese, por ejemplo, la central de 1470 kW de los Saltos del Niágara en el siglo pasado con la Central del Grand Coulee, Columbia, USA de 2.000.000 kW (potencia instalada en 1953).

Ejemplos de centrales de potencia superior a los 1000 MW

–Grand Coulee, en USA, en el río Columbia: P_a = 2000 MW.

–Kemano, en Canadá, en el río Nechaco: P_a = 1700 MW.

–Boulder, en USA, en el río Colorado: $P_a = 1320$ MW.

–Bhakra, en la India en el río Suflej: $P_a = 1000$ MW.

TABLA 6-5

Centrales de más de 1000 MW en la URSS construidas o en proyecto (1)

Río	Central	Potencia (*MW*)	
		proyectada	instalada
Enisej	Sajano-Šušenskaja	6400	—
"	Krasnojarskaja	6400	6000
Angara	Bratskaja	4500	4100
"	Ust'on'-Ilimskaja	4320	—
Volga	XXII S P C	2563	2541
"	Lenin	2100	2300
"	Čeboksarskaja	1404	—
"	Saratovscaja	1290	1315
Kama	Votkinskaja	1000	1000
Zeja	Zeiskaja	1505	—
Inguri	Ingurskaja	1300	—
Naryn	Toktogul'ou'skaja	1200	—
Culak	Čirkejskaja	1000	—

(1) Véase, ŠČAVELEY, Gidroenèrgetičeskie Ustanovki, Ėnergija, Leningrado 1972, 392 págs.

China es un país con inmensos recursos hidroeléctricos sin explotar: se proyecta en el río Yamg-tsé-Kiamg una central de 20.000 MW y más adelante la central de Bramapoutre de 50.000 MW.

España posee una de las centrales de mayor potencia de Europa, la central Aldeadávila en el Duero internacional. Sus características son: a) presa: arco de gravedad; vertedero de 138 m de altura, con capacidad de derrame de 10.000 m^3/s, complementado por túnel aliviadero de funcionamiento automático, capaz de evacuar 2.500 m^3/s; capacidad del embalse $115 \cdot 10^6$ m^3, $48 \cdot 10^6$ aprovechables; b) *tuberías forzadas:* 6 de 5 m de diámetro una para cada T; potencia unitaria de cada grupo 125.000 kW; central: subterránea, sala de máquinas 127.033 m de longitud y 21,70 m de luz; altura de salto: $H = 139{,}5$ m; producción anual normal evaluada en $1.700 \cdot 10^6$ kW · h. La potencia total instalada en el eje de las T aproximadamente 900.000 kW.

El aprovechamiento hidroeléctrico de Inga en el Congo belga, a 200 km de la desembocadura del río Congo, consta de varias centrales subterráneas de una longitud total del orden de los 3 Km y dos presas; caudal instalado $Q_i = 25.000$ m^3/s; altura de salto máxima $H = 100$ m; potencia instalada, $P_a = 20.000$ MVA; energía producible en año medio: $150.000 \cdot 10^6$ kW · h.

TABLA 6-6

Centrales de agua fluyente de gran potencia

Central	Potencia (*MW*)
Chief Josephen, en el Columbia, USA	1.728
Beauharnois, en el S. Lorenzo, Canadá . . .	1.100
Dnieprogress, en el Dniepr, URSS	560
Bonneville, en el Columbia, USA	518
Wilson en el Tennessee, USA	436
Safe Harbor, en el Susquehana, USA	400

Centrales de grandes caudales

He aquí algunas de las más importantes:

Las centrales de Kuibyschev y Stalingrado, URSS, en el Volga, absorben un caudal de unos 10.000 m^3/s; y la central de Bonneville en el Columbia, USA, un caudal de 5.600 m^3/s.

En Europa las centrales de Ybss-Persenbeng y Jochenstein en el Danubio Austriaco, de las cuales la primera tiene un caudal de 2.100 m^3/s y la segunda de 1.750 m^3/s.

Las centrales Dnieprogress, en el río Dneper, en la URSS y la central de Wilson, en el río Tennessee, en USA tiene cada una un causal de 2.000 m^3/s.

Citemos finalmente entre los *sistemas de centrales* mundiales más importantes, además de las centrales del Volga en Rusia, que se incluyen en la tabla 6-6, el sistema de los grandes lagos cuya superficie total es de 250.000 km^2 y el río San Lorenzo en USA y Canadá, que une el lago Ontario con el mar, cuya longitud es de 292 km. El sistema completo alcanza una potencia instalada de 8.000 MW, de los cuales al salto del Niágara corresponden 4.000 MW.

4.ª clasificación: según el sistema de explotación.

a) *Centrales aisladas o independientes:* alimentan una red de consumo particular sin conexión a una red general alimentada por otras centrales.

b) *Centrales coordinadas:* alimentan una red general de consumo junto con otras centrales térmicas de combustible fósil (centrales convencionales o nucleares, e hidráulicas). La tendencia moderna es a la unificación de la red nacional con interconexión a las redes de otros países y conexión a esta red de todas las centrales incluso las más pequeñas.

5.ª *clasificación: según la demanda a que satisfacen:*

a) *centrales de base;* b) *centrales de punta.*

Las *centrales con embalse* presentan la máxima flexibilidad, y sirven como centrales de base o como centrales de punta, según el tiempo del año y según sea el año lluvioso o seco. Las *centrales de agua fluyente* pueden utilizarse como *centrales de base,* si el caudal mínimo del río es igual o mayor que el caudal necesario; pero de ordinario las centrales de agua fluyente son centrales de *carga punta.*

6.4. Panorama mundial de los aprovechamientos hidroeléctricos

Según las estadísticas del anuario de 1954 de la Conferencia Mundial de la Energía la potencia instalada en el mundo hasta esa fecha era de 72 millones de kW. Extrapolando estas cifras hasta el año 1957, y teniendo en cuenta otras centrales existentes no incluidas en aquella estadística, Mosonyi estimó la potencia instalada en el mundo hasta 1957 en $(80\text{-}85)\cdot 10^6$ kW. La Fig. 6-14 muestra la energía eléctrica total de hecho obtenida en los diferentes continentes en los años de 1948 en adelante.

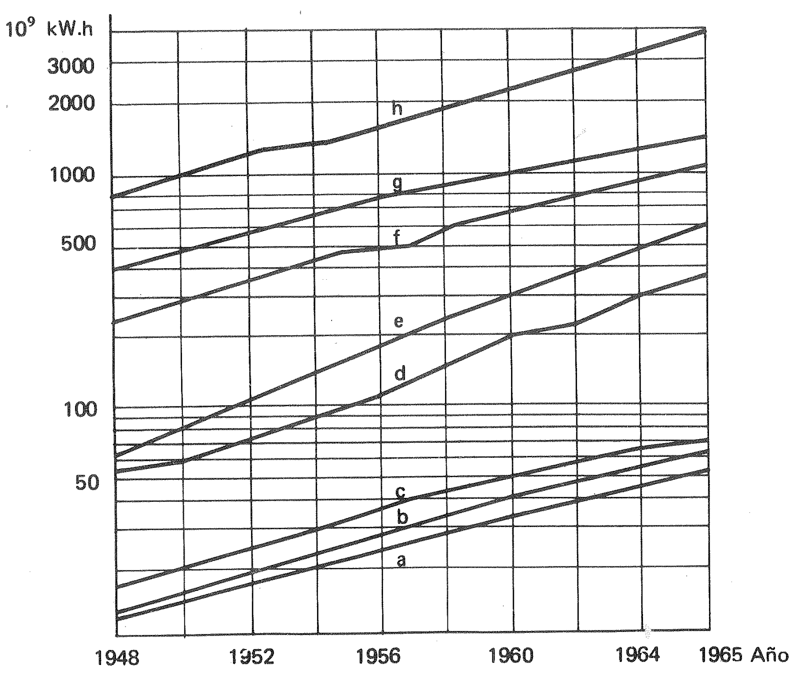


Fig. 6-14.– Producción de *energía eléctrica* en el mundo desde el año 1948. Curva a: Australia y Oceanía; curva b: Africa; curva c: América del Sur; curva d: Asia; curva e: URSS; curva f: Europa excepto la URSS; curva g: América del Norte; curva h: Mundo entero.

La Fig. 6-15, muestra la importancia relativa de la energía hidroeléctrica en dicha energía eléctrica total, a partir del año 1950. La tendencia en muchos países es a una duplicación de la potencia instalada aproximadamente cada diez años.

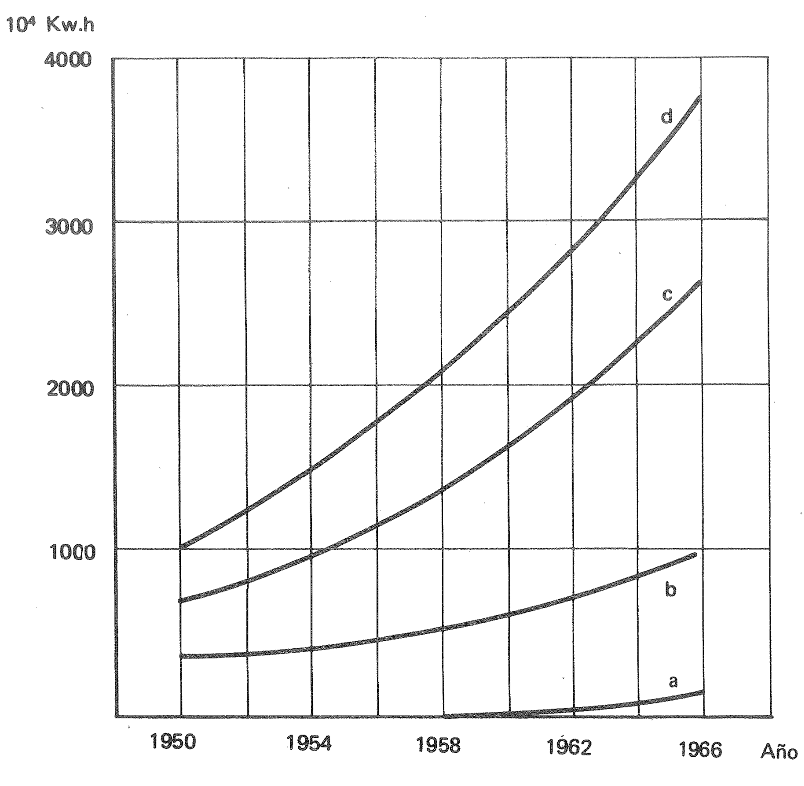


Fig. 6-15.– Energía eléctrica mundial producida de diferentes tipos desde el año 1950: curva a: energía atómica; curva b: energía hidroeléctrica; curva e: energía térmica convencional; curva d: energía eléctrica total producida en el mundo.

La producción de energía eléctrica en el año 1970 fue de $4800 \cdot 10^9$ kW · h, repartida así: centrales térmicas con combustibles fósiles 3630; centrales hidroeléctricas 1100; centrales atómicas $70{,}0 \cdot 10^9$ kW · h. Es decir, la contribución de las centrales hidráulicas en 1970 fue de un 22,9%. Este porcentaje sigue disminuyendo.

Aunque los datos de la tabla 6.7 se refieren al año 1955 (ó 1954 según los casos), aún tienen interés hoy día, porque indican la importancia relativa de la energía hidroeléctrica en los diversos países.

En la citada tabla los dos países extremos son Suiza con 99,5% de energía hidroeléctrica y Holanda con 0%. En los tres países, en que, según la tabla de la página siguiente, la energía hidroeléctrica tiene mayor importancia relativa, Suecia y Noruega, la energía anual producida en saltos de altura inferior a

TABLA 6-7

% de energía hidroeléctrica en la energía eléctrica total producida en un año

Nación	Energía eléctrica total producida en 1955 (o 1954) ($10^9 \cdot kW \cdot h$)	Energía hidroeléctrica producida en 1955 (o 1954) ($10^9 \cdot kW \cdot h$)	%
Alemania Occ.	72,3	11,8	16,3
Bélgica	10,9	0,1	1,2
Canadá	73,3	62,6	85,5
USA	624,9	116,0	18,6
Francia	49,7	25,6	51,5
Gran Bretaña	89,1	1,5	1,7
Italia	38,1	30,8	81,0
Luxemburgo	1,1	0,03	2,7
Noruega	22,7	22,4	99,0
Holanda	10,5	0	0
Suecia	24,7	21,6	87,5
Suiza	15,4	15,3	99,5
URSS	145,0	29,0	20,0

15 m representa en Suiza 27,4 % de la energía hidroeléctrica de aquel país, en Suecia 48 % y en Noruega 8,3%.

Las dos tablas siguientes 6-8 y 6-9, construidas con datos estadísticos de un informe de las Naciones Unidas (1), reflejan la energía eléctrica en potencia y en explotación en los diferentes países de Europa.

El panorama del potencial eléctrico español, y la capacidad instalada según las diferentes cuencas de la geografía española puede verse en la tabla 6-10 construida con datos de la Jefatura de Servicios Eléctricos de nuestro país.

(1) *The Hydro-electric potencial of Europe's water resources, Vol. II, The present state of assessment in Europe*, United Nations, New York, 1968.

TABLA 6-8

Energía hidroeléctrica potencial e instalada en Europa, según estimación hecha en 1965

País	Area (10^3 km^2)	Energía explotable en un año medio (10^9 $kW \cdot h$)	kW · h por habitante	% explotado
Albania	29	5,00P	2.680 P	4
Alemania Oc.	248	20,60	350	61
Alemania Oriental	108	2,00 P	117 P	49
Austria	84	43,90	6.050	35
Bélgica	31	0,55	53	34
Bulgaria	111	15,80	1.925	12
Checoslovaquia	128	12,00	848	25
Dinamarca	43	0,05	10	50
España	496	62,80	1.995	31
Finlandia	337	21,70	4.700	43
Francia	547	82,00	1.676	56
Gran Bretaña	244	11,50	216	40
Grecia	115	20,70 P	2.421 P	3
Holanda	34	—	—	—
Hungría	93	3,40	332	2
Irlanda	70	1,05	383	93
Islandia	103	35,00 P	182.290	2
Italia	301	76,50	1.480	58
Luxemburgo	3	0,10	300	90
Noruega	324	151,60	40.720	31
Polonia	313	12,10	384	8
Portugal	90	13,20	1.534	47
Rumanía	238	23,40	1.225	5
Suecia	449	80,00	10.344	56
Suiza	41	39,00 P	6.550 P	69
Turquía	781	150,00 P	4.800	2
URSS (parte europea)	5.560	314,00	1.780	—
Yugoslavia	256	66,00	3.383	13
Media o total	11.177	914,95	1.931	32,5

TABLA 6-9

Energía eléctrica producible en un año en algunos países de Europa en relación con el potencial hidroeléctrico del país.

País	Potencial eléctrico (10^6 $kW \cdot h/km^2$)	Energía hidroeléctrica producible (10^9 $kWh/año$)			% de la energía producible con relación al potencial/km²		
		1955	1965	1975 (a)	1955	1965	1975
Alemania Occ.	0,38	10,3	12,6	15,9 (b)	10,9	13,3	16,7
Austria	1,82	7,9	15,3	27,3 (b)	5,2	10,0	17,9
España	0,29	7,9	19,4	38,5 (b)	5,5	13,5	26,7
Finlandia	0,14	5,8	9,3	11,9	12,4	19,9	25,4
Francia	0,57	26,7	45,7	60,1 (b)	8,5	14,6	19,1
Gran Bretaña	0,26	2,4	4,1	4,6 (b)	3,8	6,4	7,3
Italia	1,13	31,1	44,1	53,1 (b)	9,1	12,9	15,6
Noruega	1,71	21,7	47,0	81,3	3,9	8,5	14,6
Polonia	0,10	0,7	0,9	2,6 (b)	2,2	2,9	8,1
Portugal	0,46	2,8	6,2	10,3	6,7	14,8	24,5
Suecia	0,44	25,2	45,1	58,1	12,9	23,0	29,6
Suiza	4,37	16,1	26,9	32,3 (b)	9,0	15,0	18,0

a) Energía producible estimada; b) Incluye la energía obtenible por acumulación por bombeo.

TABLA 6-10

Potencial hidroeléctrico y potencia instalada en España (situación 31 Dic. 1966)

Región o cuenca	Area (km^2)	Precipitación media: (mm)	Potencial eléctrico ($10^6 kW \cdot h$)	N.º de embalses	Capacidad de embalse ($10^6 \cdot m^3$)	Energía eléctrica instalada	
						Potencia instalada (MW)	Energía producible en 1965 ($10^6 \cdot kW/h.$)
Zona Norte	53.800	1.379	22.987	54	2.651	2.418,4	7.739
Cuenca del Ebro	85.500	608	14.218	101	4.080	1.983,7	6.348
Zona Este de los Pirineos	16.490	745	690	6	213	136,4	436
Júcar y Zona E. de la costa	42.900	519	2.864	31	1.621	418,5	1.339
Cuenca del Segura	18.630	376	464	13	875	74,8	239
Zona Sur de la costa	13.390	552	367	9	132	84,3	270
Cuenca del Guadalquivir	63.085	563	2.760	29	2.816	278,3	890
Cuenca del Guadiana	59.870	559	771	24	3.975	119,4	382
Cuenca del Tajo	55.770	659	9.183	56	5.713	702,4	2.248
Cuenca del Duero	78.970	611	8.499	33	3.230	1.511,0	4.835
Total	493.455	667	62.803	356	25.306	7.727,2	24.727

6.5. Presas, aliviaderos y compuertas y elementos diversos de los aprovechamientos hidroeléctricos

Todo tipo de aprovechamiento hidráulico requiere los cuatro tipos de obras siguientes:

- obras de retención (presas)
- obras de toma de agua
- obras de derivación (canal o conducto cerrado)
- obras de la central.

Aunque el estudio de estas obras no pertenece a este libro daremos una idea de algunas de ellas en este lugar. De la central misma, hablaremos en el capítulo siguiente.

Presas hidráulicas

Sólo incluiremos bajo este nombre las presas fijas; de los aliviaderos y compuertas, que pueden denominarse *presas móviles,* hablaremos después.

Las presas crean una obstrucción en el río prácticamente invariable, mientras que las compuertas móviles, formadas por elementos móviles (compuertas), permiten variar la obstrucción creada en el río, y por consiguiente regular el nivel en función del caudal.

Con las primeras se crea un gran embalse para la acumulación de agua; mientras que las segundas, cuya altura rara vez excede los 20 m, solamente permiten una reserva diaria o hebdomadal.

Una presa consta de: a) *dique* o muro de contención; b) *coronación* de este dique, donde suele construirse un camino o carretera; c) la *base* o cimiento del dique; d) *paramentos* o superficie anterior y posterior del dique; e) *aliviaderos* de crecidas; f) *órganos de evacuación.* A éstos elementos se añaden a veces obras que permiten a los peces franquear la presa.

Las presas se clasifican en: *presas de gravedad, presas de bóveda* y *presas de bóveda múltiple.*

El hormigón armado no se emplea en las presas de gravedad ni en las de bóveda salvo en estas últimas en los lugares en que el material trabaja a tracción; pero se emplea frecuentemente en las presas de bóveda múltiple.

Presas de gravedad

La presa de gravedad es una obra de retención que resiste el empuje del agua por su propio peso. Normalmente se construye con bloques grandes de cemento.

Las presas de gravedad tienen la ventaja de no necesitar riberas resistentes para su estabilidad, aunque necesitan un fundamento rocoso; pero debido al inconveniente del gran volumen de hormigón necesario, y al precio elevado del transporte del cemento, sobre todo si la presa se construye en alta montaña, se tiende a construir cada vez menos este tipo de presa. Los perfiles de la Fig. 6-16 corresponden

Fig. 6-16.– *Presas de gravedad* notables: a) Hoover; b) Grand Coulee; c) Dixence

a tres de las presas de gravedad mayores del mundo. Si llamamos

H_0 – la altura desde la base a la coronación

b – espesor en la base

ℓ_c – longitud de la coronación.

las características de estas presas son las siguientes:

1) *Presa de Hoover o Boulder,* en el río Colorado, USA (1933–36):

$$H_0 = 225 \text{ m}; \quad b = 170 \text{ m}; \quad \ell_c = 385 \text{ m}.$$

2) *Presa del Grand Coulee*, en el río Columbia, USA (1935-42) (récord mundial en aquel entonces en volumen de hormigón empleado en cualquier tipo de obra); el embalse alimenta una central de 2.200 MW, además de 10 B de acumulación por bombeo de potencia unitaria 48 MW:

$$H_0 = 145 \text{ m}; \quad b = 90 \text{ m}; \quad \ell_c = 1200 \text{ m}$$

El embalse tiene 240 km de longitud y 345 km^2 de superficie y su capacidad total es de $14 \cdot 10^9$ m^3.

3) *Presa de la Grande Dixence*, en el río Dixence y afluentes, Suiza (1951-1971), record mundial hasta entonces en altura de presa:

$$H_0 = 284 \text{ m}; \quad b = 200 \text{ m}; \quad \ell_c = 750 \text{ m}$$

El embalse tiene una capacidad de $400 \cdot 10^6$ m^3, y alimenta varias centrales con un salto de 1.800 m.

Presas de bóveda

La presa de bóveda, en contraposición a la presa de gravedad, es una estructura en forma de arco, que, al igual que el arco de un puente, resiste el empuje del agua apoyándose sobre las riberas. Tiene la forma de una bóveda, cuya convexidad mira

aguas arriba, y cuyo espesor crece desde la coronación a la base. A veces se aumenta el espesor para que el propio peso contribuya a la estabilidad (presas bóveda-gravedad), y por el contrario, a veces se le da la forma de cúpula, con lo cual la estructura de doble curvatura permite que el espesor sea inferior al de una presa de bóveda clásica (presas bóveda-cúpula).

La economía de hormigón en estas presas es de 1/3 a 2/3 con relación a las presas de gravedad; la economía en mano de obra es menor porque los encofrados son complicados. La solución presa de bóveda no es aconsejable si la anchura del valle no es 5-6 veces mayor que la altura H_0. Las riberas deben ser naturalmente resistentes, o se han de reforzar, por ejemplo, con inyecciones de cemento.

La presa de Vaiont, en el río Vaiont, Italia (1958-1961), récord mundial hasta entonces de altura en presa de bóveda tiene las siguientes características:

$$H_0 = 266 \text{ m}; \quad b = 23 \text{ m}; \quad \ell_c = 190 \text{ m}$$

En la figura 6-17, pueden verse los perfiles transversales de algunas presas de bóveda notables.

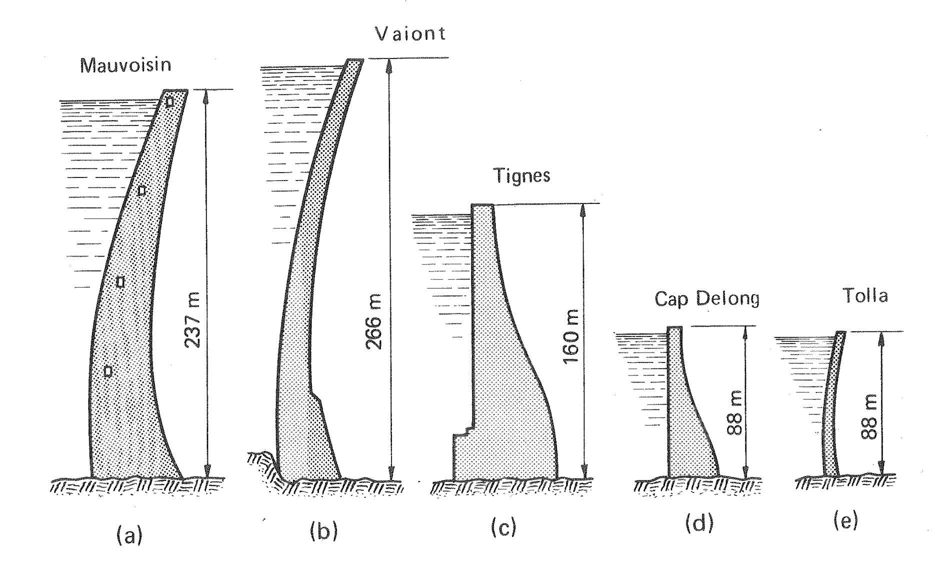


Fig. 6-17.–*Presas de bóveda* notables.

Presas de bóveda múltiple

Constan de un cierto número de bóvedas de hormigón armado, ligeras en espesor, con contrafuertes de hormigón sobre los que se apoyan las bóvedas.

El número de bóvedas puede ser muy grande, como en la presa de Erraguène, en la Argelia francesa, que tiene 35.

Aliviaderos y compuertas.

En toda presa se construye algún tipo de *aliviadero*, calculado para el caudal máximo de crecida, que tiene por objeto proteger el lugar y la presa misma contra las inundaciones. Este puede formar parte integral de la presa o constituir estructura aparte. Los aliviaderos pueden ser fijos o móviles. Los aliviaderos móviles se denominan *compuertas*. Los aliviaderos fijos pueden reducirse a tres tipos: a) vertederos; b) pozos; c) sifones o vertederos sifónicos.

Los aliviaderos móviles o compuertas, cuyo accionamiento puede ser manual, mecánico, eléctrico, hidráulico o neumático, total o parcialmente automático, suelen construirse según los tipos siguientes: 1) compuertas deslizantes; 2) compuertas basculantes; 3) compuertas de segmento tipo Tainter; 4) compuertas de sector; 5) compuertas de tejado; 6) compuertas cilíndricas.

Aliviaderos fijos

1) *Vertederos en la coronación misma de la presa*

La utilización de la coronación de la presa como vertedero es práctica corriente, sobre todo en las presas de gravedad. La ventaja de esta disposición consiste en poder emplear todo el ancho de la presa y conseguir un rebosadero de gran capacidad con poca altura de lámina.

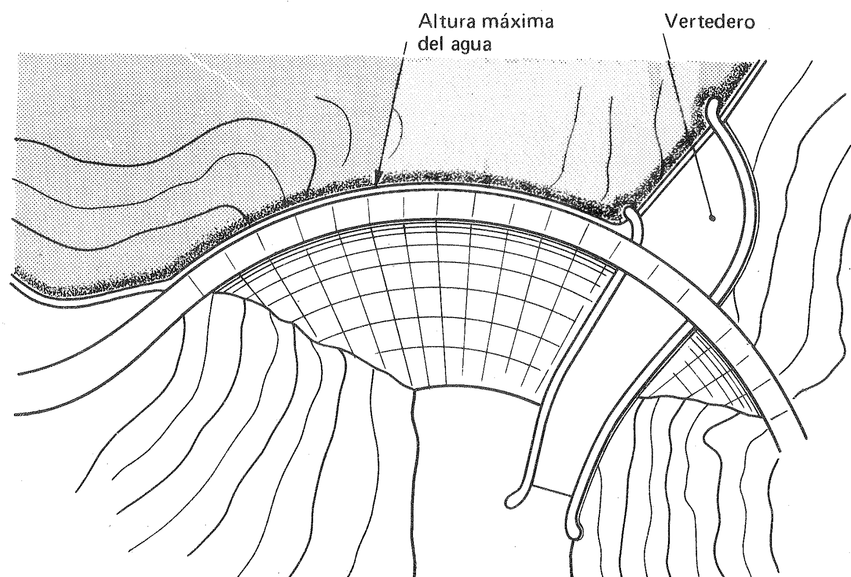


Fig. 6-18.–Vertedero en estructura lateral independiente.

2) *Vertederos en estructura lateral independiente*

En la figura 6-18 puede verse un esquema de este tipo. La ventaja de esta disposición consiste en dejar libre la parte central de la presa, al pie de la cual puede construirse la central.

3) *Pozos*

El esquema de este tipo de aliviadero puede verse en la figura 6-19, que no necesita explicación: un rebosadero generalmente circular vierte en un pozo, que comunica con el canal de salida por una galería. En algunas centrales el pozo y la galería han sido excavados en roca.

4) *Sifones*

Dos esquemas de este tipo de aliviadero pueden verse en las Figs. 6-20 y 6-21. En la Fig. 6-22 puede estudiarse el principio de funcionamiento de este tipo de vertedero, y sus ventajas sobre el vertedero convencional de lámina libre.

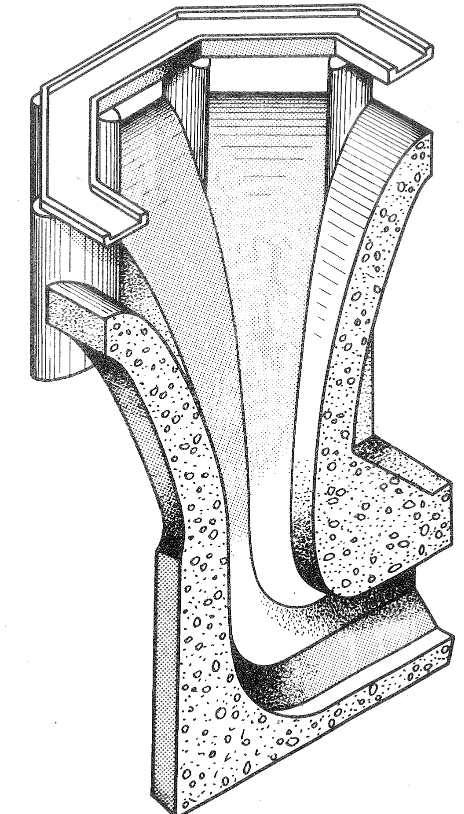


Fig. 6-19.–Pozo aliviadero.

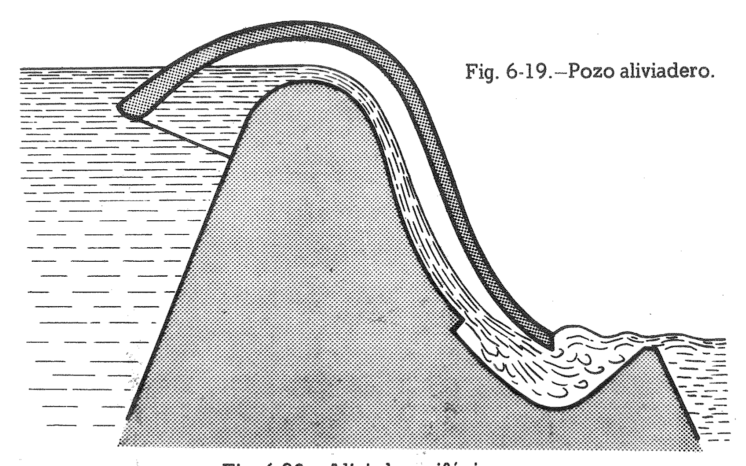


Fig. 6-20.–Aliviadero sifónico.

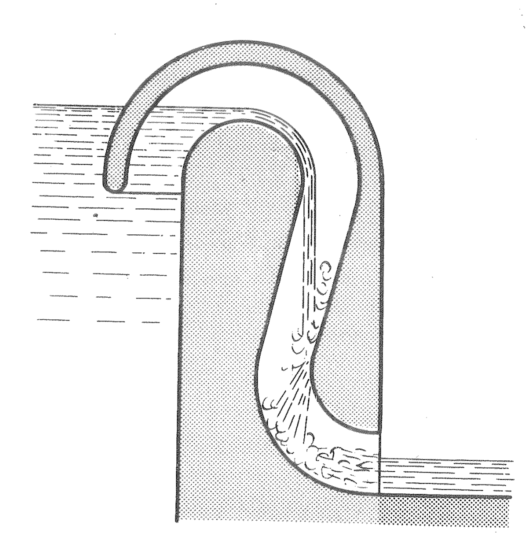


Fig. 6-21.–Aliviadero sifónico.

Constan de uno o varios sifones, que comunican en el extremo superior con el nivel de aguas arriba, y en el extremo inferior con el nivel de aguas abajo del canal de salida. Son de cebado automático: cuando el nivel de agua en el embalse llega a la cresta interior del sifón empieza el agua a fluir, se corta la comunicación con la atmósfera, simultáneamente el aire dentro del sifón comienza a ser barrido por la corriente de agua, y con el vacío parcial aumenta el caudal; recíprocamente al aumentar el caudal se incrementa la evacuación de aire, hasta que rápidamente el sifón descarga completamente lleno. Compárense los esquemas a y b de la Fig. 6-22. Una vez estipulado un nivel de aguas arriba, la coronación del vertedero se ha de colocar a una distancia H_v por debajo de dicho nivel (H_v – altura de lámina requerida para descargar el caudal máximo, según la fórmula de los vertederos); como el caudal de descarga del vertedero oscila entre cero y un valor máximo el nivel de agua variará

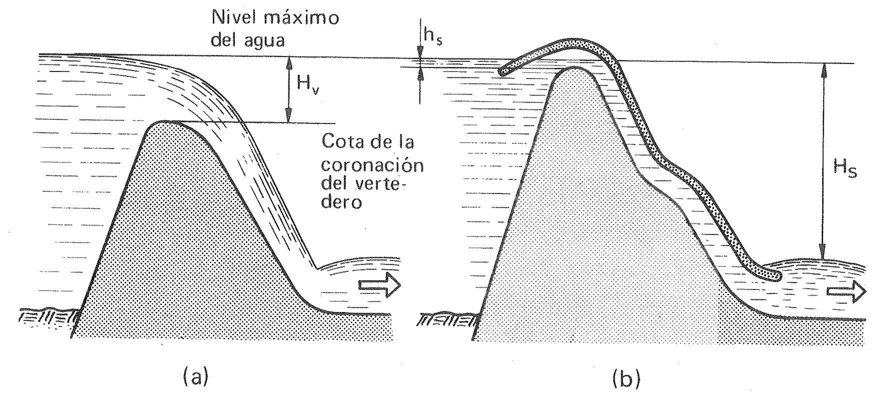


Fig. 6-22.–Principio de funcionamiento de un *aliviadero sifónico.*

también una distancia H_v. Por el contrario, la variación del nivel requerido por el sifón es solamente h_s, que es la altura requerida para cebar el sifón; ahora bien esta altura es muy pequeña, del orden de 2-5 cm solamente.

Compuertas

Las compuertas se emplean en hidráulica en formas muy diversas para multitud de fines: navegación, riego, etc. Nos contentaremos con aducir algunos ejemplos de los tipos más frecuentemente empleados en los aprovechamientos hidroeléctricos, ya sea como aliviaderos o presas móviles, ya como estructuras de control a la entrada del canal de derivación.

1) *Compuertas deslizantes*

Están constituidas por un entramado de vigas de acero, que sustentan una chapa de acero en la cara que mira a la corriente. Pueden ser simples o compuestas de varias hojas. El flujo a través de la compuerta puede tener lugar a) entre la hoja superior e inferior; b) por debajo de la compuerta, o c) por encima de la compuerta a manera de vertedero; esta última disposición tiene la ventaja de la evacuación por encima de la compuerta de los ramajes y hojarasca que arrastra la corriente; normalmente la compuerta se eleva verticalmente y el agua pasa por debajo; la elevación de la compuerta, facilitada por contrapesos, se hace eléctrica, mecánica o hidráulicamente; si la anchura del río o canal es grande, o el empuje hidráulico es excesivo, se divide el ancho del río mediante pilares en un cierto número de aperturas parciales; se interponen rodillos entre las compuertas y las guías; o se abandona este tipo de compuerta. En la compuerta de una sola hoja el caudal fluye siempre por debajo de la misma; sin embargo, es conveniente muchas veces que el caudal vierta por encima, no sólo por la razón ya indicada de la evacuación de los cuerpos flotantes; sino también porque en caso de crecida la velocidad sería grande, produciéndose erosiones en la solera y vibraciones en la compuerta misma. Esto se evita con las compuertas de varias hojas. He aquí algunos ejemplos interesantes:

a) *Central de Kentucky*, en el río Tennessee, USA: $Q_{máx}$ registrado 21.000 m^3/s. Esquema de las compuertas en la figura 6-24: número de aperturas, 24, de 12 m de ancho cada una, con compuertas deslizantes de 5 m de altura cada una, que se maniobran desde una grúa pórtico, que puede ejercer una tracción de 100 toneladas. En la Fig. 6-24 la compuerta se utiliza como aliviadero.

b) *Central de Kouibychev* en el río Volga, (1957): $Q_{máx}$ registrado = 64.000 m^3/s. Número de aperturas: 38; ancho de las aperturas: 20 m.

c) *Central Río Negro* en el Uruguay. En la Fig. 6-23 puede verse uno de los cuatro tableros de 7 × 7, con los rodillos de deslizamiento a la derecha, de la compuerta deslizante en la admisión de las T. En la Fig. 6-25 puede verse la entrada de la misma central: 1. rejilla; 2. limpia rejilla; 5. compuerta de rodillos; 6. accionamiento hidráulico de la compuerta; 8. suministro de aceite a presión; 10. tubería forzada.

2) *Compuertas basculantes*

La Fig. 6-26 representa una de estas compuertas, muy adecuadas para el con-

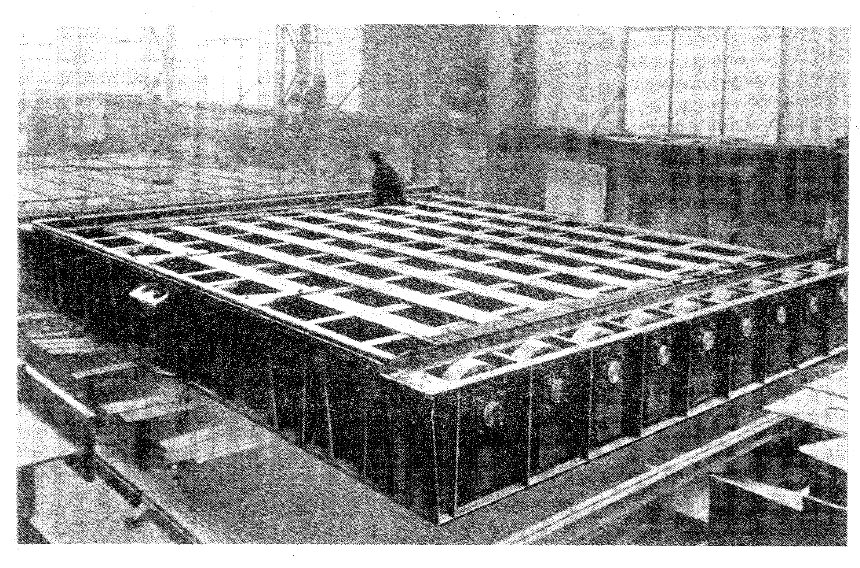


Fig. 6-23.–Una de las cuatro *compuertas* de entrada a las T de la central de Río Negro, Uruguay de 7 × 7 m (Altura de embalse 35 m), construidas por la casa Voith, Alemania. A la derecha se ven los rodillos de deslizamiento y sus tuberías de lubrificación.

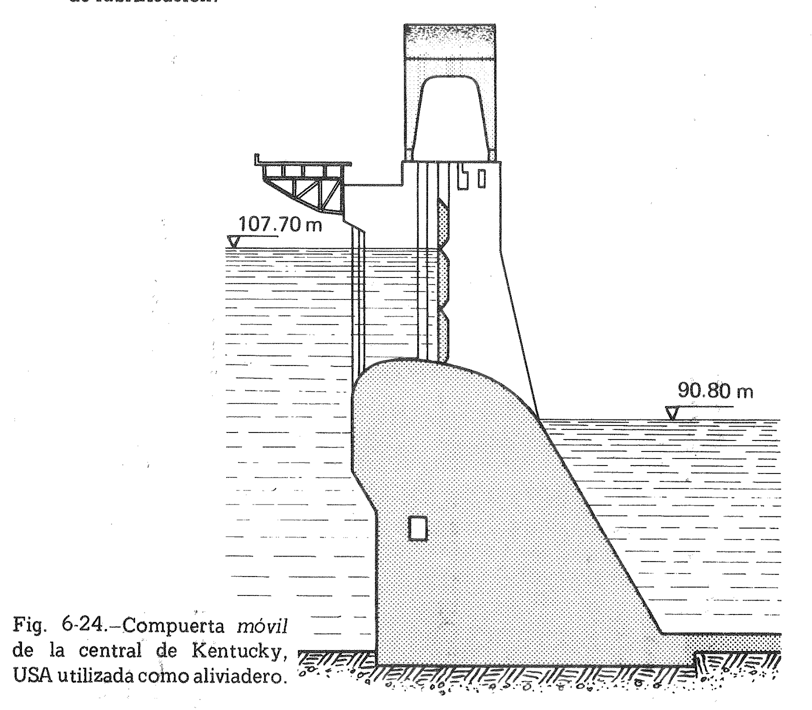


Fig. 6-24.–Compuerta *móvil* de la central de Kentucky, USA utilizada como aliviadero.

1 rejilla
2 limpia-rejillas, a la vez elevador de la ataguía
3 guías del tablero de ataguía
4 un tablero de ataguía
5 compuerta de rodillos
6 accionamiento hidráulico con pértiga multipartida
7 compartimento de montaje para la compuerta de rodillos
8 aprovisionamiento de aceite a presión
9 pozo de aireación
10 tubería de presión

NS

700 Ø

VOITH 7428

Fig. 6-25.–Corte de la presa de la central Río Negro (Uruguay). Tiempo de cierre de las compuertas 30 s.

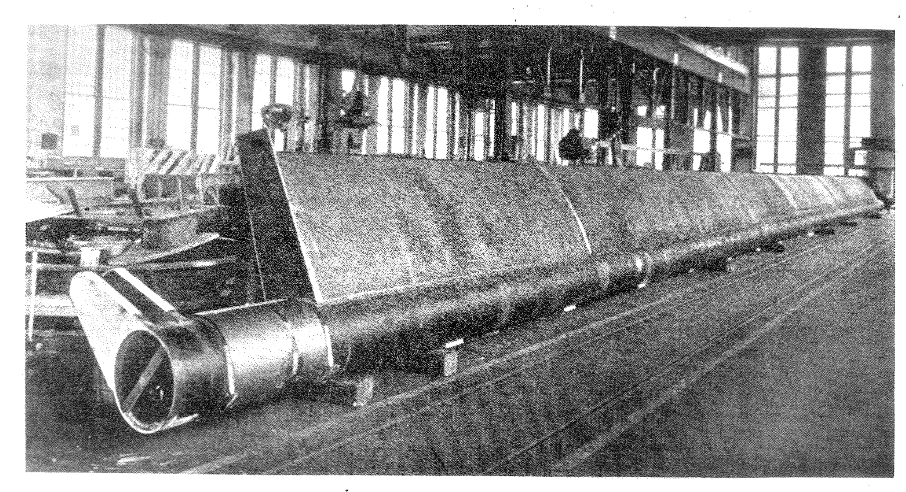


Fig. 6-26.–Cara frontal de una compuerta basculante en los talleres de la Morgan Smith, USA.

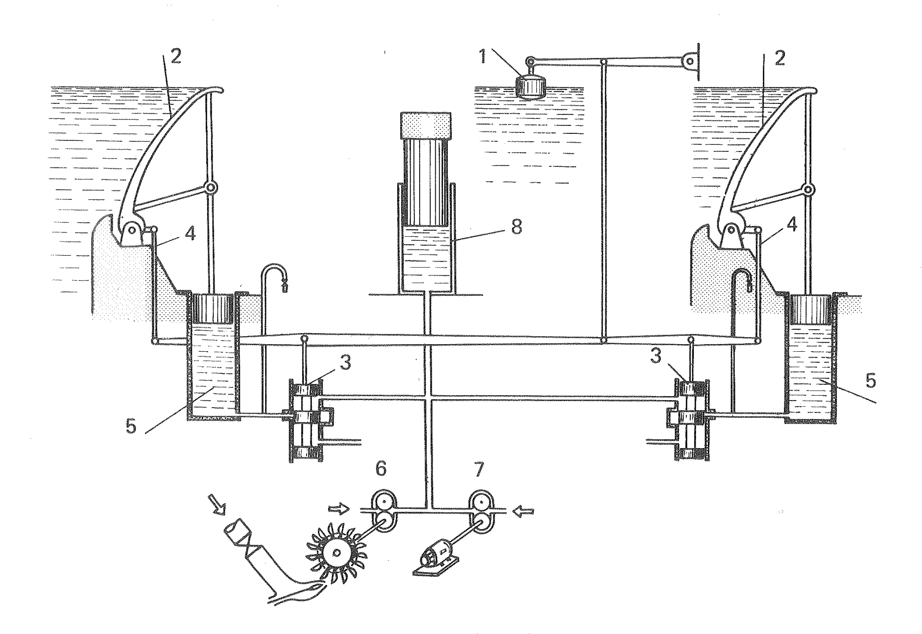


Fig. 6-27.–Regulación automática por flotador: 1. flotador; 2. compuertas basculantes; 3. válvulas de distribución de aceite; 4. bridas de reposición; 5. servomotores; 6. bomba auxiliar de aceite accionada por la T; 7. bomba principal de aceite accionada por motor eléctrico; 8. acumulador de aceite (reduce el tamaño de la bomba 7).

trol automático de nivel e inundaciones. La Fig. 6-27 muestra un mecanismo sencillo de regulación automática por servomotores de aceite de dos compuertas basculantes. Las compuertas tienden a girar en el sentido de las agujas del reloj, y a descender tanto por su propio peso como por el empuje hidráulico; al bajar el nivel del agua el flotador 1 baja también; las correderas 3 dejan paso al aceite a presión, que eleva las compuertas. La estabilidad o servorreposición se logra gracias a que por medio de las bielas 4 vuelven de nuevo a obturarse las válvulas 3; el acumulador de aceite permite utilizar una bomba de aceite más pequeña.

3) *Compuertas de segmento tipo Tainter*

En estas compuertas (véase la Fig. 6-28) la superficie en contacto con el agua tiene la forma de un segmento de superficie cilíndrica. El desagüe es por debajo de la compuerta. La fuerza debida a la presión del agua es normal a la superficie cilíndrica, y pasa por el eje de pivotamiento, que coincide con el eje del cilindro, con lo que se elimina el momento de la fuerza hidráulica con relación a este eje, reduciéndose el momento resistente al producido por el peso y por los rozamientos en los dos pivotes de la compuerta.

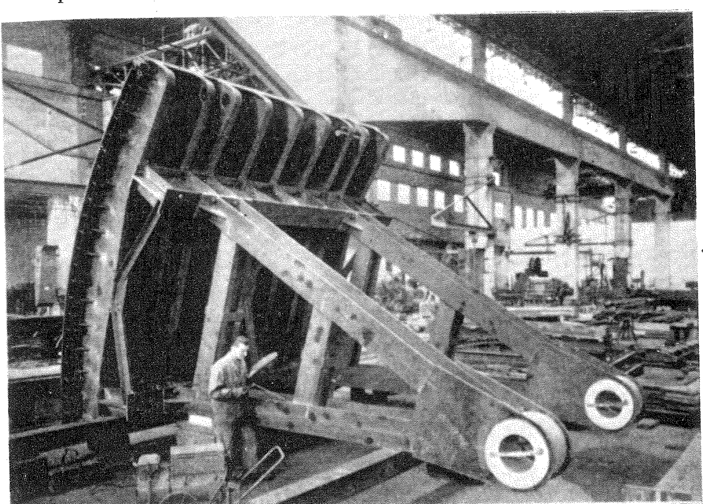


Fig. 6-28.–*Compuerta Tainter* construida por la casa Neyrpic para la central de Vaussaire, Francia.

4) *Compuertas de sector*

Constan no sólo del segmento de superficie AB sino del sector completo OAB estanco (véase el esquema de la Fig. 6-29), que puede girar introduciéndose en la fosa M. A diferencia de las compuertas Tainter, en estas compuertas el agua fluye por encima, en vez de por debajo de la compuerta; y no tienen dos pivotes sino muchos, con lo cual la luz de la compuerta puede ser mayor.

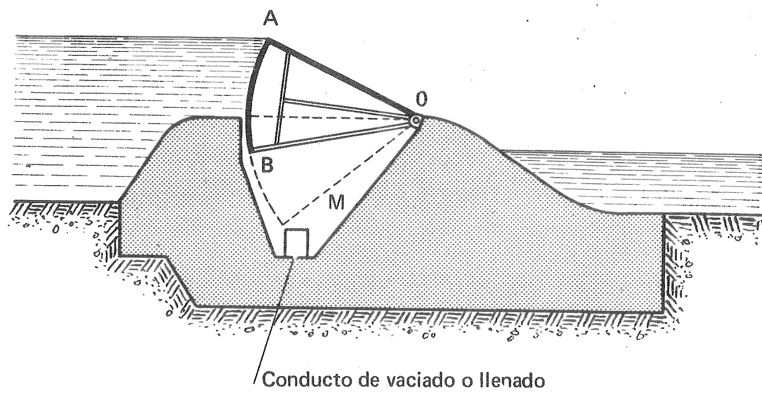


Fig. 6-29.—Esquema de una *compuerta de sector.*

5) *Compuertas de tejado*

En la Fig. 6-30 puede verse un esquema, y en la Fig. 6-31 una foto, de la compuerta inferior de una presa de tipo de tejado construida por los talleres Voith; estas compuertas se instalan con frecuencia en saltos de pequeña altura (H < 15 m).

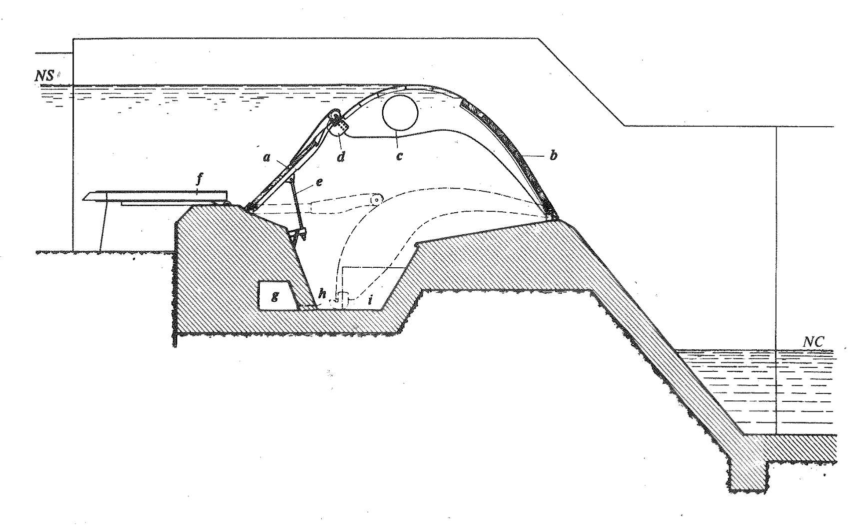


Fig. 6-30.—Sección de una presa con *compuerta de tejado.* a) compuerta superior; b) compuerta inferior; c) tubo flotador; d) gancho para limitar el alza de la compuerta inferior; e) tirante para limitar el alza de la compuerta superior; f) apoyos reversibles para un cierre de emergencia; g) canal de purga; h) foso de limpieza; i) abertura de paso desde la válvula de mando a la cavidad debajo del tejado y de ésta a la válvula de descarga.

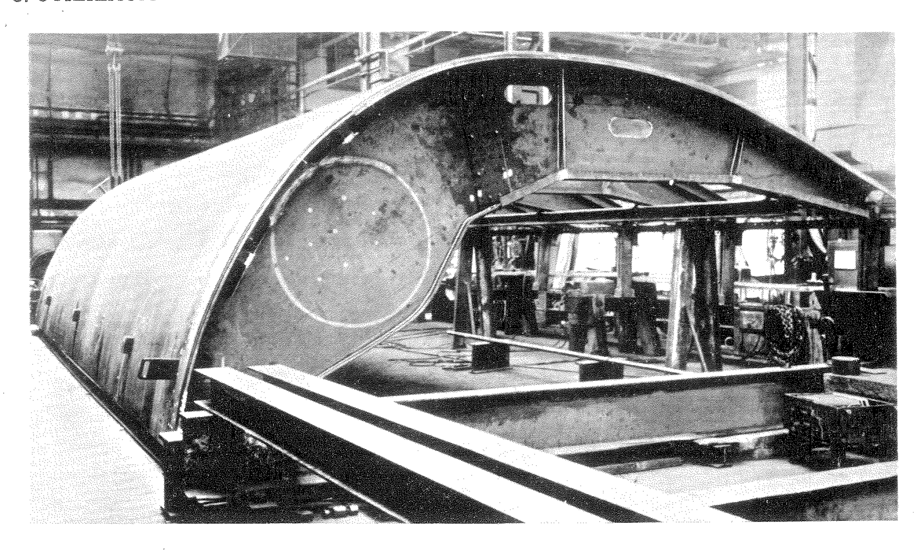


Fig. 6-31.—Hoja inferior de una *compuerta de tejado* ya soldada en los talleres Voith, Alemania. Pueden verse a la izquierda los trinquetes del dispositivo de enclave y delante un trinquete de emergencia.

b) *Compuertas cilíndricas*

Son las menos frecuentes, y constan (Fig. 6-32) de un cilindro hueco de chapa, en cuyos extremos unos dientes engranan con una cremallera, que desliza por una pista inclinada. Al elevarse el cilindro permite el desagüe de crecida; un batiente fijo, como indica la figura, impide el desagüe por debajo del cilindro, cuando éste se encuentra en la posición más baja. Este tipo de compuertas evita el gripamiento por el hielo de las compuertas deslizantes y se presta a grandes anchuras incluso superiores a los 40 m.

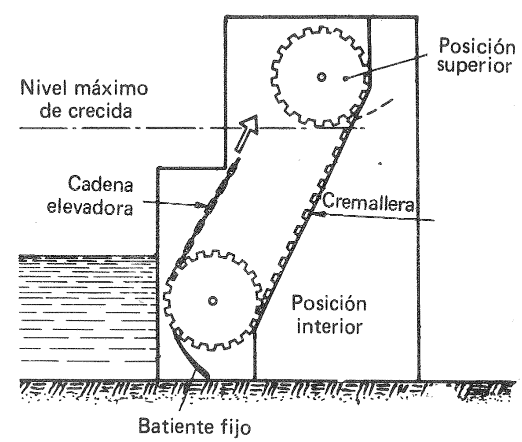


Fig. 6-32.—Esquema de una compuerta *cilíndrica.*

Válvulas

Una válvula dispuesta a la entrada de la T permite, gracias a su estanqueidad, cortar el flujo en la parada de la T y proceder en su caso a la revisión de la misma. Según los casos se instalan válvulas de compuerta, esféricas o de mariposa.

En la Fig. 6-33 puede verse una válvula *de mariposa* muy empleada en los saltos de mediana y pequeña altura.

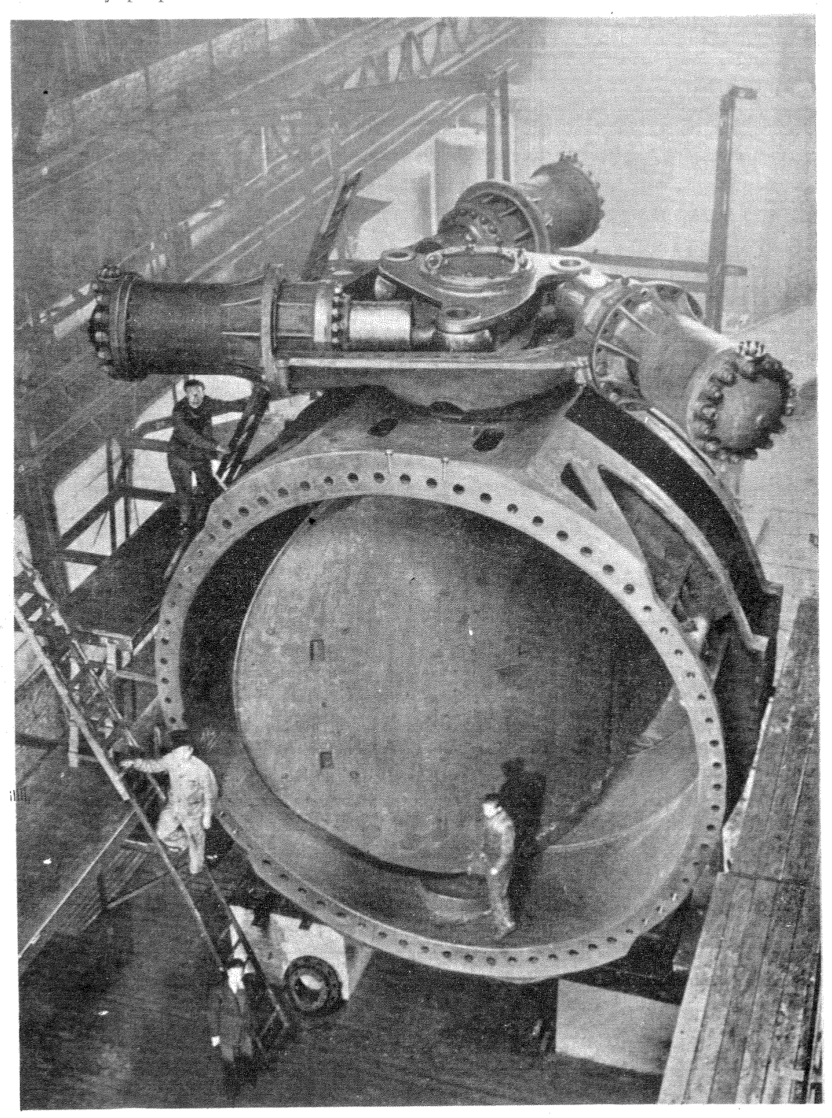


Fig. 6-33.–*Válvula de mariposa* de la central de Génissiat en los talleres Escher Wyss, Suiza, calculada para una altura de presión de 120 m, de 6,30 m de diámetro, construida en acero colado y forjado, maniobrada por un servomotor de pistones diferenciales.

Estas válvulas, que suelen estar accionadas como la de la figura por un servomotor hidráulico, tienen la ventaja de ser circulares, con lo que se instalan fácilmente en una tubería forzada.

Elementos diversos

1) *Rastrilleo mecanizado*

A la entrada de las tuberías forzadas (saltos de gran altura) o de las T (saltos de pequeña altura), el agua arrastra muchas veces hojarasca, ramas, palos, troncos, etc... Modernamente el rastrilleo, que antes se hacía manualmente, se ha mecanizado, en forma de rastrillo mecánico, como el que representa la Fig. 6-34 construido por la Morgan Smith: sobre una rejilla inclinada se desliza el rastrillo, cuyos dientes automáticamente al bajar el rastrillo se ponen paralelos a la rejilla y al subir se disponen perpendicularmente a la misma, para ir recogiendo las ramas y hojarasca.

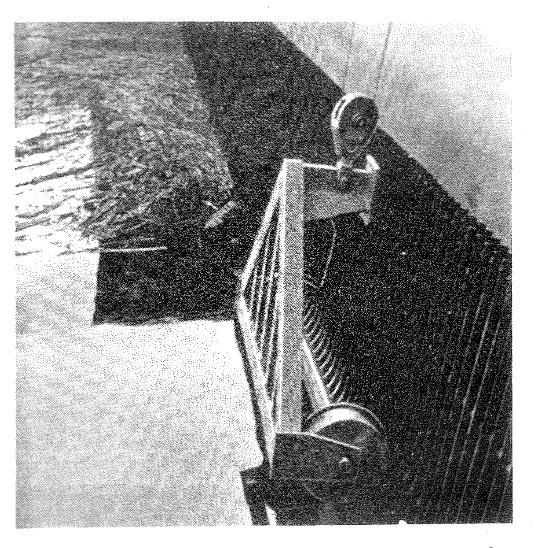


Fig. 6-34.–*Rastrilleo mecanizado* tipo Leonard de la Morgan Smith, consta de una reja fija y de un rastrillo controlado automáticamente por interruptores de límite y relés térmicos de sobrecarga.

2) *Estructuras de admisión*

Estas estructuras, indispensables en los ríos que transportan mucho sedimento, suelen ser las siguientes: (véase Fig. 6-35)

–*dintel de entrada:* protege contra el transporte de los sedimentos del fondo del río;

–*muro decantador* (dividido en pilares): aparta los cuerpos extraños flotantes;

–*rejilla:* desempeña la misma función;

–*pozo de sedimentación (o filtro de arena):* en él se depositan los sedimentos aún no eliminados.

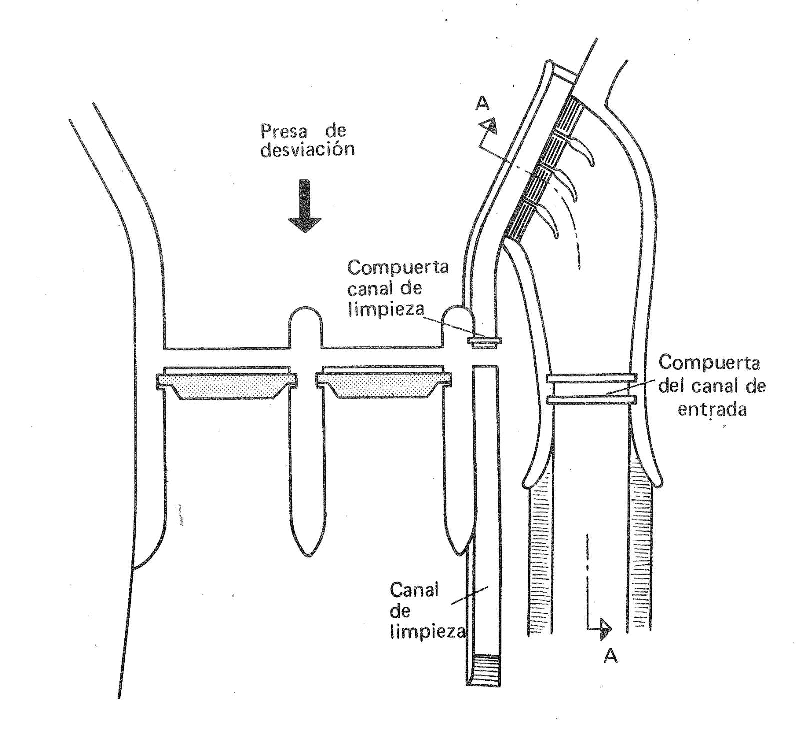
–*canal de limpieza:* remueve todos los sedimentos;

–*compuertas de cierre del canal de limpieza;*

–*compuerta del canal de entrada:* controla el flujo en el mismo.

3) *Destructores de energía*

El agua que cae desde el aliviadero de una presa de gran altura posee al llegar al suelo una energía cinética grande, que podría producir erosiones en el terreno,



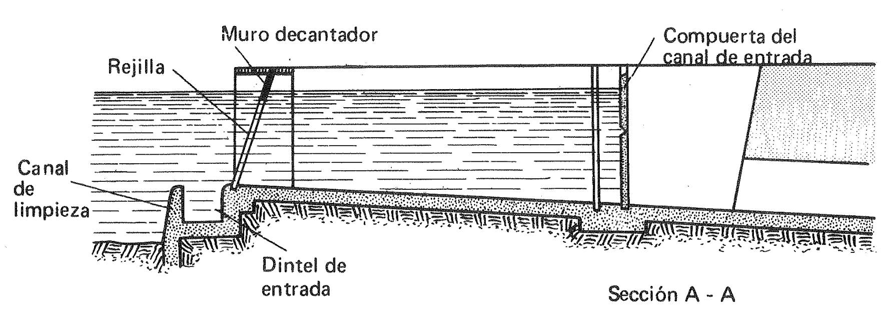


Fig. 6-35.—Esquema de una *estructura de admisión.*

amenazando el hundimiento de la presa. Para evitarlo se aniquila esta energía, es decir, se provoca la transformación de la energía cinética del agua en energía térmica y vapor. Ello se logra provocando un rozamiento grande externo e interno de las partículas de fluído. Entre los dispositivos usados como destructores de energía figuran los siguientes:

—*dientes o prismas de cementos, dientes* de Rehbock (Fig. 6-36), que rompen el chorro aumentando intensamente la turbulencia, los remolinos, etc.

—estructura del pie de la presa que provoque un *resalto hidráulico,* el cual disipa gran parte de la energía de la lámina de agua.

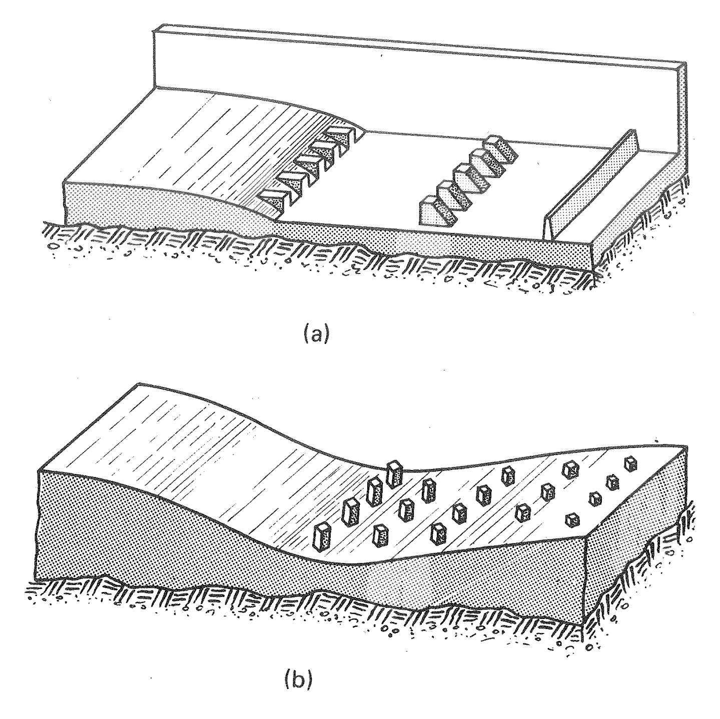


Fig. 6-36.—*Destructores de energía* de pie de presa con *dientes de Rehbock.*

—deflectores en *"salto de esquí"*, como el de la Fig. 6-37 de la Central de Bort La energía se disipa por rozamiento del agua con el aire y por choque de la lámina de agua con el colchón de agua de aguas abajo de la central; si la altura del salto de la lámina es grande, a veces se utilizan en éste y otros tipos de destructor de energía dos láminas que chocan entre sí, intensificando de esta manera la destrucción de la energía.

El estudio de los destructores de energía se lleva a cabo experimentalmente con modelos reducidos ensayados según la ley de Froude (véase la Sec. 2.3.8.4).

Conductos de agua

Los tipos de conductos utilizados para llevar el agua hasta las T son los

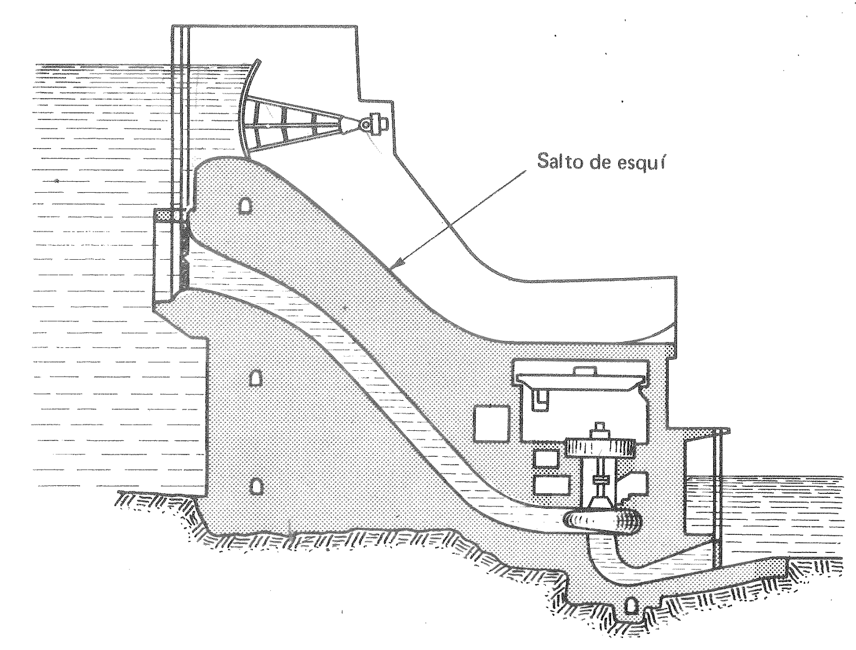


Fig. 6-37.—Deflector de *salto de esquí* (central de Bort).

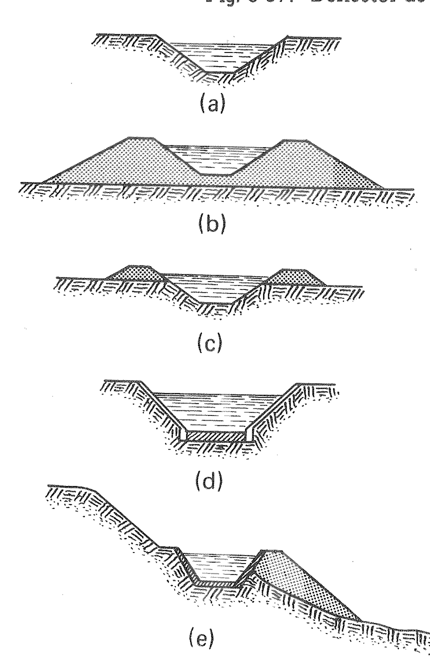


Fig. 6-38.—Tipos de *canales de tierra.*

siguientes: a) canales sobre el terreno, de tierra (la Fig. 6-38) muestra algunos ejemplos) o de hormigón (ejemplos en la Fig. 6-39); b) canales elevados (ejemplos en la Fig. 6-40); c) tubería de madera; e) tubería de hormigón; f) túneles.

La longitud de estos conductos, canales o tuberías puede ser muy pequeña o muy grande. Citemos, por ejemplo, el canal de la central de Donzère-Mondragón, que tiene una longitud de 17 km desde el río Ródano hasta la T y 11 km desde la T al río. El canal de restitución se sustituye a veces por galería subterránea. La mayor construida en el

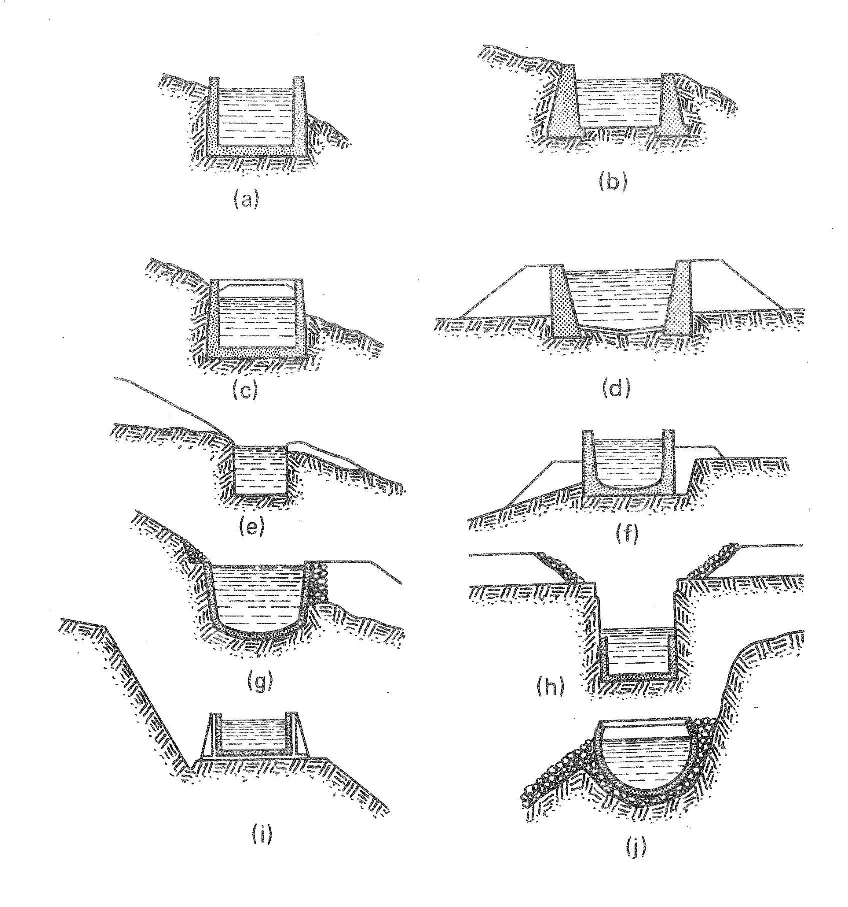


Fig. 6-39.—Tipos de *canales de hormigón.*

mundo como canal de restitución es la galería subterránea de restitución de la central hidroeléctrica de Stornorrsors en Suecia, cuya longitud es de 4 km, y cuya sección transversal es de 390 m^2, calculada para un caudal de 800 m^3/s.

El conducto de derivación a la T de ordinario consta de dos partes: la primera que transporta el agua a la presión atmosférica puede consistir en un canal sobre el terreno, canal elevado, túnel, tubería de madera, tubería de hormigón, tubería de acero o combinación de estos tipos. La segunda, que transporta el agua a presión, suele ser tubería forzada de acero, pero puede ser también un túnel. En los saltos de gran altura la presión en las proximidades de la central alcanza valores muy elevados (para $Q = 0$ la altura de presión es igual al desnivel geodésico desde el embalse al punto considerado).

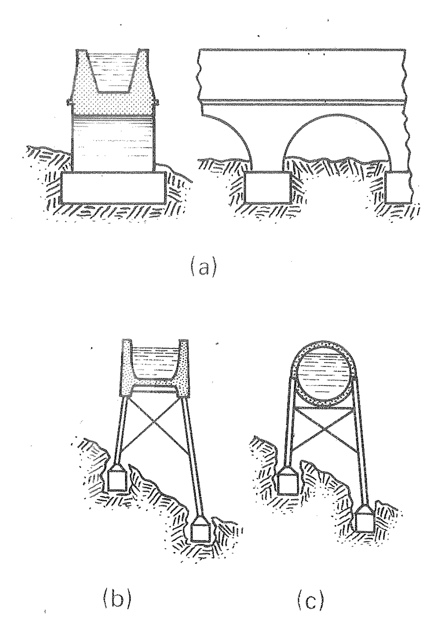


Fig. 6-40.–Tipos de *canales elevados.*

La tendencia antigua consistía en instalar tantas tuberías forzadas como T, al menos en los saltos de mucho caudal; sólo en los saltos de mucha altura y de poco caudal se instalaba a veces tubería única. Modernamente se tiende a esto último, ya que en la inmensa mayoría de los casos ésta es la solución más económica.

7. Las turbinas hidráulicas y las centrales hidroeléctricas

7.1. Clasificación de los motores hidráulicos

Siguiendo el mismo procedimiento que en la Sec. 5.2, es decir, escribiendo la ecuación de Bernoulli entre la entrada y salida del órgano intercambiador de energía en el motor hidráulico, se obtiene la ecuación siguiente:

$$H_u = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} + z_1 - z_2 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} \qquad (7\text{-}1)$$

Los motores hidráulicos se clasifican en:

- volumétricos
- gravimétricos
- turbinas.

En el motor volumétrico el intercambio de energía mecánica y de fluído se verifica fundamentalmente en forma de presión, o equivalentemente en la Ec. (7-1) entra en juego el término

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g}$$

En el motor gravimétrico el intercambio de energía mecánica y de fluido se verifica fundamentalmente en forma de energía potencial gravitatoria, o equivalentemente en la Ec. (7-1) entra en juego el término $z_1 - z_2$.

En las turbinas interviene esencialmente en la Ec. (7-1) el término $\frac{c_2^2 - c_1^2}{2g}$.

Las *máquinas volumétricas* transforman la energía mecánica, producto de una fuerza por un desplazamiento, directamente en energía de presión o viceversa.

La potencia específica de las máquinas volumétricas es proporcional a su presión. Por tanto, no son económicas si las presiones son bajas.

Estos motores son máquinas de *desplazamiento positivo* (véase la Sec. 1.2). Hay, pues, en todos ellos una o varias cámaras, cuyo volumen aumenta y disminuye periódicamente gracias al movimiento alternativo o rotativo de un órgano de-

nominado *desplazador;* la diferencia entre el volumen máximo y mínimo total se denomina *volumen desplazado* o *cilindrada.* En los motores el desplazamiento es provocado por el líquido a presión.

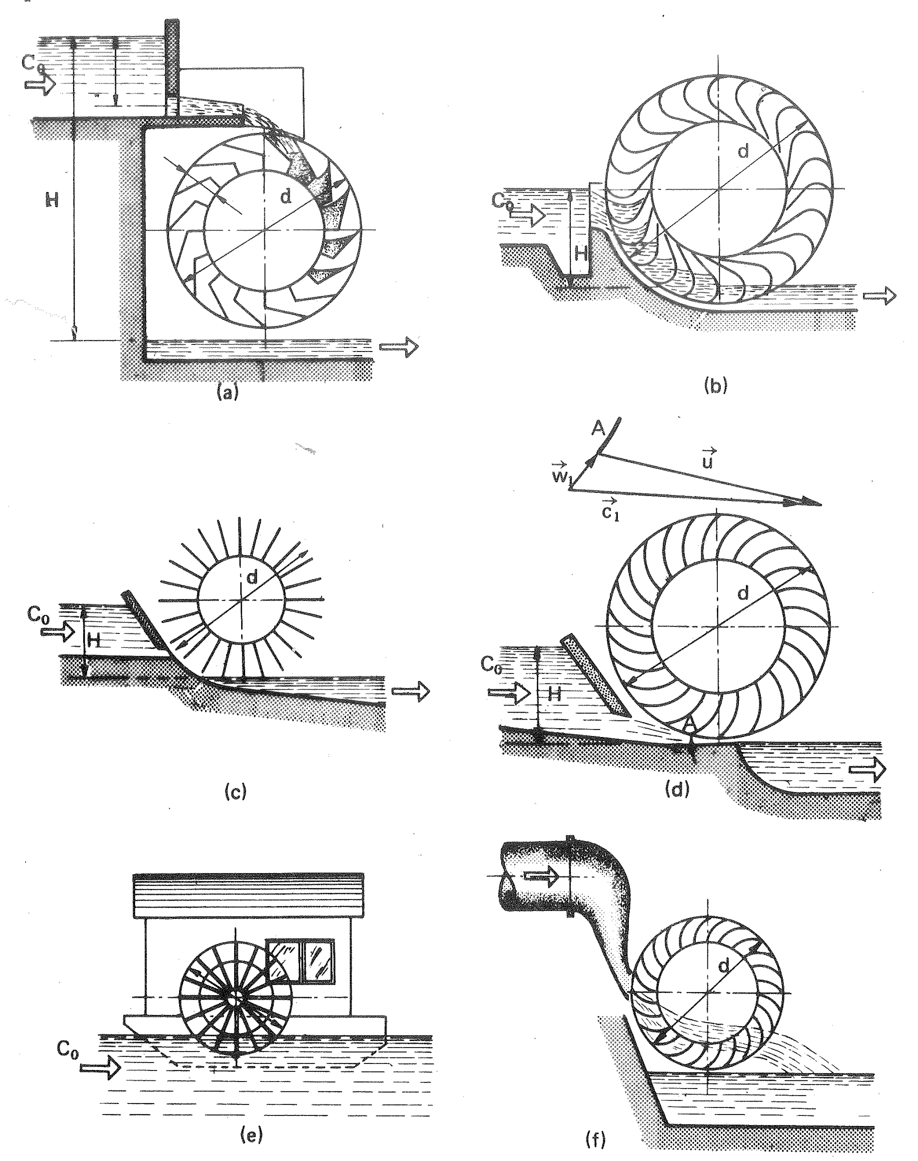


Fig. 7-1.– Diferentes tipos de *ruedas hidráulicas:* a) alimentación superior (rueda gravitatoria); b) alimentación lateral; c) de paletas planas; d) de impulsión inferior; e) paletas de alimentación inferior; f) turbina Banki.

El motor hidráulico volumétrico se utiliza, lo mismo que las bombas volumétricas, en el campo importantísimo de las transmisiones y controles hidráulicos, cada vez más empleados en la automación de la industria. Las bombas y motores volumétricos son fundamentalmente máquinas reversibles (funcionan igualmente como motor, que como bomba), y revisten infinidad de formas, de las cuales las más principales pueden verse en la Fig. 1-1.

7.2. Las ruedas hidráulicas

Los *motores gravimétricos,* por ser los más elementales y obvios, fueron también los primeros que inventó el hombre. Las norias de rosario para elevar agua, aún en uso en algunas regiones, son *bombas gravimétricas,* que tienen su contrapartida en los motores gravimétricos y se incluyen en la categoría más general de las *ruedas hidráulicas* (véase la Fig. 7-1,a).

Las primeras ruedas hidráulicas se construyeron en Asia, China y la India, hace unos 2.200 años; de Asia pasaron a Egipto y de allí a Europa (unos 600 años después que en Asia) y América. Leonardo de Vinci, Galileo y Descartes, entre otros, realizaron estudios teóricos y matemáticos sobre las ruedas hidráulicas (1).

Las ruedas hidráulicas en la actualidad:

a) siguen funcionando en algunos sitios, como molinos de grano, etc. ... ...

b) siguen construyéndose y reparándose en algún que otro taller de artesanía; las primitivas eran de madera, incluso el eje (madera de encina); pero actualmente se construyen también de acero.

c) en algunos casos, tales como en los molinos de grano, pueden aún hoy día ser rentables.

d) a veces son sustituídas por turbinas, transformándose el molino antiguo en una pequeña central hidroeléctrica.

La figura 7-1 presenta los tipos principales de ruedas hidráulicas. Solo la figura 7-1,a, es una máquina puramente gravitatoria. Las diferentes ruedas que se esquematizan en esta figura nos conducen gradualmente hasta la turbina Banki (Fig. 7-1, f):

- Fig. 7-1, a: el efecto cinético de la corriente es despreciable.
- Fig. 7-1, b: rueda hidráulica de alimentación lateral. El agua fluye por el canal de alimentación con la velocidad c_0; el diámetro de la rueda d es mayor que la altura disponible H. Se emplean con ventaja donde tanto el caudal como la altura disponible está sujeto a grandes variaciones. El rendimiento permanece casi constante a pesar de las variaciones de carga, gracias a que el canal de alimentación termina en unas compuertas móviles. Si el nivel del agua es alto la admisión se hace por las aperturas superiores, y si el nivel es bajo por las inferiores. Estas ruedas, en las que junto con la energía gravitatoria del agua entra en juego la variación de la cantidad de movimiento,

(1) Véase M. FERRENDIER, Enciclopedie Française y la Enciclopedia España, artículo "ruedas".

constituyen los primeros balbuceos de la turbina.

Con estas ruedas se lograron rendimientos hasta del 80 % y caudales por rueda hasta de 4 m^3/s.

- Fig. 7-1, c: rueda hidráulica con álabes rectos.
- Fig. 7-1, d: rueda hidráulica de impulsión inferior. Es el extremo opuesto a la Fig. 7-1,a. Estas ruedas no son ya motores gravimétricos, ya que en la transmisión de energía solo entra en juego la variación de la cantidad de movimiento. En la figura se ha dibujado el triángulo de velocidades de entrada, clásico en el estudio de las TM. Las alturas aprovechables son mínimas, inferiores a 0,5 m. Los caudales aprovechables oscilan entre 200–500.000 l/s. Se han construido ruedas de este tipo hasta de 9 m de diámetro. Su rendimiento es elevado si los álabes están bien fuselados (rueda hidráulica de Poncelet). De ahí la importancia que estas ruedas hidráulicas adquirieron en su tiempo.
- Fig. 7-1, e: *rueda de paletas.* Funciona con las paletas parcialmente sumergidas en el agua; rueda de impulsión, que aprovecha solo la energía cinética del agua, porque el desnivel geodésico es prácticamente nulo.
- Fig. 7-1, f: *turbina Banki.* En ella el salto se realiza en dos etapas, como puede verse en la figura. Es una T radial-centrípeta-centrífuga destinada, según su inventor, a reemplazar a la TP; pero que, a pesar de su buen rendimiento, ha alcanzado sólo una difusión limitada.

Mencionaremos también de paso, la *turbina Turgo,* que ha alcanzado también

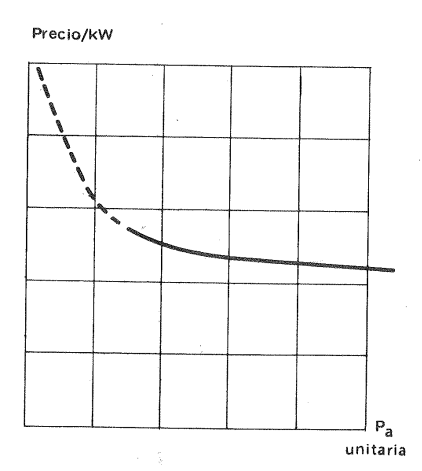


Fig. 7-2.– Al aumentar la *potencia unitaria* el precio por kW instalado de una central disminuye.

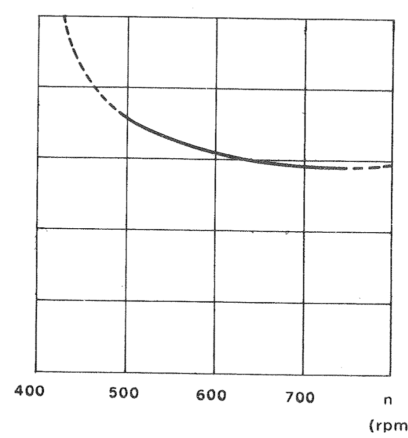


Fig. 7-3.– Al aumentar el *número de revoluciones* de las T de una central el precio por kW instalado disminuye.

difusión limitada, y que es una T de acción axial, según el principio de la T Girard, consiste en un disco con un gran número de álabes elipsoidales, sobre los que incide el chorro que sale de una tobera.

En los talleres del Ural entre otros fueron construidos en la última mitad del siglo XVIII ruedas hidráulicas hasta de 19 m de diámetro.

Las ruedas hidráulicas tienen dos desventajas: rendimiento bajo y velocidad de rotación muy lenta (4-10 rpm). Las TH nacieron para superar estas desventajas, y su evolución ha sido el aumento cada vez mayor de la velocidad de rotación con el fin de conseguir potencias específicas más elevadas (véase la Sec. 1.8). La razón eco-

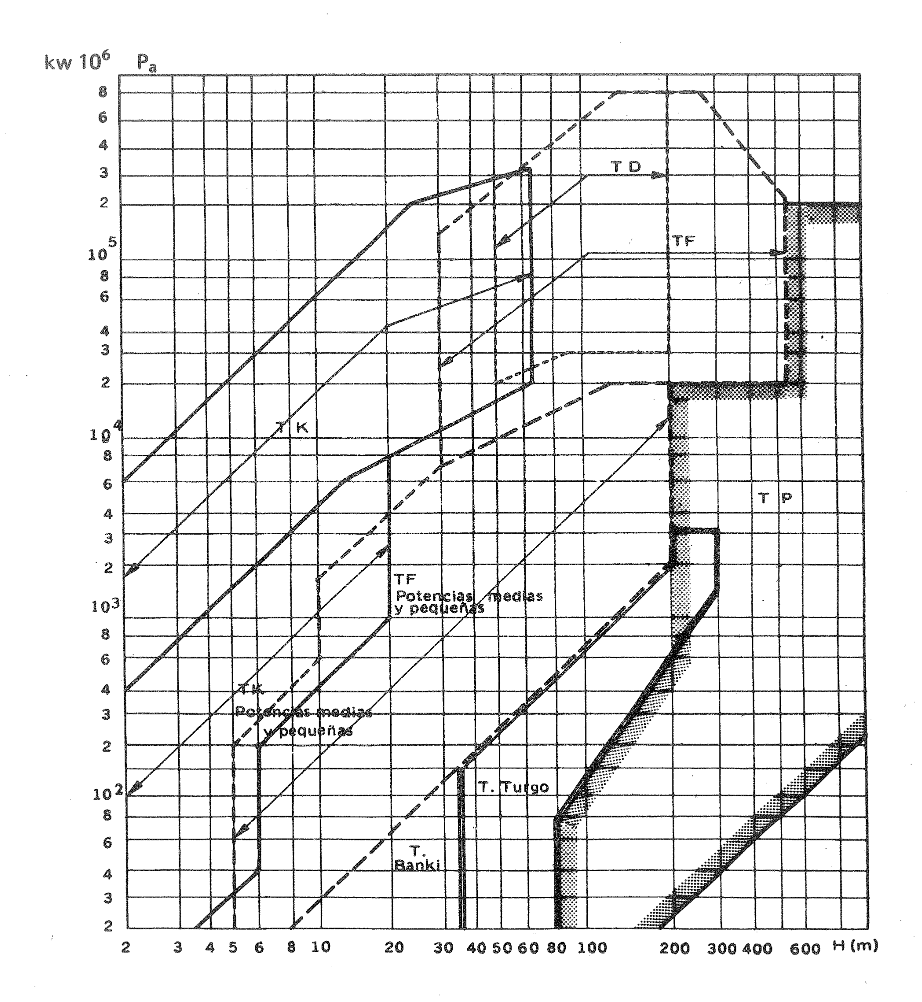


Fig. 7-4.– *Zona de utilización* de los distintos tipos de TH

nómica de esta tendencia queda patente con las figuras 7-2 y 7-3: el precio por kW instalado en una central disminuye con el aumento de la potencia de las unidades, es decir, con la disminución del número de unidades y con el aumento de la velocidad de rotación.

Los tipos antiguos, algunos todavía en funcionamiento, se han dejado de construir, y en la actualidad sólo se construyen los tipos siguientes: turbina Pelton (TP), turbina Francis (TF), turbina hélice, turbina Kaplan (TK), turbina Deriaz (TD), y finalmente, las T Banki y las T Turgon, de las dos últimas dada su escasa importancia no se volverá a tratar en el presente libro.

Según el salto y la potencia será más apropiado la utilización de uno u otro tipo de los enumerados, como muestra la figura 7-4.

7.3. Primera clasificación de las TH: TH de acción y reacción

Todas las TH que se fabrican actualmente se pueden clasificar en dos grandes grupos: turbinas de acción y turbinas de reacción. Si el grado de reacción es distinto de cero la turbina se llama de reacción y si es igual a 0 la turbina se llama de acción. Aunque los nombres de acción y reacción, como ya dijimos en la Sec. 3.3, no son apropiados, y sólo se han de retener por razones históricas, la clasificación misma de las TH en turbinas de acción y reacción es fundamental, y tiene límites perfectamente definidos, ya que sólo ambos tipos de turbinas revisten formas *esencialmente* diversas.

En los esquemas (a) y (b) de la figura 7-5 se designan de la manera siguiente las diferentes secciones de la T:

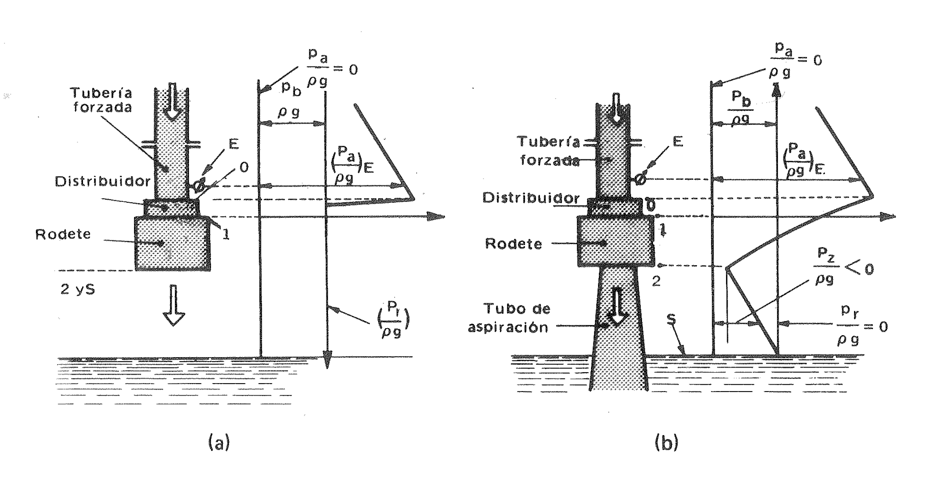


Fig. 7-5.– Esquema de variación de la *altura de presión: a) en las TH de acción; b) en las TH* de reacción. En las TH de rodete trabaja a la presión atmosférica (grado de reacción $\sigma = 0$); en las TH de reacción la presión a la salida del rodete es inferior a la atmosférica y tanto menor cuanto mayor es σ.

E – entrada en la turbina
0 – entrada en el distribuidor
1 – entrada en el rodete
2 – salida del rodete
3 – salida de la turbina.

Además

p_a – presión absoluta
p_b – presión barométrica
p_r – presión relativa.

T de acción (Fig. 7-5, a): en el distribuidor (llamado *inyector* en estas T) se transforma la energía de presión de fluido en energía cinética del chorro. A la entrada y salida del *rodete* reina la presión atmosférica. Las secciones 2 y 3 en esta T, que carece de tubo de aspiración, son coincidentes.

T de reacción (Fig. 7-5, b): en el distribuidor (el *distribuidor Fink*) es el corrientemente empleado) se transforma sólo parte de la energía de presión del fluido en energía cinética. El agua entra en el *rodete* a una presión superior a la atmosférica. A la salida del rodete, gracias al *tubo de aspiración*, que no existe en las T de acción, la presión es inferior a la presión atmosférica; alcanzando el agua la presión atmosférica a la salida de la T.

Los tipos de T de reacción son muchísimos, lo mismo que los de las T de acción. Sin embargo es posible pasar gradualmente de un tipo a otro de turbina con pequeñas modificaciones; excepto en la discontinuidad existente en el paso de una T de acción a una de reacción, como puede verse en la siguiente tabla:

TABLA 7-1

Comparación entre los órganos constructivos de las TH de acción y reacción

Turbina	Acción	Reacción
Distribuidor	Inyector o tobera con válvula de aguja.	Distribuidor Fink (algunas veces distribuidor fijo)
Rodete	Cucharas	Alabes o paletas
Dispositivo de protección contra el embalamiento y golpe de ariete	Pantalla deflectora	Orificio compensador
Salida del rodete	Sin tubo de aspiración, a la presión atmosférica	Con tubo de aspiración, a presión más baja que la atmosférica

T de acción

Prácticamente las únicas T de acción que se construyen actualmente son las TP, llamadas también *turbinas de chorro libre*. En la figura 7-6 puede verse el corte transversal de una TP con un rodete de una sola pieza y en la figura 7-7 el corte longitudinal de otra TP con álabes atornillados. En dichas figuras pueden

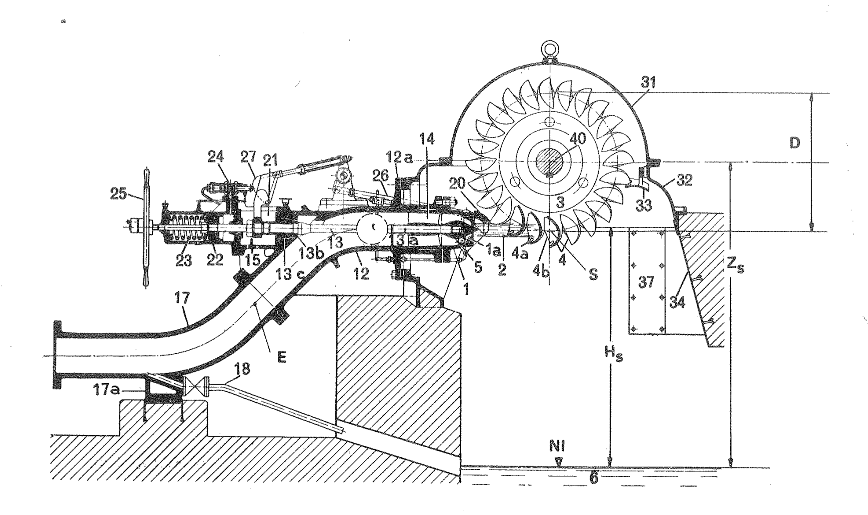


Fig. 7-6.– Sección transversal de una *TP* con rodete de una sola pieza (Dibujo de la firma Escher Wyss).

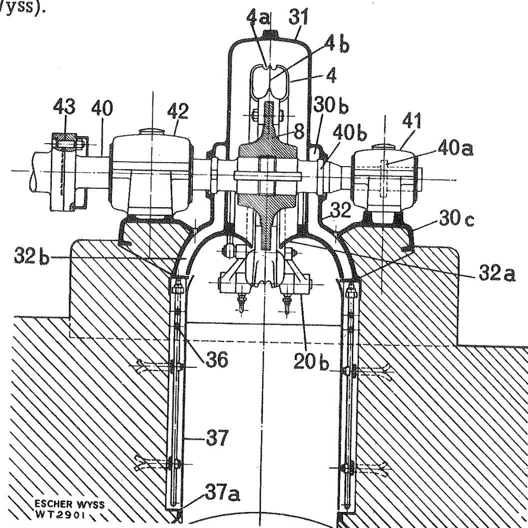


Fig. 7-7.– Sección longitudinal de una *TP* con rodete de álabes atornillados (Dibujo de la firma Escher Wyss).

verse los diferentes órganos de que consta esta T. A la entrada suele haber un codo 17 para facilitar la regulación de la válvula de aguja. La admisión de la *tobera* 1 se regula mediante la *válvula de aguja* 5, que se mueve automáticamente por la acción del *regulador* de presión de aceite, que actúa en el *servomotor* de pistón 22. El *deflector o pantalla deflectora* 20 sirve, como se explicará más adelante, para desviar instantáneamente el chorro y evitar el embalamiento de la T; mientras la válvula de aguja se cierra lentamente para evitar el golpe de ariete. El chorro incide en los *álabes o cucharas* 4 del rodete 3 sobre la arista divisoria de las cucharas 4b; el rodete se mueve en el interior de la *caja o cobertura* 3 para evitar las salpicaduras; después de accionar el rodete el agua cae al nivel inferior (NI) del agua 6.

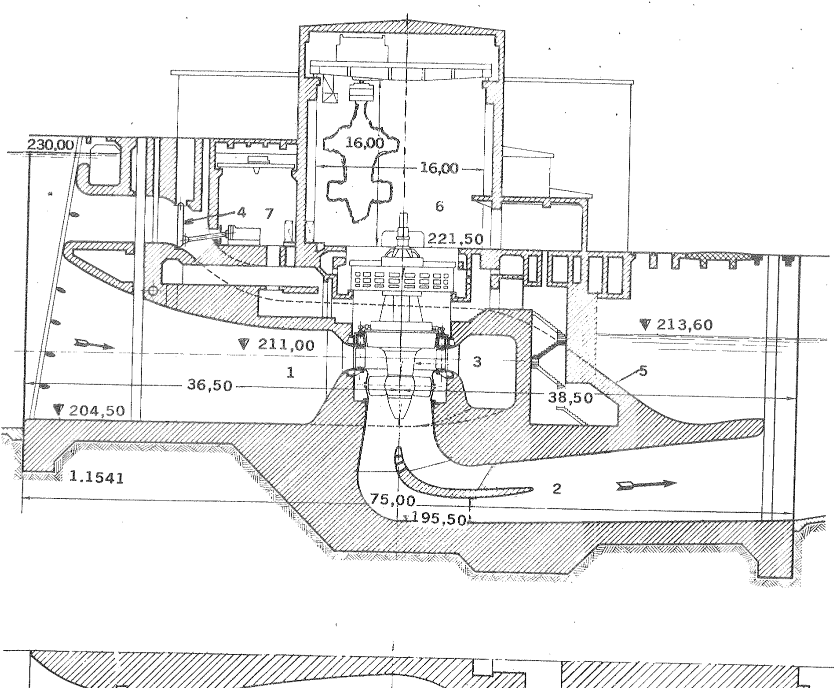
T de reacción

La figura 7-8 representa una instalación característica de salto pequeño con T de reacción, y en la figura 7-9 puede verse con mayor detalle un corte longitudinal de la T instalada en dicho salto. En las T de reacción, en lugar de inyector, que dirige el chorro hacia una región limitada del rodete *(admisión parcial)* se instala el *distribuidor Fink* de álabes orientables 4, que distribuye el agua por toda la periferia del rodete *(admisión total)*. El rodete de acción se mueve en el aire, excepto los álabes activos en un instante; el rodete de reacción trabaja totalmente sumergido en el agua; en vez de las cucharas el rodete está dotado de *álabes o paletas*, y finalmente el agua no cae directamente en el canal de salida, sino a través del *tubo de aspiración* 2.

Las T de reacción, que actualmente se construyen son las TF, T hélices, TK, como la de las figuras 7-8 y 7-9, que nos ha servido de ejemplo, y las TD, que se describirán más adelante.

Figs. 7-6 y 7-7:

1 Tobera; 1a Pieza intermedia; 1b Pieza de sujeción; 1c Barrenados; 1d Tapas de protección, 2 Chorro de agua; 3 Rodete; 4 Alabes; 4a Escotadura de los álabes; 4b Arista divisoria; 5 Cabeza de la aguja; 5a Punta; 5b Tornillo calibrado; 5c Cuña; 5d Cuerpo de la aguja; 5e - 5f Agujeros cilíndricos para espigas; 6 Aguas abajo; D Diámetro del rodete; d_0 Diámetro del chorro; 7 Solapas; 8 Corona del rodete; 8a Cubo del rodete; 9 Bulones de fijación con tuerca; 9a y 9b Cabeza de los bulones tensores; 10 Bulones tensores; 11 Cuñas radiales; 12 Codo de entrada; 12a Brida de sujeción; 13 Vástago de la aguja; 13a Camisa de bronce; 13b Pistón de descarga; 13c Guarnición de cuero; 14 Cruceta de guía; 14a Nervios de guía; 15b Envolventes para los anteriores; 15 Consola para el vástago de la aguja; 16 Orificio de limpieza; 17 Codo inferior; 17a Soporte del anterior; 18 Tubería de desagüe; 19 Válvula de la turbina; 20 Desviador; 20a Cuchilla del anterior; 20b Palanca de retorno; 22 Pistón del servo-motor para la regulación de la aguja; 23 Resorte de cierre para la aguja; 24 Válvula de distribución para la aguja; 25 Volante a mano para la regulación de la aguja; 26 Varilla del deflector; 27 Rueda de levas; 30 Caja; 30a Orificio para el codo de entrada; 30b Departamentos laterales; 30c Soportes de los cojinetes fundidos en una sola pieza con la caja; 31 Tapa de la caja; 32 Parte inferior de la caja; 32a Paredes de guía; 32b Canales de desagüe para salpicaduras con el eje de la turbina; 33 Colector de salpicaduras; 35 Blindaje; 36 Serpentín de refrigerante; 37 Recubrimiento para el anterior; 37a Orificios para el desagüe del agua refrigerante; 40 Eje de la turbina; 40a Anillo de reborde; 40b Anillo centrífugo; 41 Cojinete exterior de la turbina; 42 Cojinete interior de la turbina; 43 Acoplamiento del eje; 44 Regulador de velocidad; 45 Volante.



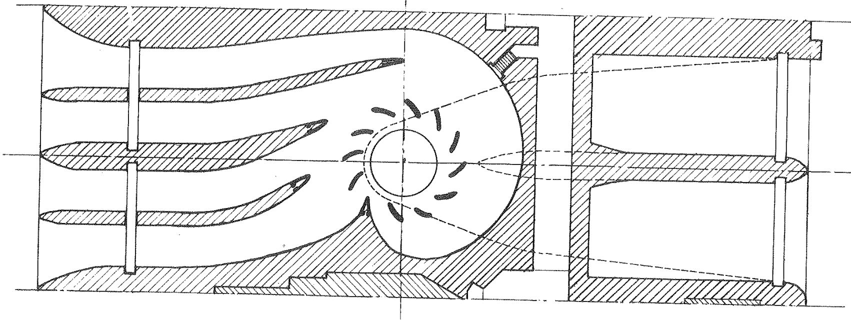


Fig. 7-8.– Alzado y planta a través de un grupo de la *central de Ottmarsheim*, Francia:

1. Cámara espiral
2. Tubo de aspiración acodado
3. TK.
4. Válvula de desviación del flujo
5. Canal de restitución
6. Sala de máquinas
7. Sala aneja del mando de las válvulas y de los grupos de bombeo de aceite de los reguladores (Dibujo Charmilles).

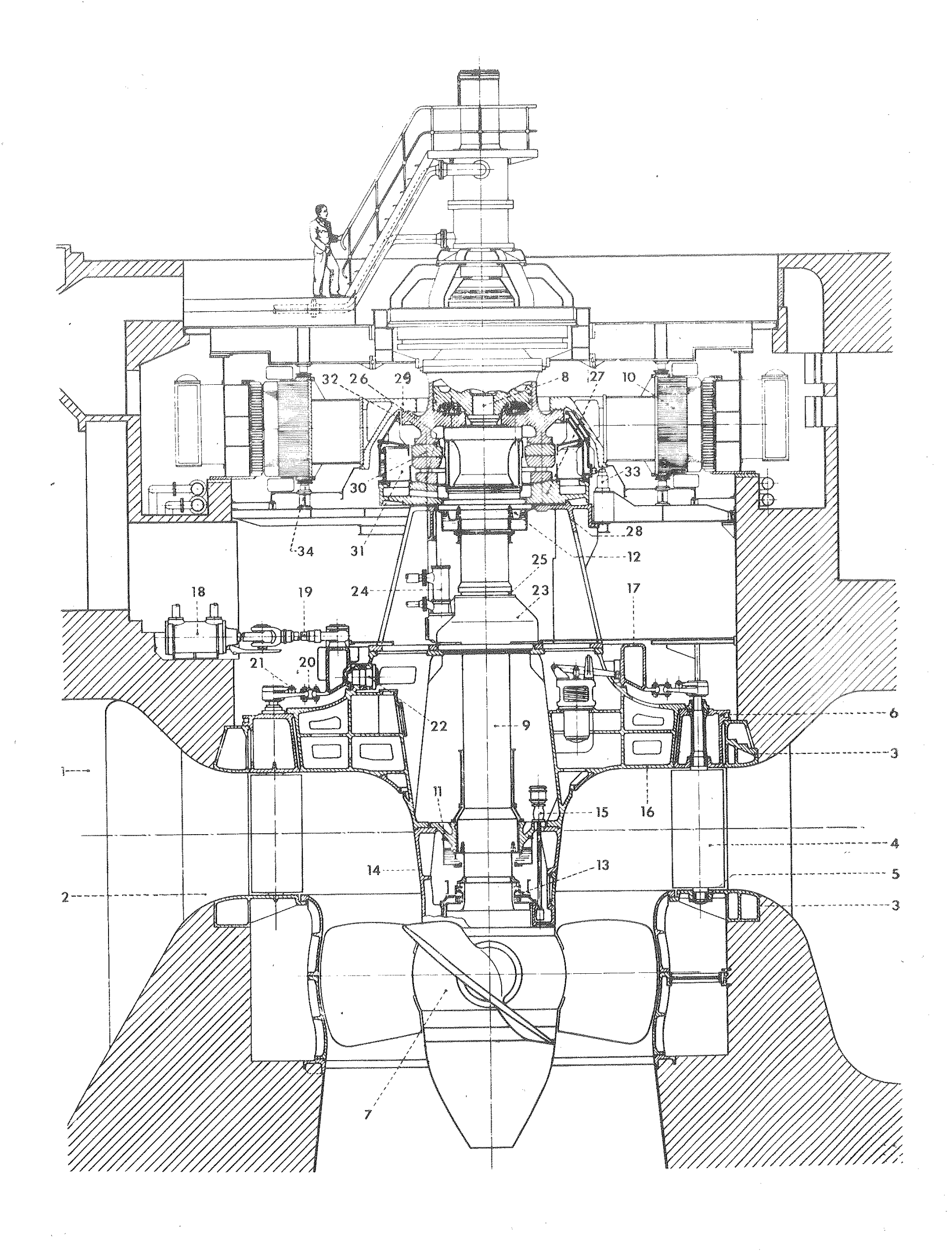


Fig. 7-9.– *Grupo TK de la central de Ottmarsheim, Francia. (Véase Fig. 7-8).*

7.4. Otras clasificaciones de las TH

1) Según la dirección *del agua en el rodete*, las *T de reacción* se clasifican (véase la Sec. 1.6) en T *radiales* (Fig. 7-10, a), en las cuales el agua fluye centrípetamente en dirección radial hacia el eje de la máquina (las únicas turbinas actuales, que podrían incluirse en este tipo son las TF muy lentas); T semiaxiales, diagonales o de flujo mixto, (véase la Fig. 7-10, b), en las cuales el agua fluye también

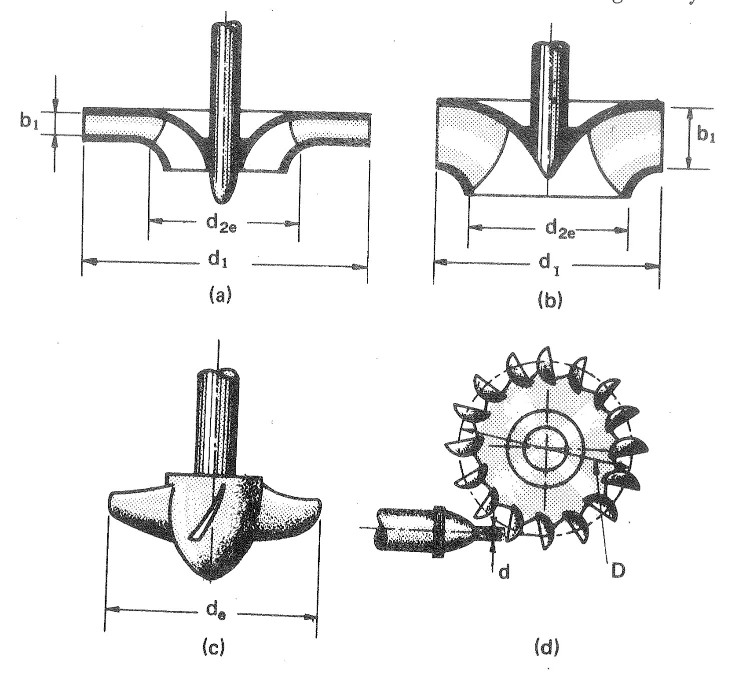


Fig. 7-10.– Tipos de TH: a) radiales (TF muy lentas); b) semiaxiales (TF); c) axiales (TK); d) tangenciales (TP).

Fig. 7-9.– Características: H = 13,4 – 17,4 m; Q = 270 m^3/s; P_a= 39200 kW; n = 93,8 rpm. 1. Cámara espiral; 2. Predistribuidor; 3. Anillos de los álabes del predistribuidor; 4. Alabes móviles; 5. Cojinete; 6. Anillo superior; 7. Rodete; 8. Vástago de maniobra; 9. Arbol; 10. Rotor del alternador; 11. Cojinetes de la turbina; 12. Cojinete del alternador; 13. Junta de estanqueidad 14. Cuerpo central; 15. Bomba de evacuación de fugas intersticiales; 16. Techo central; 17. Anillo de los álabes del distribuidor; 18. Servomotor del distribuidor; 19. Biela de mando del distribuidor; 20. Biela de conexión; 21. Manivela del álabe del distribuidor; 22. Pasador del anillo del distribuidor; 23. Cárter; 24. Bomba de aceite; 25. Tirante de desmontaje; 26. Corona de patines; 27. Anillo de base; 28. Tetrápodo; 29. Cubo del alternador; 30. Anillo de empuje; 31. Cámara de aceite del pivote; 32. Covertura; 33. Tornillo; 34. Freno (Dibujo de Charmilles).

centrípetamente, pero desplazándose simultáneamente en la dirección axial; y T *axiales* (véase la Fig. 7-10, c), en las cuales las partículas de agua se mueven axialmente en cilíndros concéntricos al eje de la máquina, sin desplazamiento radial (1).

Las T *de acción* no son radiales, semiaxiales, ni axiales; sino que forman una categoría especial, la categoría de T *tangenciales* (Fig. 7-10, d). El agua se mueve en el rodete esencialmente en un plano tangencial.

2) Según la disposición del eje las T pueden ser de *eje horizontal* (Fig. 7-6), de eje *vertical* (Fig. 7-9) o *eje inclinado* (Fig. 7-11); esta última disposición es mucho menos frecuente. Todos los tipos de T se pueden instalar, según lo exijan las circircunstancias, con eje horizontal o vertical.

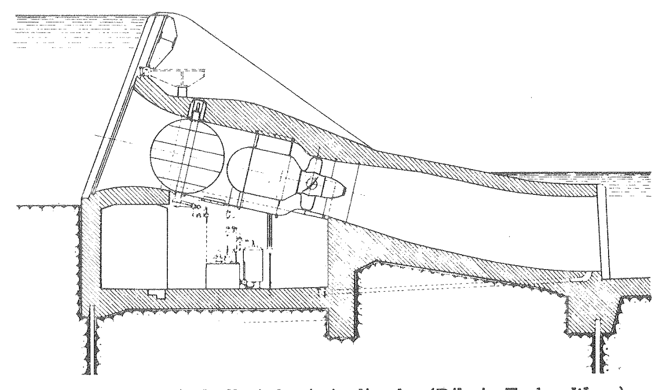


Fig. 7-11.– TK (T bulbo) de eje inclinado. (Dibujo Escher Wyss)

Aunque el accionamiento directo del alternador es lo más frecuente, se utiliza a veces en las pequeñas T (Fig. 7-14,k) el multiplicador cónico, o el cilíndrico (Fig. 7-14,l), con el fin de reducir el precio del alternador. Finalmente en el esquema de la Fig. 7-14,m los ejes de pivotamiento de los álabes directrices convergen en un punto del eje de la turbina: este tipo de *distribuidor cónico*, se ha empleado a veces en la modernización de centrales, en las que se instalan T de mayor potencia, para lo cual es preciso aumentar el caudal.

El *número específico de revoluciones* n_s, que se deducirá en el capítulo siguiente, permitirá:

a) establecer una clasificación general de las TH, como las de las otras TMH, en T *lentas, normales, rápidas* y *exprés,* sin que estos términos, como se verá más adelante, reflejen precisamente la velocidad de rotación real de la máquina.

b) establecer una clasificación numérica de las TH asignando a cada forma geométrica un número n_s. Esta clasificación, que puede establecerse al menos de 1 en

---

(1) Las llamadas *T cónicas,* en las cuales las superficies de corriente son conos, cuyo eje coincide con el de la máquina, caen dentro de la categoría de turbinas semiaxiales.

1, (o aún con una cifra decimal) desde 3 hasta 1.000 aproximadamente, es de gran interés en el diseño y estudio de las TH y de las TMH en general.

7.5. Número de revoluciones de los grupos hidroeléctricos

La velocidad de rotación, que se requiere en una TH no destinada al accionamiento de un alternador, puede variar entre amplios límites, y si se utiliza una transmisión por engranajes entre las T y el alternador podrá obtenerse prácticamente cualquier velocidad que se desee. Pero el caso más frecuente es el de la TH acoplada directamente a un alternador, que debe girar a una velocidad rigurosamente constante, para mantener constante la frecuencia de la corriente producida. Esta velocidad depende del valor f de esta frecuencia y del número p de pares de polos del alternador, según la relación evidente

$$n = \frac{f}{p} \quad \text{(rps)} \qquad (7\text{-}2)$$

En Europa la frecuencia de la corriente es f = 50 Hz, con lo cual la fórmula anterior se transforma en:

$$n = \frac{50}{p} \quad \text{(rps)}$$

siendo por tanto las velocidades síncronas de las TH directamente acopladas a los alternadores de 1 a 20 pares de polos las contenidas en la tabla siguiente:

TABLA 7-2

Velocidades de los grupos hidroeléctricos en función del número p de pares de polos del alternador (f = 50 Hz)

p	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n (rpm)	3000	1500	1000	*750*	*600*	*500*	*428,6*	*375*	333,3	300
p	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n (rpm)	272,7	250	230,8	214,3	200	187,5	176,5	166,7	157,9	150

Los números en cursiva representan las velocidades más económicas para los alternadores. No obstante, los saltos de pequeña altura y gran potencia hoy día muy frecuentes (saltos de llanura) obligan a escoger velocidades muy inferiores a 150 rpm, acoplando la T a un alternador de p > 20. Así, por ejemplo, las TK Escher Wyss de 60.000 kW, del salto de Azután (1.966) de $H_{máx.}$ = 31,6 m de Hidroeléctrica Española giran a 115,4 rpm. acopladas a alternadores de 26 pares de polos; las de la central de Wallsee en Austria (1.965), suministradas por Escher Wyss P_a = 37.900 kW y H = 11 m giran a 65,2 rpm, accionando un alternador de 46 pares de polo y las 24 T bulbo (véase Sec. 12.1.3) de 10 MW de la central de La Rance, primera central mareomotriz del mundo (1.966), giran a 93,8 rpm acopladas a un alternador sumergido de 32 pares de polos.

7.6. Elementos constitutivos de las centrales hidroeléctricas

El objeto de la central es alojar convenientemente el equipo hidráulico y eléctrico.

En las instalaciones de eje vertical la estructura de la central suele dividirse verticalmente, en tres niveles, de abajo a arriba (véase la figura 7.12).

a) nivel de tubos de aspiración, pozos o galería de desagüe;

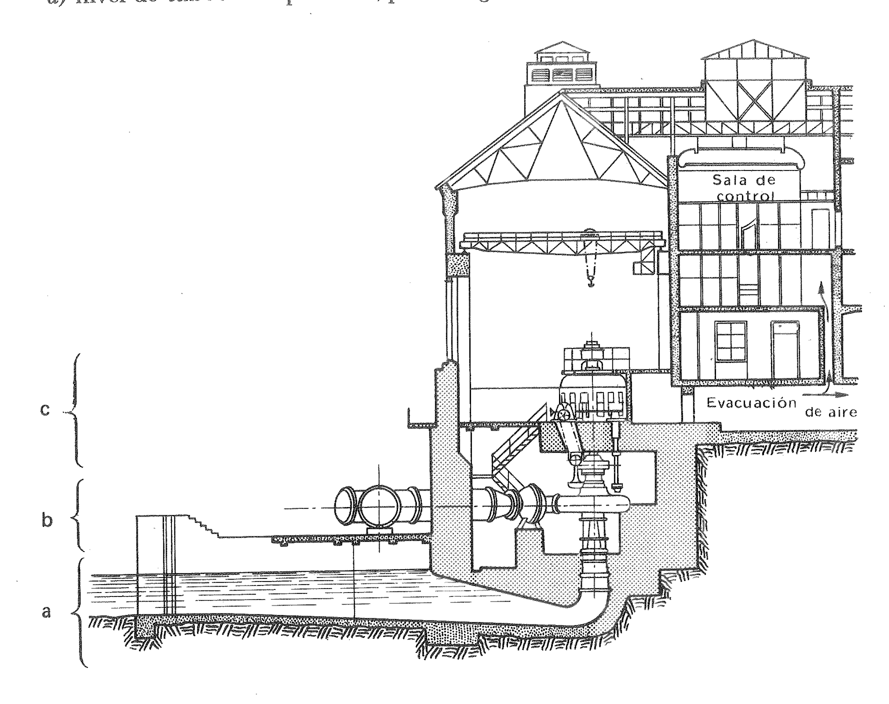


Fig. 7-12.– Proyecto de la central de Cala equipada con TF de eje vertical

b) nivel de T y final de tubería forzada;

c) nivel de alternadores.

En las instalaciones de eje horizontal naturalmente las zonas b y c están al mismo nivel.

La zona a junto con la cimentación de la maquinaria la denominaremos *infraestructura* (1) y las zonas b y c *superestructura*.

(1) En las instalaciones de eje vertical, a veces se incluye la zona b en la infraestructura: es cuestión de nombre.

La superestructura consta en primer lugar de la sala de máquinas, de la sala de reparaciones y revisiones y de las restantes instalaciones y oficinas de la central.

Las TP no ofrecen variedad en la *admisión*, que suele ser por tubería forzada, y rara vez en la *evacuación*, que suele ir directamente a la atmósfera; salvo en el contado número de TP *hidroneumatizadas*, de las que hablaremos más adelante. En la figura 7-13 puede verse un aspecto de la subestructura de una central equipada con TP.

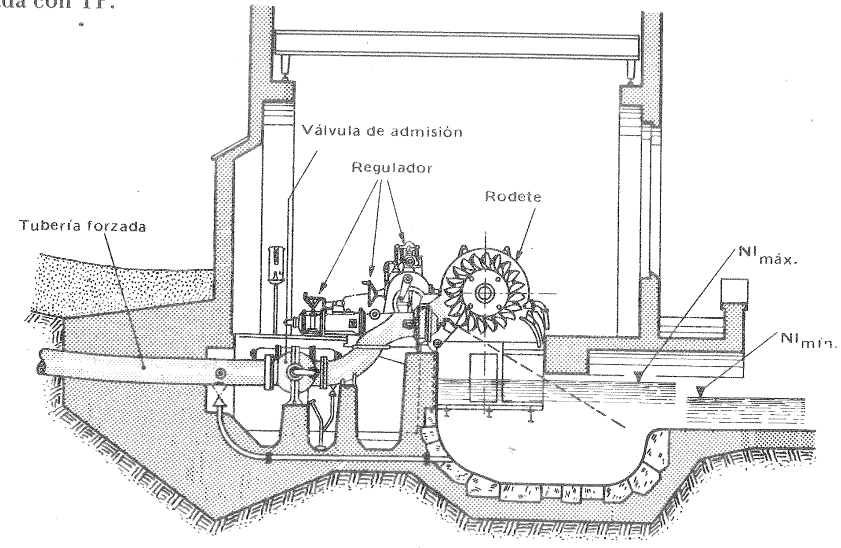


Fig. 7-13.–*Central de Tremorgio* de acumulación por bombeo (véase Cap. 15) equipada con TP.

En las T de reacción podemos distinguir los siguientes tipos, según la admisión (véase Fig. 7-14).

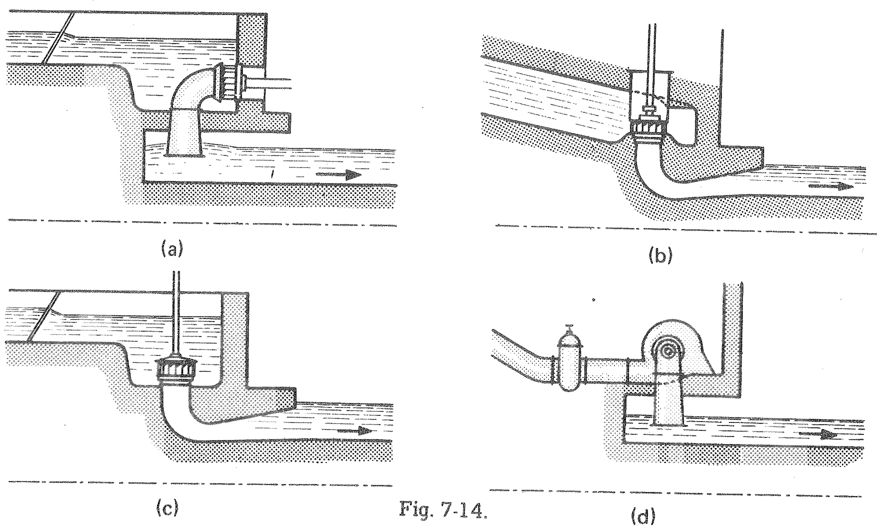


Fig. 7-14.

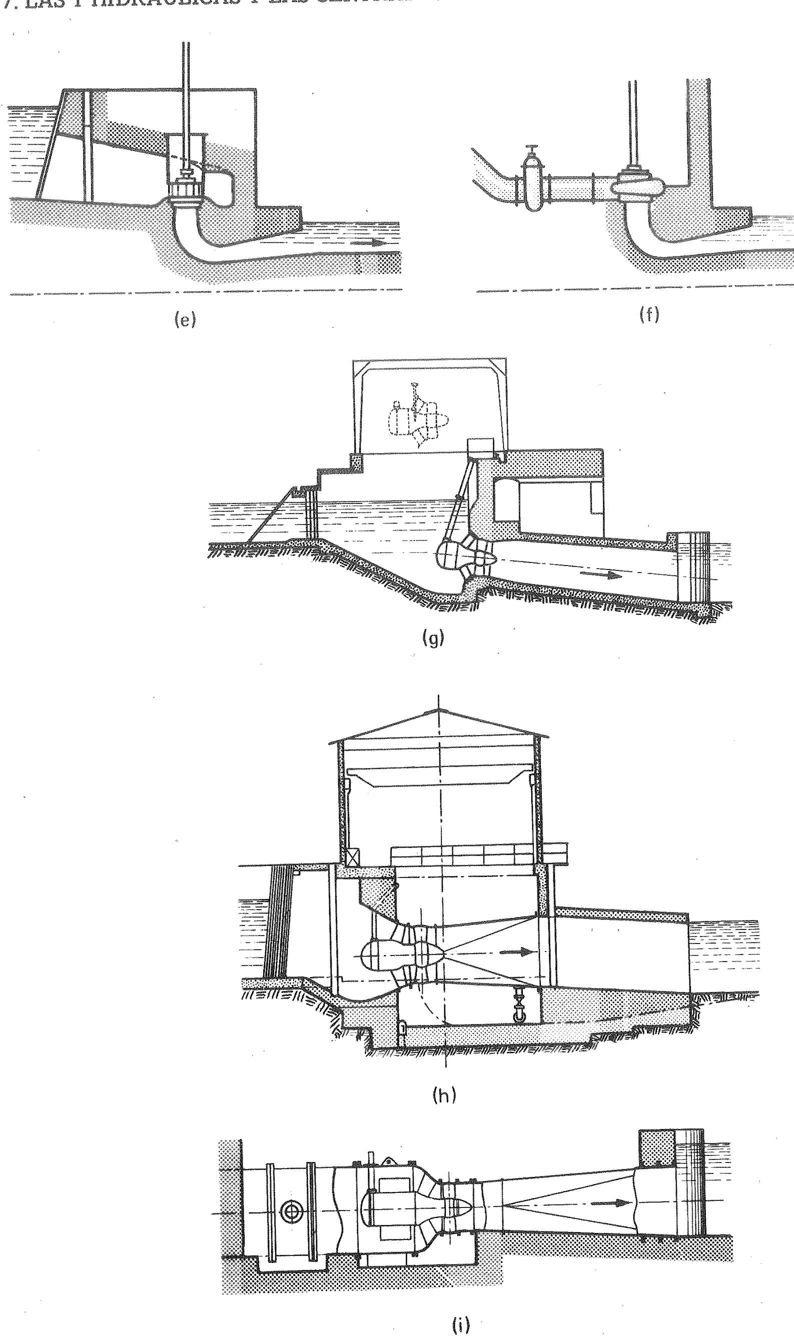


Fig. 7-14.– (Continuación)

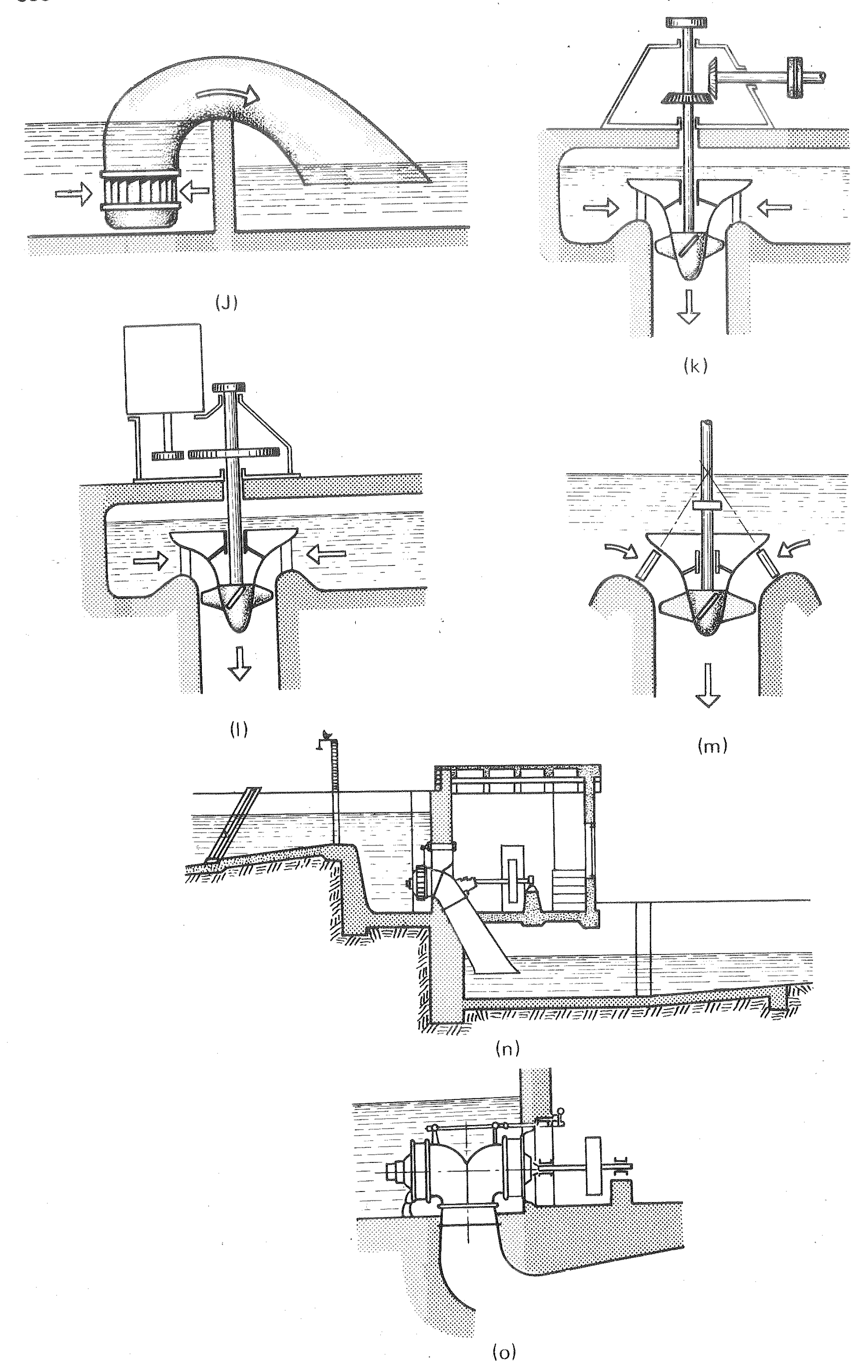


Fig. 7-14.-(Continuación)

Las TP y TF se instalan con eje horizontal o vertical según los casos; el eje horizontal es, sin embargo, excepcional en las TK (y hélice), salvo en los modernos grupos bulbo (véase la Sec. 12.1.3).

Las TF gemelas de la figura 7-14,o se construyen cada vez menor. Las disposiciones de las figuras 7-14,a y 7-14,n prácticamente no se emplean hoy día más que en las microcentrales.

c) *T con cámara espiral.* Si se quiere conseguir una entrada óptima del agua en el distribuidor se ha de utilizar la caja o cámara espiral. Para *caudales muy grandes* por razones de economía se realiza la *cámara espiral de hormigón* con secciones meridianas rectangular, trapezoidal o circular. Los planos del encofrado son suministrados por el constructor de la T, porque la cámara espiral forma parte de la misma, (véase la Sec. 11.9).

Las cámaras espirales de hormigón requieren que la T se instale con eje vertical. Para *caudales medios* y *pequeños* se construyen las cámaras espirales metálicas, tanto de eje vertical (Fig. 7-14,f) como de eje horizontal (Fig. 7-14,d). En las pequeñas se construye de fundición y de una sola pieza. Si el diámetro del rodete excede de 1 m se han de construir de chapa de varias piezas con solape y remaches, o bien, para evitar la pérdida de carga que esta construcción origina, con chapas soldadas eléctricamente. Las cámaras espirales de hormigón de las TH de salto muy elevado ($H > 100$ m) suelen revestirse de chapa de acero para lograr la estanqueidad y aminorar el rozamiento.

En general:

- La cámara *abierta* se emplea para alturas de salto muy pequeñas: $H < 6$ m;
- La *cámara cerrada* para alturas un poco mayores, $H < 8$ m, mejora la admisión en la T, evitando los remolinos;
- La *cámara espiral,* se emplea siempre que se quiera un rendimiento grande, para $H \geqslant 8$ m, aproximadamente.

d) *Grupos bulbo* (Figs. 7-14, g, h, i). Para reducir los costes de instalación y la obra de ingeniería civil a un mínimo se han desarrollado para los saltos de pequeña altura los *grupos bulbo* desde el final de la segunda guerra mundial. De ellos se tratará más adelante (véase la Sec. 12.1.3).

e) *Montaje en sifón.* (Figs. 7-15 y fig. 7-14,j). Solamente se emplea en alturas

---

Fig. 7-14.– Instalaciones diversas de las TH de reacción: a) T de eje horizontal, en cámara de agua abierta, con tubo de aspiración vertical; b) T de eje vertical, en cámara de agua cerrada; alimentada por galería a presión con tubo de aspiración acodado y horizontal al final; c) T de eje vertical, en cámara de agua abierta, con tubo de aspiración acodado horizontal al final; d) T de eje horizontal, cámara espiral metálica y tubo de aspiración vertical; e) T de eje vertical en cámara de agua cerrada, con tubo de aspiración acodado y horizontal al final; f) T de eje vertical, cámara espiral metálica y tubo de aspiración acodado y horizontal al final; g,h) grupo bulbo asíncrono en túnel; i) grupo bulbo asíncrono en conducto; j) montaje en sifón ((microcentral; k) T vertical con multiplicador cónico; l) T vertical con multiplicador cilíndrico; m) T en cámara de agua con distribuidor cónico; n) T con tubo de aspiración inclinado; o) TF gemelas.

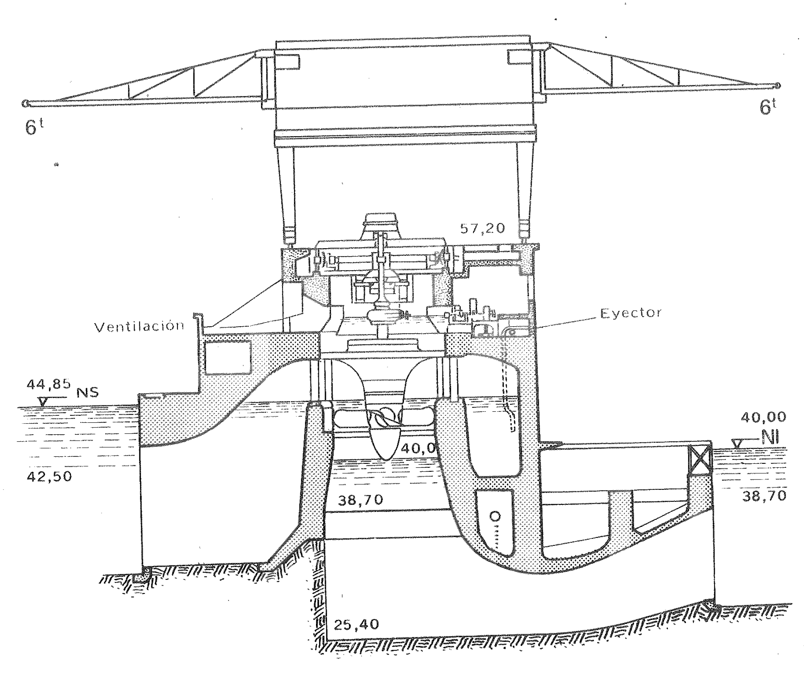


Fig. 7-15.– TK en sifón de la central de Vargön, Suecia $H = 3{,}3$ m; $Q = 650$ m^3/s; $P_a = 14.000$ kW.

muy pequeñas. Con la elevación de la cota de instalación de la T se facilita la instalación del tubo de aspiración, y se elimina la compuerta o válvula de admisión.

El esquema comprende una *bomba de vacío,* que sirve para cebar la T y entra en funcionamiento; un *eyector* (véase Fig. 7-15), que arrastra el aire que se va acumulando y evita que se descebe la T; y finalmente una *válvula,* que deja entrar aire y desceba la T en caso de avería; constituyendo un mecanismo de seguridad sencillo, que puede ser accionado manualmente, desde la válvula misma o a distancia, o automáticamente.

La Fig. 7-16, representa varias soluciones para unir la tubería de presión a las TF de eje horizontal.

7.6.1. Infraestructura

La *infraestructura* viene determinada por el tipo de desagüe, que se haya escogido. Los tipos de desagüe más corrientes de las T de reacción pueden verse en en la figura 7-17.

- Fig. a: tubos de aspiración acodados para cada T. Frecuente en las TK y y TF de saltos de pequeña altura (véase también la Fig. 7-18).
- Fig. b: un pozo y una galería de desagüe por unidad, que se juntan fuera

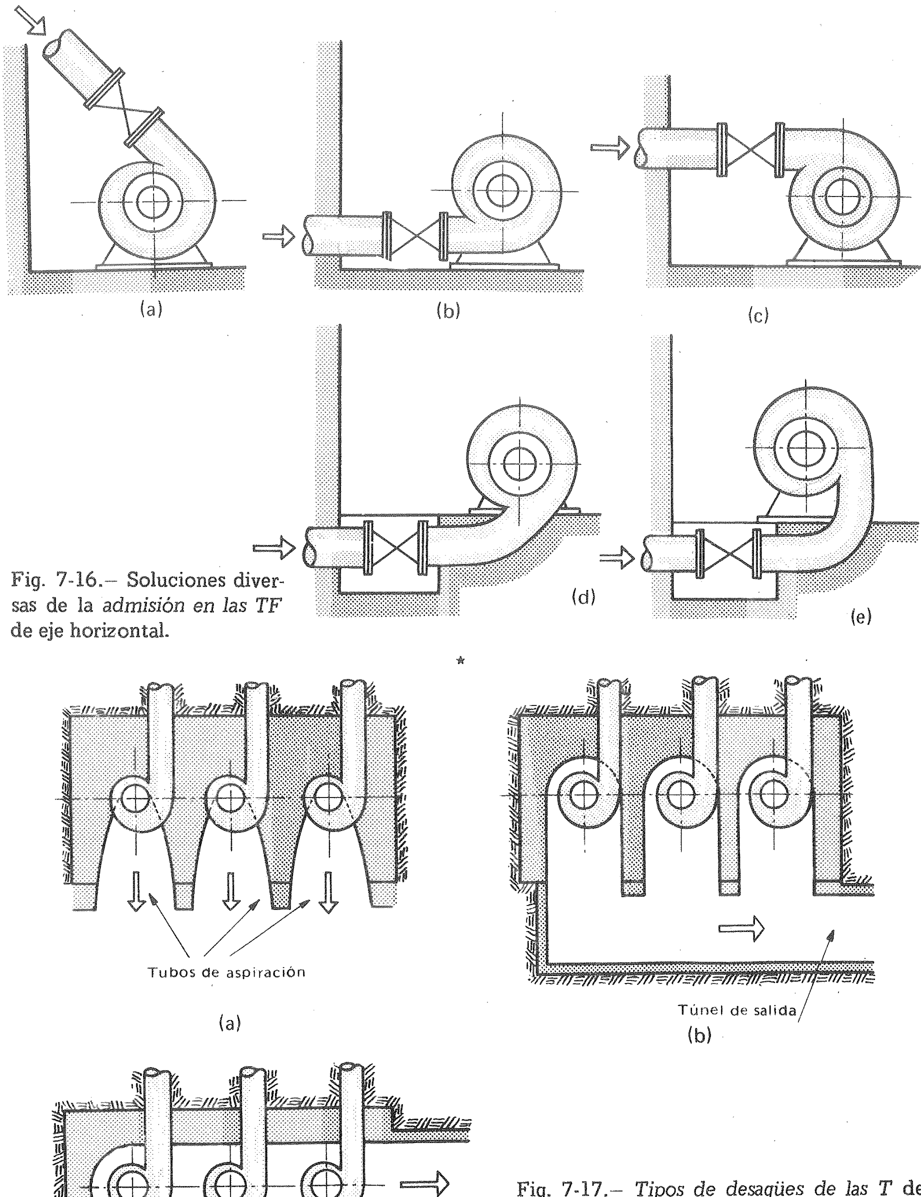


Fig. 7-16.– Soluciones diversas de la *admisión en las TF* de eje horizontal.

Fig. 7-17.– *Tipos de desagües de las T* de reacción: a) Tubos de aspiración acodados; b) Pozo de evacuación distinto para cada T con canal independiente que vierte en un túnel común; c) Descarga directa en galería común.

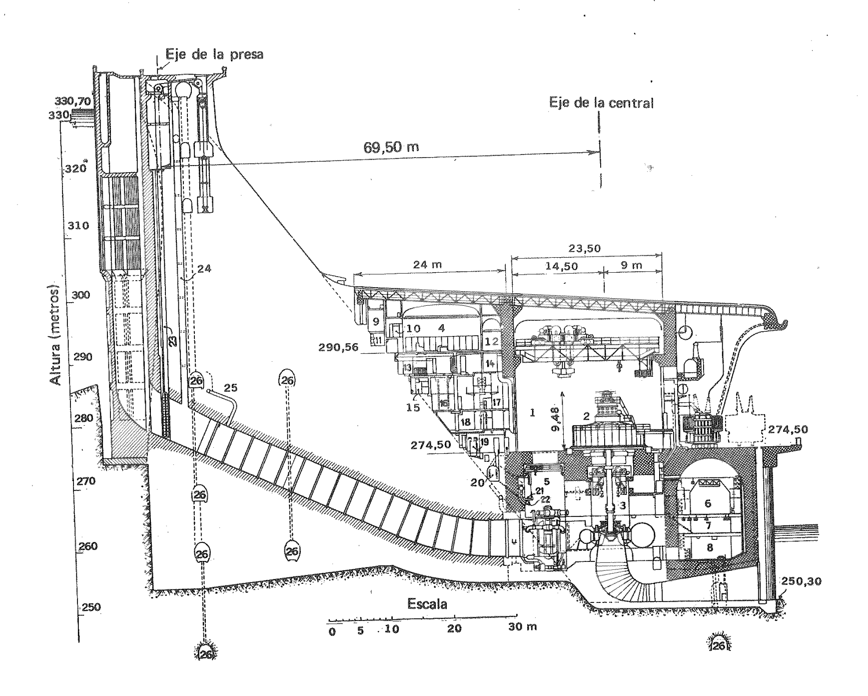


Fig. 7-18.– Corte transversal de la *Central de Léon Perrier:* 1. Sala de máquinas; 2. Alternador; 3. Galería de turbinas; 4. Sala de control; 5. Galería de válvulas; 6. Celdas de 15 kV; 7. Cables; 8. Galería de bombas; 9. Acumuladores; 10. Cuadro de luces; 11. Galería de ventilación; 12. Galería de visitantes; 13. Distribución de cables; 14. Pasaje; 15. Galería de aclimatación; 16. Galería de cables; 17. Celdas de 15 kV; 18. Salida de cables de 5 kV; 19. Transformador auxiliar; 20. Galería de cables de alta tensión; 21. Pasarela; 22. Colector (agua de lago); 23. Accionamiento de la compuerta; 24. Válvula de escape; 25. *By-pass;* 26. Galerías. (Dibujo de Charmilles).

de la central en un túnel o galería de desagüe común.

- Fig. c: galería de desagüe única para todas las T (véase el desagüe en la central japonesa de la figura 7-19.

7.6.2. Superestructura

Centrales al pie de presa.

La figura 7-20, es un corte transversal esquemático de la presa de Buendía en el río Tajo, que constituye un ejemplo de este tipo de centrales $H_{máx.} = 74$ m. Presa, galería de conducción de agua a las T y central constituyen un conjunto compacto. En este tipo de centrales a veces el techo de la sala de máquinas constituye el aliviadero tipo esquí, como en la central del Aguila, Francia, representada

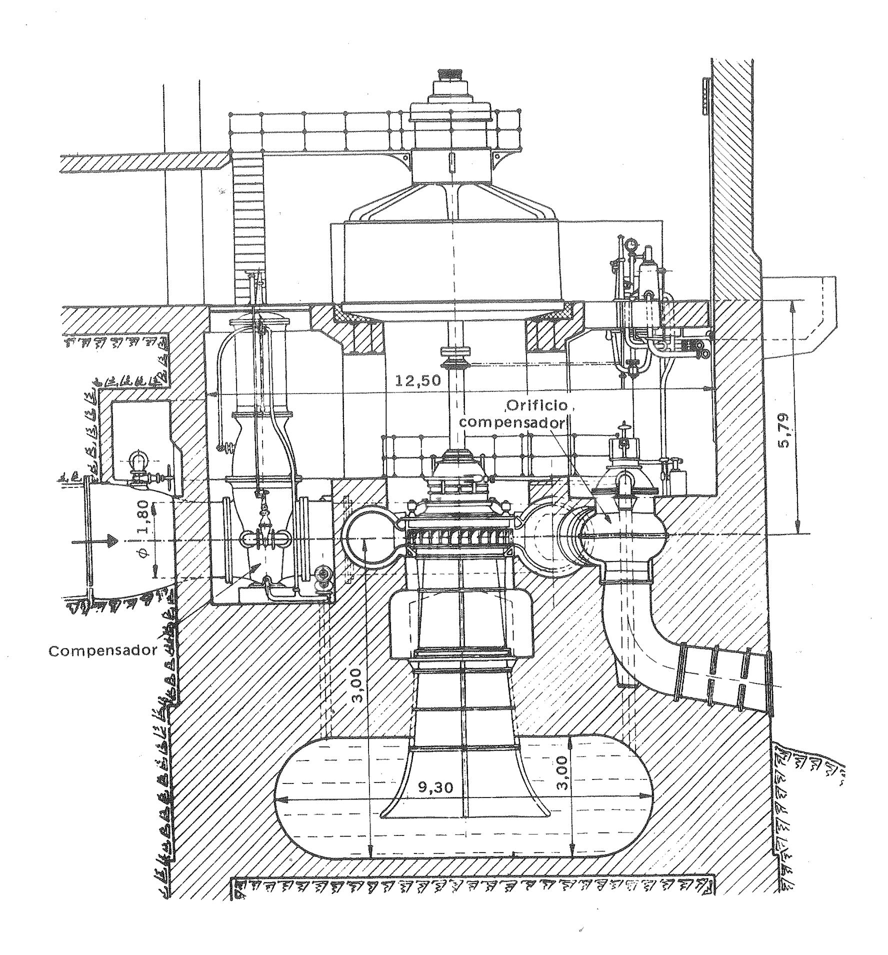


Fig. 7-19.– *Central de Momoyama*, Japón, equipada con TF, de eje vertical, que realiza el esquema c de la Fig. 7-17. (Dibujo Escher Wyss).

en la figura 7-21.

Centrales distantes de la presa

El salto de Castro en el Duero español, cuyo esquema en planta puede verse en la figura 7-22, puede servir de ejemplo. H = 40–38 m; potencia instalada 84.000 kVA. La distancia de la presa a la central, muchas veces, como ya hemos dicho sobre todo en los saltos de gran altura, es de muchos centenares de metros y hasta de varios kilómetros. Así, por ejemplo, en la figura 7-23 puede verse la central

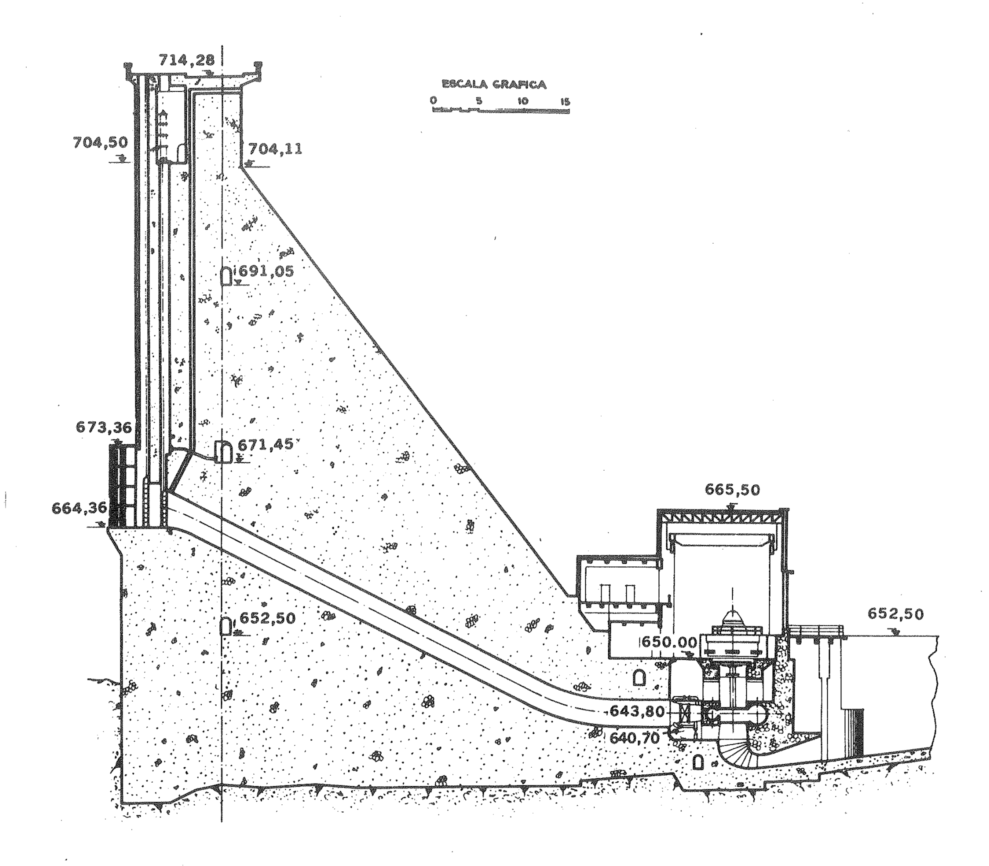


Fig. 7-20.– *Presa de Buendía,* con central de pie de presa. (Sección por el eje de la central de la Unión Eléctrica Madrileña. H = 36 – 74 m. Número de grupos 3, Potencia unitaria 58.500 kVA. Pertenece esta central al sistema de Entrepeñas y Buendía, que aprovecha los recursos del Tajo Superior y del Guadiela enlazados por un túnel de trasvase. Presa de gravedad con estribos curvados.

del salto de Pontenovo con las dos tuberías forzadas, de 760 m de longitud, que parten de la cámara de carga. El canal, que conduce el agua del embalse a la cámara de carga tiene 8 km de longitud y 7 túneles, y está calculado para un caudal máximo de 12 m^3/s.

La figura 7-24, corresponde a la sala de máquinas de la misma central con 4 grupos de TP de eje horizontal, 2 de los cuales tienen una potencia unitaria de 13.200 kW y los otros 2 de 6.600 kW.

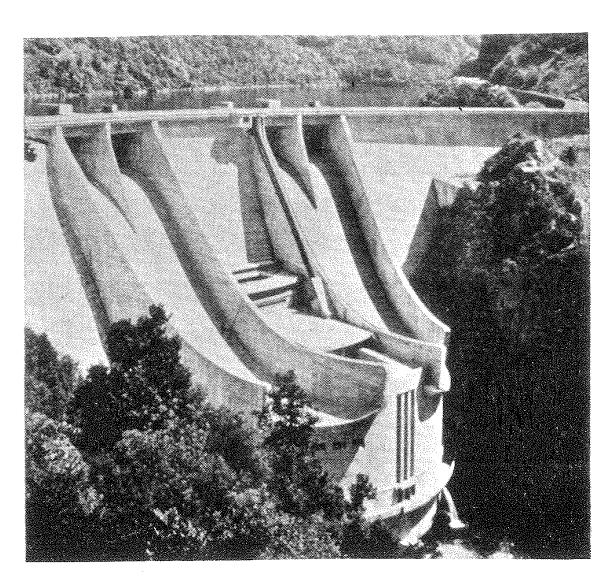


Fig. 7-21.– Presa y Central del Aguila, Francia, con alineadero tipo esquí.

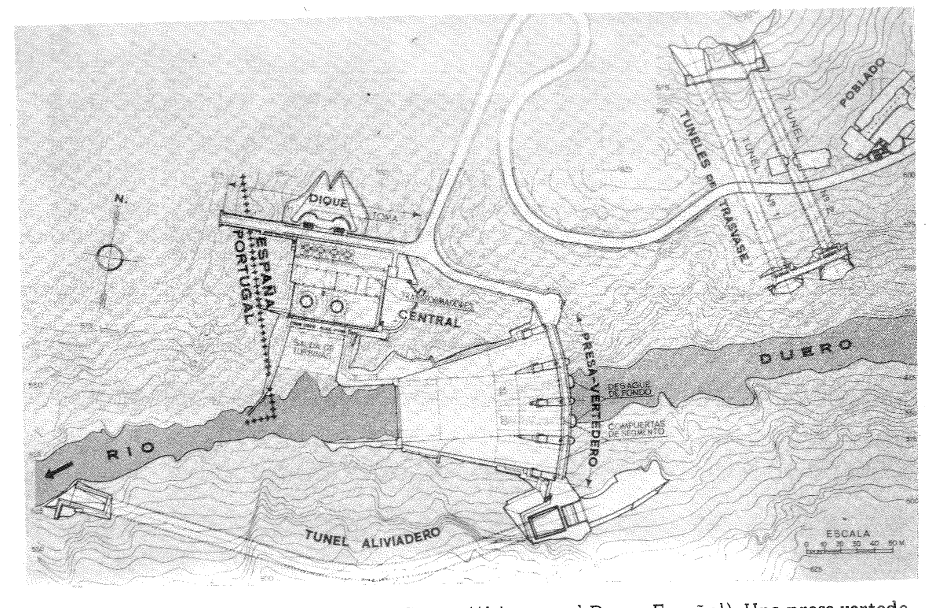


Fig. 7-22.– Planta general del *salto de Castro* (último en el Duero Español). Una presa vertedero sobre el río Duero retiene el agua, pasándola por los túneles de trasvase a la ribera de Castro, en la que se sitúan las tomas de agua de la central. Características: H = 38–40 m; 2 grupos; potencia instalada 84.000 kVA.



Fig. 7-23.–Central de Pontenovo. Vista aérea de la central y tuberías forzadas. 4 grupos con TP de eje horizontal. 2 turbinas de 13.200 kW giran a 600 rpm y 2 turbinas de 6.600 kW a 375 rpm

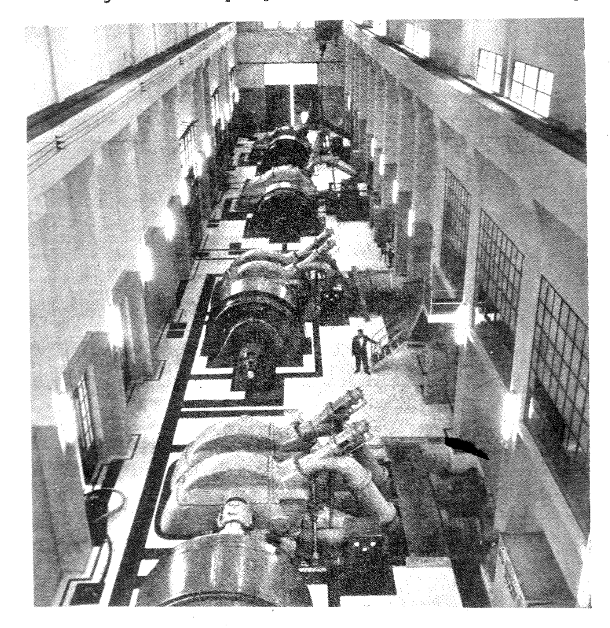


Fig. 7-24.– Sala de máquinas de la *central de Pontenovo* (Véase Fig. 7-23).

La disposición de los grupos en esta central (véase figura) es la más frecuente, a saber, en línea normal a la dirección del flujo, lo que simplifica los conductos de agua y facilita la utilización de un sólo puente grúa. Además de la sala de máquinas la central dispone de una sala de reparaciones y revisiones.

La capacidad del puente grúa o de la grúa pórtico, de ordinario entre 10-250 toneladas, suele ser fijada por la pieza más pesada, que suele ser el alternador.

La sala de control y despacho de cargas, que en las pequeñas instalaciones suele estar junto a los grupos generadores, en las grandes instalaciones con frecuencia se instala en sitio remoto, lo que en caso de emergencia es muy conveniente.

El equipo de una central consta de:

- *Material hidráulico:* turbinas, bombas, válvulas.
- *Material eléctrico:* alternadores, transformadores, aparatos de control y registro, fuente de alimentación eléctrica de los servicios auxiliares.
- *Material mecánico:* equipo de entretenimiento.

Antiguamente se colocaban los transformadores en la misma sala de máquinas o en edificio aparte; actualmente la práctica más corriente es instalarlos al aire libre, y en cualquier caso, muy cerca de los generadores para reducir pérdidas eléctricas.

En la fig. 7-18 puede verse un ejemplo de distribución de los diversos elementos en la central.

Además de las superestructuras de las centrales que podríamos llamar *normales,* existen las centrales *semiabiertas* o *semi-intemperie,* de *intemperie* y *subterráneas.*

En las *centrales semi-intemperie,* el techo de la central está construido por encima de las excitatrices, sin espacio libre para el puente grúa, y encima de cada grupo hay una cubierta, que se puede remover para el desmontaje de las máquinas.

En las *centrales de intemperie* no existe, como en el caso anterior, techo alguno; sino que cada grupo va cubierto con una tapa que, cuando hay que desmontar las máquinas, se levanta. En las centrales semi-intemperie y en las centrales de intemperie, el puente grúa se sustituye por una grúa pórtico. La central de Saucelle en el Duero internacional en territorio español (Figs. 7-25 y 7-26) es una central de intemperie.

Centrales subterráneas

Aunque, como ya dijimos, fué la protección contra los ataques aéreos la que estimuló en los años que precedieron a la última guerra mundial el desarrollo de este tipo de centrales; pero hoy día, gracias al desarrollo de las técnicas de construcción de túneles, siguen construyéndose; porque en algunos terrenos puede resultar mucho más económica que la central abierta. En Suecia, en 1954, el 40 por ciento aproximadamente de la potencia hidroeléctrica estaba instalada en centrales subterráneas.

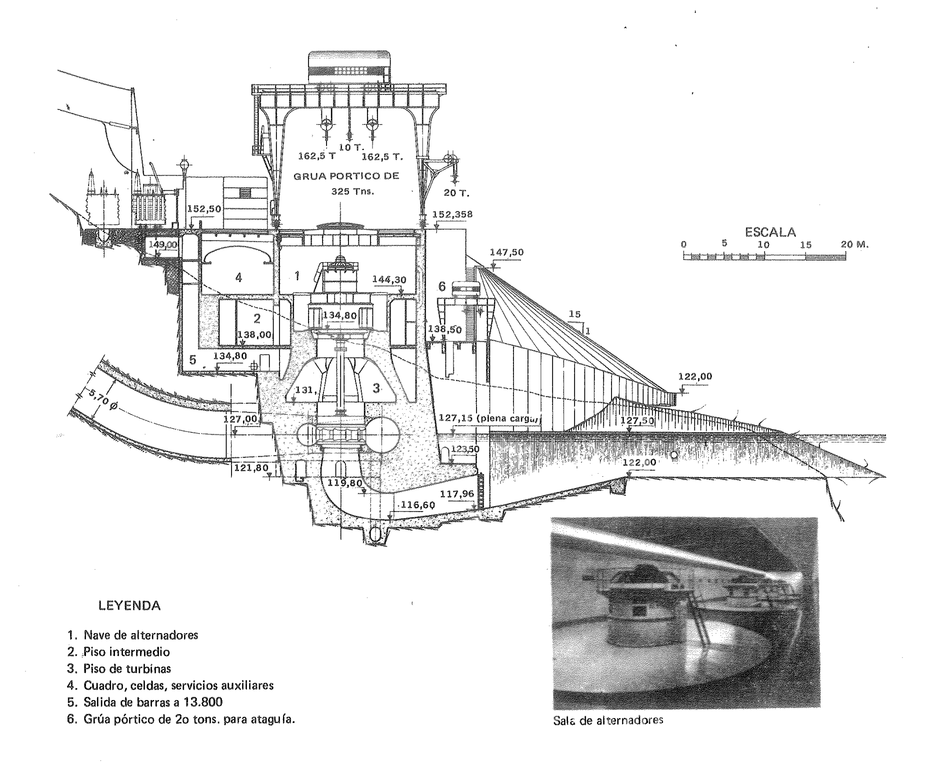


Fig. 7-25.– Sección longitudinal de la *central de Saucelle* en el Duero Internacional

La figura 7-27 es un ejemplo del que se ha llamado después tipo sueco de central subterránea: la central de Borjus (1910, ampliada despues) a 60 kilómetros del círculo polar; la potencia instalada en esta central en la actualidad es de 142.000 kW.

Ventajas de las centrales subterráneas:

- hay topografías de terreno donde resulta difícil el emplazamiento de una central abierta;
- el conducto forzado perforado en la roca puede ser más económico;
- protección contra ataques aéreos;
- la roca extraida de la excavación de la central, puede emplearse a veces en la construcción de la presa (1).

(1) Para un estudio completo de las centrales subterráneas del mundo, con sus principales características técnicas y una completa biografía, véase Mossonyi, t. II, Pág. 615, nota, último párrafo.

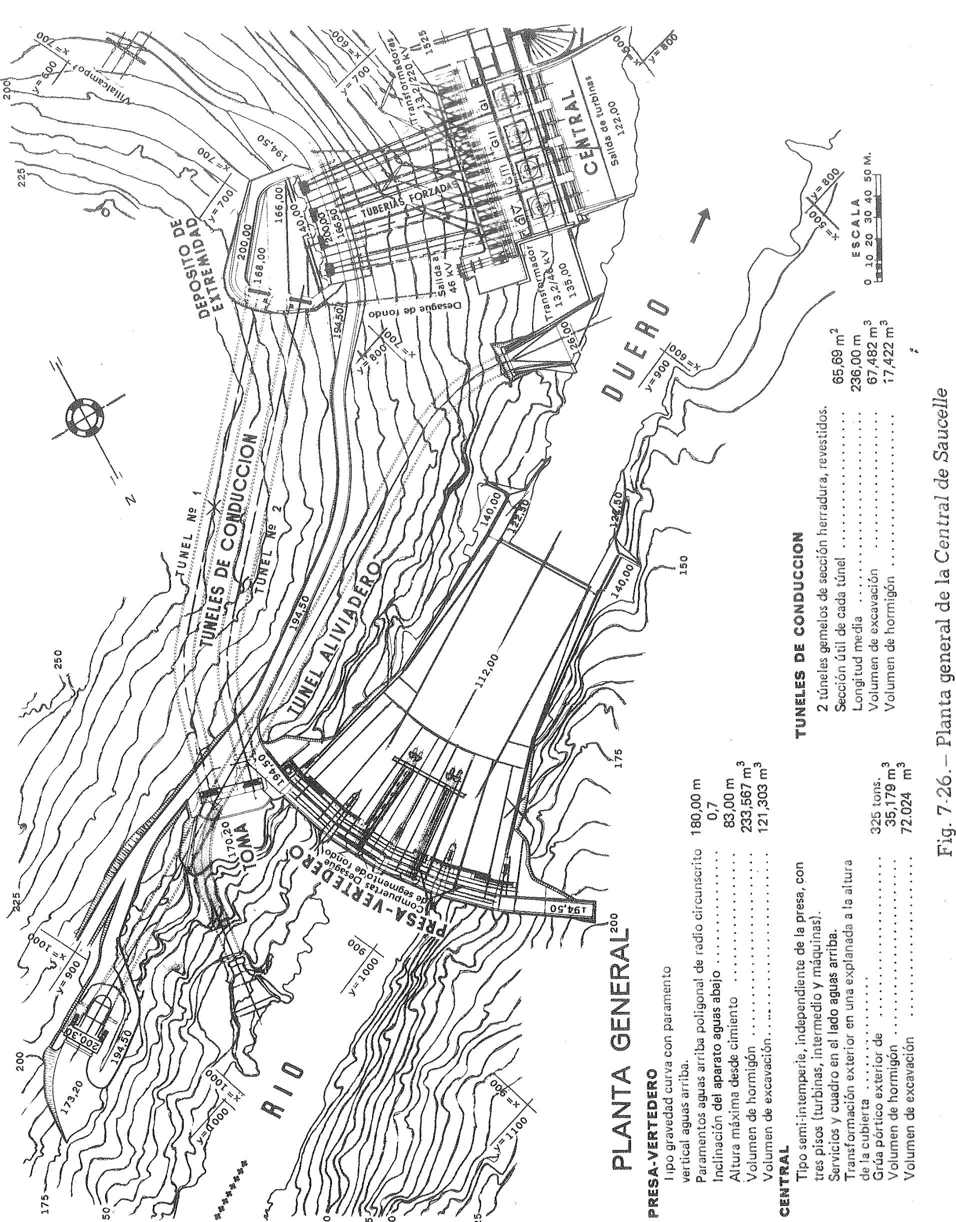


Fig. 7-26.– Planta general de la *Central de Saucelle*

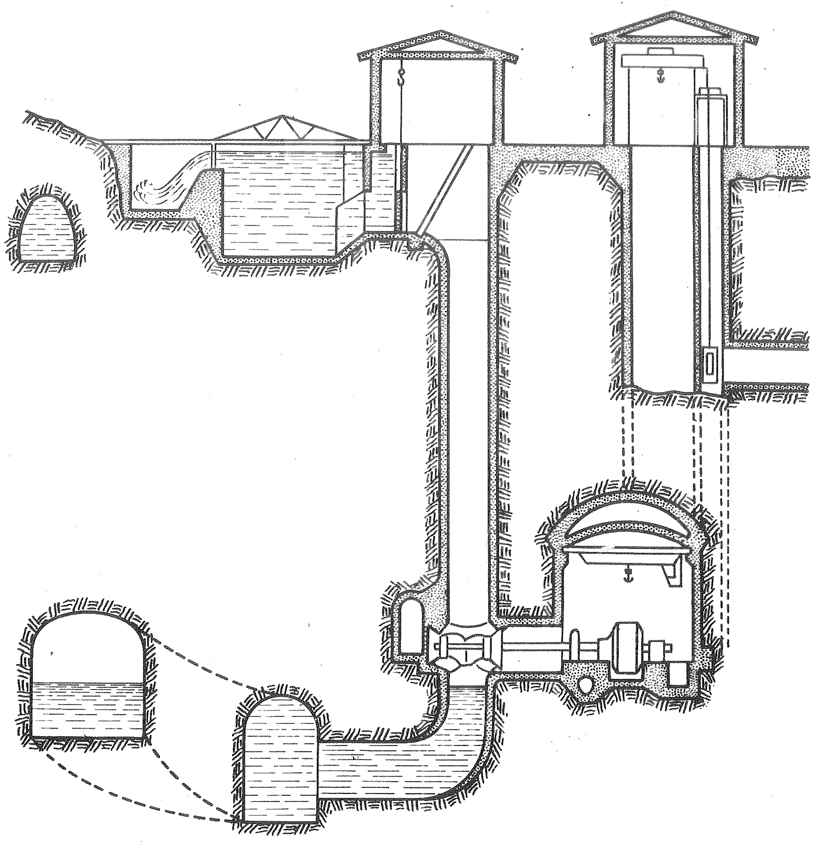


Fig. 7-27.– *Central subterránea de Borjus,* Suecia

Tipos de centrales subterráneas

- central con galería de desagüe a la presión atmosférica
- central con galería de desagüe y chimenea de equilibrio aguas arriba de la central.
- central con galería de desagüe en carga y dos chimeneas de equilibrio, una aguas arriba y otra aguas abajo de la central.

Ejemplo español de central subterránea

En la figura 7-28 se muestra en planta la central de *Tranco de Beas* en el Guadalquivir: altura neta de salto H = 58–100 m; 3 TF de eje vertical, 2 con un caudal Q = 20 m³/s y la tercera con Q = 10 m³/s; potencia total 40.300 kW. En la figura puede verse el parque de transformadores al aire libre, y la chimenea de equilibrio al pie de la presa. El túnel de presión de entrada tiene 3,4 m de diámetro y $Q_{máx.}$ = 50 m³/s; el túnel de desagüe, también a presión, tiene 2.639 m de lon-

gitud con 4.0 m de diámetro.

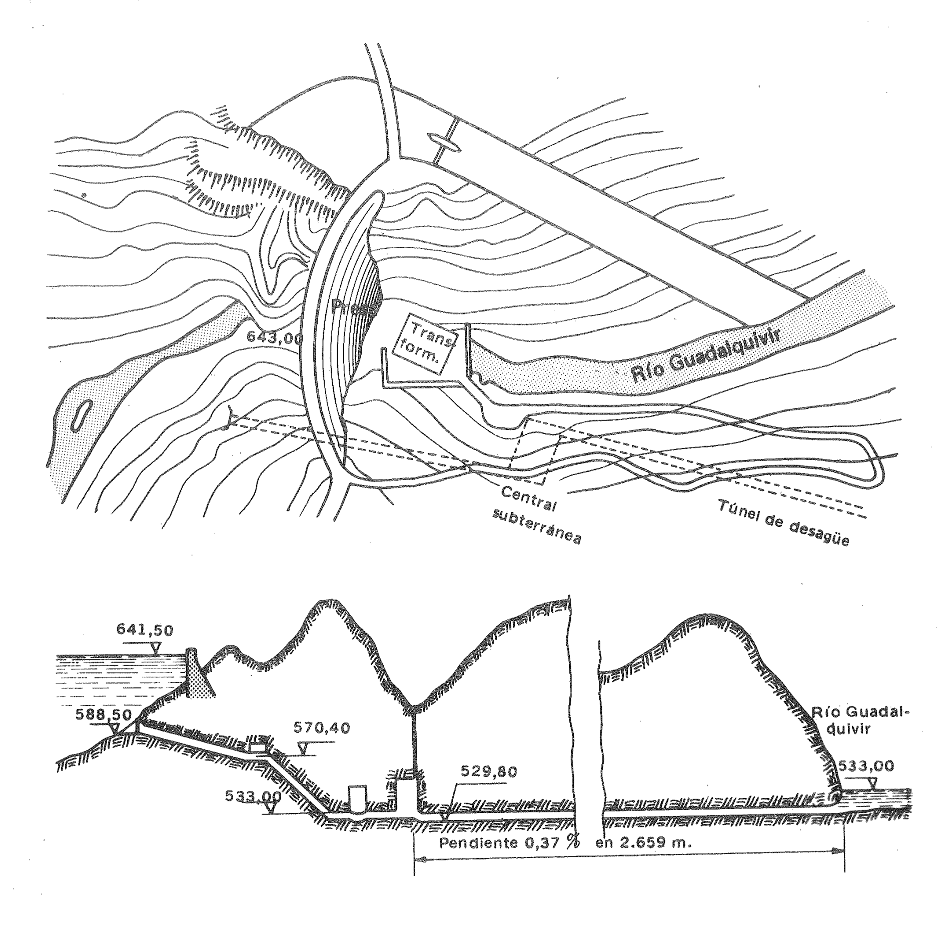
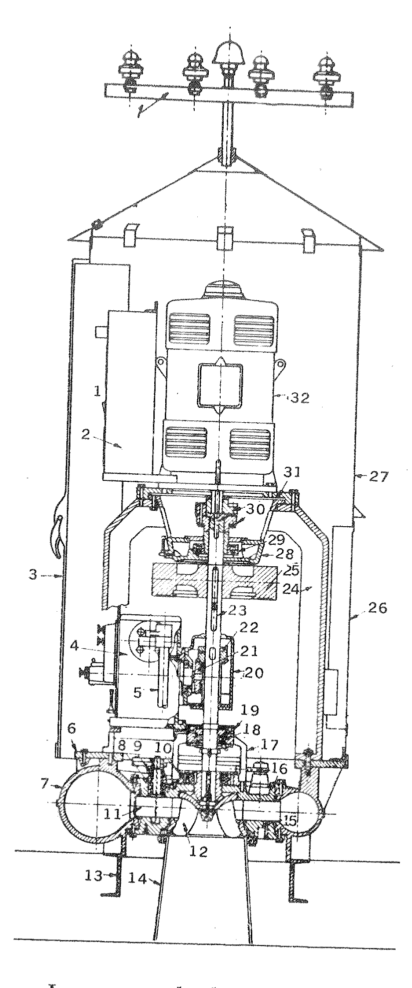


Fig. 7-28.– *Central subterránea del Tranco de Beas* en el Guadalquivir, España

7.6.3. Microcentrales

Las *microcentrales,* que fueron definidas en la Sec. 6.3 como las centrales cuya potencia P < 100 kW, pueden ser de salto elevado, medio o pequeño. La potencia mínima es de 4-5 kW. Si el caudal por T, Q < 100 *l/s*, necesariamente ha de ser H > 100 m; en el otro extremo con las microcentrales pueden explotarse saltos pequeños hasta 1 – 1,5 m.

La explotación de saltos de potencia tan reducida solamente es económica si se consigue abaratar la construcción; elementos de hormigón armado prefabricados,



construidos en serie e incluso construcción de la totalidad de la central con elementos prefabricados. Microcentrales en bloque con maquinaria, aparillaje y regulación completas se han construido en las firmas Voith, Alemania; Armfield Hydraulic Engineering Co. Ltd., Inglaterra; y Drees, Alemania (véase Fig. 7-29).

Las características de estas microcentrales son:

- funcionamiento enteramente automático.
- equipo y recambio standard.
- instalación al aire libre.

Fig. 7-29.– *Microcentral* para instalación a la intemperie fabricada por la firma Drees, Alemania: 1. Soporte aislante; 2. Panel de distribución; 3. Puerta; 4. Regulador; 5. Eje del regulador; 6. Placa de apoyo; 7. Caja espiral; 8. Cojinete de álabe directriz; 9. Biela; 10. Empaquetadura con anillo de grafito; 11. Alabe directriz; 12. Rodete; 13. Viga acanalada; 14. Tubo de aspiración; 15. Cubierta de la turbina del lado del tubo de aspiración; 16. Cubierta del lado de acoplamiento; 17. Caja de cojinetes: 18. Cojinetes; 19. Control de lubricación; 20. Caja de engranajes; 21. Engranaje cónico; 22. Piñón; 23. Eje principal; 24. Armadura; 25. Volante; 26. Apertura para instalación; 27. Caja a prueba de intemperie; 28. Caja del cojinete de empuje; 29. Cojinete de empuje; 30. Acoplamiento elástico; 31. Brida del generador; 32. Generador; (Dibujo de Water Power), 1958).

Los *grupos bulbo* (véase la Sec. 12.1.3) se adaptan muy bien en muchos casos a la construcción de microcentrales.

Para terminar este capítulo diremos que el reparto de los costes de una central hidroeléctrica varían de una central a otra y de un país a otro en gran manera. Un autor ha hecho la siguiente estimación: 55 por ciento para la presa, 20 por ciento para maquinaria y aparillaje; 15 por ciento para el terreno y 10 por ciento para la estructuras de la central.

8. Leyes de semejanza y coeficientes característicos de las turbomáquinas hidráulicas

En este capítulo se estudian las leyes básicas que rigen la experimentación con modelos de TMH, se deducen las leyes de semejanza y los coeficientes característicos. La importacia de la materia aquí tratada es excepcional:

– en la experimentación con modelos (véase el Cap. 24)
– en la investigación de las curvas características (véase Cap. 18)
– en la catalogación de resultados
– en el diseño de las TMH

8.1. La semejanza en la experimentación con modelos de las TMH

Recordando lo dicho en la Sec. 2.3.8.4 la predicción del comportamiento de una máquina de tamaño natural (prototipo) a partir de los ensayos realizados con un modelo exige en general tres condiciones:

1.ª) Semejanza geométrica.

2.ª) Semejanza cinemática.

3.ª) Semejanza dinámica.

La *semejanza geométrica* en una TH exige que toda la parte de la máquina ocupada por el flujo se realice a escala en el modelo: cámara espiral, estator, distribuidor (incluso forma geométrica de los álabes y grado de apertura), rodete, cámara del rodete y tubo de aspiración; y análogamente en las B.

La *semejanza cinemática* se reduce en las TM a que en *todos los puntos*, y en particular en la entrada y salida del rodete los *triángulos de velocidad sean semejantes.*

La *semejanza dinámica,* según lo expuesto en la Sec. 2.3.8.4, y teniendo en cuenta el escaso influjo de las fuerzas debidas a la compresibilidad (número de Mach) y de la tensión superficial (número de Weber), se verifica aproximadamente: a) en las TH de reacción y en las B (todas las B son de reacción), *donde no intervienen superficies libres* en contacto con la atmósfera, y, por tanto, la fuerza de

la viscosidad es preponderante; haciendo igual el número de Reynolds en el modelo y en el prototipo; b) en las TH de acción (TP), y en general en problemas en que intervienen superficies libres y, por tanto, la fuerza de la gravedad es preponderante; haciendo igual el número de Froude en el modelo y en el prototipo (véase Pág. 164).

Como se deduce de lo expuesto, en general *en los ensayos de las TMH la ley de la conservación del número de Reynolds es la más importante.* Sin embargo, si para fijar ideas, se utiliza el mismo fluído que en el prototipo en los ensayos del modelo, la semejanza dinámica exigiría que $d_m c_m = d_p c_p$; siendo, por tanto, la relación de velocidades inversamente proporcional a la de los diámetros. Esta condición en los ensayos de B, en que la escala o relación de semejanza $\frac{d_p}{d_m}$ muchas veces es pequeña, es realizable. Por el contrario, en los ensayos de TH la escala es grande, del orden 10-40, y los saltos en el modelo ($c_m \sim \sqrt{H_m}$) son necesariamente mucho menores que en el prototipo, del orden de 10 a 100 veces menores, con lo cual $R_p = (50 - 100)\ R_m$, lo que destruye la semejanza dinámica. Sin embargo, una larga experiencia en los laboratorios de modelos enseña que si, como sucede normalmente, los números de Reynolds son grandes ($R > 10^5$), el influjo de la viscosidad es insignificante por lo que respecta a la configuración del flujo (semejanza cinemática), variando sólo el rendimiento que es menor en el modelo que en el prototipo.

Si en el ensayo del modelo de una TH se utiliza aire en vez de agua, teniendo en cuenta los valores de ν en el agua y en el aire según la temperatura del agua en el prototipo y la temperatura y presión del aire en el ensayo, ν_{aire} viene a ser $15\ \nu_{agua}$, lo que exige ya de por sí que el modelo gire 15 veces más aprisa (1).

Según esto, las leyes aproximadas de semejanza y los coeficientes característicos aproximados, unos y otros de uso corriente tanto en las TH como en las B:

- *ignoran la semejanza dinámica* y requieren como condición única la semejanza geométrica;
- suponen la igualdad de rendimientos del modelo y prototipo; como esta condición no se cumple en la realidad los resultados obtenidos han de utilizarse con precaución, en lo que se refiere a la predicción del rendimiento del prototipo;
- *no infringen la semejanza cinemática* entre el modelo y el prototipo; por lo tanto los ensayos con el modelo sirven para buscar las formas geométricas más favorables con las que se obtendrá óptimo rendimiento;

(1) En los ensayos de turbulencia se emplea el número de Struch, $Sh = \frac{v}{n \ell}$ (donde v — velocidad local; ℓ — longitud característica y n — número de revoluciones) que para la semejanza dinámica ha de ser igual en el modelo y en el prototipo.

- *no sirven para predecir el rendimiento del prototipo;* no obstante a partir del rendimiento del modelo obtenido experimentalmente se puede calcular el del prototipo con fórmulas empíricas (véase la Sec. 8.9).

Las leyes de semejanza aproximadas y los coeficientes característicos, basados en la hipótesis de la mera semejanza geométrica e igualdad de rendimiento, se deducen en las secciones siguientes, junto con otras más aproximadas a la realidad, que no suponen dicha igualdad de rendimientos.

8.2. Coeficientes de velocidad

8.2.1. Sin tener en cuenta la variación del rendimiento

En el estudio de las TH, se comenzaron a utilizar los *coeficientes de velocidad,* que luego se han extendido también a las B. El coeficiente de una velocidad cualquiera (absoluta, relativa, periférica, componente meridional de la velocidad absoluta, etc.) se define como la relación adimensional entre la velocidad respectiva y el valor $\sqrt{2gH}$. Los coeficientes de velocidad se designarán con el símbolo k con el símbolo de la velocidad correspondiente como subíndice; así por ejemplo:

- coeficiente de velocidad absoluta a la entrada del rodete $k_{c_1} = \frac{c_1}{\sqrt{2gH}}$
- coeficiente de velocidad relativa a la entrada del rodete $k_{w_1} = \frac{w_1}{\sqrt{2gH}}$
- coeficiente de velocidad meridional a la entrada del rodete $k_{c_{1m}} = \frac{c_{1m}}{\sqrt{2gH}}$
- etc... etc...

Adviértase que:

1) los coeficientes de velocidad se definen también en un punto cualquiera del rodete o fuera de él;

2) la definición es idéntica para las TH y las B, recordando que H en las TH es la altura neta y en las B la altura efectiva.

Conociendo los coeficientes de velocidad de una TMH, una velocidad cualquiera se obtiene multiplicando el coeficiente de velocidad respectivo por $\sqrt{2gH}$. Siendo variables las velocidades según el régimen de funcionamiento, los coeficientes de velocidad variarán también. Son particularmente interesantes los coeficientes de velocidad referidos a las condiciones de óptimo rendimiento. Si dos TMH tienen los mismos coeficientes de velocidad para condiciones homólogas de funcionamiento (1) sus triángulos de velocidad son semejantes, y las dos

(1) Por ejemplo, en dos TH funcionando ambas con su H y n nominal, al funcionar con el caudal nominal respectivo Q, con ½Q, ¼Q..., se tendrán otras tantas condiciones homólogas. Estas condiciones homólogas las denominaremos isógonas, porque conservan la semejanza de los triángulos de velocidad.

TMH también. Lo primero es evidente. En efecto, designando con (′) y (″) los valores correspondientes a cada una de las TMH, la relación de dos velocidades homólogas cualquiera, por ejemplo, c_1'/c_1'' es siempre $\sqrt{\frac{H'}{H''}} = \text{cte}$. Lo segundo es una consecuencia de lo anterior. En efecto, al ser los triángulos semejantes los ángulos α y β serán iguales. Ahora bien, la igualdad de los ángulos α implica la semejanza de la parte fija de las TM y la de los ángulos β la de la parte móvil (rodetes).

Recíprocamente si dos TMH son geométricamente semejantes tienen los mismos coeficientes de velocidad. En efecto, supongamos primero el caso de dos TH semejantes. Los triángulos de velocidad serán semejantes también (de lo contrario habría choque y el diseño no sería bueno). Por tanto se tendrá, por ejemplo,

$$\frac{c_{1u}'}{c_{1u}''} = \frac{u_1'}{u_1''} \quad \text{y} \quad \frac{k_{c_1'u}\sqrt{2gH'}}{k_{c_1''u}\sqrt{2gH''}} = \frac{k_{u_1'}\sqrt{2gH'}}{k_{u_1''}\sqrt{2gH''}}$$

y los coeficientes de velocidad son al menos proporcionales:

$$\frac{k_{c_1'u}}{k_{c_1''u}} = \frac{k_{u_1'}}{k_{u_1''}} \qquad (8\text{-}1)$$

Ahora bien, suponiendo el caso normal de salida sin rotación ($c_{2u} = 0$) se tendrá:

$$\eta_h' H'g = c_{1u}' u_{1u}' = k_{c_1'u} \cdot k_{u_1'} \cdot 2gH'$$

$$\eta_h'' H''g = k_{c_1''u} k_{u_1''} 2gH''$$

Dividiendo ordenadamente, y teniendo en cuenta que $\eta_h' = \eta_h''$, se obtiene

$$k_{c_1'u} k_{u_1'} = k_{c_1''u} k_{u_1''} \qquad (8\text{-}2)$$

De las ecuaciones (8-1) y (8-2) se deduce:

$$k_{c_1'u} = k_{c_1''u}$$

$$k_{u_1'} = k_{u_1''}$$

y siguiendo el mismo camino se obtendría lo mismo para los restantes coeficientes de velocidad; así como un razonamiento análogo demostraría lo mismo para las B.

Todas las TMH geométricamente semejantes tienen los mismos coeficientes de velocidad.

El teorema directo y recíproco que acabamos de demostrar es válido también para las turbomáquinas térmicas.

Los tres coeficientes de velocidad k_{u_1} k_{c_1} y k_{w_1} forman el *triángulo de coeficientes de velocidad a la entrada,* que es semejante al triángulo de velocidades, siendo $\sqrt{2gH}$ la razón de semejanza, y se usa muchas veces en lugar de este último porque tiene la ventaja de ser el mismo para todas las máquinas geométricamente semejantes; lo mismo se diga para el *triángulo de coeficientes de velocidad a la salida,* o en cualquier otro lugar de la máquina.

Véanse los problemas 30 y 32.

8.2.2. Teniendo en cuenta la variación del rendimiento

Consideremos en primer lugar una TH con salida sin rotación ($c_{2u} = 0$); se tendrá:

$$\eta_h\, g H = u_1 c_1 \cos\alpha_1 \qquad (8\text{-}3)$$

Del triángulo de velocidades de entrada (Fig. 8-1) se deduce

$$\frac{w_1}{\operatorname{sen}\alpha_1} = \frac{c_1}{\operatorname{sen}\beta_1} = \frac{u_1}{\operatorname{sen}(\alpha_1+\beta_1)} \qquad (8\text{-}4)$$

de donde

$$c_1 = \frac{u_1 \operatorname{sen}\beta_1}{\operatorname{sen}(\alpha_1+\beta_1)} \qquad (8\text{-}5)$$

e introduciendo este valor en la Ec. (8-3) se tendrá:

$$2\eta_h\, g H = \frac{2u_1^2 \operatorname{sen}\beta_1 \cos\alpha_1}{\operatorname{sen}(\alpha_1+\beta_1)}$$

Fig. 8-1.–Triángulo de velocidades a la entrada del rodete de una TH.

de donde

$$u_1 = \sqrt{\frac{\operatorname{sen}(\alpha_1+\beta_1)}{2\operatorname{sen}\beta_1 \cos\alpha_1}}\sqrt{2\eta_h\, g H} = k_{u_1}'\sqrt{2g\eta_h H} \qquad (8\text{-}6)$$

Así mismo de (8-4) se deduce

$$w_1 = \frac{u_1 \operatorname{sen}\alpha_1}{\operatorname{sen}(\alpha_1+\beta_1)} \qquad (8\text{-}7)$$

Sustituyendo en (8-5) y (8-7) u_1 por su valor expresado en la Ec. (8-6) se obtienen las siguientes expresiones:

$$c_1 = \sqrt{\frac{\operatorname{sen}\beta_1}{2\cos\alpha_1 \operatorname{sen}(\alpha_1+\beta_1)}}\sqrt{2g\eta_h H} = k_{c_1}'\sqrt{2g\eta_h H} \qquad (8\text{-}8)$$

y

$$w_1 = \sqrt{\frac{\text{sen}^2\,\alpha_1\,\text{sen}\,(\alpha_1+\beta_1)}{2\,\text{sen}\,\beta_1\,\cos\alpha_1\,\text{sen}^2\,(\alpha_1+\beta_1)}}\,\sqrt{2\,g\,\eta_h\,H} = k'_{w_1}\cdot\sqrt{2\,g\,\eta_h\,H} \qquad (8\text{-}9)$$

En las B, considerando entrada sin rotación ($c_{1u} = 0$), la ecuación análoga a la (8.3) sería:

$$\frac{1}{\eta_h}\,g\,H = u_2\,c_2\,\cos\alpha_2$$

y las restantes ecuaciones se escribirían análogamente, sustituyendo el subíndice 1 por el 2. Sin embargo, los coeficientes de velocidad se emplearán sobre todo en las TH, por lo cual en adelante nos referiremos a ellas. Las Ecs. (8-6), (8-8) y (8-9) sirven para definir los coeficientes de velocidad:

$$k'_{u_1} = \frac{u_1}{\sqrt{2\,g\,\eta_h\,H}}$$

$$k'_{c_1} = \frac{c_1}{\sqrt{2\,g\,\eta_h\,H}}$$

$$k'_{w_1} = \frac{w_1}{\sqrt{2\,g\,\eta_h\,H}}$$

En estos coeficientes de velocidad interviene ya el rendimiento. Estos nuevos coeficientes de velocidad se pueden definir también para las restantes velocidades.

Como en la sección anterior, es inmediata la demostración de que si dos TH tienen los mismos coeficientes de velocidad dichas TH son geométricamente semejantes. El teorema recíproco, queda aquí demostrado para los tres coeficientes que hemos deducido. En efecto, según las Ecs. (8-6), (8-8) y (8-9)

$$k_{c_1} = \sqrt{\frac{\text{sen}\,\beta_1}{2\,\cos\alpha_1\,\text{sen}\,(\alpha_1+\beta_1)}}$$

$$k_{u_1} = \sqrt{\frac{\text{sen}\,(\alpha_1+\beta_1)}{2\,\text{sen}\,\beta_1\,\cos\alpha_1}}$$

$$k_{w_1} = \sqrt{\frac{\text{sen}^2\,\alpha_1\,\text{sen}\,(\alpha_1+\beta_1)}{2\,\text{sen}\,\beta_1\,\cos\alpha_1\,\text{sen}^2\,(\alpha_1+\beta_1)}}$$

y siendo los ángulos α_1 y β_1 iguales en todas las TH geométricamente semejantes queda demostrado el teorema. El resultado es extensible a todos los coeficientes de velocidad, aunque la demostración general es un tanto laboriosa y la omitimos. Nótese la diferencia entre este teorema y el demostrado en la sección anterior.

Aquel solo es verdadero estrictamente en la hipótesis, que no se cumple exactamente en la realidad, de la igualdad de los rendimientos hidráulicos; este es cierto en todo caso.

8.3. Leyes de semejanza

Todas las TH geométricamente semejantes constituyen una serie y dentro de ella cada TH se caracteriza por su tamaño especificado convencionalmente por un diámetro característico el cual (véase Fig. 8-2)

— en las TK es el diámetro exterior del rodete;

— en las TF el diámetro máximo de entrada, que puede ser menor TF rápidas) o mayor (TF lentas y normales) que el de salida.

— en las TP el diámetro de la circunferencia con centro en el centro de la rueda y tangente al eje del chorro.

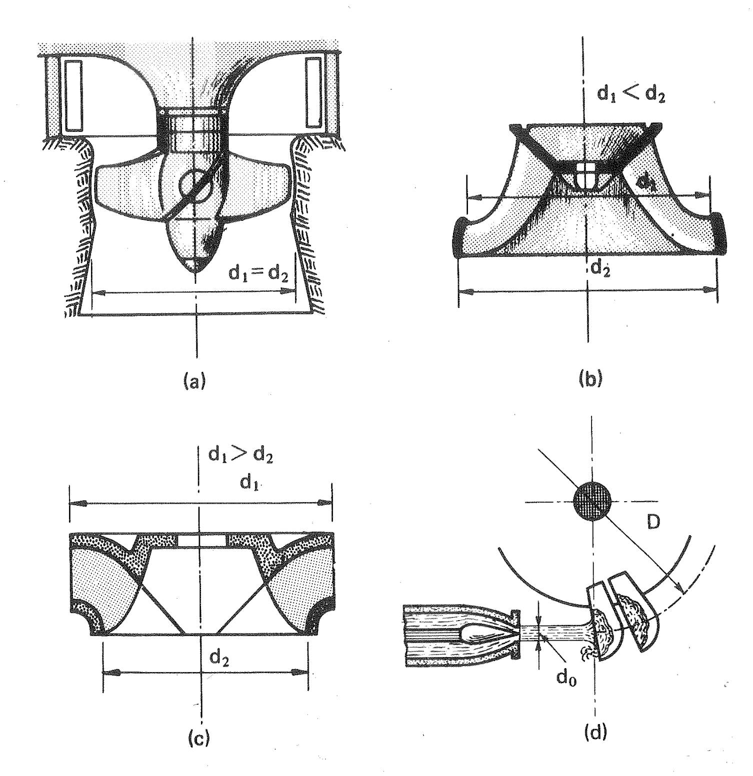


Fig. 8-2.—Diámetros característicos de las TH (d_1 en las T de reacción y D en las T de acción): a) TK; b) TF rápida; c) TF normal (o lenta); d) TP.

Las leyes de semejanza comparan el comportamiento de dos TM geométricamente semejantes al variar el tamaño o diámetro y otra característica. En concreto en las TH se toman como variables independientes el diámetro y la altura neta, y en las BH el diámetro y el número de revoluciones. Se utilizará (′) para una TM y (″) para la otra.

8.3.1. Leyes de semejanza de las turbinas hidráulicas

Variación del número de revoluciones con el diámetro y la altura neta

Se tiene

$$u' = k_{u'} \sqrt{2 g \eta_h' H'} = \pi d' n'$$

$$u'' = k_{u''} \sqrt{2 g \eta_h'' H''} = \pi d'' n''$$

en condiciones *isógonas* $k_{u'} = k_{u''}$; luego

$$\frac{n'}{n''} = \frac{d''}{d'} \cdot \frac{\sqrt{H'}}{\sqrt{H''}} \cdot \frac{\sqrt{\eta_h'}}{\sqrt{\eta_h''}} \qquad (8\text{-}10)$$

(1.ª ley de semejanza de las TH)

Variación del caudal con el diámetro y altura neta

El caudal útil del rodete es igual al producto del caudal suministrado por el rendimiento volumétrico, e igual también al producto de la velocidad relativa a la entrada del rodete w (omitimos el subíndice 1 para simplificar la notación) por el área transversal a la entrada:

$$Q_u = \eta_v Q = A w$$

Por tanto

$$\eta_v' Q' = A' w' = A' k_{w'} \sqrt{2 g \eta_h' H'}$$

$$\eta_v'' Q'' = A'' w'' = A'' k_{w''} \sqrt{2 g \eta_h'' H''}$$

Ahora bien $\frac{A'}{A''} = \frac{d'^2}{d''^2}$, y en regímenes isógonos $k_{w'} = k_{w''}$; luego

$$\frac{Q'}{Q''} = \frac{d'^2}{d''^2} \cdot \frac{\sqrt{H'}}{\sqrt{H''}} \cdot \frac{\eta_v''}{\eta_v'} \cdot \frac{\sqrt{\eta_h'}}{\sqrt{\eta_h''}} \qquad (8\text{-}11)$$

(2.ª ley de semajanza de las TH)

Variación de la potencia útil con el diámetro y altura neta

Se tiene

$$P_a' = \rho' g Q' H' \eta_{tot}'$$

$$P_a'' = \rho'' g Q'' H'' \eta_{tot}''$$

dividiendo ordenadamente, y teniendo en cuenta la Ec. (8-11) se tendrá:

$$\frac{P_a'}{P_a''} = \frac{\rho' g Q' H' \eta_{tot}'}{\rho'' Q'' H'' \eta_{tot}''} = \frac{\rho'}{\rho''} \cdot \frac{d'^2}{d''^2} \cdot \frac{H'^{3/2}}{H''^{3/2}} \cdot \frac{\eta_{tot}'}{\eta_{tot}''} \cdot \frac{\eta_v''}{\eta_v'} \cdot \frac{\sqrt{\eta_h'}}{\sqrt{\eta_h''}} \qquad (8\text{-}12)$$

(3.ª ley de semejanza de las TH)

Siendo $M \sim \frac{P_a}{n}$, dividiendo ordenadamente las Ecs. (8-12) y (8-10) se obtiene la cuarta ley que relaciona los momentos:

$$\frac{M'}{M''} = \frac{\rho'}{\rho''} \cdot \frac{d'^3}{d''^3} \cdot \frac{H'}{H''} \cdot \frac{\eta_{tot}'}{\eta_{tot}''} \cdot \frac{\eta_v''}{\eta_v'} \qquad (8\text{-}13)$$

(4.ª ley de semejanza de las TH)

Las Ecs. (8-10) a (8-12) son las leyes de semejanza de las TH. Con frecuencia estas leyes se aplican sin tener en cuenta la variación del rendimiento ni de la densidad, o sea suponiendo $\eta_h' = \eta_h''$; $\eta_v' = \eta_v''$; $\eta_{tot}' = \eta_{tot}''$ y $\rho' = \rho''$, en cuyo caso se tienen las siguientes:

TABLA 8-1

Leyes de semejanza de las TH

(Leyes aproximadas suponiendo la misma densidad y rendimientos iguales)

1.ª ley	$\frac{n'}{n''} = \frac{d''}{d'} \cdot \frac{\sqrt{H'}}{\sqrt{H''}}$	(8-14)
2.ª ley	$\frac{Q'}{Q''} = \frac{d'^2}{d''^2} \cdot \frac{\sqrt{H'}}{\sqrt{H''}}$	(8-15)
3.ª ley	$\frac{P_a'}{P_a''} = \frac{d'^2}{d''^2} \cdot \frac{H'^{3/2}}{H''^{3/2}}$	(8-16)
4.ª ley	$\frac{M'}{M''} = \frac{d'^3}{d''^3} \frac{H'}{H''}$	(8-17)

Nota.—La igualdad es un caso particular de la semejanza en que $d'' = d'$. Estas cuatro leyes sirven pues para determinar como varía *en una misma máquina* el número de revoluciones, el caudal y la potencia útil al variar la altura neta.

Según las Ecs. (8-14) a (8-17) al variar el diámetro, el salto neto, o ambas cosas a la vez, en las TH geométricamente semejantes:

– el *número de revoluciones* varía (aproximadamente) en razón inversa del diámetro y en razón directa de la raíz cuadrada del salto;

– el *caudal* varía (aproximadamente) en razón directa del cuadrado de los diámetros y de la raíz cuadrada del salto;

– las *potencias* varían (aproximadamente) en razón directa del cuadrado de los diámetros y de 3/2 de la potencia del salto;

– los *pares* varían (aproximadamente) en razón directa del cubo de los diámetros y en razón directa de los saltos.

Las Ecs. (8-14) a (8-17) permiten resolver en otros muchos el siguiente problema: dada una potencia P'_a y una altura de salto H'_a, y conociendo el tamaño, número de revoluciones y altura neta de una TH modelo d'', n'', H''; la Ec. (8-16) permite calcular el tamaño o diámetro necesario d', y calculado éste, las Ecs. (8-14) y (8-15) permiten calcular el número de revoluciones n' a que deberá girar la turbina y su caudal Q' para realizar condiciones homólogas (generalmente interesan las de rendimiento óptimo).

8.3.2. Leyes de semejanza de las bombas

Procediendo análogamente a la sección anterior, se tendrá:

Variación de la altura efectiva con el diámetro y el número de revoluciones.

$$u' = \pi\, d'\, n' = k'_{u'} \sqrt{\frac{2\,g\,H'}{\eta'_h}}$$

$$u'' = \pi\, d''\, n'' = k'_{u''} \sqrt{\frac{2\,g\,H''}{\eta''_h}}$$

y dividiendo ordenadamente:

$$\frac{H'}{H''} = \left(\frac{n'}{n''}\right)^2 \cdot \left(\frac{d'}{d''}\right)^2 \cdot \frac{\eta'_h}{\eta''_h} \qquad (8\text{-}18)$$

(1.ª ley de semejanza de las B)

Variación del caudal suministrado con el diámetro y el número de revoluciones

$$Q' = A'^2\, \eta'_v\, k_{w'} \sqrt{\frac{2\,g\,H'}{\eta'_h}}$$

$$Q'' = A''^2\, \eta''_v\, k_{w''} \sqrt{\frac{2\,g\,H''}{\eta''_h}}$$

dividiendo ordenadamente, y teniendo en cuenta la Ec. (8-18) y que en las TM

geométricamente semejantes $\frac{A'}{A''} = \frac{d'^2}{d''^2}$ se tiene:

$$\frac{Q'}{Q''} = \frac{n'}{n''} \cdot \frac{d'^3}{d''^3} \cdot \frac{\eta'_v}{\eta''_v} \qquad (8\text{-}19)$$

(2.ª ley de semejanza de las B)

Variación de la potencia efectiva con el diámetro y el número de revoluciones:

$$P' = \frac{\rho' g\, Q' H'}{\eta'_{tot}}$$

$$P'' = \frac{\rho'' g\, Q''\, H''}{\eta''_{tot}}$$

dividiendo ordenadamente, y teniendo en cuenta las Ecs. (8-18) y (8-19), se tiene:

$$\frac{P'}{P''} = \frac{\rho'}{\rho''} \cdot \frac{n'^3}{n''^3} \cdot \frac{d'^5}{d''^5} \cdot \frac{\eta'_h\, \eta'_v}{\eta''_h\, \eta''_v} \qquad (8\text{-}20)$$

(3.ª ley de semejanza de las B)

De las Ecs. (8-20) y (8-18), teniendo en cuenta que $M \sim \frac{P}{n}$, se obtiene la cuarta ley que relaciona los momentos:

$$\frac{M'}{M''} = \frac{\rho'\, n'^2\, d'^5\, \eta'_h\, \eta'_v}{\rho'' n''^2 d''^5\, \eta''_h\, \eta''_v}$$

(4.ª ley de semejanza de las B)

Si se supone, como en la sección anterior, igualdad de rendimientos y de unidades se tienen las leyes de la Tabla 8-2.

Según las Ecs. (8-21) a (8-24) de la Tabla 8-2, al variar el diámetro o el número de revoluciones o ambas cosas a la vez en las B geométricamene semejantes:

– *las alturas efectivas* varían (aproximadamente) en razón directa del cuadrado de los números de revoluciones y de los diámetros;

– *los caudales* varían (aproximadamente) en razón directa de los números de revoluciones y del cubo de los diámetros;

TABLA 8-2

Leyes de semejanza de las B

(Leyes aproximadas suponiendo la misma densidad y rendimientos iguales)

1.ª ley	$\frac{H'}{H''} = \frac{n'^2}{n''^2} \cdot \frac{d'^2}{d''^2}$	(8-21)
2.ª ley	$\frac{Q'}{Q''} = \frac{n'}{n''} \cdot \frac{d'^3}{d''^3}$	(8-22)
3.ª ley	$\frac{P'}{P''} = \frac{n'^3}{n''^3} \cdot \frac{d'^5}{d''^5}$	(8-23)
4.ª ley	$\frac{M'}{M''} = \left(\frac{d'}{d''}\right)^5 \cdot \left(\frac{n'}{n''}\right)^2$	(8-24)

— las *potencias efectivas* varían (aproximadamente) en razón directa del cubo de los números de revoluciones y de la quinta potencia de los diámetros;

— los *pares* varían (aproximadamente) en razón directa de la quinta potencia de los diámetros y del cuadrado del número de revoluciones.

Las fórmulas (8-14) a (8-17) y las (8-21) a (8-24) de uso frecuentísimo en la experimentación de TMH, darán en general resultados tanto más satisfactorios *cuanto menos difieran entre sí* los diámetros y/o los saltos netos, o respectivamente los números de revoluciones.

Problema 9.

Se diseña una serie de B de agua para los siguientes datos de funcionamiento nominales: $H = 35$ m, $Q = 1{,}5$ m^3/s *y* $n = 970$ rpm. *Con el fin de ahorrar energía en los ensayos (la potencia absorbida por esta B es del orden de 600 kW) y de abaratar los costes en las modificaciones necesarias en el modelo se estudia un modelo geométricamente semejante funcionando primero con aire en circuito abierto a la presión atmosfética, luego con aire a una presión de trabajo absoluta de 6 bar.*

Calcular:

a) con aire a la presión atmosférica velocidad de rotación conveniente del modelo y una escala adecuada;

b) con aire a la presión atmosférica potencia de accionamiento del modelo en el punto nominal;

c) repetir los cálculos del apartado b con aire a una presión de 6 bar.

1.°) *Aire a presión atmosférica*

Consideraremos la presión atmosférica normal ($p_b = 760$ mm c.m) y una temperatura de

trabajo de 20 °C.

a) *Número de revoluciones del modelo*

Si la B funcionara con aire también a 970 rpm, (motor asíncrono de 3 pares de polos) se tendría

$$H_a = 35 \text{ m (aire)} \qquad \rho = \frac{760/750 \cdot 10^5}{286{,}9 \cdot 293{,}15} = 1{,}205 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$H_{ag} = 35 \cdot \frac{\rho_a}{\rho_{ag}} = 35 \cdot \frac{1{,}205}{1000} = 0{,}04218 \text{ m (agua)}$$

o sea los manómetros tendrían que medir presiones del orden de 42 mm c.ag.excesivamente pequeña, si se tiene en cuenta la caída de presión necesaria en el elemento deprimógeno (tobera, etc...).

Si la B con aire gira a 1450 rpm (motor asíncrono de 2 pares de polos), en virtud de la Ec. (8-21) , se tendrá:

$$H''_a = \left(\frac{n''}{n'}\right)^2 H'_a = \left(\frac{1450}{970}\right)^2 \cdot 35 = 78{,}21 \text{ m (aire)}$$

$$H_{ag} = 78{,}21 \cdot \frac{1{,}205}{1000} = 0{,}09424 \text{ m} = 94{,}24 \text{ mm (agua)}$$

y la sensibilidad de los manómetros que leen presiones del orden de 100 mm c.ag. es más favorable.

Otra consideración nos puede conducir a la selección de una velocidad aún más elevada. En efecto estimemos el diámetro del prototipo, suponiendo en virtud de lo dicho en la Pág. 450 un coeficiente de presión igual a 1, con lo cual

$$u_2 = \pi\, d_2\, n = \sqrt{2\,g\,H}$$

$$d_{2\,ag} = \frac{60}{\pi \cdot 970} \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 35} = 0{,}5160 \text{ m}$$

Para reducir costes elegiremos escala 3, con lo cual

$$d_{2\,a} = \frac{0{,}5160}{3} = 0{,}172 \text{ m}$$

y para que la altura efectiva sea equivalente a 94,24 mm c.ag. bastará según la Ec. (8-21) que gire a

$n_a = 1450 \times 3 = 4350$ rpm (accionamiento por motor asíncrono con un par de polos). .

b) *Potencia de accionamiento del modelo*

En virtud de las Ecs. (8-21) y (8-22) se tendrá:

$$H_a = H_{ag} \left(\frac{n_a}{n_{ag}} \frac{d_a}{d_{ag}}\right)^2 = 35 \cdot \left(\frac{4350}{970} \cdot \frac{1}{3}\right)^2 = 78{,}21 \text{ m (aire)}$$

$$Q_a = Q_{ag} \frac{n_a}{n_{ag}} \cdot \left(\frac{d_a}{d_{ag}}\right)^3 = 1{,}50 \frac{4350}{970} \cdot \frac{1}{27} = 0{,}2491 \ m^3/s$$

y suponiendo un $\eta_{tot} = 60\%$

$$P_{aa} = \frac{0{,}2491 \cdot 1{,}205 \cdot 9{,}81 \cdot 78{,}21 \cdot 10^{-3}}{0{,}6} = 0{,}3839 \ kW$$

c) *Aire a una presión de 6 bar*

A la temperatura de 20 °C y presión de 6 bar la densidad del aire será:

$$\rho' = 1{,}205 \times \frac{6}{1{,}013} = 7{,}137 \ \frac{kg}{m^3}$$

H_a y Q_a serán los mismos que en el caso anterior; mientras que

$$P'_{aa} = P_{aa} \cdot \frac{7{,}137}{1{,}205} = 2{,}274 \ kW$$

Comparación de números de Reynolds

Sean R_{ag}, R_a y R'_a los números de Reynolds del prototipo y del modelo en el primero y segundo caso respectivamente. Según los Apéndices V y VI

para el agua a 20 °C $\quad \nu_{ag} = 1{,}007 \cdot 10^{-6} \ m^2/s$

para el aire a 20 °C y 760 mm c.m. $\quad \nu_a = 1{,}85 \cdot 10^{-6} \ m^2/s$

para el aire a 20 °C y 6 bar $\quad \nu'_a = \nu_a \frac{1{,}205}{7{,}137} = 0{,}312 \cdot 10^{-6} \ m^2/s$

$$u_{2\,ag} = \frac{0{,}516 \cdot \pi \cdot 970}{60} = 26{,}21 \ m/s$$

$$u_{2\,a} = u'_{2\,a} = \frac{0{,}516 \cdot \pi \cdot 4350}{3 \cdot 60} = 39{,}18 \ m/s$$

$$R = \frac{u_2 \, d_2}{\nu}$$

$$R_{ag} = \frac{26{,}21 \cdot 0{,}516}{1{,}007 \cdot 10^{-6}} = 1{,}34 \cdot 10^7$$

$$R_a = \frac{39{,}18 \cdot 0{,}172}{1{,}85 \cdot 10^{-6}} = 3{,}64 \cdot 10^6$$

$$R'_a = \frac{39{,}18 \cdot 0{,}172}{0{,}312 \cdot 10^{-6}} = 2{,}16 \times 10^7$$

Trabajando con aire a presión atmosférica el número de Reynolds $R_a < R_{ag}$. El problema muestra que es posible muchas veces trabajando con aire a presión elevar el número de Reynolds de manera que ajustando la presión se podría conseguir que

$$R_m = R_p$$

y obtener semejanza dinámica. En muchos casos esto no es posible; lo cual significa que el ensayo no podrá servir para predecir el rendimiento del prototipo. En nuestro caso además las potencias en juego con aire a presión son más elevadas que con aire a presión atmosférica, lo cual en nuestro caso es ventajoso porque las potencias caen dentro de una gama más fácilmente medible. El problema muestra finalmente como ajustando la escala y el número de revoluciones del modelo puede realizarse la experimentación del mismo en las condiciones más ventajosas.

Véase además el problema 42.

8.3.3. Leyes de semejanza de los ventiladores

Las fórmulas (8-21) a (8-24) son igualmente aplicables a los V. Sin embargo notaremos dos peculiaridades:

1) En los V se considera la presión efectiva total Δp_{tot} en vez de H. Teniendo en cuenta que $H = \frac{\Delta p_{tot}}{\rho g}$ la Ec. (8-21) se sustituirá por la siguiente:

$$\frac{\Delta p'_{tot}}{\Delta p''_{tot}} = \frac{\rho'}{\rho''} \cdot \frac{n'^2}{n''^2} \cdot \frac{d'^2}{d''^2} \qquad (8\text{-}25)$$

manteniéndose sin variación alguna la Ec. (8-22).

2) La densidad del aire varía con la presión barométrica p_b y con la temperatura absoluta de la atmósfera T_b, según la ecuación de los gases perfectos:

$$\rho = \frac{p_b}{R \, T_b} \qquad (8\text{-}26)$$

Con ayuda de las Ecs. (8-22) a (8-26) pueden formularse las siguientes *leyes de semejanza de los V* (véase Tabla 8.3).

8.4. Magnitudes reducidas de las TH

Las leyes de semejanza nos permiten reducir los valores obtenidos experimentalmente en el ensayo de un modelo de TH, de tamaño cualquiera y ensayada en un salto cualquiera, a los correspondientes a una TH *"unitaria"* geométricamente semejante a 1 m de diámetro y funcionando bajo un salto de 1 m. Estos valores, que designaremos con el subíndice 11 (léase: uno uno, no once) se denominan valores unitarios o reducidos. La práctica de las TH hace un uso extenso de ellos.

TABLA 8-3

Leyes de semejanza de los V (1)

(Leyes aproximadas suponiendo rendimientos iguales)

1.ª ley	$\frac{\Delta p'_{tot}}{\Delta p''_{tot}} = \frac{p'_b}{p''_b} \cdot \frac{n'^2}{n''^2} \cdot \frac{d'^2}{d''^2} \cdot \frac{T''_b}{T'_b}$	(8-27)
2.ª ley	$\frac{Q'}{Q''} = \frac{n'}{n''} \cdot \frac{d'^3}{d''^3}$	(8-28)
3.ª ley	$\frac{P'}{P''} = \frac{p'_b}{p''_b} \cdot \frac{n'^3}{n''^3} \cdot \frac{d'^5}{d''^5} \cdot \frac{T''_b}{T'_b}$	(8-29)
4.ª ley	$\frac{M'}{M''} = \frac{p'_b}{p''_b} \cdot \frac{n'^2}{n''^2} \cdot \frac{d'^5}{d''^5} \cdot \frac{T''_b}{T'_b}$	(8-30)

8.4.1. Sin tener en cuenta la variación del rendimiento

Si en las Ecs. (8-14) a (8-16) los valores de la T ensayada son d'', H'', n'', etc..., que los designaremos ahora sin (''), y los de la T unitaria d', H', n', etc..., se tendrá en primer lugar

$$d' = 1; \quad H' = 1; \quad n' = n_{11}; \quad Q' = Q_{11} \quad \text{y} \quad P'_a = P_{a11}$$

y por tanto:

TABLA 8-4

Magnitudes reducidas de las TH

(Suponiendo la misma densidad y rendimientos iguales)

número de revoluciones reducido	$n_{11} = \frac{nd}{\sqrt{H}}$	(8-31)
caudal reducido	$Q_{11} = \frac{Q}{d^2\sqrt{H}}$	(8-32)
potencia reducida	$P_{a11} = \frac{P_a}{d^2 H^{3/2}}$	(8-33)
par reducido	$M_{11} = \frac{P_a}{n d^3 H}$	(8-34)

(1) Véase también Pág. 793 nn. 3 y 4.

Las fórmulas (8-31) a (8-34) son de uso frecuente en el diseño de las TH. En la deducción de las magnitudes reducidas está implícito que *todas las TH geométricamente semejantes tienen las mismas magnitudes reducidas.*

8.4.2. Teniendo en cuenta la variación del rendimiento

Procediendo análogamente a la sección anterior con las Ecs. (8-10) a (8-13) se tendrá la siguiente tabla.

TABLA 8-5

Magnitudes reducidas de las TH

(Suponiendo la misma densidad, pero no igual rendimiento)

número de revoluciones reducido	$n'_{11} = \frac{nd}{\sqrt{H}} \cdot \sqrt{\frac{\eta_h}{\eta_{h11}}}$	(8-35)
caudal reducido	$Q'_{11} = \frac{Q}{d^2\sqrt{H}} \frac{\eta_v}{\eta_{v11}} \cdot \frac{\sqrt{\eta_{h11}}}{\sqrt{\eta_h}}$	(8-36)
potencia reducida	$P'_{a11} = \frac{P_a}{d^2 H^{3/2}} \cdot \frac{\eta_{tot11}\,\eta_v\sqrt{\eta_{h11}}}{\eta_{tot}\,\eta_{v11}\sqrt{\eta_h}}$	(8-37)
par reducido	$M'_{11} = \frac{P_a}{d^2 H^{3/2}} \cdot \frac{\eta_{tot11}}{\eta_{tot}} \frac{\eta_v}{\eta_{v11}} \cdot \frac{\eta_{h11}}{\eta_h}$	(8-38)

La utilización de las Ecs. (8-35) a (8-38) tropieza con serias dificultades prácticas. Por eso en la práctica se utilizan muy frecuentemente las Ecs. (8-31) a (8-34). Sin embargo, en los últimos años, teniendo en cuenta que los modelos suelen tener diámetros de 250-1000 mm con alturas de saltos experimentales de 1-5 m y los prototipos tienen diámetros a veces superior a 10 m se busca un compromiso o vía media entre las fórmulas de la tabla 8-4 y las de la tabla 8-5: se supone en las Ecs. (8-35) a (8-38) que los rendimientos volumétricos y mecánicos son iguales en las dos T y la relación de los rendimientos totales es igual a la de los rendimientos hidráulicos, con lo cual se obtiene la Tabla 8-6 donde $\eta_{11\,m}$, $Q_{11\,m}$ y $P_{a11\,m}$ son los valores dados por las Ecs. (8-31) a (8-34) obtenidos con el ensayo del modelo (no necesariamente de 1 m de diámetro) y $\eta_{tot\,m}$ el rendimiento total del modelo.

En resumen: normalmente se utilizan las Ecs. (8-31) a (8-34) y cuando se requieren cálculos más aproximados las Ecs. (8-39) a (8-42).

TABLA 8-6

Magnitudes reducidas de las TH aproximadas

(Suponiendo igual densidad y rendimientos volumétricos y mecánicos iguales; pero rendimientos hidráulicos distintos en general)

número de revoluciones reducido	$n_{11} = n_{11m}\left(\dfrac{\eta_{totm}}{\eta_{tot}}\right)^{1/2}$	(8-39)
caudal reducido	$Q_{11} = Q_{11m}\left(\dfrac{\eta_{totm}}{\eta_{tot}}\right)^{1/2}$	(8-40)
potencia reducida	$P_{a11} = P_{a11m}\left(\dfrac{\eta_{totm}}{\eta_{tot}}\right)^{3/2}$	(8-41)
par reducido	$M_{11} = M_{11m}\left(\dfrac{\eta_{totm}}{\eta_{tot}}\right)^{2}$	(8-42)

Las magnitudes características podrían definirse de análoga manera en las B; pero en ellas no las utilizaremos en este libro.

El número de Euler tiene por expresión [Ec. (2-88)]

$$E = \frac{c}{\sqrt{2\,\Delta p/\rho}}$$

donde en nuestro caso:

$$\frac{\Delta p}{\rho} = Y = Hg \quad \text{y} \quad c = k'\frac{Q}{d^2} \quad \text{(donde } k' = \text{cte)}$$

$$E = \frac{k'\,Q}{d^2\sqrt{g\,H}} = k\,Q_{11}\;[\text{Ec. (8-32)}] \quad \left(\text{donde } k = \frac{k'}{\sqrt{g}} = \text{cte}\right)$$

que muestra que Q_{11} no es más que una nueva expresión del número de Euler Luego dos TH geométricamente semejantes, cuyos rendimientos sean iguales tienen el mismo caudal reducido Q_{11} (el número de E es el mismo, según la teoría de la semejanza (véase la Pág. 163).

8.5. El número específico de revoluciones en función de la potencia, n_s

El *número específico de revoluciones* introducido por vez primera en las TH por Kramerer ha adquirido un uso extensísimo en el estudio de las TMH, y constituye sobre todo en las TH el parámetro más significativo. En esta sección y en las dos siguientes daremos tres expresiones distintas del mismo.

Eliminando la relación de diámetros entre las Ecs. (8-14) y (8-16) de las TH o entre las Ecs. (8-21) y (8-23) de las B, suponiendo en uno y otro caso el mismo fluído; para lo cual basta despejar $\frac{d'}{d''}$ en la Ec. (8-14) [o respectivamente en la Ec. (8-21)] y sustituir su valor en la Ec. (8-16) [o respectivamente en la Ec. (8-23)], y pasar luego al primer miembro las magnitudes afectadas con (′) y al segundo miembro las afectadas con (″); se obtiene como "eliminante" la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \text{TH}: &\quad n' P_a'^{\frac{1}{2}} H'^{-\frac{5}{4}} = n'' P_a''^{\frac{1}{2}} H''^{-\frac{5}{4}} \\ \text{B}: &\quad n' P'^{\frac{1}{2}} H'^{-\frac{5}{4}} = n'' P''^{\frac{1}{2}} H''^{-\frac{5}{4}} \end{aligned} \qquad (1) \qquad (8\text{-}43)$$

Al haber eliminado $\frac{d'}{d''}$ la Ec. (8-43) se ha de cumplir para cualquier valor de esta relación, es decir que para todas las TH, respectivamente las B, geométricamente semejantes la expresión:

$$\begin{aligned} \text{TH}: &\quad n_s = n P_a^{\frac{1}{2}} H^{-\frac{5}{4}} = \text{cte} \\ \text{B}: &\quad n_s = n P^{\frac{1}{2}} H^{-\frac{5}{4}} = \text{cte} \end{aligned} \qquad (8\text{-}44)$$

denominada número específico de revoluciones tiene el mismo valor. Recordando las hipótesis que nos han servido para deducir la Ec. (8-44) podemos afirmar que

Todas las TH, respectivamente las B, geométricamente semejantes, tienen el mismo número específico de revoluciones, siempre que se considere el mismo fluído en todas ellas y se suponga idéntico rendimiento.

Modernamente, por la razón expuesta en la Pág. 369, en casos particulares (ensayo de modelos de TH gigantes) se requiere más precisión, y entonces se tienen en cuenta los rendimientos. Siguiendo el mismo procedimiento utilizado en la deducción de la Ec. (8-44); pero utilizando ahora para las TH las expresiones más exactas (8-10) y (8-12) se obtiene la siguiente expresión:

(1) Nótese que el segundo miembro de la Ec. (8-16) expresa no sólo la relación entre las potencias útiles, o potencias en el eje $\left(\frac{P_a'}{P_a''}\right)$ de los T geométricamente semejantes sino también la relación entre las potencias netas $\left(\frac{P'}{P''}\right)$, ya que los η_{tot} se suponen iguales en ambas T. Análogamente el segundo miembro de la Ec. (8-23) expresa no sólo la relación entre las potencias de accionamiento o potencias en el eje de dos B geométricamente semejantes, sino también la relación entre las potencias útiles $\left(\frac{P'}{P''}\right)$. El número específico de revoluciones en función de la potencia se suele definir en función de la potencia en el eje P_a en las TH y en función de la potencia efectiva P en las B.

$$n' P_a'^{\frac{1}{2}} H'^{-\frac{5}{4}} = n'' P_a'' H''^{-\frac{5}{4}} \sqrt{\frac{\eta_h'^{\frac{3}{2}} \eta'_{tot} \eta''_v}{\eta_h''^{\frac{3}{2}} \eta''_{tot} \eta'_v}}$$

o bien suponiendo, como anteriormente igualdad de rendimientos volumétricos y mecánicos en el modelo y en el prototipo, se tendrá:

$$\frac{n'_s}{n''_s} = \left(\frac{\eta'_{tot}}{\eta''_{tot}}\right)^{5/4} \qquad (8\text{-}45)$$

y análogamente para las B.

En este libro, mientras no se diga lo contrario, siempre nos referimos al n_s definido por la Ec. (8-44).

Notas al número específico de revoluciones

Llamamos la atención muy especialmente al lector sobre los 10 puntos siguientes (Págs. 372 a 380) que esperamos le ayuden a comprender el concepto del número específico de revoluciones, el más fecundo de todos los que se manejan en el estudio de las TMH.

1) A cada geometría de rodete, o sea a cada serie de TH o B geométricamente semejantes, corresponde en un sistema de unidades determinado un n_s determinado.

2) El número específico de revoluciones n_s no es adimensional. En la práctica se han utilizado gran variedad de unidades. En los sistemas métricos con mucho lo más corriente es expresar

- n en rpm
- H en m
- P_a en CV

En el SI se expresa n en rps, H en m y P_a en W, o bien n en rpm y P_a en kW. Para pasar de un sistema a otro se utilizan las siguientes ecuaciones:

$$(n_s)_{SI} = 0{,}8578 \, n_s$$
$$n_s = 1{,}166\,(n_s)_{SI} \qquad [\text{en } (n_s)_{SI}\ n \text{ en rpm, } P_a \text{ en kW}]$$

A pesar de que en este libro utilizamos el SI, en vista de que una gran mayoría de las curvas, gráficas y tablas existentes en los libros y revistas del área métrica utilizan el primer sistema de unidades mencionado, los números n_s serán expresados en dicho sistema, a saber:

$$[n_s] = \left[\frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{(\text{CV})^{1/2}}{\text{m}^{5/4}}\right]$$

3) Una TMH no tiene sólo un punto sino un campo de funcionamiento, es decir, puede funcionar a diversos números de revoluciones, suministrar (absorber) más o menos potencia, etc... Pues bien

a) a cada punto de funcionamiento corresponde, según la Ec. (8-44), un n_s distinto;

b) al punto nominal o punto de diseño (generalmente punto de óptimo rendimiento) caracterizado por un n_N P_{aN} y H_N bien determinados, corresponde un n_s característico. *Siempre que no se especifique expresamente lo contrario normalmente el n_s de la Ec. (8-44) se refiere al punto de óptimo rendimiento.*

4) Entre todas las TMH de una serie caracterizada por la misma geometría puede concebirse una TH que diese una potencia de 1 CV bajo un salto de 1 m, o respectivamente una B que diese una potencia útil de 1 CV impulsando a una altura efectiva de 1 m (1). Según la Ec. (8-44) en este caso

$$n_s = n$$

Definición. *El número específico de revoluciones es el número de revoluciones a que debería girar una TMH para suministrar al eje (TH) o al fluído (B) una potencia de 1 CV, en un salto de 1 m, con óptimo rendimiento.*

Suponiendo un rendimiento de 0,88 el caudal de esta "turbina unitaria" es

$$Q = \frac{75}{1000 \cdot 1 \cdot 0{,}88} = 0{,}085 \text{ m}^3/\text{s}$$

5) Conviene expresar también la Ec. (8-44) en función del caudal:

$$TH \qquad P_a = \frac{\rho g\, Q\, H\, \eta_{tot}}{g\, 75}\ \text{CV} \qquad \rho = \rho_{agua} = 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

por tanto

$$n_s = 3{,}65\, n \sqrt{\eta_{tot}}\, Q^{1/2} H^{-3/4} \qquad (8\text{-}46)$$

$$B \qquad P = \rho \frac{QH}{75}\ \text{CV}$$

$$n_s = 3{,}65\, n\, Q^{1/2} H^{-3/4} \qquad (8\text{-}47)$$

$\left(\textit{válida sólo para una B de agua, } \rho_{agua} = 1000\,\frac{kg}{m^3}\right).$

(1) El lector distinguirá cuidadosamente entre las dos turbinas unitarias hasta aquí definidas: La 1.ª (Véase la Sec. 8.4) tiene 1 m de diámetro pero $P_a \gtrless 1$ CV según los casos), la 2.ª, aquí definida, da una potencia de 1 CV (pero $d \gtrless 1$ m según los casos); ambas TH funcionan en un salto de 1 m.

La Ec. (8-47) es más utilizada que la Ec. (8-44) en las B (ambas sin embargo, dan el mismo valor numérico para n_s).

6) Las TMH se clasifican en lentas, normales y rápidas, según sea n_s elevado, medio o bajo, no según la velocidad real del giro. Por tanto, si comparamos, por ejemplo, varias TH de diferentes tipos (TP, TF, etc...), la Ec. (8-46) nos dice que

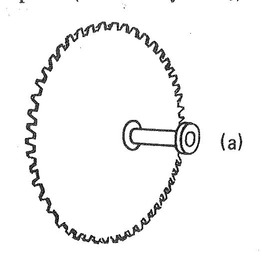
a) si todas las T tienen igual potencia e igual salto, la T más rápida (la de mayor n_s) girará más aprisa;

b) si todas las T giran a igual velocidad, a igualdad de salto la T más rápida (la de mayor n_s) absorberá mayor caudal;

c) si todas las T giran a igual velocidad y absorben el mismo caudal, la T más rápida (la de mayor n_s), estará instalada en un salto menor.

A título de ejemplo a simple vista puede observarse que la TP de la Fig. 8-3,a es más lenta que la de la Fig. 8-3,b. En efecto, aquélla tiene mayor número de álabes y más pequeños, y se adapta por tanto a saltos de menos caudal y de más altura.

7) La definición de número específico de revoluciones [Ec. (8-44)] es aplicable también a las TMT y permite establecer una comparación de todas según el valor creciente de n_s (1); pero en las TMT el concepto de número específico de revoluciones se ha empleado poco hasta el presente.



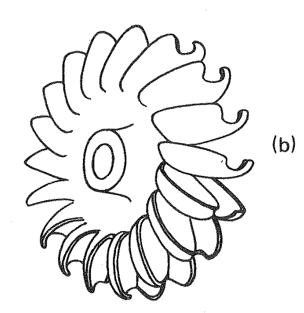


Fig. 8-3.—a) TP muy lenta de la Central de Fulli $n_s = 2{,}7$; $\frac{d_0}{D} = \frac{1}{85}$; $H = 1650$ m; $n = 500$ rpm; $P_a = 2210$ kW; b) TP muy rápida ($n_s = 35$); $\frac{d_0}{D} = \frac{1}{7}$ más apta para caudales mayores *relativamente* y alturas netas *relativamente* menores (según el n adoptado).

8) Todas las TH, respectivamente las B, geométricamente semejantes, tienen el mismo n_s; luego asignando a cada serie de máquinas de idéntica geometría, pero de diferente tamaño, un número, el n_s, las TH, respectivamente las B, quedan clasificadas según este número que es el número específico de revoluciones. La forma del rodete va cambiando poco a poco a medida que aumenta el n_s como muestran las Figs. 8-4 y 8-5.

9) En las TH pueden presentarse muchas veces los tres problemas fundamentales siguientes, que pueden resolverse con la ayuda del n_s:

Primer problema: Dado el salto H, la potencia P_a y el número de revoluciones n, buscar el tipo de T adecuado. Con los datos anteriores se puede calcular n_s, que define el tipo de T.

(1) Véase C.M. TMT, Fig. 9-1, Págs. 361-362.

Fig. 8-4.—Variación de la forma del rodete y del triángulo de velocidades de entrada de las TH al aumentar n_s. Nótese el salto de discontinuidad entre las TP y las T de reacción (véase la Sec. 13.4).

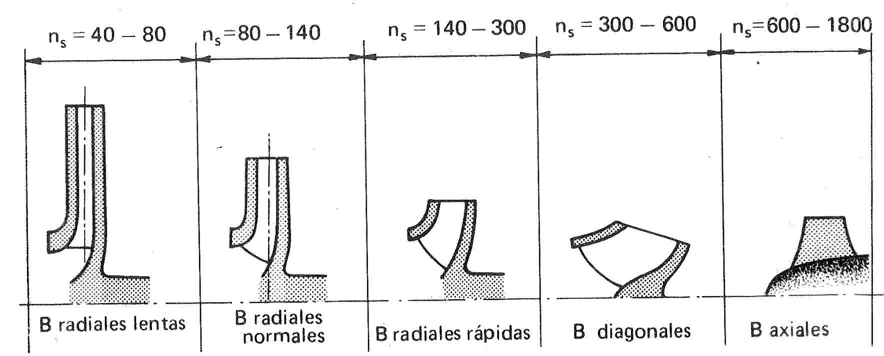


Fig. 8-5.—Variación de la forma del rodete de las B al aumentar n_s.

Una diferencia esencial en la explotación de las TH en comparación con las turbinas térmicas (turbinas de vapor y turbinas de gas) es que, mientras en estas últimas tanto la potencia como sus dos factores de extensión, el caudal, y de intensidad, el salto, pueden escogerse arbitrariamente, en las primeras la naturaleza ofrece un salto de una potencia determinada y con un caudal y una altura determinada. Es decir, fijado un n, *la naturaleza exige un* n_s *determinado. Esta es una razón principal de que el concepto* n_s *se haya propagado mucho menos en las TMT.*

Segundo problema: Dado el salto H, la potencia P_a y el tipo de T caracterizado por un n_s, calcular la velocidad de rotación n, con la que se obtendrá óptimo rendimiento. Se despeja n en la Ec. (8-46).

Tercer problema: Dado el salto H, la velocidad n y el tipo de turbina n_s, calcular la potencia que se puede obtener, tendiendo siempre a realizar el rendimiento óptimo. Se despeja P_a de la misma ecuación.

Las características naturales de los aprovechamientos hidráulicos son el salto y el caudal, o lo que es lo mismo, estimando un rendimiento total de la máquina, la altura neta H y la potencia útil obtenible P_a. A continuación se calculan mediante la Ec. (8-44) los números de revoluciones óptimos para los distintos tipos de rodetes. caracterizados por su n_s, y con ayuda de gráficos como el de la Fig. 8-6 es posible obtener el tamaño del rodete en cada caso. Hecho esto en forma tabular, como en el ejemplo que se aduce a continuación, se procede a seleccionar el n_s más conveniente, que si no se tienen en cuenta otros factores, como por ejemplo, el fenómenos de cavitación, será el que gire a velocidad más económica.

Ejemplo.—Seleccionar una TH para un salto neto de $H = 110$ m y un caudal nominal $Q = 1{,}1\ m^3/s$.

Suponiendo un $\eta_{tot} = 0{,}85$ se tiene:

$$P_a = \frac{\rho g\, Q\, H\, \eta_{tot}}{g\, 75} = \frac{1100 \cdot 110 \cdot 0{,}85}{75} = 1371 \text{ CV}$$

$$n_s = n\, P_a^{\frac{1}{2}}\, H^{-\frac{5}{4}} = 1371^{\frac{1}{2}} \cdot 110^{-\frac{5}{4}}\, n = 0{,}104 n$$

o sea

$$n = 9{,}62\, n_s \qquad (8\text{-}48)$$

$$\sqrt{2\, g\, H} = 46{,}46 \text{ m/s}$$

En la tabla 8-7 sólo consideramos para simplificar las TH simples (TP de 1 chorro y TF de un rodete). Para diferentes valores de n_s calcularemos por la Ec. (8-48). los valores correspondientes de n, leeremos en la Fig. 8-6 los valores de k_{u1} y k_{u2} para cada rodete Francis, suponiendo para todos los rodetes Pelton $k_{u1} = 0{,}45$. De las ecuaciones

$$u_1 = k_{u1}\, \sqrt{2 g H} = \frac{\pi\, d_1\, n}{60}$$

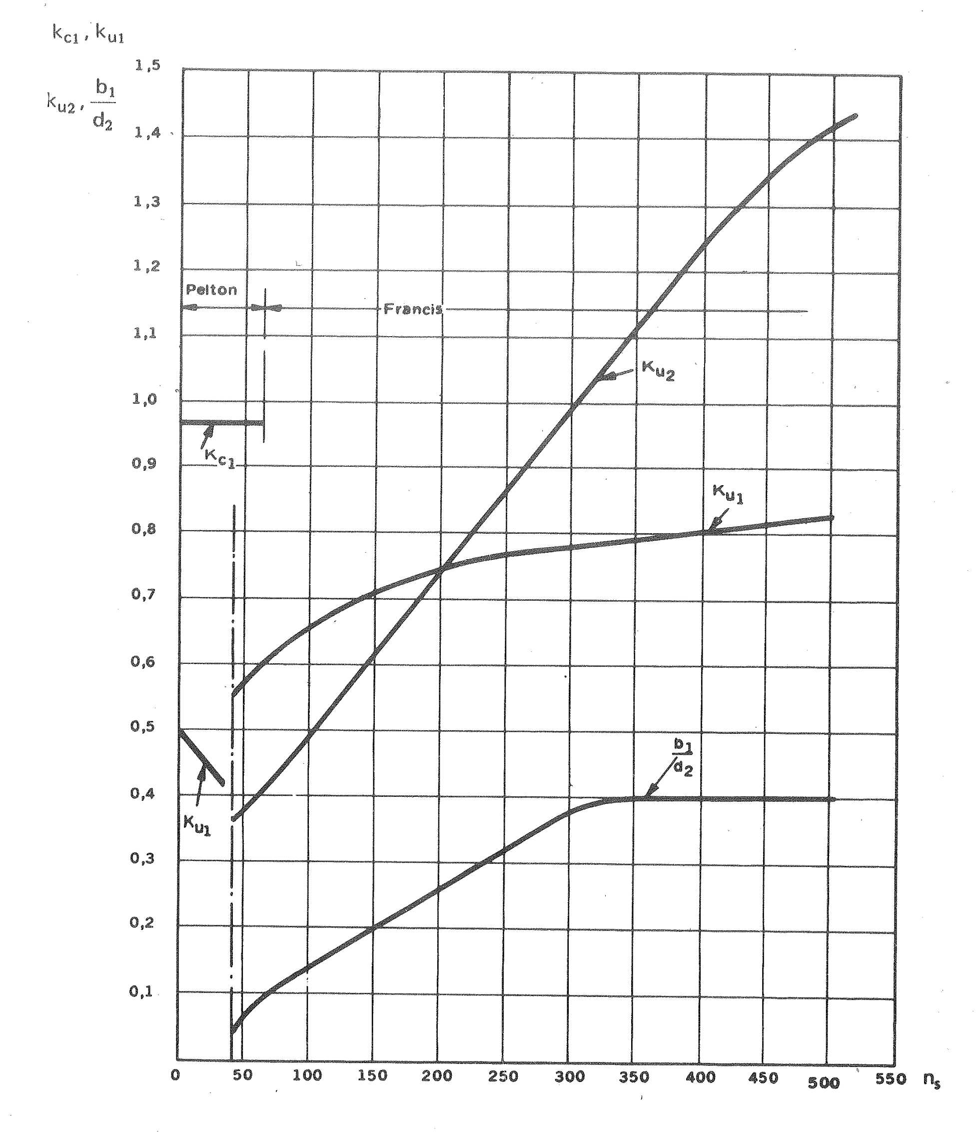


Fig. 8-6.—Zona de utilización de las TH de acción y reacción según el n_s; coeficientes de velocidad k_{c1}, k_{u1}, k_{u2} y ancho relativo a la entrada b_1/d_2 en función de n_s.

y

$$u_2 = k_{u2}\, \sqrt{2 g H} = \frac{\pi\, d_2\, n}{60} \qquad \text{(n en rpm)}$$

se deducen d_1 y d_2 para las TF. En la misma Fig. 8-6 se lee $\frac{b_1}{d_2}$ para las TF, y finalmente se calcula el diámetro del chorro d_0 de las TP mediante las ecuaciones:

$$c_1 = k_{c1}\sqrt{2gH} = \frac{4Q}{\pi d^2}$$

haciendo $k_{c1} = 0{,}97$. Los resultados obtenidos se aducen en la siguiente tabla.

TABLA 8-7

Tipo de TH simple	n_s	n (rpm)	k_{u1}	k_{u2}	d_1 (m)	$\frac{b_1}{d_2}$	d (mm)	d (mm)	b_1 (mm)
Pelton 1 chorro	2	19,24	0,45	—	20,74		—		—
	10	96,2	"	—	4,15		—		—
	20	192,4	"	—	2,07		—		—
	30	288,6	"	—	1,38		—		—
Francis 1 rodete	45	432,9	0,55	0,36	1,13	0,737	0,050	—	36,8
	100	962	0,66	0,50	0,608	0,461	0,135	—	62,2
	200	1924	0,74	0,74	0,341	0,341	0,26	—	88,7
	300	2886	—	—			—	—	
	400	3848	—	—			—	—	

La forma de los rodetes correspondiente a los valores de la columna de n_s se aducen con las dimensiones que resultan del cálculo para las características del salto del ejemplo, en la Fig. 8-7.

De este estudio se desprende que los rodetes Francis de $n_s = 45$ y $n_s = 100$ son los que girarían a velocidades más favorables. Otras consideraciones, como, por ejemplo, el hecho de ser el rodete muy estrecho a la entrada (b_1 bajo) obligan a desechar estas soluciones, quedando como solución más aceptable la Pelton de $n_s = 30$.

En general se tiende a aumentar el número específico de revoluciones, porque con ello disminuyen las dimensiones del rodete y consiguientemente el precio de la T. Para aumentar n_s, según la Ec. (8-46) hay que aumentar el rendimiento, aumentar el caudal o disminuir H, o equivalentemente aumentar Q_{11} y n_{11}. Es preferible conseguir el aumento de n_s con el aumento de Q_{11} porque así se obtiene una máquina más compacta.

10) Análogos problemas se presentan en el campo de las B que pueden resolverse también con ayuda del n_s. A una B se le pide un caudal y una altura a

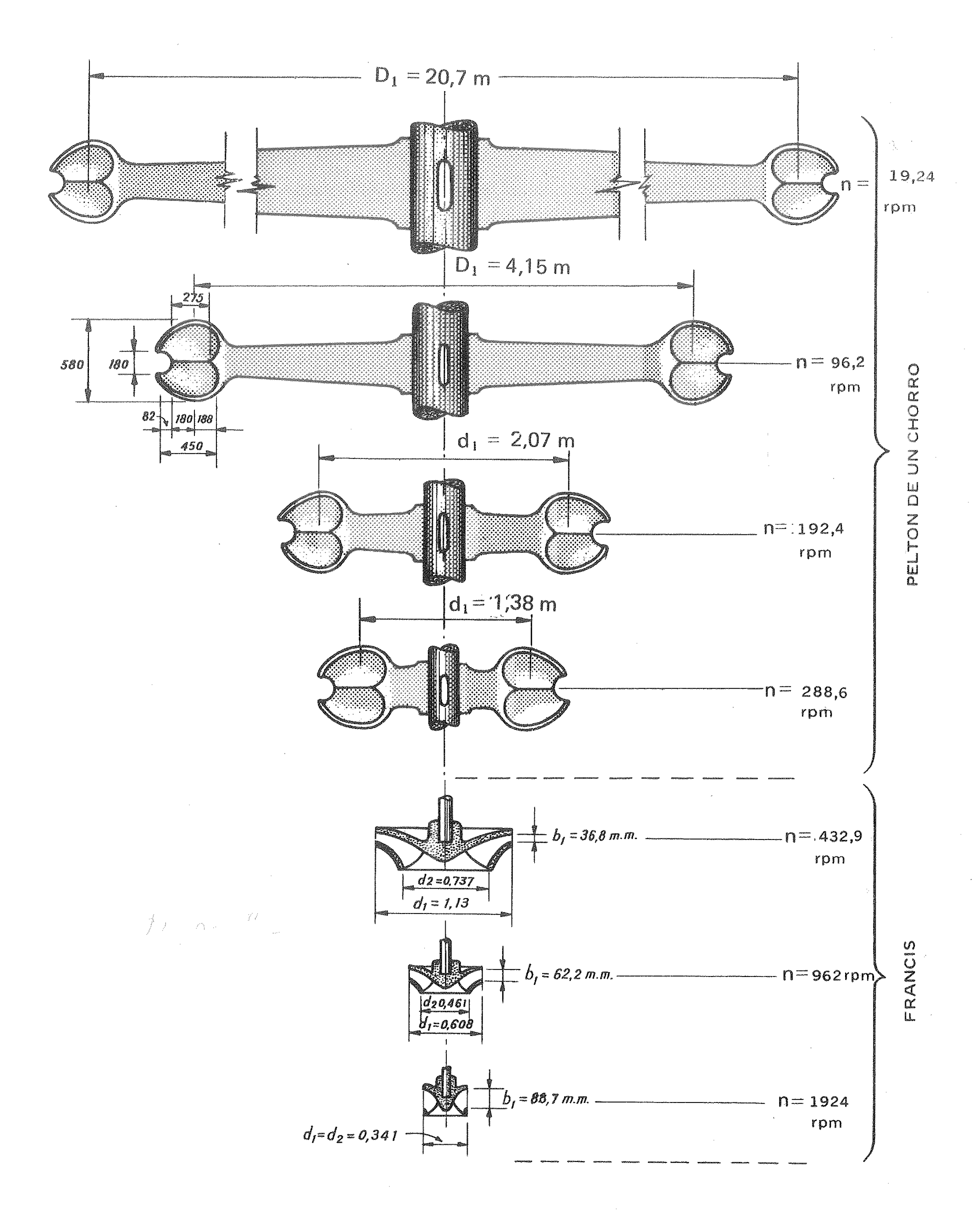


Fig. 8-7.—*Comparación de tamaño del rodete* según el número de revoluciones para equipar un salto de 110 m con un caudal nominal de 1,1 m^3/s.

un número de revoluciones determinado. Al variar estos valores en sentido del aumento del número específico de revoluciones, va variando la geometría del rodete, de izquierda a derecha en la Fig. 8-5. A velocidades específicas inferiores a 70 disminuye rápidamente el rendimiento, porque el rodete de baja velocidad específica (1.ª figura dela izquierda en Fig. 8-5) tiene los canales entre álabes largos y estrechos, aumentando las pérdidas hidráulicas en el rodete y disminuyendo el rendimiento hidráulico. Además al ser la diferencia de presiones mayor y el intersticio entre el rodete y la carcasa, en proporción con el área transversal a la salida del rodete, mayor disminuye el rendimiento volumétrico. En general, para una altura y caudal dados es conveniente tender a velocidades específicas grandes ya que con ello se obtiene un rodete de menor diámetro, y por tanto una B de menor precio y en general de mayor rendimiento.

Problema 10.

Una bomba radial centrífuga de agua gira a 970 rpm. Se despreciará el espesor de los álabes y todas las pérdidas (B ideal). El diámetro de entrada del rodete es $d_1 = 100$ mm; el diámetro de salida del rodete, $d_2 = 250$ mm. Las áreas útiles para el flujo a la entrada y salida son ambas iguales a 1100 cm². El ángulo de los álabes a la entrada $\beta_1 = 25°$ y a la salida $\beta_2 = 55°$. La entrada en el rodete es radial.

Calcular:

a) *las tres velocidades que forman el triángulo de entrada;*
b) *las tres velocidades que forman el triángulo de salida;*
c) *el ángulo α_2;*
d) *el caudal;*
e) *la altura total de la B;*
f) *la altura dinámica del rodete;*
g) *la altura de presión del rodete;*
h) *la potencia de accionamiento;*
i) *el grado de reacción;*
j) *el número específico de revoluciones;*
k) *el $\beta_{2\,min}$ y $\beta_{2\,máx}$ y determinar en función de β_2 de 20 en 20 grados las características de la B.*

Con ayuda de estas fórmulas se resuelve el problema

$$c_1 = u_1 = \pi d_1 n$$

$$w_1 = \frac{u_1}{\cos \beta_1} = \frac{u_1}{\cos 25°} = 1{,}103\, u_1$$

. . . .

$$u_2 = \frac{d_2}{d_1} u_1 = 2{,}5\, u_1$$

$$c_{2m} = \frac{A_1}{A_2} c_{1m} = c_{1m}$$

$$c_{2u} = u_2 - \frac{c_{2m}}{\operatorname{tg} \beta_2}$$

$$c_2 = \sqrt{c_{2u}^2 + c_{2m}^2}$$

$$w_2 = \sqrt{c_{2m}^2 + (u_2 - c_{2u})^2}$$

. . . .

$$\alpha_2 = \operatorname{arctg} \frac{c_{2m}}{c_{2u}}$$

. . . .

$$Q = A_2\, c_{2m}$$

$$H_{u\infty} = \frac{u_2\, c_{2u}}{g}$$

. . . .

$$H_{din\infty} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g}$$

$$H_{p\infty} = H_{u\infty} - H_{d\infty}$$

. . . .

$$P_a = Q\, \rho\, g\, H_{u\infty} \cdot 10^{-3} \text{ kW}$$

. . . .

$$\sigma_\infty = \frac{H_{p\infty}}{H_{u\infty}}$$

. . . .

$$n_s = 3{,}65\, Q^{1/2}\, H_{u\infty}^{-3/4}$$

. . . .

$$\beta_{2\,min} = \frac{c_{2m}}{u_2} \qquad \beta_{2\,máx} = 180 - \beta_{2\,min}$$

. . . .

Programado el problema en BASIC con ayuda de las ecuaciones precedentes y sustituidos los datos del problema se han obtenido con el ordenador los resultados siguientes:

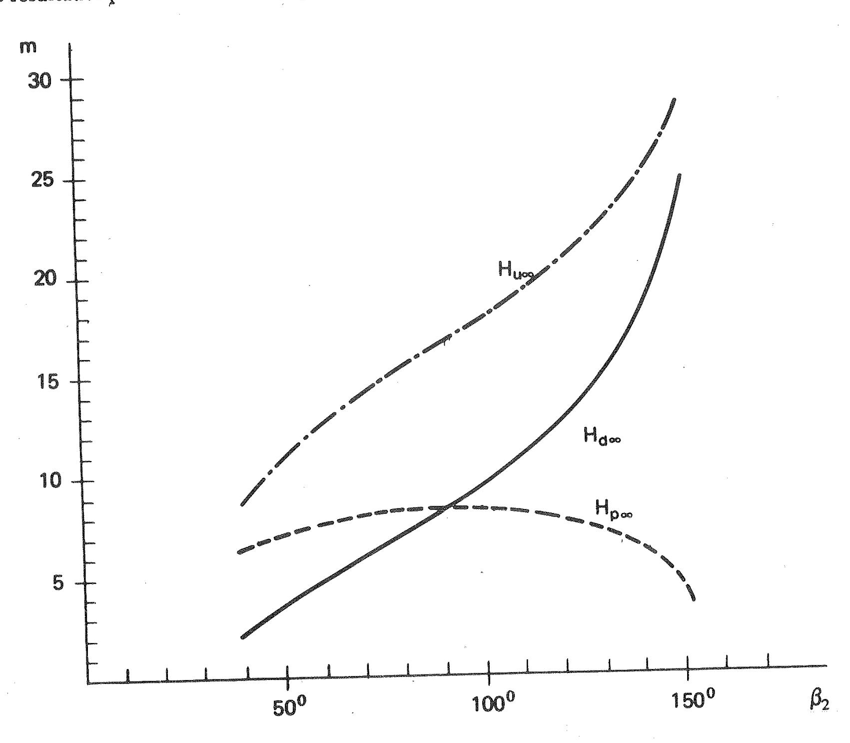
a) $c_1 = u_1 = 5{,}079$ m/s; $w_1 = 7{,}183$ m/s

b) $u_2 = 12{,}70$ m/s; $w_2 = 6{,}20$ m/s; $c_2 = 10{,}46$ m/s

c) $\alpha_2 = 29° 3' 26''$
d) $Q = 0{,}5587\ m^3/s$
e) $H_{u\infty} = 11{,}83$ m
f) $H_{d\infty} = 4{,}259$ Tm
g) $H_{p\infty} = 7{,}573$ m
h) $P_a = 64{,}84$ kW
i) $\sigma_\infty = 0{,}64$
j) $n_s = 414{,}8$
k) $\beta_{2\,min} = 21° 48' 5''$;
$\beta_{2\,máx} = 158° 11' 56''$

β_0	c_{2u} (m/s)	$H_{u\infty}$ (m)	$H_{d\infty}$ (m)	$H_{p\infty}$ (m)	σ_∞ %
41	6,855	8,872	2,395	6.477	73,00
61	9,882	12,79	4,977	7,813	61,09
81	11,89	15,39	7,209	8,184	53,17
101	13,68	17,71	9,545	8,168	46,11
121	15,75	20,38	12,64	7,743	37,98
141	18,97	24,55	18,34	6,212	0,2530
151	21,86	28,29	24,36	3,938	13,92

Estos resultados pueden verse en la siguiente figura.



Problema 11.

Para los sistemas de alimentación de cohetes de combustible líquido se estudian dos B de alimentación, una de petróleo y otra de hidrógeno líquido. Provisionalmente se escoge un número de revoluciones específico de 100 para ambas B. El caudal másico en ambos casos será 15000 kg/min y la diferencia de presiones contra la que trabajan las B será de 45 bar. Densidad del petróleo 850 kg/m³ y del hidrógeno líquido 70,5 kg/m³.

Calcular:

a) número de revoluciones estimativo de ambas B;
b) tamaño estimativo de las mismas.

a) *Número de revoluciones*

El caudal másico es:

$$G = \frac{15000}{60} = 250\ \frac{kg}{s}$$

y el volumétrico

$$Q = \frac{250}{\rho}$$

La altura efectiva será:

$$H = \frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{45 \cdot 10^5}{9{,}81\ \rho} = 4{,}587 \cdot 10^5\ \frac{1}{\rho}$$

y el número de revoluciones, despejado de la fórmula que define n_s, será:

$$n = \frac{n_s\ H^{5/4}}{P^{1/2}}$$

Para el petróleo:

$$Q = \frac{250}{850} = 0{,}2941\ m^3/s$$

$$H = \frac{4{,}587 \cdot 10^5}{850} = 539{,}6\ m$$

$$P = Q\rho g H\ 10^{-3} = 0{,}2941 \cdot 850 \cdot 9{,}81 \cdot 539{,}6 \cdot 10^{-3} = 1323{,}3\ kW = 1789{,}6\ CV$$

$$n = \frac{100 \cdot (539{,}6)^{5/4}}{(1798{,}6)^{1/2}} = 6132{,}3\ rpm$$

Para el hidrógeno líquido:

$$Q = \frac{250}{70{,}5} = 3{,}546\ m^3/s$$

$$H = \frac{4{,}587 \cdot 10^5}{70{,}5} = 6506 \text{ m}$$

$$P = Q \rho g H \cdot 10^{-3} = 3{,}546 \cdot 70{,}5 \cdot 9{,}81 \cdot 6505 \cdot 10^{-3} = 15955{,}5 \text{ kW} = 21686{,}1 \text{ CV}$$

$$n = \frac{100 \cdot (6506)^{5/4}}{(21686{,}1)^{1/2}} = 39678{,}2 \text{ rpm}$$

b) *Diámetro de las B*

Para una estimación previa bastará hacer el coeficiente de presión ψ según se dirá en la Pág. 450, igual a 1. Por tanto,

$$\psi = 1 = \frac{H}{u_2^2/2g}$$

siendo

$u_2 = \pi\, d_2\, n$ (n en rps) se tendrá:

$$d_2 = \frac{\sqrt{2g}}{\pi} \frac{\sqrt{H}}{n} = 1{,}4099 \frac{\sqrt{H}}{n}$$

para el petróleo:

$$n = \frac{6132{,}3}{60} = 102{,}2 \text{ rps}$$

y

$$d_2 = \frac{1{,}4099 \sqrt{539{,}6}}{102{,}2} = 0{,}3204 \text{ m}$$

para el hidrógeno líquido:

$$n = \frac{39678{,}2}{60} = 661{,}3 \text{ rps}$$

y

$$d_2 = \frac{1{,}4099 \sqrt{6506}}{661{,}3} = 0{,}1719 \text{ m}$$

En este primer estudio la B de petróleo se muestra muy aceptable tanto por lo que respecta al número de revoluciones cuanto por lo que respecta al diámetro; no así la de hidrógeno líquido, cuyo diámetro debería aumentarse lo más posible eligiendo un rodete de mayor n_s, lo cual exigiría el aumento del número de revoluciones; pero esto resultaría más favorable, supuesto que se utilizara para el accionamiento, como es práctica común, en este tipo de aplicaciones, una turbina de gas, máquina muy revolucionada.

Problema 12.

Se ofrece a la venta una TH usada pero en perfecto estado, cuyo rendimiento total fue garantizado por el constructor en un 82%. La potencia y salto neto nominal de esta T son 200 kW y 15 m respectivamente, a 428,6 rpm.

Calcular:

a) tipo de T;
b) posibilidad de su instalación en un salto neto de 12 m;
c) caudal que debería absorber la T en la nueva instalación.
d) potencia que desarrollará;
e) número de revoluciones a que deberá girar.

a) *Tipo de T*

Calculemos el n_s

$$200 \text{ kW} = 200 \cdot 1{,}359 \text{ CV} = 271{,}8 \text{ CV}$$

$$n_s = \frac{428{,}6 \cdot 271{,}8^{1/2}}{15^{5/4}} = 239{,}4$$

Se trata, pues, según lo dicho en Pág. 577 de una *TF normal.*

b) *Posibilidad de adaptación*

Siendo la altura de salto disponible no muy lejana del salto nominal se puede suponer que el rendimiento se mantendrá elevado en la nueva instalación.

c) *Caudal*

El caudal nominal de la T:

$$Q = \frac{P_a}{g\, H\, \eta_{tot}} = \frac{200}{9{,}81 \cdot 15 \cdot 0{,}82} = 1{,}658 \text{ m}^3/\text{s}$$

En virtud de la Ec. (8-15):

$$Q' = 1{,}658 \sqrt{\frac{12}{15}} = 1{,}483 \text{ m}^3/\text{s}$$

d) *Potencia*

En virtud de la Ec. (8-16):

$$P'_a = 200 \left(\frac{12}{15}\right)^{3/2} = 143{,}1 \text{ kW}$$

e) *Número de revoluciones*

En virtud de la Ec. (8-14):

$$n' = 428{,}6 \sqrt{\frac{12}{15}} = 383{,}4 \text{ rpm}$$

Nota.—Si se ha de acoplar, caso el más frecuente, la T a un alternador síncrono se escogerá un alternador con 8 pares de polos, debiendo girar la T a 375 rpm (el rendimiento probablemente disminuirá un poco).

*

Véanse además los problemas 19, 23, 28, 29, 31 y 35.

8.6. El número específico de revoluciones en función del caudal, n_q

El número n_s definido por cualquiera de las Ecs. (8-44), (8-46) y (8-47) tiene los tres inconvenientes siguientes:

1) La potencia P_a de la Ec. (8-44) es la potencia útil. Por tanto el cálculo de n_s en las TH presenta el inconveniente de tener que estimar un η_{tot}, lo mismo que si se utiliza la Ec. (8-46), lo cual, sin embargo, no sucede en las B.

2) El n_s depende del fluído utilizado que en las B puede ser distinto del agua. En particular la Ec. (8-47) es sólo válida para el agua.

3) En los V la densidad que interviene en el n_s varía mucho con la presión barométrica y la temperatura atmosférica.

Por eso modernamente algunos autores (área germana sobre todo) prefieren otra forma del mismo, que denominaremos *número específico de revoluciones en función del caudal, y designaremos con* n_q. Su deducción a partir del número de revoluciones y del caudal reducidos [Ecs. (8-31) y (8-32)] es inmediata. Basta eliminar el diámetro entre estas dos ecuaciones, realizando el producto $n_{11} \cdot \sqrt{Q_{11}}$.

$$n_{11} \cdot \sqrt{Q_{11}} = \frac{nd}{\sqrt{H}} \cdot \frac{\sqrt{Q}}{d\sqrt[4]{H}} = n\,Q^{1/2}\,H^{-3/4} \qquad (8\text{-}49)$$

La relación obtenida, independiente del diámetro, y por tanto constante para todas las TH, respectivamente B, geométricamente semejantes, la denominamos

$$n_q = nQ^{1/2}\,H^{-3/4} \qquad (8\text{-}50)$$

Esta nueva expresión tiene la ventaja de ser igual para las B y las TH, independiente del fluído e independiente del rendimiento, y sólo dependiente de la forma geométrica de la máquina, y por tanto puede llamarse coeficiente de forma. Gracias a la primera ventaja enumerada se pueden comparar ambas máquinas B y TH, lo cual hoy día, con el aumento de la potencia de las B y el incremento de las bombas-turbinas de las centrales de acumulación por bombeo (véase Cap. 15), tiene especial importancia.

Modernamente se tiende, pues, a discurrir más, en lo que concierne a las TMH en términos de caudal y altura que en términos de potencia y altura.

Nosotros en este libro seguiremos utilizando el n_s que hasta el presente es en las TMH el más utilizado (área rusa). Sin embargo, por la razón tercera arriba indicada convendrá utilizar en los V el n_q. Comparando las Ecs. (8-50) con las (8-46) y (8-47) se tiene:

$$TH \qquad n_s = 3{,}65\,\sqrt{\eta_{tot}}\;n_q \qquad (8\text{-}51)$$

y estimando en general un rendimiento total de 0,84

$$n_s \simeq 0{,}3\,n_q$$

$$B \qquad n_s = 3{,}65\,n_q$$

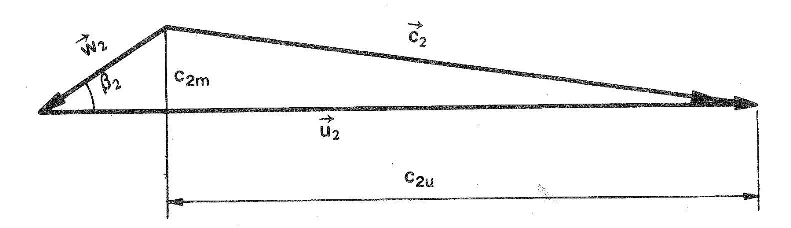
*

Problema 13.

Una B radial de agua suministra un caudal de 1450 l/min bajo una altura efectiva de 30 m, funcionando con un rendimiento hidráulico de 85% y un rendimiento mecánico de 91%; se estima además un factor de disminución de trabajo de 88% y se supone un rendimiento volumétrico igual a 1. La suma de todas las pérdidas internas se estima equivalente a 5 veces la altura correspondiente a la velocidad relativa a la salida del rodete. Este tiene un diámetro exterior de 220 mm y una sección útil a la salida igual a 0,2 d_2^2. *La entrada en los álabes es sin circulación.*

Calcular:

a) la energía específica comunicada por el rodete al fluído;
b) la disminución de trabajo efectivo debido al número finito de álabes;
c) el ángulo de salida de los álabes;
d) la velocidad de rotación del rodete;
e) la potencia de accionamiento de la B;
f) los números específicos de revoluciones en función del caudal y en función de la potencia.



a) *Energía específica comunicada por el rodete al fluído*

$$Y_u = g\,H_u$$

$$H_u = \frac{H}{\eta_h} = \frac{30}{0{,}85} = 35{,}29 \text{ m}$$

$$Y_u = 346{,}23 \text{ J/kg}$$

b) *Disminución de trabajo* (véase la Sec. 9.3)

Esta disminución será:

$$Y_{u\infty} = g\, H_{u\infty}$$

$$H_{u\infty} = \frac{H_u}{e_z} = \frac{35{,}29}{0{,}88} = 40{,}10 \text{ m}$$

$$Y_{u\infty} = 393{,}4 \ \frac{J}{kg}$$

Disminución de trabajo:

$$393{,}4 - 346{,}23 = 47{,}17 \frac{J}{kg}$$

c) *Angulo de salida*

El ángulo constructivo de salida de los álabes es β_2 (véase Pág. 443)

$$H_{r\text{-}int} = H_u - H = 5\, w_2^2/2g$$

es decir

$$5{,}29 = 5 \frac{w_2^2}{2g} \qquad w_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}81 \cdot 5{,}29}{5}} = 4{,}556 \text{ m/s}$$

$$\beta_2 = \text{arc sen} \frac{c_{2m}}{w_2}, \quad \text{según se ve en la figura.}$$

$$c_{2m} = \frac{Q}{A_2}$$

$$Q = \frac{1{,}450}{60} = 0{,}02417 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$c_{2m} = \frac{0{,}02417}{0{,}2 \cdot 0{,}220^2} = 2{,}497 \text{ m/s}$$

$$\beta_2 = \text{arc sen} \left(\frac{2{,}497}{4{,}556} \right) = 33^\circ 13' 41''$$

d) *Velocidad de rotación*

El número de revoluciones por minuto vendrá dado por la ecuación

$$n = \frac{60\, u_2}{\pi\, d_2} \quad \text{según puede verse en la figura} \quad c_{2u} = u_2 - \frac{c_{2m}}{tg\beta_2}$$

$$H_{u\infty} = \frac{u_2 c_{2u}}{g} = \frac{u_2}{g} \left(u_2 - \frac{c_{2m}}{tg\, \beta_2} \right)$$

y sustituyendo los valores obtenidos anteriormente,

$$u_2^2 - 3{,}8117\, u_2 - 393{,}38 = 0$$

$$u_2 = 1{,}906 \pm 19{,}93 \text{ m/s}$$

La solución negativa implicaría sentido de rotación contrario al supuesto para definir el ángulo β_2. Luego

$$u_2 = 21{,}84 \text{ m/s} \quad \text{y} \quad n = 1896 \text{ rpm}$$

e) *Potencia de accionamiento*

$$P_a = \frac{Q \rho g H}{\eta_h\, \eta_m} = \frac{0{,}02417 \cdot 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 30}{0{,}85 \cdot 0{,}91} = 9196 \text{ W} = 9{,}196 \text{ kW}$$

f) *Número específico de revoluciones*

$$n_q = n\, Q^{1/2} H^{-3/4} = 1896 \cdot 0{,}02417^{1/2} \cdot 30^{-3/4} = 23{,}00$$

$$n_s = 3{,}65\, n_q = 83{,}93$$

*

8.7. El número específico de revoluciones adimensional, n_0

En los últimos años se expresa en el mundo científico cada vez con más insistencia el deseo de implantar el uso de un número específico de revoluciones independiente del sistema de unidades elegido. El n_s definido en la Ec. (8-44) tiene además el inconveniente de utilizar el CV, unidad que en el SI está desterrada.

Multiplicando los dos miembros de la Ec. (8-50) por $g^{-3/4}$ se obtiene el número adimensional

$$n_0' = \frac{n_q}{g^{3/4}}$$

y por tanto

$$n_0' = \frac{n\, Q^{1/2}}{(gH)^{3/4}} = \frac{n\, Q^{1/2}}{Y^{3/4}} \tag{8-52}$$

Y — salto energético específico en la máquina (véase Sec. 4.4). La Ec. (8-52) puede deducirse directamente mediante el análisis dimensional (1).

En realidad es mejor considerar n no en revoluciones por unidad de tiempo, sino en radianes, y definir la velocidad específica así

(1) Véase C.M., TMT, pág. 358.

$$n_0 = \frac{\omega\, Q^{1/2}}{(gH)^{3/4}} = \frac{\omega\, Q^{1/2}}{Y^{3/4}} \qquad (8\text{-}53)$$

donde ω — velocidad angular en radianes por unidad de tiempo. Con las Ecs. (8-52) y (8-53) puede utilizarse cualquier sistema coherente de unidades.

El parámetro n_0 ha sido propuesto recientemente por el *Service de la Normalisation d'Electricité de France* con el fin de desterrar el n_s, que resulta anacrónico al ser obligatorio en Francia por Decreto de 3 mayo 1961 el SI (1).

8.8. Variación de la velocidad periférica óptima de una TH con n_s

La velocidad periférica óptima del rodete en el punto del diámetro d característico (véase la Fig. 8-2), o el coeficiente de velocidad correspondiente es una magnitud característica de una TH, como de cualquier otra TM, ya que de ella y del número de revoluciones depende dicho diámetro, y por tanto el tamaño y precio de la TH. Pues bien, *la velocidad periférica óptima del rodete depende del tipo de TH es decir del* n_s, *y será tanto menor cuanto menor sea éste.*

En efecto, si suponemos en primer lugar, el caso más frecuente de salida sin circulación, $c_{2u} = 0$, la ecuación de Euler tendrá la forma:

$$H_u = \frac{u_1\, c_{1u}}{g}$$

de donde

$$u_1 = \frac{g H_u}{c_{1u}}$$

En las TH de acción, que son las que tienen un n_s más pequeño, c_1 es máximo, porque todo el salto se transforma en energía cinética en el inyector. Además, siendo estas turbinas tangenciales, $\alpha_1 \simeq 0$, o sea $c_{1u} \simeq c_1$. Siendo, pues, c_{1u} máximo en estas turbinas sea u_1 mínimo para una misma H_u, o lo que es lo mismo k_{u1} será mínimo, del orden 0,42 a 0,48, según el n_s. Por el contrario en las TH de reacción sólo una parte del salto se transforma en energía cinética, y esta parte será tanto menor cuanto mayor sea el grado de reacción, y cuanto mayor sea el n_s. Por tanto al crecer n_s disminuye c_1, y como el α_1 aumenta también con el n_s, disminuye aún más c_{1u}. En resumen en las TH de reacción el k_{u1} mínimo es del orden de 0,6 (TF lentas), aumentando gradualmente con el n_s hasta un valor aproximado de 2,5 (TK rapidas).

(1) Document HN 55-01, mayo 1971: véase *Definition d'un nombre caractèristique destiné a remplacer la "vitesse specifique" des turbomachines* "La Houille Blanche, n. 7. (1971). 639-641".

En el caso general de que la circulación a la salida no sea nula:

$$H_u = \frac{u_1\, c_{1u} - u_2\, c_{2u}}{g}$$

de donde

$$u_1 = \frac{g\, H_u}{c_{1u} - c_{2u} \cdot d_2/d_1} \qquad (8\text{-}54)$$

En las TH de acción se tiende siempre a que c_2 sea mínimo (y por tanto también c_{2u}), ya que la energía cinética a la salida es una pérdida (no existe tubo de aspiración que recupere esta energía); mientras que en las TH de reacción c_2 es tanto mayor cuanto mayor es el n_s; y c_{2u}, si el triángulo de salida no es rectángulo, puede ser no despreciable; con lo cual, según la Ec. (8-54) aumenta aún más u_1 para una misma H_u, o lo que es lo mismo aumenta k_{u1}.

Demostremos ahora que *la velocidad periférica es tanto mayor cuanto mayor es* α_1 *y menor* β_1. En efecto, suponiendo de nuevo salida sin circulación:

$$H_u = \frac{u_1\, c_{1u}}{g} = \frac{u_1\, c_1\, \cos\alpha_1}{g} \qquad (8\text{-}55)$$

Ahora bien, del triángulo de velocidades de entrada se deduce

$$c_1 = \frac{u_1\, \text{sen}\,\beta_1}{\text{sen}\,[180^\circ - (\alpha_1 + \beta_1)]} = \frac{u_1\, \text{sen}\,\beta_1}{\text{sen}\,\alpha_1\, \cos\beta_1 + \cos\alpha_1\, \text{sen}\,\beta_1}$$

Introduciendo este valor de c_1 en la Ec. (8-55), y despejando u_1, se obtiene finalmente

$$u_1 = \sqrt{g\, H_u \left(1 + \frac{\text{tg}\,\alpha_1}{\text{tg}\,\beta_1}\right)}$$

como queríamos demostrar. Como al aumentar n_s, u_1 para una misma H_u tiende a aumentar, y lo mismo sucede al aumentar α_1 y disminuir β_1, es de esperar que al aumentar n_s aumente también α_1 y disminuya β_1, lo cual está plenamente confirmado por la experiencia.

Todas las características de diseño y de funcionamiento de una TM dependen esencialmente de su forma, y por tanto de n_s. Por eso, como se verá a lo largo de esta obra, ésta es convenientemente utilizada como abscisa en las curvas que se refieren al diseño y funcionamiento de las TMH.

8.9. El número específico de revoluciones de las TMH múltiples

TMH múltiple es la compuesta de varios flujos (rodetes en paralelo) o de un solo flujo en varios escalonamientos (rodetes en serie).

Las TMH de flujo múltiple (en paralelo) más frecuente son:

- B con rodetes de doble aspiración (véase Fig. 5-11)
- TF gemelas (véase Fig. 11-7)
- TP de varios chorros dispuestos en un solo rodete o en varios (véase Fig. 13-10)

Las TMH de varios escalonamientos (en serie) más frecuentes son:

- B de rodetes múltiples en serie
- Las TH de múltiples escalonamientos se construyen muy raras veces.

Rodetes en paralelo

Si Q es el caudal de un flujo el de z flujos en paralelo será $Q_{zp} = zQ$, siendo la altura igual en ambos casos. Luego llamando n_{szp} el número específico de revoluciones de la máquina compuesta de z rodetes iguales dispuestos en paralelo se tendrá, en virtud de la Ec. (8-46) ó (8-47)

$$n_{szp} = z^{1/2}\, n_s \tag{8-56}$$

La TM compuesta de z rodetes en paralelo tiene una velocidad específica z veces mayor que la correspondiente a la máquina de un solo rodete.

Rodetes en serie

Si H es la altura entre límites de un solo rodete, la de z rodetes en serie será $H_{zs} = zH$, siendo el caudal igual en ambos casos. Por tanto, en virtud de la Ec. (8-46) ó (8-47)

$$n_{szs} = \frac{n_s}{z^{3/4}} \tag{8-57}$$

La TM compuesta de z rodetes en serie tiene una velocidad específica $z^{3/4}$ *veces menor que la correspondiente a la máquina de un solo rodete.*

Disponiendo varios rodetes en serie o en paralelo se puede aumentar o disminuir el n_s *de la TM, si las condiciones de servicio exigen un* n_s *que no puede satisfacerse por la TM simple, o que se satisface más económicamente con una TM compuesta.*

- Los saltos hidráulicos de la naturaleza exigen un n_s mínimo que se satisface con una TP lenta; por eso no suelen construirse TH en serie.
- Algunos saltos exigen un n_s demasiado bajo para una TF, y demasiado alto para una TP simple, que pueden satisfacerse, sin embargo, con las TP múltiples.
- Los saltos que exigen un n_s elevado se equipaban antiguamente con TF gemelas; hoy preferentemente con TK o TF exprés.

- Las condiciones de servicio en las B exigen a veces pequeño caudal y mucha altura (campo antes reservado a las bombas de émbolo), es decir requieren un n_s muy bajo, que se satisface con las B de múltiples escalonamientos; otras veces por el contrario para elevar el n_s se utilizan los rodetes de aspiración múltiple.
- *Los escalonamientos en serie son muy frecuentes en las turbinas térmicas, sobre todo en las turbinas de vapor, donde los saltos entálpicos son muy elevados y se precisa una máquina técnicamente más lenta.*

Problema 14.

El agua entra en los álabes móviles de una B radial, dotada de corona directriz y caja espiral, con una velocidad absoluta de 5 m/s, igual a la velocidad media de la corriente en las bridas de entrada y salida de la B, y sale del rodete con una velocidad relativa, que forma un ángulo de 45° con la dirección negativa de la tangente a la circunferencia de salida. La velocidad periférica a la salida del rodete es 30 m/s. Las áreas útiles normales a la velocidad radial a la entrada y salida de los álabes son de 800 y 700 cm² respectivamente. El rendimiento hidráulico, que se supondrá en esta B coincidente con el rendimiento manométrico es 80%. Las pérdidas hidráulicas por fricción hasta la entrada en el rodete ascienden a 3 m, en el rodete a 5 m y desde la salida de la corona directriz hasta la brida de salida a 3 m. El rendimiento volumétrico es 90%. La velocidad de salida de la corona directriz es 1/3 de la velocidad de entrada en la misma. La B no da altura geodésica alguna.

Calcular:

a) altura efectiva de la B;
b) energía de presión teórica del rodete;
c) energía de presión efectiva;
d) pérdida de carga en la corona directriz;
e) rendimiento de la corona directriz;
f) número específico de revoluciones.

a) *Altura efectiva*

$$H = \eta_{man}\, H_{u\infty}$$

$$H_{u\infty} = \frac{u_2\, c_{2u}}{g}$$

Según el triángulo de velocidades de la figura

$$c_{2u} = u_2 - \frac{c_{2m}}{\operatorname{tg}\beta_2}$$

$$c_{2m} = \frac{A_1}{A_2}\, c_{1m} = \frac{8}{7}\cdot 5 = 5{,}714 \text{ m/s}$$

$$c_{2u} = 30 - \frac{5{,}714}{\operatorname{tg} 45^\circ} = 24{,}29 \text{ m/s}$$

$\vec{c}_2 = 24{,}95$ m/s

$\vec{w}_2$

$\beta = 45^\circ$

$c_{2m} = 5{,}714$ m/s

$\vec{u}_2 = 30$ m/s

$c_{2u} = 24{,}29$ m/s

$$H_{u\infty} = \frac{30 \cdot 24{,}29}{9{,}81} = 74{,}28 \text{ m}$$

$$H = 0{,}8 \cdot 74{,}28 = 59{,}42 \text{ m}$$

b) *Energía de presión teórica del rodete*

$$H_{p\infty} = H_{u\infty} - H_{d\infty}$$

$$H_{d\infty} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g}$$

$$c_2^2 = c_{2u}^2 + c_{2m}^2 = 24{,}29^2 + 5{,}714^2 = 622{,}7 \left(\frac{m}{s}\right)^2$$

$$H_{d\infty} = \frac{622{,}7 - 25}{2 \cdot 9{,}81} = 30{,}46 \text{ m}$$

$$H_{p\infty} = 74{,}28 - 30{,}46 = 43{,}82 \text{ m}$$

c) *Energía de presión efectiva del rodete*

$$H_p = H_{p\infty} - H_{rr}$$

donde H_{rr} – pérdidas por fricción en el rodete.

$$H_p = 43{,}82 - 5 = 38{,}82 \text{ m}$$

(o bien, escribiendo la ecuación generalizada de Bernoulli entre la entrada y salida de los álabes:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{c_1^2}{2g} + H_{u\infty} - H_{rr} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{c_2^2}{2g}$$

donde $H_p = \dfrac{p_2 - p_1}{\rho g}$ – altura efectiva de presión del rodete.

Luego

$$H_p = H_{u\infty} - H_{d\infty} - H_{rr} = H_{p\infty} - H_{rr}$$

que es la misma ecuación que acabamos de aplicar).

d) *Pérdida en la corona directriz*

$$H_{u\infty} = H + H_{ra} + H_{rr} + H_{rd} + H_{rs}$$

donde H_{ra} – pérdida hasta entrada del rodete

H_{rr} – pérdida en el rodete

H_{rd} – pérdida en la corona directriz

H_{rs} – pérdida desde salida de la corona directriz hasta la salida de la B.

Por tanto

$$H_{rd} = H_{u\infty} - H - H_{ra} - H_{rr} - H_{rs} = 74{,}28 - 59{,}42 - 3 - 5 - 3 = 3{,}86 \text{ m}$$

e) *Rendimiento del sistema difusor*

$$\eta_{dif} = \frac{\text{energía de presión recuperada}}{\text{energía de presión recuperable}}$$

La energía de presión recuperable es igual a la diferencia de energías cinéticas entre la entrada y salida de la corona directriz, o sea:

$$\frac{c_2^2 - \frac{1}{9} c_2^2}{2g} = \frac{\frac{8}{9} \cdot 622{,}7}{2 \cdot 9{,}81} = 28{,}21 \text{ m}$$

luego

$$\eta_{dif} = \frac{H - H_p}{\frac{c_2^2 - c_1^2}{2g}} = \frac{59{,}42 - 38{,}82}{28{,}21} \cdot 100 = 73{,}02\%$$

f) *Número específico de revoluciones*

$$n_s = 3{,}65 \cdot n \cdot Q^{1/2} H^{-3/4}$$

$$Q = \eta_v \, c_{1m} \cdot A_1 = 0{,}9 \cdot 5 \cdot 800 \cdot 10^{-4} = 0{,}36 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$n_s = 3{,}65 \cdot 1450 \cdot 0{,}36^{1/2} \cdot 59{,}42^{-3/4} = 148{,}4 \qquad (n_q = 40{,}7)$$

Problema 15.

Un fabricante de B centrífugas de agua ofrece un renglón de B en una gama amplia de potencias, cuyos rodetes son todos geométricamente semejantes, con un número específico de revoluciones $n_s = 130$. Estas B pueden suministrarse con un rodete o con varios, montados estos últimos en serie o en paralelo. Los motores eléctricos de accionamiento giran todos a 1450 rpm. Al cliente A se le suministra una bomba de un solo rodete para una altura efectiva de 30 m; el cliente B solicita una bomba que proporcione un caudal de 40 l/s a una altura de 10 m y el

cliente C solicita una bomba que proporcione el mismo caudal de 40 l/s a una altura de 65 m.

Calcular:

a) caudal nominal de la bomba A;
b) potencia de accionamiento de la bomba A para un rendimiento total 0,8;
c) número de rodetes de la bomba B y si están en serie o en paralelo;
d) lo mismo con relación a la bomba C;
e) relación de diámetros de las bombas B y C con respecto a la bomba A.

a) *Caudal* Q_A

De acuerdo con la Ec. (Ec. (8-47):

$$Q = \left(\frac{130 \cdot 30^{3/4}}{3{,}65 \cdot 1450}\right)^2 = 0{,}09914\ m^3/s = 99{,}14\ l/s$$

b) *Potencia* P_a

$$P_a = \frac{Q \rho g H}{\eta_{tot}} = \frac{0{,}09913 \cdot 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 30}{0{,}8} = 36470\ W = 36{,}470\ kW$$

c) *Número de escalonamientos* z_B *¿en serie o en paralelo?*

Llamemos n_{sB} el n_s de toda la B y n_{sR} el de 1 rodete ($n_{sR} = 130$)

$$n_{sB} = \frac{3{,}65 \cdot 1450 \cdot 0{,}04^{1/2}}{10^{3/4}} = 188{,}2 \qquad (n_{qB} = 51{,}6)$$

Siendo $n_{sB} > n_{sR}$ los rodetes deberán trabajar en paralelo. Además

$$n_{sB} = n_{sR} \sqrt{z_p}$$

$$z_p = \left(\frac{n_{sB}}{n_{sR}}\right)^2 = \left(\frac{188{,}2}{130}\right)^2 = 2{,}096$$

$$z_p = 2 \text{ rodetes}$$

d) *Número de escalonamientos* z_C *(¿en serie o en paralelo?)*

En este caso

$$n_{sB} = \frac{3{,}65 \cdot 1450 \cdot 0{,}040^{1/2}}{65^{3/4}} = 46{,}24 \qquad (n_{qB} = 12{,}7)$$

Siendo $n_{sB} < n_{sR}$ los rodetes deberán trabajar en serie. Además

$$n_{sB} = \frac{n_{sR}}{z_s^{3/4}}$$

$$z_s = \left(\frac{n_{sR}}{n_{sB}}\right)^{4/3} = \left(\frac{130}{46{,}24}\right)^{4/3} = 3{,}97$$

$$Z_s = 4 \text{ rodetes}$$

e) *Relación de diámetros*

Los rodetes de las bombas A, B y C siendo geométricamente semejantes tendrán el mismo coeficiente de caudal. Por cada uno de los rodetes de la bomba C pasa todo el caudal de la bomba; mientras que por cada uno de los dos rodetes dela bomba B sólo circulará la mitad del caudal, se tiene pues [Ec. (8-61)]

$$\varphi = \frac{4\,Q}{\pi\, d^2\, u} = \frac{Q}{\pi^2\, d^3\, n}$$

y

$$\frac{Q_A}{d_A^3} = \frac{Q_B}{d_B^3} = \frac{Q_C}{d_C^3} \qquad (Q_B = 1/2 \text{ caudal total de la bomba B})$$

$$\frac{d_C}{d_A} = \left(\frac{Q_C}{Q_A}\right)^{1/3} = \left(\frac{40}{99{,}14}\right)^{1/3} = 0{,}7390$$

$$\frac{d_B}{d_A} = \left(\frac{Q_B}{Q_A}\right)^{1/3} = \left(\frac{20}{99{,}13}\right)^{1/3} = 0{,}5865$$

8.10. Coeficientes de presión y de caudal

El *coeficiente de presión* de las TH se define así (1):

$$\psi = \frac{Y}{u^2/2} \tag{8-58}$$

o bien, puesto que la energía específica $Y = gH$

$$\psi = \frac{H}{u^2/2g} \tag{8-59}$$

donde H — altura neta (TH) o altura efectiva (B)
$u = u_1$ (TH) referida al diámetro, que se indica en la Fig. 8-2
$u = u_2$ (B)

Este coeficiente no es más que una expresión distinta del coeficiente de velocidad periférica, ya que

(1) Véase C.M., TMT, pág. 352.

$$k_u = \frac{u}{\sqrt{2gH}} = \frac{1}{\psi^{1/2}} \qquad (8\text{-}60)$$

Luego en virtud de lo dicho en la Sec. 8.2.1 *todas las TMH geométricamente semejantes tienen el mismo coeficiente de presión.*

El coeficiente de caudal de las TMH se define así:

$$\varphi = \frac{Q}{\frac{\pi\, d^2}{4}\, u} \qquad (8\text{-}61)$$

donde d,u en las TH se mide a la entrada del rodete (Fig. 8-2) y en las B a la salida.

Es fácil también demostrar (1) que *todas las TMH geométricamente semejantes tienen el mismo coeficiente de caudal.*

Recíprocamente se demuestra también que *todas las TM que tienen simultáneamente los mismos coeficientes de presión y de caudal tienen el mismo número específico de revoluciones, y por tanto son semejantes* (2).

8.11. Predicción del rendimiento en el ensayo de modelos realizado sin tener en cuenta la semejanza dinámica

Los radios hidráulicos y el número de Reynolds son mayores en el prototipo que en el modelo; por lo cual las pérdidas hidráulicas son menores en el prototipo que en el modelo. El rendimiento de un tipo o serie de TM aumenta con el tamaño o diámetro y con la altura. Para las TH, en las que con frecuencia, como hemos dicho, no es posible mantener la semejanza dinámica, *la experimentación con modelos no sirve para predecir el rendimiento del prototipo.* En la práctica se emplean fórmulas empíricas, que permiten pasar del rendimiento del modelo al del prototipo. Si el prototipo es sólo 2 ó 3 veces mayor que el modelo no se precisa recalcular los rendimientos. En los ensayos se obtiene unas veces el rendimiento total del modelo y otras el rendimiento hidráulico. He aquí algunas fórmulas empleadas en los ensayos de TH (3).

Paso del rendimiento total óptimo del modelo al rendimiento total óptimo del prototipo

a) Para $H < 150$ m

$$\eta_{tot.p} = 1 - (1 - \eta_{tot.m}) \left(\frac{d_m}{d_p}\right)^{1/5} \qquad (8\text{-}62)$$

donde el subíndice m se refiere al modelo y p al prototipo.

(1) Véase C.M., TMT, pág. 355.
(2) Véase C.M., TMT, pág. 362.
(3) Para los ensayos de las TP véase la Pág. 720.

b) Para $H > 150$ m

$$\eta_{tot.p} = 1 - (1 - \eta_{tot.m}) \left(\frac{d_m}{d_p}\right)^{1/5} \left(\frac{H_m}{H_p}\right)^{1/20} \qquad (8\text{-}63)$$

Paso del rendimiento hidráulico óptimo del modelo al rendimiento hidráulico óptimo del prototipo:

$$\eta_{h_p} = 1 - 0{,}5\,(1 - \eta_{h_m}) \left[1 + \left(\frac{d_m}{d_p}\right)^{1/6} \left(\frac{H_m}{H_p}\right)^{1/12}\right] \qquad (8\text{-}64)$$

Otras fórmulas utilizadas son:

Fórmula de Camerer

$$\eta_{tot.p} = 1 - (1 - \eta_{tot.m}) \frac{1{,}4 + (1/\sqrt{d_p})}{1{,}4 + (1/\sqrt{d_m})} \qquad (8\text{-}65)$$

Fórmula de Moody

$$\eta_{tot.p} = 1 - (1 - \eta_{tot.m}) \sqrt[4]{\frac{d_m}{d_p}}\ \sqrt[10]{\frac{H_m}{H_p}} \qquad (8\text{-}66)$$

Fórmula de Ackeret

$$\eta_{tot.p} = 1 - (1 - \eta_{tot.m}) \left(0{,}5 + 0{,}5 \sqrt{\frac{d_m}{d_p}}\ \sqrt{\frac{H_m}{H_p}}\right) \qquad (8\text{-}67)$$

Según Willm en las TP el rendimiento es función casi lineal de $H \cdot d_0$ (donde d_0 — diámetro del chorro), oscilando entre el 87% (± 1%) para $H \cdot d_0 = 20$ m^2 y el 90% para $H \cdot d_0 = 170$ m^2.

En los ensayos de toda clase de TMH puede utilizarse también la fórmula siguiente:

$$\eta_{tot.p} = \eta_m\ [1 - (1 - \eta_{tot.m}/\eta_m)(1/\lambda^{0{,}314})] \qquad (8\text{-}68)$$

donde η_m es el rendimiento mecánico que se supone igual para el modelo y el prototipo, y puede hacerse igual a 0,98 aproximadamente.

Problema 16.

En un laboratorio de ensayo de modelos se ha experimentado un modelo de B cuyo rodete tiene un diámetro exterior de 250 mm haciéndole girar a 2900 rpm. En estas circunstancias se ha obtenido como punto de óptimo funcionamiento el correspondiente a un caudal de agua de 30 l/s y a una altura efectiva de 15 m, siendo el rendimiento total máximo del modelo 0,84.

Calcular:

a) el punto de óptimo funcionamiento con agua de una B prototipo geométricamente semejante y de escala $\lambda = 5$, que gira a 1450 rpm.

b) rendimiento total máximo de la B prototipo.

c) potencia absorbida por la B prototipo en el punto de funcionamiento óptimo.

a) *Punto de funcionamiento*

En lugar de las Ecs. (8-18) y (8-19) aplicaremos las Ecs. (8-21) y (8-22) porque desconocemos los rendimientos hidráulicos y volumétricos.

Por tanto, en virtud de la Ec. (8-21), designando con los subíndices m y p el modelo y prototipo, se tendrá:

$$H_p = \left(\frac{n_p}{n_m} \cdot \frac{d_p}{d_m}\right)^2 H_m = \left(\frac{1450}{2900} \cdot 5\right)^2 \cdot 15 = 93{,}75 \text{ m}$$

y en virtud de la Ec. (8-22)

$$Q_p = \frac{n_p}{n_m}\left(\frac{d_p}{d_m}\right)^3 Q_m = \frac{1450}{2900} \cdot 5^3 \cdot 0{,}03 = 1{,}875 \text{ m}^3/\text{s}$$

El punto de funcionamiento óptimo será pues el correspondiente a los valores:

$$H_p = 93{,}75 \text{ m}$$
$$Q_p = 1{,}875 \text{ m}^3/\text{s}$$

b) *Rendimiento total*

Aplicando la Ec. (8-68) se tendrá:

$$\eta_{tot.p} = 0{,}98\,[1 - (1 - 0{,}84/0{,}98)\,(1/5^{0{,}314})] = 0{,}8955$$

c) *Potencia de accionamiento*

$$P_a = \frac{1{,}875 \times 9{,}81 \times 93{,}75}{0{,}8955} = 1926 \text{ kW}$$

Problema 17.

Se preve una T hélice para un salto de 2,5 m y una potencia de 905 kW. Su rodete será geométricamente semejante a un modelo de 1 m de diámetro, que proporciona en un salto de 1 m con un rendimiento total de 0,835 una potencia en el eje de 20 kW girando a 320 rpm.

Calcular:

a) diámetro del prototipo;

b) velocidad de rotación del prototipo;

c) velocidad específica;

d) si el salto aumenta hasta 4 m ¿a qué velocidad debería girar para mantener el mismo rendimiento?

e) rendimiento total del prototipo;

f) estimar el número de revoluciones, diámetro del chorro y diámetro del rodete de una TP, simple que bajo el mismo salto de 2,5 m suministrase la misma potencia de 905 kW.

Despreciaremos los efectos de escala y supondremos que el modelo y el prototipo funcionarán en puntos homólogos con el mismo rendimiento.

a) *Diámetro*

En virtud de la Ec. (8-33) se tendrá:

$$P_{a11} = \frac{P_a}{d^2\, H^{3/2}}$$

y

$$d = \sqrt{\frac{P_a}{P_{a11}} \cdot \frac{1}{H^{3/2}}} = \sqrt{\frac{905}{20} \cdot \frac{1}{2{,}5^{3/2}}} = 3{,}383 \text{ m}$$

b) *Número de revoluciones*

En virtud de la Ec. (8-31) se tendrá

$$n_{11} = \frac{nd}{\sqrt{H}}$$

y

$$n = \frac{n_{11}\sqrt{H}}{d} = \frac{320\sqrt{2{,}5}}{3{,}383} = 149{,}6 \text{ rpm}$$ ($\simeq$ 150 rpm velocidad de un alternador síncrono de 20 pares de polos).

c) *Velocidad específica*

Es igual en el modelo y en el prototipo

$$n_s = \frac{320 \cdot (1{,}359 \cdot 20)^{1/2}}{1^{5/4}} = 1668$$

d) *Número de revoluciones para* $H = 4$ m

Aplicando la Ec. (8-14), y teniendo en cuenta que el diámetro no varía por tratarse de la misma T, se tendrá:

$$n' = 149{,}6\ \frac{4}{2{,}5} = 189{,}2 \text{ rpm}$$

e) *Rendimiento del prototipo*

Apliquemos la Ec. (8-62):

$$\eta_{tot \cdot p} = 1 - (1 - 0{,}835)\left(\frac{1}{3{,}383}\right)^{1/5} = 0{,}8707$$

f) *Comparación con TP*

El n_s de nuestra T corresponde a una T hélice rápida. La TP es una T lenta. Aún empleando una TP rápida con $n_s = 35$, ésta debería girar a

$$n = \frac{2{,}5^{5/4} \cdot 35}{(905 \cdot 1{,}359)^{1/2}} \simeq 3 \text{ rpm}$$

velocidad prácticamente irrealizable. Las dimensiones de esta TP serían además monstruosas para dar la misma potencia. En efecto

$$c_1 = 0{,}98\ \sqrt{2gH} = 0{,}98\ \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 2{,}5} = 6{,}863 \text{ m/s}$$

$$Q = \frac{P_a}{\varrho \cdot g \cdot H \cdot 0{,}835} = 44{,}19 \text{ m}^3/\text{s}$$

y

$$d_0 = \sqrt{\frac{4\,Q}{\pi\, c_1}} = 2{,}86 \text{ m} \qquad \text{(diámetro del chorro)}$$

$$D = \frac{240 \cdot d_0}{35} = 27{,}46 \text{ m} \qquad \text{(diámetro del rodete)}$$

Problema 18.

Se estudia la experimentación con aire (subíndice a; $\rho_a = 1{,}2$ kg/m^3; $\nu_a = 15 \cdot 10^{-6}$ m^2/s) *de un modelo de 306 mm de diámetro de TK. Este modelo ha sido experimentado ya con agua (subíndice* ag; $\rho_{ag} = 1000$ kg/m^3; $\nu_{ag} = 1{,}15 \cdot 10^{-6}$ m^2/s) *bajo una altura neta de 5 m, girando a 1235 rpm; el caudal suministrado a la T en condiciones de óptimo rendimiento (punto nominal) fue de 0,428 m^3/s y la potencia medida en el eje en estas condiciones fue de 17 kW.*

La figura representa el circuito de aire previsto para el ensayo. Se trata de un circuito abierto en el que un V axial crea el flujo de aire y la altura necesaria para el ensayo de la T, que girará a 9000 rpm. El aire entra en el difusor de la T prácticamente sin circulación; detrás de la sección 2 se prevé una cámara de remanso y entre las secciones 4 y 5 un enrejado en forma de panal; ambas cosas para mejorar el flujo a la entrada en la tobera de medida (5-6), cuyo coeficiente de caudal es 1,03. El rendimiento global del V axial incluído el de la transmisión por correa trapezoidal es el 80%. Diámetros (véase figura): $d_2 = 790$ mm; $d_3 = d_4 = 600$ mm; d_5 *(salida de la tobera de medida)* = 355 mm; $d_6 = d_7 = 720$ mm. *(La sección 8 se toma en la atmósfera). Pérdidas: en la rejilla,* $H_{r3\text{-}4} = 0{,}1\ c_4^2/2g$; *entre 5 y 6,* $H_{r5\text{-}6} = 0{,}20\ c_5^2/2g$.

Calcular:

a) coeficiente de presión de la T;

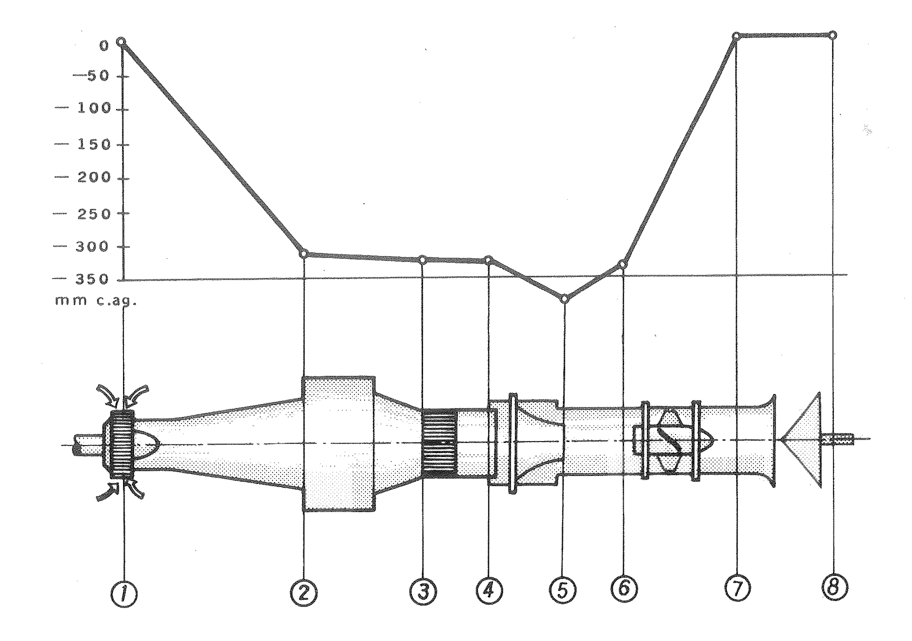
b) coeficiente de caudal de la T;

Además para el modelo funcionando con aire:

c) altura de salto;

d) caudal;

e) número específico de revoluciones;



f) lectura Δh *del manómetro de agua, conectado a la tobera de medida del V;*

g) posibilidad de utilizar el ensayo mismo con aire para predecir rendimiento del modelo funcionando con agua;

h) dibujar altura piezométrica en m c.ag. de la instalación.

i) potencia en el eje del motor de accionamiento del V;

j) rendimiento hidráulico de la instalación.

a) *Coeficiente de presión*

Este coeficiente es el mismo para el prototipo que para el modelo, sin depender tampoco del fluído de trabajo. Su valor será [Ec. (8-59)]:

$$\psi = \frac{H}{u^2/2g}$$

$$u = \pi\, d\, n = \frac{\pi \cdot 0{,}306 \cdot 1235}{60} = 19{,}79 \text{ m/s}$$

$$\psi = \frac{2 \cdot 9{,}81 \cdot 5}{19{,}79^2} = 0{,}2505$$

b) *Coeficiente de caudal*

También este coeficiente será igual para el prototipo, y para el modelo funcionando con

aire o con agua. Su valor será [Ec. 8-61)]

$$\varphi = \frac{Q}{\frac{\pi\, d^2}{4}\, u} = \frac{0{,}428 \cdot 4}{\pi \cdot 0{,}306^2 \cdot 19{,}79} = 0{,}2941$$

c) *Altura de salto de aire*

$$u_a = \pi\, d_a\, n_a = \frac{\pi \cdot 0{,}306 \cdot 9000}{60} = 144{,}2 \text{ m/s}$$

Siendo igual el coeficiente de presión se tendrá

$$H_a = \frac{u_a^2\, \psi}{2g} = \frac{144{,}2^2 \cdot 0{,}2505}{2 \cdot 9{,}81} = 265{,}5 \text{ m c.aire}$$

d) *Caudal de aire*

Siendo igual el coeficiente de caudal se tendrá:

$$Q_a = \frac{\pi\, d_a^2\, u_a \cdot \varphi}{4} = \frac{\pi \cdot 0{,}306^2 \cdot 144{,}2 \cdot 0{,}2941}{4} = 3{,}119 \text{ m}^3/\text{s}$$

e) *Número específico de revoluciones*

En el número específico de revoluciones interviene la densidad, luego será distinto en el aire que en el agua.

Para el aire

$$P_a = 3{,}119 \cdot 1{,}2 \cdot 9{,}81 \cdot 265{,}5 \cdot 10^{-3} = 9{,}748 \text{ kW} = 13{,}25 \text{ CV}$$

$$n_{sa} = \frac{9000 \cdot 13{,}25^{1/2}}{265{,}5^{5/4}} = 30{,}57$$

Para el agua

$$P_a = 17 \cdot 1{,}359 = 23{,}11 \text{ CV}$$

$$n_{sag} = \frac{1235 \cdot 23{,}11^{1/2}}{5^{5/4}} = 794{,}1$$

verificándose, dentro de los errores de cálculo, que

$$\frac{n_{sag}}{n_{sa}} = \sqrt{\frac{\rho_{ag}}{\rho_a}}$$

f) *Lectura del manómetro de la tobera* (no dibujado en la figura)

$$Q = C_q\, \frac{\pi\, d^2}{4}\, \sqrt{2g\, \Delta h_a}$$

donde $C_q = 1{,}03$ – coeficiente de caudal

d – diámetro de salida de la tobera

Δh_a – diferencia de alturas piezométricas entre las secciones 4 y 5 (véase figura). Despejando Δh_a y pasando a Δh_{ag} se tendrá:

$$\Delta h_{ag} = \frac{\rho_a}{\rho_{ag}}\, \Delta h_a = \frac{1{,}2 \cdot 16 \cdot 3{,}119^2}{1000 \cdot 1{,}03^2\, \pi^2 \cdot 0{,}355^4 \cdot 2 \cdot 9{,}81} = 0{,}05725 \text{ m}$$

$$\Delta h_{ag} = 57{,}25 \text{ mm. c.ag}$$

g) *Predecir el rendimiento con el ensayo con aire*

Comparemos los números de Reynolds en ambos casos, calculados en la sección 4 (véase figura):

$$V_{ag} = \frac{4 \cdot 0{,}428}{\pi \cdot 0{,}6^2} = 1{,}514 \text{ m/s}$$

$$R_{ag} = \frac{1{,}514 \cdot 0{,}6}{1{,}15 \cdot 10^{-6}} = 7{,}9 \cdot 10^5$$

$$V_a = \frac{4 \cdot 3{,}119}{\pi \cdot 0{,}6^2} = 11{,}04 \text{ m/s}$$

$$R_a = \frac{11{,}04 \cdot 0{,}6}{15 \cdot 10^{-6}} = 4{,}41 \cdot 10^5$$

Aunque los números de Reynolds no son iguales, ambos son suficientemente elevados para que pueda esperarse que el efecto de la viscosidad pueda despreciarse en la transferencia de resultados de un ensayo a otro.

h) *Curva de altura piezométrica*

La entrada y salida convencional de la TK las situaremos en 1 y 2 y las secciones respectivas en el V en 6 y 7.

Calculemos las velocidades y las alturas de velocidad del aire en las secciones sucesivas del circuito:

$$c_1 = 0$$

$$c_2 = \frac{4\,Q}{\pi}\, \frac{1}{d_2^2} = \frac{3{,}971}{d_2^2} = 6{,}363 \text{ m/s} \qquad c_2^2/2g = 2{,}064 \text{ m}$$

$$c_3 = c_4 = \frac{3{,}971}{0{,}6^2} = 11{,}03 \text{ m/s} \qquad c_3^2/2g = c_4^2/2g = 6{,}201 \text{ m}$$

$$c_5 = \frac{3{,}971}{0{,}355^2} = 31{,}51 \text{ m/s} \qquad c_5^2/2g = 50{,}61 \text{ m}$$

$$c_6 = c_7 = \frac{3{,}971}{0{,}720^2} = 7{,}660 \text{ m/s} \qquad c_6^2/2g = c_7^2/2g = 2{,}991 \text{ m}$$

$$c_8 = 0$$

Calculemos ahora las presiones en m c.aire y en mm c.agua en cada una de las secciones 1 a 8 de la figura, aplicando sucesivamente la ecuación generalizada de Bernoulli:

$$h_1 = 0$$

$$h_2 = 0 - H_a - c_2^2/2g = -265{,}5 - 2{,}064 = -267{,}6 \text{ m c.a} = -321{,}12 \text{ mm c.ag.}$$

$$h_3 = h_2 - H_{r2\text{-}3} + c_2^2/2g - c_3^2/2g = -267{,}6 - 2{,}064 + 2{,}064 - 6{,}201 =$$
$$= -273{,}8 \text{ m c.a} = -328{,}56 \text{ mm c.ag.}$$

$$h_4 = h_3 - H_{r3\text{-}4} + c_3^2/2g - c_4^2/2g = -273{,}8 - 0{,}1 \cdot 6{,}201 + 6{,}201 - 6{,}201 =$$
$$= -274{,}4 \text{ m c.a} = -329{,}28 \text{ mm c.ag}$$

$$h_5 = h_4 - c_5^2/2g + c_4^2/2g = -274{,}4 - 50{,}61 + 6{,}201 = -319{,}0 \text{ m c.a} = -382{,}9 \text{ mm c.ag.}$$

$$h_6 = h_5 - H_{r5\text{-}6} + c_5^2/2g - c_6^2/2g = -319{,}0 - 0{,}2 \cdot 50{,}61 + 50{,}61 - 2{,}991 =$$
$$= -281{,}60 \text{ m c.a} = -337{,}8 \text{ mm c.ag}$$

Ecuación de Bernoulli entre 7 y 8

$$h_7 + c_7^2/2g - H_{r7\text{-}8} = h_8 = 0$$

pero $H_{r\,7\text{-}8} = c_7^2/2g$; luego

$$h_7 = h_8 = 0$$

La altura efectiva proporcionada por el V será:

$$H = h_7 - h_6 = 0 - (-281{,}50) = 281{,}50 \text{ m c.a} = -337{,}8 \text{ mm c.ag.}$$

Con los datos obtenidos puede ya trazarse la altura piezométrica en mm c.ag (véase figura).

i) *Potencia del V*

$$P_a = \frac{3{,}119 \cdot 1{,}2 \cdot 9{,}81 \cdot 275{,}1}{0{,}8} = 12626 \text{ W} = 12{,}626 \text{ kW}$$

j) *Rendimiento hidráulico de la instalación*

$$\eta_{h.i} = \frac{H_a}{H} = \frac{265{,}5}{275{,}1} \cdot 100 = 96{,}5\%$$

9. Proyecto de las bombas radiales y de las dimensiones principales de las bombas diagonales

Este capítulo es igualmente aplicable a las B radiales y a las diagonales, o sea a todas las B centrífugas. Sin embargo, el cálculo de los álabes móviles del rodete y de los álabes fijos de la corona directriz, que se estudia en este capítulo es sólo aplicable a las B con álabes cilíndricos, es decir a las B radiales.

9.1. Criterios de selección del ángulo de entrada β_1 de una B

Veamos cómo varía la altura $H_{u\infty}$ de la B al variar solamente el ángulo de los álabes a la entrada β_1, para lo cual mantendremos constante todos los parámetros geométricos excepto β_1, a saber: d_1, d_2, b_1, b_2 y β_2 y los parámetros de funcionamiento: n y Q.

Esta discusión es válida no sólo para las B centrífugas (radiales y diagonales), sino también para las B axiales.

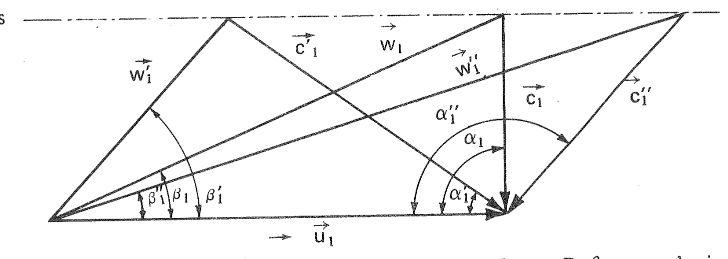


Fig. 9-1.– Angulo de los álabes a la entrada del rodete de una B: β_1, entrada sin circulación: β'_1, circulación positiva; β''_2, circulación negativa.

En el triángulo de velocidades de entrada no variará la base ni la altura y el vértice podrá encontrarse en un punto cualquiera de la paralela s a u_1 (Fig. 9-1), pudiendo ser el ángulo de entrada de la velocidad absoluta α_1, α'_1, α''_1, recto, agudo u obtuso respectivamente.

En el primer caso ($\alpha_1 = 90°$) la corriente entra sin circulación ($c_{1u} = 0$), en el segundo ($\alpha'_1 < 90°$) con una circulación positiva ($c'_{1u} > 0$) y en el tercero ($\alpha''_1 > 90°$) con una contracirculación o circulación negativa ($c''_{1u} < 0$). Para que el fluído adquiera esta circulación o contracirculación se requiere una corona de ála-

bes directrices fijos antes del rodete, porque la corriente en la tubería de admisión de la B entra axialmente y por la fuerza centrífuga en las B radiales y diagonales adquiere una componente radial solamente. La altura teórica en cada caso se deberá deducir de la ecuación de Euler,

$$H_{u\infty} = \frac{u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u}}{g} \qquad (9\text{-}1)$$

1) $\alpha_1 = 90^0$, B sin directrices a la entrada, más barata. El flujo no sufre estrangulamiento a la entrada en el rodete, por ser el ángulo de los álabes β_1 suficientemente grande (véase Fig. 9-1); luego habrá menos pérdidas. La altura teórica aumentará al reducirse a cero el término negativo, siendo en este caso

$$H_{u\infty} = \frac{u_2 \, c_{2u}}{g} \qquad (9\text{-}2)$$

2) $\alpha_1' < 90^0$. B más cara por la corona directriz, la altura teórica $H_{u\infty}$ menor que en el primer caso [compárese Ec. (9-1) con (9-2)]. La altura real disminuye aún más por las pérdidas adicionales en los álabes directrices. Angulo $\beta_1' > \beta_1$ más favorable.

3) $\alpha_1'' > 90^0$. B más cara por la corona directriz. La altura teórica $H_{u\infty}$ mayor que en el primer caso. En efecto, teniendo c_{1u} dirección contraria a u_1, $u_1 \cdot c_{1u} <$ < 0 y

$$H_{u\infty} = \frac{u_2 \, c_{2u} + u_1 \, c_{1u}}{g} \qquad (9\text{-}3)$$

[compárese la Ec. (9-3) con las (9-1) y (9-2). La altura efectiva H no aumentará tanto, y podrá ser incluso menor que en el primer caso, a causa de las pérdidas en las directrices y del ángulo β_1'' menos favorable ($\beta_1'' < \beta_1 < \beta_1'$).

Experimentalmente se ha hallado que con directrices a la entrada el rendimiento óptimo se obtiene para un ángulo α_1 de la corriente ligeramente inferior a 90^0.

Conclusión. El uso de la corona directriz a la entrada de una B es excepcional. El primer caso, $\alpha_1 = 90^0$ es el caso normal. *La ecuación de Euler normalmente tiene en las B la expresión (9-2). Los álabes a la entrada se construirán con un ángulo β_1 tal que $\alpha_1 = 90°$ (entrada sin circulación).* La discusión que acabamos de hacer basada en la teoría unidimensional es solo orientativa. Los triángulos mismos de velocidades de la figura 9-1 sufren modificaciones por el número finito de álabes (Sec. 9.3.4) por el espesor de los álabes (Sec. 9.5.3); sin embargo, en la práctica el ángulo de entrada de los álabes se hace igual a β_1, suponiendo por lo tanto un ángulo de entrada de la corriente absoluta $\alpha_1 = 90^0$. Algunos constructores de B suponen un ángulo α_1 de la corriente absoluta sin directrices ligeramente inferior a 90^0 (unos 85^0) porque el líquido por su viscosidad dentro del rodete, pero antes de entrar en los álabes, adquiere una circulación positiva (1).

(1) Esta circulación es creada por el rodete, y la ecuación de Euler seguirá teniendo en este caso la expresión (9-2) y no la (9-1).

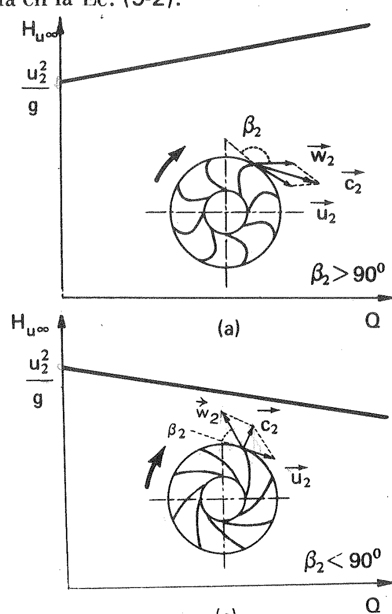
Una ventaja adicional de que sea $\alpha_1 = 90^0$ es que entonces para un caudal determinado la velocidad absoluta será mínima, lo que disminuirá la depresión a la entrada del rodete (aumento de la capacidad de aspiración y disminución del riesgo de cavitación). La experiencia enseña que conviene hacer $\beta_1 > 15^0$. En las B radiales la gama de 15—20 es la más frecuente pudiéndose llegar hasta un valor máximo de unos 30^0.

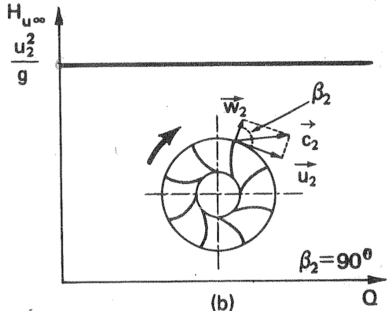
9.2. Criterios de selección del ángulo de salida β_2.

9.2.1. El ángulo ángulo β_2 de una B

El ángulo β_2 es el parámetro de diseño más importante de una B. Las características teóricas principales de una B dependen fundamentalmente, como vamos a ver en seguida, de este ángulo de salida de los álabes. Puede decirse también que en la bomba real el ángulo β_2 sigue siendo un factor decisivo en el diseño, de cuyo valor dependen en gran parte los restantes parámetros de diseño. Una acertada selección del ángulo β_2 es decisiva en el diseño de un rodete. Esta selección se basa unas veces en la pendiente deseada de la curva H—Q (véase Sec. 18-4 y ss.) en el grado de reacción que se desea, en el tipo de aplicación (peligro de bombeo, por ejemplo), etc. ...; y otras veces en la optimación de precio y rendimiento de la B, que conduce a lo que llamaremos un *diseño normal.*

Análogamente a la sección anterior, supondremos que todos los parámetros permanecen constantes, excepto la altura teórica, cuya variación con el ángulo de salida β_2 es objeto de la presente discusión. Además, según la discusión anterior, la entrada, en el álabe más favorable, o sea que $\alpha_1 = 90^0$ y que $H_{u\infty}$ viene expresada en la Ec. (9-2).





En la figura 9-2 se consideran los tres casos posibles: $\beta_2 > 90°$, *álabes curvados hacia adelante;* $\beta_2 = 90°$, o *álabes de salida radiales;* $\beta_2 < 90°$, o *álabes curvados hacia atrás.* En la misma figura se ven las

Fig. 9-2.– Alabes curvados hacia adelante; b) álabes de salida radial; c) álabes curvados hacia atrás. Características teóricas: $H_u = f(Q)$ de cada tipo (Véase Sec. 9.3.4).

curvas H—Q para los tres casos considerados.

Juntamente con la variación de la altura teórica $H_{u\infty}$ estudiaremos la variación de la altura de presión teórica $H_{p\infty}$ de la altura dinámica teórica $H_{d\infty}$ y del grado de reacción σ_∞ (1) con β_2.

Como la única variable en nuestro caso en la Ec. (9-2) es c_{2u} estudiaremos cómo varían las mencionadas magnitudes primero al variar c_{2u} (Fig. 9-3) y luego al variar β_2 (Fig. 9-4).

Las dos variables c_{2u} y β_2 están ligadas entre sí por la ecuación:

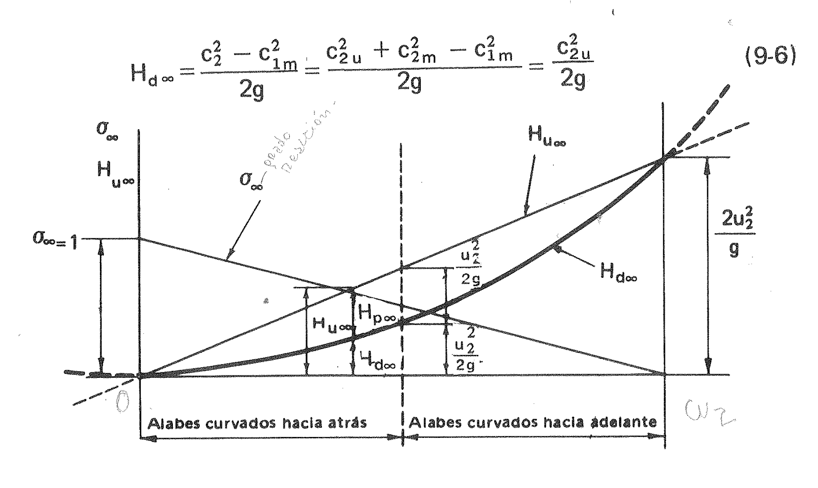
$$c_{2u} = u_2 - \frac{c_{2m}}{\operatorname{tg} \beta_2} \tag{9-4}$$

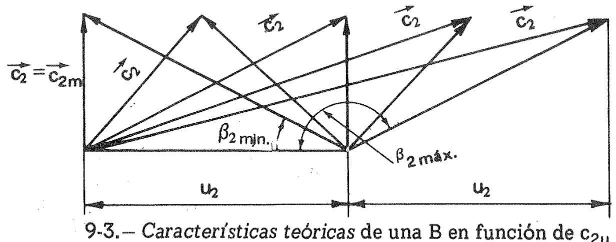
que se deduce inmediatamente del triángulo de salida.

Escribamos primero las variables $H_{u\infty}$, $H_{p\infty}$, σ_∞ en función de c_{2u}:

$$H_{u\infty} = \frac{u_2\, c_{2u}}{g} \tag{9-5}$$

$$H_{d\infty} = \frac{c_2^2 - c_{1m}^2}{2g} = \frac{c_{2u}^2 + c_{2m}^2 - c_{1m}^2}{2g} = \frac{c_{2u}^2}{2g} \tag{9-6}$$





9-3.– *Características teóricas* de una B en función de c_{2u}

(1) σ_∞ – grado de reacción suponiendo infinito número de álabes (teoría unidimensional).

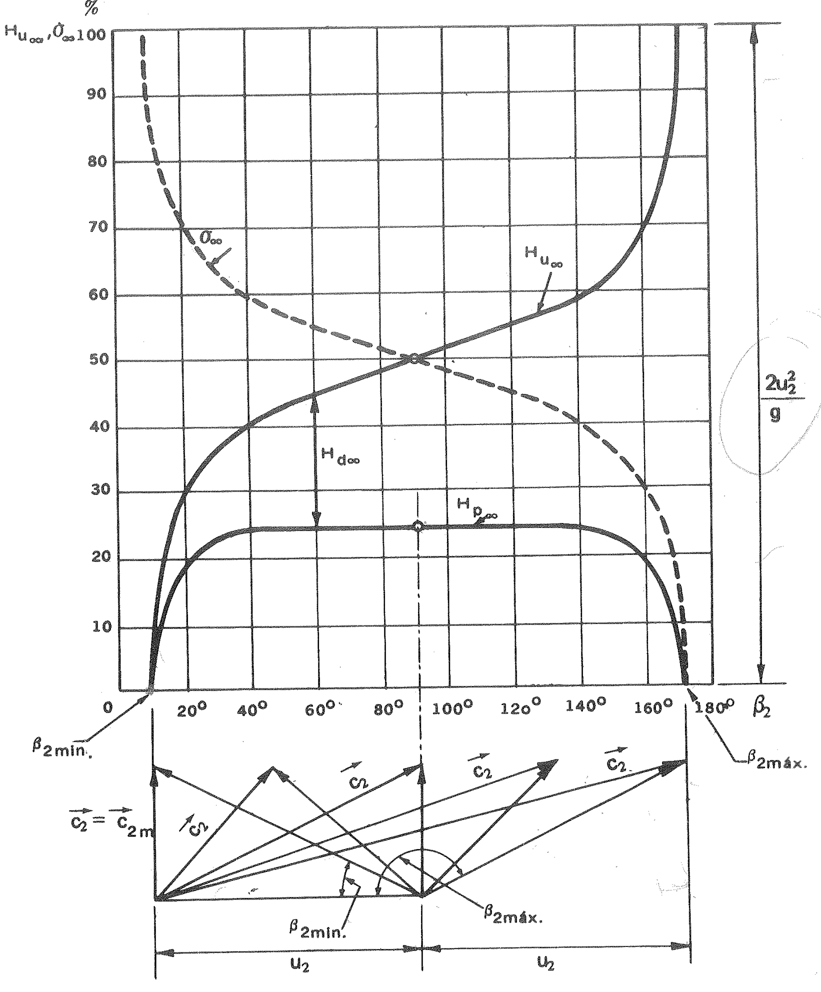


Fig. 9-4.– *Características teóricas* de una B en función de β_2

si suponemos para simplificar que $c_{1m} = c_{2m}$, lo que casi siempre se cumple, al menos aproximadamente en la realidad.

$$H_{p\infty} = H_{u\infty} - H_{d\infty} = \frac{2u_2\, c_{2u} - c_{2u}^2}{2g} \tag{9–7}$$

$$\sigma_\infty = \frac{H_{p\infty}}{H_{u\infty}} = \frac{2u_2\, c_{2u} - c_{2u}^2}{2u_2\, c_{2u}} = 1 - \frac{c_{2u}}{2u_2} \tag{9-8}$$

Las mismas variables $H_{u\infty}$, $H_{d\infty}$, $H_{p\infty}$ y σ_∞ se expresan fácilmente en función de β_2, utilizando la Ec. (9–4), con lo que se obtiene la tabla siguiente:

TABLA 9-1

Fórmulas de altura total, dinámica y de presión y grado de reacción de una B (teoría unidimensional) en función de c_{2u} y β_2

En función de.	Altura total $H_{u\infty}$	Altura dinámica $H_{d\infty}$	Altura de presión $H_{p\infty}$	Grado de reacción σ_∞
c_{2u}	$= \frac{u_2\, c_{2u}}{g}$ [Ec.(9-5]	$= \frac{c_2^2}{2g}$ [Ec.(9-6)]	$= \frac{2u_2\, c_{2u} - c_{2u}^2}{2g}$ [Ec.(9-7)]	$= 1 - \frac{c_{2u}}{2u_2}$ [Ec.(9-8)]
β_2	$= \frac{u_2^2}{g}\left(1 - \frac{c_{2m}}{u_2} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}\beta_2}\right)$ [Ec.(-9)]	$= u_2 - \frac{c_{2m}}{\operatorname{tg}\beta_2}$ [Ec.(9-10)]	$= H_{u\infty} - H_{d\infty}$ [Ec.(9-11)]	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\,\frac{c_{2m}}{u_2}\,\frac{1}{\operatorname{tg}\beta_2}$ [Ec. (9-12)]

Con ayuda de las ecuaciones contenidas en la Tabla 9-1 se construyen las curvas de las figuras 9-3 y 9-4.

De las Ecs. (9-9) y (9-12) de la Tabla 9-1, se deduce:

1) al aumentar β_2 aumenta constantemente la altura teórica y disminuye constantemente el grado de reacción teórico. Lo primero constituye la ventaja de poder conseguir teóricamente con el mismo tamaño (y precio) mayor altura, o equivalentemente poder utilizar una B más pequeña para la altura requerida; y lo segundo constituye el inconveniente de una mayor altura dinámica en el rodete [Ec.(9-12)] a recuperar en un difusor, cuyo bajo rendimiento empeora el rendimiento de la B.

2) El ángulo β_2 será mínimo cuando $H_{u\infty} = 0$; siendo, [en virtud de la Ec. (9-9), haciendo $H_{u\infty} = 0$]

$$\operatorname{tg}\,\beta_{min} = \frac{c_{2m}}{u_2}$$

(si fuera $\beta_2 < \beta_{2\,min}$ $H_{u\infty} < 0$: la máquina funcionaría como T no como B).

En este caso límite $\alpha_2 = 90^0$ (véanse triángulos de velocidades en las figuras 9-3 y 9-4), es decir, los triángulos de entrada y salida serían rectángulos en α. (rodete sin influjo en la corriente).

3) Como hemos dicho el grado de reacción disminuye al aumentar β_2, y será mínimo cuando $\sigma_\infty = 0$; es decir, en virtud de la Ec. (9-12) de la Tabla 9-1:

$$\operatorname{tg}\beta_{2\,máx.} = -\frac{c_{2m}}{u_2}$$

Una B con grado de reacción $\sigma_\infty < 0$ puede construirse; pero un tal diseño, excepto para fines muy determinados (embragues hidráulicos, bombas de riego, bombas para sólidos pulverizados como polvo de carbón, etc. ...) sería inaceptable.

La altura H de la B es prácticamente altura de presión (véase la Pág. 194). Si $\sigma_\infty < 0$ el rodete no comunica sino absorbe presión de la corriente, y la altura de presión es conseguida a expensas de la gran energía cinética del rodete en el difusor con bajo rendimiento.

4) Si el ángulo $\beta_2 = 90^0$ (triángulo rectángulo en β no en α como en el n.2), como se desprende de la Tabla 9-1, $\sigma_\infty = 1/2$, el rodete da la mitad de la altura teórica en forma de altura dinámica y la otra mitad en forma de altura de presión.

El grado de reacción $\sigma = 1/2$, poco utilizado en las B, es muy corriente en las turbinas de vapor y de gas, (escalonamiento simétrico) (1).

La discusión anterior basada en las ecuaciones de la Tabla 9-1 se resume en la Tabla 9-2. Con las mismas ecuaciones se han construido las figuras 9-3 y 9-4, que deberán estudiarse atentamente y no requieren ulterior explicación.

TABLA 9-2

Características teóricas de una B en función de β_2 y c_{2u}

β_2	c_{2u}	$H_{u\infty}$	$H_{d\infty}$	$H_{p\infty}$	σ_∞
$\beta_{2\,min.}$	0	0	0	0	1
$\beta_{2\,min.} < \beta_2 < 90^0$	aumenta con β_2	aumenta con β_2	aumenta con β_2	aumenta con β_2	disminuye con β_2
90^0	u_2	$\frac{u_2^2}{g}$	$\frac{u_2^2}{2g} = H_{p\infty}$	$\frac{u_2^2}{2g} = H_{din\infty}$	1/2
$90^0 < \beta_2 < \beta_{2máx.}$	aumenta con β_2	aumenta con β_2	aumenta con β_2	disminuye con β_2	disminuye con β_2
$\beta_{2máx.}$	$2u_2$	$\frac{2u_2^2}{g}$	$H_{din\infty} = H_{t\infty}$	0	0

Observaciones:

1) Los ángulos β_{2min} y $\beta_{2máx.}$ son suplementarios.

2) Al ángulo β_{2min} corresponden álabes curvados hacia atrás (Fig.9-2,c); al ángulo $\beta_{2\,máx.}$ álabes curvados hacia adelante (Fig. 9-2,a) y a $\beta_2 = 90^0$ ($\sigma_\infty = 1/2$) álabes de salida radial (Fig. 9-2,b).

Las B con álabes curvados hacia adelante y con álabes de salida radial son frecuentes.

(1) Véase C.M., TMT, Pág. 310.

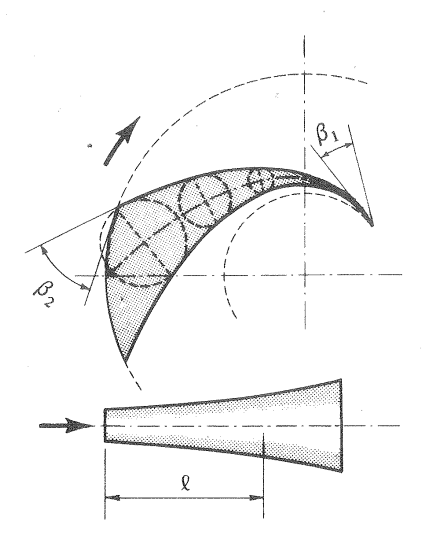


Fig. 9-5.– *Conducto equivalente* para el estudio de la corriente relativa en el rodete: *difusión gradual.*

3) Considerando el fluido real, la necesidad de reducir a un mínimo la suma de las pérdidas de superficie y de forma en el rodete conduce a la determinación de los ángulos β_2 más favorables. En las figuras 9-5, 9-6 y 9-7 se ha dibujado un conducto formado por dos álabes consecutivos para los tres casos $\beta_2 < 90^0$, $\beta_2 = 90^0$ y $\beta_2 > 90^0$ respectivamente; en las tres figuras el ángulo β_1 se ha mantenido invariable. Rectificando la línea media de cada conducto y trazando (véase Fig. 9-5) una serie de círculos inscritos, calculando el producto del ancho del rodete b en el centro de cada círculo por el diámetro d del círculo respectivo, y trazando sobre la línea media rectificada simétricamente segmentos proporcionales a estos productos, se obtienen los tres "conductos equivalentes" dibujados al pie de dichas figuras. La construcción indicada

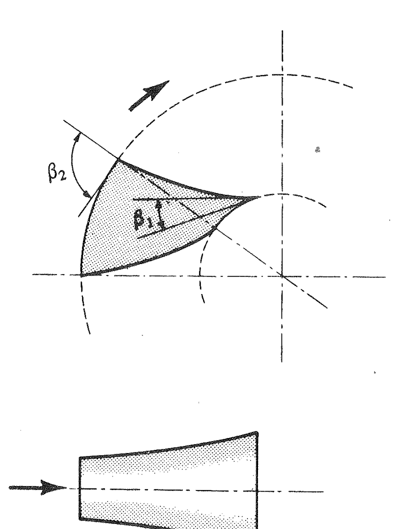


Fig. 9-6.– *Difusión rápida* con peligro de desprendimiento.

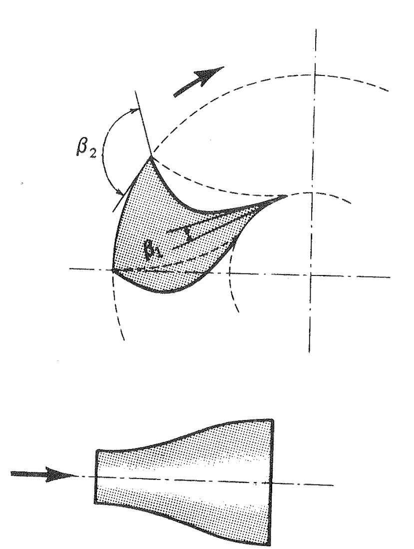


Fig. 9-7.– *Difusión rápida* con peligro de desprendimiento: conducto muy poco favorable.

es muy empleada en el proyecto de las TM para el estudio del flujo y de los posibles desprendimientos del mismo. Las conclusiones de este estudio en el caso presente son las siguientes: a) las pérdidas en el fluido real serán menores en el caso de la figura 9-5 (difusión gradual) que en el de lasfiguras 9-6 y 9-7 (difusión rápida; *desprendimiento*). En las TH el flujo irá de derecha a izquierda; por eso las formás de las figuras 9-6 y 9-7 son más aprovechables en las TH que en las B. *Casi todas las bombas se construyen con álabes curvados hacia atrás.*; b) Sin variar el ángulo β_1, variando el ángulo de salida en la gama $\beta_{2\,min.} < \beta_2 < 90^0$ (o sea según la figura 9-5), y tanteando por el método del conducto equivalente que acabamos de exponer, se puede estudiar el conducto más favorable, en que la longitud no sea muy grande (para disminuir las pérdidas de superficie), ni muy pequeña para que la difusión no sea grande (para disminuir las pérdidas de forma).

4) La forma de la característica de una B depende también del ángulo β_1. Las curvas H–Q de las B con ángulos $\beta_2 > 90°$, o cercanos a este valor por debajo de él, tienen la forma de la figura 9-8. El segmento de la curva a la izquierda del máximo

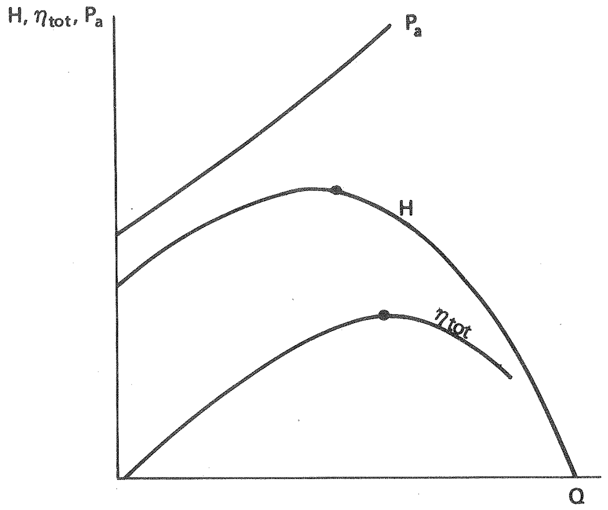


Fig. 9-8.– Forma de las *curvas características con rama inestable* de una B con álabes curvados hacia delante: P_a – potencia de accionamiento, H – altura efectiva, η_{tot} – rendimiento total, Q – caudal.

constituye la rama inestable; estas B pueden presentar problemas en el arranque e inestabilidad en el funcionamiento (véase Sec. 22.3). Para conseguir una característica estable como la de la figura 9-9, en la cual, como estudiaremos más adelante, la altura máxima tiene lugar a caudal nulo, es necesario construir la B con ángulos β_2 muy pequeños. Con esta medida se logra también que la característica de potencia, o curva P = f (Q) tienda a hacerse paralela al eje de caudales, lo cual constituye una ventaja en las B en que la altura efectiva requerida es variable (B de

achique o B de alimentación de un depósito de nivel superior variable con el llenado).

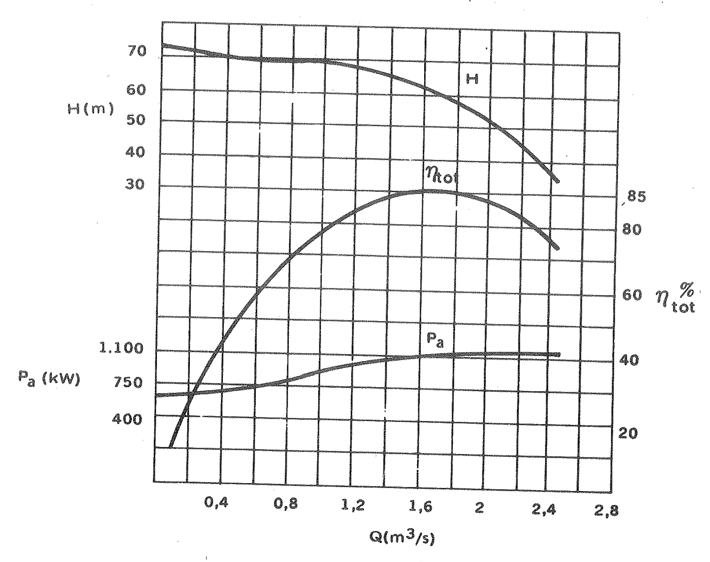


Fig. 9-9.– *Curvas características estables* de una B Sulzer

Conclusión:

Aunque se utilizan en la práctica ángulos β_2 en la gama de 14-60°, en general la gama más favorable se encuentra entre los 20-30°. Un valor de 22-23° se recomienda como "valor normal" para cualquier valor de n_s. Si es preciso aumentar H se recomienda escoger un valor más alto dentro de la gama favorable indicada.

9.2.2. Peculiaridades de los V respecto al ángulo β_2.

En los V se utilizan mucho en contraposición a las BH los álabes de salida radial y los álabes curvados hacia adelante, probablemente porque los V muchas veces se proyectan no para producir presión estática sino presión dinámica.

V con álabes de salida radial. Tienen muchas aplicaciones. Las pérdidas no son grandes. Se construyen semiabiertos o cerrados, para alta, baja y media presión. Dos inconvenientes presentan estos V: aumento de la potencia de accionamiento con el caudal, y aumento del ruido en caudales mayores que el caudal nominal. En los V destinados a transporte de materiales, que deben pasar por el V mismo, se utilizan frecuentemente álabes en los cuales $\beta_1 = \beta_2 = 90°$.

V con álabes curvados hacia adelante. La ventaja de estos V consiste en que para una misma presión y caudal la velocidad periférica u_2 es menor que en los otros tipos, lo cual permite reducir el diámetro del rodete y abaratar el coste. Sus desventajas son: rápido ascenso de la característica de la potencia de accionamiento, con el peligro consiguiente del calado del motor, rendimiento más bajo, nivel de ruido más elevado etc. Se utilizan sobre todo como V de baja presión y en los V principales de gran potencia de las minas.

Para la determinación misma del ángulo β_2 a veces se hace en los V $\beta_2 = \beta_1 + 10°$; o bien si $\beta_1 > 25°$ se construye el álabe de manera que $\beta_2 = \beta_1$ según una espiral logarítmica (véase la Sec. 9.6.1.2).

La discusión llevada a cabo en la sección anterior sobre el ángulo β_2 es aplicable a todas las TMG, por tanto también es aplicable a los turbocompresores (TC).

Tanto la altura como el caudal aumentan con el ángulo β_2, por lo cual en aviación en que consideraciones del tamaño y peso preponderan a veces sobre el rendimiento los sobrealimentadores centrífugos utilizan un ángulo $\beta_2 = 90°$. Esto también permite una velocidad máxima periférica que no es posible alcanzar con valores menores de β_2. La reducción del tamaño de los TC es llevada a cabo a expensas del rendimiento; tanto el rendimiento del rodete como el de la corona directriz disminuye apreciablemente cuando aumenta β_2. La diferencia de rendimiento de un turbosoplante puede ser del orden de un 1 por ciento cada 5°. Esto se debe, como hemos visto, a que los ángulos β_2 elevados conducen a canales rápidamente divergentes, con los cuales solo puede evitarse el desprendimiento aumentando el número de álabes, pero con ello aumentan las pérdidas de superficie. En los TC, lo mismo que en las B, siempre que sea posible se escogen ángulos pequeños de β_2 en la gama favorable anteriormente indicada. Valores más grandes se emplean no obstante cuando se requiere una presión para un valor seleccionado máximo de la velocidad periférica, que se determina por consideraciones de resistencia.

9.3. Coeficiente de disminución de trabajo

9.3.1. Planteamiento del problema

Al proyectar una B la *altura efectiva* es un dato. A partir de ella es preciso obtener la altura de Euler $H_{u\infty}$ que es fundamental para el diseño de la B. La altura de Euler es la altura correspondiente al trabajo comunicado por el rodete al fluido en la hipótesis de la teoría unidimensional, o de infinito número de álabes. Si esta teoría fuera cierta $H_{u\infty} - H$ sería igual a las pérdidas hidráulicas, o equivalentemente. $H/H_{u\infty}$ sería igual al rendimiento hidráulico. *En las B construidas* la Ec. (4-34) permite despejar y calcular η_h a partir de la medición en el banco de pruebas de los rendimientos y potencias que intervienen en dicha ecuación. *En las B en proyecto* existen curvas de η_h en función de n_s y de la potencia, basadas en mediciones realizadas en B ya construidas, que permiten estimar η_h (véase la estimación del η_{tot} en Sec. 9.5.6.1).

El η_{tot} de las B de tamaño medio oscila entre 65–85 por ciento. El η_h viene a ser de 7–15 por ciento mayor, es decir, oscila entre el 72-90 por ciento (por término medio 80 por ciento). Ahora bien:

1) *En las B construidas* se puede calcular $H_{u\infty}$ y medir H en el banco de pruebas, y se observa que la relación $H/H_{u\infty}$, que, según lo dicho, debería ser del orden de 0,7 – 0,9 es mucho menor, del orden de 0,5 – 0,7.

2) *En las B en proyecto*, dividiendo la altura efectiva H que se requiere por un rendimiento hidráulico estimado se obtiene la altura teórica. Si ésta se identifica con la altura de Euler y se proyecta la B para esa altura de Euler, la B proyectada

y construída proporciona una altura mucho menor que la requerida. Por ejemplo, si se proyecta una B para $H = 50$ m, y se estima (suponemos que acertadamente) un $\eta_h = 80\%$, la altura teórica de la B será $H_u = \frac{50}{0,8} = 62,5$ m. Si se proyecta y construye la B con la suposición de que $H_{u\infty} = H_u = 62,5$ m, la B en el banco de pruebas da una $H = 37,5$ m, por ejemplo. Es decir, que *todo sucede como si* el η_h de la B proyectada fuera $\frac{37,5}{62,5} = 0,6$ en vez de 0,8, como habíamos supuesto, Luego $g\,H_{u\infty} = Y_{u\infty}$ no es el verdadero trabajo específico del álabe, sino Y_u, verificándose que $Y_{u\infty} > Y_u$. La diferencia sólo puede proceder, como veremos a continuación, de que en la B real con número finito de álabes la corriente relativa no sigue exactamente la variación de dirección determinada por el ángulo del álabe. La experiencia muestra, por ejemplo, que el ángulo β_2' de la corriente relativa es menor que el ángulo β_2 del álabe, lo que contribuye, como veremos, a que $H_{u\infty} > H_u$. El problema puede plantearse así: ¿es válida la teoría unidimensional? ¿cómo puede obtenerse un coeficiente que relacione la altura teórica con la altura de Euler?

En las TH la teoría unidimensional concuerda suficientemente bien con la experiencia, y en ellas no es preciso plantear el problema que nos ocupa.

9.3.2. La ecuación de Bernoulli del movimiento relativo

Según la ecuación de Bernoulli en un fluído ideal la altura total H es la misma en dos puntos cualesquiera de una línea de corriente:

$$\frac{p_1}{\rho g} + z_1 + \frac{c_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \frac{c_2^2}{2g} \qquad (9\text{-}13)$$

Si el fluído atraviesa una TMH recibe una energía negativa (TH) o positiva (B) que expresada en altura, según la Ec. (3-17), es igual a

$$H_{u\infty} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g}$$

adicionando el primer miembro de la Ec. (9-13) con este valor, se tendrá:

$$\frac{p_1}{\rho g} + z_1 + \frac{c_1^2}{2g} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \frac{c_2^2}{2g}$$

y simplificando se obtiene:

$$\frac{p_1}{\rho g} + z_1 + \frac{w_1^2}{2g} - \frac{u_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \frac{w_2^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g}$$

o en forma condensada

$$\frac{p}{\rho g} + z + \frac{w^2}{2g} - \frac{u^2}{2g} = \text{cte} \qquad (9\text{-}14)$$

(Ecuación de Bernoulli del movimiento relativo válida para todas las TMH)

9.3.3. Paradoja de la teoría unidimensional

En un rodete como el dibujado en la Fig. 9-10, los álabes comunican un momento al fluído (acción), cuyo valor es

$$M = \frac{Q \rho g H_{u\infty}}{\omega} \qquad (9\text{-}15)$$

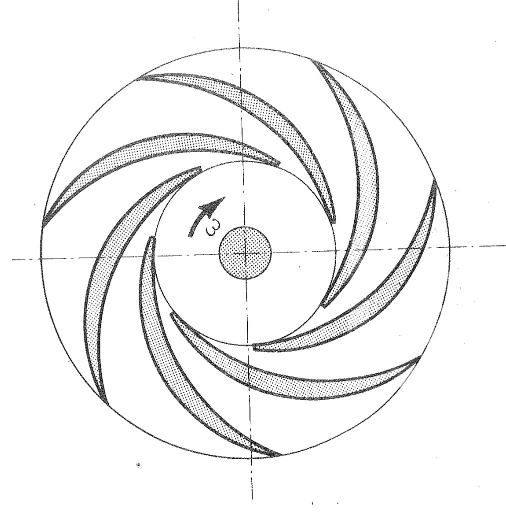


Fig. 9-10.–Rodete de B radial.

donde ω – velocidad angular del rodete, y el fluído debe ejercer a su vez sobre los álabes un momento igual y de sentido contrario (reacción). Las fuerzas que originan este último momento en el fluído ideal no pueden ser otras, ya que el esfuerzo cortante no existe, que las debidas a la presión normal que el fluído ejerce sobre los álabes. La fuerza total del fluído integrada por las fuerzas elementales de la presión a uno y otro lado de la cara del álabe, no puede ser nula, y por lo tanto la distribución de presiones ha de ser tal que esta condición se verifique.

En la Fig. 9-11,a se dibuja la fuerza de la presión a uno y otro lado del rodete a una distancia r del centro de la máquina, junto con su componente tangencial (que multiplicada por r daría el par), y en la Fig. 9-11,b la distribución de las componentes tangenciales de las fuerzas de presión desde el radio de entrada r_1 al de salida de los álabes r_2. El trazado de la figura se explica fácilmente, porque según la Ec. (9-14), que en nuestro caso, siendo el influjo de la gravedad despreciable en el rodete de una B, puede escribirse

$$\frac{p}{\rho g} + \frac{w^2}{2g} - \frac{u^2}{2g} = \text{cte} \qquad (9\text{-}16)$$

en un radio cualquiera $r = \text{cte}$ y $u^2/2g = \text{cte}$; además según la teoría unidimensional la velocidad relativa es la misma en todos los hilos de corriente; luego en

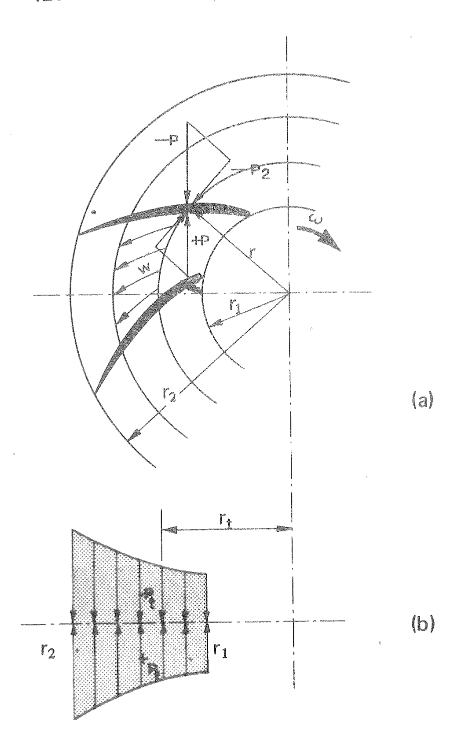


Fig. 9-11.–Distribución simétrica de las fuerzas tangenciales de presión en la teoría unidimensional.

cada radio también w = cte (véase distribución de velocidades w en Fig. 9-11,a). Luego según la Ec. (9-16) p = cte. La simetría de la Fig. 9-11,b indica que la fuerza tangencial resultante es nula.

El momento que el fluído ejerce sobre el rodete, siendo P_t la resultante de las componentes tangenciales de las fuerzas de presión sobre un álabe y z el número de álabes, será

$$M = z P_t r_t \qquad (9\text{-}17)$$

donde r_t — radio de la línea de aplicación de la resultante. Si $P_t = 0$, $M = 0$; de donde resulta la paradoja de que al parecer M es nulo y no nulo [Ec. (9-15)] al mismo tiempo.

Esta contradicción sin embargo no es más que aparente, ya que matemáticamente en la Ec. (9-17) siendo el número de álabes ∞ se tiene $M = 0 \cdot \infty$ indeterminado, y por otro lugar se demuestra que M tiene el valor de la Ec. (9-15). Será preciso, pues, estudiar lo que ocurre en un rodete con número finito de álabes, lo que hacemos a continuación.

9.3.4. Solución del problema: el factor de disminución de trabajo e_z

El estudio iniciado por Stodola (1) y completado por otros investigadores permite deducir un factor de conversión adimensional de la altura teórica con infinito número de álabes y con número finito de álabes. La importancia de este factor denominado *factor de disminución de trabajo* estriba en que permite utilizar el método unidimensional, o lo que es igual la ecuación de Euler, en el diseño de las B. Esta teoría, que vamos a resumir a continuación, es, pues, una teoría bidimensional simplificada, que corrige la simplificación excesiva de la teoría unidimensional.

Lógicamente el valor numérico de este factor adimensional se ha de acercar a la unidad a medida que el número de álabes aumenta, y lo contrario si éste número disminuye. En las B axiales, en que por una parte el número de álabes es

(1) Véase STODOLA, *Dampf-und Gasturbinen*, Springer, Berlin, 1924.

muy reducido y por otra existe la posibilidad de calcular el rodete aerodinámicamente, esta teoría no suele aplicarse.

En el fluído ideal en flujo irrotacional que postula la teoría de las TM, las partículas no están animadas de ninguna rotación, aunque la trayectoria que describe el centro de gravedad de la partícula puede ser incluso una circunferencia. El rodete imprime al líquido una aceleración tangencial; pero las partículas en su movimiento absoluto no adquiere ninguna rotación. Esto exige una rotación de las partículas con relación al rodete que gira, es decir, un *torbellino relativo*. La Fig. 9-12 sirve para explicar esto mismo.

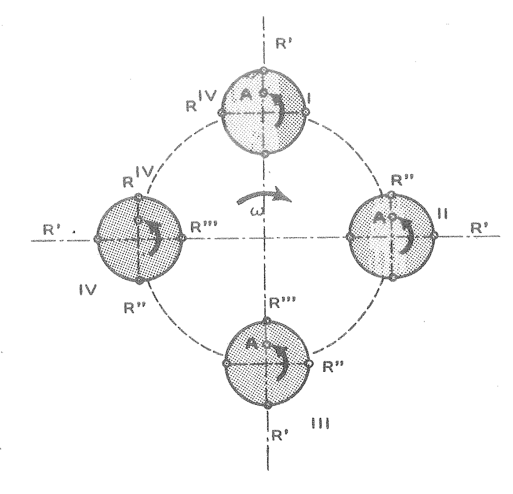


Fig. 9-12.–*Giro relativo* de una partícula de fluído igual y opuesto al giro del rodete.

Un fluído encerrado en un recipiente cilíndrico gira con él en su movimiento absoluto con velocidad angular ω. En el instante I la partícula A se encuentra delante del punto R′. Al girar el cilindro la partícula no gira al suponer viscosidad nula y se encuentra ahora enfrente del punto R″, y aquí el punto R′ ha girado un cuadrante. Así mismo en los instantes III y IV la partícula A, que no gira en su movimiento absoluto, se encuentra sucesivamente delante de los puntos R‴ y R^{IV} y al final de una vuelta completa la partícula ha realizado un *giro relativo* completo (una vuelta), con velocidad angular relativa −ω igual y opuesta a la del cilindro.

En un rodete cerrado, que gira, tiene lugar meramente este movimiento o remolino relativo, como se representa en la Fig. 9-13; mientras que en un rodete abierto al torbellino relativo se superpone el movimiento de desplazamiento relativo del fluído con relación al rodete. La distribución final de las velocidades relativas en el rodete abierto es la composición de las velocidades relativas de los dos tipos de movimiento, que tienen lugar simultáneamente. La Fig. 9-14,a, representa la distribución de velocidades relativas en la teoría unidimensional (sin torbellino); la Fig. 9-14,b la debida al torbellino relativo, y la Fig. 9-14,c representa la distribución final de velocidades, debida a la adición de ambos movimientos. La Fig. 9-15 muestra cómo en el rodete con un número finito de álabes, gracias al remolino relativo que en el rodete con número infinito de álabes no puede tener lugar, se ha perdido la disimetría de la distribución de presiones, y ha aparecido una

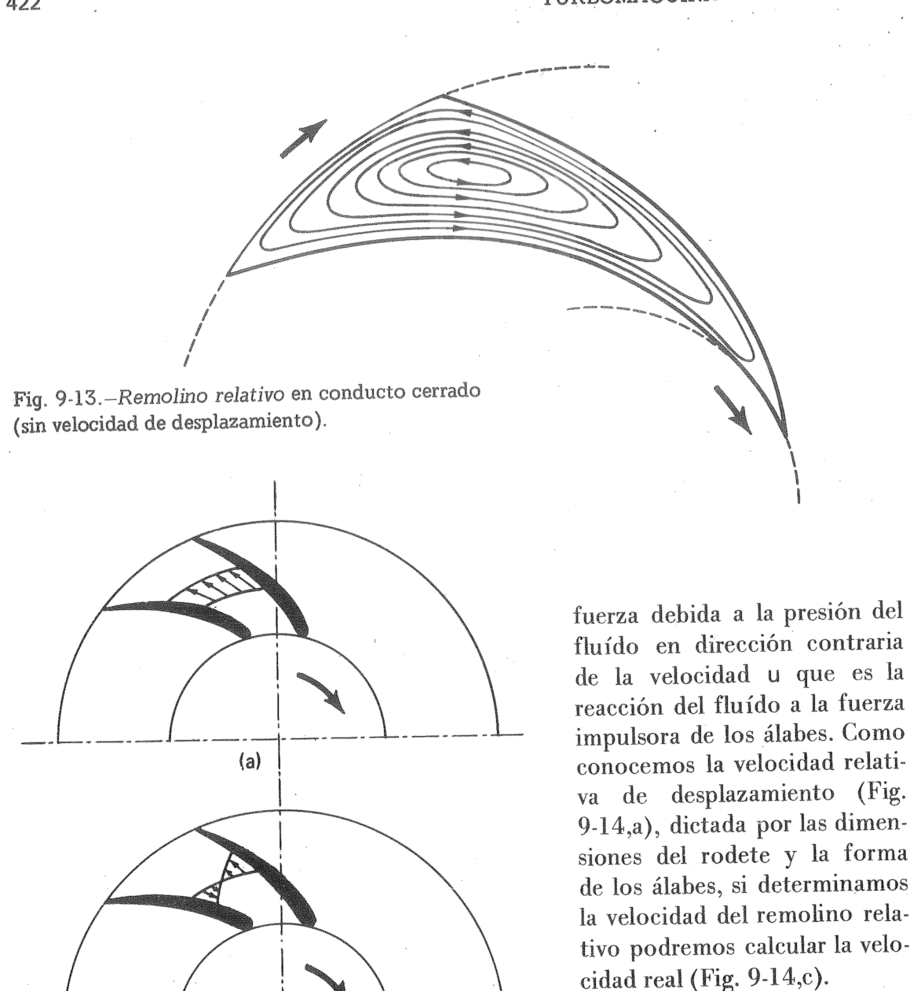


Fig. 9-13.–*Remolino relativo* en conducto cerrado (sin velocidad de desplazamiento).

fuerza debida a la presión del fluído en dirección contraria de la velocidad u que es la reacción del fluído a la fuerza impulsora de los álabes. Como conocemos la velocidad relativa de desplazamiento (Fig. 9-14,a), dictada por las dimensiones del rodete y la forma de los álabes, si determinamos la velocidad del remolino relativo podremos calcular la velocidad real (Fig. 9-14,c).

Para el estudio de la velocidad del remolino relativo no consideramos la Fig. 9-13, que se refiere a un rodete cerrado; sino la Fig. 9-16 tomada de Stodola, que se refiere a un rodete abierto. Antes y des-

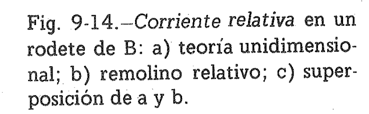


Fig. 9-14.–*Corriente relativa* en un rodete de B: a) teoría unidimensional; b) remolino relativo; c) superposición de a y b.

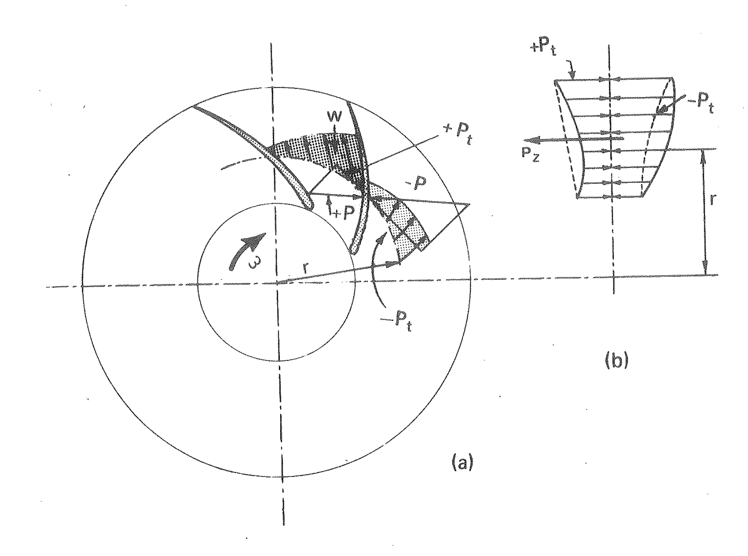


Fig. 9-15.–*Variación de la velocidad relativa* w a un radio r y distribución asimétrica de las fuerzas de presión sobre el álabe con una resultante $P_z \neq 0$.

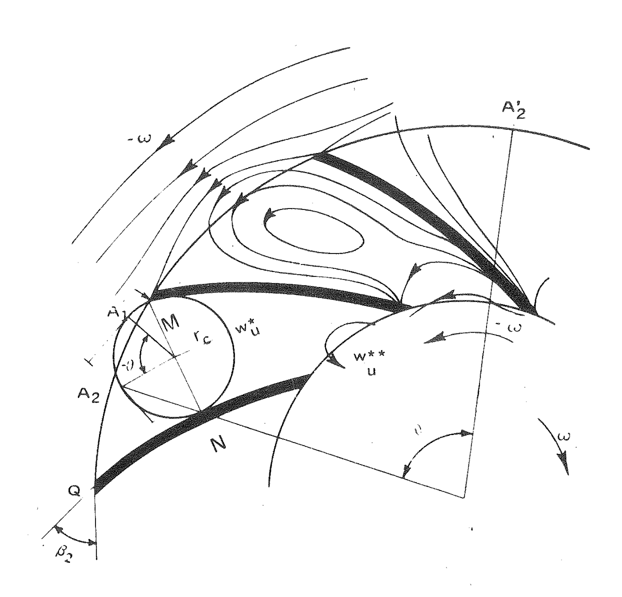


Fig. 9-16.–*Remolino relativo* en el rodete abierto.

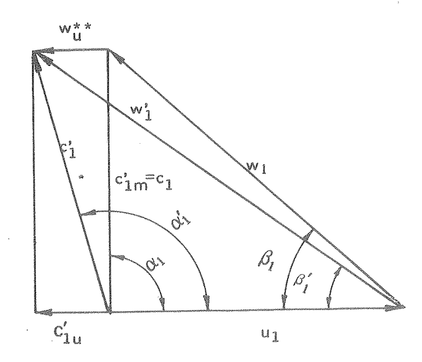


Fig. 9-17.—*Triángulos de velocidades de entrada* con número infinito y finito de álabes.

pués de los álabes la velocidad de la corriente relativa es igual y opuesta a la del rodete a saber $-\omega$, sale de los álabes tangencialmente según la condición de Joukowski, tanto a la entrada como a la salida de los álabes la velocidad del torbellino relativo tiene dirección contraria a u. Los triángulos de velocidad a la entrada y salida, como se ve en las Figs. 9-17 y 9-18, sufren una modificación importante respecto a los originales de la teoría unidimensional. En particular los ángulos β_1 y β_2 han disminuído hasta los nuevos valores β_1' y β_2', así como las componentes c_{1u} y c_{2u} a los nuevos valores c_{1u}' y c_{2u}'. La disminución de c_{1u} no afecta a la altura teórica, porque está causada ya por el rodete (el término $u_1 c_{1u}$ en la Ec. de Euler corresponde a la circulación del fluído antes del rodete); pero la disminución de c_{2u} sí afectará y el problema

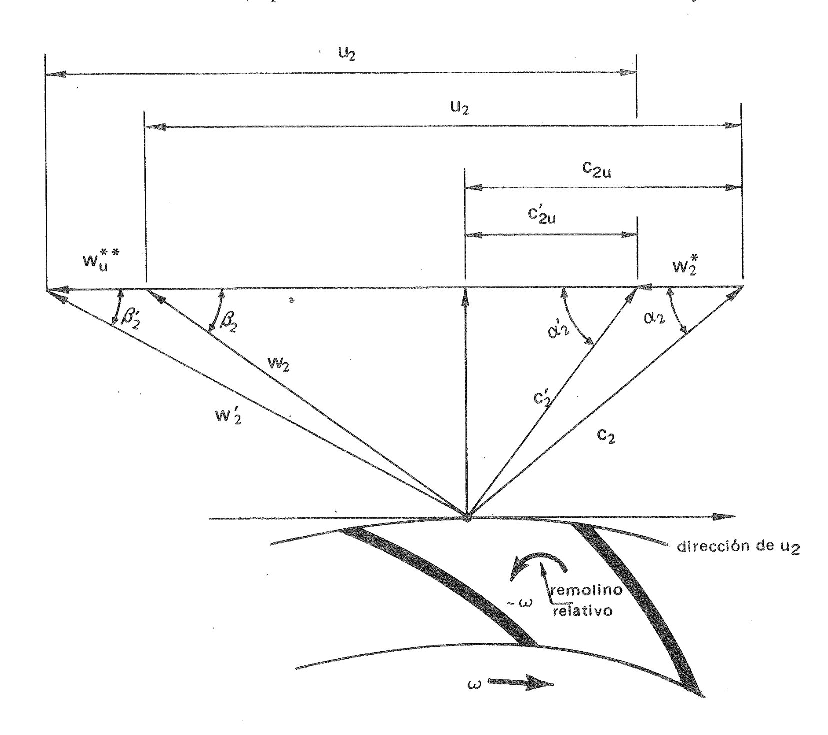


Fig. 9-18.—*Triángulos de velocidades de salida* con número infinito y finito de álabes.

consiste ahora en calcular esta disminución. Estudiaremos dos métodos para ello: el método de Stodola y el método de Pfleiderer.

Médoto de Stodola (1)

En el flujo plano de una B radial la línea de corriente relativa justo a la salida del rodete, puede asimilarse a una circunferencia de diámetro MN (véase la Fig. 9-16). Este diámetro se traza normalmente desde el punto de salida de un álabe al álabe precedente. En el movimiento relativo una partícula de fluído A pasa de la posición A_1 a la posición A_2 con un desplazamiento angular $-\theta$ y una velocidad angular $-\omega$. Como la partícula A no ha girado en su movimiento absoluto el punto A se encuentra al cabo del mismo tiempo en el punto A_2', siendo también ω la velocidad de rotación absoluta, el desplazamiento angular del rodete será θ. Por tanto, si w_u^{**} es la velocidad del torbellino relativo a la salida de los álabes, se tendrá:

$$\frac{w_u^*}{r_r} \simeq \frac{u_2}{r_2} = \omega$$

y

$$w_u^* \simeq u_2 \frac{r_r}{r_2} = r_r \omega \qquad (9\text{-}18)$$

pero:

$$MQ \cdot \text{sen}\,\beta_2 = t_2 \,\text{sen}\,\beta_2 \simeq 2\,r_r$$

$$t_2 z = 2\pi r_2$$

donde t_2 — paso de los álabes a la salida; y por tanto

$$r_r = \frac{\pi \,\text{sen}\,\beta_2}{z} r_2$$

valor que introducido en la Ec. (9-18) nos da finalmente:

$$w_u^* \simeq \frac{\pi \,\text{sen}\,\beta_2}{z} u_2 \qquad (9\text{-}19)$$

(variación de la componente periférica de la velocidad relativa debida al remolino relativo)

Teniendo en cuenta además que la componente meridional del remolino relativo es nula, se obtiene el nuevo triángulo de velocidades a la salida de la Fig. 9-18.

---

(1) La deducción del coeficiente de Stodola se hace para una B radial. La generalización a las B diagonales y axiales se hace por la aplicación de un coeficiente de corrección apropiado.

También el triángulo de entrada queda modificado por el remolino relativo, como puede verse en la Fig. 9-17; pero no es menester calcular la nueva velocidad relativa, porque, como hemos dicho, esta variación no influye en la altura teórica.

La circulación a la salida ha disminuído, siendo la verdadera circulación teórica:

$$\Gamma_2 = 2\pi r_2 c'_{2u}$$

con lo que la *altura teórica para número finito de álabes*, H_u, suponiendo (caso normal) que la circulación antes de rodete es nula, será:

$$H_u = \frac{\omega}{2\pi g}\Gamma_2 = \frac{\omega}{2\pi g} 2\pi r_2 c'_{2u}$$

o sea:

$$H_u = \frac{u_2}{g} c'_{2u} = \frac{u_2}{g}(c_{2u} - w^*_u) \qquad (9\text{-}20,A)$$

siendo $c'_{2u} = c_{2u} - w^*_u$.

El valor definitivo de w^*_u ,que concuerda bien con la experiencia se halla multiplicando el valor de la Ec. (9-19) por un coeficiente K_R , según la tabla 9-3 deducida mediante cálculos teóricos por Busemann (1), obteniéndose definitivamente:

$$w^*_u = K_R \frac{\pi \operatorname{sen} \beta_2}{z} u_2 \qquad (9\text{-}20,B)$$

TABLA 9-3

Coeficiente K_R de corrección para B radiales según Busemann en función del ángulo de salida β_2 y del número de álabes z

β_2		10	20	30	40	60	90
z	4–8	1,4	1,1	0,9	0,75	0,60	0,55
z	8–16	1,4	1,15	1,0	0,85	0,70	0,65

Para valores de t_2/ℓ mayores que 1 esta teoría es inaplicable.

Tenemos por lo tanto:

$$H_{u\infty} = \frac{u_2}{g} c_{2u}$$

(1) A. BUSEMANN, *Das Förderhöhenverhältnis radialer kreiselpumpen mit logarithmisch - spiraligen Schaufeln* (La relación de alturas en las B rotativas radiales con álabes en forma de espiral logarítmica). "Angew. Math. Mech. t.8 (1928)."

$$H_u = \frac{u_2}{g}(c_{2u} - w^*_u)$$

y por tanto:

$$H_u = H_{u\infty}\frac{(c_{2u} - w^*_u)}{c_{2u}}$$

y llamando a:

$$\frac{c_{2u} - w^*_u}{c_{2u}} = e_z = \textit{coeficiente de disminución de trabajo} \qquad (9\text{-}21)$$

tendremos finalmente:

$$H_u = e_z H_{u\infty}$$

Por lo tanto

$$H = \eta_h H_u = e_z \eta_h H_{u\infty} \qquad (9\text{-}22)$$

$$e_z = \frac{H}{\eta_h H_{u\infty}} \qquad (9\text{-}23)$$

fórmula que nos permite, midiendo en B diversas en el banco de pruebas H, η_h y calculando la altura teórica de Euler $H_{u\infty}$ hallar el valor de e_z, lo cual permite investigar experimentalmente la dependencia de e_z de los diversos coeficientes de diseño.

Aunque el valor del torbellino relativo a la entrada w^{**}_u no interviene en la altura teórica, como hemos dicho, sin embargo, como se ve en la Fig. 9-17 el triángulo de velocidades a la entrada se ha modificado y *teóricamente* el ángulo de construcción del álabe a la entrada debería ser β'_1 en vez de β_1 .

Observaciones

1) Según la Ec. (9-19) $w^*_u \to 0$ cuando el número de álabes $z \to \infty$, en cuyo caso, según las Ecs. (9-20 B) y (9-21), $e_z = 1$, como tenía que suceder.

2) El coeficiente e_z no es un rendimiento, ya que tanto H_u como $H_{u\infty}$ son alturas teóricas, que suponen fluído ideal e irrotacional, en el que las pérdidas no existen. Este coeficiente influye, sin embargo, en la economía de la B, en cuanto que un e_z elevado produce una altura teórica mayor, o equivalentemente para la misma altura requiere un diámetro menor y una B más económica; pero en todo caso el equivalente en altura de la energía específica del rodete Y_u es H_u; por tanto la B que da menos altura absorbe también menos energía y el rendimiento es el mismo.

3) A veces, impropiamente, en tratados elementales se denomina rendimiento manométrico a

$$\eta_{man} = \eta_h e_z \qquad (9\text{-}24)$$

de donde, según la Ec. (9-22)

$$H = \eta_{man}\ H_{u\infty}$$

fórmula que permite pasar directamente de $H_{u\infty}$ a H, o viceversa, si se conoce η_{man}. Sin embargo, *el rendimiento manométrico definido por la Ec.* (9-24) *no es propiamente un rendimiento.*

4) El valor de e_z oscila entre 0,65 - 0,75 mientras que el valor de η_{man} oscila entre 0,5 y 0,7; los valores grandes se aplican a los rodetes de velocidad específica baja.

5) Las deducciones teóricas aducidas no tienen en cuenta la disminución de la circulación relativa al disminuir el ancho del rodete. Sin embargo, se ha comprobado que para el mismo diámetro del rodete la altura teórica es mayor cuando el rodete es más estrecho, o sea cuando la velocidad específica es más baja.

Método de Pfleiderer (1)

La ventaja del método de Stodola consiste en la sencillez del razonamiento y en la comodidad de una fórmula sencilla fácil de emplear. Otros métodos matemáticos basados en la transformación conforme exigen cálculos más laboriosos. Otro método sencillo, y que conduce también a una fórmula práctica fácil de aplicar, es debido a Pfleiderer. Por limitación de espacio nos contentaremos con aducir los resultados del método.

Según Pfleiderer:

$$e_z = \frac{1}{1 + \dfrac{\psi\ r_2^2}{zS}} \qquad (9\text{-}25)$$

donde ψ — factor experimental, que depende del ángulo β_2, y viene a estar comprendido entre 1,0-1,3.

Pfleiderer, basándose en numerosos ensayos experimentales, recomienda el empleo de la siguiente fórmula:

$$\psi = (0{,}55 \text{ a } 0{,}68) + 0{,}6 \text{ sen } \beta_2 \qquad (9\text{-}26)$$

pudiéndose emplear por término medio la fórmula:

$$\psi = 0{,}6\ (1 + \text{sen } \beta_2)$$

de muy cómodo empleo, o bien la recomendada también por Pfleiderer

$$\psi = (0{,}68 \text{ a } 0{,}85) \left(1 + \frac{\beta_2}{60}\right)$$

(véase diseño 7, pág. 747).

(1) K. PFLEIDERER, *Bombas centrífugas y turbocompresores,* trad. de la 4.ª ed. alemana, Labor, Barcelona 1960.

Además en la Ec. (9-25) S es el momento estático de la línea media de un álabe en su representación meridional (véase la Fig. 9-19) $S = \int_{r_1}^{r_2} r ds$; siendo

a) en los rodetes radiales:

$$S = \int_{r_1}^{r_2} r dr =$$

$$= \frac{1}{2}(r_2^2 - r_1^2) \qquad (9\text{-}27)$$

b) en los rodetes axiales $r_2 = r_1 = r$, y $S = r \cdot e$, si e representa la dimensión en el desarrollo cilíndrico que se indica en la Fig. 9-20.

c) en los rodetes diagonales S se calculará aproximando la integral por una suma finita:

$$S = \int_{r_1}^{r_2} r dx \simeq \Sigma\ r\ \Delta x$$

donde Δx — segmento de la línea media

r — radio del centro de gravedad correspondiente a cada segmento Δx.

y tomando Δx iguales, por ejemplo de 5-10 mm, se tendrá:

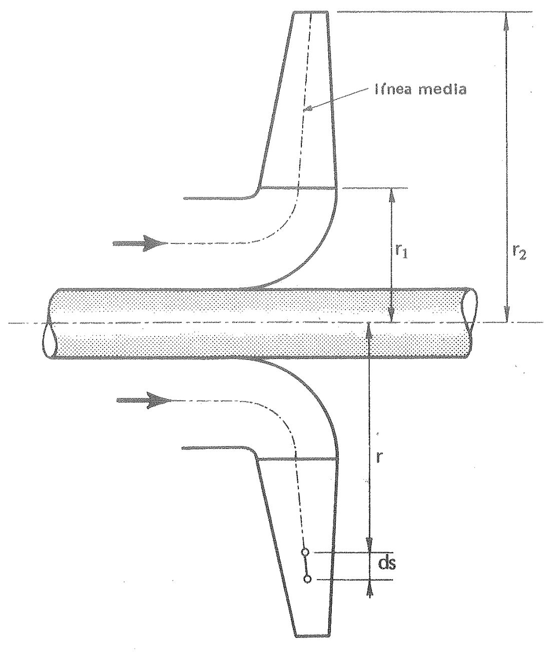


Fig. 9-19.—Determinación del *momento estático de la línea media.*

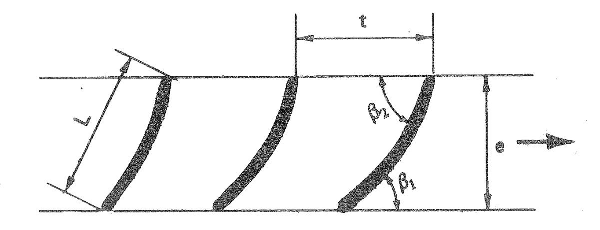


Fig. 9-20.—*Desarrollo cilíndrico* de un rodete de B axial.

$$S = \Delta x \sum_{r_1}^{r_2} r$$

Para las B radiales, según las Ecs. (9-25) y (9-27) se tendrá:

$$e_z = \frac{1}{1 + 2\frac{\psi}{z} \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2}} \qquad (9\text{-}28)$$

Eck recomienda el empleo de las fórmulas simplificadas siguientes:

a) para los valores pequeños de r_1/r_2:

$$e_z = 1 - \pi \frac{\operatorname{sen} \beta_2}{z} \qquad (9\text{-}29)$$

b) para $r_1/r_2 \simeq 0{,}5$:

$$e_z = \frac{1}{1 + \frac{4\pi}{3}\frac{\operatorname{sen} \beta_2}{z}} \qquad (9\text{-}30)$$

Los mejores resultados con la Ec. (9-28) se obtienen con rodetes radiales y álabes curvados hacia atrás, y con una relación de $r_1/r_2 > 1/2$. Los álabes directrices a la salida del rodete producen una disminución del torbellino relativo, por lo que se recomienda en este caso seleccionar según la Ec. (9-28) los valores de ψ más bajos. La incertidumbre del valor de ψ es grande, como se demuestra por el hecho de haberse encontrado en ciertos turbocompresores radiales un valor de $\psi = 1{,}8$, por consiguiente, un 50% mayor que el valor resultante de la Ec. (9-26) para $\beta_2 = 90°$.

En las TH el valor de ψ, que también puede deducirse de Ec. (9-26), es muy pequeño, e incluso a veces puede ser negativo.

En términos muy generales el valor de e_z en las B centrífugas modernas es del orden de 0,75. Por tanto, *el error que se comete tomando como verdadera la teoría unidimensional es del orden del 20%*.

También puede utilizarse la siguiente fórmula:

$$e_z = \frac{1}{1 + \frac{k}{z}} \qquad (9\text{-}31)$$

donde k — factor que puede estimarse en 3 para velocidades específicas bajas y alrededor de 5 para velocidades específicas elevadas.

Véanse los problemas 5, 7, 22 y 48.

9.4. Diseño de una B radial. Determinación básica inicial: número de escalonamientos, número de revoluciones y número específico de revoluciones

Las dimensiones principales de una bomba radial pueden verse en los cortes meridional y transversal de la misma representados en la Fig. 9-21. Los álabes en este tipo de bombas son cilíndricos y basta para su representación un solo corte transversal, donde se muestra en su verdadera forma la directriz del álabe cilíndrico, cuyas generatrices son paralelas al eje de la máquina.

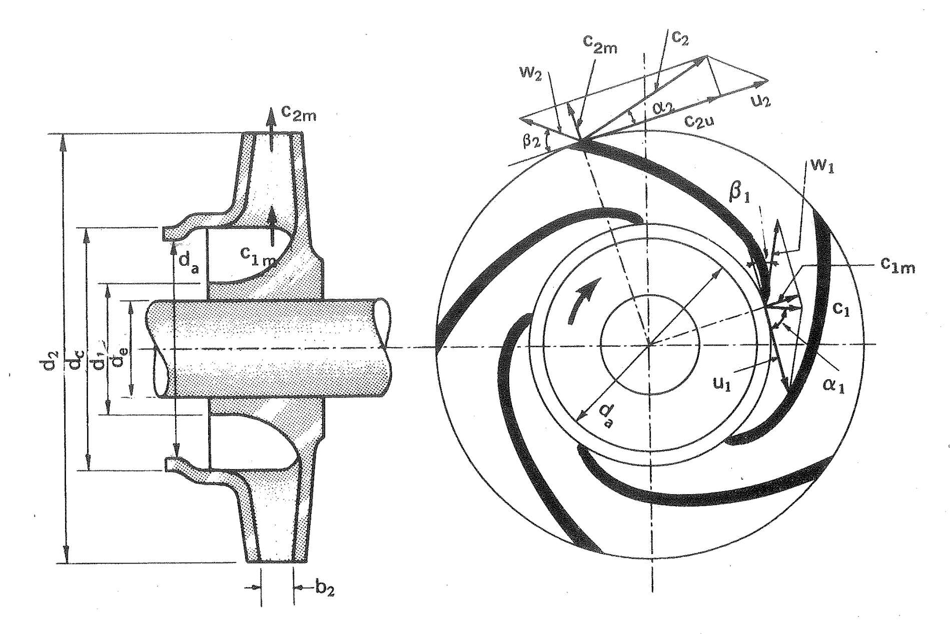


Fig. 9-21.—*Dimensiones principales* de una B radial

El diseño de una B, como el de cualquier otra TMH, es un arte que es preciso aprender; pero que se perfecciona con la experiencia, la cual desarrolla "el sentido común hidráulico" que ha de poseer el ingeniero proyectista de las TMH. En la marcha del cálculo se hacen suposiciones y seleccionan parámetros, a base de estudios teóricos y experimentales obtenidos en los bancos de prueba propios o ajenos o en las B ya instaladas o en funcionamiento, y condensados en un arsenal de tablas o curvas de coeficientes a disposición del proyectista. Las suposiciones hechas anteriormente se confirman o rectifican después, en un proceso continuo de marcha adelante y atrás; de manera que al final las hipótesis establecidas no se contradigan entre sí. Resumiremos aquí los principales estudios teóricos y experimentales recogiendo los valores más corrientemente admitidos de los parámetros de diseño y mostrando la marcha a seguir en el proyecto de una B radial.

Los datos iniciales mínimos para el proyecto de una B son el cual útil Q y la altura efectiva H, que la B deberá suministrar. Además puede especificarse el número de revoluciones, que la B tenga un solo escalonamiento, que el diámetro del rodete no exceda un valor determinado, etc...

Si suponemos para más generalidad que sólo se especifica Q y H, convendrá empezar el diseño determinando, provisionalmente al menos, el número de escalonamientos z, el número de revoluciones n y el número específico de revoluciones n_s, parámetros que están entre sí relacionados, de manera que si varía z, por ejemplo, y no varía n, resulta un tipo de B caracterizado por un n_s totalmente distinto.

Si la altura que debe suministrar la B es, por ejemplo, H = 100 m para el caudal especificado cabe pensar en un solo escalonamiento de 100 m, en 2 iguales, cada uno de 50 m; en 4 de 25 m; en 5 de 20 m, etc... Si el número de revoluciones se mantiene invariable, es evidente que el tipo de rodete, el n_s, en cada caso será totalmente distinto.

Teóricamente para cualquier Q y H se podría utilizar siempre el mismo n_s o sea un mismo tipo de B en tamaños distintos, según la potencia.

Prácticamente sin embargo, si Q es grande y H pequeña el tamaño del rodete d_2 sería excesivamente grande, y el número de revoluciones excesivamente pequeño. Por el contrario, en el otro extremo, si Q es pequeño y H grande, se llegaría a un rodete minúsculo y a una velocidad de rotación exageradamente elevada.

Las B de un solo escalonamiento pueden construirse con cualquier n_s comprendido aproximadamente entre 35-1800 (véanse las Figs. 9-22 y 9-23). Sin embargo, por debajo de $n_s = 80$ el rendimiento total sensiblemente disminuye, No obstante las B de n_s comprendido entre 35-150 se construyen generalmente con un solo rodete en el cual el flujo es completamente radial. Si el n_s aumenta el flujo en el rodete pasa gradualmente de la dirección radial a la dirección axial, como puede verse en las Figs. 9-22 y 9-23. El n_s más corriente de las B hélice está comprendido entre 500-800, pero se puede forzar hasta 1800. Con las B de varios escalonamientos o multicelulares se consigue disminuir el n_s (véase la Ec. (8-57)], y es posible alcanzar alturas manométricas muy elevadas.

Siguiendo a Pfleiderer se pueden establecer los límites siguientes, que sin embargo no pueden fijarse matemáticamente.

Rodete radial (lento): $n_s = 40–140$ ($n_q = 11–38$)

Rodete Francis (normal): $n_s = 140–300$ ($n_q = 38–82$)

Rodete helicoidal (rápido): $n_s = 300–600$ ($n_q = 82–164$)

Rodete axial (más rápido): $n_s = 365–1800$ ($n_q = 100–500$).

Determinación del número de escalonamientos

Para ello se procederá como en el siguiente ejemplo: Sean los datos iniciales: $Q = 10 \cdot 10^{-3}$ m^3/s, H = 90 m, y n = 1450 rpm. Aplicando la Ec. (8-47) se tendrá:

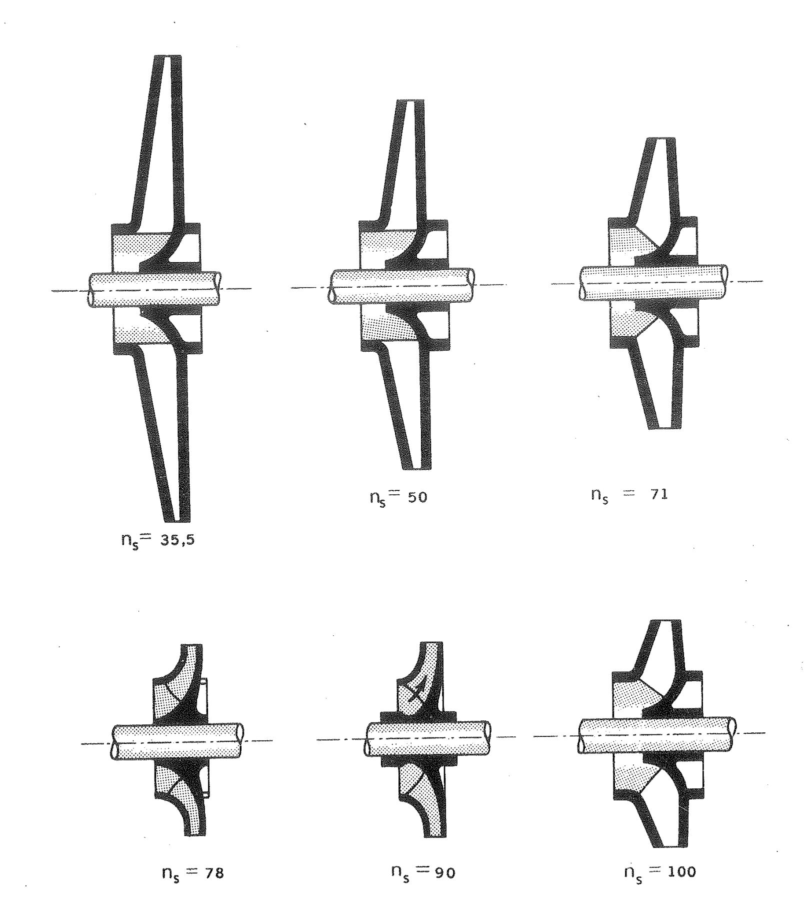


Fig. 9-22.—*Cortes meridionales* de B centrífugas de n_s bajos.

$$n_s = 3{,}65\, n \frac{Q^{1/2}}{H^{3/4}} = 3{,}65 \cdot 1450\, \sqrt{0{,}010}/90^{3/4} = 18{,}1$$

Según lo dicho anteriormente este valor de n_s es prácticamente irrealizable en las B, que son siempre de admisión total (con admisión parcial se evitan estos inconvenientes). Es preciso, pues, recurrir a varios escalonamientos. Entonces puede fijarse de antemano el tipo de rodete que se quiere emplear, el n_s, a base de otras consideraciones: bajo coste de fabricación, buenas condiciones de aspiración (véase la Sec. 8.5), curva H—Q favorable, etc... Supongamos que escogemos $n_s = 70$. El número de escalonamientos z será según la Ec. (8-57):

$$z^{3/4} \cdot 18{,}1 = 70$$

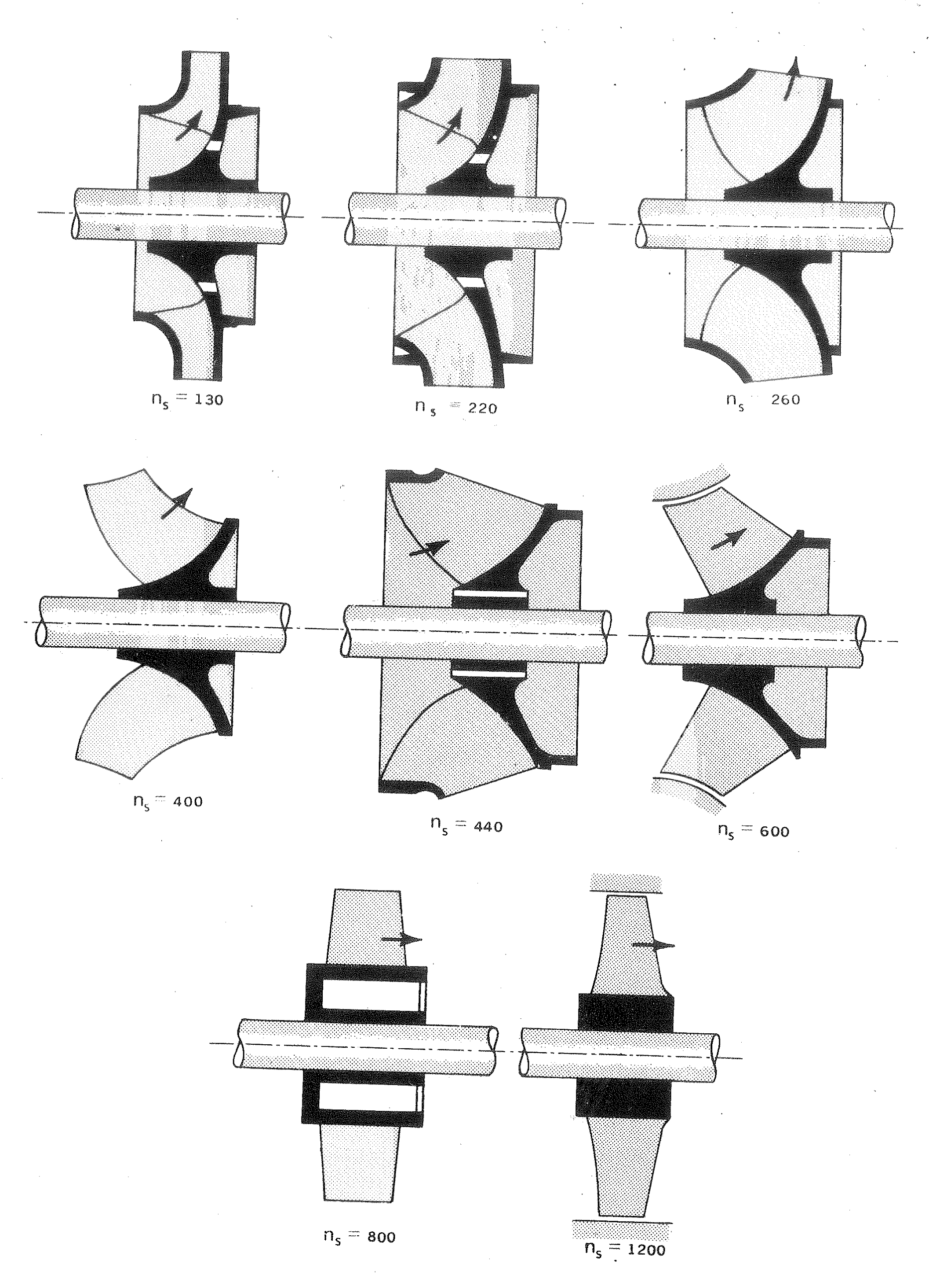


Fig. 9-23.–*Cortes meridionales* de B centrífugas y axiales de n_s elevados.

$$z = \left(\frac{70}{18{,}1}\right)^{4/3} = 6{,}07 \simeq 6$$

es decir, utilizaremos una B con 6 escalonamientos. Ya se ve que en la selección de z, n y n_s muchas veces será conveniente comparar varias posibilidades, e incluso desarrollar al menos un anteproyecto de algunas de ellas a fin de establecer la comparación. Si se prescribe el número de revoluciones, o si se quiere que éste sea elevado, partiendo, como haremos más tarde, del coeficiente de presión o del coeficiente de velocidad periférica con un solo rodete, se llegaría a un diámetro excesivamente grande y a una velocidad periférica inadmisible desde el punto de vista de resistencia de materiales. El problema se resuelve en este caso utilizando varios escalonamientos.

Otras veces se comenzará el proyecto seleccionando la velocidad de rotación n teniendo en cuenta: 1) que la velocidad de rotación elevada conduce a una B más pequeña, y a un motor de accionamiento más barato; 2) tipo de accionamiento que se prevé; así por ejemplo, si la B ha de ser accionada por TV o TG se elegirá una velocidad de rotación elevada, lo que conducirá para el Q y H dados a una B de mayor n_s; 3) si la B ha de tener el tipo de accionamiento más frecuente, motor eléctrico asíncrono, se podría hacer un estudio comparativo de los n_s resultantes con las velocidades más frecuentes (con corriente de 50 períodos; 1, 2, 3, 4, 5 y 6 pares de polos y teniendo en cuenta el deslizamiento): 2900, 1450, 970, 730, 580, 480 rpm.

Las curvas de la Fig. 9-24 análogas a las de la Fig. 8-4 representan los n_s máximos que es recomendable utilizar según la altura suministrada. Según el principio general de escoger siempre un n_s elevado, se puede escoger también el número específico de revoluciones a partir de la altura efectiva a base de esta figura.

Si el n_s de un rodete, no de la máquina completa, elegido cae aproximadamente dentro de la gama anteriormente indicada para las máquinas radiales de 40-140, el diseño se continuará como se enseña en este capítulo.

9.5. Diseño de una B radial: forma, número y espesor de los álabes

9.5.1. Selección de la directriz de los álabes cilíndricos

Los álabes de las B radiales, como ya hemos dicho, son álabes cilíndricos de generatrices paralelas al eje de la B; en contraposición a los de las B diagonales, que representan una doble curvatura en el espacio. En efecto, como se ve en la Fig. 9-21,a, la arista de entrada del rodete es paralela al eje de la B; luego todos los puntos de la misma tienen la misma velocidad u_1, con lo cual todos los triángulos de velocidad a la entrada se podrán suponer iguales y lo mismo a la salida. La corriente en todos los planos transversales será igual (corriente bidimensional). Los álabes dibujados en la Fig. 9-21,b constituyen las directrices de los cilindros.

De la forma del álabe sólo sabemos hasta ahora cómo ha de ser a la entrada, ángulo β_1 (véase Sec. 19.1) y a la salida, ángulo β_2 (Sec. 9.2).

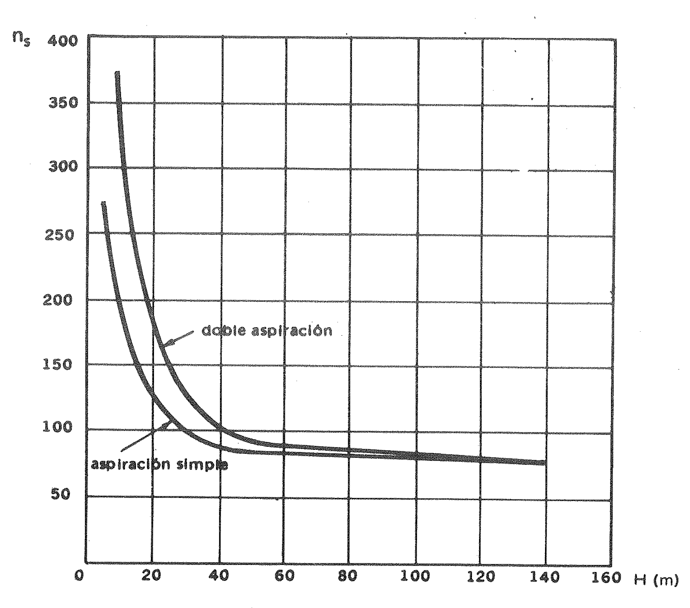


Fig. 9-24.–*Número específico de revoluciones máximo* recomendables en función de la altura efectiva de una B de simple o doble aspiración.

Teóricamente, según la ecuación de Euler, la energía comunicada al fluído en la B sólo depende de la forma del álabe a la entrada y la salida, y no de la curva o directriz del álabe, que podría ser cualquiera. *Prácticamente* la forma de esta directriz ha de ser lo más favorable posible, de manera que se consiga un ensanchamiento suave sin aumentar excesivamente la superficie mojada, para reducir al mínimo la suma de las pérdidas de superficie y de forma. Por esta razón la forma de esta curva influye en la altura efectiva de la B, en el caudal y en el rendimiento. La forma del álabe a la entrada puede influir favorable o desfavorablemente en la cavitación (véase la Sec. 234).

El trazado de los álabes se lleva a cabo en la práctica por uno de los procedimientos siguientes:

a) Trazado por un solo arco de circunferencia.

b) Trazado por varios arcos de circunferencia.

c) Trazado por varios arcos de circunferencia, excepto la zona AF (véase la Fig. 9-25) que es la más delicada (peligro de desprendimiento del flujo en la entrada); por lo cual se busca una forma que no influya en la corriente como es teóricamente una espiral logarítmica (véase la Sec. 9.6.1.2) y prácticamente también una evolvente de círculo .

d) En el caso especial en que $\beta_1 = \beta_2$ se puede trazar todo el álabe como una espiral logarítmica (compárese con la Sec. 9.6.1.2).

e) Trazado por puntos.

De todos estos métodos sólo estudiaremos el primero y el último.

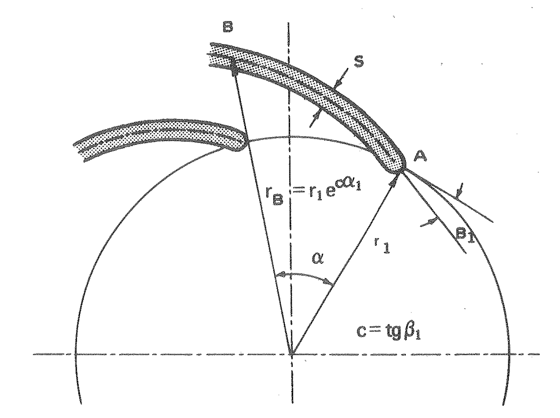


Fig. 9-25.–Borde de entrada de los álabes en forma de espiral logarítmica.

Trazado del álabe por un solo arco de circunferencia

Se reduce a resolver gráficamente el problema de buscar el centro de un arco de circunferencia, que corte a las circunferencias de entrada y salida de radios r_1 y r_2 bajo los ángulos β_1 y β_2 conocidos. En la Fig. 9-26 se traza un radio cualquiera OA: el punto A será el final del álabe. En el punto O, se traza el ángulo $\beta_1 + \beta_2$, que determina el radio OC, como indica la figura; se traza la recta AC, que determina el punto B en el círculo interior de radio r_1; a partir del radio OB se traza el ángulo β_1, y a partir del radio OA el ángulo β_2. El punto G en que se cortan las rectas BG y AG es el centro del círculo. En efecto: el triángulo OBC es un triángulo isósceles; luego $\hat{C} = \hat{B}$; $\hat{C}$ (ángulo exterior al triángulo OAC) $= \beta_1 + \beta_2 + \gamma$; luego $\hat{B} = \beta_1 + \beta_2 + \gamma$, y en el triángulo AGB el ángulo en B es igual a $\beta_2 + \gamma$ como el ángulo en A y el triángulo es también isósceles, y por tanto AG = BG y G es el centro de la circunferencia buscada, que corta al círculo de radio r_1 con el ángulo β_1 y al círculo de radio r_2 con el ángulo β_2.

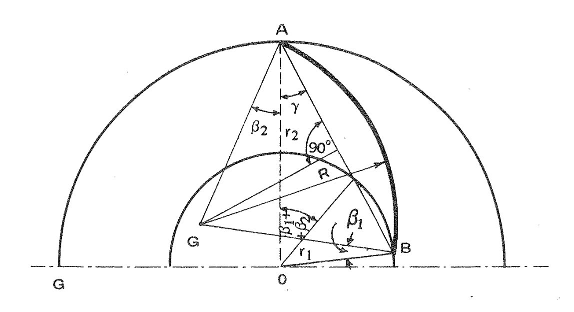


Fig. 9-26.–Trazado del álabe con un solo arco de círculo.

El procedimiento práctico para el trazado será el siguiente: Escogido un punto A en la circunferencia de salida de radio r_2 y construyendo en dicho punto el ángulo β_2 conocido se obtiene el punto G o centro de la circunferencia del álabe de radio R por la ecuación siguiente, cuya deducción es inmediata:

$$R = \frac{r_2^2 - r_1^2}{2\,(r_2 \cos\beta_2 - r_1 \cos\beta_1)} \qquad (9\text{-}32)$$

Trazado del álabe por puntos

Este método supone que se han fijado previamente las dimensiones principales a la salida y entrada del rodete: d_1, d_2, b_1, b_2 y β_1, β_2, y que se han determinado previamente los triángulos de velocidad a la entrada y salida, por alguno de los procedimientos que se estudiarán en la Sec. 9.5.6.5 y es aplicable tanto a las BH como a los V y TC radiales. En la Fig. 1, Pág. 496 se divide el eje de abscisas a partir de r_1 hasta r_2 en una serie de radios intermedios (5 en la figura). Se prescribe una distribución cualquiera de la velocidad relativa; en la figura se ha prescrito distribución lineal, lo que parece muy aceptable. Asimismo se hace con la velocidad c_m. Se prescribe una variación del espesor del álabe s procurando que aerodinámicamente esté bien fuselado, o bien se supone (así frecuentemente en los V con álabes de chapa) un álabe de espesor constante. En cualquier punto A del álabe (Fig. 9-27) se tendrá:

$$\text{sen}\,\beta = \frac{c_m}{w} \qquad (9\text{-}33)$$

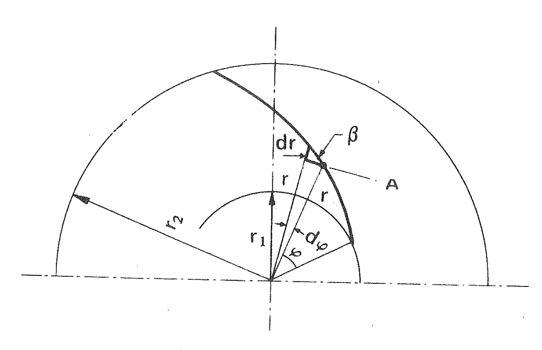


Fig. 9-27.–Trazado del álabe por puntos.

En lugar de prescribir una variación de c_m a lo largo del radio resulta más práctico prescribir una variación de b, la cual variación de b se conoce, si se ha calculado previamente el rodete y dibujado en la proyección meridional (véase diseño 1, Fig. 4. Este método se aplica en el diseño 2, Pág. 495).

$$\text{tg}\,\beta = \frac{dr}{r\,d\phi} \qquad (9\text{-}34)$$

y

$$d\phi = \frac{dr}{r\,\text{tg}\,\beta} \qquad (9\text{-}35)$$

El ángulo ϕ en grados en función del radio r se obtendrá integrando la Ec. (9-35), y multiplicando por $180/\pi$ para pasar de radianes a grados:

$$\phi^\circ = \frac{180}{\pi}\int_{r_1}^{r} \frac{dr}{r\,\text{tg}\,\phi} \qquad (9\text{-}36)$$

ϕ, r son las coordenadas polares del álabe.

El procedimiento se lleva a cabo gráfica y tabularmente, a base de la Fig. 2, dis. 2 y de las fórmulas (9-33) a (9-36): para cada valor de r se calcula sen β [Ec. (9-33)] y tg β; luego se halla el valor de $\frac{1}{r\,\text{tg}\,\beta}$, obteniéndose la curva $\frac{1}{r\,\text{tg}\,\beta} = f(r)$ de la Fig. 2, dis. 2; adicionando las áreas, como la rayada en la misma figura, $\left(\frac{1}{r\,\text{tg}\,\beta}\cdot \Delta r\right)$, se calcula aproximadamente la integral de la Ec. (9-36), y con ella el ángulo ϕ. (Véase el diseño 2, Pág. 495).

9.5.2. Número de álabes

La determinación teórica del número óptimo de álabes, según el tipo de diseño del rodete, hasta el momento presente es imposible. Este número se ha de determinar mediante el experimento. Puesto que al aumentar el número de álabes disminuye el *deslizamiento* o torbellino relativo (recuérdese que el deslizamiento no implica mayores pérdidas, pero sí mayor diámetro del rodete; de donde la conveniencia de conseguir un factor de disminución de trabajo e_z elevado) podría parecer a primera vista que el número de álabes debería ser cuanto más grande mejor. Sin embargo, al aumentar excesivamente el número de álabes aumentan las pérdidas de superficie más rápidamente que disminuyen las pérdidas de forma, al paso que disminuye el área útil para el flujo. Es preferible tender a que la sección transversal del conducto sea aproximadamente cuadrada, puesto que así se reducen las pérdidas por fricción a un mínimo.

El número de álabes depende de la forma de los mismos y de la forma del rodete, del n_s. En particular:

a) Para alcanzar una misma potencia útil es necesario mayor número de álabes en los álabes curvados hacia atrás que en los álabes curvados hacia adelante o de salida radial. (Los dos últimos casos son más frecuentes en los V que en las BH).

b) Cuanto mayor es el coeficiente de presión, siendo igual la forma geométrica de los álabes, e iguales las restantes condiciones, tanto menor es el número de álabes.

c) Con igual forma geométrica de los álabes su número depende de la relación de diámetros d_1/d_2; si los álabes son cortos se requiere mayor número que si son alargados.

d) En general el número de álabes deberá ser tanto mayor cuanto la velocidad específica de la B sea mayor.

e) El número de álabes aumenta también con el tamaño y la altura efectiva H.

f) Las B de pasta de papel, B de líquidos cenagosos, etc..., denominadas *inobturables,* se construyen con frecuencia con dos álabes solamente, en razón del servicio especial a que se destinan.

Existen fórmulas empíricas que constituyen una guía en la selección del número óptimo de álabes. La más sencilla es la aducida por Stepanoff, aplicable a BH, V y también a TC centrífugos con ángulos β_2 en la gama de 25-90°, a saber:

$$z = \beta_2^{\circ}/3 \qquad (9\text{-}37)$$

Una formula muy utilizada, y más exacta al tener en cuenta mayor número de variables es la debida a Pfleiderer:

$$z = k\,\frac{d_2 + d_1}{d_2 - d_1}\,\text{sen}\,\frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \qquad (9\text{-}38)$$

El coeficiente k tiene un valor medio aproximado de 6,5, y suele oscilar entre 3-10 o valores incluso más elevados.

Puede decirse que el número de álabes en las bombas radiales varía desde un mínimo de 5-6 para velocidades específicas muy bajas, hasta un máximo cercano a 12 para velocidades específicas muy altas.

Peculiaridades de los V.

1) Los rodetes con álabes curvados hacia adelante (poco frecuentes en las BH), requieren mayor número de álabes que los rodetes con álabes curvados hacia atrás, a fin de que la corriente esté bien dirigida, ya que los álabes son cortos, y con rápido cambio de temperatura.

2) Kerton realizó investigaciones con V de álabes curvados hacia atrás para ángulos $\beta_1 = 30°$ y $40°$, dotados de 4, 8, 16 y 32 álabes, y constató el mejor rendimiento con 8 álabes y el peor con 32; con 4 álabes el rendimiento era más elevado que con 16.

3) A una misma velocidad periférica u_2 el aumento de número de álabes tiende a elevar la frecuencia del sonido y a reducir al mismo tiempo ligeramente su intensidad. Según los tipos el número de álabes de los V más frecuente es el siguiente:

Tipo de V	Número de álabes
Alabes curvados hacia atrás	14–24
" de doble curvatura (no cilíndricos) ...	16–24
" curvados hacia adelante	32–66

9.5.3. Espesor de los álabes

Los álabes reales son a) en número finito y b) tienen además un cierto espesor. Lo primero nos ha conducido al *factor de disminución de trabajo* y lo segundo, que vamos ahora a considerar, nos conducirá al *coeficiente de obstrucción*. Ambas cosas afectan a los triángulos de velocidad a la entrada y salida.

El espesor de los álabes depende, como es natural, del tamaño del rodete, del material empleado y de la calidad de la fundición. Si los álabes son delgados el rendimiento hidráulico inicial aumenta; pero pueden deteriorarse con el tiempo al no soportar la erosión debida a la cavitación (véase la Sec. 23.4) como los

álabes de mayor espesor. Los álabes de fundición suelen construirse con espesor de 4-8 mm.

Los álabes se suelen construir redondeados a la entrada y afilados a la salida. La influencia del espesor de los álabes podrá pues despreciarse muchas veces a la salida, pero no a la entrada. En el caso general ambos espesores deberán tenerse en cuenta en los cálculos. El espesor de los álabes produce una disminución de la sección transversal útil para el flujo en la entrada y un aumento de la misma en la salida; no supone, sin embargo, aporte de energía alguno. Es decir, *el espesor de los álabes influye sobre la componente meridional de la velocidad absoluta, no sobre la componente periférica.* Observando la Fig. 9-28 y aplicando la ecuación de continuidad, se deducen inmediatamente las fórmulas siguientes, con las cuales

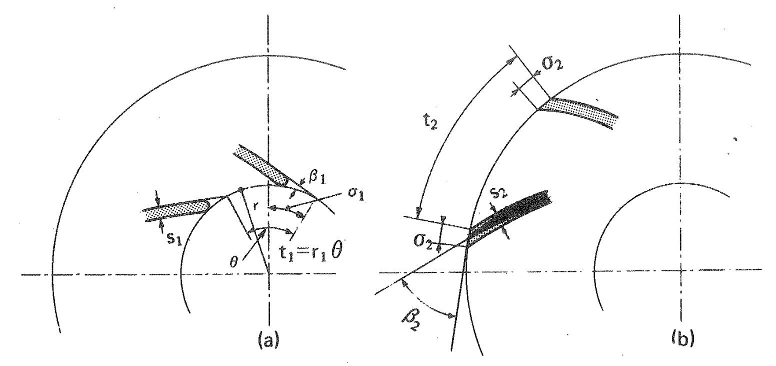


Fig. 9-28.—*Espesor* de los álabes: a) a la entrada; b) a la salida.

se construyen los nuevos triángulos de velocidad a la entrada, que se representan en la Fig. 9-29. Denominamos 1′ el estado del fluído antes de entrar en los álabes (antes de la contracción del flujo), 1 en la entrada misma, 2 en la salida misma y 3 después de los álabes (después de la expansión del flujo). *El estado 3 representa el estado del flujo a la entrada del difusor.* Se tiene, pues (véase Fig. 9-28):

$$\frac{c_{1m}}{c_{1'm}} = \frac{t_1}{t_1 - \sigma_1}$$

pero

$$\sigma_1 = \frac{s_1}{\text{sen}\,\beta_1}$$

luego

$$c_{1m} = c_{1'm}\,\frac{t_1}{t_1 - \dfrac{s_1}{\text{sen}\,\beta_1}} = c_{1'm}\,\frac{t_1 \,\text{sen}\,\beta_1}{t_1\,\text{sen}\,\beta_1 - s_1} = c_{1'm}\,\tau_1 \qquad (9\text{-}39)$$

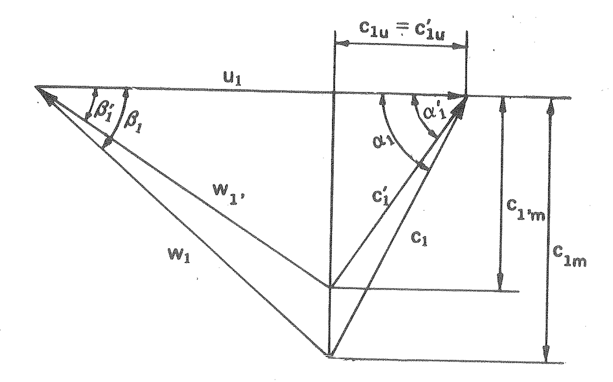


Fig. 9-29.–*Triángulos de velocidades de entrada* sin tener en cuenta y teniendo en cuenta el espesor de los álabes (a la entrada).

donde

$$\tau_1 = \frac{t_1 \operatorname{sen} \beta_1}{t_1 \operatorname{sen} \beta_1 - s_1} > 1 - \textit{coeficiente de obstrucción} \qquad (9\text{-}40)$$

que en las BH viene a estar comprendido entre 1,10 y 1,25 y en los V suele ser un poco menor.

A la salida el flujo se retarda al aumentar la sección transversal en vez de acelerarse como a la entrada. Si los álabes están afilados a la salida, el coeficiente τ_2 será igual a uno. El triángulo de velocidad de salida se transforma (Fig. 9-30), según las ecuaciones siguientes:

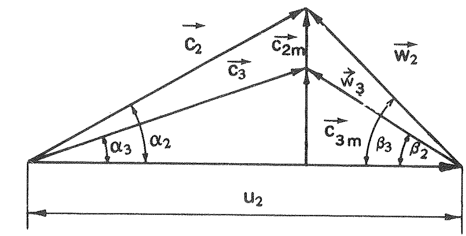


Fig. 9-30.–*Triángulos de velocidades de salida* sin tener en cuenta y teniendo en cuenta el espesor de los álabes (a la salida).

$$c_{3m} = c_{2m} \frac{t_2 - \sigma_2}{t_2}$$

$$\sigma_2 = \frac{s_2}{\operatorname{sen} \beta_2}$$

y

$$c_{3m} = c_{2m} \frac{t_2 - \dfrac{s_2}{\operatorname{sen} \beta_2}}{t_2} = c_{2m} \frac{t_2 \operatorname{sen} \beta_2 - s_2}{t_2 \operatorname{sen} \beta_2} = \frac{c_{2m}}{\tau_2}$$

donde $\tau_2 = \dfrac{t_2 \operatorname{sen} \beta_2}{t_1 \operatorname{sen} \beta_1 - s_1} > 1$ – *coeficiente de obstrucción a la salida.* Frecuentemente (álabes afilados a la salida) $\tau_2 = 1$.

9.5.4. Modificación de los triángulos de velocidades de entrada y salida

Como resumen de lo dicho en las Secs. 9.3.4 y 9.5.3, en las Figs. 9-31 y 9-32 se han dibujado los triángulos de velocidades de entrada y salida (el subíndice ∞ denota la suposición de infinituo número de álabes):

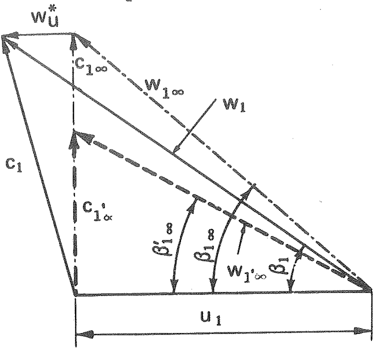


Fig. 9-31.–Modificaciones diversas del *triángulo de velocidades de entrada.*

a) según la teoría unidimensional (dibujados con trazos);

b) con la modificación debida al torbellino relativo (dibujados con trazo y punto);

c) triángulos finales, que tienen en cuenta la modificación anterior y la debida al espesor de los álabes (dibujado con línea continua).

Según las discusiones que han precedido se debería construir la B con los ángulos siguientes:

- entrada del álabe: β_1; porque es el ángulo verdadero de la corriente (*el ángulo final es el constructivo*);
- salida del álabe: β_2; porque supuesto este ángulo del álabe tiene lugar la desviación debida al remolino relativo y la expansión del flujo a la salida (*el ángulo inicial es el constructivo*);

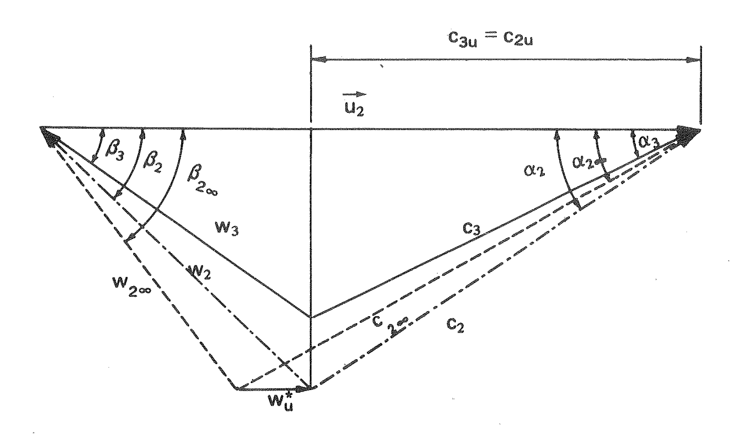


Fig. 9-32.–Modificaciones diversas del *triángulo de velocidades de salida.*

– entrada en la corona directriz o caja espiral: α_3 ; porque es el ángulo verdadero de la corriente absoluta (utilizando el ángulo α_3 como ángulo constructivo se evita el choque de la corriente absoluta con un órgano fijo).

Si el ángulo β_1 resulta demasiado pequeño para evitar un estrangulamiento de la corriente a la entrada se utiliza el ángulo $\beta'_{1\infty}$.

9.5.5. Anteproyecto de una B radial a base del número específico de revoluciones n_s

Es fácil hacer un anteproyecto de una B basándose en el teorema demostrado en la Sec. 8.5 de que *todas las B geométricamente semejantes tienen el mismo número específico de revoluciones.* En efecto, fijado n_s de la manera que se dijo en la Sec. 9.4 *teóricamente* queda determinada ya la forma del rodete. El construc-

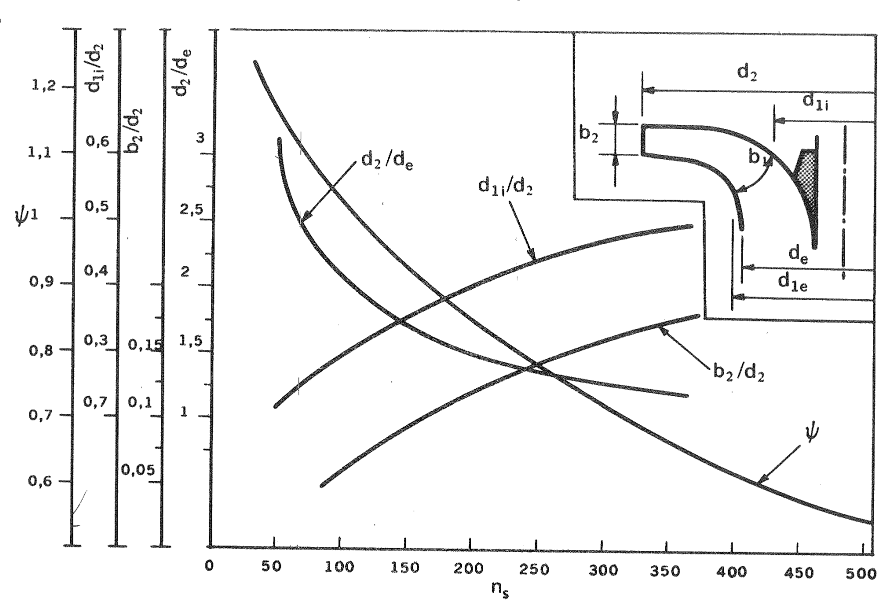


Fig. 9-33.– *Dimensiones principales* del rodete en función de n_s

tor de la B puede recoger cuanta información esté a su alcance sobre ya B construidas por él o por otros fabricantes, y llevar todos los parámetros de diseño de dichas B a un sistema de coordenadas de abscisa n_s y unir los puntos homólogos (o correspondientes al mismo parámetro) mediante curvas como las que a título de ejemplo se muestran en la Fig. 9-33. Un gráfico como el de la Fig. 9-33 conteniendo las dimensiones principales de la B en forma adimensional, e independiente por tanto del tamaño o potencia de la B, permite trazando una perpendicular al eje de abscisas por el punto correspondiente al valor de n_s de la B, obtener de un golpe en los puntos de intersección con las diferentes curvas los valores de los parámetros y dimensiones principales, y obtener así un anteproyecto de la B.

Problema 19.

Se precisa una B para impulsar 1400 l/min de agua fría a una altura efectiva de 20 m.

Estimar:

a) las dimensiones principales del rodete, el coeficiente de presión y el coeficiente de caudal, si la B gira a 2900 rpm;

b) lo mismo si gira a 1450 rpm;

c) lo mismo si gira a 970 rpm.

a) *La B gira a 2900 rpm.*

$$Q = \frac{1,4}{60} = 0,02333 \ m^3/s$$

En este caso

$$n_s = \frac{3,65 \cdot 0,02333^{1/2}}{20^{3/4}} \cdot 2900 = 0,05891 \cdot 2900 = 170,8$$

En las cuatro curvas de la figura se lee para este valor de n_s:

$$\psi \simeq 0,9 \quad ; \quad \frac{d_2}{d_e} = 1,6 \quad ; \quad \frac{d_{1i}}{d_2} = 0,36 \quad ; \quad \frac{b_2}{d_2} = 0,1$$

Según la Ec. (8-59):

$$\psi = \frac{2gH}{u_2^2} = \frac{2 \cdot 3600 \cdot 9,8 \cdot 20}{(\pi \cdot d_2 \cdot 2900)^2} = 0,017 \frac{1}{d_2^2}$$

luego:

$$d_2 = \sqrt{\frac{0,017}{0,9}} = 0,1389 \ m$$

b) *La B gira a 1450 rpm*

$$n_s = 0,05891 \cdot 1450 = 85,42$$

En la misma figura se lee:

$$\psi = 1,1$$

$$\frac{d_2}{d_e} = 2,2$$

$$\frac{d_{1i}}{d_2} = 0,26$$

$$\frac{b_2}{d_2} = 0,05$$

e igual que en el apartado anterior, tendremos:

$$\psi = \frac{2 \cdot 3600 \cdot 9{,}81 \cdot 20}{(\pi \cdot d_2 \cdot 1450)^2} = 0{,}068 \cdot \frac{1}{d_2^2}$$

Luego:

$$d_2 = \sqrt{\frac{0{,}068}{1{,}1}} = 0{,}2486 \text{ m}$$

c) *La B gira a 970 rpm*

$$n_s = 0{,}05891 \cdot 970 = 57{,}14$$

En la misma figura se lee

$$\psi = 1{,}15$$

$$\frac{d_2}{d_e} = 2{,}7$$

$$\frac{d_{1i}}{d_2} = 0{,}22$$

$$\frac{b_2}{d_2} = 0{,}025$$

e igual que en el apartado anterior:

$$\psi = \frac{2 \cdot 3600 \cdot 9{,}81 \cdot 20}{(\pi \cdot d_2 \cdot 970)^2} = 0{,}1521 \cdot \frac{1}{d_2^2}$$

Luego:

$$d_2 = \sqrt{\frac{0{,}1521}{1{,}15}} = 0{,}3636 \text{ m}$$

9.5.6. Diseño del rodete

A partir de los datos iniciales Q y H tota, y determinado, según lo dicho en la Sec. 9.4, el número de escalonamientos z, la altura H por escalonamiento será igual a la altura total a suministrar dividida por z. A continuación se fija n, según lo dicho en la Sec. 9.4 y se procede sistemáticamente al cálculo de las dimensiones del rodete acotadas en la Fig. 9-21: diámetro del eje y del cubo del rodete, d_e y d_c; diámetros de entrada y salida, d_1 y d_2, etc... Para ello se prescriben ciertas velocidades favorables del flujo, con lo cual automáticamente quedan determinadas

ciertas dimensiones. Recíprocamente al funcionar la B con el caudal de diseño Q, tendrá el flujo en dicho lugar la velocidad prescrita que se ha estimado favorable al buen rendimiento.

En particular es importante la determinación de los ángulos β_1 y β_2 de los triángulos de velocidades de entrada y salida, que en las B radiales son idénticos para todos los filamentos que integran la corriente total que circula por el rodete.

9.5.6.1. Diámetros del eje y del cubo del rodete, d_e y d_c

Diámetro del eje

El cálculo del eje es un problema de Resistencia de Materiales, y nos contentaremos con aducir las fórmulas. Este cálculo puede realizarse de dos maneras de las cuales la segunda es más exacta:

1) Teniendo en cuenta solamente el esfuerzo de torsión estimado con un margen de seguridad adecuado.

La potencia útil de la B es:

$$P = Q \rho Y = Q \rho gH$$

que con los datos iniciales puede calcularse.

La potencia en el eje o potencia de accionamiento es:

$$P_a = \frac{Q \rho g H}{\eta_{tot}}$$

que se calcula estimando un rendimiento total, para lo cual pueden servir las curvas de la Fig. 9-34 en función del número específico de revoluciones y de la potencia. Esta estimación, aunque aproximada, porque no se tienen en cuenta

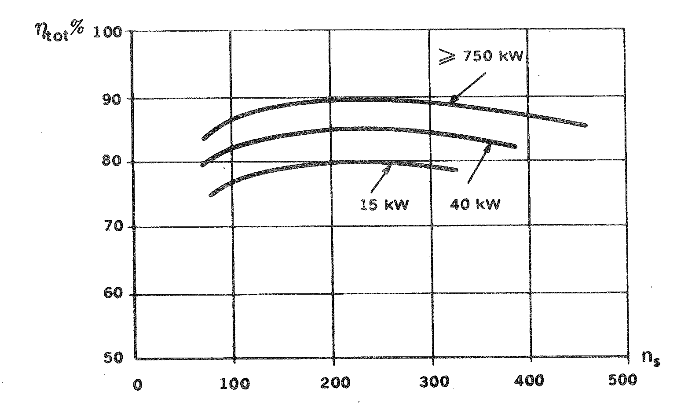


Fig. 9-34.—Primera *estimación del* η_{tot} de una B en función de n_s y de la potencia de accionamiento.

otros factores que pueden tener influencia en el rendimiento total, es suficiente, porque el error queda englobado en el margen de seguridad mencionado. Otras veces se estiman por separado el rendimiento hidráulico η_h, volumétrico η_v, y mecánico η_m, así como el rendimiento por rozamiento de disco η_r y luego se aplica la Ec. (4-34), para obtener el η_{tot}.

El momento de torsión transmitido por el eje será:

$$M = \frac{P_a}{2\pi n} \qquad \text{(en rps)}$$

y el diámetro del eje, según la ecuación conocida de la torsión, será:

$$d_e = \sqrt[3]{\frac{16\,M}{\pi\,S_s}}$$

donde s_S – esfuerzo cortante. Para un cálculo inicial puede tomarse $s_S = 1200 \frac{N}{cm^2}$, que es un valor relativamente bajo, y por tanto seguro.

2) El diámetro ha de ser tal que el eje no sólo pueda soportar el momento de torsión considerado en 1 sino también el momento de flexión, y que se reduzca la flexión lateral a un mínimo, y finalmente ha de ser tal que la velocidad crítica del rotor se mantenga suficientemente alejada de la velocidad de funcionamiento (para evitar la resonancia).

El momento de flexión es debido al peso total del rotor y al empuje radial desequilibrado (véase la Sec. 17.4), que aún no se conocen, y en este estadio del diseño será preciso estimar. El diámetro del eje basado en el esfuerzo de flexión solamente es

$$d_e = \sqrt[3]{\frac{32\,M_f}{\pi\,s_t}}$$

donde s_t – esfuerzo máximo permisible de tensión o de flexión.
M_f – momento de flexión máximo.

Diseñado ya el rodete y conocidas las cargas se pueden comprobar los esfuerzos y la flexión del eje, que en este momento sólo pueden ser estimados.

El esfuerzo cortante combinado máximo viene dado por la fórmula:

$$s'_s = \frac{1}{2}\sqrt{4\,s_s^2 + s_t^2}$$

y el esfuerzo máximo combinado de tensión por la fórmula:

$$s'_t = \frac{1}{2}s_t + \frac{1}{2}\sqrt{4\,s_s^2 + s_t^2}$$

Diámetro del cubo

El diámetro del cubo d_c (véase la Fig. 9-21) puede hacerse 8-12 mm mayor que el diámetro del eje, según el valor de este último.

9.5.6.2. Diámetros de salida y entrada de los álabes, d_2 y d_1

Diámetro de salida, d_2

El diámetro d_2 fija el tamaño del rodete. De ahí la importancia de su determinación. Para ello se puede emplear

a) *el coeficiente de velocidad periférica a la salida*

$$k_{u_2} = \frac{u_2}{\sqrt{2gH}}$$

(véase la Sec. 8.2.1), siendo

$$u_2 = \pi d_2 n \qquad \text{(n en rps)}$$

se tendrá

$$d_2 = \frac{k_{u_2}}{\pi n}\sqrt{2gH}$$

b) *El coeficiente de presión* ψ

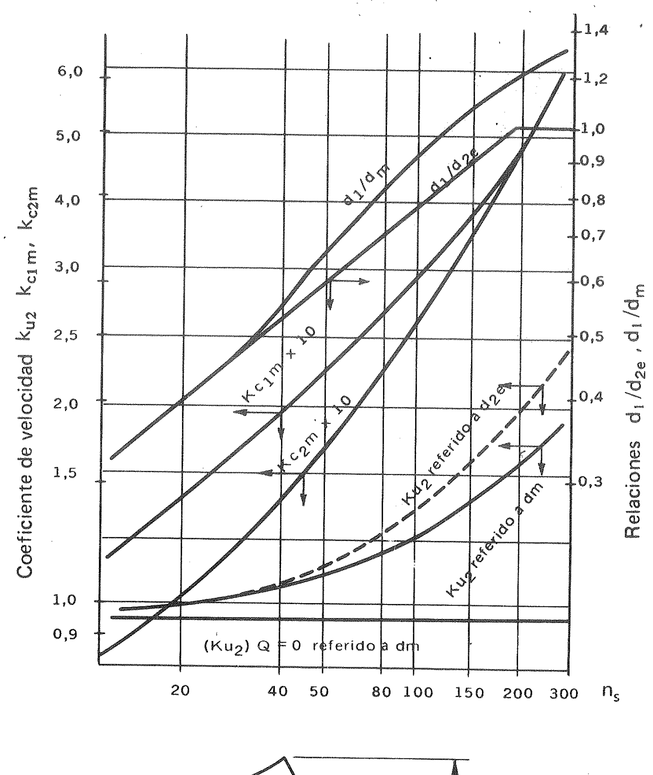
$$\psi = \frac{H}{u^2/2g} \quad (1)$$

y

$$d_2 = \frac{1}{\pi n}\sqrt{\frac{2gH}{\psi}}$$

En la Fig. 9-35 se representan los coeficientes k_{u_2}, k_{c1m} y k_{c2m} de las B en función de n_s para las B radiales y diagonales. El diagrama es válido para los diseños normales con β_2 alrededor de 22,5°. El coeficiente k_{u_2} aumenta: a) al aumentar β_2 (porque entonces H disminuye); b) al aumentar la relación $\frac{d_{1e}}{d_{2e}}$ (véase esquema de la B al pie de la figura) por encima de los valores *normales*, que se indican en la figura. En las BH el ángulo β_2 no se suele apartar mucho del valor normal. En la Fig. 9-36 se representa el coeficiente de presión en función de n_s y del ángulo β_2. Esta figura es útil para el cálculo de d_2 en V y BH

(1) El coeficiente de presión $\psi = \frac{1}{k_{u_2}^2}$ no es más que otro modo distinto de expresar el coeficiente de velocidad, como ya se indicó en la Sec. 8.10.



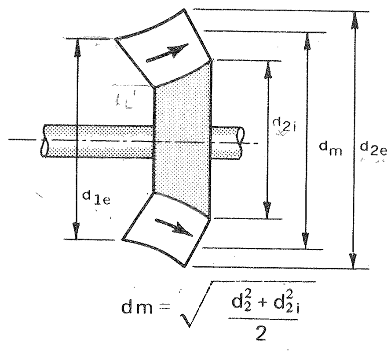


Fig. 9-35.—Estimación de los *coeficientes de velocidad* periférica y meridional de una B centrífuga según el n_s.

con ángulos β_2 de 25 a 90°. El coeficiente de presión $\psi = \frac{H}{u_2^2/2g}$ varía entre 0,9 y 1,20 siendo, por tanto, su valor medio muy próximo a la unidad; pudiéndose tomar de 1,0 a 1,2 si la B está provista de corona directriz y de 0,9 a 1,0 si sólo tiene caja espiral.

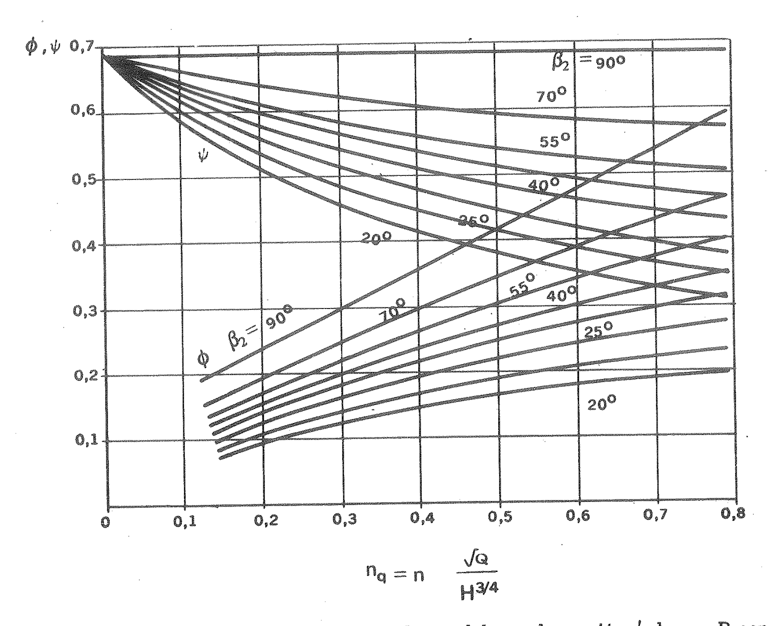


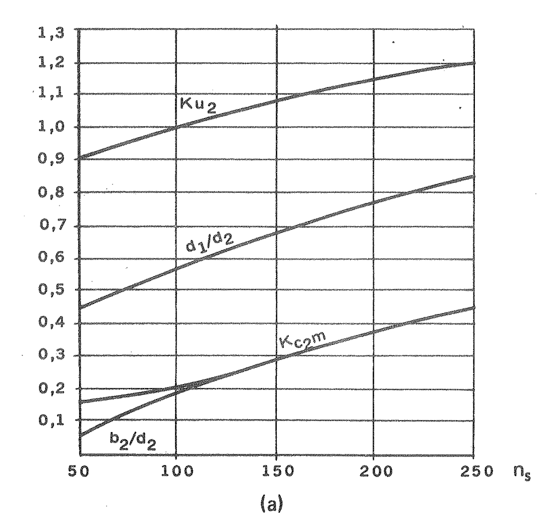
Fig. 9-36.—Estimación de los *coeficientes de caudal* φ *y de presión* ψ de una B centrífuga en función de n_q ($n_s = 3{,}65\ n_q$) y del ángulo β_2.

En la Fig. 9-37 pueden verse los coeficientes k_{u2} y k_{c2m} para una bomba de doble aspiración, el primero de los cuales puede servir para el cálculo de d_2 en estas B.

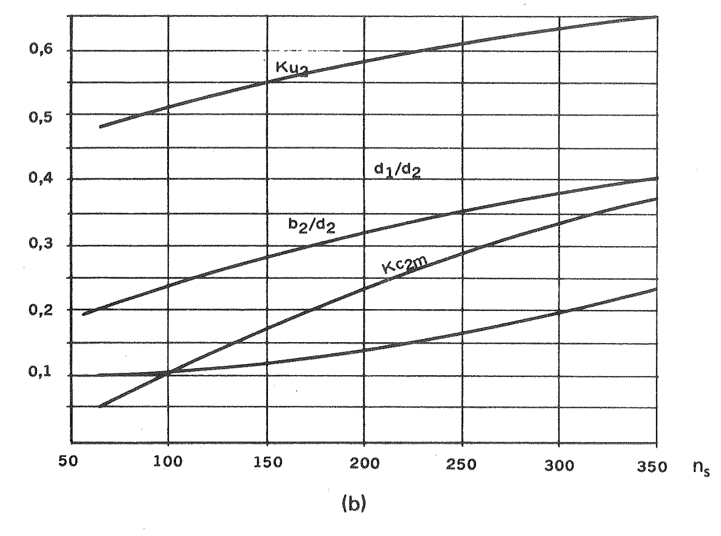
Si no se dispone de datos muy precisos y confirmados por la experiencia no se construirá una bomba demasiado ajustada; sino que se adoptará un diámetro de salida d_2 por exceso. En efecto, es fácil disminuir la altura efectiva de una B sin modificar sensiblemente su rendimiento rebajando el diámetro d_2 mediante un torneado del rodete, como se verá en la Sec. 20.2.

Diámetro de entrada d_1

La relación de diámetros d_1/d_2 se representa en la Fig. 9-37 en función del número específico de revoluciones, y según sea la B de simple o doble aspiración. De esta relación y del valor de d_2 ya conocido se deduce d_1.



(a)



(b)

Fig. 9-37.–Coeficientes de velocidad y *dimensiones de una B* en función de n_s:
a) B de simple aspiración; b) de doble aspiración.

Problema 20.

Estudiar la variación de las características teóricas de una B de agua con el diámetro exterior del rodete, permaneciendo las restantes dimensiones del rodete invariables. Las dimensiones invariables de la B son:

$$d_1 = 200 \text{ mm}$$
$$b_1 = 60 \text{ mm}$$
$$b_2 = 30 \text{ mm}$$
$$\beta_1 = 15^\circ$$
$$\beta_2 = 23^\circ$$

La B gira siempre a 970 rpm. Se hará variar el diámetro del rodete entre 300 y 500 mm. Se aplicará la teoría unidimensional y se supondrán pérdidas nulas y no se tendrá en cuenta el espesor de los álabes (sólo en la segunda pregunta se estudiará la variación de la pérdida de rozamiento de disco).

Calcular:

a) Variación de las características siguientes: triángulo de salida del rodete, energía transmitida al fluído, potencia, energía de presión del rodete debida a las fuerzas centrífugas, idem a la difusión del flujo en el rodete, grado de reacción, número específico de revoluciones.

b) Variación de la pérdida por rozamiento de disco.

a) *Variación de las características de la B.*

Se aplicarán las fórmulas siguientes:

Triángulo de salida

$$u_1 = \pi d_1 n \qquad \text{(n en rps)}$$

$$c_{1m} = c_1 = u_1 \operatorname{tg} \beta_1$$

$$Q = \pi b_1 d_1 c_{1m}$$

$$w_1 = \frac{c_{1m}}{\operatorname{sen} \beta_1}$$

$$u_2 = \pi d_2 n$$

$$c_{2u} = u_2 - \frac{c_{2m}}{\operatorname{tg} \beta_2}$$

$$c_{2m} = \frac{b_1 d_1}{b_2 d_2} c_{1m}$$

$$c_2 = \sqrt{c_{2u}^2 + c_{2m}^2}$$

$$w_2 = \frac{c_{2m}}{\operatorname{sen} \beta_2}$$

Energía

$$Y_u = Y_{u\infty} = g\,H_{u\infty} = u_2\,c_{2u}$$

Potencia

$$P_u = Q\,\rho\,Y_u$$

Energía de presión por fuerza centrífuga

$$Y'_p = g\,H'_p = \frac{(u_2^2 - u_1^2)}{2}$$

Energía de presión por difusión

$$Y''_p = g\,H''_p = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2}$$

Grado de reacción

$$\sigma = \frac{Y'_p + Y''_p}{Y_u}$$

Número específico de revoluciones

$$H_{u\infty} = \frac{Y_{u\infty}}{g}$$

$$n_s = 3{,}65 \cdot n \cdot Q^{1/2} \cdot H_u^{-3/4} \qquad \text{(n en rpm)}$$

b) *Variación de la pérdida por rozamiento del disco*

Aplicaremos la ecuación

$$P_r = 7{,}47 \cdot 10^{-4} \cdot u_2^3 \cdot d_2^2$$

. . . .

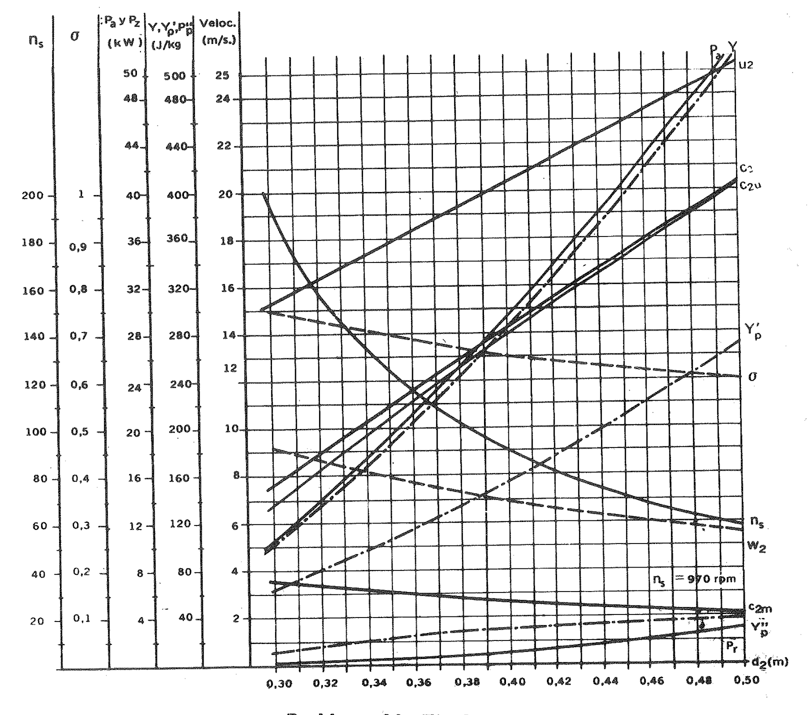
Los resultados obtenidos con ordenador previa programación en Basic de las ecuaciones que preceden, se resumen en la tabla siguiente. Los valores de la tabla se han llevado a la figura adjunta.

Tabla de soluciones del problema 20.

d_2 (*m*)	u_2 (*m/s*)	c_{2u} (*m/s*)	c_{2m} (*m/s*)	c_2 (*m/s*)	w_2 (*m/s*)
0,3	15,2367	6,6873	3,6290	7,6085	9,2878
0,32	16,2525	8,2374	3,4022	8,9123	8,7073
0,34	17,2683	9,7246	3,2021	10,2382	8,1951
0,36	18,2841	11,1595	3,0242	11,5620	7,7398
0,38	19,2998	12,5503	2,8650	12,8731	7,3325
0,40	20,3156	13,9035	2,7218	14,1674	6,9659
0,42	21,3314	15,2246	2,5922	15,4437	6,6342
0,44	22,3472	16,5180	2,4743	16,7023	6,3326
0,46	23,3630	17,7872	2,3668	17,9440	6,0573
0,48	24,3787	19,0353	2,2681	19,1700	5,8049
0,50	25,3945	20,2648	2,1774	20,3815	5,5727

d_2 (*m*)	Y (*J/kg*)	P_a (*kW*)	Y'_p (*J/kg*)	Y''_p (*J/kg*)
0,30	101,8920	10,4549	64,4883	12,1629
0,32	133,8780	13,7370	80,4813	17,3859
0,34	167,9280	17,2308	97,5062	21,7146
0,36	204,0410	20,9363	115,5630	25,3420
0,38	242,2180	24,8536	134,6510	28,4120
0,40	282,4590	28,9826	154,7720	31,0330
0,42	324,7630	33,3233	175,9240	33,2886
0,44	369,1310	37,8759	198,1080	35,2437
0,46	415,5620	42,6401	221,3240	36,9494
0,48	464,0570	47,6161	245,5710	38,4463
0,50	514,6160	52,8039	270,8500	39,7672

d_2 (*m*)	σ	n_s	P_r (*kW*)
0,30	0,7523	196,0210	0,2378
0,32	0,7310	159,7260	0,3284
0,34	0,7099	134,7620	0,4446
0,36	0,6906	116,4450	0,5917
0,38	0,6732	102,3890	0,7754
0,40	0,6578	91,2413	1,0021
0,42	0,6442	82,1737	1,2990
0,44	0,6322	74,6487	1,6140
0,46	0,6215	68,3015	2,0157
0,48	0,6120	62,8751	2,4937
0,50	0,6036	58,1829	3,0583



Problema 20, Fig. 1.

9.5.6.3. Diámetro de la boca de aspiración, d_a

Este diámetro está acotado en la Fig. 9-21.

Por la boca de aspiración circula el caudal (véase Sec. 4.6.2) $Q + q_e = Q'' \simeq Q$. (q_e se desprecia o se estima convenientemente). Se tiene, por tanto (véase Fig. 9-21):

$$Q'' = \frac{\pi}{4}(d_a^2 - d_c^2)\, c_a$$

donde c_a — velocidad del fluído en la boca de aspiración. Por tanto:

$$d_a = \sqrt{\frac{4}{\pi} \cdot \frac{Q''}{c_a} + d_c^2} \qquad (9\text{-}41)$$

En el segundo miembro todo es ya conocido, excepto c_a.

Selección de la velocidad en la boca de aspiración

Suele escogerse entre 2-6 m/s. Algunos constructores para la elección de c_a se fijan en la altura efectiva de la B, o de un escalonamiento en las B de múltiples escalonamientos; si se adopta este criterio puede utilizarse la fórmula empírica:

$$c_a = (0{,}1\text{-}0{,}3)\sqrt{2gH} \qquad (9\text{-}42)$$

Suele hacerse además 1-2 m/s mayor que la velocidad en el tubo de aspiración.

Otros constructores se fijan más bien en el caudal aumentando la velocidad c_a cuando el caudal es mayor. Con esta medida se reducen las dimensiones de la B sin sacrificar el rendimiento hidráulico (las B de gran caudal relativo son de n_s elevado, y en ellas la superficie mojada es relativamente menor: menor número de álabes, etc...).

9.5.6.4. Ancho del rodete a la salida y entrada de los álabes, b_2 y b_1

Una primera selección del *ancho* b_2 puede hacerse leyendo en la Fig. 9-37 la relación $\frac{b_2}{d_2}$ y multiplicando por el valor conocido de d_2.

Diversos criterios pueden servir para la selección del *ancho* b_1:

1) deducir d_1 de la relación

$$b_1 \cdot d_1 = b_2\, d_2 \qquad (9\text{-}43)$$

Por la ecuación de continuidad

$$Q = \pi d_1 b_1 \tau_1' c_{1'm} = \pi d_2 b_2 c_{2m} \tau_2 \qquad (9\text{-}44)$$

La Ec. (9-43) equivale, pues, sin tener en cuenta el espesor de los álabes, a que la velocidad meridional a la salida c_{2m} es igual que la velocidad meridional inmediatamente antes de la entrada en los álabes, $c_{1'm}$.

2) Otras veces c_{2m} se hace aproximadamente $\leqslant 0{,}85\, c_{1m}$, provocando una deceleración suave de la velocidad meridional.

3) Otras veces finalmente se aplica la fórmula

$$b_1 = \frac{Q/\eta_v}{\pi\, d_1\, c_{1'}}$$

donde c_1' — velocidad absoluta, antes del estrechamiento de los álabes (se supone entrada sin circulación).

La velocidad $c_{1'}$ se hace ligeramente superior a la velocidad c_a en la boca de aspiración para que la corriente entre en el rodete ligeramente acelerada, y se evite desprendimiento y choque, de manera que

$$c_{1'} = 1{,}0\text{-}1{,}05\, c_a \qquad (9\text{-}45)$$

Las pérdidas volumétricas tienden por una parte a disminuir al disminuir la relación d_1/d_2, o sea al aumentar n_s (véase Fig. 9-33), porque aumentan las pérdidas intersticiales, y disminuye el caudal intersticial al aumentar la distancia que dicho caudal tiene que recorrer; pero, por otra parte tienden a aumentar, porque al disminuir d_1/d_2 aumenta la presión desarrollada por la B. De donde se deduce que, en igualdad de otras circunstancias, el rendimiento volumétrico mayor corresponde a las B de media presión (diagonales). La Fig. 9-38 nos da el valor de las pérdidas volumétricas en las B de doble aspiración.

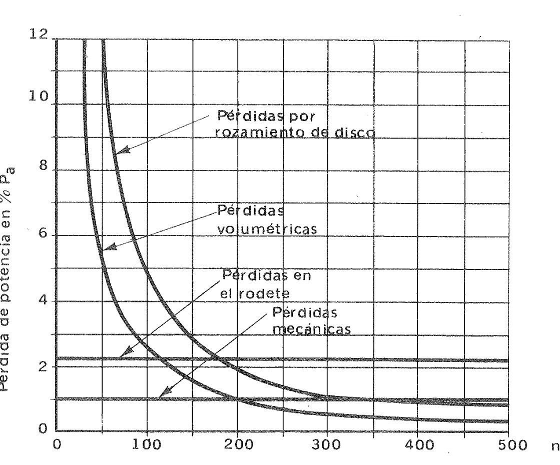


Fig. 9-38.—*Pérdidas* en las B de doble aspiración en función de n_s.

Las pérdidas volumétricas suelen oscilar entre 2-15%, según el tipo de B y siendo:

$$\eta_v = \frac{Q}{Q+q} = \frac{1}{1+\frac{q}{Q}}$$

η_v oscilará correspondientemente entre el 98-86%.

9.5.6.5. Cálculo de los triángulos de velocidad de entrada y salida

Triángulo de entrada

Suponiendo el triángulo de entrada rectángulo y conocida ya u_1 basta determinar c_1 o bien β_1, de donde los dos procedimientos:

1) *Determinación de* c_1

Siendo

$$c_1 = c_1' \cdot \tau_1 \quad \text{[véase Ec. (9-39)]}$$

eligiendo un valor para τ_1 (tomando valores mayores de τ_1 para B pequeñas) aproximadamente entre 1,1-1,25 (que luego será preciso comprobar) se obtiene c_1, y a continuación se calcula β_1:

$$\text{tg}\,\beta_1 = \frac{c_1}{u_1}$$

Determinación de β_1

Según la Ec. (9-39) se tiene para entrada sin circulación:

$$c_1 = c_1' \cdot \frac{t_1}{t_1 - \sigma_1} = c_1' \cdot \frac{t_1}{t_1 - \dfrac{s_1}{\text{sen}\,\beta_1}}$$

donde s_1 — espesor del álabe a la entrada.

$t_1 = \dfrac{\pi d_1}{z}$ — paso de los álabes a la entrada.

De donde se deduce fácilmente el valor de la tangente del ángulo de entrada:

$$\text{tg}\,\beta_1 = \frac{\dfrac{c_1'}{u_1} + \dfrac{s_1}{t_1}\sqrt{1 - \left(\dfrac{s_1}{t_1}\right)^2 + \left(\dfrac{c_1'}{u_1}\right)^2}}{1 + \left(\dfrac{s_1}{t_1}\right)^2}$$

o bien, aproximadamente despreciando el término $(s_1/t_1)^2$ frente a 1:

$$\text{tg}\,\beta_1 = \frac{c_1'}{u_1} + \frac{s_1}{t_1}\sqrt{1 + \left(\frac{c_1'}{u_1}\right)^2} \qquad (9\text{-}46)$$

En la Ec. (9-46) interviene el número de álabes, el cual, si se aplica la Ec. (9-38),

depende a su vez de β_1. El lector advertirá que en este lugar lo mismo que en otros lugares del diseño es preciso estimar primero un valor provisional y comprobarlo después, de manera que *al final del diseño se debe conseguir que todas las dimensiones y parámetros escogidos estén lo más de acuerdo posible con los resultados experimentales. La verificación final de la calidad de un nuevo proyecto es siempre el banco de pruebas.*

Otra tercera posibilidad para determinar el triángulo rectángulo de entrada consiste en leer en la Fig. 9-35 el valor $k_{c_{1m}}$, determinando a continuación c_{1m} y luego β_1.

Si se toma el coeficiente $k_{c_{1m}}$ de la Fig. 9-35 nótese que éste ha sido calculado con la suposición $\eta_v = 1$ y $\tau_1 = 1$, que son admisibles en un anteproyecto.

Triángulo de salida

El triángulo de salida por no ser rectángulo requiere tres datos para su determinación. Estos datos pueden ser: 1) $u_2 = \pi d_2 n$ fórmula en la cual n es un dato y d_2 se ha determinado (según la Sec. 9.5.6.2); 2) c_{2m}, que puede determinarse por el coeficiente $k_{c_{2m}}$ tomado de la Fig. 9-35, o bien suponiendo álabes afilados, $\tau_2 = 1$, por la ecuación

$$c_{2m} = \frac{Q}{\eta_v \pi d_2 b_2} \qquad (9\text{-}47)$$

(b_2 determinado en la Sec. 9.5.6.4); 3) β_2, determindo por la Sec. 9.2.

Las tres variables u_2, c_{2m} y β_2 están ligadas entre sí por la ecuación de Euler [Ec. (9-9)] así:

$$H_{u\infty} = \frac{u_2^2}{g}\left(1 - \frac{c_{2m}}{u_2\,\text{tg}\,\beta_2}\right) \qquad (9\text{-}48)$$

Es posible, por tanto, determinar por cualquier otro procedimiento $H_{u\infty}$ y utilizar la Ec. (9-48) para comprobar, y si es preciso rectificar una de dichas tres variables, suponiendo conocidas las otras dos. Determinemos pues $H_{u\infty}$, y suponiendo siempre determinado β_2, veamos cómo se utiliza la Ec. (9-48) para determinar u_2, o bien c_{2m}.

Determinación de $H_{u\infty}$

Según la Ec. (9-23):

$$H_{u\infty} = \frac{H}{\eta_h\, e_z} \qquad (9\text{-}49)$$

El rendimiento hidráulico η_h se puede estimar por la fórmula:

$$\frac{1 - \eta_h}{1 - \eta_{tot}} = k_h$$

en que k_h oscila entre 0,05 para velocidades específicas bajas y 0,8 para velocidades específicas elevadas. Finalmente la estimación de e_z se hace con ayuda de las Ecs. (9-28) a (9-31) (véase la Sec. 9.3.4).

Determinación de u_2

Despejando u_2 en la Ec. (9-36) se tiene:

$$u_2 = \frac{c_{2m}}{2 \operatorname{tg} \beta_2} + \sqrt{\left(\frac{c_{2m}}{2 \operatorname{tg} \beta_2}\right)^2 + g H_{u\infty}} \qquad (9\text{-}50)$$

o bien, si se supone un ancho b_2, de las Ecs. (9-47) y (9-50) se deduce:

$$u_2 = \sqrt{gH_{u\infty} + \frac{Q n}{\eta_v b_2} r_2 \operatorname{ctg} \beta_2}$$

También es posible volver a calcular u_2 suponiendo un valor del ángulo α_2. En efecto, del triángulo de velocidades de salida se deduce:

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{c_{2m}}{c_{2u}}$$

o bien

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{u_2 c_{2m}}{g H_{u\infty}} \qquad (9\text{-}51)$$

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{c_{2m}}{c_{2u}}$$

o bien

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{u_2 c_{2m}}{u_2^2 - gH_{u\infty}} \qquad (9\text{-}52)$$

y eliminando c_{2m} entre las Ecs. (9-51) y (9-52) se tiene:

$$u_2 = \sqrt{gH_{u\infty} (1 + \operatorname{tg} \alpha_2 \operatorname{ctg} \beta_2)}$$

El ángulo α_2 se toma entre los límites 6-9° en las B con corona directriz, y 14-25° en las B sin corona directriz.

9.6. Diseño de la carcasa o estator

La carcasa comprende la tobera de entrada, la caja espiral, corona directriz, etc., etc. La carcasa o estátor de la B desempeña una triple misión: conducir el fluído desde la entrada de la B hasta la entrada del rodete transformar la energía

cinética del flujo a la salida del rodete en energía de presión, y conducir el fluído hasta la salida de la B. *En la carcasa no se adiciona energía al fluído, sólo se transforma la energía.*

La conducción del fluído hasta el rodete mediante una *tobera de aspiración* (o conducto convergente) es ventajosa para hacer que el fluído entre en el rodete en buenas condiciones: eliminando desprendimientos y choques, que disminuirían el rendimiento hidráulico. Las toberas de aspiración pueden ser de tres tipos: 1) *tobera de eje rectilíneo* para B de eje vertical; es el tipo de tobera de mejor rendimiento: 2) *tobera de eje curvilíneo*, para las B de eje horizontal, con radio de curvatura grande para reducir las pérdidas hidráulicas en el codo: 3) *tobera de voluta* (véase Fig. 9-39): la sección transversal AB conviene que sea alrededor de doble que la de la boca del rodete, la pantalla P regula la distribución del flujo por toda la circunferencia de entrada en el rodete.

Las *tuberías de salida* o tuberías de impulsión de las B suele ser horizontal: pero pueden orientarse también según cualquier posición angular. Los fabricantes han estandarizado estas posiciones corrientemente a 45°, según puede verse en la Fig. 5-31. También se habló en dicha sección del papel del recuperador o difusor y de los diferentes tipos de difusores que se emplean en las B, que se reducen a los cuatro tipos siguientes: a) voluta o caja espiral; b) tubo difusor; c) corona difusora sin álabes: d) corona de álabes directrices. De estos elementos los dos primeros suelen emplearse en todas las B. En las B de múltiples escalonamientos forman parte además de la carcasa los conductos de retorno de los que hablaremos en último lugar.

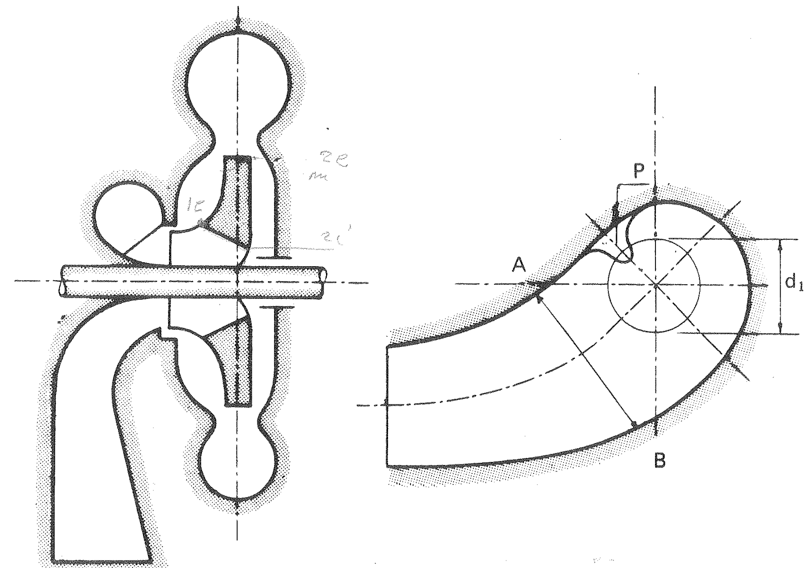


Fig. 9-39.–*Boca de aspiración* de una B en forma de voluta.

9.6.1. Diseño de la voluta o caja espiral

El papel de la voluta es doble: *transformar* parte de la energía cinética, que tiene el fluído a la salida del rodete, en energía de presión, y recoger el fluído que sale por los 360° de la circunferencia del rodete para conducirlo hasta la tubería de salida.

Véase el problema 2.

9.6.1.1. Deducción de la ecuación general

La ecuación general, o sea aplicable a toda voluta de forma meridional cualquiera, así como las ecuaciones particulares, que se deducirán en las secciones siguientes se deducen, lo mismo que la ecuación de Euler, en la doble hipótesis de fluido ideal y flujo irrotacional.

El fluído que sale del rodete y entra en la voluta de la Fig. 9-40, en la cual no hay álabes que puedan modificar su circulación, en cada punto cumplirá la Ec. (2-76)

$$r\,c_u = C$$

donde la constante C se conoce, ya que a la salida del rodete $C = r_2 c_{3u}$ y el segundo miembro es conocido: c_{3u} se lee en el triángulo de velocidades de la Fig. (9-32). Suponiendo que el fluído que sale del rodete se difunde por igual en toda su periferia, en cualquier sección meridional de la voluta el caudal será $Q_\theta = \frac{\theta°}{360}$ veces del total, donde $\theta°$ – ángulo en grados medido desde la lengua teórica de la voluta (véase la Fig. 9-40). La lengua real de la voluta se determinará en la Sec. 9.6.1.8.

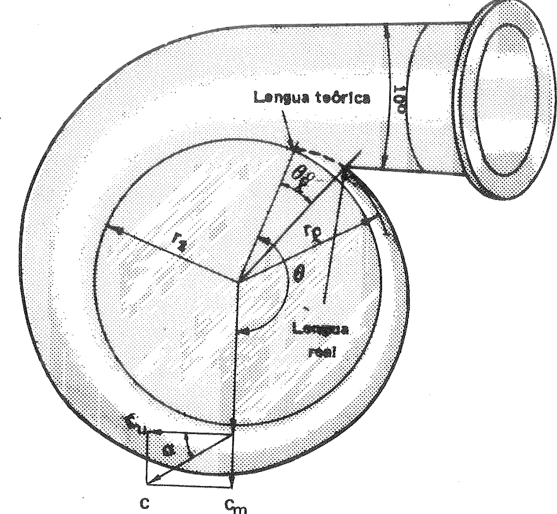


Fig. 9-40.–B con cámara espiral.

El caudal total de la voluta es $Q + q_e \simeq Q$, ya que el caudal q_i recircula por el rodete sin pasar por la voluta.

Algunos constructores consideran en el cálculo de la voluta, en vez del caudal Q, el caudal que circula por el rodete $Q' = Q/\eta_v$. Así las dimensiones de la voluta son mayores, como conviene si se tienen en cuenta las pérdidas.

Otras veces se calcula con el caudal Q, aumentando las secciones calculadas, por ejemplo, en un 10% para tener en cuenta estas pérdidas.

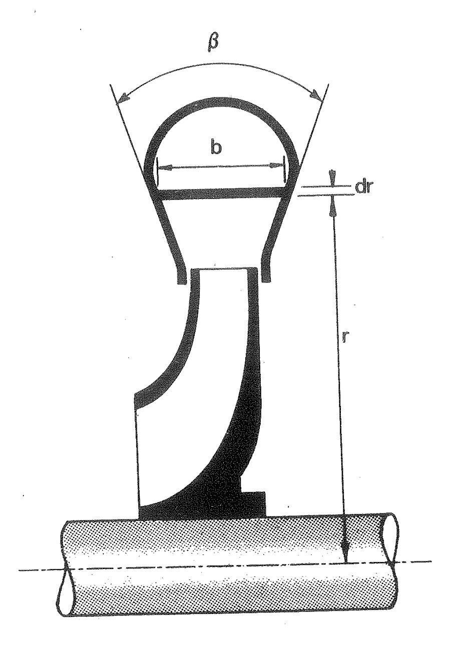


Fig. 9-41.–Deducción de la *ecuación general* de la voluta.

A través de la sección transversal diferencial de la Fig. 9-41 el flujo será

$$dQ_\theta = dA \cdot c_u = b\,dr\,c_u$$

pero

$$c_u = C/r$$

luego

$$dQ_\theta = b\,dr\,\frac{C}{r}$$

y siendo, como hemos dicho, $Q_\theta = \frac{\theta°}{360} Q$ se tendrá

$$Q_\theta = \frac{\theta°}{360} Q = \int_{r_2}^{r_\theta} dQ_\theta = C \int_{r_2}^{r_\theta} \frac{b}{r}\,dr$$

y

$$\theta° = \frac{360\,C}{Q} \int_{r_2}^{r_\theta} \frac{b}{r}\,dr \qquad (9\text{-}53)$$

(Ecuación general de la voluta)

donde r_θ – radio exterior de una sección situada a $\theta°$ de la lengua teórica.

La Ec. (9-53) se puede resolver por integración tabular, si se conoce la función $b = f(r)$, es decir, una vez elegida la forma de la sección transversal. Las formas más corrientes de la misma se estudian a continuación.

9.6.1.2. Caja espiral logarítmica

Hagamos en la Ec. (9-53) $b = b_3$ = cte., es decir, diseñemos una voluta limitada por dos placas paralelas, como se representa en la Fig. 9-42. El ancho de la caja espital b_3 suele hacerse de 1-2 mm mayor que el ancho del rodete b_2, para eliminar salpicaduras del flujo. El flujo en este caso es bidimensional. Este tipo de voluta, muy fácil de fabricar con chapas, es utilizada sobre todo en los V. En ellos el ancho b_3 de la caja espiral se escoge muchas veces por la relación $b_3 = (3\text{–}6)\,b_2$

Se tendrá, pues:

$$\theta° = \frac{360\,Cb}{Q} \int_{r_2}^{r_\theta} \frac{dr}{r} = \frac{360\,Cb}{Q} \ln \frac{r_\theta}{r_2}$$

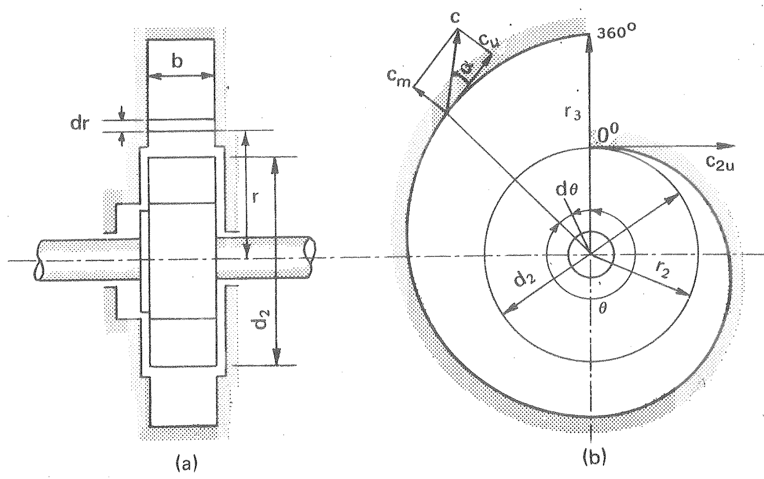


Fig. 9-42.–Caja *espiral logarítmica*.

y

$$\ell n \frac{r_\theta}{r_2} = \frac{Q}{C \cdot b} \cdot \frac{1}{360} \theta^\circ \qquad (9\text{-}54)$$

Pasando a logaritmos decimales tendremos:

$$\log \frac{r_\theta}{r_2} = \frac{Q}{C \cdot b} \frac{1}{360 \cdot 2{,}3} \theta^\circ$$

$$\log \frac{r_\theta}{r_2} = 1{,}21 \cdot 10^{-3} \frac{Q}{C \cdot b} \theta^\circ \qquad (9\text{-}55)$$

con lo que la caja espiral logarítmica puede calcularse fácilmente punto a punto en forma tabular.

Prácticamente se procede como se indica en la Fig. 9-43: calculados una serie de radios de curvatura r, cuyo número dependerá de la aproximación que se desee, se obtienen los centros de curvatura, como se indica en la figura. Por ejemplo, para la porción AB el centro de curvatura se encuentra en el punto 0 de intersección de las mediatrices de los segmentos AB y BC (1).

La caja espiral logarítmica no se emplea mucho a no ser en los V, porque con fluído real las pérdidas son elevadas, debido a las zonas muertas que se crean. En la práctica se utilizan formas más favorables.

(1) Los centros de curvatura describen la voluta de la espiral logarítmica.

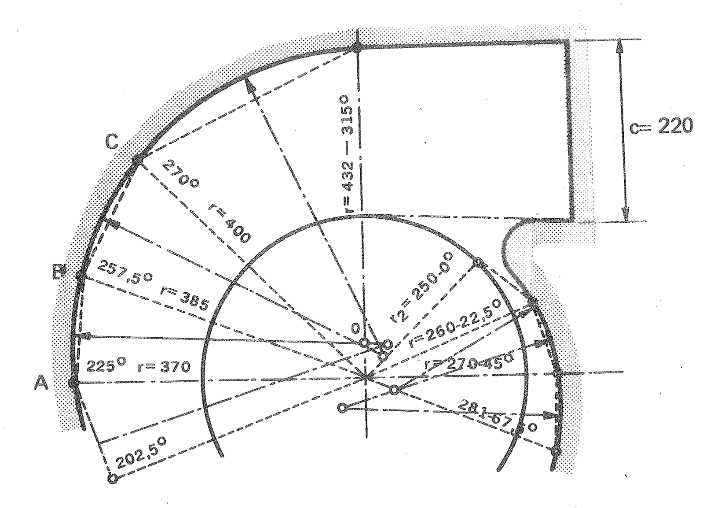


Fig. 9-43.–Cálculo de una *caja espiral logarítmica*.

Despejando r_θ en la Ec. (9-54) se tiene:

$$r_\theta = r_2 \, e^{\frac{Q}{360 C \cdot b} \theta^\circ} \qquad (9\text{-}56)$$

(Ecuación de la caja espiral logarítmica en coordenadas polares)

La configuración de corriente que sale del rodete es la de un *torbellino espiral* o suma de un manantial y un torbellino, que fue estudiada en la Sec. 2.3.6.3.1, en la cual las líneas de corriente son espirales logarítmicas y las líneas equipotenciales constituyen otra familia de espirales logarítmicas normales a las anteriores (1).

La tercera superficie cilíndrica que forma la voluta en este caso tiene como directriz una espiral logarítmica: de ahí el nombre de caja espiral, que en el lenguaje corriente se aplica como sinónimo de voluta, aunque la forma de esta última muchas veces no sea la de una espiral. *Teóricamente la caja espiral logarítmica constituye el recuperador ideal.*

(1) La Ec. (2-42) es la misma Ec. (9-56). Basta sustituir en la Ec. (2-42) el caudal por unidad de ancho q por $\frac{Q}{b}$, la circulación Γ por $2\pi r_2 c_{3u} = 2\pi C$ y finalmente $\theta^\circ = \frac{360}{2\pi}\theta$ para tener la Ec. (9-56).

En resumen:

por la ecuación de continuidad $r c_m = \frac{Q}{2\pi b_0} = C'$ (donde C' – cte).

por ser flujo irrotacional $r c_u = C$

dividiendo ambas ecuaciones $\frac{c_m}{c_u} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{C'}{C} = K$ (donde K – cte). (9-57)

Una curva que forma un ángulo α cte con la circunferencia respectiva es una espiral logarítmica.

9.6.1.3. Caja espiral de sección cuadrada

En la Fig. 9-44 el lado del cuadrado $a = r_\theta - r_0$ es variable en cada sección meridional de la caja espiral. ($r_0 \simeq r_2$)

Haciendo, pues, en la ecuación general (9-53) $b = r_\theta - r_0$, integrando y pasando a logaritmos decimales, se tendrá:

$$\theta^\circ = \frac{360\ C}{Q}\left[(r_\theta - r_0) - \frac{r_0}{2{,}3}\log\frac{r_\theta}{r_0}\right]$$

(Ecuación de la caja espiral de sección cuadrada)

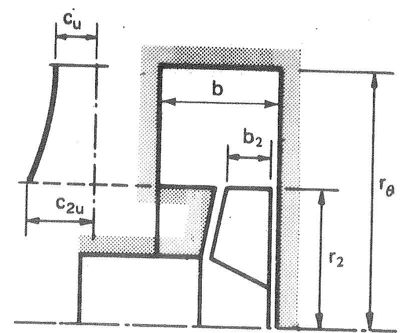


Fig. 9-44.—Caja espiral de *sección meridional cuadrada.*

9.6.1.4. Caja espiral de sección circular

Se emplea en BH y V cuando la carcasa se hace de fundición.

De la Fig. 9-45 se deduce:

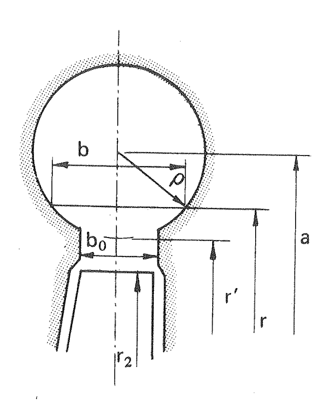


Fig. 9-45.—Caja espiral de *sección circular.*

$$\left(\frac{b}{2}\right)^2 = \rho^2 - (r - a)^2$$

de donde

$$b = 2\sqrt{\rho^2 - (r-a)^2}$$

y sustituyendo en la ecuación general (9-53) se tendrá:

$$\theta^\circ = \frac{720\ C}{Q}\int_{a-\rho}^{a+\rho}\sqrt{\rho^2 - (r-a)^2}\,\frac{dr}{r} =$$

$$= \frac{720\ C}{Q}\,\pi\,(a - \sqrt{a^2 - \rho^2})$$

e integrando se tendrá

$$\theta^\circ = \frac{720\ C}{Q}\,\pi\,[r' + \rho - \sqrt{r'(r' + 2\rho)}] \qquad (r' = a - \rho)$$

llamando $K = \frac{720\ C\pi}{Q}$, y despejando ρ tendremos la fórmula práctica:

$$\rho = \frac{\theta^\circ}{K} + \sqrt{\frac{\theta^\circ}{K}2r'} \qquad (9\text{-}58)$$

(Ecuación de la caja espiral de sección circular)

9.6.1.5. Caja espiral de sección trapezoidal

Una caja espiral muy corriente es la de sección trapezoidal, que se representa en la Fig. 9-46. En la práctica, para evitar las zonas angulares que crean zonas muertas en la corriente con pérdidas y disminución del área útil para el flujo, tales como las zonas A B, se redondea la caja espiral como muestra la curva de puntos de la misma figura, en la forma que se indica a continuación. De ordinario el ángulo $\varphi \leqslant 60°$, si se hace mayor tiene lugar el fenómeno de desprendimiento, y el rendimiento baja; tampoco puede hacerse muy pequeño, porque el diámetro de la carcasa y el peso de la bomba aumentarían excesivamente. El ángulo φ más favorable depende del ángulo de salida de la corriente absoluta del rodete α_3 (véase la Fig. 9-32): si α_3 es muy pequeño φ puede hacerse mayor, ya que entonces el flujo es más tangencial.

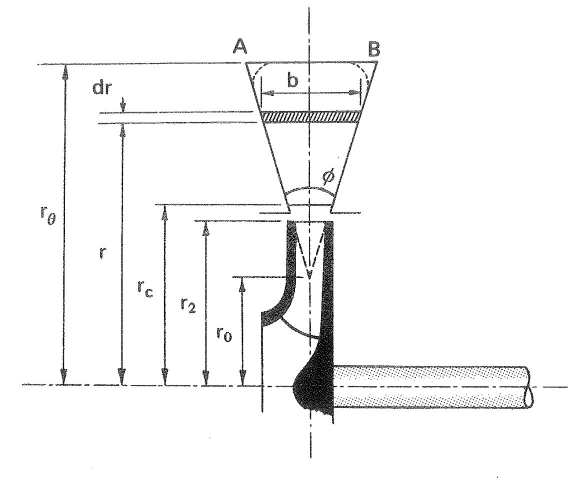


Fig. 9-46.—Caja espiral de sección *trapezoidal.*

De la Fig. 9-46 se deduce:

$$b = 2\,(r - r_0)\,\mathrm{tg}\,\frac{\phi}{2}$$

e introduciendo este valor en la ecuación general (9-53) se tendrá:

$$\theta^\circ = \frac{360\ C}{Q}\,2\,\mathrm{tg}\,\phi/2\int_{r_c}^{r_\theta}(r - r_0)\,\frac{dr}{r}$$

e integrando

$$\theta^\circ = \frac{360\ C}{Q}\left[2\,\mathrm{tg}\frac{\phi}{2}(r_\theta - r_c) - 2\,r_0\,\mathrm{tg}\frac{\phi}{2}\,\ell n\,\frac{r_\theta}{r_c}\right]$$

(Ecuación de la caja espiral de sección trapezoidal)

que, si $r_0 = 0$ se reduce a:

$$r_\theta = \frac{Q}{720\ C\ \mathrm{tg}\,\phi/2}\,\theta + r_c$$

que es la ecuación de una *espiral de Arquímedes.*

Redondeamiento de las esquimas agudas de la caja espiral

En teoría este redondeamiento debe ser gobernado por la Ec. (2-76).

Para transformar el área A_1 en el área A_2 (véase Fig. 9-47) se tendrá en primer lugar:

$$dQ = dA \cdot c_u = dA \frac{C}{r}$$

y siendo dA_1 y dA_2 dos elementos infinitesimales de las superficies A_1 y A_2 situados a las distancias r_1' y r_2' del eje de la TM respectivamente, se tendrá:

$$\frac{dA_1}{r_1'} = \frac{dA_2}{r_2'}$$

e integrando

$$\int \frac{dA_1}{r_1'} = \int \frac{dA_2}{r_2'}$$

ecuación que puede aproximarse por la siguiente más sencilla de aplicar

$$\frac{A_1}{r_1} = \frac{A_2}{r_2}$$

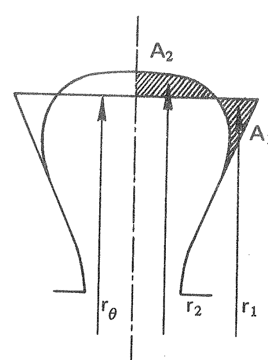


Fig. 9-47.–*Redondeamiento* de los rincones de la cámara espiral.

donde r_1, r_2 – distancias de los centros de gravedad de las áreas A_1 y A_2 respectivamente al eje de la B.

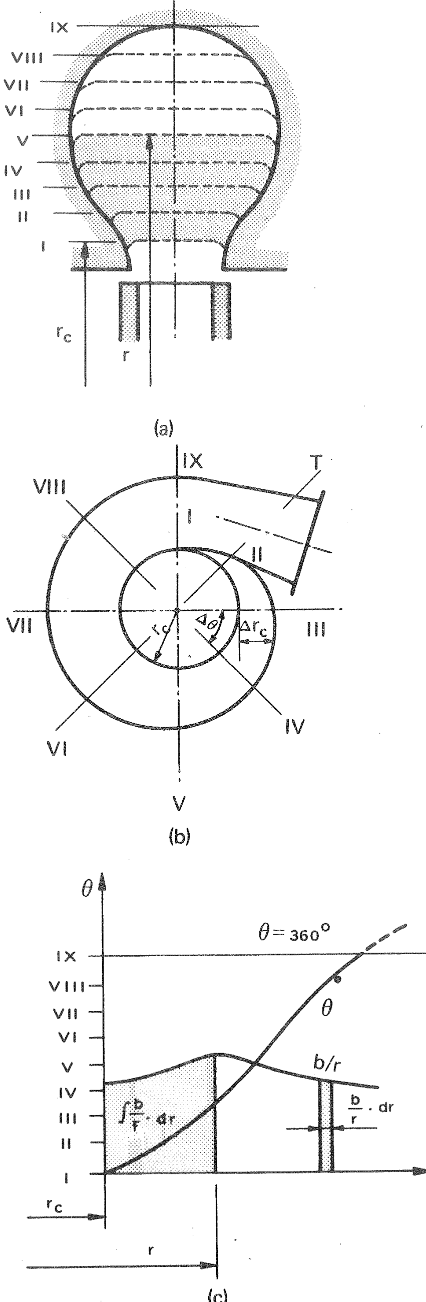
En la práctica estos refinamientos de cálculo pueden omitirse, y redondear sin más las esquinas razonablemente; en efecto: a) ordinariamente $r_1/r_2 \simeq 1$; b) existen defectos en la fundición que anulan los refinamientos anteriores, y c) los cálculos suponen flujo ideal, y posteriormente, para tener en cuenta las pérdidas de carga, se han de aumentar las áreas calculadas, aumento que se hace muchas veces arbitrariamente.

Las cajas espirales estudiadas hasta el presente son de velocidad c_u variable. Puede construirse también una voluta con velocidad c_u = const (véase la Sec. 5.4).

No desarrollaremos el cálculo de esta voluta, que no ha encontrado gran difusión.

9.6.1.6. Caja espiral de sección arbitraria

En la Fig. 9-48,a, que representa la sección meridional de una caja espiral de sección arbitraria, cuya sección transversal se representa en la figura 9-48,b



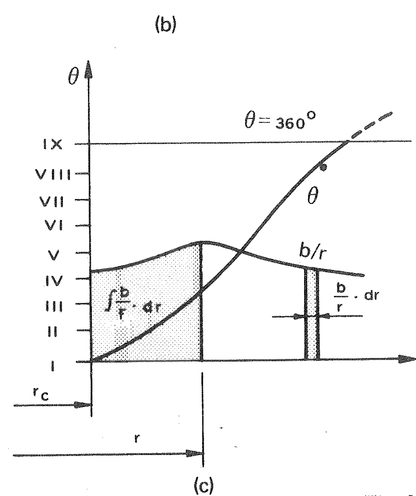


Fig. 9-48.–Caja espiral de *sección arbitraria.*

se ha aplicado la proyección circular (véase Pág. 49), de manera que en la sección meridional se ven rebatidos los nuevos cortes I-IX. Inicialmente supondremos la curva límite superior paralela al eje y luego la redondearemos trazando una línea curva suave (línea de puntos), según lo indicado en la sección anterior. En la Fig. 9-48,c, se traza con ayuda de la Fig. 9-48,a la curva b/r en función de r La curva $\theta = f(r)$ en la misma figura se obtiene por integración gráfica de la ecuación general (9-53) como se indica en la Fig. 9-48,c.

9.6.1.7. Caja doble espiral

La forma de la caja doble espiral puede verse en la Fig. 9-49. Puede utilizarse cuando la expansión en el tubo difusor ha de ser grande, por lo tanto, en bombas de gran altura efectiva, en cuyo caso el ángulo permisible de difusión, que señalaremos más adelante, puede ser doble, ya que este ángulo límite se refiere ahora a la mitad de la tubería. Aunque así se evitan las pérdidas de forma, aumentan las pérdidas de superficie, porque existe una pared intermedia. Cada espiral se traza hasta alcanzar la arista inicial de la siguiente y luego, a partir de este punto, aumentando la sección hasta el valor final de un medio de la sección total.

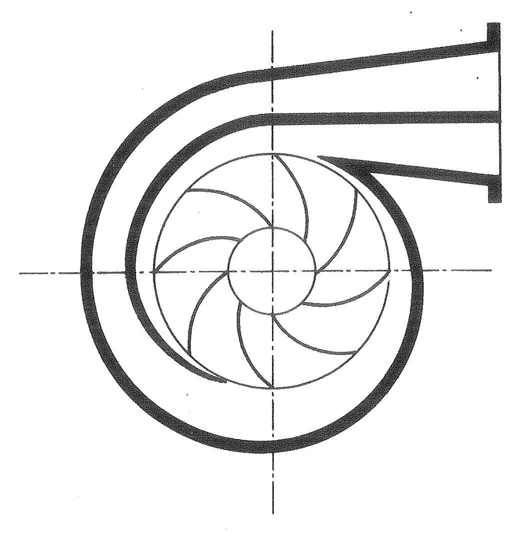


Fig. 9-49.– Caja *doble espiral*.

9.6.1.8. Comienzo (lengua) y fin de la caja espiral y pérdidas en la misma.

Por consideraciones técnicas, a fin de evitar turbulencia y ruido y dar al flujo que sale del rodete oportunidad de ordenación antes de entrar en contacto con la caja espiral, el comienzo o lengua real de la caja espiral (véase la Fig. 9-40) no puede corresponder al punto ($\theta = 0$, $r = r_2$). Por eso en la construcción el primer radio correspondiente a $\theta = 0°$ suele hacerse un 5–10 % mayor que r_2.

No es posible continuar la caja espiral hasta $\theta = 360°$ (véase la Fig. 9-50). Así por ejemplo, en las cajas espirales de los V la diferencia $360° - \theta°$ entre el co-

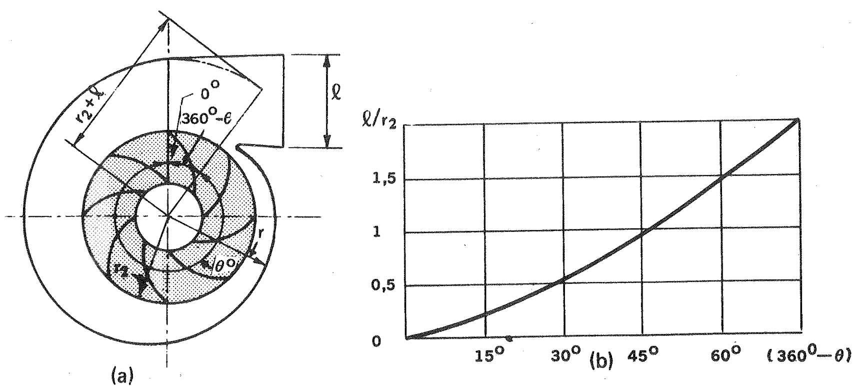


Fig. 9-50.– Cámara espiral para un valor de ℓ predeterminado.

mienzo y fin de la caja espiral, puede hacerse para V de baja presión del orden de 75–45°, para V de media presión de 45-30° y para los V de alta presión de 30–15°, y depende de la relación de ℓ (véase Fig. 9-50,a) al radio r_2. La figura 9-50,b puede servir para fijar el valor de $360° - \theta°$ en función de ℓ/r_2.

Pérdidas en la caja espiral.

La distribución de velocidades real es muy distinta de la expresada por la ecuación ideal

$$rc_u = C \qquad (9\text{-}59)$$

En las figuras 9-51, se muestran las velocidades medidas en diferentes puntos de la salida rectangular de un V centrífugo; según la Ec. (9-59) las velocidades en los puntos más distantes del eje deberían ser menores, contra lo que se muestra en la figura. Si la presión recuperada ha de ser la misma será menester aumentar proporcionalmente las secciones transversales correspondientes. En muchos casos no se puede superar un rendimiento superior al 0,7 % en la transformación de energía cinética en energía de presión; por lo cual, será menester disponer a la salida del rodete de presiones dinámicas por encima del 1,30 % de las que teóricamente se requerirían.

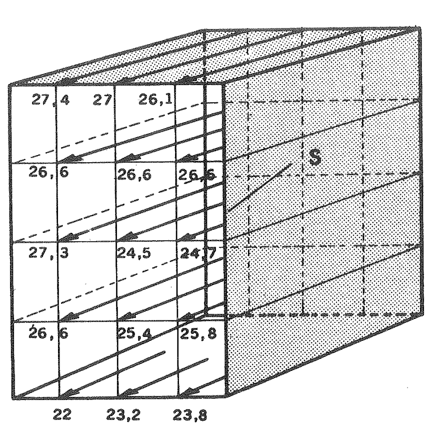


Fig. 9-51.– *Distribución de velocidades en la sección de salida S de un V.*.

En los V es frecuente que la salida sea directamente a la atmósfera, lo cual es poco frecuente en las B. Como en este caso no interesa un aumento de presión estática, ya que a la salida la presión se volverá a transformar en presión dinámica, para el cálculo de la caja espiral se deberá tener en cuenta lo siguiente. Con el aumento de la velocidad del aire a la salida, es decir, con la disminución de la sección de salida de la caja espiral (véase la Fig. 9-51), las pérdidas de la transformación disminuyen; éstas pueden desaparecer totalmente si las velocidades de salida del ventilador son elevadas, pero en este caso las pérdidas por rozamiento en la caja espiral habrán aumentado excesivamente. La caja espiral ideal en este caso será la que reduzca al mínimo la suma de ambas pérdidas. De la importancia de este estudio se podrá juzgar por el hecho de que en los V las pérdidas en la caja espiral no rara vez constituyen más de la mitad de las pérdidas hidráulicas.

El diseño de la caja espiral de las TH de reacción se hace de la misma manera estudiada en las Secs. 9.6.1. a 9.6.1.8, que son por tanto aplicables a las TH. En las Secs. 11.8 y siguientes sólo se estudiarán las particularidades de este diseño.

9.6.2. Tubo difusor

Puede verse en la figura 9-52. La corriente a la salida de la caja espiral, *teóricamente* tiene el reparto indicado por la Ec. (9-59); *prácticamente* habrá disminuido más la velocidad junto a la pared de la caja espiral por efecto del rozamiento.

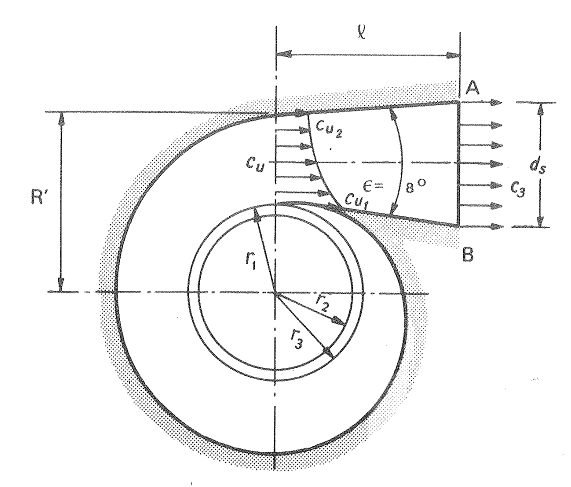


Fig. 9-52.– Tubo difusor.

El papel del tubo difusor es también recuperar la energía cinética y uniformar la corriente a la salida de la B. Para evitar el desprendimiento se ha de hacer $\epsilon \leqslant 8°$. La longitud ℓ suele ser aproximadamente igual al diámetro d_2 de salida del rodete.

9.6.3. Corona difusora sin álabes

Algunas B llevan entre el rodete y la caja espiral un anillo sin álabes, cuyo ancho b es frecuentemente igual al ancho b_2 del rodete a la salida. La configuración de corriente en este anillo teóricamente es la misma que en la caja espiral logarítmica estudiada en la Sec. 9.6.1.2, como se comprende fácilmente, pues todas las ecuaciones de dicha sección son también aquí aplicables. Luego esta corona actúa también como difusor. Su instalación es frecuente, por ejemplo en los V de alta presión y también en los TC (véase la Sec. 14.5.3).

Los difusores anulares, lo mismo que las volutas, requieren un diámetro relativamente grande exterior para asegurar una conversión de energía en cantidad razonable, lo que aumenta el tamaño y coste de la carcasa; por eso resulta más práctico en las máquinas pequeñas. En las BH se prefiere la voluta al difusor anular, no así en los V donde se emplea con frecuencia. Las paredes de los difusores anulares pueden también ser divergentes en lugar de paralelas. El diámetro exterior suele ser entre 150–180 % del diámetro exterior del rodete d_2.

9.6.4. Corona de álabes directrices de las B radiales

Tanto la voluta como el difusor anular sin álabes, que acabamos de estudiar,

tienen la ventaja de ser fáciles de construir y baratos. El difusor de álabes directrices fijos, que se representan en la figura 9-53, es más caro, pero aventaja a los dos anteriores en que es más compacto y de mejor rendimiento: lo primero se explica porque los difusores de álabes fijos permiten realizar conductos de mayor expansión con el mismo valor del ángulo inicial α_3; lo segundo, porque la corriente va mejor guiada.

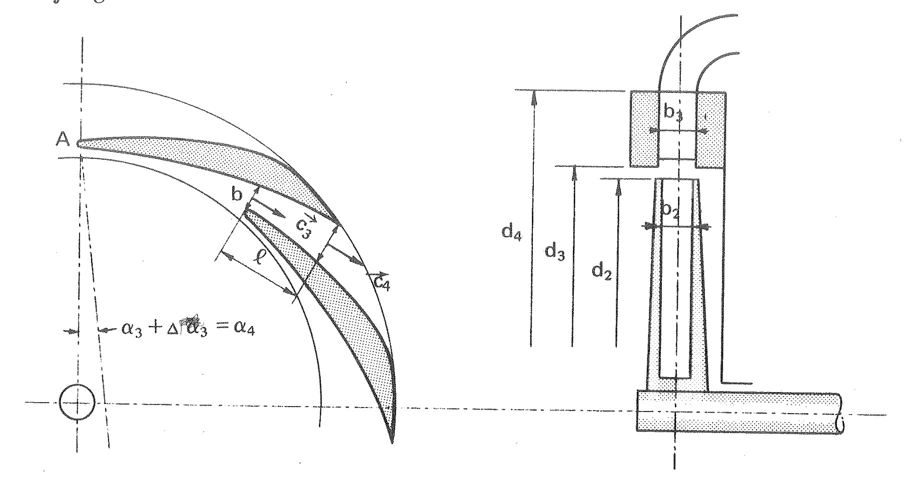


Fig. 9-53.– Dimensiones de la *corona directriz* con álabes.

Para evitar los costos de fabricación y almacenaje, los fabricantes construyen generalmente menor número de tamaños de carcasas que de rodetes, sirviendo un mismo tamaño de carcasa para rodetes de diferentes diámetros. En este caso la corona de álabes directrices tiene sobre la voluta la ventaja de que, mientras en ésta el rendimiento disminuye con caudales diversos del de trazado, en aquella puede conservarse constante, reduciendo simplemente el diámetro exterior con el torno, como se hace con el rodete (véase la Sec. 20.2).

Por eso en Europa, donde se ha buscado tradicionalmente más el rendimiento que la economía de fabricación, la gran mayoría de las B grandes están provistas de álabes directrices; mientras que Norteamérica ha tendido a sacrificar algo (1 ó 2%) el rendimiento, equipando simplemente con voluta las B de un solo escalonamiento. En las B de mútliples escalonamientos, tanto en Europa como en América, suele emplearse la corona de álabes directrices.

En general es claro que si se trata de B pequeñas normales el precio tiene más importancia que el rendimiento energético.

A título orientativo puede decirse que cuando la velocidad absoluta a la salida del rodete $c_3 > 20$ m/s resulta ventajosa la corona de álabes directrices. Los álabes directrices pueden contribuir también a la resistencia mecánica de la carcasa.

El rendimiento de la corona de álabes directrices puede estimarse entre un 0,85 – 0,93 %, según el tamaño.

He aquí algunas consideraciones que ayudan a un buen diseño de la corona directriz (véase la Fig. 9-53).

1) *Los diámetros de la corona* d_3 *y* d_4, suelen hacerse aproximadamente: $d_3 = d_2 + 2$ a 5 mm ; $d_4 = 1{,}3\ d_3$, si el rodete es sencillo; si de doble aspiración: $d_4 = 1{,}8\ d_3$.

En realidad el diámetro d_4 debe depender del número de álabes y de las proporciones adoptadas para la corona, y suele oscilar de $1{,}35\ d_2$ a $1{,}6\ d_2$.

2) El *ancho* b_3 (véase Fig. 9-53) suele hacerse aproximadamente igual a $1{,}1\ b_2$, con el fin de recoger bien el fluido a la salida del rodete. La sección b se calcula de manera que la velocidad en ella sea igual a $0{,}75 - 0{,}85\ c_3$, según el tipo de B.

3) El *radio hidráulico* de dicha sección debería ser mínimo, con el fin de aminorar las pérdidas; por tanto la sección b debería ser cuadrada; las secciones circulares son más eficientes, según se ha experimentado; pero son más costosas de construir. Variando el espesor de los álabes directrices, como muestra la figura 9-54, se puede variar a voluntad la forma y el área transversal del conducto según las exigencias hidráulicas.

4) El *ángulo de entrada de los álabes directrices* α_4 se hace un poco mayor (1–2°) que el ángulo α_3 (véase la Fig. (9-32) de la corriente absoluta a la salida del rodete. Con esta medida las pérdidas desde A hasta la sección b aumentan en un 2-3%; pero la velocidad en la zona b-c disminuye, y con ello las pérdidas en esta zona; en resumen la suma de todas las pérdidas entre a-c será mucho menor.

Otros constructores utilizan el ángulo α_4 que viene dado por la siguiente ecuación:

$$\operatorname{tg}\alpha_4 = 1{,}1 - 1{,}2\ \operatorname{tg}\alpha_3$$

5) La *relación* $\frac{c}{b}$ debe ser del orden de 1,6. Con esta relación ϵ viene a ser alrededor de 8,5° (véase a continuación n.8 y Fig. 9-54) para una corona con paredes laterales paralelas.

6) $\ell \simeq 4b$ (véase Fig. 9-53).

7) La *línea media de los canales constituidos por los álabes directrices* no debe tener una curvatura excesiva porque de lo contrario las corrientes secundarias que se crean reducen el rendimiento de la corona directriz.

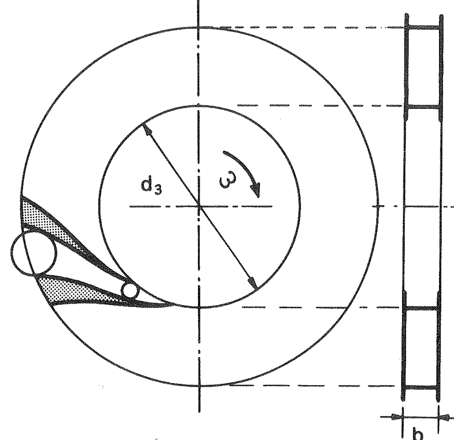


Fig. 9-54.– *Corona directriz* de ancho b constante. En la figura solo se han dibujado 2 álabes. (Combinando con el espesor de los álabes directrices se obtiene la expansión del flujo deseada).

8) El ángulo de divergencia ϵ, que tiene el conducto desarrollado por el método del conducto equivalente, explicado en la Pág. 414 (véase la Fig. 9-55) debe ser $\leqslant 7$–8°, si las cuatro paredes de los canales entre los álabes directrices son divergentes: si dos paredes solamente son divergentes (paredes laterales paralelas), puede llegarse hasta los 10°.

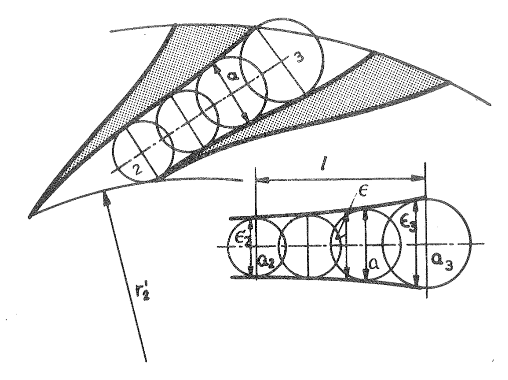


Fig. 9-55.– Comprobación de la expansión del flujo en el conducto entre dos álabes directrices.

9) El *número de álabes directrices* es en general mayor que el de álabes del rodete; pero no debe ser excesivo para que no aumenten demasiado las pérdidas de superficie. Además este número debe ser escogido de manera que no sea múltiplo del número de álabes del rodete para evitar las vibraciones causadas por el impacto periódico del fluido que sale del rodete sobre los álabes fijos.

10) La forma de los álabes directrices puede ser una espiral logarítmica, que es la trayectoria que naturalmente seguiría el fluido a la salida del rodete, y que conduce naturalmente a una transformación de la energía cinética en energía de presión, según se estudió en las Secs. 9.6.1.1. y 9.6.1.2.

Siendo

$$\operatorname{tg}\alpha_3 = \frac{c_{3m}}{c_{3u}} = \frac{Q\, r_2}{2\pi\, r_2 b_2 \cdot C}$$

y haciendo

$$\theta^\circ = \frac{360}{2\pi}\,\theta$$

la Ec. (9-56) para la corona directriz puede escribirse así:

$$r = r_3\ \rho^{\operatorname{tg}\alpha_3\theta}\ (\theta \text{ en radianes})$$

Según fué indicado en el n.4 en lugar del ángulo α_3 se empleará el ángulo α_4

con lo cual se tendrá:

$$r = r_3\ e^{tg\,\alpha_t\,\theta}$$

(ecuación de la espiral logarítmica de los álabes directrices)

Peculiaridades de los V

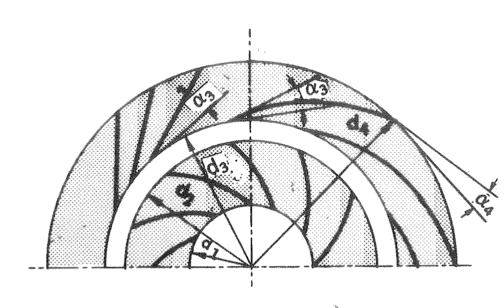


Fig. 9-56.– *Corona directriz* de álabes rectos (izquierda) y curvados (derecha). Una u otra forma se utilizan en los V.

1) En los V se utiliza a veces una corona directriz muy económica construida de chapa con álabes directrices rectos, como puede verse en la figura 9-56. El ángulo de difusión no debe ser > 12° . Por tanto, en este caso el número mínimo de álabes de la corona directriz será: $z_d = 360/12 = 30$.

2) La diferencia de diámetros $d_3 - d_2$, (véase la Fig. 9-56) sirve para reducir el choque a la entrada de la corona directriz, con lo cual se disminuye el ruido que suele originarse en esta zona.

Problema 21:

Una bomba centrífuga tiene las siguientes características: $d_1 = 120$ mm; $d_2 = 240$ mm; $b_2 = 22$ mm. Diámetro entrada corona directriz, $d_3 = d_2$; diámetro de salida de la misma $d_4 = 360$ mm. Ancho de la corona directriz constante y mayor en 5 % al ancho de salida del rodete. $Q = 30$ ℓ/seg (rendimiento volumétrico = 1); $H = 70$ m; $n = 2850$ rpm. Se desprecia el efecto debido al espesor de las paletas tanto fijas como móviles; rendimiento mecánico = 1; rendimiento hidráulico = 0,85; factor de disminución del trabajo, 0,87; las pérdidas en la corona directriz ascienden a 25 % de la energía recuperable en la misma; las pérdidas en el rodete ascienden a un 7 % de la altura efectiva. La entrada de los álabes es radial y la velocidad de flujo se mantiene constante a su paso por los álabes.

Calcular:

a) las alturas $H_{u\infty}$ y H_u

b) el ángulo real de la corriente absoluta a su llegada a la corona directriz y desviación de la corriente relativa causada por el remolino relativo a la salida del rodete;

c) ecuación de los álabes directrices construidos en forma de una espiral logarítmica;

d) altura de presión recuperada en la corona directriz;

e) incremento de presión estática real en el rodete.

Alturas $H_{u\infty}$ y H_u

$$\eta_{man} = \eta_h \cdot e_z = 0,85 \cdot 0,87 = 0,7395$$

$$H_{u\infty} = \frac{H}{\eta_{man}} = \frac{70}{0,7395} = 94,66 \text{ m}$$

$$H_u = \frac{H}{\eta_h} = \frac{70}{0,85} = 82,35 \text{ m}$$

b) *Angulos* α_3 y $\delta = \beta_2 - \beta_2'$.

Designaremos sin (') los valores correspondientes al triángulo de velocidades con número infinito de álabes y con (') los correspondientes al triángulo con número finito de álabes.

$$c_{2u} = g\,\frac{H_{u\infty}}{u_2} \qquad u_2 = \frac{\pi \cdot 0,240 \cdot 2850}{60} = 35,81 \text{ m/s}$$

$$c_{2u} = \frac{9,81 \cdot 94,66}{35,81} = 25,93 \text{ m/s}$$

$$c_{2m} = \frac{Q}{\pi\, b_2\, d_2} = \frac{0,030}{\pi \cdot 0,022 \cdot 0,240} = 1,809 \text{ m/s}$$

$$\beta_2 = \text{arc tg}\,\frac{1,809}{35,81 - 25,93} = 10^\circ\ 22'\ 33''$$

$$c'_{2u} = g\,\frac{H_u}{u_2} = \frac{9,81 \cdot 82,35}{35,81} = 22,56 \text{ m/s}$$

$$c'_{2m} = c_{2m}$$

$$\beta_2' = \text{arc tg}\,\frac{1,809}{35,81 - 22,56} = 7^\circ\ 46'\ 28''$$

$$\alpha_2' = \text{arc tg}\,\frac{c_{2m}}{c'_{2u}} = \text{arc tg}\,\frac{1,809}{22,56} = 4^\circ\ 35'\ 04''$$

$$c_{3m} = \frac{Q}{\pi \cdot 1,05\, b_2 d_2} = \frac{0,030}{\pi \cdot 1,05 \cdot 0,022 \cdot 0,24} = 1,722 \text{ m/s}$$

Resultados (véase figura):

Angulo de los álabes a la salida (constructivo) $\beta_2 = 10^\circ\ 22'\ 33'$.

Angulo δ de desviación de la corriente relativa $\delta = \beta_2 - \beta_2' = 2^\circ\ 36'\ 05''$.

Angulo de la corriente salida del rodete $\beta_2' = 7^\circ\ 46'\ 28''$.

Angulo de entrada en los álabes directrices (constructivo) $\alpha_3 = 4^\circ\ 21'\ 54''$.

c) *Ecuación de la espiral logarítmica*

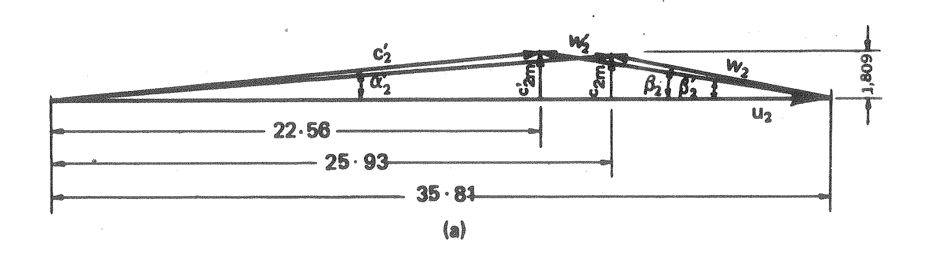
$$r = r_3\ e^{tg\,\alpha_3 \varphi}$$

$$r_3 = 120 \text{ mm}$$

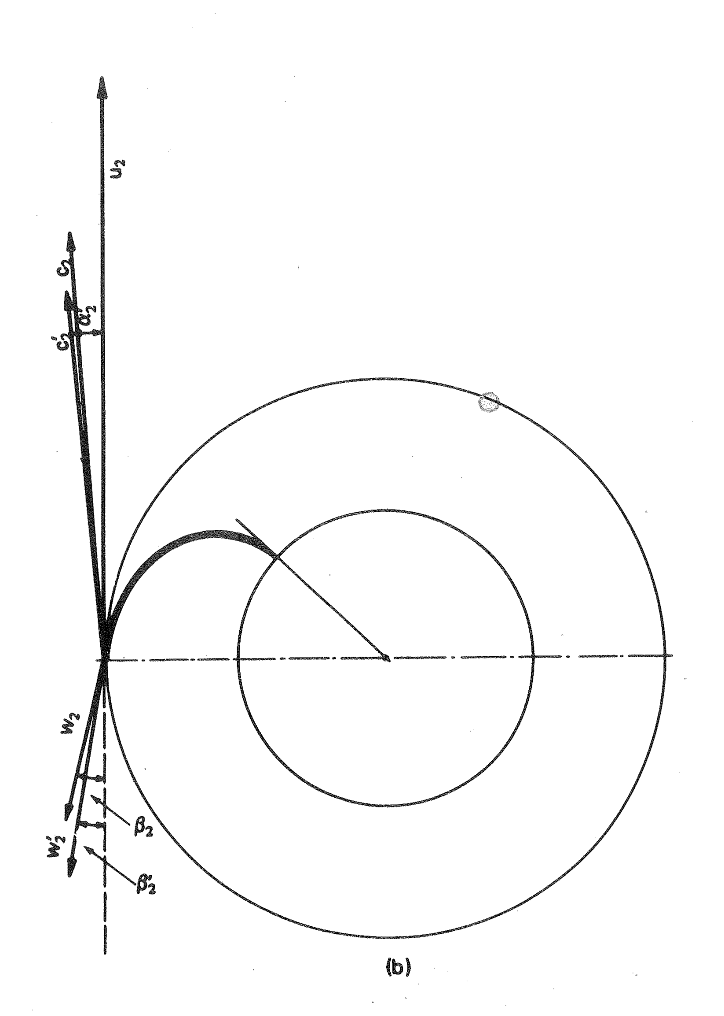
$$tg\,\alpha_3 = 0,07633$$

luego

$$r = 120\ e^{0,07633\,\varphi}$$



(a)

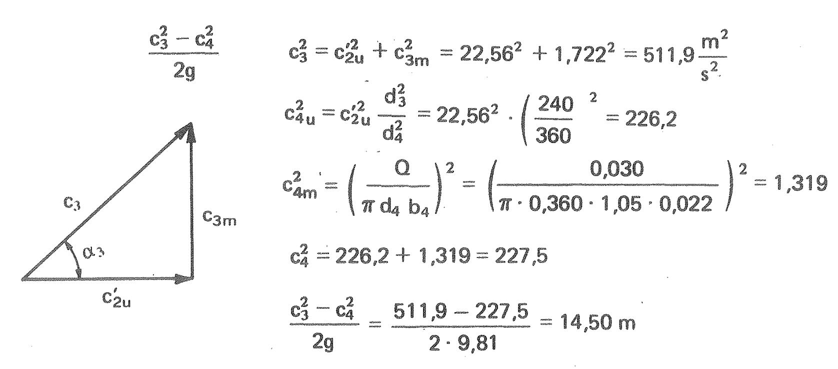


(b)



d) *Altura de presión recuperada en la corona directriz.*

La altura recuperable es:



$$\frac{c_3^2 - c_4^2}{2g}$$

$$c_3^2 = c_{2u}'^2 + c_{3m}^2 = 22{,}56^2 + 1{,}722^2 = 511{,}9 \frac{m^2}{s^2}$$

$$c_{4u}^2 = c_{2u}'^2 \frac{d_3^2}{d_4^2} = 22{,}56^2 \cdot \left(\frac{240}{360}\right)^2 = 226{,}2$$

$$c_{4m}^2 = \left(\frac{Q}{\pi\, d_4\, b_4}\right)^2 = \left(\frac{0{,}030}{\pi \cdot 0{,}360 \cdot 1{,}05 \cdot 0{,}022}\right)^2 = 1{,}319$$

$$c_4^2 = 226{,}2 + 1{,}319 = 227{,}5$$

$$\frac{c_3^2 - c_4^2}{2g} = \frac{511{,}9 - 227{,}5}{2 \cdot 9{,}81} = 14{,}50 \text{ m}$$

Altura recuperada:

$$0{,}75 \cdot 14{,}5 = 10{,}88 \text{ m}$$

e) *Incremento de presión en el rodete.*

Escribamos la ecuación de Bernoulli generalizada entre la entrada y salida de los álabes:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{c_1^2}{2g} + H_u - H_{rr} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{c_2'^2}{2g}$$

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho g} = H_u - \frac{c_2'^2 - c_1^2}{2g} - H_{rr}$$

donde H_{rr} – altura perdida por fricción en el rodete.

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho g} = 82{,}35 - \frac{22{,}56^2}{2 \cdot 9{,}81} - 0{,}07 \cdot 70 = 51{,}51 \text{ m.}$$

(Véanse las Figs. (a) y (b))

Problema 22:

Las dimensiones de una B centrífuga radial de agua instalada en carga con el eje de la B a 1 m del nivel de agua en el depósito de aspiración son las siguientes: rodete: d_1 = 90 mm; b_1 = 60 mm; d_2 = 240 mm; b_2 = 22 mm; corona de álabes directrices: $d_3 = d_2$; $b_3 = b_2$; d_4 = 360 mm; $b_4 = b_3 = b_2$; voluta: diámetro de salida = diámetro de salida de la B; d_S = 180 mm; ancho b = cte = b_2; $\beta_2 = 9^\circ\ 45'$. Las características de la B son: Q = 1800 ℓ/m; H = 70 m; n = 2850 rpm; pérdidas volumétricas despreciables; η_h = 0,85; entrada en los álabes sin circulación; pérdida en la corona directriz = 35%; rendimiento en la aspiración de la B hasta en la entrada en los álabes 70%; pérdidas en los álabes móviles = 0,07 H.

Calcular:

a) El triángulo de velocidades de salida.

b) Desviación de la corriente relativa a la salida del álabe.
c) Factor de disminución de trabajo.
d) Ecuación de la espiral logarítmica de los álabes directrices.
e) Incremento de altura de presión logrado en la corona directriz y rendimiento de la misma.
f) Presión absoluta a la entrada de los álabes.
g) Presión a la salida del rodete.
h) Incremento de presión logrado en la voluta y pérdida en la misma.

a) *Triángulo de salida*

Designaremos sin (') los valores correspondientes a número infinito de álabes o teoría unidimensional y con (') los correspondientes al rodete con número finito de álabes.

$$u_2 = \pi d_2 n = \frac{\pi \cdot 0{,}240 \cdot 2850}{60} = 35{,}81 \text{ m/s}$$

$$c'_{2u} = \frac{g H_u}{u_2} \qquad H_u = \frac{H}{\eta_h} = \frac{70}{0{,}85} = 82{,}35 \text{ m}$$

$$c'_{2u} = \frac{9{,}81 \cdot 82{,}35}{35{,}81} \equiv 22{,}56 \text{ m/s}$$

y despreciando el efecto de obstrucción debido al espesor de los álabes,

$$c'_{2m} = \frac{Q}{\pi b_2 d_2} = \frac{0{,}030}{\pi \cdot 0{,}240 \cdot 0{,}022} = 1{,}809 \text{ m/s}$$

$$c'_2 = \sqrt{22{,}56^2 + 1{,}809^2} = 22{,}63 \text{ m/s}$$

$$\alpha'_2 = \text{arctg} \frac{1{,}809}{22{,}56} = 4^\circ\ 35'\ 04''$$

$$\beta'_2 = \text{arc tg} \frac{1{,}809}{35{,}81 - 22{,}56} = 7^\circ\ 46'\ 28''$$

El triángulo de velocidades con número infinito de álabes está definido por:

$$u_2, \quad c_{2m} = c'_{2m} \qquad \beta_2 = 9^\circ\ 45'$$

ya que el ángulo constructivo es el β_1 correspondiente a la teoría unidimensional (véase Pág. 443). Resolviendo el triángulo con estos datos se obtiene:

$$c_{2u} = 25{,}28 \text{ m/s} \qquad c_2 = 25{,}34 \text{ m/s}$$

b) *Angulo de desviación.*

$$\Delta\beta = \beta_2 - \beta'_2 \quad \text{(véanse Figs. 1 y 2)}$$

c) *Factor de disminución de trabajo*

Siendo

$$e_z = \frac{H_u}{H_{u\infty}}$$

y

$$\frac{H_u}{H_{u\infty}} = \frac{u_2\, c'_{2u}/g}{u_2\, c_{2u}/g}$$

se tendrá

$$e_z = \frac{c'_{2u}}{c_{2u}} = \frac{22{,}56}{25{,}28} = 0{,}8224$$

d) *Ecuación de la espiral logarítmica.*

$$\text{tg}\, \alpha'_2 = 0{,}0802.$$

La ecuación de los álabes directrices realizados en forma de espiral logarítmica será:

$$r = r_2\, e^{(\text{tg}\, \alpha)\, \theta} = 120\, e^{0{,}0802\, \theta}$$

e) *Incremento de altura de presión y rendimiento de la corona directriz.*

La altura de presión teóricamente realizable será:

$$H_{pDt} = \frac{c_3^2 - c_4^2}{2g} \quad ; \quad \frac{c_3^2}{2g} = \frac{c_4^2}{2g} = 26{,}10 \text{ m}$$

Además

$$c_{4m} = c_{3m} \frac{d_3}{d_4} = c'_{2m} \frac{d_2}{d_4} = 1{,}809 \frac{240}{360} = 1{,}206 \text{ m/s}$$

$$c_{4u} = c'_{2u} \cdot \frac{d_2}{d_4} = 22{,}56 \frac{240}{350} = 15{,}04 \text{ m/s}$$

luego

$$\frac{c_4^2}{2g} = \frac{15{,}04^2 + 1{,}206^2}{2 \cdot 9{,}81} = 11{,}60 \text{ m}$$

y

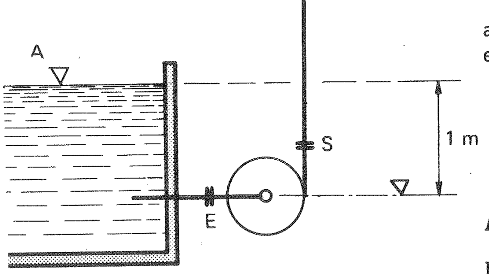
$$H_{pDt} = 26{,}10 - 11{,}60 = 14{,}50 \text{ m}$$

La realizada será:

$$H_{pD} = (1 - 0{,}35)\ 14{,}50 = 9{,}425 \text{ m}$$

y el rendimiento de la corona directriz: $\eta_D = 65\%$

f) La *presión de Bernoulli a la entrada de los álabes*



La presión de Bernoulli entre el nivel del agua en el depósito de aspiración y la entrada en el rodete (véase figura), sin pérdidas:

$$\frac{p_A}{\rho g} + 1 = H'_1$$

Haciendo $\frac{p_A}{\rho g} = 10$ m ; H'_1 11 m

Además: $H_1 = 0{,}7\ H'_1 = 7{,}7$ m

pero $H_1 = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{c_1^2}{2g}$

luego

$$\frac{p_1}{\rho g} = 7{,}7 - \frac{c_1^2}{2g}$$

$$c_1 = c_{1m} = c_{2m}\,\frac{d_2\,b_2}{d_1\,b_1} = 1{,}769 \text{ m/s}$$

$$\frac{p_1}{\rho g} = 7{,}7 - \frac{1{,}769^2}{2\cdot 9{,}81} = 7{,}541 \text{ m c.a. (presión absoluta)}$$

g) *Presión a la salida del rodete*

Ecuación de Bernoulli entre la entrada y salida del rodete:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{c_1^2}{2g} + H_u - 0{,}07 \quad c_2'^2 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{c_2'^2}{2g}$$

$$\frac{p_2}{\rho g} = 7{,}541 + 0{,}1595 + 70\left(\frac{1}{0{,}85} - 0{,}07\right) - 26{,}10 =$$

$$= 59{,}05 \text{ (presión absoluta)}$$

h) *Incremento de presión en la voluta y pérdida en la misma.*

Suponiendo que las tuberías de aspiración de la B son del mismo diámetro y que los ejes de las tuberías están situados a la misma cota, se tendrá [(Ec.4-15)]:

$$H = \frac{p_S - p_E}{\rho g}$$

$$\frac{p_S - p_E}{\rho g} = \frac{\Delta p_R + \Delta p_D + \Delta p_V}{\rho \cdot g}$$

donde Δp_R. Δp_D, Δp_V – incrementos de presión en el rodete, corona directriz y voluta respectivamente.

Por tanto

$$\frac{\Delta p_V}{\rho g} = 70 - \frac{p_2 - p_1}{\rho g} - 9{,}425 = 70 - (59{,}05 - 7{,}541) - 9{,}425 = 9{,}066 \text{ m.}$$

La altura de presión recuperable en la voluta es:

$$\frac{c_4^2 - c_S^2}{2g} \qquad \frac{c_s^2}{2g} = \frac{0{,}030^2 \cdot 4^2}{\pi^2 \cdot 0{,}18^4 \cdot 2\cdot 9{,}81} = 0{,}07082 \text{ m.}$$

$$\frac{c_4^2 - c_S^2}{2g} = 11{,}60 - 0{,}07082 \simeq 11{,}53$$

$$H_{rV} = 11{,}53 - 9{,}066 = 2{,}464 \text{ m}$$

Véanse además los problemas 7 y 14.

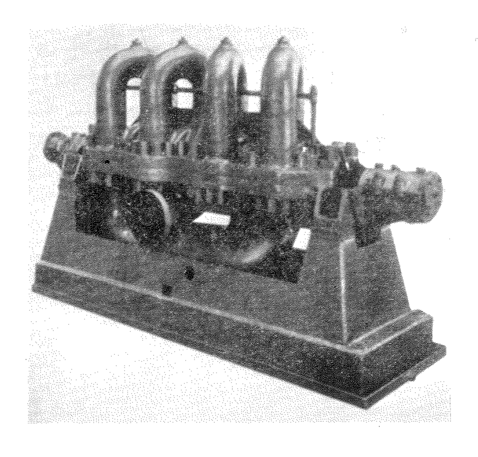
9.6.5. Conductos de retorno

En las bombas de múltiples escalonamientos el conducto de retorno tiene dos misiones: 1.ª) recoger el fluido que sale del rodete, desviarlo sucesivamente según las direcciones radial-centrífuga axial, radial-centrípeta, axial y conducirlo hasta la entrada del rodete siguiente; 2.ª) reducir la velocidad a la salida del rodete, de manera que el fluido entre en el rodete siguiente a ser posible con la misma velocidad, con la que entró en el rodete anterior; transformando progresivamente el excedente de energía cinética en energía de presión, evitando que la velocidad en ninguna sección transversal sea inferior a la velocidad absoluta a la entrada del rodete siguiente. Para dirigir el flujo a la boca del rodete siguiente el conducto de retorno obliga al fluido a girar 180°.

Fig. 9-57.– Conducto de retorno

El diagrama de la figura 9-57 muestra las funciones que ha de realizar un conducto de retorno, a ser posible, para mayor eficacia, sucesiva, no simultáneamente: la difusión y el giro no deben realizarse simultáneamente, ya que en el giro la distribución de velocidades se altera aumentando la velocidad por la fuerza centrífuga en el contorno exterior del codo. Los conductos de retorno no siempre están en en el mismo plano, por lo que se engendra un movimiento espiral que conviene evitar: para ello las secciones circulares son las más favorables. A la entrada en el rodete siguiente (véase Fig. 9-57) los conductos de retorno tienen forma de tobera, como la boca de aspiración de la B (Véase Fig. 9-39).

Los conductos de retorno pueden ser exteriores e interiores: los primeros, frecuentes en las B norteamericanas, son menos conocidos en las B europeas.



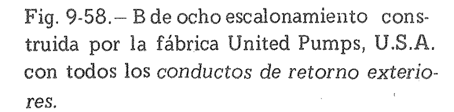


Fig. 9-58.– B de ocho escalonamiento construida por la fábrica United Pumps, U.S.A. con todos los *conductos de retorno exteriores.*

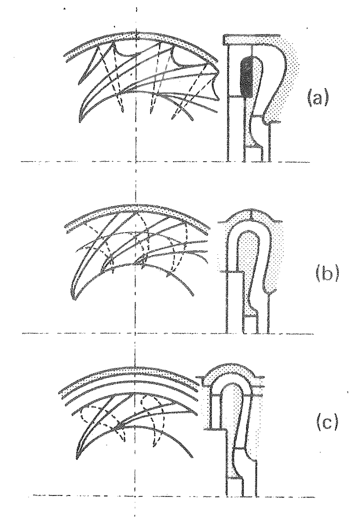


Fig. 9-59.– Formas diversas de *difusores y conductores de retorno.*

Conductos de retorno exteriores

En la figura 9-58 puede verse el aspecto exterior de una B de ocho escalonamientos con *conductos de retorno exteriores.* Por encima de ocho escalonamientos el rendimiento con conductos de retorno exteriores es bajo. En esta figura el orden del flujo en los escalonamientos de derecha a izquierda es: 1–2–5–6–8–7–4–3. El conducto de retorno 4–5 está oculto debajo del 2–3 y del conducto 6–7.

Conducto de retorno interiores

En la figura 9-59 pueden verse los tipos más frecuentes:

–Fig. a: la transformación de velocidad en presión se termina en el extremo del difusor.

–Fig. b: los canales difusores se prolongan en el canal de retorno.

–Fig. c: construcción separada de los canales de retorno. Permite mecanizar estos canales esmeradamente, reduciendo así las pérdidas por rozamiento.

Las TF muy lentas son máquinas radiales y su diseño se hace de manera totalmente análoga a la desarrollada en este capítulo para las B radiales.

9.7. Diseño 1: B radial de varios escalonamientos

Diseñar una B para impulsar 196 m^3/h de agua fría a una altura efectiva de 100 m. La B irá acoplada a un motor asíncrono de 3 pares de polos, con una velocidad de rotación de 970 rpm.

Los datos iniciales son:

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$Q = 196 \text{ m}^3/\text{h} = 0{,}05444 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H = 100 \text{ m} \left(Y = gH = 9{,}81 \cdot 100 = 981 \frac{\text{J}}{\text{kg}}\right)$$

$$n = 970 \text{ rpm} = 16{,}17 \text{ rps}$$

a) Cálculos iniciales

El número específico de revoluciones requerido en la B será:

$$n_s = 3{,}65 \cdot \frac{n\,Q^{1/2}}{H^{3/4}} = \frac{3{,}65 \cdot 970\,\sqrt{0{,}05444}}{100^{3/4}} = 26{,}12$$

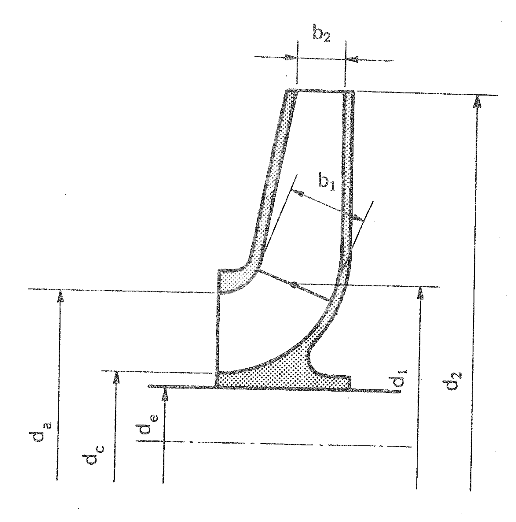
$$n_q = \frac{n\,Q^{1/2}}{H^{3/4}} = \frac{n_s}{3{,}65} = 7{,}157$$

Según lo dicho en la Pág. 432 este número tan bajo no puede conseguirse con un solo rodete, por lo cual se construirá una B de varios escalonamientos.

Diámetro del eje d_e (véase Fig. 1)

En este momento para el dimensionado del eje sólo podemos tener en cuenta el esfuerzo de torsión en el mismo, porque desconocemos el número de rodetes y consiguientemente la longitud del eje; conocida esta última será preciso comprobar el momento de flexión y las velocidades críticas.

Empecemos estimando un η_{tot}, lo cual se logra estimando en función de n_s y de la potencia efectiva de la B ($P = Q\,\rho\,g\,H \cdot 10^{-3}$ = $= 0{,}05444 \cdot 1000 \cdot 981 \cdot 10^{-3}$ = $= 53{,}40$ kW) a base de experiencias con B ya construídas, $\eta_v = 0{,}95$, $\eta_h = 0{,}83$, $\eta_m = 0{,}98$, $\sigma = 0{,}04$ y



Diseño 1, Fig. 1.–Dimensiones principales de un rodete radial.

$$\eta_{tot} = 0{,}83 \cdot 0{,}95\ (0{,}98 - 0{,}04) = 0{,}7412$$

con lo cual la potencia de accionamiento para carga nominal será:

$$P_a = \frac{P}{\eta_{tot}} = \frac{53{,}40}{0{,}7412} = 72{,}05 \text{ kW}$$

Para prever la flexión excesiva del eje en una B de múltiples escalonamientos adoptaremos el valor bajo del esfuerzo cortante de torsión indicado en la Pág 448.

$$s_s = 1200 \frac{N}{cm^2} = 120 \text{ bar}$$

El momento de torsión transmitido por el eje es:

$$M = \frac{1}{2\pi}\frac{P_a}{n} = \frac{60 \cdot 72{,}05 \cdot 10^3}{2\pi \cdot 970} = 709{,}34 \text{ m} \cdot \text{N}$$

y el diámetro provisional del eje será:

$$d_e = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M}{\pi \cdot s_s}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 709{,}34}{\pi \cdot 120 \cdot 10^5}} = 0{,}067 \text{ m}$$

o sea

$$d_e = 67 \text{ mm}$$

(valor provisional)

que redondearemos hasta

$$d_e = 70 \text{ mm}$$ (1)

El diámetro del cubo (véase la Fig. 1), según lo dicho en la Pág. 449 se hará

$$d_c = 80 \text{ mm}$$

Número de escalonamientos

Podemos fijar un tipo de rodete cuyo n_s esté situado hacia la mitad de la gama abarcada por las B radiales (véase Pág. 432). Haciendo $n_s = 90$. Ahora bien, siendo [véase Ec. (8-57)]:

$$n_{szs} = \frac{n_{s1}}{z^{3/4}}$$

se tendrá

$$z = \left(\frac{90}{26{,}12}\right)^{4/3} = 5{,}204$$

(1) En el proyecto final se deberá tener en cuenta por un coeficiente de seguridad adecuado la debilitación del eje por las chavetas de fijación de los rodetes.

Fijaremos en 5 el número de escalonamientos, con lo cual el número específico de revoluciones de cada uno de los 5 rodetes, que proporcionará una altura efectiva de $\frac{100}{5} = 20$ m será:

$$n_{s1} = 5^{3/4} \cdot 26{,}12 = 87{,}35$$

b) Cálculo del rodete

Diámetro exterior del rodete, d_2 (véase Fig. 1).

Lo fijaremos en función del coeficiente de presión ψ, que tomaremos dentro de la gama indicada en la Pág. 450, haciendo

$$\psi = 0{,}97$$

y siendo la energía útil suministrada por cada rodete

$$Y_1 = g H_1 = 9{,}81 \cdot 20 = 196{,}2 \frac{J}{kg}$$

$$\psi = \frac{Y_1}{u_2^2/2}$$

$$u_2 = \pi d_2 n = \sqrt{\frac{2 Y_1}{\psi}}$$

y

$$d_2 = \frac{60}{\pi \cdot 970} \sqrt{\frac{2 \cdot 196{,}2}{0{,}97}} = 0{,}3960 \text{ m}$$

o sea

$$d_2 = 396 \text{ mm}$$

(valor provisional)

y redondeando

$$d_2 = 400 \text{ mm}$$

$$u_2 = \pi d_2 n = \frac{\pi \cdot 0{,}400 \cdot 970}{360} = 20{,}31 \text{ m/s}$$

Fig. 9-37 para nuestro valor de $n_s = 87{,}35$ se lee

$$\frac{d_1}{d_2} = 0{,}51$$

y

$$d_1 = 204 \text{ mm}$$

(valor provisional)

redondeando

$$d_1 = 200 \text{ mm}$$

$$u_1 = \pi d_1 n = \frac{\pi \cdot 0{,}200 \cdot 970}{60} = 10{,}16 \text{ m/s}$$

Diámetro de la boca de aspiración (véase Fig. 1).

Estimando en un 1% las pérdidas intersticiales externas, el caudal que circula por el tubo de aspiración (véase la Sec. 4.6.2) será:

$$Q'' = 1{,}01 \cdot Q = 1{,}01 \cdot 0{,}05444 = 0{,}05498 \frac{m^3}{s}$$

y según la Ec. (9-41)

$$d_a = \sqrt{\frac{4}{\pi} \cdot \frac{Q''}{c_a} + d_c^2}$$

Con el fin de no sacrificar el rendimiento hidráulico, que en una B de cinco escalonamientos tenderá a ser bajo, para estimar c_a aplicaremos la Ec. (9-42), haciendo

$$c_a = 0{,}1 \sqrt{2g H_1} = 0{,}1 \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 20} = 1{,}98 \simeq 2 \text{ m/s}$$

(valor provisional)

y

$$d_a = \sqrt{\frac{4}{\pi} \cdot \frac{0{,}05498}{2} + 0{,}08^2}$$

o sea

$$d_a = 0{,}2033 \text{ m}$$

(valor provisional)

que redondeamos a

$$d_a = 200 \text{ mm}$$

y

$$c_a = 1{,}994 \text{ m/s}$$

Entrada del rodete

Ancho a la entrada b_1 (véase Fig. 1)

La velocidad absoluta antes del estrechamiento de los álabes c_1', se hará provisionalmente según la Ec. (9-45)

$$c_1' = 1{,}02\, c_a = 1{,}02 \cdot 1{,}994 = 2{,}033 \text{ m/s}$$

que además se hará perpendicular a la circunferencia de entrada de diámetro d_1 (entrada sin álabes directrices, sin circulación) siendo además el caudal que circula por el rodete

$$\frac{Q}{\eta_v} = \frac{0{,}05444}{0{,}95} = 0{,}0573 \text{ m}^3/\text{s}$$

se tendrá:

$$b_1 = \frac{Q/\eta_v}{\pi d_1 c_1'} = \frac{0{,}0573}{\pi \cdot 0{,}200 \cdot 2{,}033} = 0{,}0448 \text{ m}$$

(valor provisional)

que redondearemos a

$$b_1 = 44 \text{ mm}$$

y el valor definitivo de c_1' será:

$$c_1' = \frac{2{,}033 \cdot 44{,}8}{44} = 2{,}073 \text{ m/s}$$

Triángulo de entrada

La velocidad absoluta después del estrechamiento de los álabes c_1 se obtiene estimando un coeficiente de obstrucción, ya que la aplicación de la Ec. exigirá conocer ya β_1 y el paso t_1 que aún son desconocidos. Luego será preciso comprobar dicha ecuación. Estimamos, según lo dicho en la Pág. 442

$$\tau_1 = 1{,}18$$

de manera que

$$c_1 = \tau_1\, c_1' = 1{,}18 \cdot 2{,}073 = 2{,}446 \text{ m/s}$$

y siendo el triángulo rectángulo se tendrá (Fig. 2) provisionalmente:

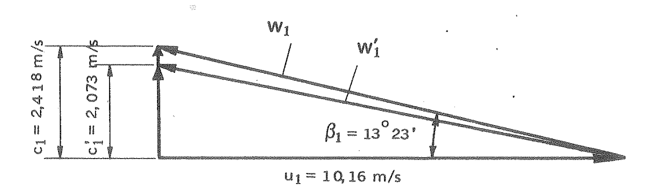
$$\text{tg}\, \beta_1 = \frac{c_1}{u_1} = \frac{2{,}446}{10{,}16} = 0{,}24$$

$$\beta_1 = 13^\circ 32'$$

(valor provisional)

Con este valor de β_1 y un valor provisional de $\beta_2 = 30^\circ$ podemos ya elegir un número de álabes aplicando la Ec. (9-38)

$$z = 6{,}5 \frac{d_2 + d_1}{d_2 - d_1} \text{ sen } \frac{\beta_1 + \beta_2}{2}$$



Diseño 1, Fig. 2.–Triángulos de entrada sin tener en cuenta y teniendo en cuenta el espesor de los álabes.

$$z = 6{,}5 \frac{400 + 200}{400 - 200} \operatorname{sen} \frac{13°32' + 30°}{2} = 7{,}23$$

es decir

$$z = 7 \text{ álabes}$$

Elegimos un espesor de los álabes $s = 3$ mm

El paso a la entrada de los álabes será:

$$t_1 = \frac{\pi d_1}{z} = \frac{\pi \cdot 200}{7} = 89{,}76 \text{ mm}$$

Por tanto el verdadero valor del coeficiente de estrechamiento a la entrada será:

$$\tau_1 = \frac{t_1 \operatorname{sen} \beta_1}{t_1 \operatorname{sen} \beta_1 - s} = \frac{89{,}76 \cdot \operatorname{sen}(13°32')}{89{,}76 \cdot \operatorname{sen}(13°32') - 3} = 1{,}167$$

recalculando β_1 se tendrá:

$$c_1 = \tau_1 c'_1 = 1{,}167 \cdot 2{,}073 = 2{,}418 \text{ m/s}$$

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{c_1}{u_1} = \frac{2{,}418}{10{,}16} = 0{,}238$$

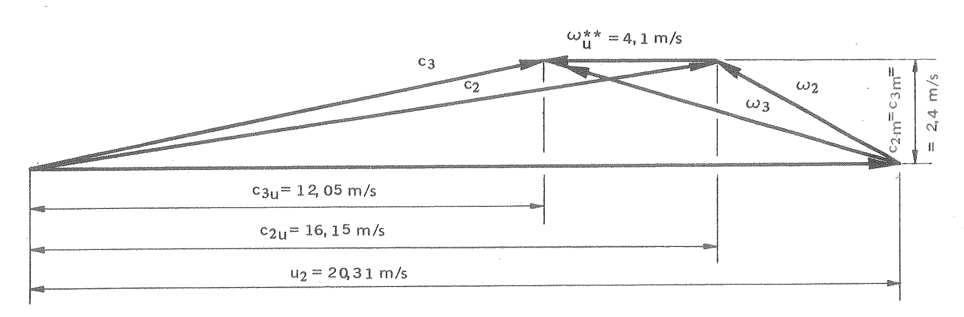
$$\beta_1 = 13°\ 23'$$

que coincide prácticamente con el valor provisional anterior y que podemos adoptarlo como definitivo. Si este valor hubiera diferido apreciablemente hubiera sido necesario recalcular z con el nuevo valor de β_1

Salida del rodete

En la Fig. 3 se representa el triángulo de salida con número infinito de álabes (subíndice 2) y con número finito de álabes (subíndice 3). Se construirán álabes afilados a la salida, que tienen mejores características aerodinámicas, es decir con





Diseño 1. Fig. 3.–Triángulos de salida con número infinito (subíndice 2) y finito de álabes (subíndice 3) para espesor de los álabes a la salida despreciable.

un espesor $s \simeq 1$ mm, con lo cual prácticamente el coeficiente de obstrucción a la salida $\tau_2 \simeq 1$.

Para determinar el primer triángulo, del que se conocen ya dos datos, a saber u_2 y β_2, se calculará c_{2m}:

$$c_{2m} = \frac{Q/\eta_v}{\pi d_2 b_2}$$

El valor de b_2 obtendrá de la condición de que $c_{2m} \simeq c_{1m}$ y entonces:

$$b_2 = \frac{0{,}05444}{0{,}95 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}4 \cdot 2{,}418} = 0{,}01886 \text{ m}$$

(valor provisional)

que redondearemos a

$$b_2 = 19 \text{ mm}$$

y el valor definitivo de c_{2m} será:

$$c_{2m} = 2{,}418 \cdot \frac{18{,}86}{19} = 2{,}400 \text{ m/s}$$

Con estos 3 valores se traza el triángulo de la teoría unidimensional de la Fig. 3 (magnitudes con subíndice 2).

$$c_{2u} = u_2 - \frac{c_{2m}}{\operatorname{tg} \beta_2} = 20{,}31 - \frac{2{,}4}{\operatorname{tg} 30°} = 16{,}15 \text{ m/s}$$

$$H_{u\infty} = \frac{u_2 c_{2u}}{g} = \frac{20{,}31 \cdot 16{,}15}{9{,}81} = 33{,}47 \text{ m}$$

Para determinar el triángulo con número finito de álabes conocemos u_2 y c_{2m}. Siguiendo el método de Stodola (véase Pág. 425) se tiene:

$$c_{3u} = c_{2u} - w_u^*$$

$$w_u^* = K_R \frac{\pi \text{ sen } \beta_2}{z} u_2$$

De la tabla 9.3 para $\beta_2 = 30°$ se saca:

$$K_R = 0{,}9$$

$$w_u^{**} = 0{,}9 \frac{\pi \text{ sen } 30° \cdot 20{,}31}{7} = 4{,}1 \frac{m}{s}$$

y

$$c_{3u} = 16{,}15 - 4{,}1 = 12{,}05 \frac{m}{s}$$

El triángulo de velocidades con número finito de álabes puede verse también en la Fig. 3 (magnitudes con subíndice 3).

El factor de disminución de trabajo e_z, según la Ec.9-21) será:

$$e_z = \frac{c_{2u} - w_u^*}{c_{2u}} = \frac{c_{3u}}{c_{2u}} = \frac{12{,}05}{16{,}15} = 0{,}7461$$

La altura teórica con número finito de álabes será:

$$H_u = H_{u\infty} e_z = 33{,}47 \cdot 0{,}7461 = 24{,}97 \text{ m}$$

Ahora se puede comprobar el rendimiento hidráulico previamente supuesto:

$$\eta_h = \frac{H}{H_u} = \frac{20}{24{,}97} = 0{,}801$$

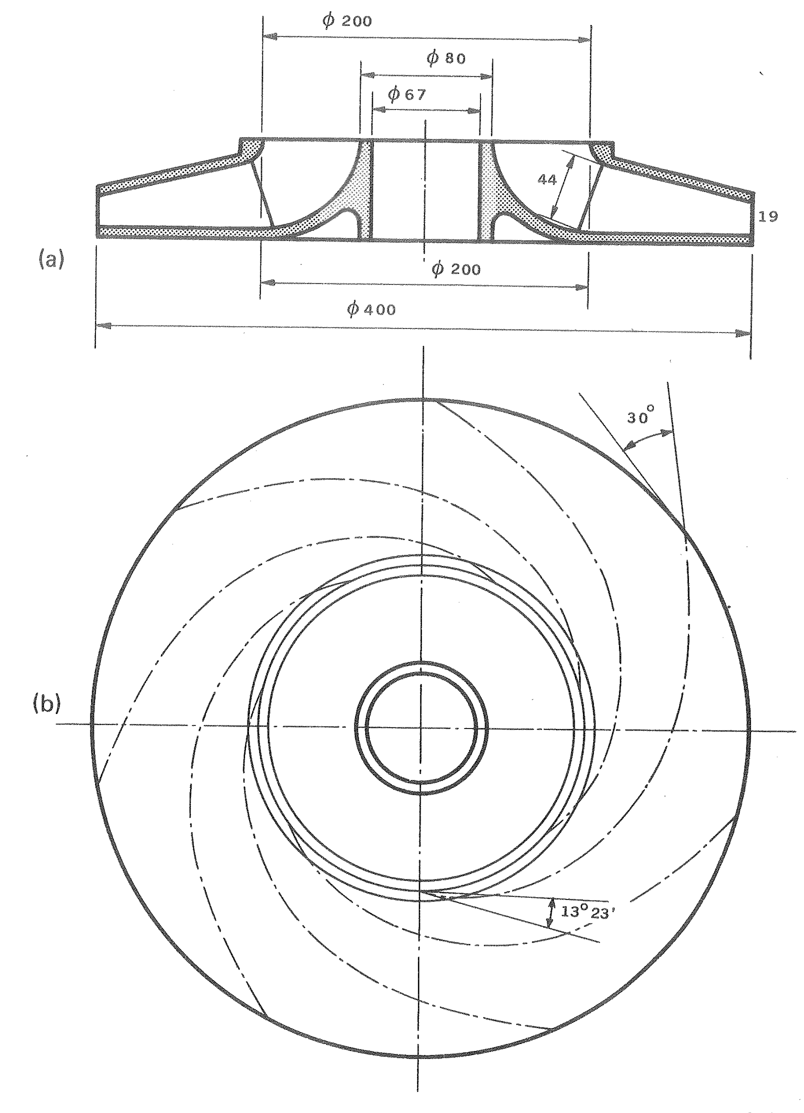
que coincide prácticamente con el valor supuesto al principio.

De la Fig. 3 se deduce

$$\alpha_3 = \text{arctg} \frac{c_{3m}}{c_{3u}} = \text{arc tg} \frac{c_{2m}}{c_{3u}} = \text{arc tg} \frac{2{,}4}{12{,}05} = 11° \; 15' \; 51''$$

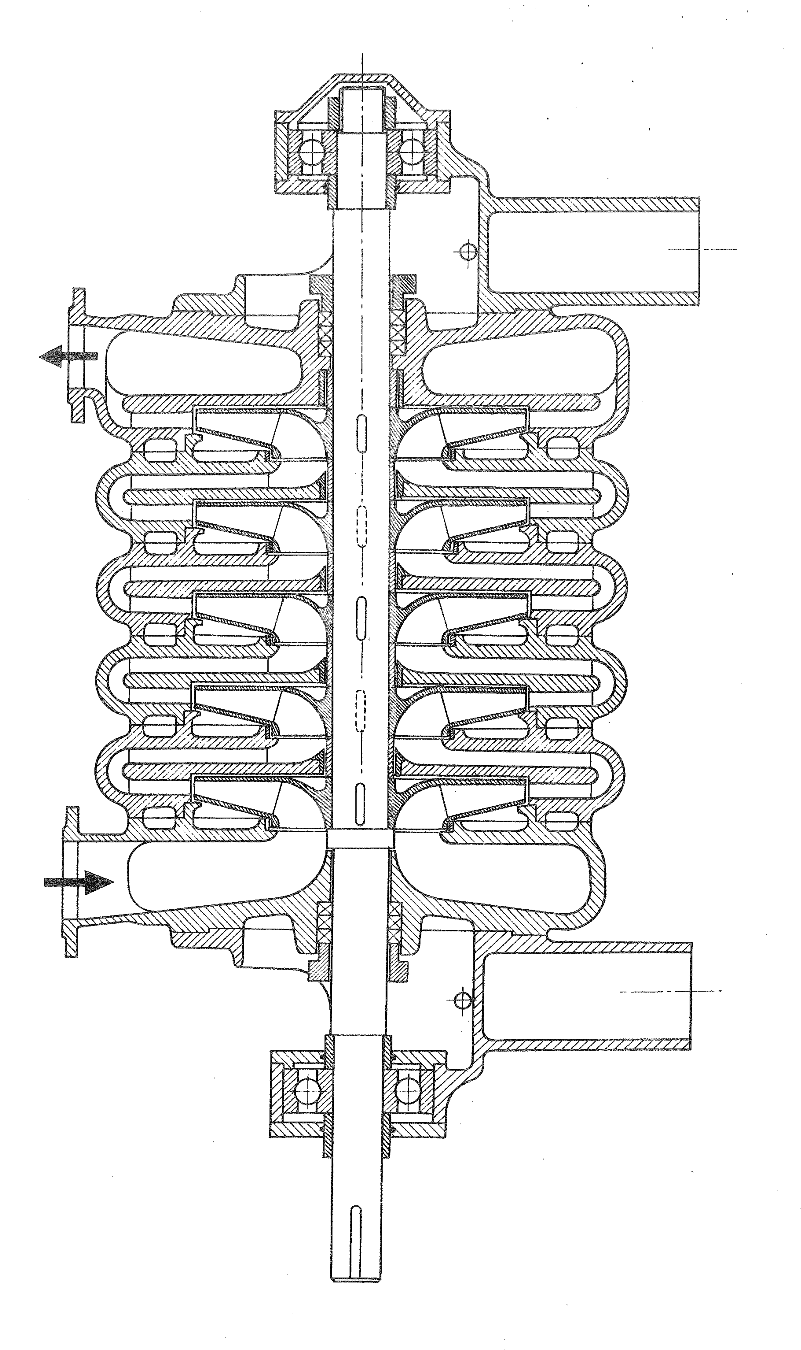
α_3 es el ángulo de la corriente absoluta a la salida del rodete, importante para el diseño de la corona directriz.

En la Fig. 4,a,b puede verse el corte meridional y transversal del rodete proyectado. La forma de los álabes es la que se obtiene a continuación en el diseño 2.



Diseño 1. Fig. 4.–Sección a) meridional y b) transversal de uno de los 5 rodetes de la B radial del diseño 1 (todos los rodetes son exactamente iguales).

En la Fig. 5 puede verse un corte de la B completa.



Diseño 1. Fig. 5.—Corte meridional de la B de cinco escalonamiento del diseño 1.

9.8. Diseño 2: Trazado del álabe cilíndrico de una B radial por puntos

Calcular por puntos los álabes del rodete de la B del diseño 1, cuyos datos de funcionamiento son: $Q = 0{,}05444\ m^3/s$; $H = 20\ m$ *(altura efectiva de un rodete, siendo la altura efectiva total de los 5 rodetes:* $5 \cdot 20 = 100\ m$*);* $n = 970$ *rpm.*

Como resultado del diseño 1 se conocen los siguientes datos:

Caudal que circula por el rodete $\frac{Q}{\eta_v} = 0{,}0573\ \frac{m^3}{s}$

$d_1 = 200$ mm

$d_2 = 400$ mm

$\beta_1 = 13°\ 23'$

$\beta_2 = 30°$

$c_{1m} = c_1 = 2{,}418$ m/s

$c_{2m} = 2{,}4$ m/s

$$w_1 = \frac{c_{1m}}{\text{sen}\ \beta_1} = \frac{2{,}418}{\text{sen}\ (13°\ 23')} = 10{,}44\ \frac{m}{s}$$

$$w_2 = \frac{c_{2m}}{\text{sen}\ \beta_2} = \frac{2{,}4}{\text{sen}\ 30°} = 4{,}8\ \frac{m}{s}$$

$s_1 = 3$ mm

$s_2 \simeq 0$ mm

$z = 7$ álabes

Con estos datos se pueden construir las curvas de la Fig. 1:

– El eje de abscisas se divide en intervalos iguales Δr, de manera que

$$\Delta r = \frac{r_2 - r_1}{6} = \frac{200 - 100}{6} = 16{,}66 \text{ mm}$$

– la curva $w = f(s)$ se trazará arbitrariamente como una recta, que pasa por los puntos conocidos de coordenadas (r_1, w_1) y (r_2, w_2)

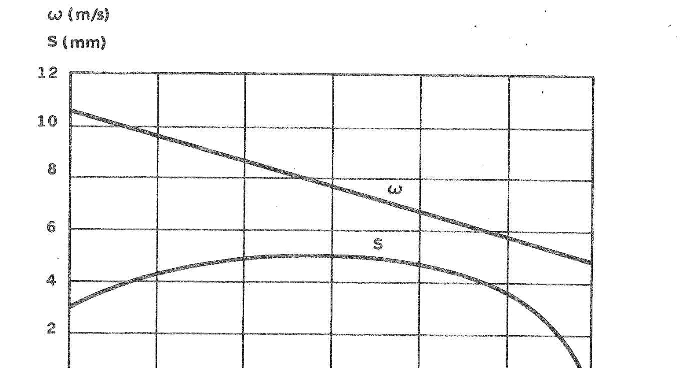
– se establece arbitrariamente la curva de la variación del espesor en cada radio, de manera que de origen a un perfil aerodinámicamente favorable $s = f(r)$.

Los cálculos que se vayan realizando se llevarán a la tabla del diseño 2.

En las columnas 1 y 2 se llevarán los valores de w y s tomados en la Fig. 1.

En lugar de prescribir también una variación de c_m a lo largo de cada radio, y aplicar la Ec. (9-47), se tomarán de la Fig. 4 del Diseño 1 los valores de b para cada radio y se llevarán a la col. 4.

Ahora bien en cada punto del álabe:



Diseño 2. Fig. 1.

TABLA DEL DISEÑO 2

Cálculo de un álabe de la B radial del diseño 2 (véase Pág. 495) por puntos

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
radio *(mm)*	w *(m/s)*	s *(mm)*	t *(mm)*	b *(mm)*	sen β	β *(grados)*	tg β	$\frac{1}{r\,tg\,\beta}$	$\int_{r_1}^{r} \frac{dr}{r\,tg\,\beta}$	$\varphi = \frac{180}{\pi} \cdot \int_{r_1}^{r} \frac{dr}{r\,tg\,\beta}$
r_1	10,44	3	89,76	44	0,2319	13°32'	0,2379	42,03	0	0
r_a	9,5	4,3	104,7	38	0,2576	14°55'	0,2666	32,15	0,6179	35°24'
r_b	8,56	4,9	119,7	33,8	0,2773	16°6'	0,2886	25,98	1,102	63°8'
r_c	7,62	5	134,6	30	0,3031	17°38'	0,3180	20,96	1,493	85°32'
r_d	6,68	4,7	149,6	26,4	0,3417	19°58'	0,3635	16,5	1,805	103°24'
r_e	5,74	3,6	164,6	22,6	0,4053	23°54'	0,4433	12,3	2,045	117°12'
r_2	4,8	0	179,5	19	0,5	30°	0,5773	8,66	2,219	127°12'



$$\text{sen}\,\beta = \frac{c_m}{w} = \frac{1}{w}\,\frac{Q/\eta_v}{2\pi r b}\,\frac{t}{t - \frac{s}{\text{sen}\,\beta}}$$

de donde

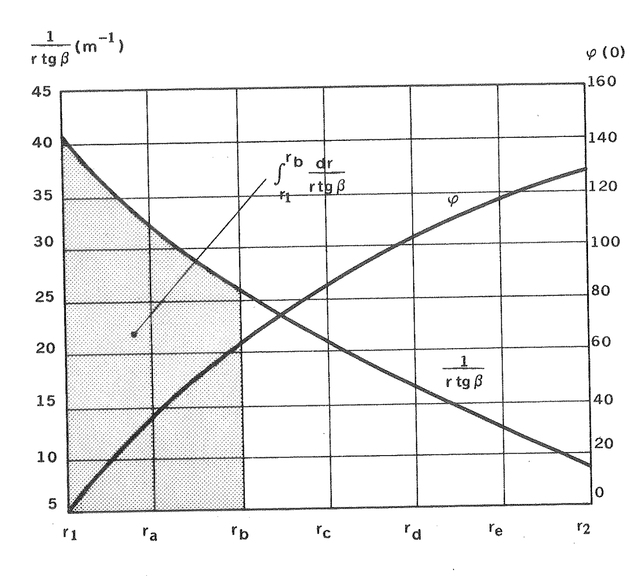
$$\text{sen}\,\beta = \frac{s}{t} + \frac{Q}{\eta_v}\,\frac{1}{2\pi r b w} \qquad (1)$$

El paso en cada radio será:

$$t = \frac{2\pi}{z}\,r = 0{,}8976\,r$$

Los valores de t pueden verse en la col. 3.

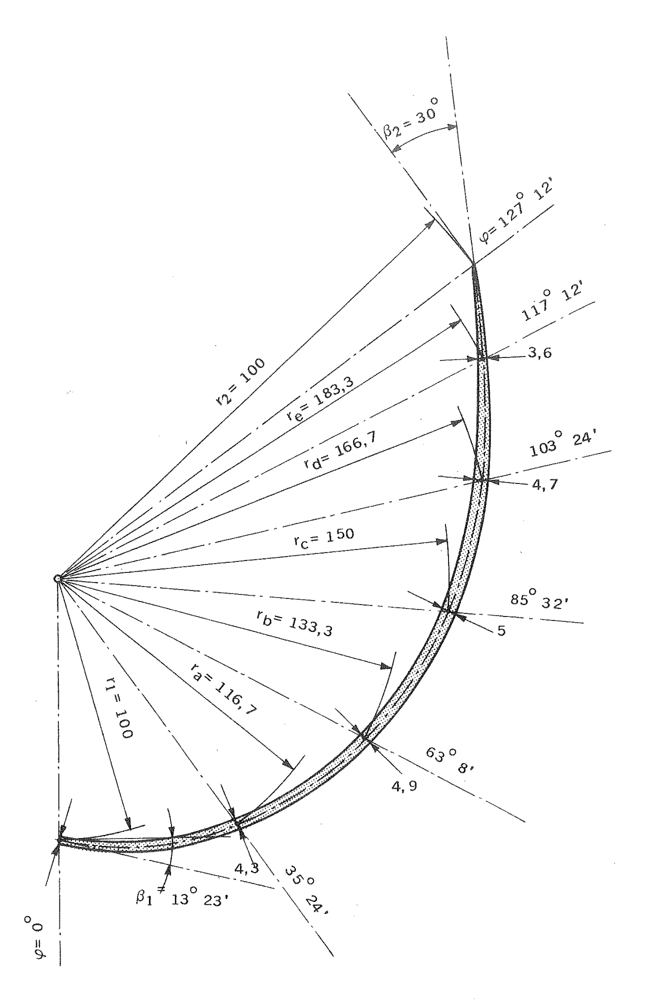
Con la Ec. (1) se obtienen los valores de sen β (col. 5), de donde se deduce β (col. 6), tg β (col. 7) y $\frac{1}{r\,tg\,\beta}$ (col. 8). Obtenidos todos los valores de esta última columna se trazará la curva $\frac{1}{r\,tg\,\beta} = f(r)$ de la Fig. 2, para ir obteniendo mediante un planímetro los valores de la col. 9. A título de ejemplo en la Fig. 2 se ha rayado el área que representa $\int_{r_1}^{r_b} \frac{1}{r_b\,tg\,\beta}$ correspondiente al radio $r_b = 133{,}3$ mm.



Diseño 2. Fig. 2.

Finalmente en la col. 10 figuran las coordenadas φ de la línea media del álabe en función de r.

En la Fig. 3 se ha trazado en primer lugar la línea media del álabe en los valores de la col. 10 y en cada radio se han llevado (normalmente a la línea media los valores de los espesores s, tomados de la col. 2.



Diseño 2. Fig. 3.

9.9. Diseño 3: Caja espiral logarítmica de un V radial

Diseñar una caja espiral logarítmica para el V radial que se calcula en el diseño 7.

Datos iniciales tomados del diseño 7 (Pág. 803).

Según lo dicho en la Pág. 462 calcularemos la caja espiral con un caudal aumentado, Q':

$$Q' = \frac{Q}{\eta_v} = \frac{1{,}414}{0{,}94} = 1{,}504 \ \frac{m^3}{s}$$

$$c_{3u} = 24{,}32 \ \frac{m}{s}$$

$$r_2 = \frac{d_2}{2} = 203 \text{ mm}$$

$$u_2 = 61{,}59 \text{ m/s}$$

$$b_2 = 101 \text{ mm}$$

Según lo dicho en la Pág. 470 el radio de la lengua r_ℓ se hará:

$$r_\ell = 0{,}10\ r_2 = 0{,}10 \cdot 203 = 20{,}30 \text{ mm}$$

correspondiente a $\theta = 0°$ (comienzo de la caja espiral); y según lo dicho en la Pág. 463 haremos $b_3 = 4{,}5\ b_2 = 4{,}5 \cdot 101 \simeq 454{,}5$ que redondeamos a

$$b_3 = 455 \text{ mm}$$

Para el valor de ℓ en la Fig. 9-50,a escogeremos $\ell = 200$ mm. Para el valor $\frac{\ell}{r_2} = \frac{200}{203} = 0{,}9852$ leemos en la Fig. 9-50,b

$$360 - \theta = 44°$$

Además

$$C = r_2\ c_{3u} = 24{,}32 - 0{,}203 = 4{,}937 \ \frac{m^2}{s}$$

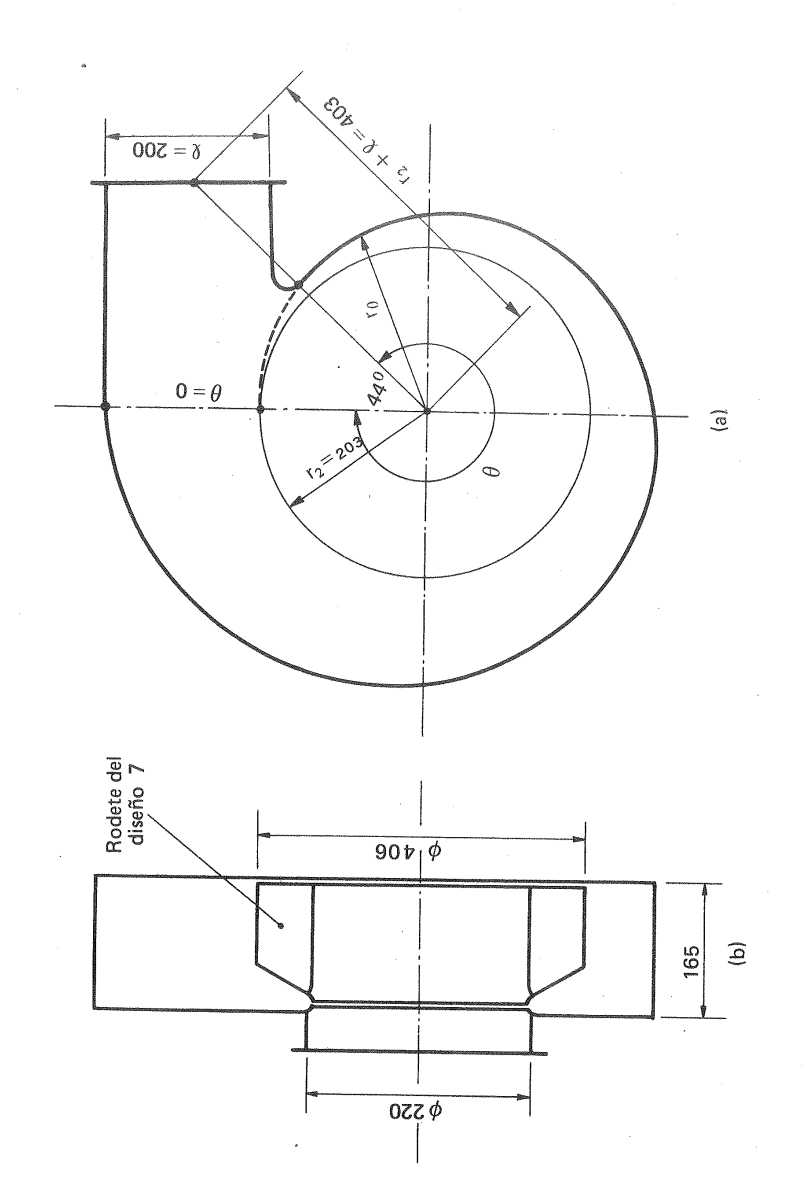
y

$$\frac{Q}{C\,b} = \frac{Q'}{C\,b_3} = \frac{1{,}504}{4{,}937 \cdot 0{,}455} = 0{,}67$$

De la Ec. (9-55) se deduce:

$$\log \frac{r_\theta}{r_2} = 1{,}21 \cdot 10^{-3}\ \frac{Q'}{C\,b_3} \cdot \theta° = 0{,}0008107 \cdot \theta°$$

Dispondremos los cálculos tabularmente.



Diseño 3. Fig. 1.– Caja espiral logarítmica de un V radial. a) Proyección meridional. b) Proyección transversal

TABLA DEL DISEÑO 3

Cálculo de la caja espiral logarítmica del V radial del diseño 7 (pág. 803).

Q (Grados)	0	$360 - \theta = 44^0$	90^0	135^0	180^0	225^0	270^0	315^0	360^0
$\log \frac{r_\theta}{r_2}$	0	0,03567	0,07296	0,1094	0,1459	0,1824	0,2188	0,2554	0,2918
$\frac{r_\theta}{r_2}$	1	1,086	1,183	1,287	1,399	1,522	1,655	1,800	1,958
r_θ	203	220,4	240,1	261,2	284,1	309,0	336,0	365,5	397,5

Conociendo las coordenadas polares θ y r_θ de la directriz de la caja espiral, puede ya dibujarse ésta como se ha hecho en la figura. Podría también utilizarse el procedimiento aproximado por arcos de círculo, explicado en la Pág. 464 y en la Fig. 9-43.

10. Proyecto aerodinámico de las turbomáquinas axiales

10.1. Introducción

A partir del año 1922, y modernamente con interés cada día en aumento, se tiende a estudiar todas las TM axiales hidráulicas y térmicas aerodinámicamente.

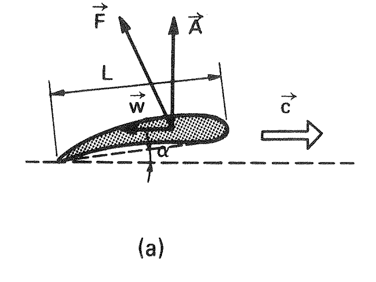
En los últimos años han sido sobre todo las TMT axiales las que han impulsado más el estudio aerodinámico de las TM. El desarrollo espectacular de la TG como motor de aviación, y como motor industrial espoleó la investigación sobre todo en los campos del TC axial y de la metalurgia. Los métodos aerodinámicos se han empleado mucho en el desarrollo del TC axial cuya ventaja sobre el TC centrífugo en los motores-TG de aviación es innegable y posteriormente en la TV y en la unidad TG.

El *método aerodinámico* abandona la hipótesis del *método unidimensional* de que todas las partículas de fluído sufren idéntica desviación en las coronas fijas y móviles de la TM. Los álabes no se consideran ya formando canales o *conductos;* sino como perfiles de ala inmersos en el flujo, que experimenta la influencia mutua de todos ellos. En las TM modernas de alta velocidad específica, en las cuales la distancia entre los álabes es muy grande, este punto de vista es el único admisible para el estudio de los fenómenos, que tiene lugar en ellas. Entonces los ángulos de entrada y salida de los triángulos de velocidades en la teoría unidimensional representan una desviación máxima del flujo, ya que los filamentos no adyacentes a los álabes sufren desviaciones más pequeñas. Así, en general resulta que el *ángulo de desviación de la línea de corriente* es mucho menor que el *ángulo de desviación* de los álabes, o ángulo formado por las tangentes de salida y entrada de los mismos.

En las TM axiales *las superficies de corriente son aproximadamente cilindros coaxiales* con el eje de la máquina. Es decir, en ellas se hace la hipótesis de que la componente radial de la velocidad en el rodete es nula. Esta hipótesis es razonable como lo han demostrado ensayos experimentales realizados con TH axiales, en las cuales en los puntos cercanos al punto de diseño las componentes radiales de la velocidad del fluído sólo eran del orden del 5-6% de las velocidades axiales. En puntos de funcionamiento muy lejano del de diseño las componentes radiales aumentan, y pueden llegar a ser del orden de las componentes axiales y periféricas.

Si se hace la hipótesis de que las superficies de corriente son cilindros, éstos podrán desarrollarse en un plano y la configuración de corriente podrá considerarse como una configuración plana o bidimensional (véase Sec. 2.3.6). En la parte inferior de la Fig. 10-1 correspondiente a una B axial se ha desarrollado el cilindro medio de diámetro d_m tanto para el rodete como para la corona directriz subsiguiente. El conjunto de los álabes en el desarrollo cilíndrico forman un *enrejado de perfiles*. Con ayuda de la Fig. 10-2 puede explicarse el fundamento del método aerodinámico que estudiamos: en la Fig. 10-2,a se representa un perfil de ala moviéndose en un fluído estacionario con velocidad $\vec{c}$ sobre él actúa la fuerza $\vec{F}$ con sus componentes A y W, normal y paralela respectivamente a c. El gasto de potencia será P = cW. En la Fig. 10-2,b se le ha dado la vuelta al mismo perfil para que ocupe la posición que le corresponde en una B, de manera que la tangente inferior al perfil forme el mismo ángulo α (ángulo de ataque) que en la Fig. 10-2,a, pero con la velocidad relativa del fluído $\vec{w}$. La fuerza F se descom-

Fig. 10-1.–*B axial* con el gráfico de presión, altura total y velocidad absoluta a lo largo de la B, desarrollo cilíndrico en la mitad del álabe de la corona móvil (rodete) y (corona fija) directriz, y triángulos de velocidades correspondientes.



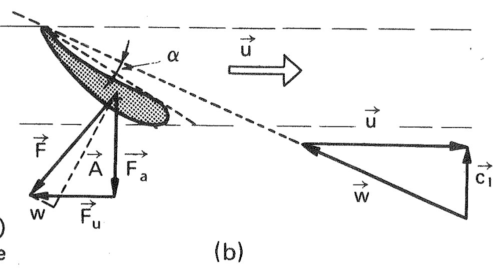


Fig. 10-2.–Fuerza que el fluído ejerce a) sobre un perfil de ala aislado; b) sobre una paleta de B axial.

pondrá ahora más convenientemente en las direcciones u y a (periférica y axial). El producto wW será ahora la potencia disipada en el arrastre. La potencia total absorbida para el movimiento del fluído en torno al álabe será uF_u.

La teoría aeronáutica, que presentamos en este capítulo, solamente se utiliza para establecer la curvatura del álabe. Esto sin embargo es muy importante. En efecto, las TM axiales son máquinas de número específico de revoluciones elevado, y por tanto de altura H relativamente muy pequeña; de donde la pérdida debida al rozamiento en la capa límite (arrastre) tiene mayor importancia relativa que en las TM radiales y diagonales. En las TM axiales se requiere gran calidad en el fuselado de los álabes, e incluso pulimentar la superficie de los mismos si se desea obtener el máximo rendimiento.

El salto energético en la máquina y en las TT es mucho más elevado que en las TH; siendo esto causa de que el estudio aerodinámico de los álabes no haya sido en aquéllas tan apremiante.

El proyecto de una TK es en muchos aspectos semejante al proyecto de una TF (establecimiento del campo del flujo meridional, diseño de la caja espiral, y del distribuidor del tubo de aspiración); pero difiere principalmente en el diseño de los álabes del rodete.

La teoría aerodinámica, no sirve para seleccionar los siguientes parámetros empíricos: 1) relación de cubo; 2) paso relativo, l/t en cada radio; 3) revoluciones por minuto; 4) número específico de revoluciones; 5) velocidad axial; 6) diámetro del rodete; 7) espesor de los álabes; 8) carcasa de la máquina.

En la actualidad el cálculo de la corriente ideal y potencial alrededor de un enrejado de perfiles se puede considerar resuelto para cualquier forma de perfil. Este cálculo puede presentarse en dos formas:

1) *problema directo:* dada la forma del perfil, su posición en el enrejado y la dirección de la corriente en el infinito antes del enrejado; calcular la distribución de velocidades en y fuera de la superficie del perfil, y la dirección de la velocidad de la corriente en el infinito detrás del enrejado;

2) *problema inverso:* dadas las velocidades en el infinito antes y después del enrejado, y algunos elementos geométricos del perfil y del enrejado, tales como la cuerda del perfil, el paso del enrejado, el espesor máximo del perfil (en algunos casos), situación del espesor máximo del perfil etc...; calcular: a) la forma de los perfiles del enrejado, que satisface a las condiciones en el infinito; y b) la distribución de velocidades en y fuera de la superficie de los perfiles. También puede plantearse el problema inverso de otras formas, por ejemplo: dadas las velocidades en el infinito antes y después del enrejado y la distribución de velocidades en la superficie de los perfiles; hallar la forma de los perfiles.

Los dos métodos fundamentales para la resolución del problema directo son: solución de ecuaciones integrales y representación conforme del plano del enrejado sobre una región auxiliar en la que la corriente es conocida. En la solución

del problema inverso se emplea con frecuencia el método de las fuentes y sumideros.

10.2. Arrastre y empuje ascensional de un perfil

El flujo uniforme de una corriente potencial de fluído ideal alrededor de un cilindro con circulación fue estudiado en la Sec. 2.3.6.3.2, y en la Sec. 2.3.7.2, Pág. 139 se dedujo que en este caso la distribución de presiones era simétrica respecto al eje Y, y la fuerza de arrastre era nula (*paradoja de D'Alembert*).

Calculemos ahora la fuerza del empuje ascensional, A. Si ℓ es la altura del cilindro se tendrá, teniendo en cuenta la Ec. (2-49)

$$A=\ell\int_0^{2\pi}\Delta p\, r_0\,\text{sen}\,\theta\, d\theta=\frac{\ell\rho\, r_0}{2}\int_0^{2\pi}\left[v_\infty^2-\left(-2\, v_\infty\,\text{sen}\,\theta+\frac{\Gamma}{2\pi r_0}\right)\right]\text{sen}\,\theta\, d\theta$$

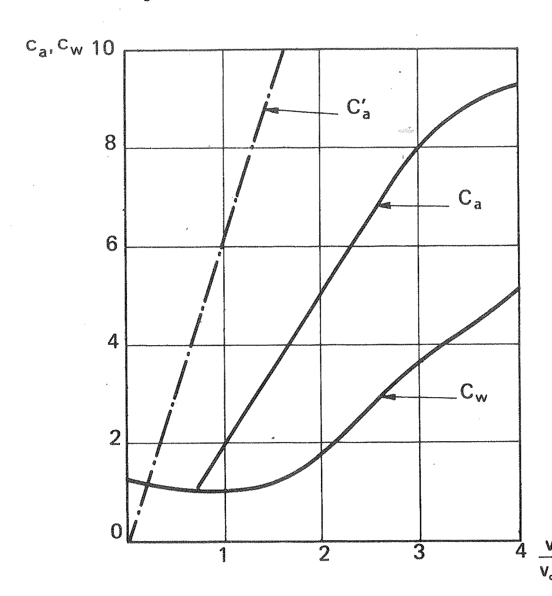


Fig. 10-3.–*Coeficiente de sustentación y arrastre* de un cilindro circular en rotación sumergido en una corriente uniforme en el infinito. Se supone siempre relación de forma ∞ : C'_a – fluído ideal ($C'_w = 0$); C_a, W_a - fluído real

e integrando se obtiene finalmente

$$A=\ell\cdot\rho\cdot v_\infty\Gamma \quad (1)\ (10\text{-}1)$$

La Ec. (10-1) es la ecuación del empuje ascensional de Joukowski, deducida sólo para un cilindro circular (o sea para un perfil de sección circular); pero que es válida para un perfil cualquiera, como demostraremos en la Sec. 9.4, como caso particular del empuje ascensional de un perfil en enrejado.

En la corriente real el cilindro muestra: a) un coeficiente de empuje mucho menor; b) un coeficiente de arrastre no nulo, (en el fluído ideal es nulo), como puede verse en la Fig. 10-3.

Se puede crear experimentalmente un movimiento análogo al torbellino potencial alrededor del cilindro junto con el movimiento uniforme en el infinito. Para ello se sumerge el cilindro en una corriente uniforme, y se dota al cilindro de un dispositivo de giro; la viscosidad arrastra las capas del fluído con velocidad decreciente con el radio (véase la Ec. (2-40)]. La Fig. 10-4 muestra esquemáticamente la configuración del flujo en el fluído ideal y en el fluído real.

(1) En este caso $\Gamma = 2\pi r_0\, v_c$ (donde v_c – velocidad de la circulación). Además, comparando la Ec. (10-1) lo que se expondrá en Apéndice IX el coeficiente de empuje ideal para el cilindro circular será:

$$C_a = 2\pi\frac{v_c}{v_\infty}$$

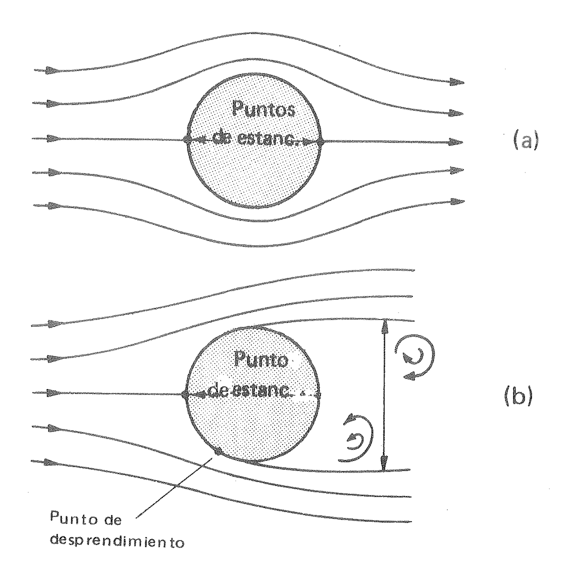


Fig. 10-4.–*Cilindro circular sumergido en una corriente uniforme sin rotación:* a) fluído ideal; b) fluído real (número de Reynolds no muy bajo; si el número de Reynolds es muy bajo la separación no tiene lugar).

La discrepancia entre el comportamiento del fluído real y el ideal en el cilindro, que muestran las Figs. 10-3 y 10-4 se debe a dos causas: a) al rozamiento en la capa límite y, b) al desprendimiento de la capa límite aguas abajo, que puede verse en la Fig. 10-4; la primera es inherente sin excepción alguna a todo flujo del fluído real; la segunda, que es muy importante en el cilindro o perfil aerodinámicamente *"romo"*, decrece notablemente en un perfil aerodinámicamente *"bien fuselado"*. Estos perfiles bien fuselados en aerodinámica se conocen con el nombre de *"perfiles de ala"*.

La sustentación para un perfil ideal y corriente potencial se expresa, como ya hemos dicho, por la misma Ec. (10-1).

$$A=\ell\,\rho\, v_\infty\Gamma$$

donde

$$\Gamma=\oint c_s\, d_s$$

es la circulación alrededor del perfil.

La configuración de corriente, distribución de presiones y sustentación en un cilindro se han obtenido con facilidad analíticamente (véase Pág. 139). Joukowski ha resuelto analíticamente el mismo problema para la corriente con circulación en torno a ciertos perfiles aerodinámicos semejantes a los que se utilizan corrientemente en aviación, y que se conocen con el nombre de perfiles de

Joukowski. Estos se obtienen mediante la transformación conforme de una circunferencia, la cual transformación permite el paso de la configuración de la corriente conocida a la desconocida en torno del perfil aerodinámico. Sólo una de las corrientes posibles, teóricamente en número infinito, corresponde a la realidad, a saber la que cumple con la *"condición de Joukowski"*, o sea la que sale tangencialmente del borde de estela del perfil. La transformación de Joukowski puede verse en los Apéndices. Los perfiles de Joukowski no pueden emplearse en la práctica, porque terminan en un borde de estela infinitamente delgado.

En un perfil de ala sumergido en una corriente ideal y potencial cabe considerar los tres tipos de corriente estudiados para un perfil circular (cilindro) en la Sec. 2.3.6.3.2 (véase Fig. 10-5).

Se supone que el perfil de ala es de luz infinita, de manera que no existe flujo transversal alguno; siendo por tanto la configuración del flujo bidimensional; el fenómeno de desprendimiento tampoco tiene lugar en el flujo ideal. En el caso real, con perfiles bien fuselados y ángulos de ataque pequeños, los efectos de desprendimiento son mínimos y las predicciones de la distribución de presiones y del empuje ascensional hechas en la hipótesis del fluído ideal y cumplimiento de la *condición de Joukowski* coinciden bien con la experiencia.

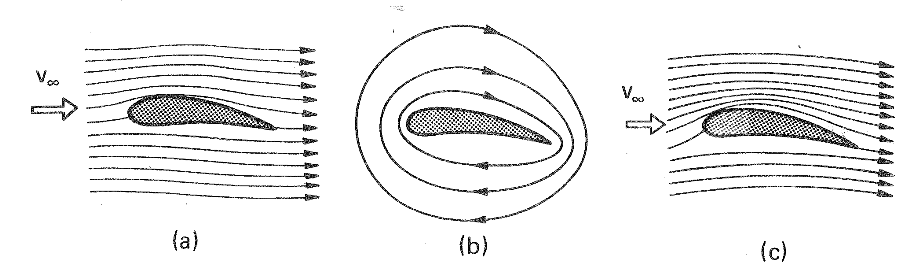


Fig. 10-5.–*Corriente sobre un perfil de ala* de avión: a) uniforme; b) circulatoria; c) suma de ambas.

Para el cumplimiento de la condición de Joukowski, que excluye la posibilidad de una velocidad infinita en el borde de estela, la circulación en el perfil de ala debe ser suficiente para mover el punto de estancamiento en la Fig. 10-5 a) justo al borde de estela, como se indica en la Fig. 10-5,c).

La fuerza de empuje ascensional que mantiene el avión en el aire equilibrando la fuerza de la gravedad se origina por la circulación como muestra la Fig. 10-6. El origen de la circulación en el fluído real no es tan fácil de visualizar como en el cilindro; sin embargo, recordando que el flujo de un fluído de baja viscosidad, como el aire o agua, es muy semejante al flujo irrotacional excepto en las proximidades del perfil (véase Pág. 95), en que el gradiente de velocidad es muy elevado (capa límite); el establecimiento de la circulación alrededor del perfil se explica por este carácter dual del aire. Según el teorema de la constancia de la circulación

en el fluído ideal, en él un torbellino no puede ser creado ni destruído: todo torbellino existente continuará existiendo siempre. Dicho de otra manera si un fluído ideal inicialmente en reposo se pone en movimiento, o un perfil se mueve en el fluído estacionario, no se originarán torbellinos, y la circulación sobre cualquier curva cerrada, cuyos puntos pertenecen al fluído, será siempre igual a cero. En un fluído real al iniciarse el movimiento el flujo que circula por las partes superior e inferior del perfil se encuentran en el *punto de estancamiento.* A medida que la velocidad aumenta el flujo de la parte inferior en torno al borde de estela no puede mantenerse, y ocurre la separación en dicho borde, originándose *gracias a la viscosidad* (en el fluído ideal sería imposible) un torbellino. Pero el fluído sigue comportándose como ideal, y en virtud del citado teorema de la circulación de Kelvin, la circulación sobre una curva cerrada que rodea el perfil del ala ha de seguir siendo nula. Esto sólo es posible si se establece un flujo circulatorio secundario de igual magnitud al del vórtice inicial pero opuesto en signo, como muestra la Fig. 10-6. Finalmente el torbellino de cola se desprende, y es barrido por el flujo corriente abajo, quedando establecida la circulación constante en torno del perfil. *Esta circulación sumada a la corriente uniforme en el infinito origina el empuje ascensional.*

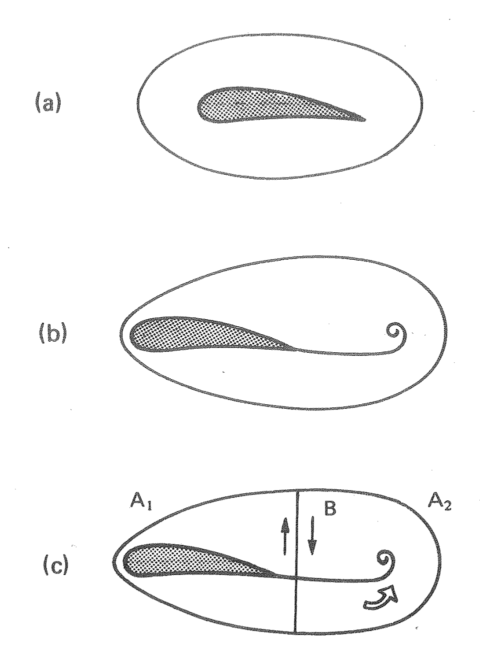


Fig. 10-6.–Formación de la *circulación* en torno a un perfil de ala estacionario

10.3. Características de los perfiles aerodinámicos

El perfil de ala se comporta de distinta manera en el fluído real que en el fluído ideal. Por eso, aún dado el caso de que se conozcan las características teóricas de un perfil determinado, sus características reales, en general sólo se podrán determinar experimentalmente. Durante muchos años se han llevado a cabo ensayos sistemáticos de perfiles sobre todo antes de la última guerra mundial en Alemania en los Laboratorios de Göttingen (1) y después en Estados Unidos en los Laboratorios del NACA (hoy NASA), con el fin de obtener los perfiles, que utilizados en

(1) Véanse *Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchanstalt zu Göttingen* (Resultados obtenidos en los laboratorios de investigación aerodinámica de Göttingen), partes 1-4, Berlin, Oldenbourg 1925-1932.

un avión, soportarán la máxima carga con el mínimo gasto de potencia. En el proyecto de las TM axiales se utilizan los resultados de estos ensayos, convenientemente corregidos (véase la Sec. 10.8), con lo cual se incorporan al campo de las TM multitud de ensayos costosísimos realizados en el campo de la aeronáutica durante más de 30 años en diferentes países.

Omitimos en el texto la terminología y conceptos elementales aeronáuticos, que se ha relegado al Apéndice IX para el lector no familiarizado con esta materia. Estos conceptos, con los cuales suponemos familiarizado al lector, son los siguientes: línea media, borde de ataque y borde de ala de un perfil; ángulo de desviación, ángulo de ataque, perfil simétrico; línea de empuje ascensional cero, líneas de referencia en un perfil; coeficientes de empuje ascensional y de arrastre, ángulo de planeo, relación de forma, curva polar; arrastre inducido, etc... Sobre la nomenclatura de un enrejado se habla también en el citado apéndice; así como también sobre las diversas formas de presentar los ensayos aerodinámicos.

La geometría de un perfil se define convenientemente por tres variables:

- forma geométrica de la línea media.
- espesor.
- distribución del espesor.

La forma de la línea media determina la mayor parte de las propiedades aerodinámicas importantes de los perfiles; mientras que el espesor es dictado por los requisitos de resistencia; la tercera variable mencionada es la menos importante.

Basada en la poca importancia de la distribución del espesor en el perfil el NACA sistematizó los ensayos de los perfiles, escogiendo inicialmente para todos ellos dos distribuciones de espesor, sancionadas ya por la experiencia, a saber el CLARK y (USA) y el GÖTTINGEN (Alemania). De esta manera, es decir, variando el tanto por ciento del espesor y la forma de la línea media, pero no la distribución de espesores, surgieron las dos primeras series del NACA, denominadas series de los 4 y 5 dígitos respectivamente, por el número de dígitos empleados en su nomenclatura. La aplicación a la aeronáutica de estas dos series ha sido extensísima.

El estudio sistemático más completo realizado por el NACA ha sido el de la *serie de los 4 dígitos*, cuyos resultados se condensan en el Report 460 del NACA.

En esta serie la línea media está formada por dos parábolas de segundo orden que son tangentes en el punto de la luz máxima. La variación de la línea media se obtiene solamente variando la posición y la magnitud de la luz máxima. La nomenclatura es un número de 4 cifras: la primera expresa la magnitud de la luz máxima en % de la cuerda; la segunda expresa la posición de la luz máxima en décimas de la cuerda a partir del borde de ataque, y las dos últimas cifras expresan el espesor máximo en % de la cuerda. Así el NACA 4415 representa el perfil de la serie en que la luz máxima es un 4% de la cuerda, el punto de luz máxima está a 0,4 de la cuerda (a partir del borde de ataque), y el espesor máximo es el 15% de la cuerda.

Para determinar el influjo de las tres variables indicadas: $\frac{m}{L}$, $\frac{s}{L}$ y $\frac{t}{L}$ (véase la Fig. 10-7) sobre las propiedades aerodinámicas (coeficientes de arrastre y empuje ascensional, etc...) del perfil, se variaron sistemáticamente dichas variables en las gamas siguientes: $\frac{m}{L}$ de $0 - 0{,}06$; $\frac{s}{L}$ de $0{,}2 - 0{,}6$; $\frac{t}{L}$ de $0{,}06 - 0{,}21$.

Fig. 10-7.—*Perfil de ala* de avión.

Las coordenadas y e y_s (Fig. 10-7) se definen mediante ecuaciones, o bien mediante las tablas 10-1 y 10-2.

TABLA 10-1

Coordenadas de los perfiles de la serie de 4 dígitos del NACA

(Para $\frac{t}{L} = 0{,}2$ tómense los valores y de la tabla; para otro valor de $\frac{t}{L}$ multiplíquense los valores y de la tabla por $5\frac{t}{L}$)

x%	y%	x%	y%	x%	y%
0	0	15	8,909	60	7,606
1,25	3,157	20	9,563	70	6,107
2,5	4,358	25	9,902	80	4,372
5,0	5,925	30	10,000	90	2,413
7,5	7,000	40	9,672	100	0,210
10,0	7,805	50	8,823		

Para trazar el perfil, primero se dibuja la *línea media* con ayuda de la tabla 10-2; a continuación en cada punto de la línea media se toman en vertical 2 segmentos iguales a y tomados de la tabla 10-1.

Con ayuda de las tablas 10-1 y 10-2 puede obtenerse cualquier perfil de la serie de 4 dígitos del NACA, siguiendo las instrucciones que se indican después del título de cada tabla.

El resumen de los trabajos experimentales llevados a cabo con los perfiles de esta serie se pueden presentar en forma gráfica (curva polar), tabular

TABLA 10-2

Coordenadas de la línea media de los perfiles de la serie de 4 dígitos del NACA

(Para $\frac{m}{L} = 0{,}1$ tómense los valores respectivos de y_s de la tabla; para otro valor de $\frac{m}{L}$ multiplíquense los valores de la tabla por $10\frac{m}{L}$)

x%	y_{s2} % (s/L = 0,2)	y_{s3} % (s/L = 0,3)	y_{s4} % (s/L = 0,4)	y_{s5} % (s/L = 0,5)
0	0	0	0	0
5	4,38	3,06	2,34	1,90
10	7,50	5,56	4,38	3,60
15	9,38	7,50	6,09	5,00
20	10,00	8,89	7,50	6,40
25	9,95	9,72	8,60	7,50
30	9,84	10,00	9,38	8,40
40	9,38	9,80	10,00	9,60
50	8,59	9,18	9,73	10,00
60	7,50	8,16	8,89	9,60
70	6,09	6,74	7,50	8,40
80	4,38	4,90	5,56	6,40
90	2,34	2,65	3,06	3,60
100	0	0	0	0

(C_a y C_w en función del ángulo de ataque α) o con ayuda de las ecuaciones siguientes, que son válidas para la gama usual de ángulos de ataque:

$$C_a = \frac{\partial C_a}{\partial \alpha} (\alpha - \alpha_0)$$

(esta relación lineal se cumple aproximadamente en la mayor parte de los perfiles aerodinámicos)

$$C_w = C_{w0} + \frac{\partial C_w}{\partial C_a^2} C_a^2$$

donde $\frac{\partial C_a}{\partial \alpha}$ – gradiente de la línea recta $C_a = f(\alpha)$,

α_0 – ángulo de ataque para empuje ascensional nulo,

C_{w0} – ordenada en el origen de la recta $C_w = f(C_a^2)$,

$\frac{\partial C_w}{\partial C_a^2}$ – gradiente de dicha recta.

Los diagramas de las Figs. 10-8 a 10-11 resumen los ensayos de la serie de 4 dígitos del NACA. Estos ensayos han sido realizados con perfiles de relación de forma $\lambda = \frac{\ell}{L} = 6$ y con un número de Reynolds $R = 3{,}5 \cdot 10^6$.

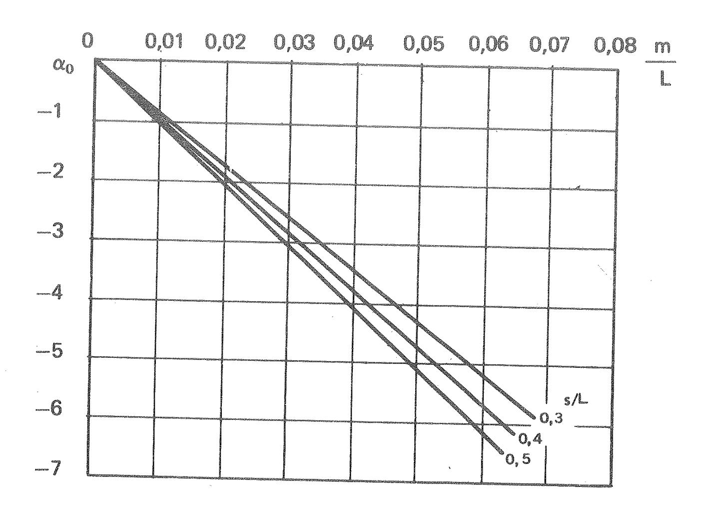


Fig. 10-8.–*Angulo de ataque* para empuje ascensional nulo en función de $\frac{m}{L}$ para diferentes valores de $\frac{s}{L}$ (véase la Fig. 10-7).

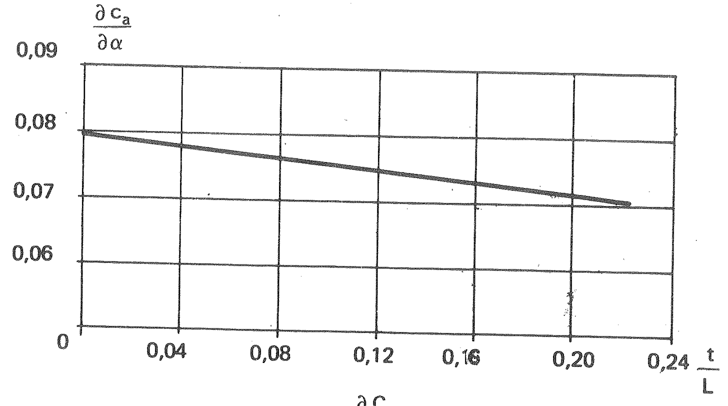


Fig. 10-9.–Variación de $\frac{\partial C_a}{\partial \alpha}$ con el espesor relativo.

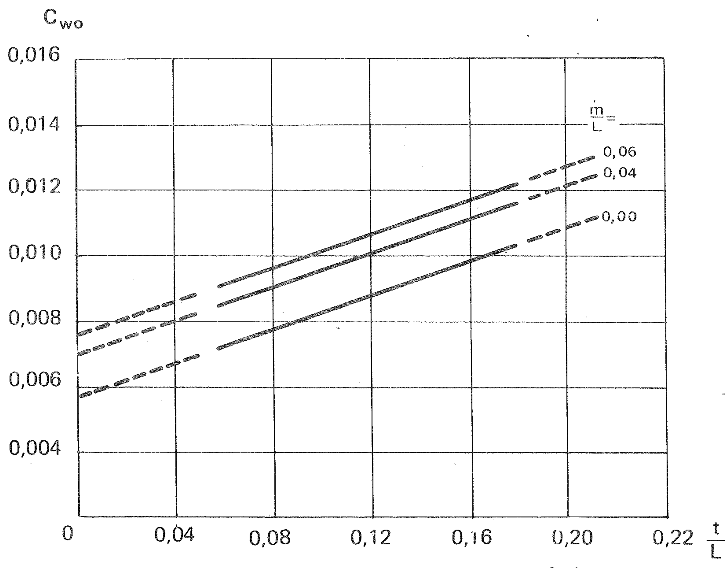



Fig. 10-10.—Variación de C_{wo} con el espesor relativo.

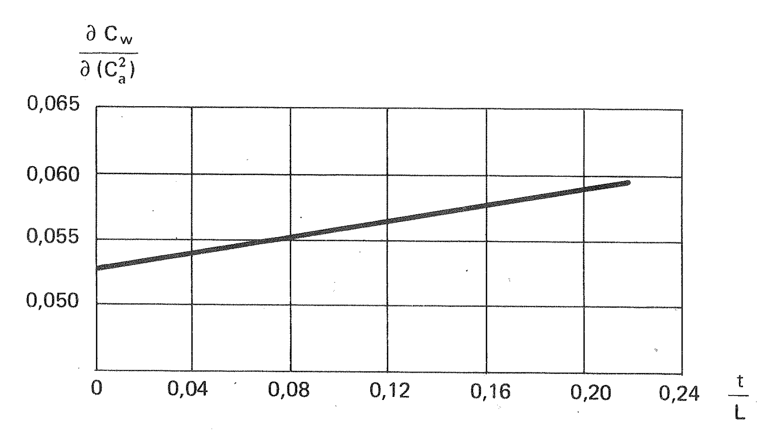


Fig. 10-11.—Variación de $\dfrac{\partial C_w}{\partial (C_a^2)}$ con el espesor relativo.

En la Fig. 10-8 se expresa la variación del ángulo de ataque para empuje ascensional nulo, medido desde la tangente inferior del perfil, en función de la luz máxima de la línea media m/L y de la posición s/L de esta luz máxima $|\alpha_0|$ aumenta al aumentar m y s.



En la Fig. 10-9 se representa la variación de $\dfrac{\partial C_a}{\partial \alpha}$ en función del espesor relativo t/L; $\dfrac{\partial C_a}{\partial \alpha}$ disminuye casi linealmente al aumentar el espesor.

En la Fig. 10-10 se ve que C_{wo} aumenta con el espesor y la luz del perfil; y finalmente en la Fig. 10-11 se ve que $\dfrac{\partial C_w}{\partial (C_a^2)}$ aumenta casi linealmente con el aumento del espesor.

Joukowski fue el primero que estudió la corriente en torno de un enrejado de perfiles. El desarrolló el teorema del empuje ascensional, que vamos a deducir a continuación, y fue el primero que introdujo el concepto de la velocidad en el infinito para los enrejados de perfiles y de la velocidad w_∞, que definiremos más adelante, como equivalente a la velocidad en el infinito antes y después del enrejado en un perfil aislado.

10.4. Fuerza ejercida por un fluído ideal sobre un perfil en enrejado, o empuje ascensional (teorema de Joukowski)

En la Fig. 10-12,a se representa un enrejado móvil (rodete) de TMM axial (TH, TV o TG), y en la Fig. 10-12,b un enrejado móvil de TMG axial (BH, V o TC) con los triángulos de velocidad característicos de una y otra máquina. Estos enrejados son los desarrollos cilíndricos del rodete a una distancia r del eje de la máquina. Se llama *eje del enrejado* a aquella dirección a lo largo de la cual una traslación de un perfil una distancia t, denominada *paso del enrejado,* le hace coincidir con el perfil siguiente. Se advertirá que el eje del enrejado coincide con la dirección u y que el enrejado se encuentra en el plano $\vec{i}, \vec{j}$ del triedro intrínseco de una TM (véase Sec. 1.6). Las mismas fórmulas que vamos a aplicar a estos enrejados son aplicables a los enrejados fijos (coronas directrices), en los cuales, sin embargo, se deberán considerar las velocidades absolutas del fluído, en lugar de las velocidades relativas. El considerar las velocidades relativas en el rodete equivale a haber sumado al conjunto de los álabes y el fluído una velocidad $-u$, igual y de sentido contrario a la velocidad de los álabes, con la cual éstos quedarán fijos y el fluído se moverá con una velocidad en cada punto $\vec{w} = \vec{c} - \vec{u}$.

Se advertirá en la figura que, en lugar de los subíndices 1 y 2 acostumbrados para asignar la entrada y salida del rodete, se ha utilizado para designar el estado del fluído antes del rodete el subíndice 1', y después del rodete el subíndice 2', para indicar que consideramos la corriente a suficiente distancia del álabe corriente arriba y corriente abajo para que pueda suponerse ya regularizada (en las TMG la corriente sufre una desviación por efecto del remolino relativo estudiado en las Secs. 9.3 y siguientes).

Para la deducción que sigue supondremos que a través de los enrejados de la Fig. 10-12 circula un fluído ideal e incompresible en flujo irrotacional o potencial.

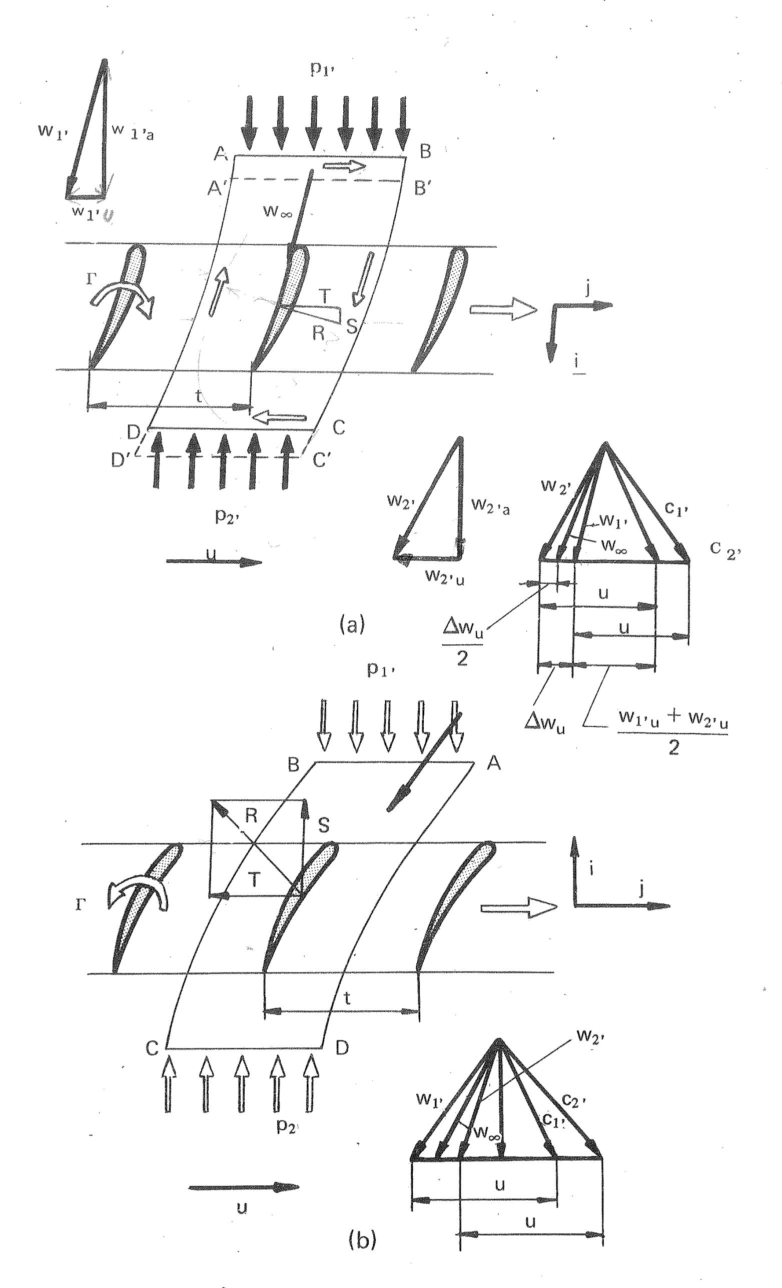


Fig. 10-12.—Deducción de la *fórmula de Joukowski* para un enrejado: a) de TMM; b) de TMG.

En las TMH la hipótesis del fluído incompresible es admisible. En las TMT la hipótesis constituye sólo una aproximación, si se trata de una TT; mientras que si se trata de un TC la aproximación se acerca mucho más a la realidad; ya que en los TC los saltos de presión por escalonamiento son mucho menores que en las TT.

Para fijar ideas calcularemos la circulación alrededor del perfil de la Fig. 10-12,a correspondiente a una T. Según la teoría del flujo potencial bastará calcular la circulación a lo largo de una línea cerrada cualquiera, que contenga el perfil en cuestión. La circulación a lo largo de cualquier otra línea cerrada que no contenga ningún otro perfil, ni puntos singulares de la corriente, será idéntica. Escogeremos para el cálculo de la circulación la línea cerrada ABCD, formada por dos líneas de corriente paralelas y por las dos paralelas a la velocidad periférica AB y CD, suficientemente alejadas del perfil para que la corriente en una y otra pueda considerarse uniforme. Elegimos arbitrariamente como sentido positivo para calcular la circulación el sentido de las agujas del reloj, indicado con flechas en la figura, Se tendrá

$$\Gamma_{perfil} = \Gamma_{ABCD}$$

además

$$\Gamma_{ABCD} = \Gamma_{AB} + \Gamma_{BC} + \Gamma_{CD} + \Gamma_{DA}$$

siendo las velocidades relativas del fluído a lo largo de BC y AD iguales se tendrá:

$$\Gamma_{BC} = -\Gamma_{DA}$$

por tanto:

$$\Gamma_{ABCD} = \Gamma_{AB} + \Gamma_{CD}$$

pero

$$\Gamma_{AB} = + w_{1'u} \cdot t$$

$$\Gamma_{CD} = - w_{2'u} \cdot t$$

luego

$$\Gamma_{perfil} = (w_{1'u} - w_{2'u}) \cdot t \qquad (10\text{-}2)$$

El sentido de la circulación se ha representado en la Fig. 10-12,a con una flecha dibujada sobre el perfil de la izquierda.

Consideremos a continuación el "volumen de control" determinado por el paralelogramo curvilíneo ABCD y una altura normal, al dibujo, igual a la unidad. Al cabo de un tiempo $d\tau$ dicho volumen se habrá trasladado, ocupando la nueva posición A'B'C'D'. El teorema de la cantidad de movimiento referido a dicho volumen se expresará así:

$$\frac{d\vec{k}}{d\tau} = \vec{F} \qquad (10\text{-}3)$$

donde $\vec{k}$ – cantidad de movimiento
$\vec{F}$ – resultante de todas las fuerzas que actúan sobre dicho volumen de fluído
τ – tiempo.

En régimen permanente la cantidad de movimiento del volumen A'B'CD no varía siendo por tanto

$$\overrightarrow{dk} = \vec{k}' - \vec{k}'' \qquad (10\text{-}4)$$

donde $\vec{k}'$ – cantidad de movimiento del volumen CC'D'D;
$\vec{k}''$ – cantidad de movimiento del volumen ABB'A';

pero

$$k' = \rho \cdot t \cdot w_{2'a} \cdot d\tau \cdot w_{2'} \qquad (10\text{-}5)$$

donde t – paso entre álabes (véase figura)

y

$$k'' = \rho \cdot t \cdot d\tau \cdot w_{1'} \qquad (10\text{-}6)$$

luego:

$$\frac{\overrightarrow{dk}}{d\tau} = \rho \cdot t \cdot w_a \cdot (\vec{w}_{2'} - \vec{w}_{1'}) = \vec{F} \qquad (10\text{-}7)$$

en virtud de las Ecs. (10-3) a (10-7).

habiendo hecho

$$w_{1'a} = w_{2'a} = w_a \qquad (10\text{-}8)$$

La expresión de la fuerza R que el fluído ejerce sobre el álabe constituye el teorema de Joukowski. Ahora bien la resultante F de las fuerzas que se ejercen sobre el volumen de fluído considerado es la suma de las siguientes fuerzas: a) una fuerza –R, que el perfil ejerce sobre dicho fluído aislado (reacción de la fuerza R que buscamos), igual y de sentido contrario a la dibujada en la Fig. 10-12,b); una fuerza debida a la presión $p_{1'}$ que el fluído exterior ejerce sobre la cara AB; c) análogamente una fuerza debida a la presión $p_{2'}$ sobre la cara DC. Las fuerzas debidas a las presiones sobre las caras AB y BC son iguales y de signo contrario y se anulan entre sí. Por tanto:

$$\vec{F} = -(p_{2'} - p_{1'})\, t \cdot \vec{i} - \vec{R} \qquad (10\text{-}9)$$

igualando las dos expresiones de $\vec{F}$ (10-7) y (10-9) se tendrá:

$$\rho \cdot t \cdot w_a\, (\vec{w}_{2'} - \vec{w}_{1'}) = -(p_{2'} - p_{1'})\, t\, \vec{i} - \vec{R} \qquad (10\text{-}10)$$

Proyectando esta última ecuación sobre los ejes $\vec{i}$ y $\vec{j}$ (véase figura), y llamando T y S a las proyecciones de R entre $\vec{j}$ e $\vec{i}$ respectivamente se tendrá:

$$\rho \cdot t \cdot w_a\, (w_{2'u} - w_{1'u}) = -T \qquad (10\text{-}11)$$

$$\rho \cdot t \cdot w_a\, (w_{2'a} - w_{1'a}) = -(p_{2'} - p_{1'})\, t - S$$

y según la Ec. (10-8)

$$S = (p_{1'} - p_{2'})\, t$$

Además, según la ecuación de Bernoulli,

$$p_{1'} + \rho \frac{w_{1'}^2}{2} = p_{2'} + \rho \frac{w_{2'}^2}{2}; \qquad p_{1'} - p_{2'} = \frac{\rho}{2}(w_{2'}^2 - w_{1'}^2) = \frac{\rho}{2}(w_{2'u}^2 - w_{1'u}^2) \qquad (10\text{-}12)$$

de donde

$$S = t \cdot \frac{\rho}{2} \cdot (w_{2'u}^2 - w_{1'u}^2) = t \cdot \frac{\rho}{2} \cdot (w_{2'u} - w_{1'u})\,(w_{2'u} + w_{1'u}) \qquad (10\text{-}13)$$

ya que

$$w_{2'}^2 - w_{1'}^2 = w_{2'u}^2 - w_{1'u}^2$$

puesto que

$$w_{2'}^2 = w_{2'u}^2 + w_a^2 \qquad w_1^2 = w_{1u}^2 + w_a^2$$

Llamando w_∞ a la mediana del triángulo que forman $w_{1'}$ y $w_{2'}$ (véase Fig. 10-12) de componentes $w_{\infty a}$ y $w_{\infty u}$, y β_∞ al ángulo que forma w_∞ con la dirección negativa de u, se tiene, según los triángulos de velocidades de la Fig. 10-12:

$$w_{\infty u} = \frac{w_{2'u} + w_{1'u}}{2}$$

y

$$w_{\infty u} = -w_\infty \cos \beta_\infty \qquad w_{\infty a} = w_\infty \operatorname{sen} \beta_\infty \qquad (10\text{-}14)$$

Por tanto de las Ecs. (10-11) a (10-14) y (10-2) se deduce:

$$T = \rho\, \Gamma \cdot w_{\infty a}$$
$$S = \rho\, \Gamma \cdot w_{\infty u} \qquad (10\text{-}15)$$
$$R = +\rho\, \Gamma\, w_{\infty u}\, \vec{i} + \rho\, \Gamma\, w_{\infty a}\, \vec{j}$$

En un fluído ideal potencial el empuje ascensional A es igual a la fuerza total R. Luego el empuje ascensional viene dado en módulo y dirección por la

fórmula de Joukowski

$$A = \rho \cdot \Gamma \cdot w_\infty \qquad (10\text{-}16)$$

$$\operatorname{tg} \beta_\infty = - \frac{w_{\infty a}}{w_{\infty u}} = - \frac{T}{S}$$

(Empuje ascensional por unidad de luz sobre un perfil en enrejado, fluído ideal irrotacional).

Esta última ecuación demuestra que la fuerza que el fluído ejerce sobre el perfil en este caso es normal a w_∞.

La Ec. (10-16) expresa también el empuje ascensional en un perfil aislado, que no es más que un caso particular del enrejado, a saber el caso en que $t/L = \infty$. *La velocidad w_∞ mediana del triángulo formado por w_1, y w_2, juega el mismo papel en las TM axiales que la c_∞ en aerodinámica.* Nótese que en un perfil aislado la corriente no sufre desviación alguna (c_∞ es la misma antes y después del perfil); mientras que en un enrejado sí. Es decir, un álabe aislado reacciona sobre el fluído circundante con una fuerza igual y de sentido contrario; pero como la masa del fluído circundante es infinita la desviación que esta fuerza produce en las líneas de corriente, a una distancia suficientemente alejada antes y detrás del perfil, es nula. En cambio en el enrejado la masa es finita y se produce una desviación. Antes del enrejado la velocidad es $\vec{w}_1$ y después del enrejado $\vec{w}_2$; pero *con relación a la fuerza de sustentación [Ec. (10-16)] todo sucede en el enrejado como en un perfil aislado en que la velocidad en el infinito antes y después del perfil fuese* w_∞. El empuje ascensional en la Ec. (10-16) es normal a w_∞.

La deducción de la fórmula de Joukowski para el enrejado es general, y aplicable igualmente a las TMG, y por tanto a las B, llegando a la misma Ec. (10-16); pero varía el sentido de la circulación, como se ha indicado en la Fig. 10-12,b con la flecha dibujada sobre el perfil mismo de la izquierda. En las B además la fuerza T tiene dirección contraria a u, porque su reacción $-T$ provoca ahora un Δc_u en dirección del movimiento, ya que una TMG comunica energía al fluído.

10.5. Estudio de la corriente sobre un enrejado mediante la analogía reoeléctrica

Como complemento a lo ya estudiado en la Sec. 2.3.6.6 indicaremos un método semiempírico utilizando la analogía reoeléctrica para calcular la distribución de velocidades en un enrejado plano con perfiles de cualquier forma.

El estudio de un enrejado plano puede llevarse a cabo mediante la cuba electrolítica de fondo horizontal, que se llena hasta un cierto nivel de electrólito, obteniéndose así una capa de electrólito de espesor constante. Los álabes del enrejado se construyen de material no conductor. Las paredes y el fondo de la cuba deben ser de material dieléctrico. También puede llevarse a cabo el mismo estudio utilizando el papel Teledeltos, con el cual, sin embargo, la precisión es menor.

Con la analogía eléctrica sólo pueden estudiarse las configuraciones de corriente potenciales o irrotacionales es decir sin circulación; pero combinando la analogía reoeléctrica con la transformación conforme puede también obtenerse ésta. En esto consiste el método semiempírico, que estamos estudiando.

Cuando la diferencia de potenciales eléctricos en dos puntos próximos al borde de salida, situados a uno y otro lado, es nula o alcanza un mínimo, se cumple la condición de Joukowski, y a la posición que entonces tengan los álabes corresponde la corriente sin circulación que buscamos. Así queda determinada la posición del perfil en el enrejado con relación al eje del mismo, es decir, el ángulo β_2. A continuación se investiga experimentalmente la corriente sin circulación alrededor del perfil dado.

Luego, mediante la transformación conforme, se obtiene analíticamente la configuración de corriente para cualquier otra dirección de la corriente, o sea para la corriente con circulación. Sea z el plano principal del enrejado dado y ζ el plano auxiliar de la corriente transformada. Las velocidades en puntos correspondientes en uno y otro plano deberán cumplir la relación:

$$v_z = \frac{d\zeta}{dz}$$

o sea, en la corriente sin circulación

$$(v_z)_{s.c.} = \frac{d\zeta}{dz} (v_\zeta)_{s.c.}$$

y en la corriente con circulación

$$(v_z)_{c.} = \frac{d\zeta}{dz} (v_\zeta)_{c.}$$

Dividiendo ordenadamente la segunda expresión por la primera, se obtiene

$$(v_z)_{c.} = (v_z)_{s.c.} \frac{(v_\zeta)_{c.}}{(v_\zeta)_{s.c.}}$$

La $(v_z)_{s.c.}$ se halla experimentalmente en la cuba electrolítica como hemos indicado o en el papel Teledeltos, para obtener $\frac{(v_\zeta)_{c.}}{(v_\zeta)_{s.c.}}$ es preciso representar el enrejado dado en otro enrejado de forma geométrica sencilla en el plano ζ, en la cual la corriente alrededor del mismo sea fácilmente obtenida analíticamente. Prácticamente se utilizan en el plano ζ enrejados de placas, o enrejados de arcos de círculo. Para el desarrollo ulterior de la parte analítica de este método se deberán consultar las obras especializadas.

10.6. Ecuación fundamental del diseño del álabe de una TM axial

Partiendo de la Ec. (10-16) válida para todas las TM axiales vamos a deducir la fórmula fundamental para el diseño aerodinámico de los álabes de las TM axiales.

De la ecuación de Euler, teniendo en cuenta que en las TM axiales $u_1 = u_2 = u$, se tendrá tanto para las TH como para las B:

$$Y_u = u\,\Delta c_u = u\,\Delta w_u = u\frac{\Gamma}{t} \tag{10-17}$$

Por otra parte, siendo la fuerza de sustentación por unidad de luz

$$A = \rho\, w_\infty \Gamma$$

$$A = \rho \frac{w_\infty^2}{2} C_a L \tag{10-18}$$

(pág 1312)

e igualando ambas expresiones de A, se tiene

$$\Gamma = \frac{1}{2}\, C_a L\, w_\infty \tag{10-19}$$

llevando este valor a (10-17) se tendrá:

$$Y_u = C_a \frac{u}{2}\frac{L}{t} w_\infty \tag{10-20}$$

pero

$$u = \pi d n\,; \qquad t = \frac{\pi d}{z}$$

(donde z – número de álabes de la corona móvil o fija); luego sustituyendo estos valores de u y t en la Ec. (10-20) se tendrá:

$$C_a\, L w_\infty = Y_u\, \frac{2}{n \cdot z} = \text{cte}$$

ya que Y_u ha de ser constante de la base a la punta del álabe. Esto último es fácil de demostrar si el fluído como estamos suponiendo en esta sección es ideal, irrotacional e incompresible. En efecto, antes y después de la corona móvil se ha de cumplir la ecuación de Bernoulli en todo el fluído, luego el rodete ha de dar al fluído (TMG) o absorber del fluído (TMM) la misma energía Y_u. Por tanto

$$C_a\, L\, w_\infty = \text{cte} \tag{10-21}$$

(Ecuación fundamental del diseño del álabe móvil de una TM axial de la base a la punta)

Siguiendo el mismo procedimiento empleado en la deducción de la Ec. (10-21) se obtiene la ecuación análoga para un enrejado fijo (corona directriz), en la cual, sin embargo, interviene la velocidad absoluta c_∞:

$$C_a\, L c_\infty = \text{cte} \tag{10-22}$$

(Ecuación fundamental del diseño del álabe fijo de una TM axial de la base a la punta)

Si los triángulos de velocidad de la figura 10-12, se trazan para el caso más frecuente en que $c_{2u} = 0$ en las TMM y $c_{1u} = 0$ en las TMG se tendrá:

$$w_\infty = \sqrt{\left(u \pm \frac{\Delta c_u}{2}\right)^2 + c_a^2} \tag{10-23}$$

donde el signo + corresponde a las TMM y el signo – a las TMG. Si se mantiene constante la velocidad axial la Ec. (10-23) demuestra que w_∞ aumenta de la base a la punta del álabe, ya que u aumenta e Δc_u disminuye, aunque más lentamente que u. En efecto, en virtud de la ecuación $Y_u = u\,\Delta c_u = \text{cte}$ de la base a la punta al aumentar u tendrá que disminuir Δc_u. Si se diseña el álabe de una TM axial según la Ec. (10-21) se tendrá que disminuir $C_a L$ de la base a la punta. Esto puede lograrse disminuyendo progresivamente L, es decir, afilando el álabe, lo cual contribuye simultáneamente a la disminución de los esfuerzos centrífugos (coincidiendo aquí afortunadamente lo favorable bajo el punto de vista aerodinámico con lo favorable bajo el punto de vista de la resistencia). También puede lograrse la disminución de $C_a L$ disminuyendo C_a, para lo cual hay que variar de la base a la punta el ángulo de ataque, o la geometría del perfil o ambas cosas a la vez.

A este propósito es interesante recordar que hay ocasiones en que se debe sacrificar la calidad aerodinámica del perfil a las exigencias constructivas tecnológicas: resistencia de los álabes, economía de la construcción, etc. Otras veces se busca buen rendimiento en una gama grande de funcionamiento; mientras que en otras se busca el óptimo rendimiento en una gama de funcionamiento más reducida.

10.7. Fuerza ejercida por un fluído real sobre un perfil en enrejado

En el caso del fluído real, razonando de igual manera que en la sección anterior es fácil ver que se llega a la misma ecuación (10-10) porque en la fuerza $\vec{F}$ del teorema de la cantidad de movimiento [Ec. (10-3)], en el cual se basa su deducción, se incluyen todas las fuerzas, incluso las de viscosidad, y la deducción es por tanto aplicable al fluído real. Sin embargo, como el valor de $\vec{R}$ en la Ec. (10-10) no será el mismo en este caso (basta comprobar que $p_{2'} - p_{1'}$ no es igual en nuestro caso, ya que la Ec. (10-12) sólo es válida para el fluído ideal) a la fuerza $\vec{R}$ la denominaremos ahora $\vec{R}'$, con lo cual la Ec. (10-10) se escribirá así:

$$-\vec{R}' - (p_{2'} - p_{1'})\, t\,\vec{i} = \rho\, t\, w_a\,(\vec{w}_{2'} - \vec{w}_{1'}) \tag{10-24}$$

En lugar de la Ec. (10-12) se tendrá ahora:

$$\text{para TH}\quad p_{1'} - p_{2'} - \Delta p_r = \frac{\rho}{2}(w_{2'}^2 - w_{1'}^2) = \frac{\rho}{2}(w_{2'u}^2 - w_{1'u}^2)$$

$$\text{para BH} \quad p_{2'} - p_{1'} + \Delta p_r = \frac{\rho}{2}(w_{1'}^2 - w_{2'}^2) = \frac{\rho}{2}(w_{1'u}^2 - w_{2'u}^2)$$

donde Δp_r — pérdida de presión en el enrejado móvil, o sea en el rodete (no en toda la máquina); luego para toda TMH:

$$p_{1'} - p_{2'} = \Delta p_r - \frac{\rho}{2}(w_{1'u}^2 - w_{2'u}^2) \qquad (10\text{-}25)$$

y sustituyendo la Ec. (10-25) en la (10-24)

$$\vec{R}' = \left[\frac{\rho}{2}\, t\,(w_{2'u}^2 - w_{1'u}^2) + \Delta p_r\, t\right]\vec{i} - \rho\, t\, w_a\,(\vec{w}_{2'} - \vec{w}_{1'}) \qquad (10\text{-}26)$$

cuyas componentes según los ejes $\vec{j}$ e $\vec{i}$ de la Fig. (10-12) son

$$S' = \frac{\rho}{2}\, t\,(w_{2'u}^2 - w_{1'u}^2) + \Delta p_r\, t$$

Adviértase que en las B, por ejemplo, $\frac{\rho}{2}\, t\,(w_{2'u}^2 - w_{1'u}^2)$ es negativo y $\Delta p_r t$ positivo, y la fuerza axial en la paleta con fluído real en la B es menor, como tenía que suceder, porque el rodete desarrolla menos presión que en el caso ideal

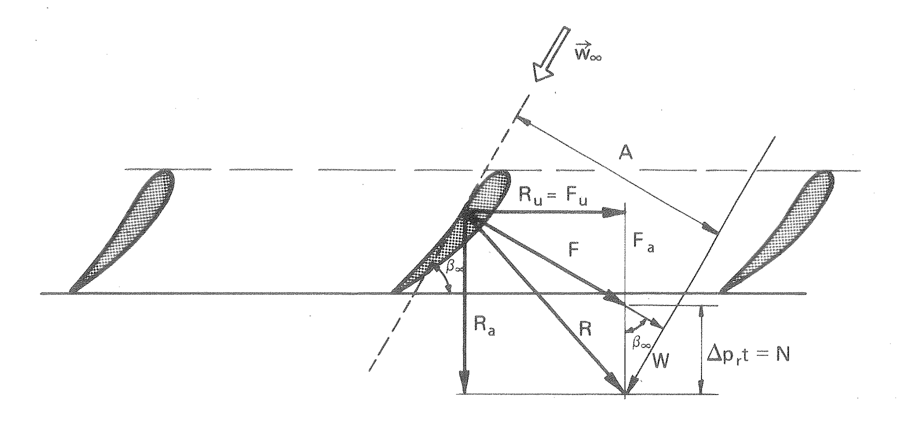
$$T' = -\rho\, t\,(w_{2'u} - w_{1'u})\, w_a$$

Comparando estas dos últimas ecuaciones con las Ecs. (10-11) y (10-13) se observa que

$$T' = T$$
$$S' = S + \Delta p_r t \qquad (10\text{-}27)$$

Aparentemente, según la primera de las Ecs. (10-27), la viscosidad no ejerce influjo alguno sobre la componente periférica. En realidad sí lo ejerce, ya que $T' = T = -\rho\,\Gamma\, w_{\infty a}$; pero Γ no es igual en ambos casos, porque por efecto de la viscosidad la circulación disminuye en las TH, disminuyendo el par útil transmitido al eje, y aumenta en las B, aumentando el par de accionamiento necesario. La viscosidad ejerce influjo en la fuerza axial aumentándolo en la TH y disminuyéndola en la B.

Si descomponemos la fuerza R' de la Ec. (10-26), no sobre las direcciones u y a, sino sobre las direcciones w_∞ y la dirección perpendicular a la misma, tendremos según la nomenclatura aeronáutica la fuerza de empuje ascensional A y la fuerza de arrastre W, ya que $\vec{R}'$ es la fuerza total que la corriente de velocidad en el infinito w_∞ ejerce sobre la paleta. Observando, pues, la Fig. 10-13,a y b, se tiene para las TH y para las B:



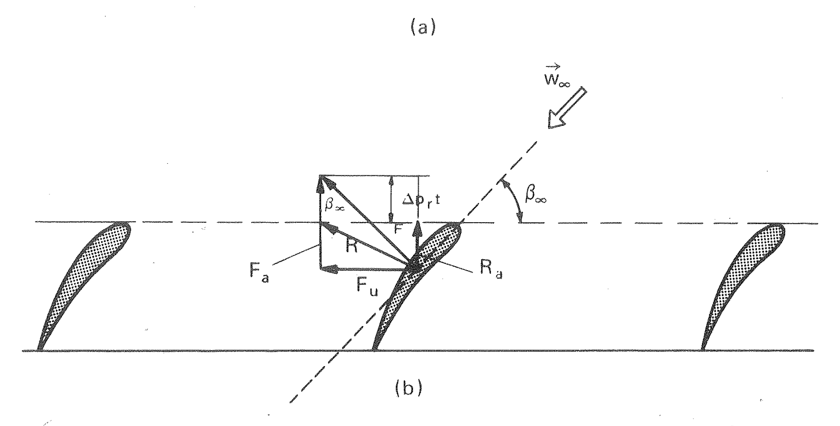


Fig. 10-13.—Fuerzas desarrolladas en un enrejado real: a) de TH; b) de B.

$$W = \Delta p_r t \operatorname{sen} \beta_\infty \qquad (10\text{-}28)$$

(W tiene la misma dirección de w_∞ en TH y B)

$$A = \rho\,\Gamma\, w_\infty \pm \Delta p_r t \cos \beta_\infty \qquad (+\text{TH}; -\text{B}) \qquad (10\text{-}29)$$

10.8. Correcciones necesarias para la utilización de los perfiles aerodinámicos en las TM axiales

Los álabes de las TM trabajan de manera distinta que perfiles aislados, de debido a las *dos peculiaridades* que a continuación se exponen. De ahí que a los coeficientes de empuje ascensional y arrastre tomados de los catálogos aerodinámicos se les deba aplicar dos correcciones.

Además de este *método indirecto*, se ha utilizado en el proyecto de los álabes el método directo, desarrollando teorías y realizando ensayos directamente aplicables a las TM axiales.

Las dos peculiaridades mencionadas son las siguientes:

1) El álabe de una TM en ambos extremos está limitado por superficies: en un extremo por el *cubo* del rodete y en el otro por la *carcasa* o estátor de la máquina. Los flujos secundarios de la cara inferior a la superior del perfil, así como la formación de los torbellinos de herradura característicos de los álabes de luz finita (véanse Apéndices) ensayados en los túneles aerodinámicos (tridimensionales) no son pues posibles.

2) El álabe de una TM no se encuentra aislado; sino formando con una serie de álabes un enrejado o cascada. El comportamiento de un *perfil en enrejado* es distinto del comportamiento de ese mismo *perfil aislado* en un flujo infinito.

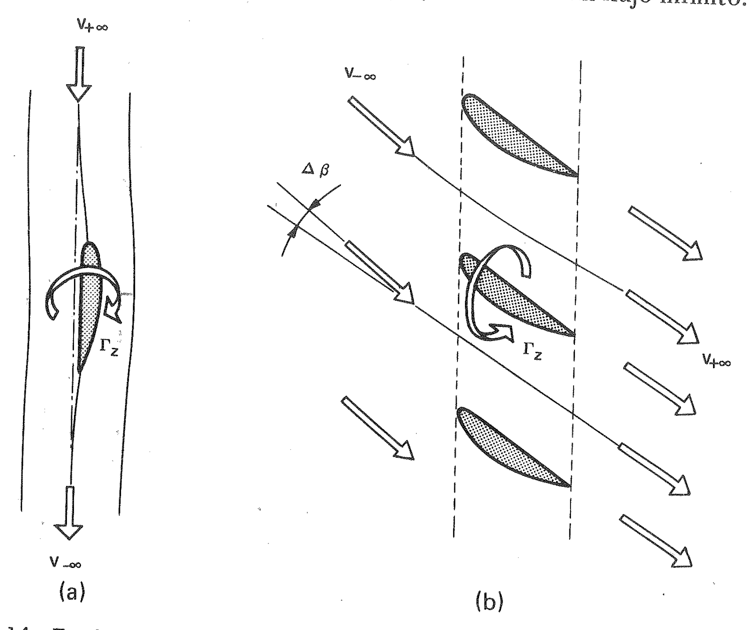


Fig. 10-14.—En el perfil aislado a) la corriente en el infinito no sufre desviación ninguna ($\vec{v}_{-\infty} = \vec{v}_{+\infty}$); b) en el perfil en enrejado se acusa una desviación $\Delta\beta$.

En un perfil aislado (Fig. 10-14,a) el álabe se encuentra sumergido en una masa infinita de fluído, y la desviación de esta masa como reacción de la fuerza del fluído sobre el álabe (suma vectorial del empuje ascensional y arrastre) será infinitamente pequeña: la corriente antes y después del álabe tiene la misma dirección (en el infinito). En el enrejado de una TM (Fig. 10-14,b), el caudal de fluído en torno

de un perfil es limitado; la circulación Γ_z de un álabe y las circulaciones de todos ellos $z\,\Gamma_z$ se transmiten a una masa finita, provocando por consiguiente una desviación finita, o sea que las direcciones del flujo antes y después de los álabes difieren entre sí un cierto ángulo $\Delta\beta$ (corona móvil) o $\Delta\alpha$ (corona fija).

Corrección por luz infinita

Es posible calcular la velocidad inducida (véase Apéndice IX), siguiendo un método, que no expondremos aquí, análogo al utilizado en electricidad para determinar la intensidad del campo magnético creado por un conductor rectilíneo por el que pasa una corriente; y de ahí calcular el coeficiente de arrastre inducido. Resultando ser igual a

$$C_{wi} = \frac{C_a^2}{n\lambda}$$

donde λ – relación de forma.

Asimismo la disminución del ángulo de ataque debida a la corriente inducida se expresa así:

$$\Delta\alpha = \frac{C_a}{\pi\lambda}$$

Por tanto, las fórmulas de corrección aplicables a cualquier relación de forma serán:

$$\alpha_{\lambda_\infty} = \alpha_\lambda - \frac{C_a}{\pi\lambda} \qquad \text{(ángulos expresados en radianes)}$$

$$(C_w)_{\lambda_\infty} = (C_w)_\lambda - \frac{C_a^2}{\pi\lambda} \qquad (10\text{-}30)$$

A pesar de que la deducción de las Ecs. (10-30) supone entre otras condiciones que el perfil es elíptico, el error cometido empleando estas ecuaciones no es grande, sobre todo teniendo en cuenta que a los valores así obtenidos hay que aplicarlos aún la segunda *corrección por efecto de enrejado*, que tampoco es exacta.

En los catálogos del NACA figura ya la corrección para $\lambda = \infty$. No así en los de Göttingen, en los cuales se utiliza una relación de forma $\lambda = 5$, con lo cual las Ecs. (10-30) se transforman en:

$$\alpha_{\lambda_\infty} = \alpha_{\lambda 5} - 3{,}65\, C_a \qquad \text{(ángulos expresados en grados)}$$

$$(C_w)_{\lambda_\infty} = (C_w)_{\lambda 5} - \frac{C_a^2}{15{,}7}$$

Weinig (1) propone, a base de sus propios estudios teóricos sobre la materia

(1) F. WEINIG, *Verwendung der Ergebnisse von Tragflügelmodellmessungen bei der Berechnung von Tragflügeln und Turbomaschinen* (Utilización de los resultados obtenidos con medidas en modelos de perfiles de ala en el cálculo de perfiles de alas y de turbomáquinas) "Z.VDI 1936, n. 11."

las mismas ecuaciones convenientemente rectificadas, válidas también para $\lambda = 5$ (perfiles de Göttingen):

$$\begin{cases} \alpha_{\lambda\infty} = \alpha_{\lambda 5} + 3{,}1\ C_a \quad \text{(ángulos en grados)} \\ (C_w)_{\lambda\infty} = (C_w)_{\lambda 5} - \dfrac{C_a^2}{15{,}1} \\ (C_a)_{\lambda\infty} = 1{,}17\ (C_a)_{\lambda 5} \end{cases} \tag{10-31}$$

porque el coeficiente C_a sufre también modificación.

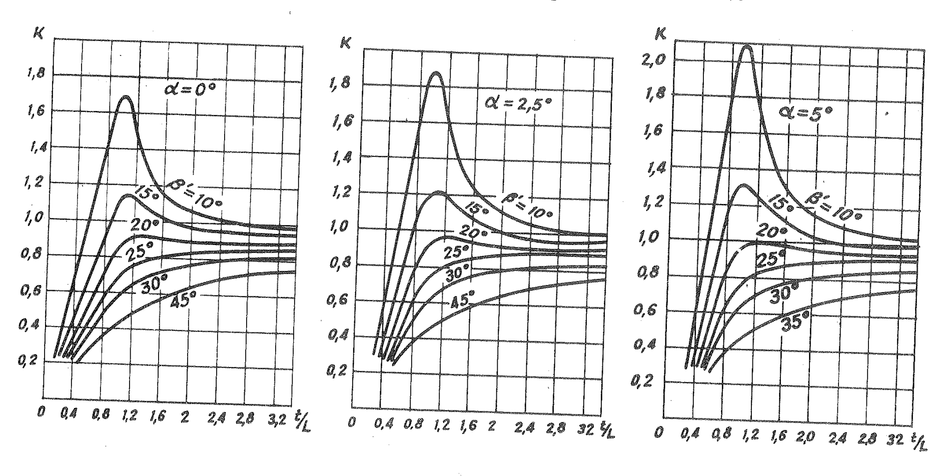
Corrección por efecto de enrejado

Estudiaremos dos métodos para realizar esta corrección: a) el método de *Weinig-Proskura*, que denominaremos así por haber trabajado ambos investigadores casi simultáneamente; más teóricamente el primero y más experimentalmente el segundo; y b) el método de *Weinel.*

Nos limitaremos también aquí a la exposición de los resultados.

a) *Método de Weinig-Proskura*

La influencia del enrejado se tiene en cuenta por un coeficiente



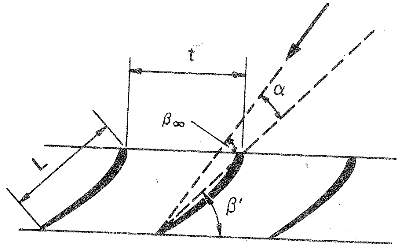


Fig. 10-15.—*Coeficiente k* en función de t/L y β' para 3 valores distintos del ángulo de ataque.

$$k = \frac{C_{ae}}{C_a}$$

donde C_a – coeficiente de empuje ascensional del perfil aislado

C_{ae} – coeficiente de sustentación del mismo perfil en enrejado.

Estudios teóricos realizados con enrejados de placas han conducido a las curvas, que se presentan en la Fig. 10-15, que dan los valores de k en función del paso relativo t/L, para diferentes valores del ángulo de posición β. En dicha figura se representan tres diagramas para tres ángulos de ataque distintos: $\alpha = 0°$; 2,5°; 5°.

Proskura recomienda multiplicar los valores teóricos de la Fig. 10-15 por el factor

$$\left[1 + \frac{0{,}75}{\left(\frac{t}{\ell}\right)^2}\right]$$

fundándose en la coincidencia de los valores así obtenidos con las medidas experimentales por él realizadas.

En la Fig. 10-16 se ha realizado esta última corrección para un ángulo de ataque $\alpha = 0$.

Como, según se desprende de la Fig. 10-15, los diagramas para diferentes valores de α no difieren mucho entre sí, el diagrama de la Fig. 10-16 es aplicable a todos los ángulos de ataque α, más aún a todos los perfiles; porque, aunque el coeficiente k, depende tanto de α como de la forma del perfil, en ninguno de los dos casos las diferencias son muy notables.

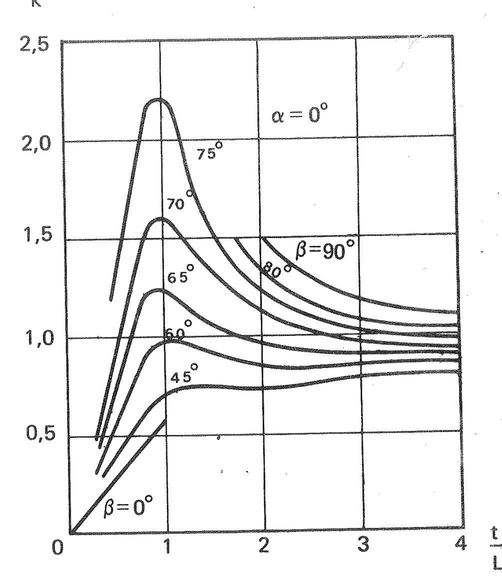


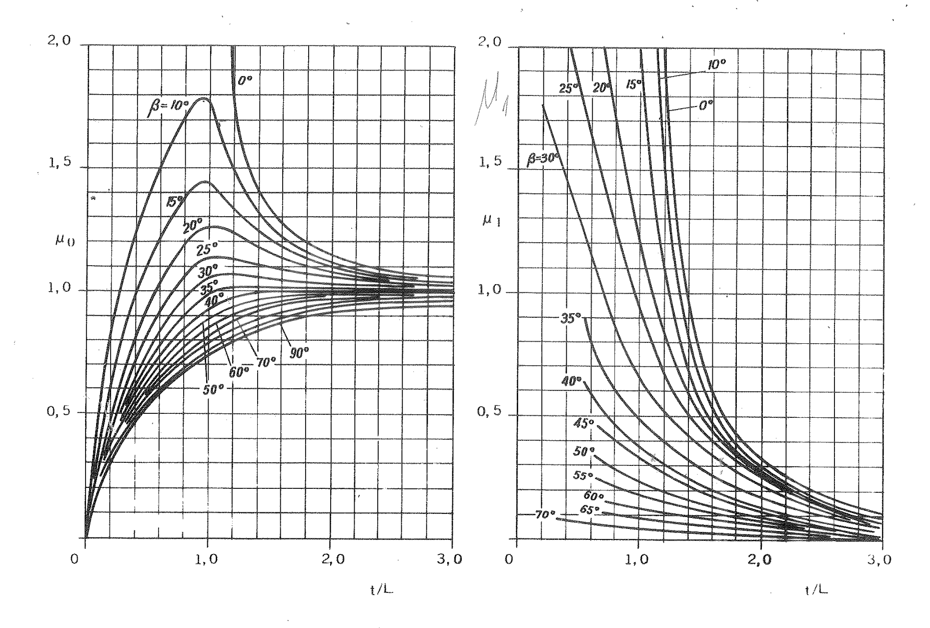
Fig. 10-16.—*Coeficiente k* en función del espesor relativo.

b) *Método de Weinel* (1)

El coeficiente C_{ae} de empuje ascensional para el enrejado puede obtenerse mediante la siguiente ecuación:

$$C_{ae} = \mu_0\ C_{a0} \left[\frac{1 - \mu_1\ C_{a0}\ \text{tg}\,\beta}{1 + \mu_1\ C_{a0}\ \text{tg}\,\beta}\right] + 2\,\pi\,\mu_2\ \text{sen}\,\alpha \tag{10-32}$$

(1) WEINEL, *Beiträge zur rationellen Hydrodynamik der Gitterströmung* (Contribuciones a la Hidrodinámica teórica del flujo en enrejados) "Ing. Arch. 1934."



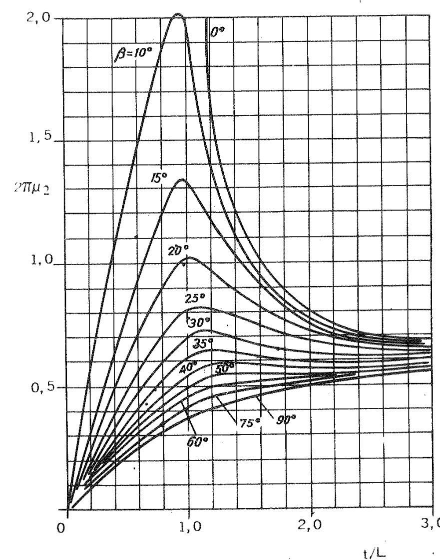


Fig. 10-17.–Cieficientes de la Ec. (10-32).

donde μ_0, μ_1, μ_2 – coeficientes que dependen de los parámetros del enrejado t/L y β, y pueden tomarse de la Fig. 10-17,

C_{ao} – coeficiente de empuje ascensional del perfil aislado para un ángulo de ataque $\alpha = 0$ (los ángulos α y β se miden a partir de la tangente inferior del perfil).

El método indirecto esbozado en esta sección, que basa el diseño de los álabes en datos experimentales de la Aeronáutica, se sustituye muchas veces o complementa con el método directo, basado en estudios teóricos y experimentales específicos de las TM, por ejemplo ensayos de enrejados o de paletas con variación de C_a, α y β de la base a la punta etc...

En efecto, en las TM axiales las configuraciones del flujo pueden alterarse notablemente según la distancia axial entre dos enrejados (fijo y móvil), y también según la posición relativa de los álabes en los enrejados; la caja espiral de una B puede afectar notablemente, sobre todo en puntos distintos del de diseño, el flujo en el enrejado; finalmente el comportamiento de una paleta de una TM, en la cual va variando la geometría del perfil de la base a la punta del álabe, y va variando también la posición del mismo en el enrejado, es muy distinto de la de un perfil aislado ensayado en un túnel de viento aerodinámico. El desarrollo del TC axial ha contribuido al desarrollo del método directo en el diseño de las TM axiales. Finalmente advertiremos que la experiencia enseña que cuando el paso es grande lo que tiene lugar comunmente en las B, el influjo del enrejado es pequeño, obteniéndose rendimiento análogo en B donde no se ha tenido en cuenta esta corrección (1). Por lo cual muchas veces puede prescindirse de ella, lo cual se ha aplicado a nuestrp diseño que figura al final de este capítulo en el cálculo de la corona directriz, no así el cálculo del rodete.

10.9 Expresión aerodinámica del rendimiento hidráulico del rodete y de las pérdidas hidráulicas en el mismo

Escribamos

$$\rho\, g\, \Delta\, H_r = \Delta\, p_r$$

donde ΔH_r – pérdidas hidráulicas en el enrejado (rodete) de la TMH.

Además en las TMH axiales se tiene:

$$\frac{Y_u}{g} = H_u = \frac{u\, \Delta\, c_u}{g} = \frac{u\, \Delta\, w_u}{g} = \frac{u}{g} \cdot \frac{\Gamma}{t}$$

[Ec. (10-17)]; luego

$$\Gamma = \frac{t}{u} \cdot g\, H_u$$

además

en las TH $\quad H_u = H_t - \Delta H_r$

y en las B $\quad H_a = H_u + \Delta H_r$

donde H_t – altura útil puesta a disposición del rodete en el enrejado de la TH (análoga a la *altura neta* H, la cual se refiere, sin embargo, a toda la TH)

H_u – altura útil desarrollada por el rodete en el enrejado de la B (análoga a la *altura efectiva* H, la cual se refiere, sin embargo, a toda la bomba).

Con lo cual las Ecs. (10-28) y (10-29) se transforman así:

$$W = \rho g\, \Delta H_r\, t \,\text{sen}\, \beta_\infty \qquad \text{(TMH)}$$

$$A = \frac{\rho\, gt}{u} (H_t - \Delta H_r)\, w_\infty + \rho g\, \Delta H_r\, t \cos \beta_\infty \qquad \text{(TH)} \qquad (10\text{-}33)$$

(1) Véase FUCHSLOCHER-SCHULZ, *Die Pumpen*[12], Pág. 87, Berlin, Springer, 1967, 369 págs.

$$A = \frac{\rho g t}{u}(H_u + \Delta H_r)\, w_\infty - \rho g\, \Delta H_r\, t \cos\beta_\infty \qquad B$$

La tangente del ángulo de planeo será:

$$\operatorname{tg}\epsilon = \frac{W}{A} = \frac{\Delta H_r \operatorname{sen}\beta_\infty}{\frac{w_\infty}{u}(H_t - \Delta H_r) + \Delta H_r \cos\beta_\infty} \qquad TH$$

$$\operatorname{tg}\epsilon = \frac{W}{A} = \frac{\Delta H_r \operatorname{sen}\beta_\infty}{\frac{w_\infty}{u}(H_u + \Delta H_r) - \Delta H_r \cos\beta_\infty} \qquad B$$

Dividiendo el numerador y denominador en las dos últimas expresiones por ΔH_r tendremos:

$$\operatorname{tg}\epsilon = \frac{\operatorname{sen}\beta_\infty}{\frac{w_\infty}{u}\left(\frac{H_t - \Delta H_r}{\Delta H_r}\right) + \cos\beta_\infty} \qquad TH$$

$$\operatorname{tg}\epsilon = \frac{\operatorname{sen}\beta_\infty}{\frac{w_\infty}{u}\left(\frac{H_u + \Delta H_r}{\Delta H_r}\right) - \cos\beta_\infty} \qquad B \qquad (10\text{-}34)$$

Se tiene además:

$$\eta_{hr} = \frac{H_t - \Delta H_r}{H_t} \qquad TH$$

$$\eta_{hr} = \frac{H_u}{H_u + \Delta H_r} \qquad B \qquad (10\text{-}35)$$

donde η_{hr} — rendimiento hidráulico del rodete (análogo al rendimiento hidráulico η_h, el cual incluye, sin embargo, todas las pérdidas hidráulicas de la máquina).

De (10-35) se deduce:

$$\Delta H_r = H_t\,(1 - \eta_{hr}) \qquad TH$$

$$\Delta H_r = H_u\left(\frac{1}{\eta_{hr}} - 1\right) \qquad B$$

y

$$\frac{H_t - \Delta H_r}{\Delta H_r} = \frac{\eta_{hr}}{1 - \eta_{hr}} \qquad TH$$

$$\frac{H_u + \Delta H_r}{\Delta H_r} = \frac{1}{1 - \eta_{hr}} \qquad B \qquad (10\text{-}36)$$

Introduciendo las expresiones (10-36) en las Ecs. (10-34), y despejando η_{hr}, se obtiene después de sencillas transformaciones:

$$\eta_{hr} = \frac{1}{1 + \frac{w_\infty}{u}\cdot\frac{\operatorname{sen}\epsilon}{\operatorname{sen}(\beta_\infty - \epsilon)}} \qquad TH$$

$$\eta_{hr} = 1 - \frac{w_\infty}{u}\cdot\frac{\operatorname{sen}\epsilon}{\operatorname{sen}(\beta_\infty - \epsilon)} \qquad B$$

Las pérdidas hidráulicas en el rodete o enrejado pueden calcularse en función del coeficiente de arrastre C_w, empleado en Aerodinámica y obtenido experimentalmente en los túneles aerodinámicos. En efecto la fuerza de arrastre por unidad de luz es (véase Apéndice IX).

$$W = C_w\,\rho\,\frac{w_\infty^2}{2}\,\ell$$

Igualando este valor de W con el expresado por la 1.ª Ec. (10-33) se tiene

$$\rho g\,\Delta H_r \cdot t \operatorname{sen}\beta_\infty = C_w\,\rho\,\frac{w_\infty^2}{2}\,\ell$$

y finalmente

$$\Delta H_r = C_w\,\frac{\ell}{t}\,\frac{w_\infty^2}{2g \operatorname{sen}\beta_\infty} = C_w\,\frac{\ell}{t}\,\frac{w_\infty^3}{2g\,w_a}$$

ya que

$$w_a = w_\infty \operatorname{sen}\beta_\infty$$

10.10. Expresión de la circulación de un perfil en enrejado en función de w_∞

Vamos a demostrar que dado un valor de $\vec{w}_\infty$ (o de w_∞ y β_∞) es posible calcular la circulación, siempre que teórica o experimentalmente se hayan obtenido dos parámetros del perfil.

En efecto una circulación cualquiera alrededor del perfil puede expresarse

como suma de dos componentes con velocidades paralela y perpendicular respectivamente al eje del enrejado. Llamando γ_1 y γ_2 a la circulación por unidad de velocidad según una u otra dirección, se tendrá:

$$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 = \gamma_1 \; w_\infty \operatorname{sen} \beta_\infty + \gamma_2 \; w_\infty \cos \beta_\infty \qquad (10\text{-}37)$$

verificándose, según lo dicho, que para $w_\infty = 1$ y $\beta_\infty = \frac{\pi}{2}$, $\Gamma = \gamma_1$; y para $w_\infty = 1$ y $\beta_\infty = 0$, $\Gamma = \gamma_2$.

Calculemos el ángulo β_0 de la velocidad relativa para el cual $\Gamma = 0$. Según (10-37) se tiene

$$0 = \gamma_1 \; w_\infty \operatorname{sen} \beta_0 + \gamma_2 \; w_\infty \cos \beta_0$$

de donde

$$\operatorname{tg} \beta_0 = -\frac{\gamma_2}{\gamma_1}$$

y

$$\gamma_2 = -\gamma_1 \frac{\operatorname{sen} \gamma_0}{\cos \beta_0}$$

Llevando esta última ecuación a la Ec. (10-37) se elimina γ_2:

$$\Gamma = \frac{w_\infty \gamma_1}{\cos\beta_0} (\operatorname{sen} \beta_\infty \cos \beta_0 - \cos \beta_\infty \operatorname{sen} \beta_0) = \frac{w_\infty \gamma_1}{\cos\beta_0} \operatorname{sen} (\beta_\infty - \beta_0) = \frac{w_\infty \gamma_1}{\cos \beta_0} \operatorname{sen} \alpha$$

donde $\alpha = \beta_\infty - \beta_0$ es el ángulo de ataque medido a partir de la línea de circulación nula. Llamando

$$\frac{\Gamma}{t \; w_\infty} = \overline{\Gamma} \qquad (10\text{-}38)$$

y

$$\frac{\gamma_1}{\cos \beta_0} = \gamma$$

se tiene

$$\overline{\Gamma} = \frac{\gamma}{t} \operatorname{sen} \alpha$$

y

$$\overline{\Gamma}_{\text{máx}} = \frac{\gamma}{t}$$

Finalmente de (10-38) se deduce

$$\Gamma = \overline{\Gamma} \; w_\infty t = \overline{\Gamma}_{\text{máx}} \; w_\infty t \operatorname{sen} \alpha = \overline{\Gamma}_{\text{máx}} \; w_\infty \operatorname{sen} (\beta_\infty - \beta_0) \; t \qquad (10\text{-}39)$$

Si se conocen las circulaciones correspondientes a las dos direcciones perpendiculares $\beta_\infty = \frac{\pi}{2}$, $\beta_\infty = 0$, y se calculan γ_1 y γ_2; Γ_{max} y β_0 quedan unívocamente determinados. En efecto, es fácil ver que:

$$\overline{\Gamma}_{\text{máx.}} = \frac{1}{t} \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}$$

$$\beta_0 = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(-\frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right)$$

10.11. La velocidad relativa a la salida de un enrejado en función de la velocidad de entrada en el mismo

Dado un enrejado, caracterizado por la forma del perfil, el paso relativo t/ℓ y el ángulo de inclinación con respecto al eje del enrejado β_e, es posible calcular $\vec{w}_{2'}$ si se conoce $\vec{w}_{1'}$, para lo cual bastará calcular $\vec{w}_{2'u}$ en función de $\vec{w}_{1'u}$, ya que $w_{2a} = w_{1a}$.

$$\Gamma = t \; (w_{2'u} - w_{1'u})$$

y según la Ec. (10-39):

$$\Gamma = \overline{\Gamma}_{max} \; t \, w_\infty \operatorname{sen} (\beta_\infty - \beta_0)$$

donde $\Gamma_{\text{máx}}$ y β_0 son parámetros unívocamente determinados con el enrejado.

Igualando ambas expresiones de Γ:

$$w_{2'u} = w_{1'u} + \overline{\Gamma}_{\text{máx}} \; w_\infty \operatorname{sen} (\beta_\infty - \beta_0) = w_{1'u} +$$

$$+ \overline{\Gamma}_{max} \; (w_\infty \operatorname{sen} \beta_\infty \cos \beta_0 - w_\infty \cos \beta_\infty \operatorname{sen} \beta_0) = w_{1'u} +$$

$$+ \overline{\Gamma}_{max} \; \left(w_a \cos \beta_0 - \frac{w_{1'a} + w_{2'a}}{2} \operatorname{sen} \beta_0\right)$$

que, después de algunas transformaciones nos conduce a la siguiente expresión:

$$w_{2'u} = \frac{1 + \dfrac{\overline{\Gamma}_{\text{máx.}} \operatorname{sen} \beta_0}{2}}{1 - \dfrac{\overline{\Gamma}_{\text{máx}} \operatorname{sen} \beta_0}{2}} \; w_{1'u} - \frac{\Gamma_{\text{máx.}} \cos \beta_0}{1 - \dfrac{\overline{\Gamma}_{\text{máx.}} \operatorname{sen} \beta_0}{2}} \; w_a$$

Haciendo ahora $\dfrac{\overline{\Gamma}_{\text{máx.}} \operatorname{sen} \beta_0}{2} = -\delta$, donde δ es una constante para cada enrejado, se tiene:

$$w_{2'u} = \frac{1-\delta}{1+\delta} \; w_{1'u} + \frac{2\delta}{1+\delta} \; w_a \operatorname{ctg} \beta_0 \qquad (10\text{-}40)$$

o bien

$$w_{2'u} = C_1\, w_{1'u} + C_2\, w_a \qquad (10\text{-}41)$$

donde C_1, C_2 = constantes para cada enrejado. La relación entre $w_{2'u}$ y $w_{1'u}$ es lineal.

Los enrejados constituidos por placas planas se prestan a un análisis teórico más sencillo, el cual ayuda a estudiar el comportamiento de los enrejados formados por perfiles de forma cualquiera y de espesor variable. Así, por ejemplo, para los enrejados constituidos por placas planas se han calculado los coeficientes C_1 y C_2 de la Ec. (10-41) y se han representado en las figuras 10-18 y 10-19 en función de los parámetros característicos del enrejado: la solidez ℓ/t y el ángulo de posición β.

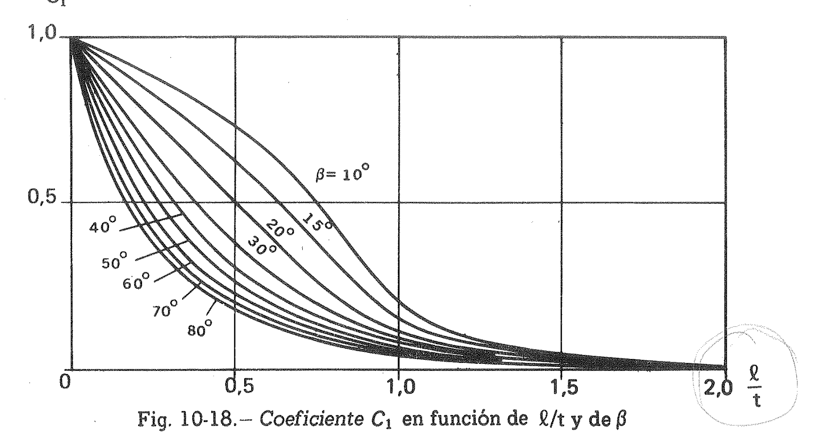


Fig. 10-18.– *Coeficiente* C_1 en función de ℓ/t y de β

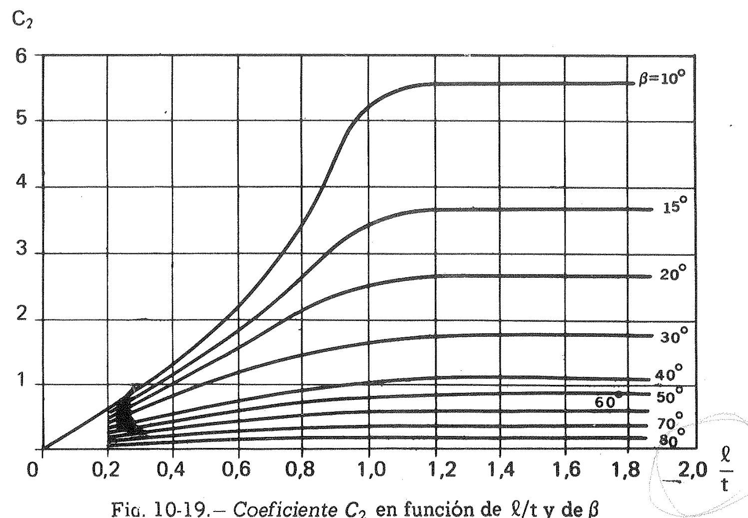


Fig. 10-19.– *Coeficiente* C_2 en función de ℓ/t y de β

Se demuestra que en un perfil aislado ($t = \infty$, solidez $\frac{\ell}{t} = 1$) $\delta = \frac{\overline{\Gamma}_{m\acute{a}x.}\ \mathrm{sen}\ \beta_0}{2} = 1$, $C_1 = 1$ y $C_2 = 0$, de donde según la Ec. (10-41)

$$w_{2'u} = w_{1'u}$$

es decir, la corriente relativa no sufre en este caso desviación alguna; obteniéndose el mismo resultado clásico que en Aeronáutica, a saber que la velocidad en el infinito es igual antes y después de un perfil de forma cualquiera. Por el contrario en un enrejado de espesor infinito ($t = 0$) solidez $\ell/t = \infty$; recuérdese la teoría unidimensional, o de infinito número de álabes de las TM explicada en la Sec. 2.3.7.1.4; se demuestra también que $\delta = 1$, $C_1 = 0$, $C_2 = \mathrm{ctg}\, \beta_0$ y $\mathrm{ctg}\, \beta_0 = \mathrm{ctg}\, \beta_2 = \mathrm{cte}$; es decir, se verifica (resultado aplicable también a un perfil de forma cualquiera) que la dirección de la corriente a la salida del enrejado no depende de la dirección de la misma a la entrada.

10.12. Expresión del par (par motor TH, de accionamiento B) en función de la circulación

Según el teorema de Joukowski (Sec. 10.4) sobre cada elemento de perfil de una TM, situado a una distancia r del eje de la misma, actúa una fuerza elemental cuyas componentes según los ejes $\vec{i}$ y $\vec{j}$ vienen dados por las Ecs. (10-15). La componente según el eje $\vec{i}$ no produce momento alguno con relación al eje, por ser paralela al mismo. Recordando además que T es una fuerza por unidad de luz, sobre un elemento de paleta de espesor dr actuará una fuerza

$$dT = \rho\, \Gamma w_{\infty a}\, dr.$$

El sentido de esta fuerza es el mismo que el de la velocidad u en las TH, y en general en las TMM, (momento, trabajo, potencia realizados por el fluído, positivos) y contrario a u en las B, y en general en las TMG, (momento, trabajo, potencia realizados sobre el fluído, negativos). El momento de la fuerza sobre el álabe en dicha sección de luz infinitesimal dr comprendida entre los radios r y r + dr será:

$$dM = \rho\, \Gamma\, w_{\infty a}\, r dr$$

Si z es el número de álabes el momento total será:

$$M = \rho\, z \int_{r_c}^{r_1} r\, \Gamma\, (r)\, w_{\infty a}\, dr$$

donde r_c – radio del cubo de la TM.

r_1 – radio exterior de la paleta. Ahora bien, teniendo en cuenta que

$$dQ = 2\, \pi\, r\, dr \cdot w_a$$

se tendrá:

$$M = \frac{\rho\, z}{2\pi} \int_0^Q \Gamma\, (r)\, dQ$$

En la hipótesis de un fluido ideal e irrotacional, utilizada corrientemente y también por nosotros en este libro en el diseño de las TMH, se ha de suponer que en una TM axial en cada cilindro concéntrico al eje el fluido cede (TM) o adquiere (B) la misma energía, y por lo tanto la circulación a cada distancia r es la misma (véase la Ec. (3-18-a) y (3-18-b). Si esto es así, se verificará que

$$M = \frac{\rho\, z_l\, \Gamma}{2\pi} \int_0^Q dQ$$

y finalmente

$$M = \frac{\rho\, z_l}{2\pi}\, \Gamma\, Q$$

(momento en función de la circulación, fluido ideal y flujo irrotacional)

*

10.13. Diseño 4: B axial

Diseñar una B axial para bombear 4320 m³/h de agua a una altura efectiva de 4 m, para una velocidad de giro de 590 rpm.

Los datos iniciales son:

$$Q = 4320\ m^3/h = \frac{4320}{3600} = 1{,}2\ m^3/s$$

$$H = 4\ m$$

$$n = 590\ rpm = 9{,}833\ rps$$

1. Cálculos iniciales

El número específico de revoluciones es

$$n_s = 3{,}65 \cdot 590 \cdot 1{,}2^{1/2}\ 4^{-3/4} = 834{,}0$$

$$n_q = \quad 590 \cdot 1{,}2^{1/2}\ 4^{-3/4} = 229{,}75$$

que según la Fig. 9-23 cae dentro de la gama de las B axiales.

Siendo pequeña la presión creada por el rodete supondremos nulas las pérdidas volumétricas externas $q_e = 0$ y estimaremos q_i en un 4% del caudal útil; siendo, por tanto, el caudal Q' bombeado por el rodete

$$Q' = 1{,}04\ Q = 1{,}04 \cdot 1{,}2 = 1{,}248\ m^3/s$$

y el rendimiento volumétrico

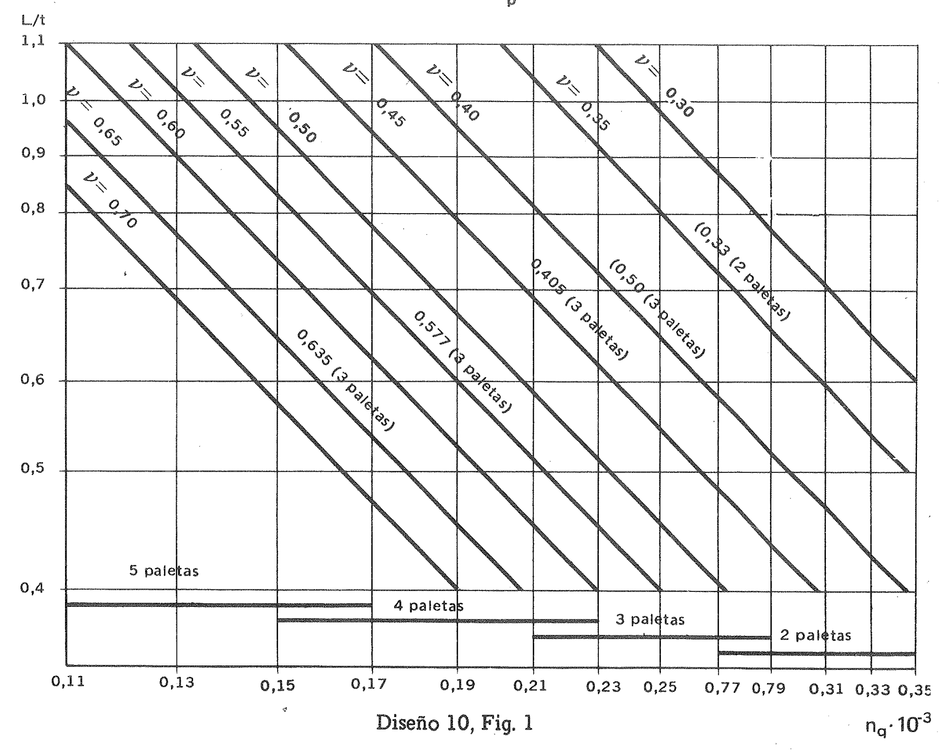
$$\eta_v = 1 \cdot \frac{1}{1{,}04} = 96{,}15\ \%$$

Escogeremos una velocidad meridional $c_m = c_a$ elevada dentro de la gama indicada en el Capítulo 9. es decir, dado que el caudal de la B es relativamente elevado eligiremos

$$c_m = 5\ m/s$$

La relación de cubo ν se puede estimar por la Fig. 1 según el n_q, tomándose como aceptable

$$\nu = \frac{d_c}{d_p} = 0{,}5$$



Diseño 10, Fig. 1 $n_q \cdot 10^{-3}$

Ahora calculamos los diámetros d_p y d_c de la punta y de la base de los álabes

$$Q' = \frac{\pi}{4}(d_p^2 - d_c^2)\ c_m = \frac{\pi}{4}\ d_p^2\ (1 - \nu^2) c_m$$

y

$$d_p = \sqrt{\frac{4\,Q'}{\pi\,(1-\nu^2)\,c_m}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1{,}248}{\pi \cdot 0{,}75 \cdot 5}} = 0{,}65 \text{ m}$$

$$d_c = 0{,}65/2 = 0{,}325 \text{ m}$$

que tomaremos como definitivos, o sea

$$d_p = 650 \text{ mm}$$
$$d_c = 325 \text{ mm}$$

A veces de B ya construídas estimamos el η_{tot} de muestra B ($Q = 1{,}2$ m³/s y $n_q = 230$):

$$\eta_{tot} = 82\%$$

estimando a continuación un rendimiento mecánico $\eta_m = 98\%$, una pérdida por rozamiento de disco igual al 2% de la potencia de accionamiento ($\sigma = 0{,}02$), y con el η_v anteriormente estimado, se tendrá

$$\eta_h = \frac{\eta_{tot}}{\eta_v\,(\eta_m - \sigma)} = \frac{0{,}82}{(0{,}98 - 0{,}02) \cdot 0{,}96} = 0{,}89$$

La altura teórica (número finito de álabes) será:

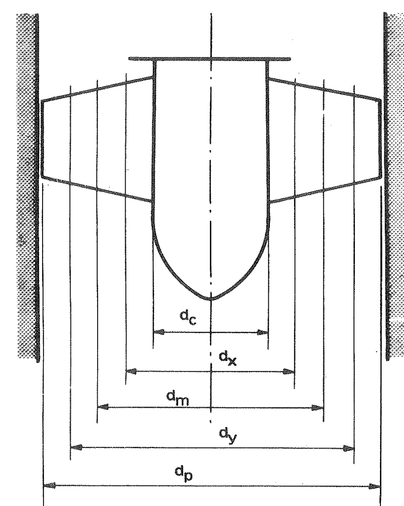
$$H_u = \frac{H}{\eta_h} = \frac{4}{0{,}89} = 4{,}49 \text{ m}$$

2. Cálculo de las paletas del rodete

El número de álabes del rodete (número óptimo), guiándonos de nuevo por la Fig. 1 será

$$z = 4$$

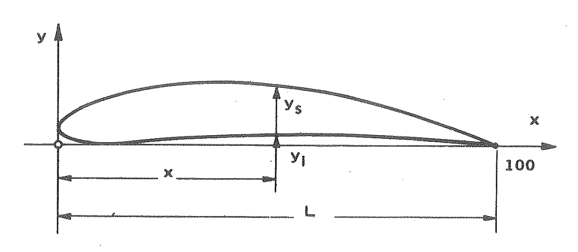
El cálculo de los álabes se hará dividiendo el flujo total, que abarca el rodete o flujo a través de un anillo cilíndrico limitado interiormente por el cubo del rodete y exteriormente por la caja de la B, en 4 flujos parciales (véase Fig. 2). Esto equivale a sustituir un *estudio unidimensional* realizado en la mitad del álabe, situado en un diámetro d_m y aplicado a toda la altura del álabe, que nos daría un álabe cilíndrico de bajo rendimiento



Diseño 4, Fig. 2.–Esquema mostrando los cortes (desarrollos cilíndricos) utilizados en el diseño 4.

por el *estudio bidimensional* siguiente: se estudiará la configuración del flujo y la forma del álabe en 5 diámetros distintos (véase Fig. 1) d_c, d_x, d_m d_y y d_p. La configuración del flujo se obtiene sin distorsión en un plano desarrollando los cilindros coaxiales respectivos de ecuación: d_i = cte ($i = c, x, m, y, p$). Adoptaremos las 3 hipótesis siguientes:

1. La velocidad meridional $c_m = c = c_a = \ldots =$ cte en todo el espacio ocupado por el rodete.
2. La altura teórica H_u = cte para todos los cilindros coaxiales, lo que equivale a decir que todos los hilos de corriente que atraviesan el rodete absorben la misma energía.
3. Los triángulos de entrada en los álabes desde la base a la punta de los mismos son rectángulos.



Diseño 4, Fig. 3.–Nomenclatura de las *dimensiones de un perfil* utilizada en las tablas 10-3 y 10-8.

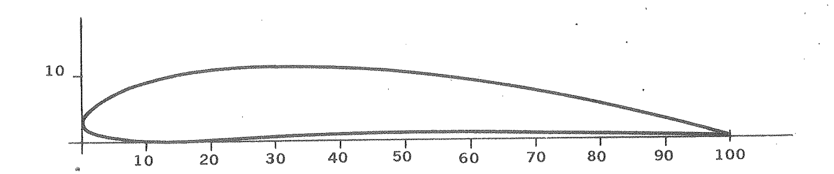
Utilizaremos para toda la paleta móvil el mismo perfil, a saber el Göttingen 682. También podría hacerse el diseño variando la geometría del perfil en todos o en algunos de los diámetros elegidos (véase la Fig. 2), conservando el producto $c_a\,L\,w_\infty$ constante (véase la Pág. 522); pero este método no se seguirá en este diseño.

Las coordenadas y_s, y en función de x (véase el significado de estas variables en la Fig. 3) del perfil 682 se contienen en la tabla siguiente tomada del catálogo de *perfiles de Göttingen*.

TABLA 10-3
Coordenadas del perfil Göttingen 682

x	0	1,25	2,5	5,0	7,5	10	15	20	30	40
ys	2,50	4,55	5,55	7,00	8,05	8,90	10,00	10,65	11,20	10,90
yi	2,50	1,05	0,60	0,25	0,10	0,00	0,05	0,20	0,55	0,75
x	50	60	70	90	90	95	100			
ys	10,05	8,65	6,90	4,85	2,55	1,35	0,00			
yi	0,80	0,85	0,75	0,60	0,35	0,15	0,00			

El perfil obtenido con ayuda de esta tabla puede verse en la Fig. 4.



Diseño 4, Fig. 4.– *Perfil Göttingen 682* utilizado en las paletas móviles de la B del diseño 4.

En los catálogos del Göttingen Institut se encuentran los coeficientes de empuje ascensional y de arrastre obtenidos experimentalmente con una relación de forma $\lambda = \frac{\ell}{L} = 5$ (es decir luz/cuerda) que pueden verse en la siguiente tabla:

TABLA 10-4

Coeficientes de empuje ascensional y arrastre en función del ángulo de ataque para una relación de forma $\lambda = 5$ del perfil Göttingen 682

α^0	C_a	C_w
–8,9	–0,201	0,0721
–6,0	0,004	0,0128
–3,1	0,199	0,0124
–0,1	0,400	0,0184
2,8	0,599	0,0297
5,7	0,807	0,0503
8,6	0,996	0,0752
11,6	1,160	0,1040
14,5	1,279	0,1360
16,0	1,292	0,156
17,5	1,280	0,185

En la tabla 10-5 se irán llevando, a medida que se vayan obteniendo los resultados del cálculo del rodete.

TABLA 10-5

Desarrollos cilíndricos coaxiales

N.°	Magnitud	Desarrollos cilíndricos coaxiales				
		1.°	2.°	3.°	4.°	5.°
		d_c *(cubo)* *(m)*	d_x *(m)*	d_m *(mitad)* *(m)*	d_y *(m)*	d_p *(punta)* *(m)*
1	d *(m)*	0,325	0,4063	0,4875	0,5688	0,650
2	u *(m/s)*	10	12,54	15,04	17,55	20,05
3	Δc_u *(m/s)*	4,4	3,51	2,93	2,51	2,2
4	w_∞ *(m/s)*	9,4	11,9	14,45	17,03	19,6
5	tg β_∞	0,641	0,464	0,368	0,307	0,264
6	β_∞ (°)	32,7	24,9	20,2	17,1	14,8
7	Perfil	682	682	682	682	682
8	Ca	1,007	0,976	0,944	0,909	0,875
9	α (°)	9,2	8,7	8,2	7,7	7,2
10	β (°)	41,9	33,6	28,4	24,8	22,0
11	t *(m)*	0,255	0,319	0,383	0,447	0,511
12	L *(m)*	0,237	0,193	0,164	0,145	0,131
13	t/L	1,076	1,653	2,335	3	3,9
14	C_{a0}	0,394	0,394	0,394	0,394	0,394
15	μ'_0	0,95	1,05	1,05	1,05	1,05
16	μ'_1	0,35	0,25	0,15	0,08	0,05
17	$2\pi\,\mu'_2$	5,8	7	6,8	6,8	6,8
18	sen α'_e	0,123	0,088	0,082	0,075	0,069
19	α'_e (°)	7	5	4,7	4,3	3,95
20	β'_e (°)	39,7	29,9	24,9	21,4	18,75
21	μ_0	0,95	1,07	1,05	1,05	1,05
22	μ_1	0,35	0,30	0,17	0,08	0,05
23	$2\pi\,\mu_2$	5,8	7,2	7,1	6,8	6,8
24	sen α_e	0,122	0,084	0,078	0,074	0,069
25	α_e (°)	7	4,8	4,5	4,2	3,95
26	β_e (°)	39,7	29,7	24,7	21,3	18,75

α – ángulo de ataque sin corrección de enrejado;
β – ángulo de posición (del perfil en el enrejado) sin corrección de enrejado;
α'_e, α_e – ángulo de ataque provisional y definitivo con corrección por enrejado;
β'_e, β_e – ángulo de posición provisional y definitivo con corrección por enrejado.

a) Los 5 diámetros elegidos serán:

$d_c = 325$ mm (previamente calculado);
$d_x = 406{,}3$ (a la mitad de d_c y d_m);
$d_m = 487{,}5$ (diámetro medio);
$d_y = 568{,}8$ (a la mitad de d_p y d_m)
$d_p = 650$ (previamente calculado);

(tabla 10-5, n.° 1).

b) $u = \pi d n$ (tabla 10-5, n.° 2).

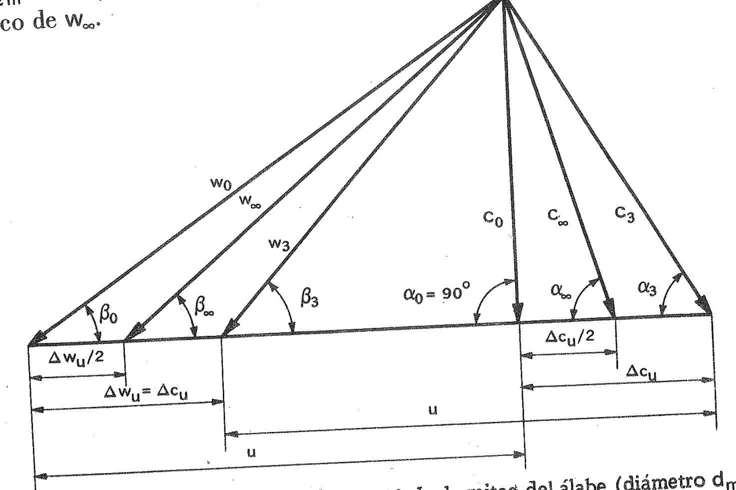
c) Siendo H_u = cte (Pág. 522) para todos los filetes líquidos se tendrá

$$\Delta c_u = \frac{H_u g}{u} \qquad \text{(Tabla 10-5, n.° 3)}$$

d) De la Fig. 5 se deduce la fórmula que nos permite calcular los valores de w_∞:

$$w_\infty = \sqrt{\left(u - \frac{\Delta C_u}{2}\right)^2 + c_{2m}^2} \qquad \text{(tabla 10-5, n.° 4)}$$

c_{2m} = cte (1.ª hipótesis) = c_m = 5 m/s. También es posible un cálculo gráfico de w_∞.



Diseño 4, Fig. 5.– *Triángulos de velocidad a la mitad del álabe (diámetro d_m)*

e) De la misma Fig. 5 se deduce

$$\operatorname{tg} \beta_\infty = \frac{c_m}{u - \frac{\Delta c_u}{2}} \qquad \text{(tabla 10-5, n.}^{os}\text{ 5 y 6)}$$

f) Los valores de C_a del perfil Göttingen 682 dependen del ángulo de ataque elegido. Antes de elegir éste realizaremos la primera corrección indicada en la Sec. 10.8.

Primera corrección del perfil Göttingen 682: corrección por luz infinita

Utilizando las fórmulas de Weinig [Ecs. (10-31)] se traduce la tabla 10-4 a luz infinita, según la tabla siguiente:

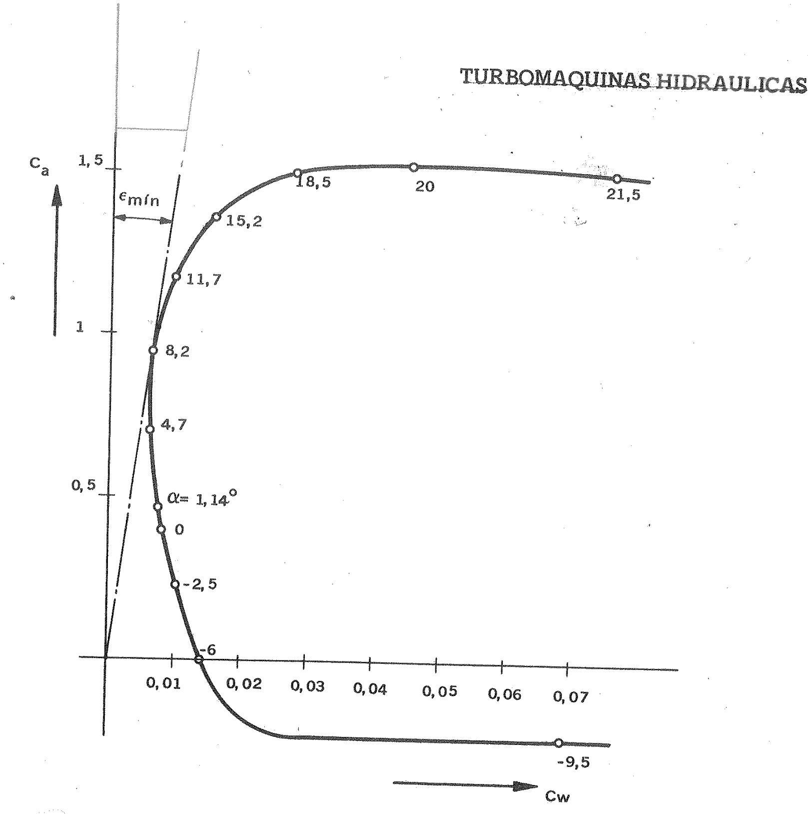
TABLA 10-6

Coeficientes de empuje ascensional y arrastre en función del ángulo de ataque del perfil Göttingen 682 para una relación de forma $\lambda = \infty$ (luz infinita)

$\alpha°$	C_a	C_w
–9,52	–0,235	0,0694
–5,99	0,005	0,0128
–2,48	0,233	0,0098
0	0,394	0,0084
1,14	0,468	0,0078
4,66	0,701	0,00594
8,2	0,944	0,00717
11,7	1,165	0,0095
15,2	1,357	0,149
18,5	1,50	0,0277
20	1,51	0,0455
21,5	1,50	0,0765

El valor de $\alpha° = 0$ se ha interpolado puesto que es necesario más adelante disponer del valor C_{a0}.

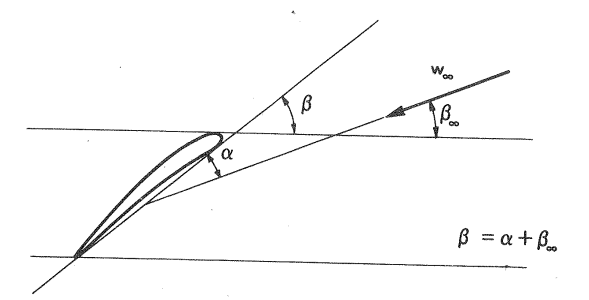
Con los valores de esta tabla se traza la curva polar del perfil Göttingen 682 para $\lambda = \infty$, que puede verse en la Fig. 6.



Diseño 4, Fig. 6.–*Curva polar* del perfil Göttingen 682 para $\lambda = \infty$.

g) Se eligen los ángulos de ataque α más convenientes. Entre α, el ángulo de posición β y el ángulo β_∞ que forma w_∞ con $(-u)$ se cumple la igualdad (véase Fig. 7)

$$\beta = \alpha + \beta_\infty \qquad (1)$$



Diseño 4, Fig. 7.–*Angulos característicos* de un perfil en enrejado.

Escogeremos ángulos de ataque favorables, próximos al ángulo de planeo mínimo, es decir al contacto de la tangente desde el origen tg ϵ (véase Fig. 6), de manera que C_a disminuya un poco de la base a la punta, para compensar el aumento de w_∞, y evitar el excesivo afilamiento de los álabes, que debería ocurrir según la Ec. (10-21).

Estos valores se llevan a la tabla 10-5, n.° 8, y los valores de α correspondientes a la misma tabla, n.° 9.

h) Los valores provisionales del ángulo de posición β se obtienen ahora aplicando la Ec. (1) (tabla 10-5, n.° 10).

i) El paso en las 5 secciones cilíndricas escogidas se obtiene mediante la ecuación

$$t = \frac{\pi d}{z} \qquad \text{(tabla 10-5, n.° 11)}$$

j) De las ecuaciones deducidas en la Pág. 522 es fácil deducir:

$$L = \frac{H_u \cdot 120 \cdot g}{n \cdot z \cdot C_a \cdot w_\infty}$$

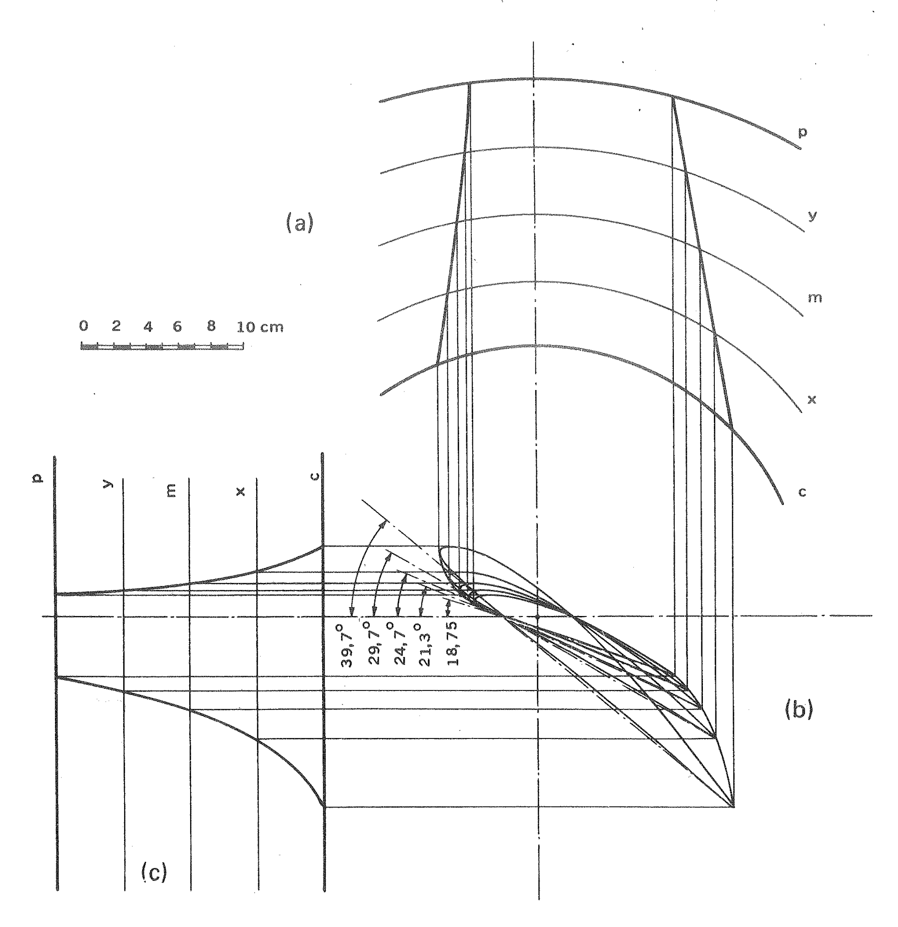
obteniéndose los valores de la tabla 10-5, n.ºs 12 y 13).

k) *Segunda corrección del perfil Göttingen 682: corrección por enrejado*

Esta corrección se hará por el método de Weinel, utilizando la Fig. 10-17 y la Ec. (10-22) El coeficiente de empuje ascensional para $\alpha = 0$, C_{a0}, se lee en la Fig. 6 y su valor es idéntico para todo el álabe desde la base a la punta y se llega a la tabla 10-5, n.° 4. Los valores provisionales μ_0', μ_1' y $2\pi\mu_2'$, para los diferentes valores de t/L y β (Tabla 10-5, n.ºs 10 y 13) se llevan a la misma tabla 10-5, n.ºs 15 a 17. Es decir se utiliza provisionalmente el ángulo β de posición del perfil aislado de luz infinita. La Ec. (10-22) permitiría, utilizando los valores de α de la tabla 10-5, n.° 9 determinar los valores de C_{ae} del perfil en enrejado, que se utilizarían en lugar de los C_a del perfil aislado de luz infinita de la misma tabla, n.° 8, Nosotros, sin embargo, procederemos a la inversa, es decir, supondremos $C_{ae} = C_a$, y calcularemos el ángulo de ataque α_e que daría el mismo coeficiente de empuje ascensional. De la Ec. (10-22) se deduce, haciendo $\alpha = \alpha_e$ y $C_{ae} = C_a$

$$\operatorname{sen} \alpha_e' = \frac{1}{2\pi\mu_2'}\left[C_{ae} - \mu_0' C_{ao} \frac{1 - \mu_1' C_{ao} \operatorname{tg}\beta}{1 + \mu_1' C_{ao} \operatorname{tg}\beta}\right]$$

obteniéndose los valores de la tabla 10-5, n.ºs 18 y 19, y aplicando de nuevo la Ec. (1) se obtienen los valores provisionales de β_e'. Con estos valores y los mismos de t/L anteriormente utilizados se repite el proceso anterior (tabla 10-5, n.ºs 21 – 25), obteniéndose finalmente el valor definitivo del ángulo de posición β_e (n.° 26). Se repetirá el mismo proceso una vez más comprobando que sale el mismo resultado. Con los resultados obtenidos puede ya trazarse el álabe en proyección transversal, desarrollo cilíndrico y proyección longitudinal (Fig. 8,a-c). Para mayor claridad se ha dibujado también la Fig. 9 en la que se han indicado también los ángulos α_e, β_e y β_∞ para cada perfil.

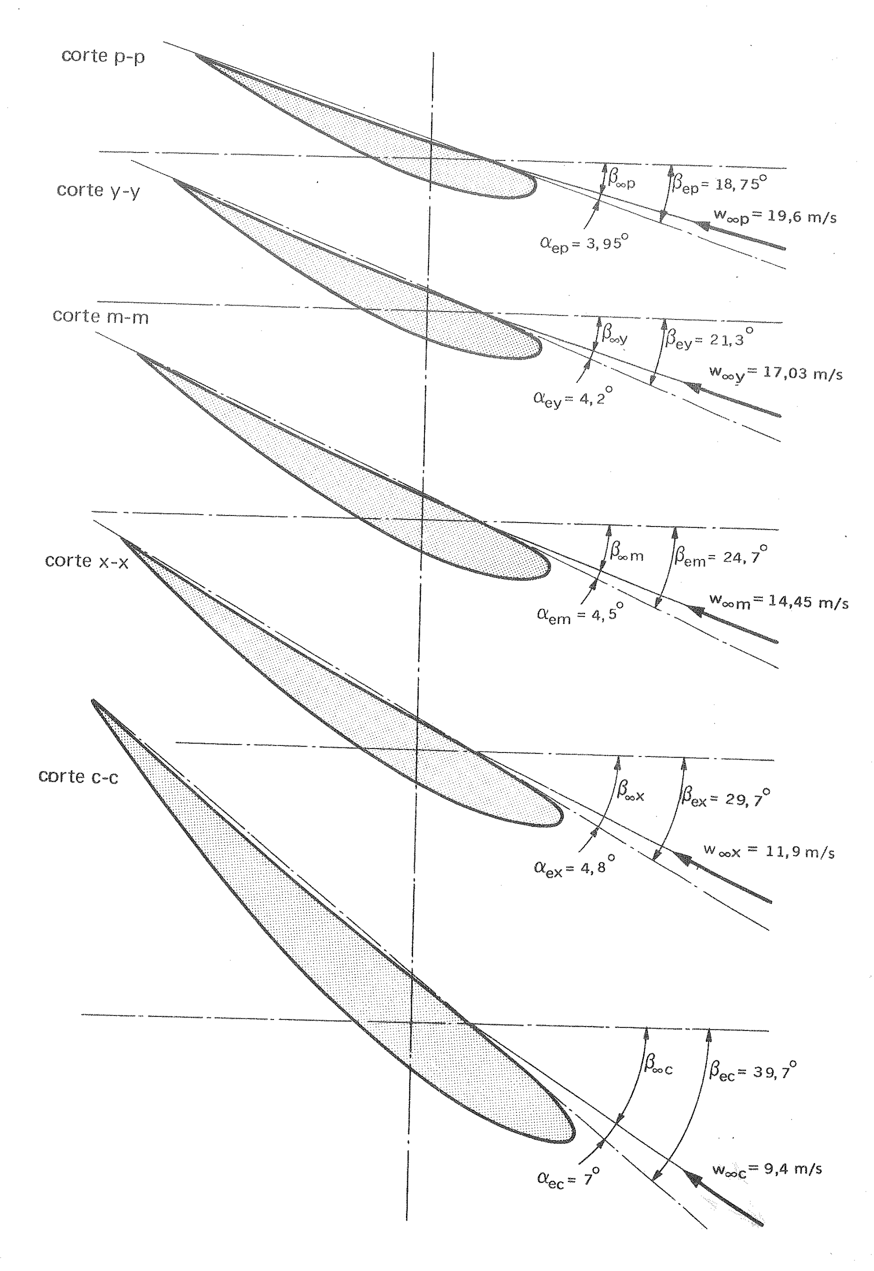


Diseño 4, Fig. 8.–*Rodete de la B axial* del diseño 4: a) corte transversal; b) desarrollos cilíndricos; c) corte meridional

3. Cálculo de las paletas de la corona directriz

a) Escogeremos para la corona directriz, que se instalará aguas abajo del rodete, un número de paletas igual al doble de las del rodete más uno, o sea $2 \cdot 4 + 1 = 9$ paletas.

La corona directriz debe convertir toda la energía cinética comunica al fluído en el rodete en energía de presión, reduciendo la velocidad c_3 a la $c_5 = c_m$, de manera que la corriente salga de la corona directriz en dirección axial. El cálculo de las paletas fijas se hace también tabularmente. De la Fig. 5 se deduce



Diseño 4, Fig. 9.–*Angulos de ataque y de posición* corregidos por efecto de luz infinita y de enrejado para el rodete de la B del diseño 4.

$$c_\infty = \sqrt{c_m^2 + \left(\frac{\Delta c_u}{2}\right)^2}$$

y

$$\operatorname{tg} \alpha_\infty = \frac{c_m}{\Delta c_u/2}$$

con lo cual se calculan los valores de los n.ºs 1-3 de la tabla 10-7.

TABLA 10-7

Cálculo de las paletas de la corona directriz fija

N.°	Magnitud	Desarrollos cilíndricos coaxiales				
		1.°	2.°	3.°	4.°	5.°
		d_c *(cubo)*	d_x	d_m *(mitad)*	d_g	d_p *(punta)*
1	c_∞ *(m/s)*	5,46	5,3	5,21	5,18	5,12
2	$\operatorname{tg} \alpha_\infty$	2,27	2,85	3,41	3,98	4,55
3	$\alpha_\infty (°)$	66,2	70,7	73,7	75,9	77,6
4	C_a	0,959	0,988	1,006	1,011	1,023
5	$\alpha (°)$	1,3	1,6	1,8	1,85	2
6	$\beta (°)$	67,5	72,3	75,5	77,85	79,6
7	t *(m)*	0,113	0,1418	0,170	0,1985	0,227

El cálculo de las paletas directrices se hace de nuevo a base de la ecuación

$$C_a \, L \, c_\infty = \frac{g \; H_u \cdot 120}{n \, z} \qquad (1)$$

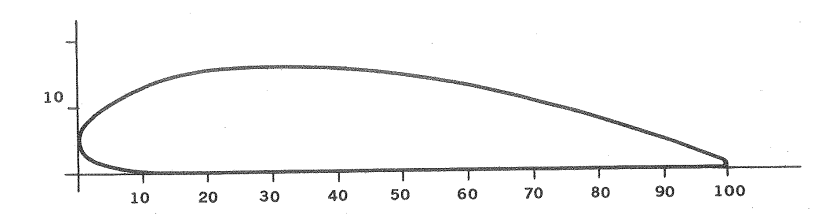
que es válida también para la corona directriz, en la cual se advertirá que se ha sustituido w_∞ por c_∞. Se tendrá pues:

$$C_a \; L \; c_\infty = \frac{9{,}81 \cdot 4{,}49 \cdot 120}{590 \cdot 9} = 0{,}9954$$

b) Siendo los valores de c_∞ mucho menores que los de w_∞ (compárense los valores de la tabla 10-5, n.° 4 con los de la tabla 10-7, n.° 1) será conveniente escoger valores de C_a grandes, a fin de reducir el valor de L, lo que reducirá las pérdidas hidráulicas en la corona directriz. Escogeremos para L un valor cte para toda la paleta fija desde la base a la punta. Lo normal es hacerlo unos 3 mm más pequeño que la L de la punta del álabe móvil pero esto en nuestro caso conduciría a C_a tales que el rendimiento de perfil sería malísimo. Entonces optamos por escoger los C_a cerca del ángulo de planeo mínimo, resultando L = 190 mm. Escogeremos el perfil Göttingen 692 para toda la corona directriz.

(1) Por brevedad se ha omitido en el texto la deducción de esta ecuación para la corona directriz, que se hace de manera análoga a la del rodete.

Con la tabla 10-8 dibujamos el perfil (Fig. 10), y en la tabla 10-9 se leen los coeficientes C_a y C_w para una relación de forma $\lambda = 5$ y diferentes valores de α (las tablas 10-8 y 10-9 están tomadas de los catálogos del Göttingen Institut.



Diseño 4, Fig. 10.–*Perfil Göttingen 692,* utilizado en las paletas fijas de la B del diseño 4.

TABLA 10-8

Coordenadas del perfil Göttingen 692

x	0	1,25	2,5	5,0	7,5	10	15	20	30
y_s	4,75	7,50	8,80	10,65	12,00	12,95	14,35	15,15	16,10
y_i	4,75	2,65	1,90	1,05	0,60	0,30	0,05	0,00	0,00
x	40	50	60	70	80	90	95	100	
y_s	15,90	14,85	13,00	10,60	7,60	4,30	2,50	0,40	
y_i	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	

TABLA 10-9

Coeficientes de empuje ascensional y arrastre en función del ángulo de ataque del perfil Göttingen 692 para una relación de forma de $\lambda=5$

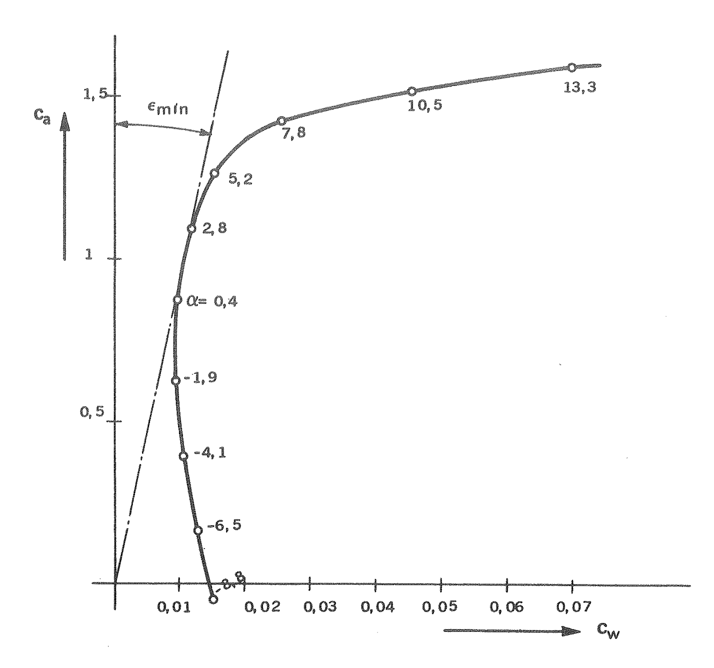
$\alpha(°)$	C_a	C_w
–9,0	–0,047	0,0151
–6,1	0,143	0,0144
–3,1	0,340	0,0195
–0,2	0,537	0,0287
2,7	0,749	0,0475
5,7	0,941	0,0703
8,6	1,091	0,0937
11,6	1,221	0,124
14,5	1,292	0,156
17,5	1,363	0,193
20,5	1,390	0,237

Aplicando las fórmulas de Weinig [Ecs. 10-31)] se verifica la *corrección por luz infinita*, obteniéndose los valores de la tabla siguiente:

TABLA 10-10

Coeficientes de empuje ascensional y arrastre en función del ángulo de ataque del perfil Göttingen 692 para una relación de forma $\lambda=\infty$

$\alpha°$	C_a	C_w
–8,8	–0,055	0,0150
–6,5	0,167	0,0130
–4,1	0,398	0,0118
–1,9	0,628	0,0096
0,4	0,876	0,0103
2,8	1,10	0,0117
5,2	1,276	0,0149
7,8	1,429	0,0253
10,5	1,512	0,0455
13,3	1,595	0,0700
16,2	1,626	0,1090



Diseño 4, Fig. 11. –*Curva polar* **del perfil Göttingen 692 para $\lambda=\infty$.**

La curva polar trazada con los dos datos de la tabla precedente puede verse en la Fig. 11.

Escogeremos valores crecientes de C_a no lejanos del valor correspondiente al ángulo de planeo mínimo serán valores crecientes de la base a la punta por ser

$$C_a = \frac{0{,}9954}{L\,c_\infty}$$

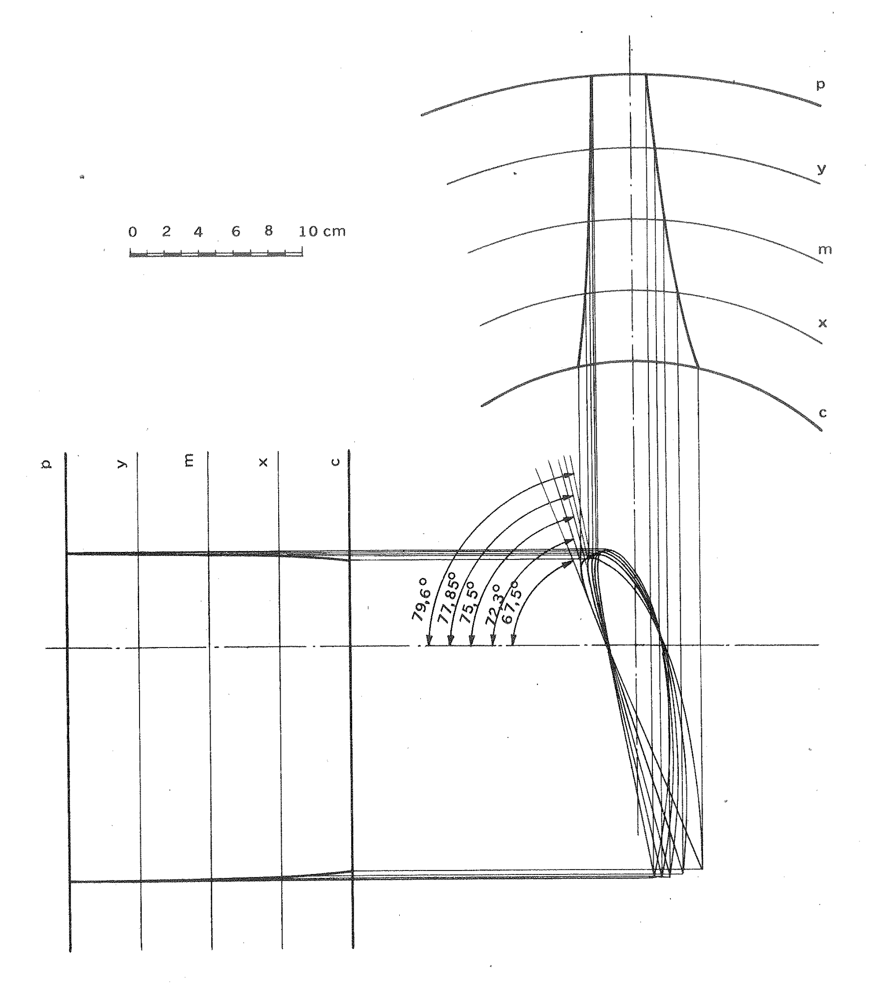
y leemos también en la curva polar los ángulos de ataque correspondiente (Tabla 10-7, n.° 4 y 5).

c) El ángulo de posición β del perfil variará de la base a la punta, según la ecuación

$$\beta = \alpha_\infty + \alpha$$

obteniéndose los valores de la tabla 10-7, n.° 6.

d) En la Fig. 12 pueden verse el corte meridional, transversal, y desarrollos cilíndricos del álabe fijo de la corona directriz.



Diseño 4, Fig. 12.–*Corona directriz de la B axial* del diseño 4: a) corte transversal; b) desarrollos cilíndricos; c) corte meridional.

e) El paso t se obtiene finalmente mediante la ecuación

$$t = \frac{\pi d}{z}$$

obteniéndose los valores de la tabla 10-7, n.° 7.

11. Estudio y proyecto de las turbinas hidráulicas semiaxiales: turbinas Francis

11.1. Introducción

Las TH Francis se entran dentro de la categoría de las T semiaxiales, diagonales, o de flujo mixto. Sin embargo, conviene advertir que se han construido rodetes Francis lentos para alturas hasta de 700 m utilizando la construcción radial (en la cual la velocidad de una partícula de fluido en el rodete carece *prácticamente* de componente axial). Dentro de la gama $60 < n_s < 80$ la división de la TF en turbinas parciales (véase la Sec. 11.11.6), que constituye la ciencia del diseño de una TM diagonal, no es necesaria, si bien modernamente siempre se hace para mejorar el rendimiento. En el proyecto de las TF nos ocuparemos sólo de las TF semi-axiales, ya que las TF radiales se diseñan de manera análoga a las B radiales (véase cap. 9); o si se quiere el diseño de las TF radiales no constituye más que un caso particular, el más sencillo por ciento del diseño de las TF semi-axiales (el caso en que el número de T parciales se reduce a 1: véase la Sec. 11.11.6).

En la actualidad la TF es la TH de instalación más frecuente, porque cubre la gama de alturas netas y potencias más usual (Véase la Fig. 11-1). La TF comenzó reemplazando a la antigua T Jonval en los saltos de poca altura, porque la nueva TF se adaptaba mejor que esta última a los grandes caudales, y en igualdad de salto su velocidad de giro era mayor.

En los últimos años se han observado las siguientes tendencias;

1) En los saltos de poca altura *la TF es reemplazada a veces por las TK.*

2) En los saltos de gran altura *la TF invade el campo reservado hasta enconces a las TP.* Ya en el año 1902 se instalaban TF en saltos superiores a los 100 m (TF Escher Wyss de la central de Rauritz – Kitzloch en Austria de 122 m de salto); y en el año 1956 se encargaban las TF para la central de Fionnay en Suiza de 465 m que ostentarían el record mundial de altura explotada con estas T. Hasta 1966 la altura máxima mundial explotada con TF correspondía a la central de Ferrera en Suiza con 522 m de altura. Actualmente las TF se instalan en saltos que oscilan entre 10 – 600 m.

3) *Tendencias a mayores potencias:* Ya en 1939 se instalaban 4 TF de 84600 kW

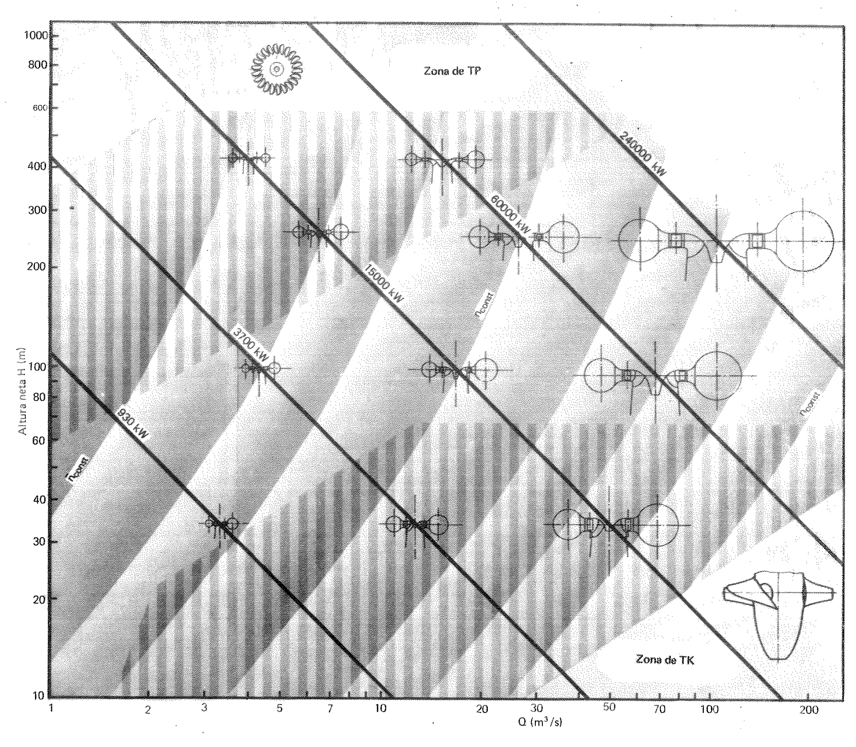


Fig. 11-1.– *Campo de aplicación de las TF en el plano H–Q.* Las zonas superior izquierda e inferior derecha están reservadas exclusivamente a las TP y TK respectivamente, mientras que las zonas rayadas próximas a las anteriores son zonas de solape de las TF y TK respectivamente (Dibujo Escher Wyss).

de potencia unitaria en la central de Sangari Manchuria. En 1970 las TF de mayor potencia del mundo correspondían a la central de Gran Coulee, USA, instalada en un salto de 87 m girando a 72 rpm y con una potencia unitaria de 600 MW.

Esta tendencia hacia mayores potencias unitarias existe también en las TT, sin la limitación que existe en las TH, en las cuales los grandes caudales requeridos para estas grandes potencias son exclusivos de los ríos más caudalosos del mundo.

11.2. Descripción y ventajas de las TF

Los órganos principales de una TF pueden verse en el corte en perspectiva, simplificado para destacar más claramente los ejemplos principales, de la Fig. 11-2. El órgano más importante de una TF, como de cualquier TM, es el rodete; los restantes órganos son construidos en torno a él, antes y después del mismo, para hacer llegar al fluido al rodete o evacuarlo del mismo en condiciones óptimas y con el máximo rendimiento.

Los rodetes de las TF suelen siempre equilibrarse estáticamente, y es muy conveniente que se equilibren también dinámicamente. El equilibrado se logra removiendo material si es preciso del tubo o de la llanta, rara vez por adición de mate-

rial. Es claro que para el equilibrado dinámico en general será necesario una remoción del metal en dos planos transversales para conseguir el par equilibrante.

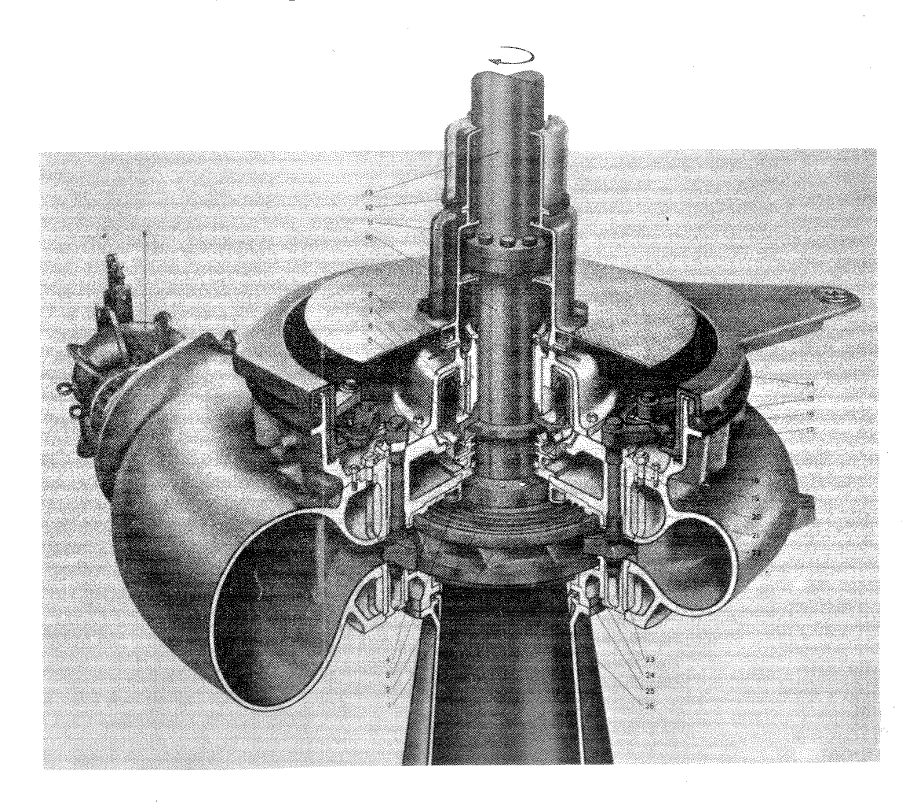


Fig. 11-2.– Perspectiva simplificada de un corte de una *TF de alta presión:* 1. Rodete; 2. Anillos laberínticos rotatorios; 3. Prensaestopas de anillo de carbón; 4. Anillos laberínticos estacionarios; 5. Tubo de Pitot; 6. Cárter giratorio de aceite; 7. Soporte de cojinete; 8. Cojinete guía; 9. Válvula aliviadora de presión; 10. Eje de la turbina; 11. Perno de acoplamiento; 12. Tubo protector del eje; 13. Eje intermedio; 14. Plataforma de servicio 15. Manivela de álabe directriz; 16. Biela de álabe directriz; 17. Anillo regulador del distribuidor; 18. Anillo guía del anillo regulador; 19. Cubierta superior. 20. Cojinete superior de álabe directriz; 21. Caja espiral; 22. Placas de desgaste del álabe directriz; 23. Alabe directriz; 24. Cojinete inferior del álabe directriz; 25. Anillo inferior; 26. Tubo de aspiración.

En la Fig. 11-3-A puede verse el rodete de una TF de 68 MW.

He aquí algunas de las ventajas de las TF, que explican el puesto importante que han llegado a ocupar en la Técnica:

1) En el rodete es *el flujo centrípeto,* lo cual, además de ser favorable para la cesión de energía $\left[\text{término } \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} > 0 \text{ en la Ec. (3-17)}\right]$ y reducir las pérdidas con-

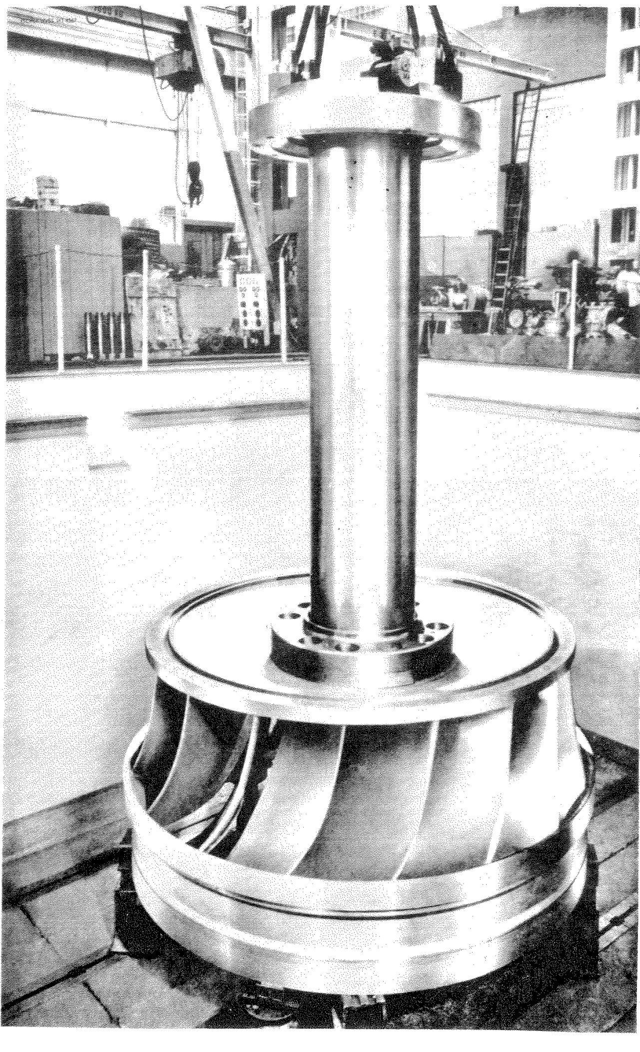


Fig. 11-3-A.– Rodete de una de las dos TF de la central de Cambambe (Angola): H = 110 m; n = 230,8 rpm; P_a = 68 MW. El rodete es de fundición en una pieza, tiene 3 m de diámetro y pesa 18 toneladas.

duce a una *salida central* del agua del rodete; permitiendo el empleo de un tubo de aspiración de fácil diseño (Sec. 11.13).

3) El *entrehierro*, o espacio sin álabes entre el distribuidor y el rodete, permite en las T de n_s elevado una entrada satisfactoria de la corriente al rodete con choque reducido, aún en cargas distintas de la carga nominal o de diseño; en efecto, la corriente en el entrehierro cambia de dirección radial o axial, al paso que se

transforma la energía de presión en cinética por la convergencia natural del flujo, sin necesidad de ser guiada, disminuyéndose la *superficie mojada*.

3) El distribuidor Fink, desarrollado en conexión con las TF, y también empleado en las restantes TH de reacción guía la corriente para lograr una entrada sin choque en la carga nominal; y aún en cargas inferiores con choque mínimo, ya que al reducirse el caudal el distribuidor se cierra de manera que el ángulo de la corriente absoluta a la entrada del rodete disminuye, lo que produce una disminución de w_1, y una divergencia menor entre el ángulo β_1 de la corriente y el ángulo de entrada de los álabes.

11.3. Campo de las TF en el campo general de aplicación de las TH.

Los saltos naturales se caracterizan por un caudal y una altura de salto H determinadas. Del caudal total se deduce el caudal Q asignado a una T. Estas dos variables Q y H se han llevado como abscisas y ordenadas respectivamente al gráfico de la Fig. 11-1. Este gráfico representa intuitivamente la TH más adaptada (más económica) para cada aplicación o punto del plano H–Q. La zona superior izquierda (grandes alturas y pequeños caudales) está reservada exclusivamente a las TP y la zona inferior derecha a las TK (y T hélice). El rayado vertical superior representa una zona de interferencia, en que puede aplicarse tanto la TP como la TF; y el vértical inferior otra zona de interferencia en que puede aplicarse tanto la TK como la TF. El caso de aplicabilidad de dos tipos distintos de TH es, pues, muy frecuente. En el mismo gráfico se han trazado las curvas de potencia constante (líneas de pendiente negativa) y las de velocidad de rotación constante (líneas de pendiente positiva). En el gráfico puede observarse: 1) cómo aumenta el tamaño de la T para la misma potencia (sígase, por ejemplo, la línea P = 15.000 kW) a medida que aumenta el caudal; lo cual aparece intuitivamente, porque los esquemas de T están dibujados en el gráfico a la misma escala; 2) en un mismo punto del plano es decir, para un Q y H determinados, al aumentar n aumenta n_s y el tipo de T cambia; dicho de otra manera para un mismo punto se pueden utilizar distintas n; la línea n = cte, que pasa por este punto, representa sólo la velocidad más económica.

3) Para una misma altura neta, por ejemplo H = 250 m aproximadamente, el tamaño crece al aumentar la potencia, y aumenta el número de revoluciones más económico.

4) La velocidad correspondiente a cada línea de n = cte (las líneas n = cte se refieren a las T simples, no a las T múltiples: (T dobles, TF gemelas, etc. ...) utiliza también la zona intermedia entre esta línea y las de las velocidades de sincronismo anterior y posterior; pero el máximo rendimiento se alcanza sólo en las proximidades de cada curva.

5) Una reducción de la velocidad óptima en cada caso particular puede ser exigido por la altura de salto, la construcción del alternador, el funcionamiento combinado de la T con una B de acumulación o las fluctuaciones del salto.

Las líneas límites de este diagrama, preparado por la firma Escher Wyss en el año 1966, representan el estado del arte de construcción de las TH de aquél entonces, y están sujetas a variaciones en el progreso tecnológico (1). Se han de tener en cuenta, por ejemplo, en la movilidad de este diagrama, las tendencias arriba indicadas de la sustitución de las TP por las TF y de estas últimas por las TK en saltos cada vez más elevados. (véanse los problemas 27, 28 y 29).

11.4. Comparación de las TF con las TP.

En la práctica con frecuencia se presenta el caso de tener que decidir entre una TF y una TP.

El n_s de las TF no debe descender mucho por debajo de 90, pudiendo alcanzar un mínimo de 60 sacrificando el rendimiento. Para n_s menores se ha de recurrir a las TP simples o múltiples. Además, según la Fig. 11-3-B, dado un n_s de una TF existe una $H_{máx.}$, que no puede excederse sin peligro de cavitación. Esta $H_{máx.}$ puede, sin embargo, ser superada por el progreso tecnológico. Así, por ejemplo, la $H_{máx.}$ para cualquier TF de 400 m, que constituía el límite superior hace unos años, ha sido superada por las centrales de Fionnay ($H = 465$ m, $P_a = 46.200$ kW, $n_s \simeq 90$) de Paradela, St. Léonard y Ferrera ($H = 522$ m, record mundial 1966) todas ellas en Suiza, y otras muchas. Si se mantienen los límites: $n_s = 90$, $H = 400$ m, aún admitiendo un $n_{máx.} = 1000$ rpm, la potencia mínima de la T deberá ser de 19120 kW. Las TF de menor potencia sólo podrán instalarse en saltos más pequeños. También cabe la posibilidad dentro de ciertos límites de instalar mernor número de unidades con lo cual la potencia por unidad aumenta.

En el otro extremo las TP pueden instalarse en saltos muy pequeños, con tal de que la T sea suficientemente pequeña. En efecto para un chorro, siendo

$$n_s = 3{,}65\sqrt{\eta_{tot}}\; Q^{1/2}\; H^{-3/4} \simeq 3{,}42\; Q^{1/2}\; QH^{-3/4} \qquad (\eta_{tot} \simeq 88\ \%)$$

se deduce:

$$H = \left(3{,}42\, \frac{n}{n_s}\right)^{4/3} Q^{2/3}$$

Con el fin de reducir H se podría disminuir n hasta un valor mínimo admisible de $n = 60$–100 rpm.; y luego reducir Q.

Para z chorros el salto H_z se puede reducir con respecto al salto H para un solo ahorro ya que

$$H_z = \frac{H}{z^{2/3}}$$

siendo $z = 6$, como veremos el número máximo práctico posible de chorros. Si la TP es pequeña puede constituir la mejor solución para saltos hasta de 100 m, y si

(1) Esta observación es aplicable a muchos gráficos análogos, como son aquellos en que se expresan las características de las TMH en función de n_s (por ejemplo: Figs. 11-3,B, 11-63, etc...), el cual es un número que puede fluctuar con el progreso tecnológico.

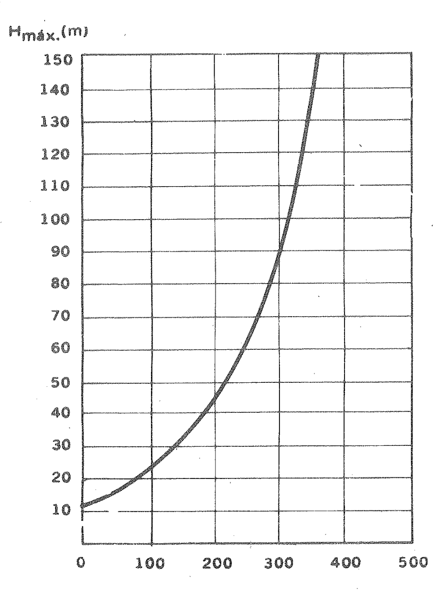


Fig. 11-3 B.–*Altura neta explotable* con TF en función del n_s: esta curva ha sufrido u sufre variación continua con el desarrollo tecnológico).

es muy pequeña hasta 50 m.

De lo dicho se deduce que la decisión entre instalar una TP o una TF se presenta en las grandes potencias entre los saltos comprendidos aproximadamente entre los 300 y 500 m. En potencias medias o pequeñas sólo pueden emplearse en esta gama de alturas las TP.

Para esta decisión pueden servir las consideraciones siguientes:

1) En todas las TF (TH de reacción) el agua entra a presión en el rodete, lo que obliga a utilizar cierres laberínticos para evitar las fugas internas q_i (véase la Sec. 4.6) entre el rodete y el estator. Estas pérdidas son importantes en todas las TH de reacción; pero sobre todo en las TF de alta presión, cuyo campo de aplicación coincide con el de las TP, en las cuales estas pérdidas son nulas.

2) Sin embargo, las TF tienen en igualdad de potencia un *rendimiento* algo mayor que las TP, porque al ser las velocidades relativas menores en las T de reacción que en las de acción las pérdidas de rozamiento son menores en las primeras.

3) Las TF tienen con relación a las TP mayor *resistencia a la erosión* debido al mismo hecho de que las velocidades relativas son más reducidas.

4) El rendimiento empeora. En las TF menos que en las TP a igualdad de erosión, debido a que el agua va mejor guiada por los álabes en las primeras. En las TP la erosión empeora la calidad del chorro, y provoca un empeoramiento grande del rendimiento del inyector.

5) La TF es menos voluminosa a igualdad de salto y potencia.

6) La TF tiene su óptimo rendimiento aproximadamente a plena carga, es decir, en las proximidades del punto en que funciona el mayor número de horas; mientras que la TF tiene su óptimo rendimiento aproximadamente a mitad de la carga. Para establecer, pues, una comparación entre ambas T, muchas veces será preciso tener delante la curva de carga prevista.

7) Las *curvas de rendimiento total en función de la carga* son muy distintas en ambos tipos de T. Como puede verse en la Fig. 11-4, las TP tienen peor rendimiento, según se dijo en el apartado 2, que las TF para la carga nominal de la T; por el contrario, la curva de la TP es más plana. Según la oscilación prevista de la carga presentará mayor ventaja el mejor rendimiento de la TF, si esta oscilación es pequeña, o si es grande presentará mayor ventaja la curva plana de la TP.

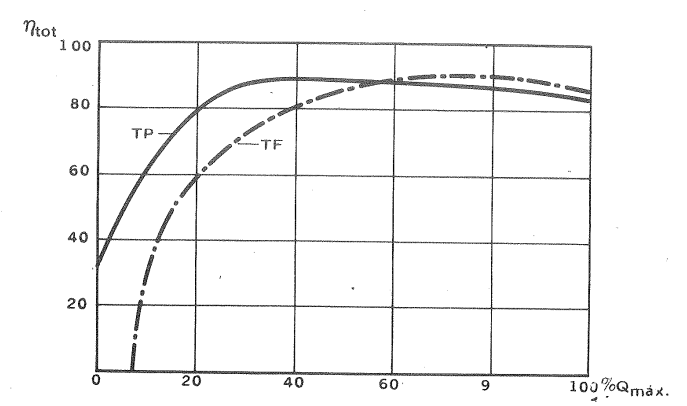


Fig. 11-4.– *Curvas de η_{tot} en función de la carga de una TF y de una TP.*

8) *Costo inicial.* La TF es más ligera y más compacta (apartado 5), por girar a mayor número de revoluciones con el mismo Q y H que la TP, y por tanto más barata. El alternador también es más barato, por tener menor número de pares de polos, salvo en la región de las grandes velocidades (1000 rpm) en el que el generador se vuelve a encarecer. La obra civil de la central en planta puede ser en general más reducida, y el puente grúa menos costoso. Por el contrario, la excavación en vertical puede ser muy costosa, y por otro lado necesaria para la instalación del tubo de aspiración; problema que no existe en la TP, en la cual, sin embargo, la altura de suspensión se pierde. El colector de admisión de la TP múltiple es más costoso que el conducto de admisión de la TF.

9) *Reparaciones y revisiones.* Los órganos que necesitan recambio, sobre todo si el agua tiene un gran contenido de arena, son en las TP: la pieza frontal de la tobera, la punta de la válvula de aguja y las cucharas; y en las TF: los álabes del distribuidor, los anillos laberínticos del rodete y los álabes del mismo. Las TF modernas de alta presión presentan avances tecnológicos importantes, por ejemplo, en los tipos de laberinto y en los materiales en ellos empleados que los hacen más resistentes. Las revisiones son más fáciles en las TP que en las TF.

Aunque el caso particular ha de ser estudiado con detención; la tendencia moderna, es, en general, donde hay lugar una decisión entre una TF o una TP, optar por la TF que en general presenta mayores ventajas.

Digamos para terminar que el record hasta 1969 de altura de salto en las TF

correspondía a las construídas por Escher Wyss para la central de Rosshag, Austria con una altura de salto de 672 m y una potencia unitaria de 58,4 MW.

11.5. Clasificaciones diversas de las TF

clasificación: según el tipo de instalación.

a) Instalación de tipo cerrado (véase Fig. 11-5): el agua es conducida hasta la T por tubería forzada que termina en la cámara espiral, de donde pasa por el predistribuidor y el distribuidor de álabes giratorios al rodete, y de aquí al canal de salida a través del tubo de aspiración.

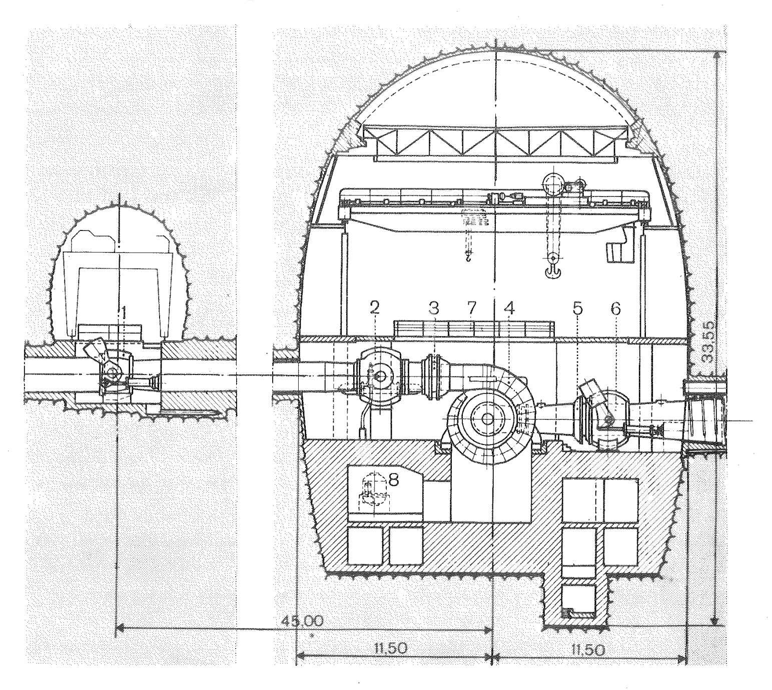


Fig. 11-5.– Corte transversal de la *central de acumulación por bombeo* de Säckingen, Alemania Occidental, por la galería de válvulas y la central: 1. Galería de las válvulas de seguridad de mariposa; 2. Válvula esférica de admisión; 3. Manguito de deslizamiento con equilibrado de empuje axial; 4. Turbina Francis; 5. Manguito de deslizamiento con equilibrado de empuje axial; 6. Válvula esférica aguas abajo; 7. Plataforma de montaje; 8. Equipo productor de aceite a presión para el regulador de la T. (Dibujo Escher Wyss).

b) Instalación de tipo abierto o instalación en cámara de agua (véase Fig. 11-6): la T puede ser de eje vertical o eje horizontal. La cámara de agua puede ser abierta o con techo. La primera es apropiada para saltos muy pequeños hasta 6–9 m. En la actualidad en esos saltos se utilizan exclusivamente las TK (T hélices), salvo en potencias muy pequeñas del orden de 4–1500 kW. Si el salto es mayor la

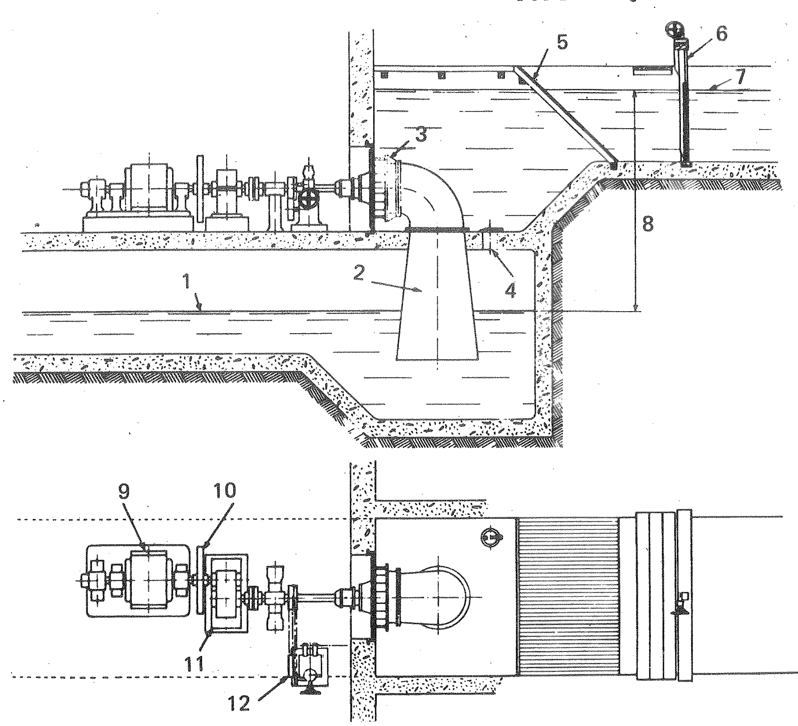


Fig. 11-6.– Esquema de instalación de *TF de eje horizontal*

1. NI de agua; 2. Tubo de aspiración; 3. Turbina; 4. Válvula de drenaje; 5. Rejilla; 6. Compuerta; 7. NS de agua; 8. Altura de salto (altura neta); 9. Alternador; 10. Volante; 11. Engranaje elevador de velocidad; 12. Regulador.

cámara de agua se construye con techo, formando entonces una cámara de presión alimentada por el conducto forzado.

2.ª *clasificación: según el número de flujo.*

a) TF simples, o de un solo flujo.

b) TF gemelas o de dos flujos. Las TF gemelas poseen un rodete de doble admisión y absorben, por tanto, caudal doble. Según lo dicho en la Sec. 8.9 la TF de doble admisión tiene un n_s $\sqrt{2}$ veces mayor que la TF simple con rodete de la misma geometría. Por tanto si, por ejemplo, la velocidad óptima de rotación de una TF sencilla es de 428,6 rpm la de una TF doble será de 600 rpm, y podrá utilizar un alternador más barato. Antes del advenimiento de las TK las TF gemelas eran mucho más frecuentes. En la actualidad se construyen sólo ocasionalmente (1). Estas T suelen construirse con cámara espiral y distribuidor único (véase Fig. 11-7), rodete doble y tubo de aspiración sencillo o doble (Fig. 11-8).

(1) Véase H. SCHVAAR, *Turbines Francis doubles de construction récente*, "Informations Techniques Charmilles, n.8 (1961), 5-12".

Fig. 11-7.–*Turbinas Francis gemelas* de eje horizontal de construcción reciente por Charmilles, Suiza, para la central de Huampani en el río Rimac a 30 km de Lima, Perú.

Características unitarias:

$H = 170$ m; $Q = 10{,}8$ m^3/s;

$n = 720$ rpm; $P_a = 16190$ kW

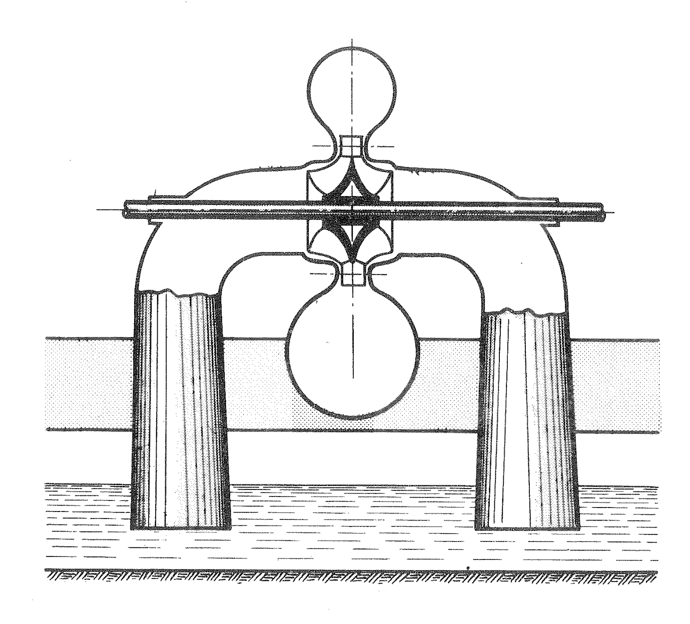


Fig. 11-8.–*TF gemelas* con tubo de aspiración doble

La descripción de los diferentes elementos de una de estas T puede verse en la Fig. 11-9. Se trata de una de las dos TF gemelas suministradas en los años 60 por la firma Escher Wyss para la central de Huampani en el Perú a 30 km de Lima; sus características unitarias son: $H = 170$, $Q = 10{,}8$ m^3/s, $P_a = 16200$ kW, $n = 720$ rpm. A pesar de que en estas T el eje del grupo es más largo, y de que, además de un rodete doble están provistas de doble codo de evacuación y doble tubo de aspiración, resultan tanto o más económicas que las T simples convencionales ya que: a) las dimensiones de la T son más reducidas; b) para la misma P_a y H n es mayor,

con la consiguiente economía en el alternador. Otras ventajas son la disposición horizontal que simplifica el servicio y las revisiones y permite en terreno volcánico, como es el caso de algunas unidades suministradas en los últimos años, la instalación de T y alternador sobre un macizo de hormigón común, de manera que la amplitud de la sacudida sísmica es idéntica para ambas máquinas, evitándose la deformación del eje, etc... Si la potencia de la T es elevada, o si las variaciones de nivel del canal de salida son importantes, de manera que es preciso mantener el alternador al abrigo de las crecidas, se recurre casi siempre a la disposición vertical, a la cual se adapta mejor la T simple. Repitamos, sin embargo, que las TF gemelas hoy día son poco frecuentes.

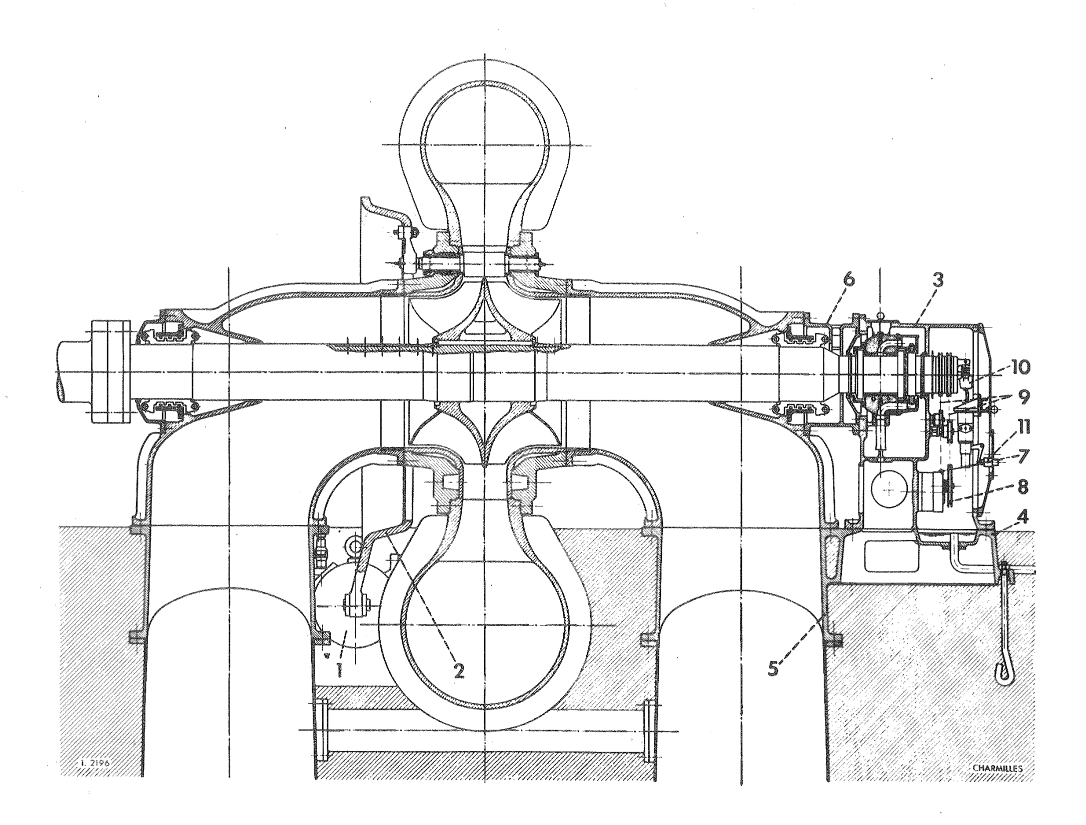


Fig. 11-9.– Corte longitudinal de la *TF gemela* de la Fig. 11-8: 1. Servomotor de mando del distribuidor; 2. Anillo de los álabes del distribuidor; 3. Cojinete; 4. Placa de asiento del cojinete; 5. Codo de un tubo de aspiración; 6. Junta del cojinete al codo del tubo de aspiración; 7. Bomba de circulación; 8. Bomba de aceite del regulador; 9. Engranajes; 10. Limitador de embalamiento.

Por las razones dichas las dos clasificaciones anteriores no son muy de actualidad. No así las clasificaciones siguientes:

3.ª *clasificación: según la disposición del eje*

a) TF de eje vertical

b) TF de eje horizontal.

La disposición vertical se ha impuesto cada vez más sobre todo en las grandes potencias; pero también en potencias medias y pequeñas por las ventajas siguientes:

1) *Superficie mínima* requerida por la central.

A veces la topografía del terreno es tal que el embalse se construye entre las riberas de un barranco estrecho y la central es tan angosta que sólo es posible la instalación de T de eje vertical.

2) *Se evita el peligro de cavitación*, causada por una depresión excesiva a la salida del rodete (véase la Sec. 23.3) instalando la T más abajo con respecto al nivel de agua inferior, lo que se consigue más fácilmente con la disposición vertical,

3) *Se evita la complicación adicional de la estructura* en grandes potencias requerida para el soporte de una pesada caja espiral de una T horizontal; con eje vertical la caja espiral puede quedar embebida en el cemento, aumentando la resisicia a la vibración.

4) *Un solo cojinete de empuje* puede soportar toda la disposición horizontal seso del rotor y del empuje hidráulico; mientras que en la disposición horizontal serán necesarios frecuentemente dos cojinetes, poque en determinadas condiciones de carga el empuje axial cambia de sentido.

5) En general *rendimiento más elevado* (del 1-2%) en la T de eje vertical. Esto es debido a que las T de eje horizontal requieren un codo adicional a la salida del rotor para transición de la corriente de dirección horizontal a vertical.

Por el contrario, la ventaja principal de la disposición horizontal consiste en la mayor accesibilidad del rodete. Esta ventaja no es, sin embargo, tan decisiva, porque a) las T modernas no suelen exigir más revisiones que los alternadores; periódicamente, por ejemplo cada cinco años, se hace una revisión del *grupo completo*, en cuyo caso se desmonta fácilmente la T una vez desmontado el alternador; y b) puede proveerse para el desmontaje de la T sin el alternador una vez removida la la pieza superior del tubo de aspiración (véase la Sec. 15.4.1, Pág. 822; *Eje horizontal o vertical).*

4) *clasificación: según la altura del salto*

a) TF de alta presión

b) TF de baja presión.

Convencionalmente estableceremos la línea divisoria entre ambos tipos en un salto de 80 m. He aquí algunas peculiaridades de ambos tipos:

1) A igualdad de P al aumentar H deberá aumentar Q y aumentar n, con lo cual la máquina resulta de menor tamaño (véase la Fig. 11-10) (1).

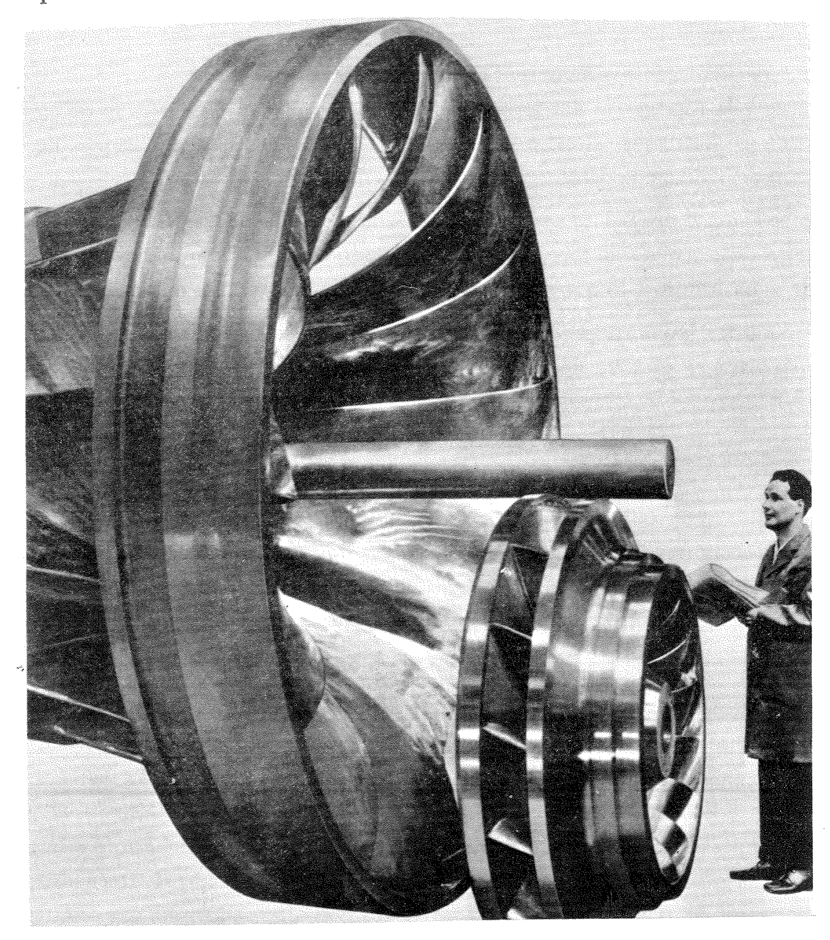


Fig. 11-10.–*Comparación de tamaño* de 2 rodetes de TF para una misma potencia de 47.000 kW pero destinados a saltos distintos: *TF* de baja presión (H = 56,5 m) y *TF* de alta presión (H = 455 m). (Foto de Escher Wyss).

(1) Por el contrario, es evidente que a igualdad de H al aumentar Q aumenta P_a y aumenta el tamaño de la máquina.

PLANTA GENERAL

PRESA-VERTEDERO
Tipo gravedad curva con paramento vertical aguas arriba.
Paramentos aguas arriba poligonal de radio circunscrito ... 180,00 m
Inclinación del aparato aguas abajo ... 0,7
Altura máxima desde cimiento ... 83,00 m
Volumen de hormigón ... 233,567 m³
Volumen de excavación ... 121,303 m³

CENTRAL
Tipo semi-intemperie, independiente de la presa, con tres pisos (turbinas, intermedio y máquinas).
Servicios y cuadro en el lado aguas arriba.
Transformación exterior en una explanada a la altura de la cubierta.
Grúa pórtico exterior de ... 325 tons.
Volumen de hormigón ... 35,179 m³
Volumen de excavación ... 72.024 m³

TUNELES DE CONDUCCION
2 túneles gemelos de sección herradura, revestidos.
Sección útil de cada túnel ... 85,69 m²
Longitud media ... 236,00 m
Volumen de excavación ... 67,482 m³
Volumen de hormigón ... 17,422 m³

Fig. 11-11.– Planta general de la *central de Saucelle, España*, tipo *semi-intemperie*.

2) Las T de baja presión de gran potencia requieren cajas espirales de gran tamaño fabricadas de chapa, que, con frecuencia, por dificultades de transporte, han de ser transportadas en secciones y soldadas en la central misma. Por el contrario las cajas espirales de las T de alta presión a igualdad de potencia son más pequeñas y de paredes más gruesas, y suelen fabricarse de fundición de acero, a veces seccionadas en piezas provistas de bridas para su ensamblaje *in situ*.

3) En las T de alta presión el *peligro de erosión* obliga a seleccionar los materiales, y el peligro de fugas intersticiales a mantener el juego entre la parte fija y móvil de la T a un mínimo con un esmerado diseño. La selección de materiales en las T de alta presión es especialmente importante en los anillos de cierre laberíntico y en las placas de desgaste de los álabes directrices, ya que el deterioro de estos elementos causa un aumento de pérdidas volumétricas, y obliga a revisiones más frecuentes.

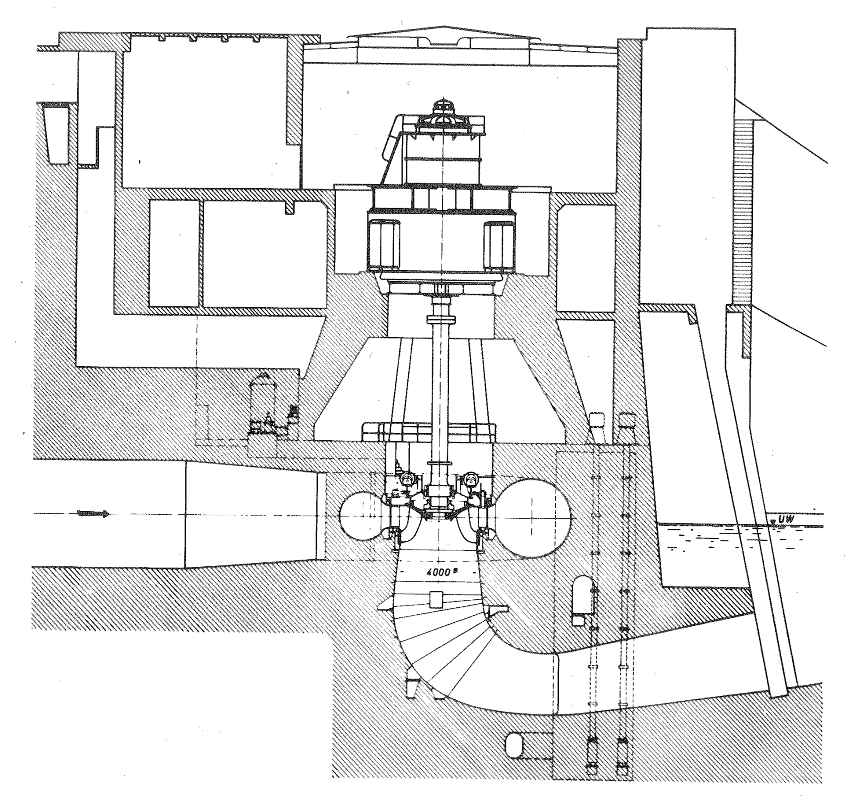


Fig. 11-12.– Sección transversal por un grupo de la *Central de Saucelle* (España)

Ejemplos de TF de baja presión. Las centrales españolas de Villalcampo, Castro y San Román en el Duero español explotadas por Iberduero, de 39, 39 y 18 m de salto respectivamente, son ejemplos de centrales de baja presión equipadas con TF.

Ejemplos de TF de presión intermedia. Las TF de la central de Saucelle en el

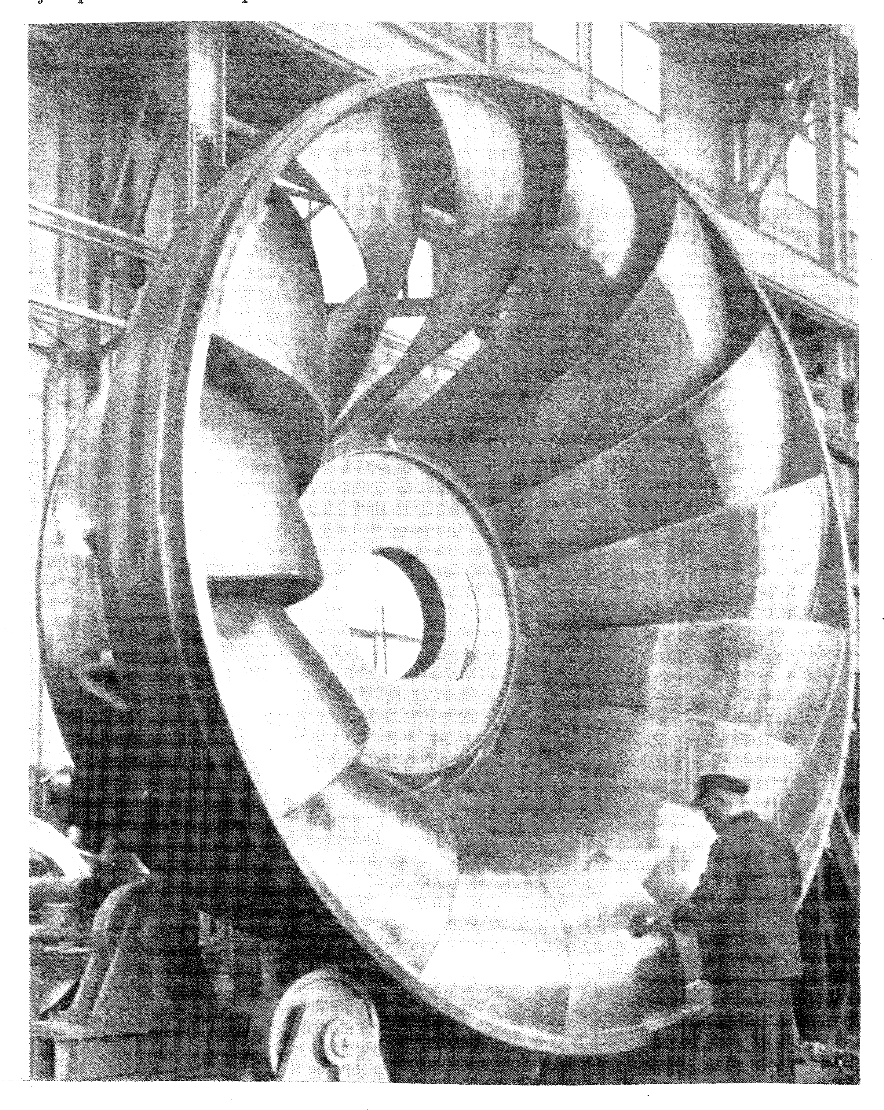


Fig. 11-13.– Rectificado final después del plaqueado con chapa Remanit de un *rodete de TF* para la central de Saucelle, España, en los talleres de la firma Voith, Alemania.

Duero internacional de 62 m de salto se encuentran en el límite convencional establecido anteriormente. En la Fig. 11-11 puede verse una planta general de la presa-vertedero de arco-gravedad de la central de Saucelle. En la Fig. 11-12 puede verse un corte transversal de la misma, que es de tipo semi-intemperie (Véase Sec. 7.6.2) y consta de tres pisos: turbina, piso intermedio y alternadores. En el techo de la central hay una grúa-pórtico; las máquinas son accesibles levantando la tapa respectiva. Dos túneles de hormigón conducen el agua a un depósito de carga del que parten 4 tuberías forzadas de 5,70 m de diámetro, que alimentan las 4 TF suministradas por la firma Voith, cuyas características son: $H = 62$ m, $Q = 117$ m^3/s; $n = 150$ rpm y $P_a = 63600$ kW. El rodete de una de las T, que pesa 34 toneladas, con un diámetro de 4100 mm, puede verse en la Fig. 11-13. De los 4 rodetes 3 son de acero fundido cuyas zonas expuestas a la erosión están plaqueadas con acero Remanit (chapa de acero inoxidable) y el cuarto de acero fundido al Cr. El número de álabes de cada rodete es 15. El eje de la T tiene una longitud total de 10,265 m y su diámetro en la zona de apoyo del cojinete-grúa autolubricante es de 1200 mm. La tapa de la T está seccionada en 4 elementos, y es de acero fundido.

Ejemplos de TF de presión intermedia

1) Las TF de la central subterránea de Säckingen en la Selva Negra pueden servir de ejemplo de TF de construcción moderna de alta presión. La central de Säckingen es una central de acumulación por bombeo, que consta de 4 grupos ternarios (véase la Sec. 15.4.1). El último grupo entró en funcionamiento en el año 1967. Esta central con una potencia total de 370 MW turbinando y 280 MW bombeando es en la actualidad (1971) la central de bombeo de más potencia de la República Federal Alemana, y la primera central subterránea de este país. Un corte transversal de la misma puede verse en la Fig. 11-15. Cada grupo horizontal comprende: una TF, un regulador de velocidad, un acoplamiento, un motor/alternador síncrono, un segundo acoplamiento mixto de engranajes-hidráulico y una B de dos escalonamientos simétricos. En la Fig. 11-14 puede verse un aspecto de la sala de máquinas. Las características unitarias de las 4 TF de alta presión son:

$$H = 412{,}5 \text{ m}; \quad Q = 25{,}0 \text{ m}^3/\text{s}; \quad P_a = 92.720 \text{ MW}; \quad n = 600 \text{ rpm}$$

En la Fig. 11-15 puede verse un corte axial de una de las TF de alta presión. Algunas características de estas TF son: a) rotor bien centrado con doble cojinete de apoyo (véase figura); así los juegos de las juntas laberínticas son mínimos, y el rendimiento volumétrico se mantiene elevado; b) rodete de acero moldeado inoxidable al Cr (13%); c) predistribuidor de acero colado al Ni (pequeña proporción) exigido por la gran presión de 56 bar; el predistribuidor va soldado a la cámara espiral de chapa de grano fino; d) tapas del distribuidor muy rígidas de acero colado protegidas contra la erosión con blindaje inoxidable; paliers de las directrices intercambiables; e) 24 álabes directrices de acero al Cr-Ni; f) forma del codo de aspiración horizontal

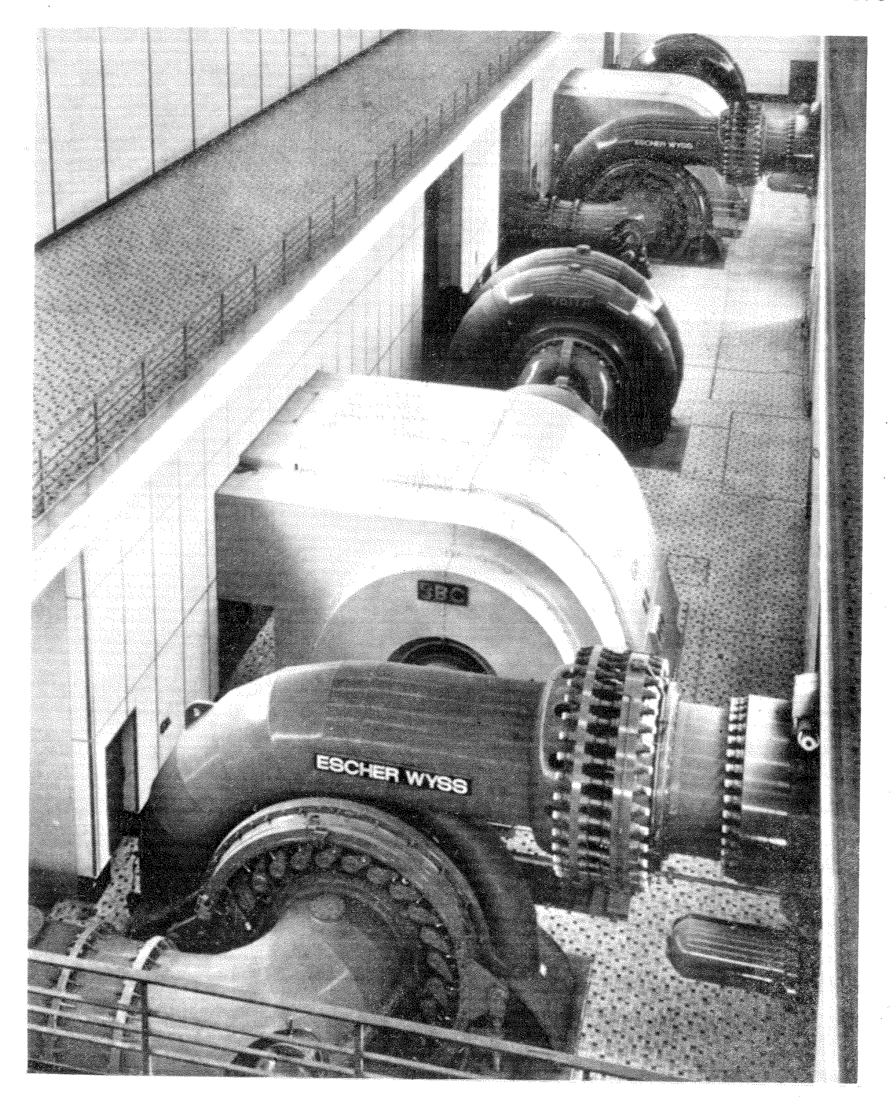


Fig. 11-14.—Sala de máquinas de la *central de acumulación por bombeo de Säckingen*, Alemania.

cuidadosamente experimentada previamente con modelos, ya que dicho codo es atravesado por el eje; g) inyección de aire comprimido entre el eje y la salida del rodete a través de los bulones de acoplamiento, para eliminar el ruido que se produce tanto a plena carga como a cargas reducidas.

2) Otro ejemplo de instalación de eje vertical de gran potencia y de salto más

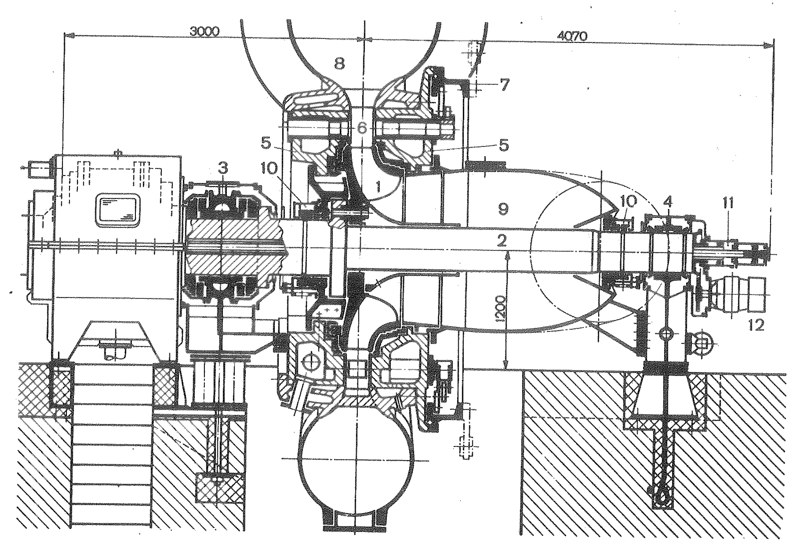


Fig. 11-15.– Corte longitudinal de una TF de la *central de Säckingen*, Alemania: 1. Rodete; 2. Eje; 3. Cojinete de apoyo y de arranque; 4. Cojinete de apoyo; 5. Caja del distribuidor; 6. Directrices; 7. Anillo de regulación; 8. Cámara espiral; 9. Codo del tubo de aspiración; 10. Juntas axiales de estanqueidad; 11. Conductos de llegada de aceite; 12. Alternador piloto.

moderado pero dentro de los que hemos clasificado de alta presión, es el de la central de El Infiernillo en Méjico, cuya disposición general que incluye una chimenea de equilibrio aguas abajo de la T, puede verse en la Fig. 11-16. En la Fig. 11-17 se representa un corte longitudinal de una de las TF, donde pueden verse sus principales elementos. Las características unitarias de las T son: $H = 110$; $Q = 202{,}2\ m^3/s$; $P_a = 198{,}5$ MW; $n = 115{,}38$ rpm. He aquí algunas características interesantes: a) como es costumbre, la construcción de las T fue precedida de ensayos exhaustivos con modelos para obtener la óptima configuración hidráulica y óptimo comportamiento con respecto a la cavitación; b) el rodete de 5,4 m de diámetro tiene 17 álabes, es de fundición de una sola pieza de acero al Cr (13%) y pesa 62 toneladas; c) los anillos laberínticos superior e inferior de cuatro piezas se fijan al rodete con pernos, de manera que son intercambiables; el anillo inferior que según la experiencia soporta casi todo el desgaste, puede cambiarse sin desmontar el rodete, removiendo el anillo protector del tubo de aspiración; d) para estabilizar el flujo y reducir ruidos se admite aire a través de los bulones huecos y del cubo del rodete; e) el eje de 80 toneladas fué forjado de una pieza; f) la caja espiral de 4,8 m de diámetro de entrada es de construcción soldada y tiene un peso total de 126 toneladas; g) los álabes directrices son accionados por servomotores individuales (véase la Sec. 19.12.5).

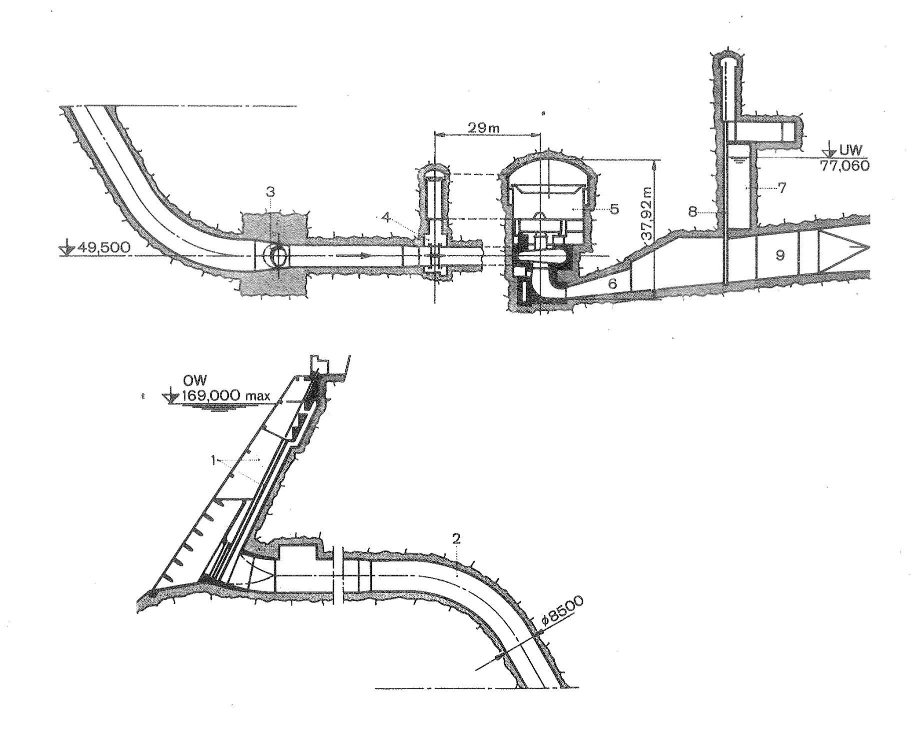


Fig. 11-16.– Corte longitudinal de la *central* en el río Balsas a 350 km de la ciudad de Méjico. Por razones de seguridad las válvulas de mariposa se han instalado en galería aparte. Las cámaras espirales de aspiración están embebidos en el cemento. Para facilitar las reparaciones se han instalado compuertas deslizantes aguas arriba y aguas abajo de los grupos:

1. Estructura de admisión provista de compuerta.
2. Conducto de presión.
3. Distribuidor.
4. Cámara de válvulas de mariposa.
5. Sala subterránea de máquinas.
6. Tubo de aspiración.
7.-8. Compuerta de aguas abajo.
9. Túnel de salida.

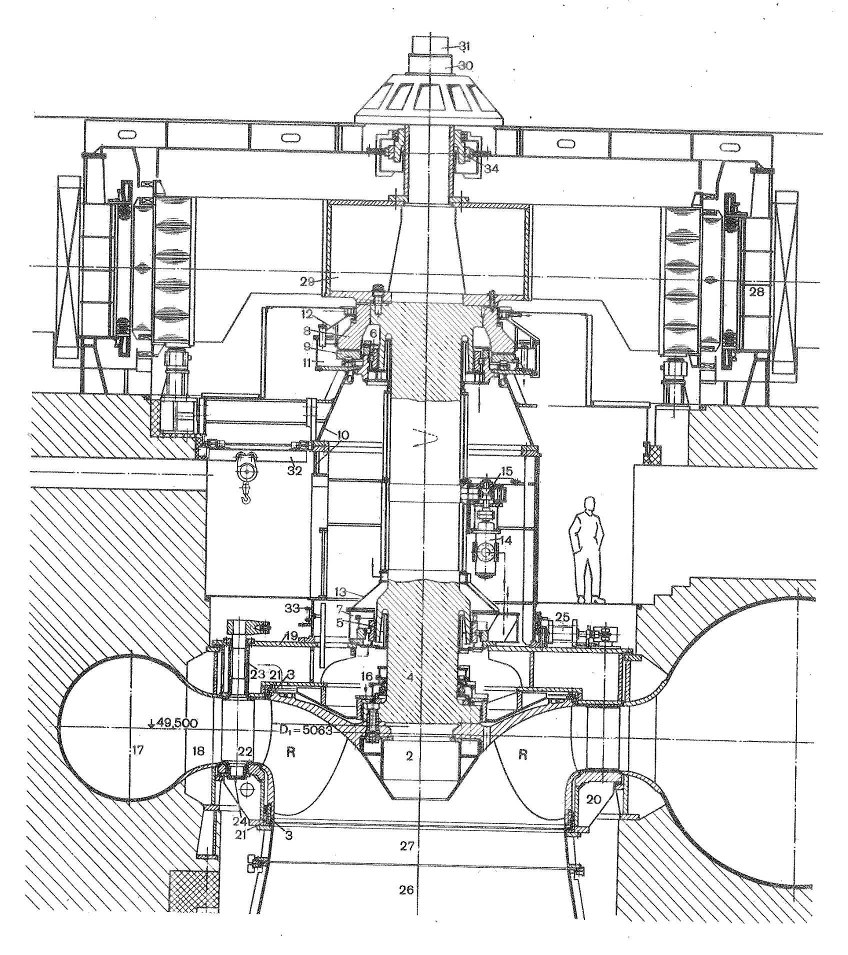


Fig. 11-17.– Corte longitudinal por uno de los grupos con TF de la *central de El Infiernillo, Méjico:* los álabes directrices son regulados por servomotores individuales (véase la Sec. 19.12.5) y el cojinete de empuje se asienta sobre la cubierta de la T: 1. Rodete; 2. Cubo del rodete; 3. Anillos laberínticos giratorios; 4. Eje; 5. Cojinete guía superior segmentado; 6. Cojinete guía inferior; 7. Cárter de aceite del cojinete guía inferior; 8. Anillo de empuje; 9. Segmentos basculantes; 10. Soporte del cojinete de empuje; 11. Cárter de aceite del cojinete de empuje; 12. Cubierta del cárter de aceite; 13. Cubierta del cárter de aceite; 14. Bomba de tornillo; 15. Rueda conductora de fricción; 16. Cierre mecánico axial; 17. Caja espiral; 18. Predistribuidor; 19. Cubierta; 20. Anillo inferior; 21. Anillos laberínticos estacionarios; 22. Alabes directrices; 23. Cojinete superior de álabe directriz; 24. Cojinete inferior de Alabe directriz; 25. Servomotor de álabe directriz; 26. Tubo de aspiración; 27. Anillo de protección; 28. Estator; 29. Rotor de polos del alternador; 30. Generador del regulador; 31. Interruptor de sobrevelocidad; 32. Guía rotatoria; 33. Anillo de control; 34. Cojinete del generador.

11.6. Clasificación de las TF según el n_s

Como ya se dijo anteriormente (Pág. 333) la mejor clasificación de las TH es una clasificación numérica, en la que se asigna a cada tipo de TH un n_s. Esto es especialmente aplicable a las TF. Para calcular el n_s de una TH, a partir del salto neto y del caudal nominal o de diseño es preciso estimar el rendimiento total η_{tot} que depende de la potencia de la T: si $P_a < 1500$ kW se podrá estimar $\eta_{tot} = 82\text{-}85\%$; si $1500 < P_a < 6000$, η_{tot} 85-88%; y si $P_a > 6000$ kW, η_{tot} 88-90%.

La Fig. 8-4, que conviene estudiar atentamente, representa en proyección meridional y transversal una serie de rodetes Francis ordenados según valores crecientes de n_s con el triángulo de velocidades de entrada (que es el más característico de las TH, así como en las B es el de salida) para cada tipo. Los rodetes de las TP y TK dibujados en la parte superior e inferior servirán para encuadrar las TF en el campo general de aplicación de las TH.

En la gama $100 \leqslant n_s \leqslant 420$ se encuentran los n_s más favorables para la aplicación de las TF. Sacrificando algo el rendimiento, pero dentro de valores aún aceptables, se construyen TF hasta un valor mínimo de $n_s = 60$ aproximadamente. Para un mismo Q y H el rodete de mayor n_s gira más aprisa. Las turbinas TF, cuyos n_s están comprendidos entre 60–125 se denominan *Francis lentas;* entre 125-300, *Francis normales;* y entre 300–420, *Francis rápidas.* Las TF más rápidas se denominan también *Francis exprés.*

Comparando los esquemas aducidos en la Fig. 8-4 a título de ejemplo, que podría completarse con esquemas análogos de los rodetes de las TF en explotación en el mundo entero ordenados según los valores crecientes de n_s, se observa que el aumento de n_s, tanto por lógica del diseño como por experimentación en el banco de pruebas, conduce a que:

1) *el flujo en el rodete se hace cada vez más axial y menos radial,* hasta llegar a ser totalmente axial en las TK (Fig. 8-4,g).

2) *Disminuye el número y la longitud de los álabes del rodete.* Esto es debido a que el caudal *relativamente* grande lleva consigo velocidades de flujo más elevadas, y exige para controlar las pérdidas, y evitar que empeore el rendimiento hidráulico, menor superficie mojada.

3) *Disminuye el diámetro d_1 del rodete,* acercándose la relación $\frac{d_1}{d_2}$ a 1. Esto es debido a que por una parte, al disminuir H, se reduce la importancia del término $\frac{u_1^2 - u_2^2}{2g}$ de la ecuación de Euler que es igual a 0 en las TM axiales; y por otra al aumentar relativamente el caudal, y con él las velocidades del flujo, se debe reducir el camino que el agua recorre en el rodete. El diámetro $d_{1'}$ de salida del distribuidor también disminuye.

4) Aumenta el ancho b_1 de entrada en el rodete, porque aumenta el caudal. Así mismo aumenta el ancho $b_{1'}$ de salida de los álabes directrices. La variable b_1 está íntimamente relacionada con d_1 porque de ambas depende la sección de paso a la

entrada de los álabes: $A_1 = \pi b_1 d_1$ (ignorando para simplificar el espesor de los álabes). En las TF muy lentas, en las cuales se trata de reducir la velocidad de rotación al máximo, se procura que b_1 sea mínimo para que d_1 sea máximo; el límite viene impuesto por el rendimiento volumétrico de la máquina que resulta tan bajo al hacerse la relación $\frac{\delta}{b_1}$ (donde δ – holgura entre el rodete y la carcasa) excesivamente grande que obliga a renunciar al diseño de una TF lenta, y a emplear para el n_s requerido una TP.

5) *Aumenta el ángulo* α_1 *de entrada en los álabes de la corriente absoluta*, y *el ángulo* α_1 *de salida de los álabes directrices.*

6) *Aumenta la potencia específica* de la T al aumentar *relativamente* la velocidad de giro.

7) *Varían los coeficientes de velocidad* de manera que *al aumentar* n_s:

a) k_{u1} *aumenta.* El valor mínimo (TF muy lenta) oscila entre 0,6–0,7 (menos no se puede descender por la razón expuesta en el apartado 4). Los valores bajos se emplean para conseguir una velocidad de giro baja con saltos netos muy grandes. El valor máximo viene a ser 2,5 (TH axiales). Los valores bajos se buscan para conseguir una velocidad de giro elevada con saltos muy pequeños. Un aumento de k_{u1} junto con una disminución de d_1 produce el aumento de n que se busca con un n_s elevado.

b) k_{c1u}, k_{c1} *aumentan.* En efecto escribiendo la ecuación de Euler, en función de los coeficientes de velocidad, en el caso normal de salida sin circulación, a saber:

$$\eta_h \, H = u_1 \, c_{1u} = k_{u1} \sqrt{2gH} \cdot k_{c1u} \sqrt{2gH}$$

se tendrá:

$$\frac{\eta_h}{2g} = k_{u1} \, k_{c1u}$$

y si η_h se supone constante, el producto $k_{u1} \, k_{c1u}$ también lo será; luego deberá aumentar al aumentar n_s, porque k_{u1}, según lo dicho anteriormente, disminuye. Para diseñar una TH de mayor n_s se tenderá, pues, a aumentar α_1 (apartado 5) y a aumentar k_{c1}. Por el contrario, las TF lentas, lo mismo que las TP, se caracterizan por un k_{u1} pequeño y un k_{c1u} elevado.

c) k_{c1m}, k_{c1m} *aumentan.* En efecto al aumentar n_s el caudal *relativamente* aumenta, y entonces interesa aumentar las velocidades meridionales, a fin de conseguir una T menos voluminosa.

En las TF exprés se suprime la llanta exterior del rodete, de manera que los álabes quedan fijos solamente al cubo del mismo, empezando el rodete a asimilarse al de una hélice, de la cual se diferencia solamente por no ser el flujo axial. La supresión misma de la llanta es una consecuencia de lo que llevamos dicho hasta aquí.

En efecto un triángulo de coeficientes de velocidad (véase Pág. 357) con un k_{u1} muy grande y un k_{c1} muy pequeño tendrá necesariamente un k_{w1} mucho mayor que k_{c1}, es decir que en estas TF exprés la velocidad relativa es mucho mayor que la absoluta. Ahora bien, *con la llanta* en el rozamiento entran en juego las velocidades relativas; mientras que *sin llanta* el fluido entra en contacto con la carcasa fija entrando en juego las velocidades absolutas.

Las conclusiones precedentes 1 a 7 son válidas para todas las TH. En particular para las TF y TK vamos a deducir dos fórmulas que permiten demostrar una de dichas conclusiones matemáticamente; dichas fórmulas expresan n_s en función de las variables más importantes de diseño. (Recordará el lector que dentro de la categoría de TH de reacción se pasa de un tipo a otro gradualmente y que no hay solución de continuidad entre las TF y TK; pero sí la hay entre las TH de acción y de reacción).

Refiriéndose a la Fig. 11-18 se puede escribir:

$$Q = \frac{\pi}{4} d_3^2 \, k_{c3} \sqrt{2\,gH} \qquad (11\text{-}1)$$

donde k_{c3} – coeficiente de velocidad correspondiente a la velocidad de entrada en el tubo de aspiración.

Por otra parte

$$Q = \frac{P_a}{\rho g \, H \, \eta_{tot}}$$

pero si se expresa P_a en CV (por acomodo a la definición de n_s),

$$Q = \frac{75 \, P_a}{\rho H \eta_{tot}}$$

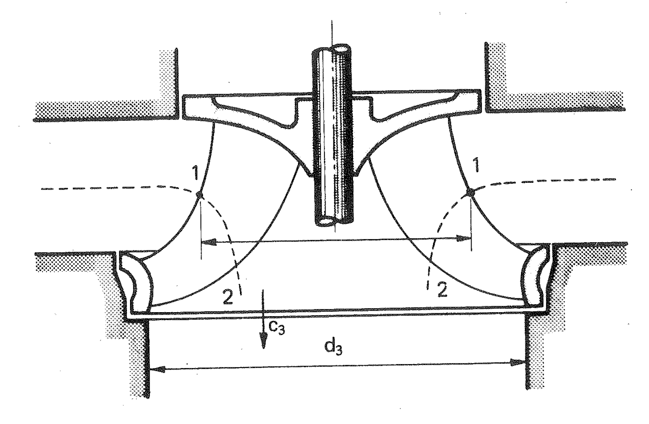


Fig. 11-18.– *Hilo de corriente medio* en el rodete de una TF (Proyección circular, véase la Pág. 49).

Igualando ambas expresiones del caudal se tiene:

$$\frac{75\ P_a}{\rho\ H\ \eta_{tot}} = \frac{\pi}{4}\ d_3^2\ k_{c3}\ \sqrt{2g\ H} = \frac{\pi}{4}\left(\frac{d_3}{d_1}\right)^2 d_1^2\ k_{c3}\sqrt{2gH} \qquad (11\text{-}2)$$

Ahora bien

$$u_1 = \pi\ d_1\ n = k_{u1}\ \sqrt{2\ gH}$$

$$u_1 = \frac{\pi\ d_1\ n}{60} = k_{u1}\ \sqrt{2\ gH}, \text{ (expresando n en rpm)}$$

de donde

$$d_1^2 = \frac{60^2\ 2g}{\pi^2\ n^2}\cdot k_{u1}^2\cdot H$$

Sustituyendo este valor de d_1^2 en (11-2) se tiene:

$$\frac{75\cdot P_a}{pH\ \eta_{tot}} = \frac{\pi}{4}\left(\frac{d_3}{d_1}\right)^2\cdot\frac{60^2\ 2g}{\pi^2}\cdot\frac{1}{n^2}\cdot k_{u1}^2\ H\ kc_3\ \sqrt{2\ gH}$$

y dejando sólo en el primer miembro las variables P_a, H y n, y sustituyendo $\rho = 1000\ \frac{kg}{m^3}$ se tiene:

$$n^2 P_a H^{-5/2} = \frac{1000\cdot 60^2\ 2g\sqrt{2g}}{75\cdot 4\ \pi}\ k_{u1}^2\left(\frac{d_3}{d_1}\right)^2 k_{c3}\ \eta_{tot} \qquad (11\text{-}3)$$

y extrayendo la raíz cuadrada:

$$n_s = P_a^{1/2}\ H^{-5/4} = 576\ k_{u1}\ \frac{d_3}{d_1}\ \sqrt{\eta_{tot}\ k_{c3}} \quad (1) \qquad (11\text{-}4)$$

La Ec. (11-4) demuestra que al aumentar k_{u1}, k_{c3} ó $\frac{d_3}{d_1}$ aumenta el n_s.

En el caso de las TK, observando la Fig. 11-19, y siguiendo el mismo razonamiento anterior, se llega a una fórmula análoga, a saber:

$$n_s = 576\ k_{u1}\left(\frac{d_3}{d_1}\right)^2\sqrt{\eta_{tot} + k_{c3}\ (1+\nu^2)} \qquad (11\text{-}5)$$

donde $\nu = \frac{d_m}{d_3}$ – relación de cubo.

11.7. Estudio unidimensional de las TF

Aunque en las TM diagonales los hilos de corriente que atraviesan el rodete no se

(1) Más adelante deduciremos para las TH de acción (TP) la Ec. (13-6) análoga a la Ec. (11-4) de las TH de reacción).

desvían igualmente como en las TM radiales, y tanto a la entrada como a la salida se han de considerar varios ángulos β_1, y varios β_2; cabe considerar un hilo de corriente medio, y estudiar la corriente unidimensionalmente entre los puntos 1 y 2 de la Fig. 11-18, lo cual es satisfactorio para un estudio global del comportamiento de la T, e incluso para un diseño preliminar o anteproyecto; pero no para el diseño definitivo de la T. Los problemas siguientes se basan en dicho estudio unidimensional.

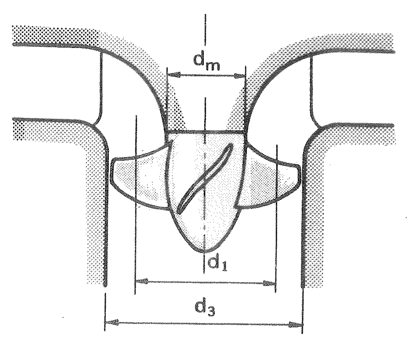


Fig. 11-19.– Esquema para la deducción de la fórmula de n_s en función de los coeficientes de velocidad y de la relación de diámetros.

Problema 23

El rendimiento total de una TF de 185 kW, que funciona en un salto de 70 m, es de 82 por ciento. La velocidad periférica a la entrada del rodete es 25 m/s, y el ancho del rodete a la entrada es 1/6 del diámetro a la entrada también. La componente meridional de la velocidad permanece constante en el rodete e igual a 4,5 m/s; el agua sale del rodete sin componente periférica alguna. El diámetro de salida de los álabes es 3/4 del de entrada. Rendimiento volumétrico, 0,95; coeficiente de obstrucción de los álabes a la entrada, 0,89; ángulo $\beta_1 = 90^0$.

Calcular:

a) diámetro exterior del rodete;
b) velocidad de rotación;
c) ángulo de salida de los álabes del distribuidor;
d) rendimiento hidráulico;
e) rendimiento mecánico;
f) número específico de revoluciones;
g) ángulo β_2.

a) *Diámetro* d_1

De $P_a = Q\ g\ H\ \eta_{tot}$ (kW) se obtiene el caudal:

$$Q = \frac{185}{9{,}81\cdot 70\cdot 0{,}82} = 0{,}3285\ m^3/s$$

Ahora bien

$$d_1 = \frac{\eta_v\ Q}{\tau_1\ \pi\ b_1\ c_{1m}}$$

$$d_1 = \sqrt{\frac{0{,}95\cdot 0{,}3285\cdot 6}{\pi 0{,}89\cdot 4{,}5}} = 0{,}3858\ m$$

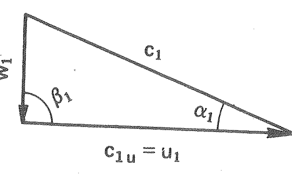
b) *Número de revoluciones:*

$$n = \frac{u_1}{\pi d_1} = \frac{60 \cdot 25}{\pi \cdot 0{,}3858} = 1238 \text{ rpm}$$

(para sincronismo con alternador de dos pares de polos)

c) *Angulo* α_1

$$\alpha_1 = \text{arctg} \frac{c_{1m}}{c_{1u}}$$



$$c_{1u} = u_1 - \frac{c_{1m}}{\text{tg}\,\beta_1} = u_1 = 25 \text{ m/s}$$

$$\alpha_1 = \text{arctg} \frac{4{,}5}{25} = 10^0\ 12'\ 14''$$

b) *Rendimiento hidráulico*

$$\eta_h = \frac{H_u}{H}$$

$$H_u = \frac{c_{1u}^2}{g} = \frac{25^2}{9{,}81} = 63{,}71 \text{ m}$$

luego

$$\eta_h = \frac{63{,}71}{60} = 0{,}9101$$

e) *Rendimiento mecánico*

$$\eta_m = \frac{\eta_{tot}}{\eta_h\ \eta_v} = \frac{0{,}82}{0{,}9101 \cdot 0{,}96} = 0{,}9484$$

f) *Número específico de revoluciones*

$$P_a = \frac{185}{0{,}7358} = 251{,}4 \text{ CV}$$

$$n_s = \frac{1238 \cdot 251{,}4^{1/2}}{70^{5/4}} = 96{,}95$$

g) *Angulo* β_2

$$\beta_2 = \text{arctg} \frac{c_{2m}}{u_2}$$

$$u_2 = \frac{3}{4}\, u_1 = 18{,}75 \text{ m/s}$$

$$\beta_2 = \text{arctg} \frac{4{,}5}{18{,}75} = 13^0\ 29'\ 45''$$

Problema 24

Las dimensiones de una TE, que gira a 400 rpm, son las siguientes: $d_1 = 750$ *mm.* $d_2 = 630$

mm; $\alpha_1 = 15^0$*; relación ancho diámetro* $\frac{b_1}{d_1} = 0{,}12$*. Velocidad absoluta a la entrada del rodete 14 m/s; velocidad absoluta a la salida del rodete sin circulación = 5 m/s; coeficiente de obstrucción a la entrada = 0,91; rendimiento hidráulico 82 %; las pérdidas mecánicas ascienden a 3,7 kW; rendimiento volumétrico = 0,9.*

Calcular:

a) *triángulo de velocidades;*
b) *caudal;*
c) *salto útil;*
d) *salto neto;*
e) *potencia útil suministrada por la T;*
f) *número específico de revoluciones.*

Calcular:

a) *Triángulo de velocidades*

Triángulo de entrada (Fig. 1).

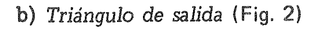
$$u_1 = \pi\, d_1\, n = \frac{\pi \cdot 0{,}750 \cdot 400}{60} = 15{,}71 \text{ m/s}$$

$$c_{1m} = c_1 \text{ sen } \alpha_1 = 14 \cdot \text{sen } 15^0 = 3.623 \text{ m/s}$$

$$c_{1u} = c_1 \cos \alpha_1 = 14 \cdot \cos 15^0 = 13{,}52 \text{ m/s}$$

$$\beta_1 = \text{arc tg} \frac{3{,}623}{15{,}71 - 13{,}52} = 58^0\ 50'\ 54''$$

Problema 24.– Fig. 1

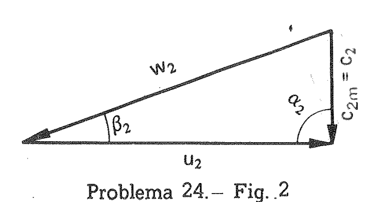


b) *Triángulo de salida* (Fig. 2)

$$u_2 = 15{,}71 \cdot \frac{630}{750} = 13{,}20 \text{ m/s}$$

$$\beta_2 = \text{arctg} \frac{5}{13{,}20} = 20^0\ 44'\ 46''$$

$$c_2 = c_{2m} = 5 \text{ m/s}$$



Problema 24.– Fig. 2

b) *Caudal*

El caudal que circula por el interior del rodete es $Q\ \eta_v$; luego:

$$Q = \frac{\tau_1\, \pi\, b_1 \cdot d_1\, c_{1m}}{\eta_v} = \frac{0{,}91 \cdot \pi \cdot 0{,}12 \cdot 0{,}750^2 \cdot 3{,}623}{0{,}9} = 0{,}7768 \text{ m}^3/\text{s}.$$

c) *Salto útil*

$$H_u = \frac{u_1\, c_{1u}}{g} = \frac{15{,}71 \cdot 13{,}52}{g} = 21{,}65 \text{ m}$$

d) *Salto neto*

$$H = \frac{21{,}65}{0{,}82} = 26{,}40 \text{ m}$$

e) *Potencia útil*

$$P_a = Q\, g\, H_u - 3{,}7 = 0{,}7768 \cdot 9{,}81 \cdot 21{,}65 - 3{,}7 = 161{,}3 \text{ kW}$$

f) *Número específico de revoluciones*

$$P_a = 161{,}3 \text{ kW} = 219{,}2 \text{ CV}$$

$$n_s = \frac{400 \cdot 219{,}2^{1/2} \text{ cv}}{26{,}40^{5/4}} = 98{,}96$$

Problema 25

En una TH de reacción cuyo salto neto es de 60 m se hace la siguiente estimación de pérdidas T: en la entrada de la T, predistribuidor y distribuidor 1,9 m; en el rodete 3,4 m y en el tubo de aspiración 0,30 m. La velocidad perifética del rodete a la entrada es de 25,3 m/s y la velocidad del flujo se mantiene en el rodete aproximadamente constante e igual a 8 m/s; la velocidad a la salida del tubo de aspiración es 1,3 m/s; el agua sale del rodete sin circulación.

Calcular:

a) rendimiento hidráulico;
b) diferencia de alturas piezométricas entre la entrada y salida del rodete;
c) ángulo de salida del distribuidor;
e) ángulo de los álabes a la entrada del rodete.

a) *Rendimiento hidráulico*

$$\eta_h = \frac{H_u}{H} \qquad H_u = H - \Sigma H_{r\text{-int}}$$

$$\Sigma H_{r\text{-int.}} = 1{,}9 + 3\,4 + 0{,}3 + \frac{1{,}3^2}{2 \cdot 9{,}81} = 5{,}686 \text{ m}$$

$$H_u = 60 - 5{,}686 = 54{,}31 \text{ m}$$

donde el término $\frac{1{,}3^2}{2 \cdot 9{,}81}$ representa la altura de pérdidas desde la salida del tubo de aspiración hasta el NI (salida a un depósito, véase Apéndice III).

$$\eta_h = \frac{54{,}31}{60} \cdot 100 = 90{,}51 \text{ \%}$$

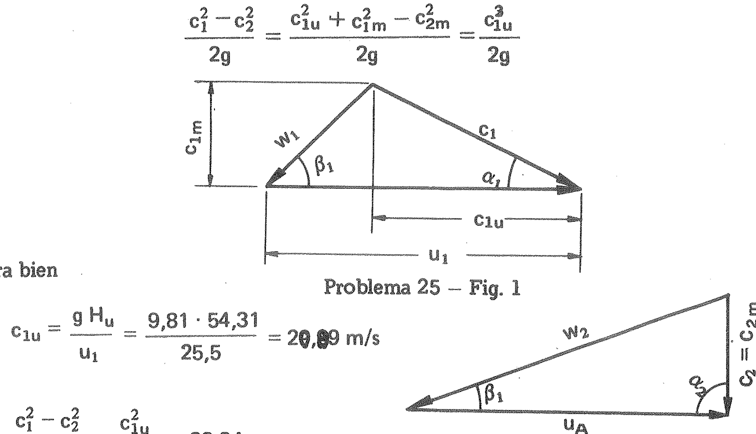
b) *Diferencia de alturas piezométricas*

Ecuación de Bernoulli entre la entrada (sección 1) y salida (sección 2) del rodete:

$$\frac{p_1}{\rho g} + z_1 + \frac{c_1^2}{2g} - H_{rr} - H_u = \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \frac{c_2^2}{2g}$$

y

$$\left(\frac{p_1}{\rho g} + z_1\right) - \left(\frac{p_2}{\rho g}\right) = H_u + H_{rr} - \left(\frac{c_1^2 - c_2^2}{2g}\right)$$



$$\frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} = \frac{c_{1u}^2 + c_{1m}^2 - c_{2m}^2}{2g} = \frac{c_{1u}^2}{2g}$$

Problema 25 – Fig. 1

Ahora bien

$$c_{1u} = \frac{g\,H_u}{u_1} = \frac{9{,}81 \cdot 54{,}31}{25{,}5} = 20{,}89 \text{ m/s}$$

$$\frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} = \frac{c_{1u}^2}{2g} = 22{,}24 \text{ m}$$

Problema 25 – Fig. 2

luego

$$\left(\frac{p_1}{\rho g} + z_1\right) - \left(\frac{p_2}{\rho g} + z_2\right) = 54{,}31 + 3{,}4 - 22{,}24 = 35{,}47 \text{ m}$$

g) *Grado de reacción*

En virtud de la Ec. (3-24) el grado de reacción será:

$$\sigma = 1 - \frac{(c_1^2 - c_2^2/2g}{H} = 1 - \frac{22{,}24}{60} = 0{,}6293$$

d) *Angulo de salida del distribuidor*

$$\alpha_1 = \text{arctg}\,\frac{c_{1m}}{c_{1u}} = \text{arctg}\,\frac{8}{20{,}89} = 20^0\ 57'\ 17''$$

e) *Angulo de entrada de los álabes*

$$\beta_1 = \text{arctg}\,\frac{c'_{1m}}{u_1 - c_{1u}} = \text{arctg}\,\frac{8}{25{,}5 - 20{,}89} = 60^0\ 2'\ 50''$$

Problema 26

Una TF de eje vertical, cuyo rodete tiene un diámetro exterior de 1,5 m está instalada en un salto neto de 122 m, y acoplada a un alternador de 7 pares de polos. La potencia útil nominal de la T es de 12.510 kW, y el caudal nominal suministrado a la T por tubería forzada de 2,5 m de diámetro es de 12 m³/s funcionando entonces con un rendimiento volumétrico del 95 por ciento y un rendimiento mecánico del 98 por ciento. La diferencia de alturas piezométricas entre entrada y salida del rodete es de 60 m. La velocidad meridional a la entrada del rodete es de 10 m/s

y a la salida del mismo de 7 m/s. La corriente sale del rodete sin circulación. La cota de entrada en la T y en el rodete son iguales; la cota de entrada está a 0,5 m por encima de la salida del mismo; la cota de salida del rodete (y entrada en el tubo de aspiración) es 2 m mayor que la de la salida de la T. Las pérdidas hidráulicas por fricción en la T, después de descontadas las pérdidas en el rodete; se reparten por igual entre el distribuidor (conjunto de caja espiral, predistribuidor y distribuidor Fink) y el tubo de aspiración. La altura de velocidad en el canal de salida es despreciable.

Calcular:

a) ancho del rodete a la entrada de los álabes;
b) rendimiento hidráulico y rendimiento total de la T;
c) velocidad absoluta del agua a la entrada del rodete;
d) ángulo de salida de los álabes del distribuidor Fink;
e) ángulo de entrada de los álabes del rodete;
f) pérdidas en el rodete;
g) presión a la salida del rodete en m c.a.;
h) presión a la entrada de la TH en m c.a.

a) *Ancho del rodete a la entrada*

$$b_1 = \frac{Q\,\eta_v}{\pi\, d_1\, c_{1m}} = \frac{12 \cdot 0{,}95}{\pi \cdot 1{,}5 \cdot 10} = 0{,}2419 \text{ m}$$

b) *Rendimiento hidráulico y rendimiento total*

$$H_u = \frac{P_a \cdot 10^3}{Q\rho\, g\, \eta_v\, \eta_m} = \frac{125\,10}{12 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}98} = 114{,}1 \text{ m}$$

$$\eta_h = \frac{H_u}{H} = \frac{114{,}1}{122} = 0{,}9352$$

$$\eta_{tot} = \eta_h\, \eta_v\, \eta_m = 0{,}9352 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}98 = 0{,}8707$$

c) *Velocidad* c_1

$$c_1 = \sqrt{c_{1u}^2 + c_{1m}^2}$$

$$c_{1u} = \frac{g\,H_u}{u_1} \qquad n = \frac{3000}{7} = 428{,}6 \text{ rpm}$$

$$u_1 = \frac{\pi \cdot 1{,}5 \cdot 428{,}6}{60} = 33{,}66 \text{ m/s}$$

$$c_{1u} = \frac{9{,}81 \cdot 114{,}1}{33{,}66} = 33{,}25 \text{ m/s}$$

$$c_1 = \sqrt{33{,}25^2 + 100} = 34{,}72 \text{ m/s}$$

d) *Cálculo de* α_1

$$\alpha_1 = \text{arctg}\, \frac{c_{1m}}{c_{1u}} = 16^\circ\ 44'\ 20''$$

e) *Cálculo de* β_1

$$\beta_1 = \text{arctg}\, \frac{c_{1m}}{u_1 - c_{1u}} = \text{arctg}\, \frac{10}{33{,}66 - 33{,}25} = 87^\circ\ 39'$$

f) *Pérdidas en el rodete*

Ecuación de Bernoulli entre la entrada (sección 1) y salida (sección 2) del rodete:

$$h_1 + \frac{c_1^2}{2g} - H_u - H_{rr} = h_2 + \frac{c_2^2}{2g}$$

$$H_{rr} = (h_1 - h_2) + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} - H_u$$

$$\frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} = \frac{34{,}72^2 - 49}{2 \cdot 9{,}81} = 58{,}94 \text{ m}$$

$$H_{rr} = 60 + 58{,}94 - 114{,}1 = 4{,}84 \text{ m}$$

g) *Presión a la salida del rodete*

$$H_{r\text{-int}} = H_{rd} + H_{rr} + H_{ra}$$

donde $H_{r\text{-int}}$ = pérdidas en el interior de la T
H_{rd} = pérdidas en el distribuidor
H_{ra} = pérdidas en el tubo de aspiración

$$H_{r\text{-int}} = H - H_u = 122 - 114{,}1 = 7{,}9 \text{ m}$$
$$H_{ra} + H_{rd} = 7{,}9 - 4{,}84 = 3{,}06 \text{ m}$$
$$H_{ra} - H_{rd} = 1{,}53 \text{ m}$$

Escribamos ahora la ecuación de Bernoulli entre la salida del rodete (sección 2) y la salida de la T (sección S, situada en el NI, siendo $c_S^2/2g \simeq 0$)

$$\frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \frac{c_2^2}{2g} - H_{ra} = 0$$

pero

$$\frac{c_2^2}{2g} = \frac{49}{2 \cdot 9{,}81} = 2{,}497 \text{ m}$$

luego

$$\frac{p_2}{\rho g} = H_{ra} - z_2 - \frac{c_2^2}{2g} = 1{,}53 - 2 - 2{,}497 = -2{,}967 \text{ m}$$

h) *Presión a la entrada de la T*

Escribamos la ecuación generalizada de Bernoulli entre la entrada de la T (sección E) y la salida (sección S en el NI):

$$\frac{p_E}{\rho g} + z_E + \frac{c_E^2}{2g} - H = 0$$

y, siendo d_t el diámetro de la tubería forzada se tendrá:

$$\frac{c_E^2}{2g} = \frac{16\, Q^2}{2g\, \pi^2 d_t^4} =$$

$$= \frac{16 \cdot 144}{2 \cdot 9{,}8 \cdot \pi^2 \cdot 2{,}5^4} = 0{,}3049 \text{ m}$$

$$z_E = 2 + 0{,}5 = 2{,}5 \text{ m}$$

$$\frac{p_E}{g} = H - z_E - \frac{c_E^2}{2g} =$$

$$= 122 - 2{,}5 - 0{,}3049 = 119{,}2 \text{ m}$$

Problema 27

Una TF de eje vertical, destinada al acoplamiento de un alternador de 11 pares de polos, tiene las siguientes características nominales: altura de salto 45 m y potencia en el eje 3660 kW. En estas condiciones el rendimiento total asciende a un 89%, siendo el rendimiento mecánico igual a 98,4 % (el rendimiento volumétrico puede suponerse igual a la unidad). Siendo el NI la cota 0 de referencia, la entrada en el rodete está a la cota 2,1 m y la salida del mismo a la cota 1,8 m. Las presiones a la entrada y salida del rodete son 23,5 y –2,5 m c.a. respectivamente. El agua sale del rodete sin circulación, y la velocidad de flujo es constante en todo el rodete Las velocidades a la entrada y salida del tubo de aspiración son 6 y 1 m/s respectivamente. El rodete tiene 155 cm de diámetro.

Calcular:

a) ángulo de los álabes móviles a la entrada;
b) diámetro de salida del tubo de aspiración;
c) pérdida total en la caja espiral, predistribuidor y distribuidor de la T;
d) pérdida en el rodete;
e) pérdida en el tubo de aspiración;
f) pérdida total en el interior de la T.

a) *Angulo a la entrada*

$$\beta_1 = \text{arctg}\, \frac{c_{1m}}{u_1 - c_{1u}} \qquad n = \frac{3000}{11} = 272{,}7 \text{ rpm}$$

$$u_1 = \pi\, d_1\, n = \frac{\pi \cdot 1{,}55 \cdot 272{,}7}{60} = 22{,}13 \text{ m/s}$$

$$\eta_h\, H = H_u = \frac{u_1\, c_{1u}}{g} =$$

$$\eta_h = \frac{\eta_{tot}}{\eta_m} = \frac{0{,}89}{0{,}984} = 0{,}9045$$

y

$$c_{1u} = \frac{g\, \eta_h\, H}{u_1} = \frac{9{,}81 \cdot 0{,}9045 \cdot 45}{22{,}13} = 18{,}04 \text{ m/s}$$

luego siendo $c_{1m} = c_{2m} = c_2 = 6$ m/s

$$\beta_1 = \text{arctg}\, \frac{6}{22{,}13 - 18{,}041} = 55{,}7144 = 55^\circ\ 42'\ 53''$$

b) *Diámetro de salida del tubo de aspiración*

$$d_3 = \sqrt{\frac{4\, Q}{\pi\, c_3}}$$

pero

$$Q = \frac{P_a}{g\, H\, \eta_{tot}} = \frac{3660}{9{,}81 \cdot 45 \cdot 0{,}89} = 9{,}316 \text{ m}^3/\text{s}$$

luego

$$d_3 = \sqrt{\frac{4 \cdot 9{,}316}{\pi \cdot 1}} = 3{,}444 \text{ m}$$

c) *Pérdida desde la entrada al rodete*

Según la Ec. (4-15) se tiene

$$H = \left(\frac{p_E}{\rho g} + z_E + \frac{c_E^2}{2g}\right) - \left(\frac{p_S}{\rho g} + z_S + \frac{c_S^2}{2g}\right)$$

$p_s = 0$; $z_S = 0$; $\frac{c_S^2}{2g} \simeq 0$ (altura cinética en el canal de salida despreciable)

luego

$$H = \frac{p_E}{\rho g} + z_E + \frac{c_E^2}{2g}$$

Escribamos ahora la ecuación de Bernoulli entre la entrada de la T y la entrada en el rode-

te, y llamando H_{rd} a la pérdida en el distribuidor, desde la entrada al rodete, se tendrá:

$$\frac{p_E}{\rho g} + z_E + \frac{c_E^2}{2g} = H = \frac{p_1}{\rho g} + z_1 + \frac{c_1^2}{2g} + H_{rd}$$

$$\frac{c_1^2}{2g} = \frac{c_{1m}^2 + c_{1u}^2}{2g} = \frac{6^2 + 18{,}04^2}{2g} = 18{,}42 \text{ m}$$

$$H_{rd} = H - \frac{p_1}{\rho g} - z_1 - \frac{c_1^2}{2g} = 45 - 23{,}5 - 2{,}1 - 18{,}42 = 0{,}98 \text{ m}$$

d) *Pérdida en el rodete*

Ecuación de Bernoulli entre 1 y 2:

$$\frac{p_1}{\rho g} + z_1 + \frac{c_1^2}{2g} - H_{rr} - H_u = \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \frac{c_2^2}{2g}$$

$$H_u = \eta_h\, H = 0{,}9044 \cdot 45 = 40{,}70 \text{ m}$$

$$H_{rr} = \frac{p_1}{\rho g} + z_1 + \frac{c_1^2}{2g} - H_u - \frac{p_2}{\rho g} - z_2 - \frac{c_2^2}{2g}$$

$$\frac{c_2^2}{2g} = \frac{6^2}{2 \cdot 9{,}81} = 1{,}835 \text{ m}$$

$$H_{rr} = 23{,}5 + 2{,}1 + 18{,}42 - 40{,}70 + 2{,}5 - 1{,}8 - 1{,}835 = 2{,}185 \text{ m}$$

e) *Pérdida en el tubo de aspiración*

Desde la salida del rodete hasta la salida de la T (véase la Fig. 4-2) existe la pérdida en el tubo de aspiración y la pérdida por velocidad de salida del tubo mismo. Escribiendo, pues, la ecuación de Bernoulli entre la salida del rodete y la salida del tubo de aspiración se tendrá:

$$\frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \frac{c_2^2}{2g} - H_{ra} - \frac{c_3^2}{2g} = \frac{p_S}{\rho g} + z_S + \frac{c_S^2}{2g} = 0$$

luego, siendo $c_3^2/2g = \dfrac{1^2}{2 \cdot 9{,}81} = 0{,}05097$ m, se tendrá:

$$H_{ra} = -2{,}5 + 1{,}8 + 1{,}835 - 0{,}05097 = 1{,}084 \text{ m}$$

f) *Pérdida total*

$$H_{r\text{-}int} = H_{rd} + H_{rr} + H_{ra} + c_3^2/2g = 0{,}98 + 2{,}185 + 1{,}084 + 0{,}05097 = 4{,}299 \text{ m}$$

Comprobación

$$\eta_h = \frac{H - H_{r\text{-}int}}{H} = \frac{45 - 4{,}299}{45} = 0{,}9045$$

que concuerda con el valor calculado en el apartado a.

Problema 28.

Una pequeña TH de eje vertical de reacción tiene las siguientes dimensiones: diámetro de entrada, 630 mm; diámetro de salida, 390 mm; ancho a la entrada, 95 mm; ancho a la salida 100 mm; $\alpha_1 = 8°$; $\beta_1 = 70°$. Un manómetro situado detrás de la válvula de admisión de la T marca una presión de 25 m estando la T en funcionamiento. Cotas: entrada en la T y salida del rodete a la misma cota y 4 m por encima de la salida de la T. Se despreciará la energía cinética del agua al final de la tubería forzada. El coeficiente de obstrucción de los álabes a la entrada del rodete es 0,85 y a la salida del mismo aproximadamente igual a 1. Rendimientos: hidráulico = 89%; mecánico = 92%; volumétrico, 1. La salida del rodete se supondrá sin circulación. Las pérdidas desde la entrada en la T a la salida del rodete son iguales a $5\,\dfrac{c_{2m}^2}{2g}$.

Calcular:

a) altura neta;
b) número de revoluciones;
c) caudal;
d) potencia útil;
e) número específico de revoluciones;
f) pérdidas en el tubo de aspiración (incluyendo las de salida del mismo);
g) % de altura útil que se perdería si se quitara el tubo de aspiración, suponiendo que la energía del agua a la entrada del rodete permaneciera constante en ambos casos, así como la energía cinética a la salida del rodete y la fricción en el mismo.

a) *Altura neta*

$$H = \frac{p_E - p_S}{\rho g} + z_E - z_S + \frac{c_E^2 - c_S^2}{2g}$$

$$\frac{p_S}{\rho g} = 0\,; \quad z_E - z_S = 4\,; \quad \frac{c_E^2 - c_S^2}{2g} = 0$$

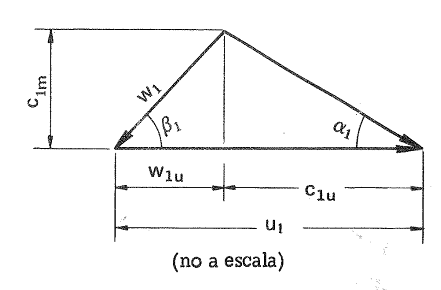
$$H = \frac{p_E}{\rho g} + z_E - z_S = 29 \text{ m}$$

b) *Número de revoluciones*

$$\text{ctg}\,\alpha_1 = \frac{c_{1u}}{c_{1m}}$$

$$\text{ctg}\,\beta_1 = \frac{w_{1u}}{c_{1m}}$$

$$\text{ctg}\,\alpha_1 + \text{cotg}\,\beta_1 = \frac{u_1}{c_{1m}}$$



(no a escala)

$$c_{1m} = \frac{u_1}{\text{ctg}\,\alpha_1 + \text{ctg}\,\beta_1}$$

$$c_{1u} = u_1 - w_{1u} = u_1 - c_{1m}\,\text{ctg}\,\beta_1 = u_1 - \frac{u_1\,\text{cotg}\,\beta_1}{\text{ctg}\,\alpha_1 + \text{ctg}\,\beta_1} = u_1\left(1 - \frac{\text{ctg}\,\beta_1}{\text{ctg}\,\alpha_1 + \text{ctg}\,\beta_1}\right)$$

$$H_u = \frac{u_1\,c_{1u}}{g} = \frac{u_1^2}{g}\left(1 - \frac{\text{ctg}\,\beta_1}{\text{ctg}\,\alpha_1 + \text{ctg}\,\beta_1}\right) = \frac{u_1^2}{g}\left(\frac{1}{1 + \frac{\text{ctg}\,\beta_1}{\text{ctg}\,\alpha_1}}\right) = 0{,}09698\,u_1^2$$

Por otra parte

$$H_u = H\,\eta_h = 29 \cdot 0{,}89 = 25{,}81 \text{ m}$$

$$u_1 = \sqrt{\frac{25{,}81}{0{,}09698}} = 16{,}31 \text{ m/s}$$

$$n = \frac{u_1}{\pi\,d_1} = \frac{60 \cdot 16{,}31}{\pi \cdot 0{,}630} = 494{,}4 \simeq 500 \text{ rpm}$$

(para acoplamiento con alternador de 6 pares de polos)

c) *Caudal*

$$c_{1m} = \frac{16{,}31}{\text{ctg}\,8^\circ + \text{ctg}\,70^\circ} = 2{,}181 \text{ m/s}$$

$$Q = \tau_1\,\pi\,d_1 b_1 c_{1m} = 0{,}85\,\pi \cdot 0{,}630 \cdot 0{,}095 \cdot 2{,}181 = 0{,}3486 \text{ m}^3/\text{s}$$

d) *Potencia útil*

$$\eta_{tot} = \eta_h\,\eta_m = 0{,}89 \cdot 0{,}92 = 0{,}8188$$

$$P_a = Q\,\rho\,gH\,\eta_{tot} = 0{,}3486 \cdot 9{,}81 \cdot 29 \cdot 0{,}8188 = 81203 \text{ W} = 81{,}20 \text{ kW}$$

e) *Número específico de revoluciones*

$$P_a = 81{,}20 \cdot 1{,}359 = 110{,}4 \text{ CV}$$

$$n_s = \frac{500 \cdot 110{,}4^{1/2}}{29^{5/4}} = 78{,}06 \; (\textit{TF lenta})$$

f) *Pérdidas en tubo de aspiración*

$$H_{r\text{-int}} = H - H_u = 29 - 25{,}81 = 3{,}19 \text{ m}$$

$$H_{r\text{-int}} = H_{r\,E\text{-}2} + H_{ra}$$

$$H_{ra} = 3{,}19 - H_{r\,E\text{-}2}$$

$$H_{r\,E\text{-}2} = 5\,\frac{c_{2m}^2}{2g}$$

$$c_{2m} = \frac{Q}{\pi d_2\,b_2} = \frac{0{,}3486}{\pi \cdot 390 \cdot 0{,}1} = 2{,}846 \text{ m/s}$$

$$H_{r\,E\text{-}2} = \frac{5 \cdot 2{,}846^2}{2 \cdot 9{,}81} = 2{,}064 \text{ m}$$

$$H_{ra} = 3{,}19 - 2{,}064 = 1{,}126$$

g) *Pérdida de altura útil en % sin tubo de aspiración*

Sea H la altura correspondiente a la energía total a la entrada del rodete y H_{rr} las pérdidas en el mismo. Escribamos la ecuación generalizada de Bernoulli entre la entrada y salida del rodete:

Con tubo de aspiración

$$H - H_{rr} - H'_u = \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \frac{c_2^2}{2g} \qquad (1)$$

Sin tubo de aspiración

$$H - H_{rr} - H_u = z_2 + c_2^2/2g \qquad (2)$$

(sin tubo de aspiración $\frac{p_2}{\rho g} = 0$)

Restando ordenadamente (2) de (1) se tendrá:

$$H_u - H'_u = -\frac{p_2}{\rho g}$$

(p_2 presión a la salida con tubo de aspiración).

Escribamos la ecuación de Bernoulli entre 2 y S (salida de la T en el NI):

$$\frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \frac{c_2^2}{2g} - H_{ra} = 0 \quad (\text{suponiendo } c_S^2/2g \simeq 0)$$

$$\frac{c_2^2}{\rho g} = 2{,}846^2/2 \cdot 9{,}81 = 0{,}4128 \text{ m}$$

luego

$$\frac{p_2}{\rho g} = H_{ra} - z_2 - \frac{c_2^2}{2g} = 1{,}126 - 4 - 0{,}4128 = -3{,}287 \text{ m}$$

Por tanto

$$\frac{H_u - H'_u}{H_u} \cdot 100 = \frac{3{,}287}{25{,}81} \cdot 100 = 12{,}74\ \%$$

Problema 29

Una TF de eje vertical acciona un alternador de 7 pares de polos, que en carga nominal o rendimiento máximo desarrolla una potencia en el eje de 12510 kW, absorbiendo un caudal de 12,4 m^3/s, bajo una altura neta de 115 m. El diámetro exterior del rodete, que coincide en este caso con el de entrada en el mismo, es de 1,5 m. Los álabes ocupan un 6% del área útil para el flujo a la entrada. Cotas: 0 m = NI, 2 m = salida del rodete; cota 2,5 m = entrada del rodete. Velocidad meridional a la salida del rodete = velocidad absoluta idem = 7 m/s; velocidad meridional a la entrada del rodete = 9,7 m/s.. Otros datos: longitud de la tubería forzada = 1890 m; diferencia de altura piezométricas entre la entrada y salida del rodete = 57,5 m; rendimiento mecánico = 98 por ciento; rendimiento volumétrico = 95 por ciento; rendimiento hidráulico de la instalación hidroeléctrica = 90 por ciento; pérdidas de la entrada de la turbina + caja espiral + distribuidor = 1,1 m c.a.

Calcular:

a) altura útil;
b) ángulo de salida del distribuidor;
c) ángulo de los álabes del rodete a la entrada;
d) ancho del rodete a la entrada;
e) grado de reacción;
f) pérdidas en el tubo de aspiración (la energía cinética a la salida del mismo puede despreciarse así como también la energía cinética en el canal de salida);
g) presión estática a la entrada del rodete;
h) tanto por ciento de disminución del rendimiento hidráulico, si se suprime el tubo de aspiración; manteniéndose inalterable a la presión a la entrada del rodete y las pérdidas por rozamiento del mismo;
i) coeficiente de rozamiento de la tubería forzada;
j) número específico de revoluciones de la TF.
k) altura neta en m de agua de un modelo reducido a escala 1/3, que funcionando con aire, girase a 6000 rpm. (Tómese la densidad normal del aire: $\rho = 1,293\ kg/m^3$).

a) *Altura útil*

$$H_u = H\,\eta_h$$

$$\eta_h = \frac{\eta_{tot}}{\eta_v\,\eta_m}$$

$$\eta_{tot} = \frac{P_a}{Q\,g\,H} = \frac{12510}{12{,}4 \cdot 9{,}81 \cdot 115} = 0{,}8943$$

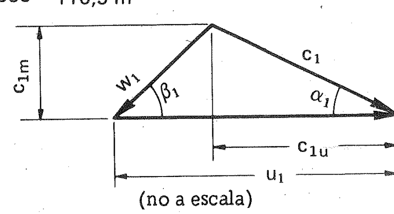
$$\eta_h = \frac{0{,}8943}{0{,}95 \cdot 0{,}98} = 0{,}9606$$

$$H_u = 115 \cdot 0{,}9606 = 110{,}5 \text{ m}$$

b) *Angulo de salida del distribuidor*

$$\alpha_1 = \text{arctg}\,\frac{c_{1m}}{c_{1u}}$$

$$c_{1u} = \frac{g\,H_u}{u_1}$$



(no a escala)

$$u_1 = \pi\,d_1\,n \qquad n = \frac{3000}{7} = 428{,}6 \text{ rpm}$$

$$u_1 = \frac{3{,}1416 \cdot 1{,}5 \cdot 428{,}6}{60} = 33{,}66 \text{ m/s}$$

$$c_{1u} = \frac{9{,}81 \cdot 110{,}5}{33{,}66} = 32{,}20 \text{ m/s.}$$

$$\alpha_1 = \text{arctg}\,\frac{9{,}5}{32{,}20} = 16^0\ 26'\ 16''$$

c) *Angulo de entrada de los álabes*

$$\beta_1 = \text{arctg}\,\frac{c_{1m}}{u_1 - c_{2u}} = \text{arctg}\,\frac{9{,}5}{33{,}66 - 32{,}30} = 81^0\ 15'\ 46''$$

d) *Ancho del rodete a la entrada*

$$Q\,\eta_v = \pi\,d_1\,b_1\,\tau_1\,c_{1m}$$

$$b_1 = \frac{Q\,\eta_v}{\pi\,d_1\,\tau_1\,c_{1m}} = \frac{12{,}4 \cdot 0{,}95}{\pi \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}94 \cdot 9{,}5} = 0{,}2799 \text{ m}$$

e) *Grado de reacción*

Según la Ec. (3-24) se tendrá::

$$\sigma = 1 - \frac{c_1^2 - c_2^2}{2\,gH}$$

$$\frac{c_1^2}{2g} = \frac{9{,}5^2 + 32{,}20^2}{2g} = 57{,}45 \text{ m}$$

$$\frac{c_2^2}{2g} = \frac{49}{2 \cdot 9{,}81} = 2{,}497 \text{ m}$$

luego

$$\sigma = 1 - \left(\frac{57{,}45 - 2{,}497}{115}\right) = 0{,}5221$$

f) *Pérdidas en el tubo de aspiración*

$$H_{r\text{-int}} = H - H_u = 115 - 110{,}5 = 4{,}5 \text{ m}$$

$$H_{r\text{-int}} = H_{rd} + H_{rr} + H_{ra}$$

donde $H_{r\text{-int}}$ – pérdidas hidráulicas en la T
H_{rd} – " " en la entrada
H_{rr} – " " en el rodete
H_{ra} – " " en el tubo de aspiración.

Ecuación de Bernoulli entre 1 y 2:

$$h_1 + \frac{c_1^2}{2g} - H_u - H_r = h_2 + \frac{c_2^2}{2g}$$

$$H_{rr} = h_1 - h_2 + \frac{c_1^2}{2g} - \frac{c_2^2}{2g} - H_u = 57,5 + 57,45 - 2,497 - 110,5 = 1,944 \text{ m}$$

$$H_{ra} = 4,5 - 1,1 - 1,944 = 1,456 \text{ m}$$

g) Presión estática a la entrada del rodete

$$h_1 - h_2 = \left(\frac{p_1}{\rho g} + z_1\right) - \left(\frac{p_2}{\rho g} + z_2\right) = 57,5 \text{ m}$$

$$\frac{p_1}{\rho g} = 57,5 - 0,5 + \frac{p_2}{\rho g}$$

Ecuación de Bernoulli entre 2 y S (sección en el NI)

$$\frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \frac{c_2^2}{2g} - H_{ra} = \frac{p_S}{\rho g} + z_S + \frac{c_S^2}{2g} = 0$$

$$\frac{p_2}{\rho g} = -2 - 2,497 + 1,456 = -3,041 \text{ m c. a.}$$

$$\frac{p_1}{\rho g} = 57,5 - 0,5 - 3,041 = 53,96 \text{ m}$$

h) % disminución del η_h

Calculemos la nueva altura útil, H'_u, escribiendo la ecuación de Bernoulli entre 1 y 2, $\frac{p'_2}{\rho g} = \frac{p_b}{\rho g} = 0$:

$$\frac{p_1}{\rho g} + z_1 + \frac{c_1^2}{2g} - H'_u - H_{rr} = 0 + z_2 + \frac{c_2^2}{2g}$$

$$H'_u = 53,96 + 0,5 + 57,45 - 2,497 - 1,944 = 107,5 \text{ m}$$

$$\eta'_h = \frac{107,5}{115} = 0,9348$$

$$\Delta\eta_h = \frac{0,9606 - 0,9348}{0,9606} \cdot 100 = 2,686\%$$

i) Coeficiente de rozamiento λ

Sean d_t, V_t y L_t el diámetro, la velocidad media y la longitud de la tubería forzada:

$$d_t = \sqrt{\frac{4\,Q}{\pi V_t}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 12,4}{3,1417 \cdot 2,5}} = 2,513 \text{ m}$$

$$\lambda = H_r \frac{d_t}{L_t} \cdot \frac{1}{V_t^2/2g}$$

$$H_r = H_{r\text{-ext}} = H_b - H$$

$$H_b = \frac{H_u}{\eta_{hi}} = \frac{110,5}{0,9} = 122,8 \text{ m}$$

donde η_{hi} – rendimiento hidráulico de la instalación

$$H_r = 122,8 - 115 = 7,8 \text{ m}$$

$$\frac{V_t^2}{2g} = \frac{2,5^2}{2 \cdot 9,81} = 0,3186 \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{7,8 \cdot 2,513}{1890 \cdot 0,3186} = 0,03255$$

j) Número específico de revoluciones

$$P_a = 12510 \text{ kW} = 17000 \text{ CV}$$

$$n_s = \frac{428,6 \cdot 17000^{1/2}}{115^{5/4}} = 148,4$$

k) altura neta del modelo con aire

Designemos con los subíndices ag y a al agua y al aire respectivamente. Como el prototipo y el modelo son semejantes geométricamente tendrán los mismos coeficientes de velocidad y se tendrá:

1. *Primer procedimiento*

$$k_{u1\,ag} = \frac{u_1}{\sqrt{2g\,H_{ag}}} = \frac{33,66}{\sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 115}} = 0,7086$$

$$u_{1a} = \pi\, d_{1a}\, n_a = \frac{3,1416 \cdot 0,5 \cdot 6000}{60} = 157,1 \text{ m/s}$$

$$k_{u1a} = k_{u1ag} = k_{u1} = \frac{u_{1a}}{\sqrt{2g\,H_a}} \qquad H_a = \frac{u_{1a}}{2g\,k_{u1}^2} =$$

$$= \frac{157,1^2}{2 \cdot 9,81 \cdot 0,7086^2} = 2505 \text{ m col. aire} = 2505\ \frac{1,293}{1000} = 3,239 \text{ m col. ag.}$$

2. *Segundo procedimiento*

Como la altura neta (lo mismo que Q, no así P_a) no depende de la densidad se puede aplicar

la Ec. (8-14):

$$\frac{H_a}{H_{ag}} = \frac{n_a^2 \; d_a^2}{n_{ag}^2 \; d_{ag}^2} \qquad H_a = 115 \left(\frac{6000 \cdot 0{,}5}{428{,}6 \cdot 1{,}5}\right)^2 = 2505 \text{ m col. aire } =$$

$$= 3{,}239 \text{ m col. ag.}$$

Problema 30

El coeficiente de velocidad periférica del rodete a la entrada de una TF, cuyo n_s es 112,6, vale 0,65; la relación $\frac{b_1}{d_1} = 0{,}125$; las pérdidas interticiales no se tendrán en cuenta; los rendimientos hidráulicos y totales son 0,87 y 0,835 respectivamente; el rendimiento del tubo de aspiración es igual a 0,9. La salida de la corriente del rodete tiene lugar sin circulación.

Calcular:

a) coeficiente de velocidad k_{c1u};
b) coeficiente de velocidad k_{c1m};
c) ángulo de la corriente a la salida del distribuidor;
d) ángulo de la corriente a la entrada del rodete;
e) conveniencia de instalación de este tipo de T en un salto de 150 m; ¿cómo debería instalarse?

—

a) *Coeficiente* k_{c1u}

$$c_{1u} = k_{c1u} \sqrt{2\,gH}$$

$$u_1 = k_{u1} \sqrt{2\,gH}$$

$$gH\,\eta_h = u_1\, c_{1u} = k_{c1u}\, k_{u1}\; 2\,gH$$

$$k_{c1u} = \frac{\eta_{tot}}{2k_{u1}} \text{ (véase la [véase la Ec. (11-22)]}$$

$$= \frac{0{,}87}{2 \cdot 0{,}65} = 0{,}6692$$

b) *Coeficiente* k_{c1m}

Despreciando el influjo del espesor de los álabes a la entrada, se tiene:

$$Q = \pi\, b_1\, d_1\, c_{1m} = \pi \cdot 0{,}125\, d_1^2\, c_{1m} = 0{,}3927\, d_1^2 c_{1m}$$

$$n = \frac{60\, u_1}{\pi\, d_1} = \frac{k_{u1} \cdot 60}{\pi} \cdot \frac{\sqrt{2\,gH}}{d_1} = 12{,}41\, \frac{\sqrt{2\,gH}}{d_1} \qquad \text{(n en rpm)}$$

y en virtud de la Ec. (8-46):

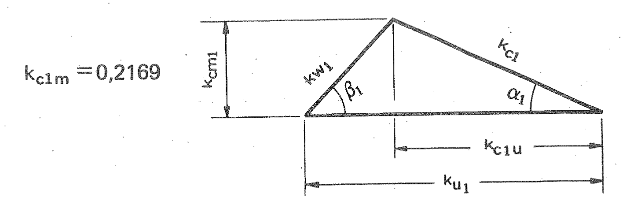
$$n_s = 3{,}65 \cdot 12{,}41 \sqrt{0{,}835} \cdot \sqrt{0{,}3927} \cdot (2 \cdot 9{,}81)^{3/4}\, \frac{d_1\; c_{1m}^{1/2}}{(2\,gH)^{3/4}\; d_1} \cdot (2\,gH)^{1/2}$$

y

$$112{,}6 = 1071\, \frac{c_{1m}^{1/2}}{(2\,gH)^{1/4}} \qquad c_{1m} = 0{,}2169 \sqrt{2\,gH}$$

y finalmente

$$k_{c1m} = 0{,}2169$$



c) Angulo α_1

$$\alpha_1 = \text{arctg}\, \frac{c_{1m}}{c_{1u}} = \text{arc tg}\, \frac{k_{c1m}}{k_{c1u}} = \text{arctg}\, \frac{0{,}2169}{0{,}6626} = 17^0\; 57'\; 30''$$

d) Angulo β_1

$$\beta_1 = \text{arctg}\, \frac{c_{1m}}{u_1 - c_{1u}} = \text{arctg}\, \frac{k_{c1m}}{k_{u1} - k_{c1u}} = \text{arctg}\, \frac{0{,}2169}{0{,}65 - 0{,}6692} = \text{arctg}\,(-11{,}30) =$$

$$= 180 - \text{arctg}\; 11{,}30 = 95^0\; 3'\; 26''$$

c) Instalación en salto de 150 m

Según la Fig.11-3,B, 150 m queda muy por debajo de la altura máxima posible sin peligro de cavitación de una T cuyo $n_s = 112{,}6$; luego puede instalarse en dicho salto.

Además siendo

$$n_s = n\, P_a^{1/2}\, H^{-5/4}$$

tendrá en el caso presente:

$$n^2\, P_a = 112{,}6^2 \cdot 150^{5/2} = 3{,}494 \cdot 10^9$$

es decir la potencia y el número de revoluciones deberán cumplir esta relación. De donde la siguiente tabla:

n (rpm)	P_a(CV)
1000	3494
750	6211
600	9705
500	13975

11.8. Anteproyecto de una TF a base del número específico de revoluciones n_s

Una primera estimación de las dimensiones principales de la T o anteproyecto es necesaria siempre como punto de partida del proyecto definitivo, e incluso para iniciar el proyecto de la central misma. Estas dimensiones sufrirán un reajuste en el transcurso del proyecto. Tanto el anteproyecto, como el proyecto deben comenzar por el

Cálculo de la velocidad de rotación, n

Si se ha escogido entre los tipos de T posiblemente adaptables al salto en cuestión una TF; y se ha determinado también el número de unidades, teniendo en cuenta el factor de carga, la capacidad del embalse (si se trata de una central con embalse), el coste de la central, gastos de entretenimiento, etc., es fácil calcular la potencia útil unitaria, estimando un η_{tot} de la T, y calcular la velocidad de rotación máxima admisible por la fórmula:

$$n = n_s\ P_a^{-1/2}\ H^{5/4} \quad (11\text{-}5)$$

donde n_s es la velocidad específica máxima admisible sin peligro de cavitación según la altura del salto H, que puede obtenerse por medio de la Fig. 11-3-B. Adviértase que a) el valor máximo indicado en esta figura puede ser superado en el futuro, gracias al avance tecnológico; y b) la construcción de una T con el n_s máximo puede tener el peligro de basarse en una T ya construída e instalada; pero tal vez no suficientemente experimentada. Se escogerá la velocidad de sincronismo más próxima inferior al valor deducido de la Ec. (11-5). Fijada definitivamente n se recalcula el n_s.

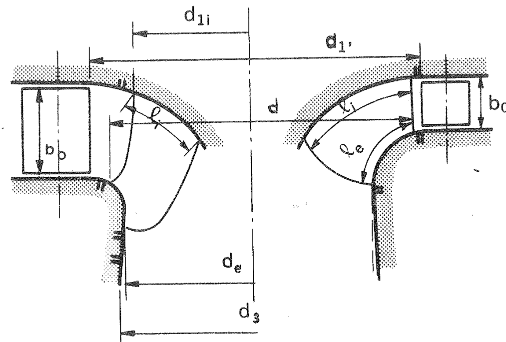


Fig. 11-20.– Dimensiones principales de una TF (véase tabla 11-1).

$$n_s = n\ p_a^{1/2}\ H^{-5/4}$$

Determinado n_s se puede fácilmente determinar el tamaño de la T y sus dimensiones principales con ayuda de la tabla que se aduce a continuación. Dicha tabla deberá enriquecerse, extendiéndola a mayor número de n_s (no simplemente a los valores de la tabla n_s = 60, 100, 200, 300, 350) y a mayor número de dimensiones a base de los datos de las TH ya construidas.

Tamaño de la T

a) Primer procedimiento

De la tabla 11-1 se toma el valor de n_{11} correspondiente al n_s, y luego en virtud de la Ec. (8-31)

$$d = \frac{n_{11}}{n}\sqrt{H}$$

TABLA 11-1

Dimensiones principales de los rodetes de las TF en función de n_s (véase Fig. 11-20)

n_s	Q_{11}	n_{11}	d_{1i}/d	$d_{1'}/d$	d_3/d	b_0/d	ℓ_i/d	ℓ_e/d
60	0,123	61	1,0	1,04	0,6	0,055	0,36	0,27
100	0,230	62,5	1,0	1,052	0,68	0,1	0,32	0,22
200	0,715	70	0,92	1,02	0,955	0,23	0,26	0,14
300	1,166	82,5	0,775	1,03	1,12	0,326	0,26	0,14
350	1,280	92,2	0,695	0,99	1,15	0,327	0,28	0,15

o bien de la tabla se toma el valor de Q_{11}, y luego en virtud de la Ec. (8-32)

$$d = \sqrt{\frac{Q}{Q_{11}}} \cdot \frac{1}{\sqrt[4]{H}}$$

Determinado d en la tabla se leen para el n_s correspondiente las dimensiones principales que determinan la forma del rodete.

b) Segundo procedimiento.

Distinguiremos tres caudales característicos en la T:

Q_{opt} – caudal con el cual la T funciona con $\eta_{máx}$.

$Q_{máx}$ – caudal a plena carga o sea con el distribuidor totalmente abierto.

Del triángulo de velocidades de la Fig. 11-21 correspondiente a este último caso, se deduce:

$$c_2 = c_{2m} = \frac{4\ Q_{sc}}{\pi\ d_{2e}^2}$$

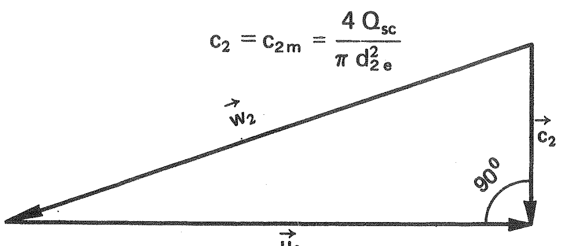


Fig. 11-21.– *Triángulo de velocidades de salida sin circulación*

donde d_{2e} – diámetro de salida del rodete, acotado en la Fig. 11-22 que nos sirve para determinar el tamaño del rodete.

$$\operatorname{tg}\beta_2 = \frac{c_2}{u_2} = \frac{4\ Q_{sc}}{\pi\ d_{2e}^2} \cdot \frac{1}{\pi\ d_{2e}\ n}$$

de donde

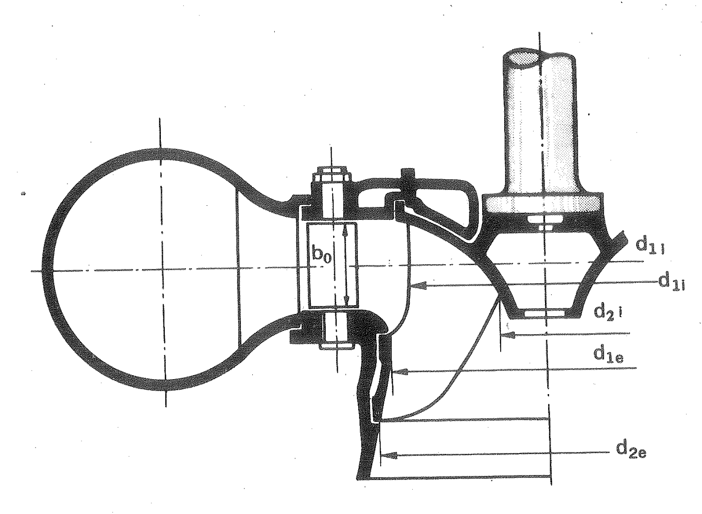


Fig. 11-22.– *Diámetros característicos* del rodete de una TF.

$$\frac{\pi\, d_{2e}^3}{Q_{sc}} = \frac{4}{\pi^2 \operatorname{tg} \beta_2}$$

y con los valores corrientemente empleados para β_2 se obtiene:

$$\frac{n\, d_{2e}^3}{Q_{sc}} = 85{,}2 \text{ a } 115{,}2 \qquad (11\text{-}6)$$

En primera aproximación puede deducirse el diámetro de la fórmula:

$$d_{2e} = \sqrt{\frac{100\, Q_{máx.}}{n}}$$

El valor de Q_{opt} se fija a partir de $Q_{máx}$, según la fracción de la carga máxima a que se desee el óptimo rendimiento. También puede utilizarse la curva de la Fig. 11-23 de $\frac{Q_{máx}}{Q_{opt}}$ en función de n_s. La experiencia aconseja hacer

$$Q_{sc} = 1{,}04\; Q_{opt}$$

El d_{2e} obtenido mediante la Ec. (11-6) es el diámetro exterior de salida acotado en la Fig. 11-22. En la Fig. 11-23 pueden verse las curvas de selección de los otros 3 diámetros acotados en la Fig. 11-22: d_{1i}, d_{1e} y d_{2i}, o diámetros de entrada interior y exterior y de salida respectivamente, que se obtienen fácilmente a partir de los coeficientes de velocidad respectivos, así como las relaciones

$$\frac{Q_{máx.}}{Q_{opt}} \quad y \quad \frac{b_0}{d_{1e}}$$

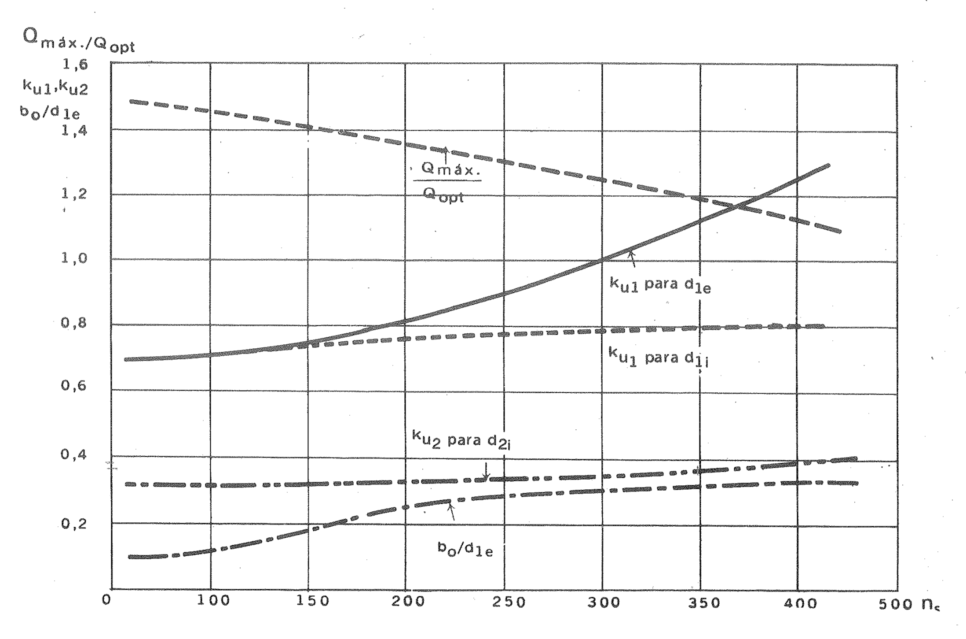


Fig. 11-23.– Curvas de $Q_{máx}/Q_{opt}$. ($Q_{máx}$ es el obtenible con un rendimiento prácticamente aceptable), k_{u1}· k_{u2} y b_0/d_{1e} en función de n_s

11.9. Diseño de la cámara o caja espiral de las TH de reacción

11.9.1. Introducción

Tipos de agua.

En las TH de reacción (TF y TK) la admisión de agua se realiza a través de la *cámara de agua*. Esta cámara puede ser abierta, (Fig. 7-14,c), cerrada, (Fig. 7-14,b), sifónica (Fig. 7-14,j), o cámara espiral. La utilización de una u otra depende fundamentalmente de la altua de salto H; puede también de la potencia de la T. En general, las cámaras espirales para $H < 40–50$ m son de hormigón de sección axial de T" Para $H > 40–50)$ m se emplean cámaras metálicas de sección circular, o bien cámaras mixtas, metálicas o embebidas en hormigón como receptor de los esfuerzos. Para H muy pequeñas (con TK) se emplean cámaras espirales en el sifón. El campo de aplicación normal de los diferentes tipos de cámara puede verse en la Fig. 11-25.

Las cámaras espirales para las potencias medias y superiores presentan las siguientes ventajas en comparación con las cámaras abiertas;

a) prácticamente no tienen limitación de tamaño;

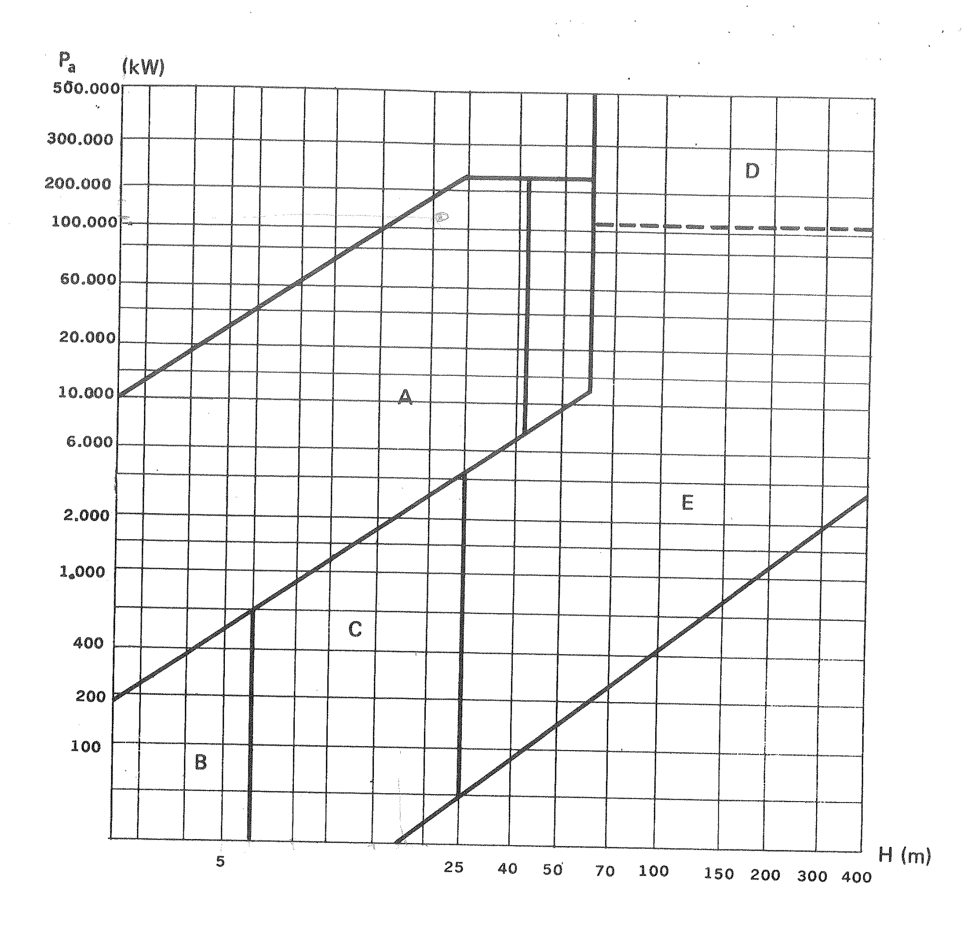


Fig. 11.14.– Zona de aplicación de los diversos tipos de *cámara espiral;* A. cámaras de hormigón; B, cámaras abiertas; C, cámaras con forro metálico; D. cámaras metálicas con transmisión de esfuerzos parcial al hormigón; E, cámaras metálicas.

b) no tienen limitación de saltos;
c) dimensiones relativas reducidas, que permiten reducir el tamaño tanto de la T como de la central;
d) excelente rendimiento;
e) contribuye junto con el distribuidor a una admisión uniforme del agua por la periferia del rotor.

La cámara espiral realiza la admisión óptima del agua con dimensiones mínimas y rendimiento máximo.

La misión de la *cámara espiral*, órgano que se encuentra en casi todas las TH de reacción, es distribuir el agua por toda la periferia del rodete a través de un órgano fijo llamado *predistribuidor* y de un órgano móvil de regulación de caudal que se denomina *distribuidor.* El proyecto de la cámara espiral está íntimamente ligado con el del predistribuidor y el del distribuidor. El rendimiento de este último, de importancia decisiva para el η_{tot} de la T depende en gran manera de la magnitud y dirección de la velocidad del fluído proveniente de la cámara espiral.

Las cámaras espirales se construyen de hormigón o metálicas. Estas últimas antiguamente se construían siempre de fundición o de acero colado, en una sola pieza o en varias. Actualmente al aumentar con el aumento de las potencias en juego las dimensiones de las cámaras espirales se adopta una solución mixta: los anillos del predistribuidor son de fundición, y la caja espiral de chapas soldadas entre sí y al distribuidor. Con esta construcción disminuye el peso de la cámara espiral y disminuye también el precio, aunque no en la misma proporción que el peso. Actualmente con mayor precisión en los métodos de cálculo y en el control de materiales, ensayos con modelos reducidos, y nuevas técnicas de soldadura, se consiguen cámaras espirales de chapa soldada de espesor reducido, al disminuir los coeficientes de seguridad empleados. La Fig. 11-25 representa un corte axial de una cámara espiral soldada al predistribuidor.

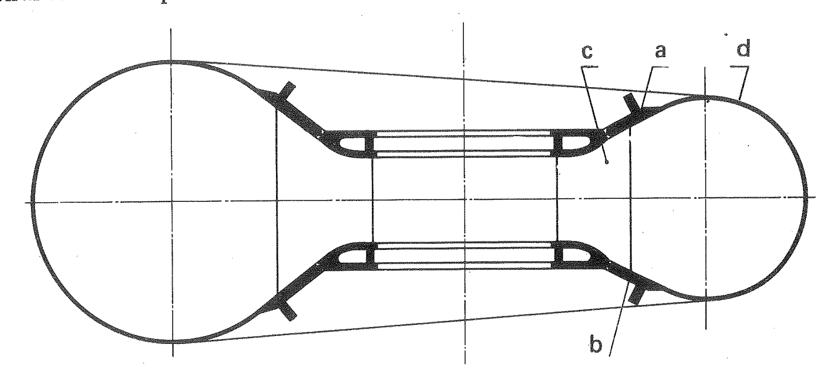


Fig. 11-25.– Corte axial de una *cámara espiral:* a) Anillo superior del predistribuidor; b) Anillo inferior; c) álabe fijo; d) cámara espiral.

La Fig. 11-26 representa la *caja espiral* roblonada de una turbina de 85.800 kW construida por la firma Escher Wyss para la central de Sungari en Manchuria, central de pie de presa, en la que los conductos que atraviesan la presa y conducen el agua hasta la T, tienen unos 100 m de longitud y 5,6 m de diámetro. La caja espiral está construída de chapas roblonadas, fijadas con roblones al anillo del predistribuidor. Para roblonar esta carcasa se necesitaron 13.000 roblones con un peso total de 9 toneladas. El anillo del predistribuidor pesa 80 toneladas, y fué necesario dividirlo en seis segmentos para su transporte. La soldadura sólo se ha utilizado aquí para asegurar la estanqueidad de las juntas. Una vez ensamblada y terminada la cámara metálica se sumergió totalmente en hormigón.

La Fig. 11-27, representa una *cámara espiral soldada,* en los talleres de la firma Voith durante la comprobación de los cordones de soldadura por tayos X. Características unitarias de las T: H = 62 m, Q = 117 m^3/s y P_a = = 63600 kW. En la Fig. 11-28 se puede ver una cuarta parte del anillo del predistribuidor de una de las T en la taladradora de los talleres de la firma Voith y en la Fig. 11-29 puede verse un aspecto general de la central con los cuadros de mando de dos de los grupos.

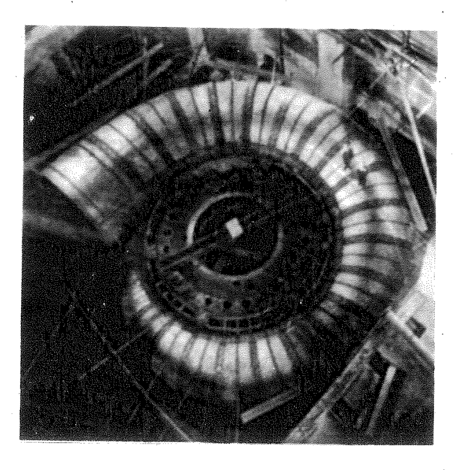


Fig. 11-26.– *Cámara espiral de una TF* de 85.800 kW de Escher Wyss, Suiza. Su traslado a la central de Sungari, Manchuria, se realizó en chapas que se roblonaron *in situ.*

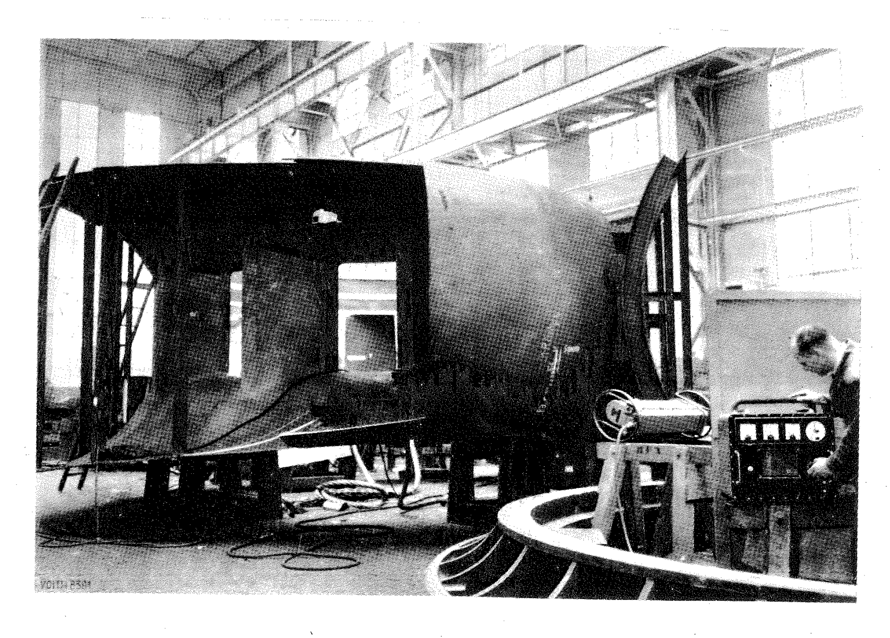


Fig. 11-27.– Comprobación por rayos X en los talleres Voith de una cámara espiral.

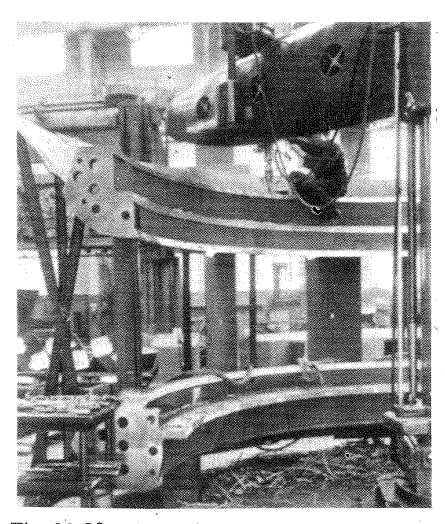


Fig. 11-28.– Mecanizado en la taladradora de una cuarta parte del *predistribuidor de una TF* de la central de Saucelle en los talleres de la casa Voith.

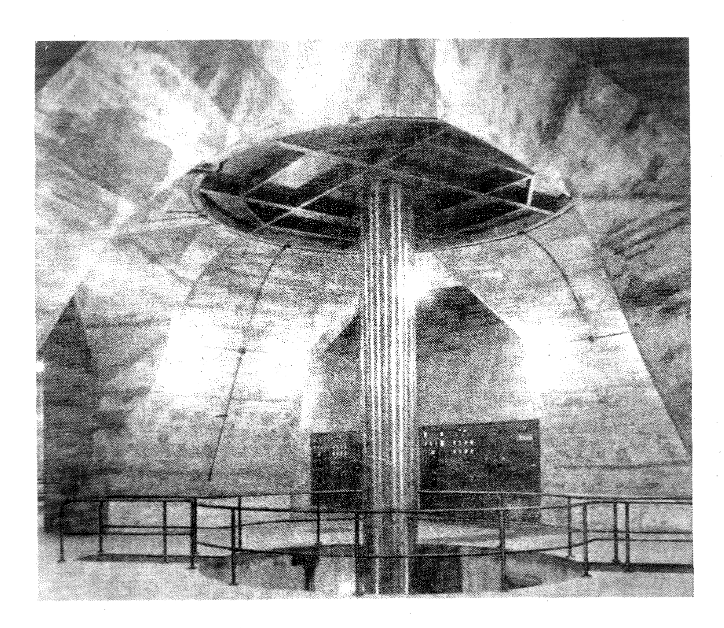


Fig. 11-29.– *Central de Saucelle* de Iberduero en el Duero internacional: Vista interior de un piso con cuadro de mando de dos grupos.

11.9.2. Diseños diversos de las cámaras espirales

El cálculo hidráulico de la caja espiral se lleva a cabo suponiendo un fluido ideal en movimiento irrotacional, a partir de la Ec. (2-76):

$$rc_u = C$$

Las cajas espirales modernas de formas muy diversas calculadas a partir de esta ecuación presentan un elevado rendimiento, debido sin duda a que la configuración del flujo real no se diferencia esencialmente de la del fluido ideal e irrotacional presupuesto como base de cálculo. A partir de esta ecuación fué deducida en la Sec. 9.6.1.1 la ecuación general de la caja espiral de las B y de ella las ecuaciones de las cámaras espirales de diferentes secciones axiales.

Invirtiendo meramente el sentido de la corriente se obtiene la caja espiral de las TH. En las B la caja espiral se dispone después del rodete para transformar energía cinética de presión; mientras que en las TH se dispone antes del rodete para transformar energía de presión en energía cinética.

No será preciso, pues, repetir lo ya estudiado en las Secs. 9.6.1 a 9.6.1.8, que es igualmente aplicable a las TH. En particular son igualmente aplicables a las TH:

- La Ec. (9-53), o ecuación general de la cámara espiral.
- La Ec. (9-56), o ecuación de la cámara espiral logarítmica.
- La Ec. (9-57), o ecuación de la caja espiral de sección circular.

En la Fig. 11-30 se representan 5 secciones de caja espiral empleadas en las TH. Las c, d y e son las formas más empleadas. La forma a, constituida por un trapecio de ángulo φ, muy pequeño es la más favorable. Sin embargo, el ancho de una tal caja espiral sería excesivamente grande al ser la altura muy pequeña. La forma

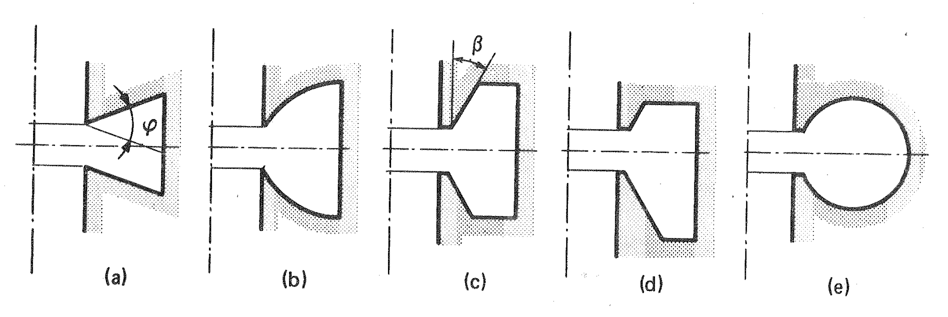


Fig. 11-30.– Secciones diversas de *cámara espiral*

b, caja espiral de sección hiperbólica, utilizada, por ejemplo en la central de Forshuwud, Suecia, elimina este inconveniente. Las formas c simétrica y d asimétrica, constituidas por un rectángulo y un trapecio, por cuya base se unen al predistribuidor, es la corrientemente empleada en las cajas espirales de hormigón,

porque se facilita el enconfrado (el ángulo β puede ser grande hasta 45°) mientras que en las cajas espirales metálicas se prefiere la sección circular de la figura e. Los ensayos con modelos y con T en funcionamiento han demostrado que la forma de la sección axial tiene un influjo muy pequeño en el rendimiento de la T.

1) *Determinación de la constante C*

La constante C, que figura en las Ecs. (9-53) y (9-56) y es igual a a rc_u se calcula en las TH a la entrada del rodete. Si el número de revoluciones n y el diámetro de entrada del rodete $d_1 = 2\,r_1$ se han determinado previamente al cálculo de la cámara espiral y se supone salida sin circulación ($c_{2u} = 0$), se tendrá:

$$\eta_h\, H = \frac{c_{1u}}{g}$$

y

$$u_1 = 2\,\pi\, r_1\, n$$

$$H\,\eta_h = \frac{u_1\, c_{1u}}{g} = \frac{2\,\pi\, n}{g}\, r_1\, c_{1u}$$

y finalmente

$$r_1\, c_{1u} = rc_u = C = \frac{2\,\eta_h\, H}{2\pi\, n}$$

donde puede estimarse un rendimiento hidráulico $\eta_h = 0{,}93$, o afinar más esta estimación según la potencia y tipo de T.

2) *Determinación del ángulo $\theta_{máx.}$ de desarrollo de la caja espiral*

En la Fig. 11-31, se acota el llamado *radio principal* R_e normal al conducto de

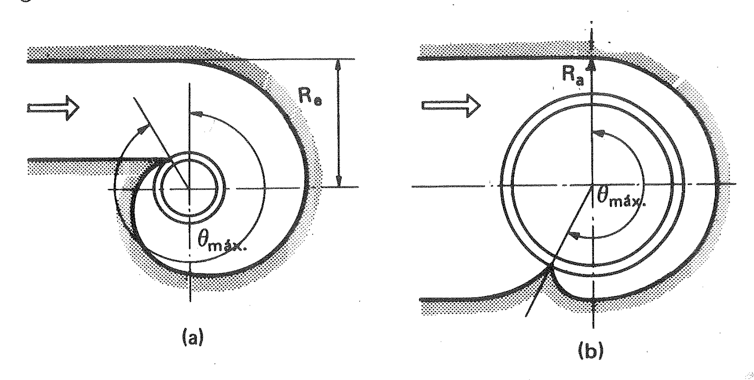


Fig. 11-31.–*Cámara espiral:* a) total, $\theta_{máx} = 320 - 340°$; b) parcial, $\theta_{máx} < 320°$

admisión de donde arranca la caja espiral, y a partir del cual se cuenta el ángulo $\theta_{máx.}$ de desarrollo de la caja espiral hasta el punto donde la espiral toca el círculo de entrada del predistribuidor (lengua de la caja espiral). Las cajas espirales

pueden ser: a) *totales:* si $\theta_{máx.} = 360^0$, o convencionalmente, si $\theta \geqslant 320^0$ (Fig. 11-31,a); b) *parciales,* si $\theta_{máx.} < 320°$ (Fig. 11-31, b). Las totales son más favorables, porque producen un flujo mejor distribuido en la periferia de entrada del distribuidor. En general se utilizan cámaras espirales con $\theta_{máx.} = 180^0$. En los saltos de mediana y pequeña altura se utilizan con frecuencia cámaras totales, mientras que en los saltos de poca altura y mucho caudal un ángulo $\theta_{máx.}$ muy grande implicaría un ancho grande b_0 de la caja espiral (véase Fig. 11-32). Por ello en ellas se utilizan ángulos $\theta_{máx}$ más pequeños, de 230-285°, e incluso valores más bajos hasta unos 135°. En las cámaras espirales modernas de las T de gran potencia con frecuencia el ángulo de desarrollo está comprendido en la gama $180 \leqslant \theta_{máx.} \leqslant 225^0$;

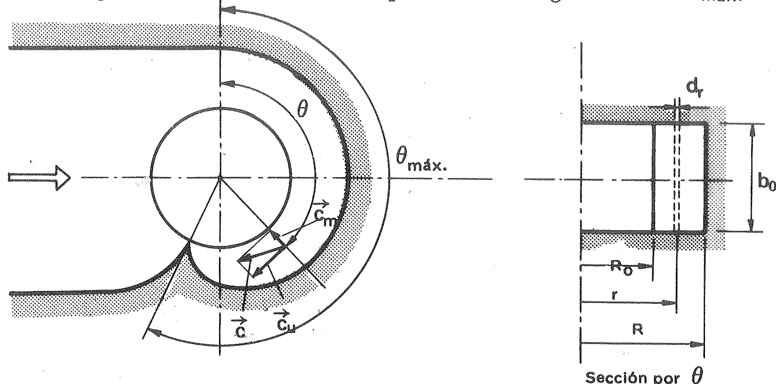


Fig. 11-32.–Componentes de la velocidad absoluta y corte axial de la *cámara espiral.*

siendo 180^0 un ángulo muy frecuente (1). Adviértase que el radio principal de la caja espiral coincide con la línea que une los centros geométricos de todos los grupos, es decir con el eje longitudinal de la central. El ancho total b_0 de la caja espiral suele estar comprendido entre 2,75 d_1 y 3,50 d_1 (donde d_1 –diámetro de entrada en los álabes del rodete). En muchos casos el ancho b_0 de la cámara espiral determina la distancia entre los centros de los grupos de la central.

3) La *cámara espiral logarítmica* tiene el inconveniente de ofrecer secciones transversales para el flujo muy reducidas y superficie mojada excesivamente grande; todo lo cual contribuye a la disminución del rendimiento, y a que consecuentemente no suela emplearse en las TH.

4) La *cámara espiral de sección circular* suele construirse de manera que hacia el fin de la misma se pasa de la sección circular a la elíptica, a fin de realizar un contacto mejor con el predistribuidor. El $\theta_{máx.}$ de estas cámaras espirales suele ser de unos 345^0.

11.9.3. Cámara espiral de sección rectangular trapezoidal

En la Fig. 11.33 b_0 y R_0 (altura y radio del predistribuidor) son constantes pa-

(1) Véase I.N. SMIRNOV. *Gidraličeskie turbiny i nasosy* (Turbinas y bombas hidráulicas), Moscú, ed. Vysšaja škola 1969, pág. 177.

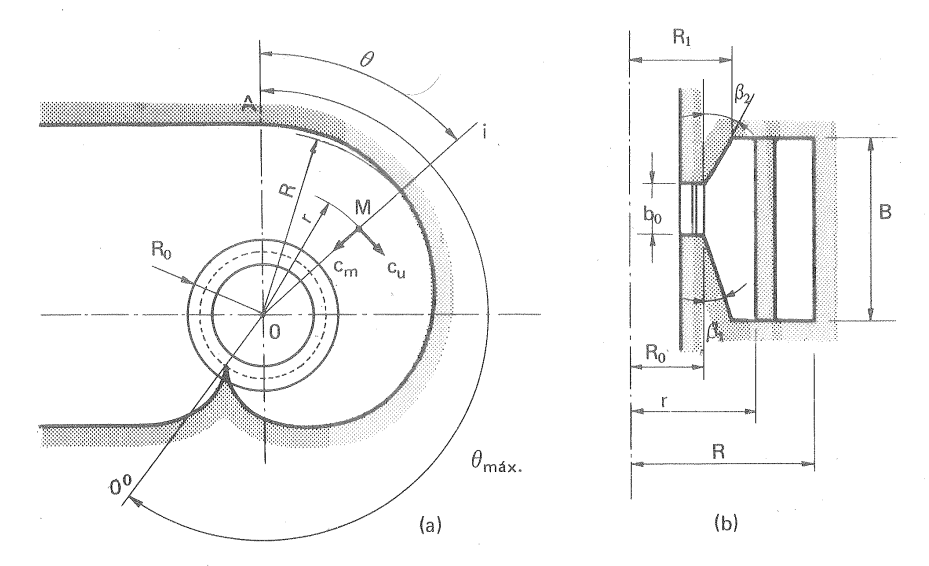


Fig. 11-33.– Cámara espiral de sección rectangular *trapezoidal*

ra toda la caja espiral y supondremos también constantes los ángulos β_1 y β_2.

En la Fig. 11-35 pueden verse las diversas formas que puede revestir este tipo de caja espiral. Las dimensiones ℓ y m se escogen de manera que se consiga un óptimo acoplamiento del conjunto de la instalación. Por ejemplo si m = 0 (Fig. 11-35,d) el desarrollo de la cámara espiral se encuentra debajo del distribuidor. Cualquier variación de ℓ y m es posible, y prácticamente indiferente desde el punto de vista de rendimiento, desde $\ell = 0$ y $m = B - b_0$ hasta $\ell = B - b_0$ y m = 0. Para la sección de entrada se suele hacer B/a de 1,4 a 1,7 si ℓ o m son iguales a cero, y si ℓ y m son distintos de cero se hace el valor mayor de $\frac{B-m}{a}$ ó $\frac{B-\ell}{a}$ igual a 1,2–1,7, procurándose al mismo tiempo que B/a no sea mayor que 2,2–2,5. Es obvio que de esta relación depende la distancia entre los ejes de los grupos turbo-alternadores, y se deberá escoger una relación mayor cuando se dispone de poco espacio para alojar las máquinas. Los ángulos β_1 y β_2 suelen ser de unos 15^0.

Se escoge una ley adecuada de variación de B con el ángulo θ, por ejemplo, la ley representada gráficamente en la Fig. 11-34, teniendo en cuenta el espacio disponible para el alojamiento de la cámara espiral. Llamando

$$\delta = \operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2$$

se calcula R_1 por la fórmula:

$$R_1 = \frac{B - b_0}{\delta} = + R_0 \qquad (11\text{-}7)$$

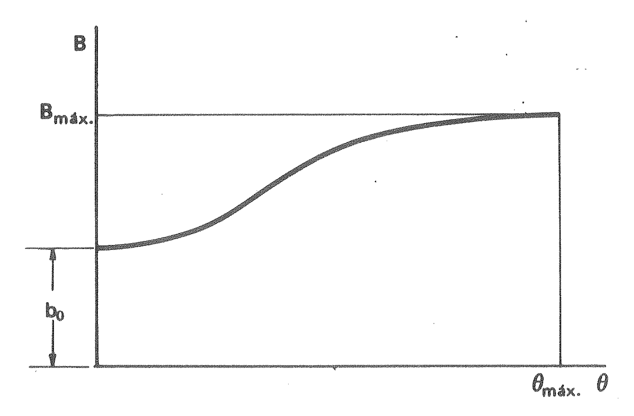


Fig. 11-34.— Variación de B con el ángulo θ

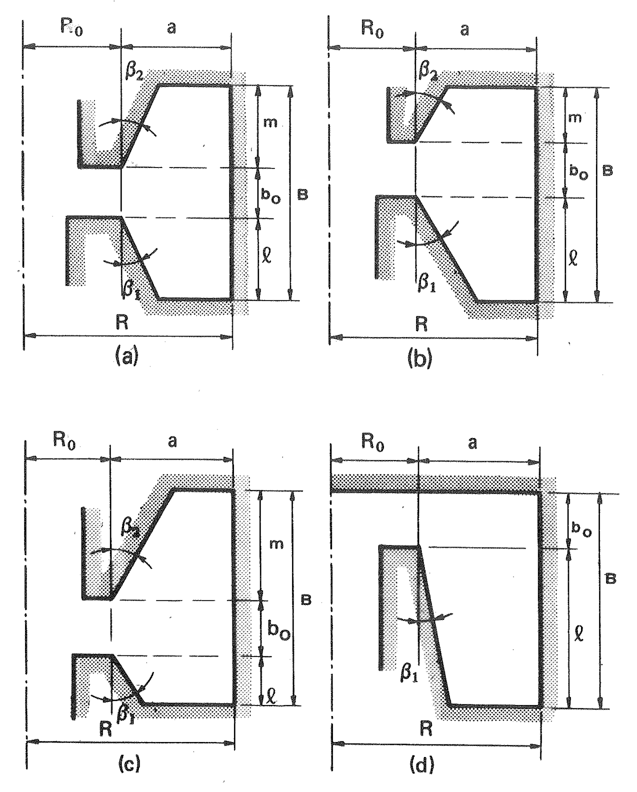


Fig. 11-35.— Formas diversas de la *cámara espiral trapezoidal de hormigón:* a) $m = \ell$; b) $m < \ell$; c) $m > \ell$; d) $m = 0$.

Falta solo calcular el valor θ en función de R, o sea la forma exterior de la caja espiral en coordenadas polares.

Aplicando la ecuación general de la cámara espiral [Ec. (9-53)] expresando θ en grados, y observando la Fig. 11-35, se tiene:

$$\frac{Q}{360\,C}\,\theta = \int_{R_0}^{R} b\,\frac{dr}{r} = \int_{R_0}^{R_1} b\,\frac{dr}{r} + \int_{R_1}^{R} B\,\frac{dr}{r}$$

Ahora bien

$$b = b_0 + \delta\,(r - R_0);$$

luego

$$\frac{Q}{360\,C}\,\theta = \int_{R_0}^{R_1} \frac{b_0 + \delta - \delta\,R_0}{r}\,dr + \int_{R_1}^{R} B\,\frac{dr}{r} = \left(b_0 - \delta\,R_0\right)\int_{R_0}^{R_1}\frac{dr}{r} +$$

$$+\,\delta\int_{R_0}^{R_1} dr + B\int_{R_1}^{R}\frac{dr}{r}$$

E integrando (advirtiendo que B es constante en la sección considerada):

$$\frac{Q}{360\ C}\,\theta = (b_0 - \delta\ R_0)\ \ell n\ \frac{R_1}{R_0} + \delta(R_1 - R_0) + B\ \ell n\ \frac{R}{R_1}$$

y finalmente, teniendo en cuenta la Ec. (11-7), y despejando θ se tiene:

$$\theta = \frac{360\ C}{Q}\left[\left((b_0 - \delta R_0)\ \ell n\ \frac{R_1}{R_0} + (B - b_0) + B\ \ell n\ \frac{R}{R_1}\right)\right]$$

que nos da el valor de θ en grados en función de R.

Método gráfico

El mismo cálculo puede llevarse a cabo por el método gráfico. Para ello después de fijar la sección de entrada, que designaremos con el subíndice e (Fig. 11-36,a) a saber la sección ABCEFG, se procede a dibujar en el mismo plano otro cierto número de secciones axiales, 4 en la figura. Estas deben seguir una cierta ley. En la figura se ha supuesto que los vértices A_1 A_2 etc. ... están en la recta AC y los G G_2, etc. ... en la recta GE; pero se podrían haber sustituído las rectas AC y GE por curvas cualesquiera, etc. ... Para calcular gráficamente la integral que figura en la Ec. (9-53).

$$\int_{R_0}^{R} \frac{b}{r}\,dr$$

se trazan las curvas de $\frac{b}{r}$ para cada sección en función de R, como se ha hecho en la Fig. 11-36,b, obteniéndose para la sección de entrada la curva e-e-o, y para las restantes secciones la 1-1-0, 2-2-0, etc... Luego se planimetra el área comprendida entre cada curva y las dos abscisas extremas. Calculada gráficamente la integral se aplica la Ec. (9-53), que nos dará el ángulo θ para el radio R correspondiente a cada sección; procediéndose de la misma manera con un número de secciones suficiente para determinar la forma de la caja.

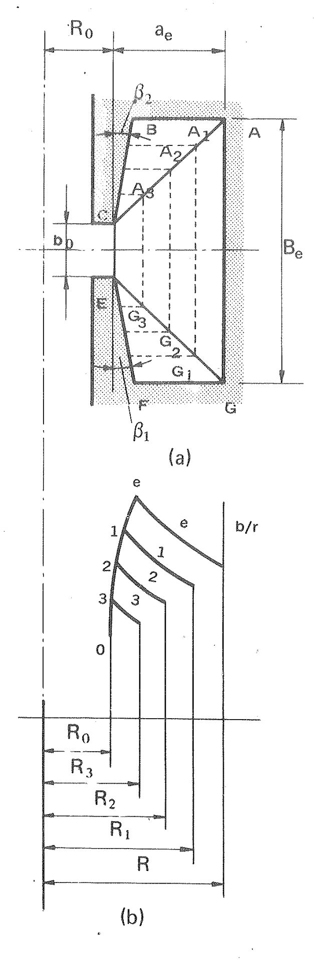


Fig. 11-36.–*Cálculo gráficoanalítico* de la cámara espiral.

11.10. Diseño del predistribuidor de las TH de reacción

El *predistribuidor*, a veces denominado *estator* de la T, aunque con este nombre se designa más bien al conjunto de los órganos fijos, tiene por misión transmitir a los cimientos de la central las cargas debidas al peso de los órganos fijos (peso del hormigón de la cámara espiral, etc...) y móviles y al empuje axial sobre el rodete. El estator no contribuye a la mejora del flujo, como la caja espiral y el distribuidor, ni es esta su misión, sino servir de soporte a la T.

En la cámara espiral metálica el predistribuidor se suelda a la cámara espiral y forma un conjunto con la misma. Puede construirse de dos maneras: a) en forma de unidades (columnas o pilares) aisladas con bridas de fijación en la parte superior e inferior, o bien en forma de unidad completa, que consta de dos aros o anillos paralelos unidos entre sí por pilares o álabes fijos, que sirven de guía del agua. Esta última forma da mayor rigidez al estator y es la más empleada. Los pilares del predistribuidor están bañados por la corriente creada por la cámara espiral; su presencia, necesaria para la transmisión de las cargas mencionadas, entraña una pérdida que depende del perfil de los pilares y de su colocación con respecto a la corriente que sale de la cámara espiral. Estas pérdidas son relativamente pequeñas, a causa de que la cuerda del perfil aerodinámico suele ser pequeña, y las velocidades relativamente bajas. Multitud de experiencias realizadas con formas diversas confirman que la forma y posición óptima del per-

fil aerodinámico suele ser pequeña, y las velocidades relativamente bajas. Multitud de experiencias realizadas con formas diversas confirman que la forma y posición óptima del perfil de los pilares es la forma misma de las líneas de corriente, y una colocación según dichas líneas. Se ha comprobado, que al intentar, con el fin de mejorar el flujo en las cámaras de ángulo $\theta_{máx}$ pequeño (véase Pág. 609), una disposición de los pilares no según la línea de corriente, el rendimiento empeora.

La corriente en la zona del predistribuidor es aproximadamente plana o bidimensional y las líneas de corriente en el flujo real de una corriente libre (sin pilares) son aproximadamente las mismas que para el flujo irrotacional de un fluído ideal, o sea (véase Secs. 2.3.6.3.1 y 9.6.1.2) espirales logarítmicas, cuyo ángulo característico α viene dado por la Ec. (9-57). La línea media del pilar tendrá pues la forma de una espiral logarítmica; a continuación se escoge un perfil aerodinámico de espesores adecuados para proporcionar la resistencia conveniente a la columna.

11.11. Diseño del distribuidor Fink de álabes giratorios de las TH de reacción

11.11.1. Introducción

El distribuidor Fink de álabes giratorios es un órgano normal en todas las TH de reacción (TF y TK). En las TK, sin embargo, se simplifica a veces y abarata la construcción omitiendo el distribuidor. Entonces existen dos posibilidades: a) *regular el caudal y la potencia con el giro de los álabes del rodete*, exclusivamente, en cuyo caso se hace entrar generalmente la corriente en el rodete sin circulación, la cual sale del rodete con una circulación negativa ($\alpha_2 > 90°$); b) renunciar a la *regulación del caudal instalando un distribuidor fijo*, que permite una alimentación favorable del rodete a carga fija: en este caso se instala una T hélice mucho más barata que una TK.

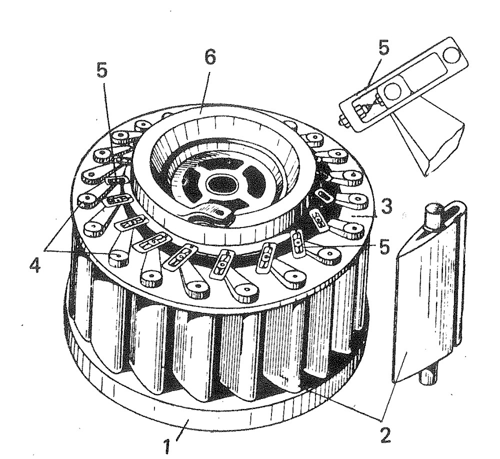


Fig. 11-37.– *Distribuidor* de una T de reacción

Según la disposición de los ejes de giro de los álabes directrices el distribuidor puede ser: a) *cilíndrico* (Fig. 11-37), si los ejes de giro se encuentran en la superficie de un cilindro cuyo eje coincide con el eje de la máquina, y el flujo en el distribuidor carece de componente axial; b) *axial*, si los ejes de giro se encuentran en un plano transversal al eje de la máquina, y el flujo en el distribuidor carece de componente radial; (se aplica en aquellas centrales en que el flujo es axial no sólo en el rodete, sino a la entrada de la T, como en el caso de las T bulbo;

(véase Sec. 12.1.3); b) *cónico,* si los ejes de giro se encuentran en una superficie cónica.

Resumiendo las TF suelen instalarse siempre con distribuidor de álabes giratorios. Las TK también frecuentemente, existiendo en ellas las siguientes posibilidades:

- sin distribuidor (pequeñas TK con circulación negativa a la salida);
- con distribuidor cilíndrico de álabes fijos;
- con distribuidor cilíndrico de álabes giratorios;
- con distribuidor cónico de álabes fijos;
- con distribuidor cónico de álabes giratorios;
- con distribuidor axial de álabes fijos;
- con distribuidor axial de álabes giratorios.

11.11.2. Regulación del caudal y de la potencia en las TH de reacción

La función principal del distribuidor es la regulación de la potencia de la T según la carga, mediante la regulación del caudal. Sea α_0 el ángulo de salida de la corriente absoluta del distribuidor y b_0 la longitud axial de los álabes del mismo; es fácil demostrar que la variación del caudal puede lograrse:

a) variando el ángulo α_0

b) variando la altura b_0

c) variando el ángulo de salida de los álabes del rodete β_2.

En efecto, según la ecuación de Euler

$$\eta_h \cdot gH = u_1\ c_{1u} - u_2\ c_{2u}$$

En el espacio libre entre la salida del distribuidor y entrada del rodete se verifica, con suficiente aproximación para el caso, la Ec. (2-76) del fluído ideal e irrotacional:

$$r_0\ c_{0u} = r_1\ c_{1u}$$

además a la salida de la corona directriz la componente radial de la velocidad absoluta será:

$$c_{0r} = \frac{Q}{2\pi r_0 b_0}$$

y a la salida del rodete la componente meridional de la velocidad absoluta será:

$$c_{2m} = \frac{Q}{A_2}$$

donde A_2 – sección de paso normal a la velocidad meridional a la salida del rodete. Se tiene, pues:

$$c_{1u} = \frac{r_0}{r_1} c_{0u} = \frac{r_0}{r_1} \sqrt{c_0\ \text{ctg}\ \alpha_0} = \frac{Q}{2\pi r_1 b_0}\ \text{ctg}\ \alpha_0 \qquad (11\text{-}8)$$

y del triángulo de velocidades de salida (véase Fig. 12-8) se deduce:

$$c_{2u} = u_2 - c_{2m}\ \text{ctg}\ \beta_2 = u_2 - \frac{Q}{A_2}\ \text{ctg}\ \beta_2 \qquad (11\text{-}9)$$

Sustituyendo las expresiones halladas para c_{1u} y c_{2u} (11-8) y (11-9) en la Ec. (3-8), y teniendo en cuenta que

$$u_1 = r_1\ \omega$$
$$u_2 = r_2\ \omega$$

se obtendrá, después de algunas transformaciones:

$$Q = \frac{r_2^2\ \omega + \dfrac{\eta_h\ g\ H}{\omega}}{\dfrac{1}{2\pi b_0}\ \text{ctg}\ \alpha_0 + \dfrac{r_2}{A_2}\ \text{ctg}\ \beta_2} \qquad (11\text{-}10)$$

La Ec. (11-10) demuestra que la disminución del caudal se provoca disminuyendo b_0, α_0 ó β_2; y el aumento del mismo, aumentando los mismos parámetros.

Ahora bien la variación de b_0 no suele emplearse para variar el caudal porque en las TF la altura de la corona directriz b_0 y del rodete deben ser aproximadamente iguales y esta última no puede fácilmente variarse, y en las TK sería preciso colocar entre el supuesto distribuidor de b_0 variable y el rodete otro distribuidor de álabes fijos, que asegurase la constancia del ángulo α_0. En efecto, la experiencia enseña que en ausencia de este distribuidor fijo al variar b_0 varía también α_0 de manera que la relación $\frac{\text{ctg}\ \alpha_0}{b_0}$ de la Ec. (11-10) se conservaría aproximadamente constante, excepto para valores muy pequeños de b_0, para los cuales el caudal se reduciría a expensas de grandes pérdidas por estrangulamiento.

Descartada la variación de b_0, la variación del caudal suele realizarse por uno de los tres métodos siguientes:

a) por variación de sólo el ángulo α_0

b) por variación simultánea de los ángulos α_0 y β_2

c) por variación de sólo el ángulo β_2.

El procedimiento a es el universalmente empleado para regular el caudal en las TF; el segundo procedimiento b es el empleado corrientemente en las TK, como

ya hemos visto, y el c se emplea, como ya hemos visto también en las TK, en las que se suprime el distribuidor de álabes giratorios.

11.11.3. Descripción del distribuidor Fink y tipos de regulación

El distribuidor Fink de álabes giratorios realiza con gran perfección y elevado rendimiento para la carga variable de la T las funciones siguientes:

1) *crear el campo de velocidades más favorable* en toda la periferia de entrada del rodete, en cuanto al módulo del vector velocidad y el ángulo α_1, de manera que la circulación de entrada tenga un valor adecuado, y se consiga además una entrada sin choque;

2) *regular el caudal,* y con él la potencia suministrada al rodete en conformidad on la carga;

3) cerrar la T en la parada y en caso de anulación de la carga, para evitar el embalamiento.

Aunque dejar en seco la T para proceder a su revisión y desmontaje no es misión del distribuidor sino de la válvula de admisión de la T, el distribuidor cerrado, si no es del todo estanco, debe reducir por razones de seguridad el caudal a un valor inferior al caudal de la T en la marcha en vacío.

El distribuidor Fink consta de los siguientes elementos (algunos de los cuales pueden variar según los tipos), que pueden verse en la Fig. 11-37: 1. anillo inferior donde van montados los álabes; 2. álabes directrices giratorios de perfil aerodinámico montados entre el anillo inferior y superior; 3. anillo superior; 4. manivelas solidarias de los álabes; 5. bielas regulables (véase detalle en la misma figura) fijas por un extremo a las manivelas y por el otro al anillo de regulación; 6. anillo de regulación, que al girar provoca el giro simultáneo de todos los álabes directrices en un mismo ángulo.

La Fig. 11-38 es una foto de una realización de este tipo por la firma Nohab de Suecia para la central de Furnas en el río Grande del Brasil. Características de cada una de las 6 T de la central son: H = 94 m; n = 150 rpm; potencia nominal $P_a = 154.000$ kW ($P_{a\,máx} = 169.000$ kW). El anillo o cubierta superior está construido de acero en dos piezas ensambladas con bulones. El anillo inferior forma un todo con el predistribuidor. Las superficies inferior y superior de los álabes llevan recubrimiento de aleación dura de bronce, y en la línea de contacto de unos con otros lleva un revestimiento realizado de acero inoxidable soldado, para lograr un cierre hermético permanente.

Los álabes directrices de perfil aerodinámico simétrico o asimétrico (línea media recta o ligeramente curvada) (véase la Fig. 11-39) con frecuencia se funden en una pieza con su pivote, provisto generalmente de casquillo de bronce, lubricado con grasa, y dotado de empaquetadura en U de cuero, cuyo cierre no es del todo estanco, por lo cual se prevé un tubo de conducción del agua de fuga al tubo de aspiración. El giro del anillo de regulación se realiza mediante uno o dos

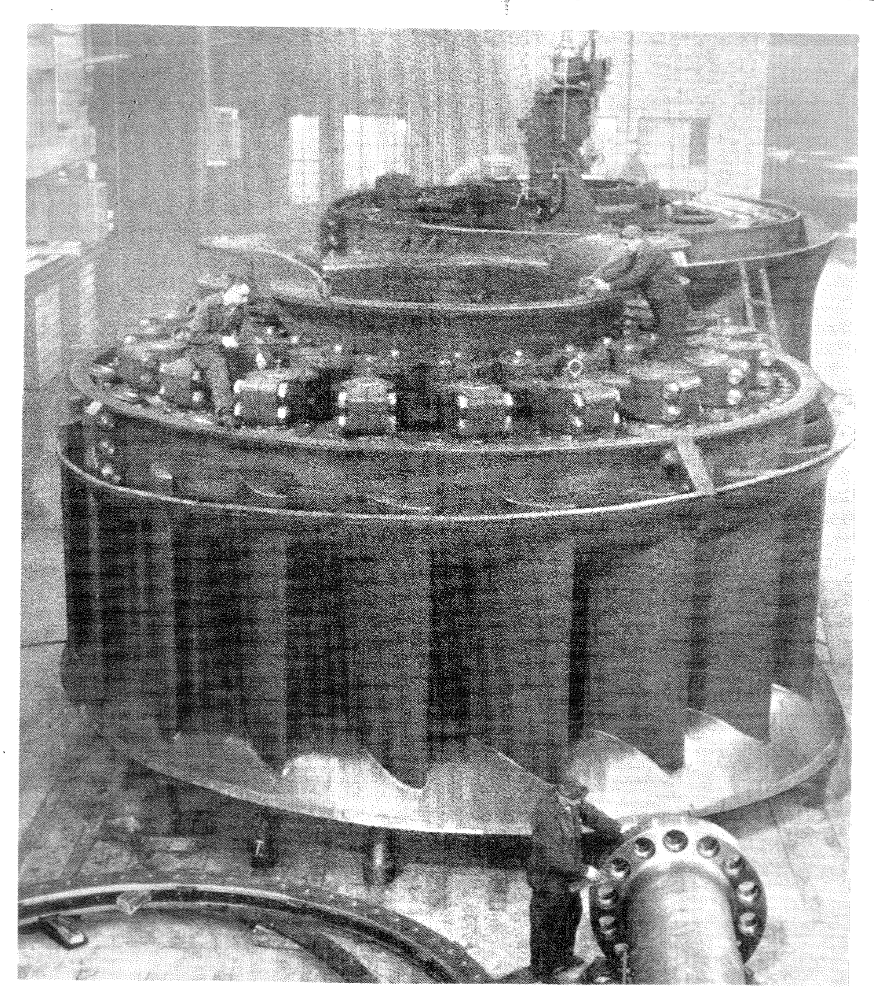


Fig. 11-38.–*Predistribuidor y distribuidor de una TF* de la central de Furnas, Brasil en los talleres de la firma Nohab, Suecia.

brazos movidos por uno o dos servomotores, como se estudiará en el Cap. 19. En las pequeñas turbinas el anillo de regulación es exterior, como en la Fig. 11-40,a; pero en las grandes turbinas se prefiere el anillo interior, como en la Fig. 11-40,b, que constituye una forma más compacta. La Fig. 11-40,a muestra la manera más frecuente de accionamiento del anillo exterior a saber; un servomotor hace girar el eje 1 al cual está fija una palanca angular 2 en cuyos extremos se articulan dos brazos articulados en el otro extremo al anillo de regulación.

La Fig. 11-41 representa el anillo inferior del distribuidor de una TK de la central de Lavey construída por la firma suiza Vevey, y la Fig. 11-42 el distribuidor

de una T de la central de El Infernillo en Méjico: el anillo superior en forma de caja es de construcción soldada dividido en dos partes; las caras de los álabes directrices expuestas al agua están protegidas con chapa anticorrosiva intercambiable sujeta con tornillos; consta de 26 álabes directrices de fundición de acero al Cr; cada álabe directriz está accionado por servomotor individual (véase Sec. 19.12.5).

Distinguimos dos tipos de distribuidor o dos *tipos de regulación:* regulación interior o "mojada" y exterior o "en seco".

En la *regulación interior o mojada* algunos de los órganos de regulación y en particular en las T en cámara de agua abierta el anillo de regulación, se encuentran en el interior de la T y son bañados por la corriente de agua. El pivote del álabe está directamente unido a la corona de regulación por medio de una pequeña biela. La ventaja de este tipo de regulación es su construcción más económica, y la desventaja las pérdidas hidráulicas en la corriente que baña dichos órganos y la corrosión. Por ello sólo se aplica en las TH de salto y dimensiones reducidas. El esquema de la Fig. 11-43 de la firma Escher Wyss es un ejemplo de este tipo de regulación interior.

En la regulación exterior o en seco el pivote y el álabe directriz constituyen una sola pieza. El pivote atraviesa el anillo superior a través de una junta de estanqueidad, como puede verse en la Fig. 11-44, y el álabe directriz está unido con el anillo de regulación por medio de una manivela y una biela. A veces la manivela de mando sometida a un trabajo duro se construye en dos piezas, como en la Fig. 11-45, una fija

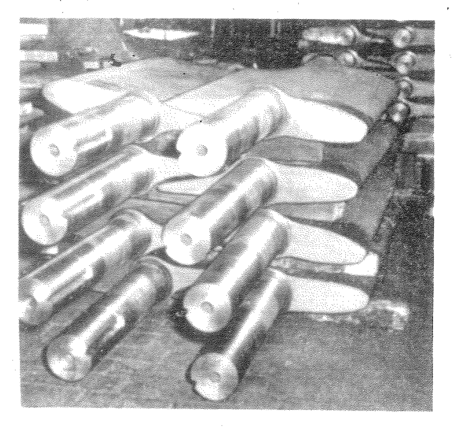
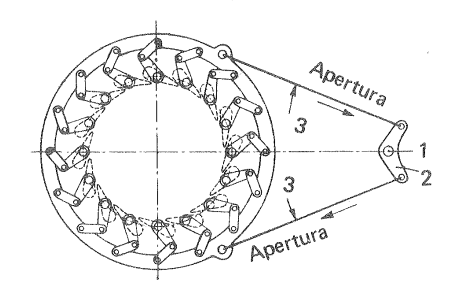


Fig. 11-39.–*Alabes directrices* de un distribuidor Fink.



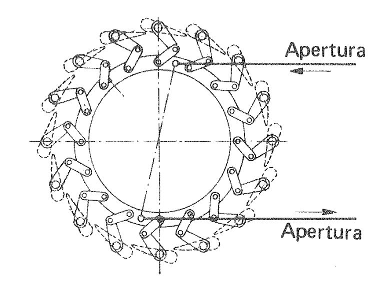


Fig. 11-40.–*Distribuidor Fink:* a) anillo de regulación exterior; b) anillo de regulación interior.

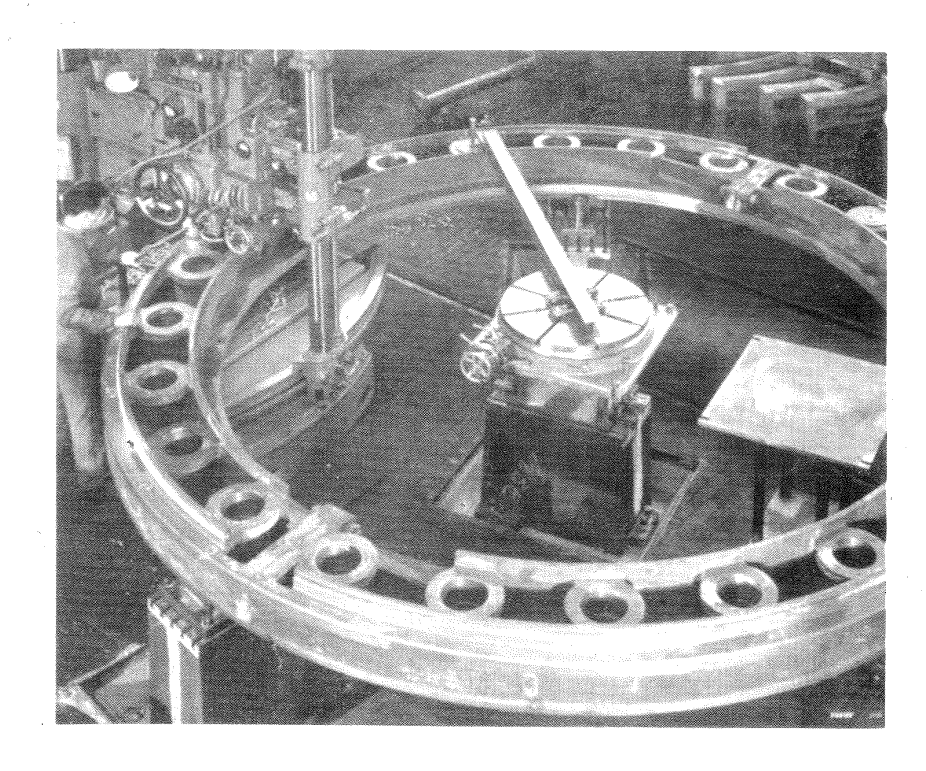


Fig. 11-41.–Mecanizado del *anillo inferior del distribuidor* de la TK de Lavey en los talleres de la firma Vevey, Suiza.

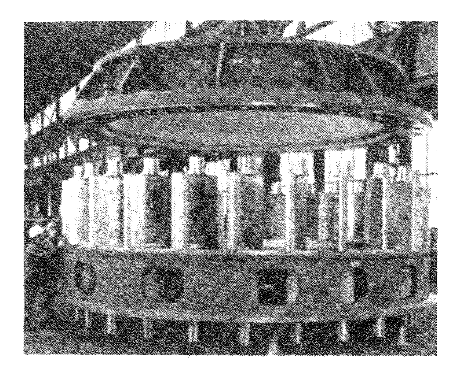


Fig. 11-42.–Montaje de un *distribuidor de TF* para la central del Infiernillo, Méjico en los talleres de Escher Wyss.

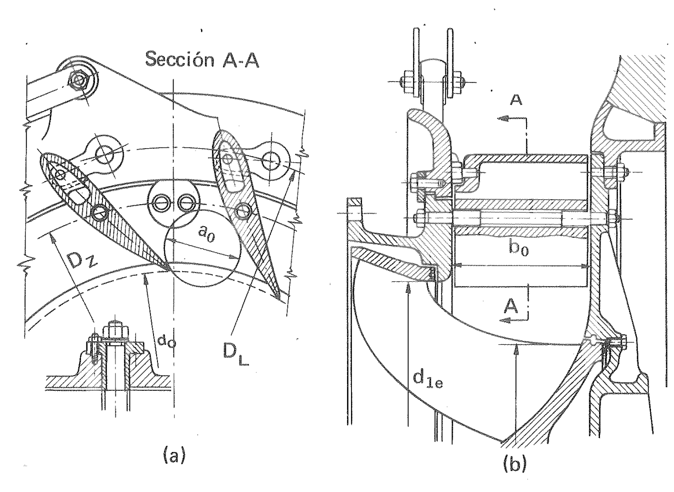


Fig. 11-43.–Esquema de *regulación interior* (dibujo de la firma Escher Wyss).

al pivote del álabe y la otra fija a la biela, unidas entre sí por un bulón fácilmente reemplazable en caso de rotura. La Fig. 11-46 representa un esquema moderno de regulación externa, en el cual todos los mecanimos de accionamiento del distribuidor quedan fuera del agua.

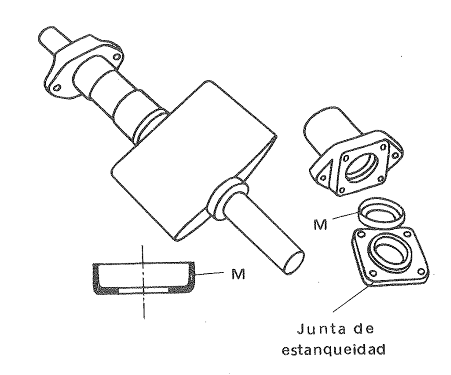


Fig. 11-44.–*Alabe directriz* de un distribuidor Fink.

En la regulación interior, utilizada sólo, como hemos dicho, para alturas de salto y potencias pequeñas, las presiones sobre los álabes directrices son reducidas, y estos suelen construirse de fundición gris, sin mecanizar, porque por la misma razón las velocidades son pequeñas. La Fig. 11-47 muestra una forma característica de los álabes directrices en este tipo de regulación; paralelamente al eje del álabe C, el extremo del álabe en A está mecanizado, así como la barra B fundida con el álabe, y dispuesta en el lugar de apoyo del extremo del álabe siguiente, con lo cual se consigue un cierre perfecto. Si el álabe es grande se funde dejando hueco el interior de la parte más gruesa, como en el caso de la figura.

En la regulación exterior utilizada para alturas de salto y potencias elevadas, el álabe directriz se funde de acero en una pieza con el pivote. En las TH de gran altura los álabes se alisan posteriormente a mano para disminuir la fricción. Para

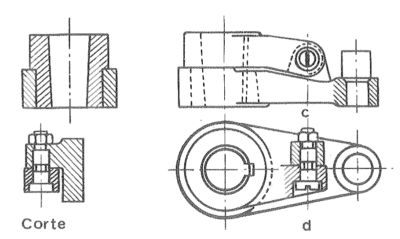


Fig. 11-45. *Biela articulada* de mando de los álabes directrices de un distribuidor Fink (dibujo de la firma Charmilles).

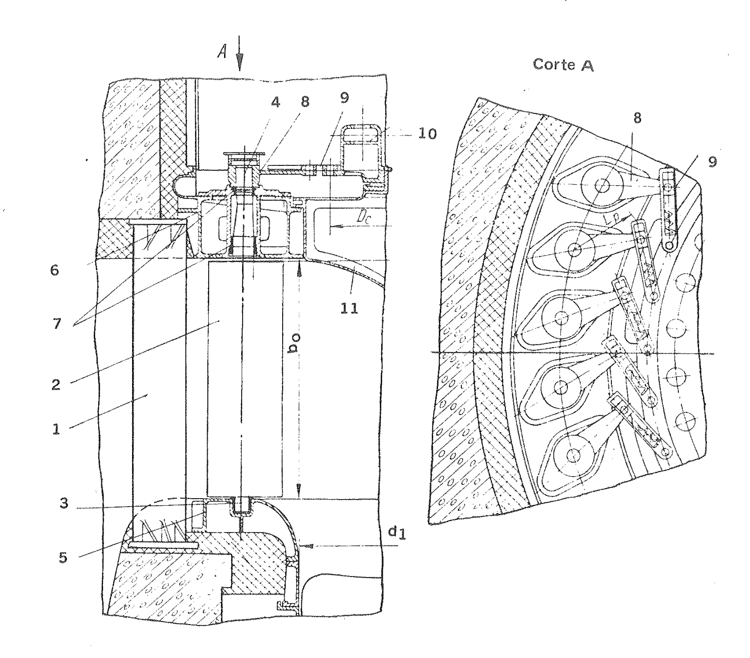


Fig. 11-46.–Distribuidor con *regulación exterior.*

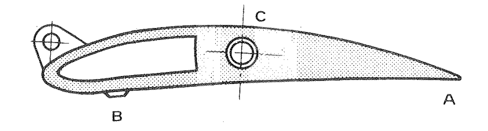


Fig. 11-47.–*Alabe directriz* (regulación interior)

alturas aún mayores, sobre todo si el agua acarrea arenilla, para evitar la erosión los álabes se construyen de acero inoxidable, y el pivote del álabe, que tiene que soportar el esfuerzo mayor porque en él se articula la manivela de regulación, después de fundido se forja para hacerlo más resistente. La casa Escher Wyss, por ejemplo, construye también los álabes directrices soldados.

11.11.4. Diseño del distribuidor Fink

11.11.4.1. Parámetros del distribuidor

En el esquema de distribuidor Fink de la Fig. 11-48 se ha acotado el diámetro de los ejes de los pivotes de los álabes directrices, d_g; el diámetro de salida de la corona directriz, d_0 y el de entrada de los álabes del rodete, d_1. En el esquema de

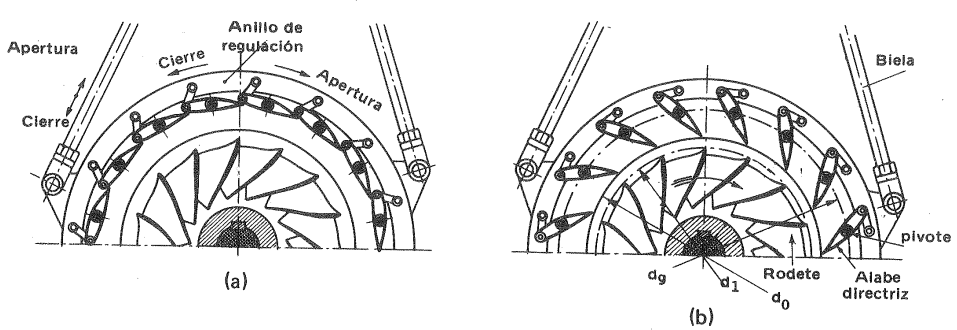


Fig. 11-48.–*Distribuidor Fink:* a) cerrado; b) abierto.

la Fig. 11-49,a,b,c, pueden verse de los álabes en posición de apertura, de cierre y de apertura máxima respectivamente.

Los parámetros principales de la corona directriz (véase la Fig. 11-49,a) son:

- el ancho b_0;
- el ángulo α_0 de salida de los álabes directrices;
- el diámetro de los pivotes de los álabes d_g;
- las características del perfil del álabe (forma geométrica y cuerda);
- la solidez, es decir, la relación $\frac{L}{t}$ (donde L – cuerda del perfil, $t = \frac{\pi d_g}{z_d}$ – paso de los álabes en el diámetro d_g y z_d – número de álabes del distribuidor;
- excentricidad relativa (véase la Fig. 11-49,b) $\epsilon = \frac{L'_1 - L'_2}{2(L'_1 + L'_2)}$.

Estos parámetros son constantes para una misma corona directriz. Además se

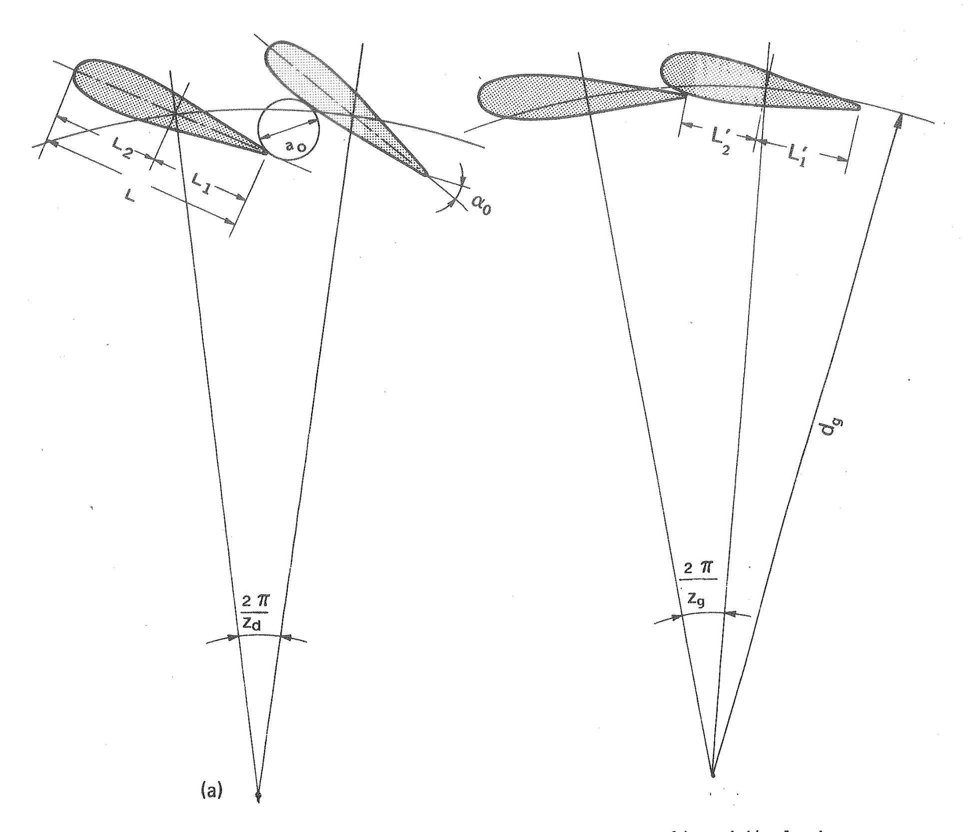


Fig. 11-49.–*Alabes del distribuidor*: a) posición de apertura; b) posición de cierre.

elige un parámetro variable que caracterice el grado de apertura. Podría utilizarse como tal parámetro la longitud a_0 (véase la Fig. 11-49,a y c): distancia geométrica del borde de salida de un álabe a la superficie inferior del álabe siguiente; pero en la práctica muchas veces se prefiere utilizar un parámetro adimensional, cuyos valores para los distintos % de apertura sean iguales en todas las TH geométricamente semejantes. Si dos TH son geométricamente semejantes en cuanto al distribuidor y rodete (1), de manera que la relación $\frac{d_g}{d_1}$ sea la misma, la apertura del distribuidor es directamente proporcional al diámetro del rodete, e inversamente proporcional al número de álabes fijos z_d. El parámetro de apertura se define, pues así:

(1) La semejanza geométrica no suele extenderse al número de álabes directrices, como tampoco el número de álabes del rodete, como se verá en la sección siguiente.

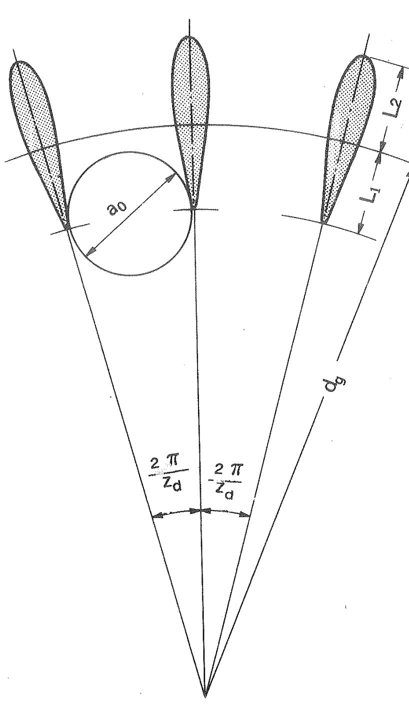


Fig. 11-49 (Continuación).– c) posición de apertura máxima.

$$\overline{a}_0 = \frac{a_0\ z_d}{\pi\ d_1}$$

que, en virtud de lo dicho, será independiente del diámetro del rodete d_1, e igual, por tanto, para todos los distribuidores geométricamente semejantes. En la Fig. 11-49,c se ve que el valor máximo de a_0 en el caso de álabes simétricos (como los de la figura) o álabes de cola simétrica corresponde a la posición radial de la línea media, verificándose que

$$a_{0\,máx} = \frac{\pi\ d_1}{z_d} = \frac{\pi}{z_d}\ (d_g - 2\ L_1)$$

Aunque el parámetro adimensional a_0 resulta cómodo para estudiar una serie de T geométricamente semejantes de distinto tamaño, si las T no son geométricamente semejantes no resulta ya el parámetro de apertura adecuado, porque según la Ec. (11-10), el caudal no depende de a_0 sino de α_0. Así por ejemplo, en los tres distribuidores representados en la Fig. 11-50,a, en los cuales la línea media es recta en la figura del centro, y curvada con la concavidad hacia arriba o hacia abajo en las dos restantes, se ha supuesto que a_0 es igual; pero se observa que siendo

$$\alpha_0' < \alpha_0'' < \alpha_0'''$$

los caudales reducidos han de ser también

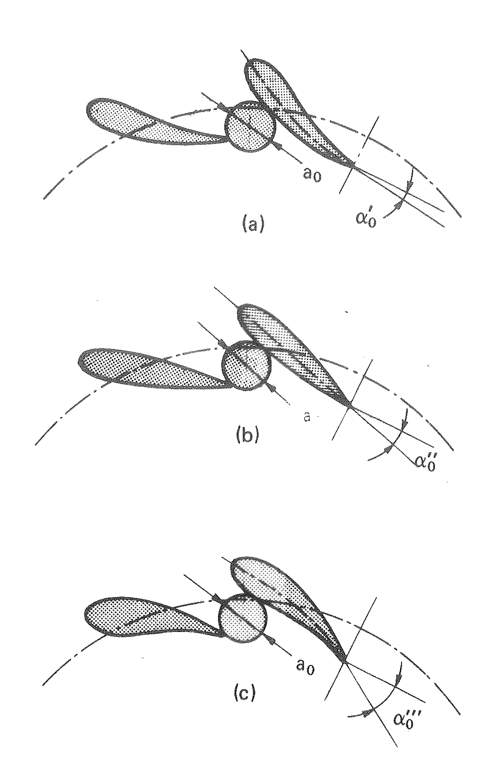
$$Q_{11}' < Q_{11}'' < Q_{11}'''$$

como se ha comprobado experimentalmente, y se ha representado en la Fig. 11-50,d.

Variación de b_0 y de $a_{máx}$ con el número específico de revoluciones

La Ec. (3-8) con la condición normal en las TH de $c_{2u} = 0$ puede escribirse así:

$$r_1\ c_{1u} = \frac{\eta_h\ g\ H_u}{\omega}$$



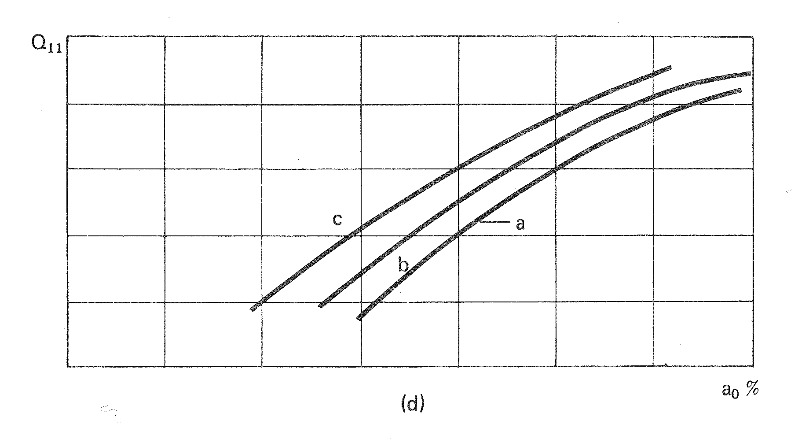


Fig. 11-50.–*Alabes directrices* de distinto perfil: a) con curvatura negativa; b) simétrico; c) con curvatura positiva; d) variación del caudal reducido Q_{11} en función de a_0 en los tipos a, b y c.

de donde se deduce que la circulación creada por el distribuidor ha de disminuir al aumentar n_s, ya que, para una misma altura de salto, n_s aumenta al aumentar ω. Por otra parte de la Ec. (11-8) se deduce que al aumentar con n_s el caudal ha de aumentar necesariamente la circulación. Como acabamos de ver que ha de suceder precisamente lo contrario, según la Ec. (11-8), para que no aumente la circulación al aumentar Q tendrá que aumentar b_0 o aumentar α_0, o lo que es lo mismo la apertura del distribuidor $\overline{a}_0$. Sea $\overline{a}_{máx}$ la apertura correspondiente a la posición radial (Fig. 11-49,c): la gama más favorable, con miras a un buen rendimiento del distribuidor, suele encontrarse en el intervalo 30-70 de este valor máximo. La Fig. 11-51 da orientativamente los valores de $\frac{b_0}{d_1}$ y $a_{0Q_{máx}}$, siendo este último el valor del parámetro de apertura correspondiente al caudal máximo, en tanto por ciento de $a_{0\,máx}$, en función del número específico de revoluciones.

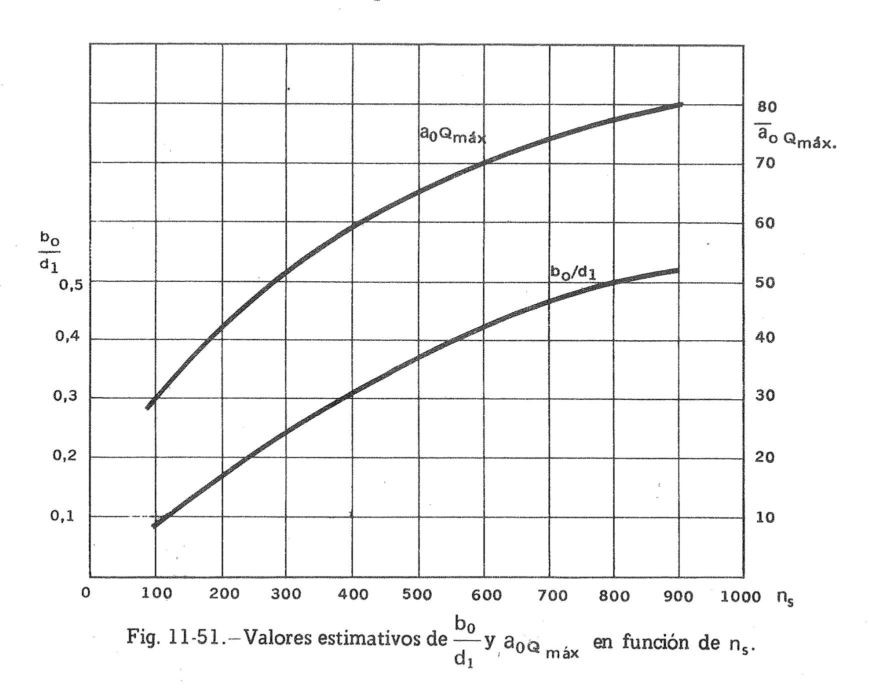


Fig. 11-51.—Valores estimativos de $\frac{b_0}{d_1}$ y $a_{0Q\,máx}$ en función de n_s.

11.11.4.2. Número de álabes del distribuidor

La semejanza geométrica de dos distribuidores no suele extenderse al número de álabes directrices, porque resulta ventajoso aumentar el número de álabes a medida que aumenta el tamaño de la T. De esta manera la cuerda de los perfiles, es menor, ya que ésta viene determinada por la condición de un solape mínimo entre los álabes en la posición de cierre, para que éste sea lo más estanco posible,

y de esta manera al aumentar su número los álabes pueden ser más cortos. Orientativamente puede utilizarse la fórmula siguiente:

$$z_d = \frac{1}{4}\sqrt{d_p} + 4 \text{ a } 6 \qquad (11\text{-}11)$$

donde z_d – número de álabes directrices

d_p – diámetro de las puntas (o borde de salida de los álabes) en la posición de máxima apertura.

El valor de z_d no debe ser igual ni múltiplo del número de álabes del rodete, para evitar las vibraciones peligrosas en el rodete y en la tubería forzada (1).

11.11.4.3. Perfil de los álabes.

Teóricamente (fluído ideal) la forma del perfil es arbitraria, salvo la forma de la línea media en la proximidad al borde de salida, ya que de ella depende la obtención de una configuración del flujo adecuada a la entrada del rodete, que es el papel que debe cumplir el distribuidor. *Prácticamente* (fluído real) la forma del perfil ha de ser tal que se reduzcan las pérdidas a un mínimo; aunque la forma a la salida por la razón dicha es la más importante.

A la salida del distribuidor y entrada del rodete el agua ha de poseer una circulación $2\pi r_1 c_{1u}$. El perfil ideal de la línea media sin influjo en la corriente deberá mantener en el distribuidor la circulación constante. De donde la condición rc_u = = cte (véanse las Secs. 2.3.6.3.1 y 9.6.1.2). El perfil será pues una espiral logarítmica. Los constructores de TH suelen expresar la forma de dicho perfil en función de los coeficientes de velocidad.

A la salida de la caja espiral en el diámetro d_p definido anteriormente [véase Ec. (11-11)] el *coeficiente de la componente meridional de la velocidad absoluta* deberá ser:

$$k_{cm} = \frac{Q}{\pi\, d_p\, b_0\, \sqrt{2\,g\,H}}$$

o bien, teniendo en cuenta el coeficiente τ de obstrucción a la salida de la corona directriz $\left(\tau = \frac{t}{t-\sigma}\text{: véase Sec. 9.5.3}\right)$:

$$k_{cm} = \frac{Q\,\tau}{\pi\, d_p\, b_0\, \sqrt{2g\,H}}$$

y el *coeficiente de la componente periférica de la velocidad absoluta:*

(1) Véase el interesante caso de vibración de la tubería forzada de una TF en J.P. DEN HARTOG, *Mechanical Vibrations*[4] McGraw Hill, New York, 1956, Págs. 7-9.

$$k_{cu} = k_{c1u} \frac{d_1}{d_p}$$

donde d_1, k_{c1u} — diámetro de entrada y coeficiente velocidad de la componente periférica de la velocidad absoluta del rodete a la entrada.

Por tanto el ángulo de salida de la línea media del perfil, correspondiente al caudal del diseño, será:

$$\alpha = \text{arctg} \frac{k_{cm}}{k_{cu}}$$

pero los álabes directrices deben poderse abrir hasta un ángulo $\alpha_{máx}$ para dejar pasar el caudal máximo, que podrá hacerse

$$\alpha_{máx} \simeq 1{,}25\, \alpha$$

El perfil mismo, cuya línea media en forma de espiral logarítmica acabamos de determinar:

a) deberá crear conductos entre los álabes de contración constante, para engendrar gradualmente el incremento de energía cinética deseado;

b) deberá tener la forma de perfil aerodinámico, de manera que las pérdidas se reduzcan a un mínimo. Cada casa constructora tiene las formas y tamaños de sus perfiles normalizados, generalmente en función del diámetro del rodete de la T (1).

Si se toman los perfiles de un catálogo aerodinámico hay que tener en cuenta que dichos perfiles suponen una corriente paralela antes y después del perfil; mientras que los álabes directrices deben crear una corriente con la circulación y componente radial convenientes. Sin embargo, es fácil, una vez obtenida la forma del perfil, como en la Fig. 11-52,a, obtener gráficamente por medio de una transformación conforme los perfiles de la Fig. 11-52,b, que tienen ya la disposición deseada; para lo cual se utiliza una red conforme

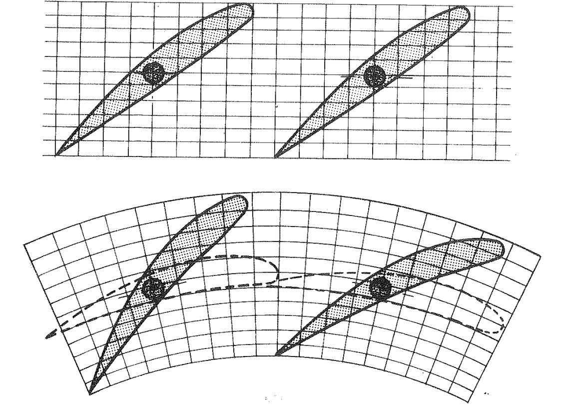


Fig. 11-52.—*Transformación conforme* para conseguir la disposición deseada del álabe directriz.

(1) Veánse, por ejemplo, los perfiles normalizados simétricos y asimétricos utilizados en los Talleres Metalúrgicos de Leningrado en N.N. KOVALEV, *Gidroturbiny²* (Turbinas Hidráulicas), Leningrado, Mašinostroenie, 1971, Págs. 231-234.

a la red rectangular de la Fig. 11-50,a, compuesta de radios y circunferencias que se cortan también ortogonalmente.

También es posible modificar el perfil aumentando el espesor sin variar la distribución de espesores, ni alterar por tanto sustancialmente la calidad del perfil, lo cual se emplea para dar al perfil la resistencia mecánica deseada.

11.11.4.4. Momento hidráulico sobre los álabes

Es el momento resultante de las fuerzas de presión que actúan sobre ambas caras de los álabes directrices.

Este momento varía en intensidad y sentido según el grado de apertura. A cada momento corresponde una fuerza en el mecanismo de mando del distribuidor. Su cálculo es necesario para el estudio del sistema de regulación (Véase Cap. 19).

1) *Momento hidráulico con grado de apertura cero o distribuidor totalmente cerrado.*

En estas condiciones el cálculo se realiza fácilmente, ya que la presión aguas arriba del distribuidor es siempre igual a $\rho g H$ (donde H diferencia de cota entre la entrada del distribuidor y el nivel del embalse (o cámara de agua) igual, o aproximadamente igual según los casos, a la altura neta; y la presión aguas abajo del distribuidor es fácil calcularla en los tres casos que pueden presentarse:

a) *Distribuidor cerrado y rodete en marcha*

La presión a la salida del rodete es igual a $-\rho g z_2$ y a la entrada del rodete, aguas abajo del distribuidor, es

$-\rho g \left(z_1 + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} \right)$, ya que en este caso $\frac{w_2^2 - w_1^2}{2} = 0$ (1), donde z_1, z_2—cotas de entrada y salida del rodete. Por tanto la diferencia de presiones que actúa en cada punto de la superficie formada por los álabes directrices en posición de cierre en este caso, será:

$$\Delta p = \rho g \left[H - \left(-z_1 + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} \right) \right] = \rho g \left(H + z_1 - \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} \right)$$

que origina una fuerza de presión sobre cada álabe

$$F_p = t\, b_0\, \Delta p = t\, b_0\, \rho g \left(H + z_1 - \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} \right)$$

(1) Recuérdese que en las TH la altura de presión más la altura geodésica es igual a $\frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g}$ (véase la Sec. 3.3).

donde $t = L'_2 + L'_1$ (véase Fig. 11-49,b). La línea de aplicación pasa por el punto medio de la línea t; pero en general no pasa por el eje de giro de los álabes, sino que se encuentra a una distancia r, de manera que el momento hidráulico sobre un álabe será:

$$M' = r\,F_p = r\,t\,b_0\,\rho g\left(H + z_1 - \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g}\right)$$

b) *Distribuidor cerrado, rodete parado y tubo de aspiración lleno de agua*

En este caso el término $\frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} = 0$

y el momento hidráulico será:

$$M'' = r\,t\,b_0\,\rho g\,(H + z_1)$$

c) *Distribuidor cerrado, rodete parado y tubo de aspiración lleno de aire*

Si en la cámara interior del distribuidor ha penetrado el aire se tendrá

$$M''' = r t b_0\,\rho g\,H$$

Es evidente que

$$M''' < M' < M''$$

El cálculo de los esfuerzos y del par de accionamiento necesario en el anillo de regulación se realizará a partir del momento máximo M''.

2) *Momento hidráulico con distribuidor parcial o totalmente abierto*

El momento varía con la apertura del distribuidor. Existen dos métodos que nos permiten calcular por puntos el momento en función de dicha apertura:

a) *Método analítico aproximado.* Se supone fluído ideal e irrotacional. Se dibujan, como se ha hecho en la Fig. 11-53 al menos tres álabes en una posición determinada (después los cálculos se repiten para cada apertura); y a continuación se traza la red de corriente, o sea las líneas de corriente y las líneas equipotenciales (véanse las Sec. 2.3.6.4 y 2.3.6.6). Se divide la superficie exterior del álabe en elementos iguales de longitud σ y área $\sigma\,b_0$ (donde b_0 – ancho del álabe directriz), y se calcula la presión en el punto medio de cada sección por la ecuación de Bernoulli:

$$p = \rho g\left(H - \frac{c^2}{2g}\right)$$

siendo

$$c = \frac{\Delta Q}{b_0\,\Delta n}$$

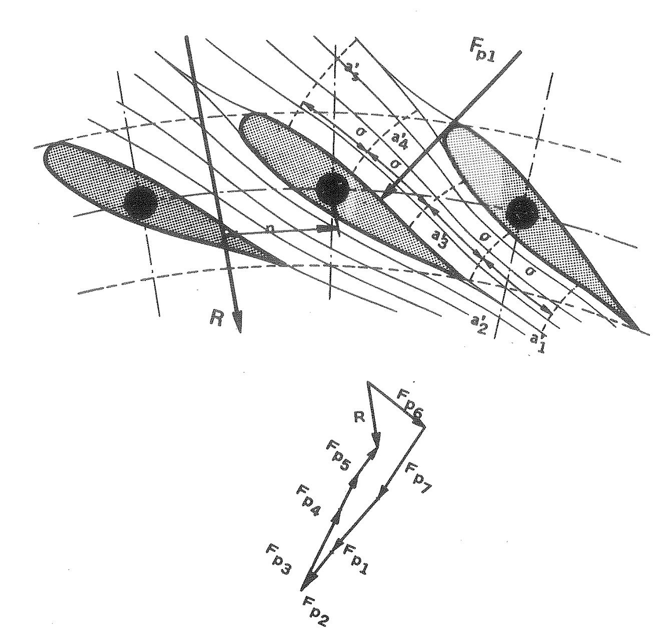


Fig. 11-53.–Cálculo del *momento hidráulico* sobre un distribuidor.

$$\Delta Q = \frac{Q}{z_d}$$

donde Δn – segmento de línea equipotencial entre dos líneas de corriente consecutivas, medido en la red de corriente. La fuerza de presión sobre cada elemento de la superficie del álabe será

$$F_p = \sigma\,b_0\,p = \sigma\,b_0\,\rho g\left(H - \frac{c^2}{2g}\right)$$

En la Fig. 11-53 se ha trazado sólo una de esas fuerzas $\vec{F}_{p1}$. Igualmente se obtendrían las restantes $\vec{F}_{p2}$ $\vec{F}_{p3}$, etc... La resultante de este sistema de fuerzas planas será una fuerza $R = F_{p1} + F_{p2} + F_{p3} + ...$ Finalmente el momento será:

$$M = R \cdot r$$

Obtenidos por el mismo procedimiento los momentos para distintos grados de apertura, se traza la curva de la Fig. 11-54. Este estudio permite colocar el pivote de los álabes directrices de manera que sean aproximadamente iguales en valor absoluto los momentos hidráulicos en los dos casos extremos, a saber: el cierre y la apertura máxima.

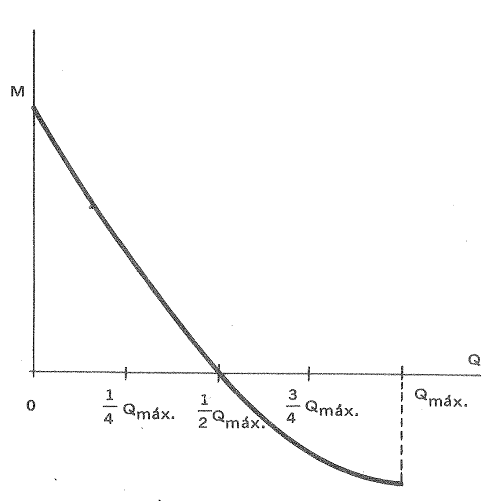


Fig. 11-54.–*Momento hidráulico* sobre el distribuidor en función del grado de apertura del mismo.

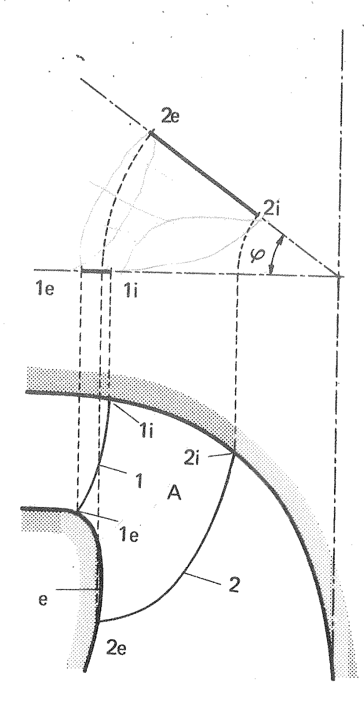


Fig. 11-55.–Curvas límites del volumen ocupado por los álabes.

b) *Método experimental.* Ensayando un modelo a escala y midiendo el momento hidráulico del modelo M_m se pasa al del prototipo M_p por la fórmula de semejanza:

$$M_p = \frac{H_p}{H_m}\left(\frac{d_p}{d_m}\right)^3 \quad (1)$$

que está sujeta a las hipótesis que se consideraron en la teoría de modelos (véase Cap. 8).

11.12. Diseño del rodete de las TF

11.12.1. Introducción

Como puede verse en la Fig. 11-55, el flujo dentro del rodete queda limitado

(1) Esta ecuación se deduce fácilmente de la Ec. (8-16), que para el prototipo y el modelo puede escribirse así:

$$\frac{P_p}{P_m} = \frac{d_p^2}{d_m^2} \cdot \frac{H_p^{3/2}}{H_m^{3/2}}$$

ya que siendo el fluído agua también en el ensayo:

$$\rho_m = \rho_p$$

Ahora bien

$$\frac{M_p}{M_m} = \frac{P_p}{P_m} \cdot \frac{\omega_m}{\omega_p} = \frac{P_p}{P_m}\frac{n_m}{n_p} \cdot \frac{d_p}{d_m} = \frac{P_p}{P_m} \cdot \frac{H_m^{1/2}}{H_p^{1/2}} \cdot \frac{d_p}{d_m} = \frac{H_p}{H_m} \cdot \left(\frac{d_p}{d_m}\right)^3$$

por dos superficies de revolución una *interior*, i, y otra *exterior*, e; la primera constituye el cubo de la rueda y la segunda el *zuncho*, que en las TH de elevado número de revoluciones queda reducido a un aro o *llanta:* las dos meridianas de estas superficies de revolución constituyen lo que llamaremos el *perfil hidráulico* del rodete.

La corriente entra en los álabes por la *arista de entrada* 1, y sale por la *arista de salida*2 . Si suponemos que ambas aristas se encuentran en un plano axial (1) se verán en su verdadera forma en el plano meridional de la Fig. 11-55. Supondremos además que la arista de entrada se encuentra en el plano del dibujo; el diseño se suele empezar por la arista de salida; dicha arista de salida se ha obtenido girando un ángulo φ, siendo φ el ángulo ocupado por un álabe (véase la proyección transversal en la misma figura).

De esta manera queda todo el espacio A que será ocupado por los álabes limitado por las cuatro superficies de revolución, cuyas meridianas son i, e, 1 y 2. En el corte meridional un álabe será determinado, como veremos, por las curvas de intersección del álabe con una serie de planos axiales suficientes para determinarlo, proyectadas dichas curvas circularmente. El diseño del álabe lo empezaremos determinando las cuatro curvas anteriores.

El *método unidimensional,* utilizado en la Sec. 11.6 para un estudio previo de las TF y seguido en el diseño de los álabes de las B radiales (véase Cap. 9); nos daría en el diseño de las TF para un hilo medio de corriente representativo un ángulo β_1 representativo de la velocidad relativa de la corriente a la entrada y otro ángulo a la salida β_2. Este método se ha empleado y ha conducido a resultados plenamente satisfactorios en el diseño de los álabes de las TF muy lentas. La Fig. 11-56 constituye un esquema de una de estas turbinas. Esta máquina es totalmente radial. Todos los puntos de la arista de entrada tienen la misma velocidad u_1 y los de la arista de salida la misma velocidad u_2. Como consecuencia podremos suponer que en todos los puntos de la arista de entrada el triángulo de velocidades

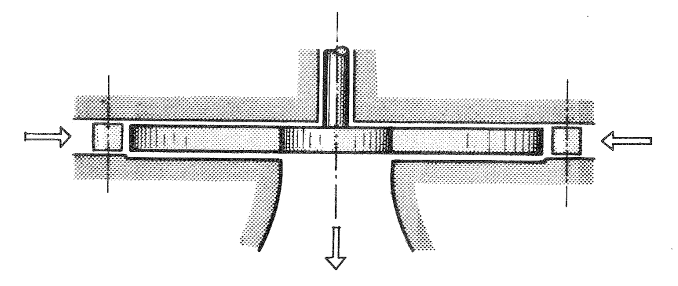


Fig. 11-56.–TF radial centrípeta *muy lenta*.

(1) Esta hipótesis facilita el trazado del álabe y sobre todo la comprensión del método; pero no es necesaria, y una vez que se ha comprendido el método puede abandonarse.

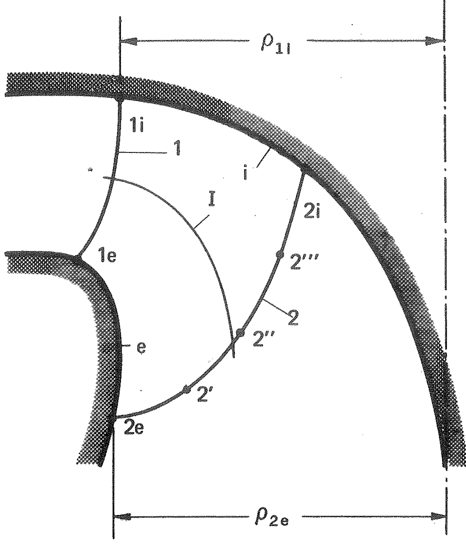


Fig. 11-57.–*Radios característicos* de las aristas de entrada y salida del álabe.

es igual y lo mismo sucede con el triángulo de velocidades de salida y con los ángulos β_1 y β_2. Este hecho simplifica el diseño y construcción de los álabes que pueden hacerse cilíndricos, como en las B radiales (véase la Sec. 9.5.1).

Un tal diseño en las TH Francis constituye una excepción, y prácticamente hoy día no se emplea. Las TH Francis son máquinas diagonales o semiaxiales. En ellas un hilo de corriente tal como el I en la Fig. 11-57 no puede ya tomarse como representativo del flujo total que pasa por el rodete. Basta ver que en la arista de salida, por ejemplo, en los puntos 2e, 2', 2'', 2''' y 2i las velocidades periféricas son distintas, y como consecuencia serán distintos también los triángulos de velocidades y los ángulos β_2. Lo mismo sucederá en la arista de entrada y en general en todo el álabe. La superficie de éste, que deberá conformarse a la dirección de la corriente relativa exigida por el diseño del álabe, no podrá ya ser cilíndrica, sino alabeada o de doble curvatura en el espacio.

Por todo lo dicho será preciso obtener no uno sino varios ángulos β_1 y β_2, dividiendo el conducto formado por las superficies límites i y e (Fig. 11-57) en x conductos parciales, lo cual se llevará a cabo en la Sec. 11.12.6; pero el diseño del álabe se debe empezar, como hemos dicho, determinando las 4 curvas i, e, 1 y 2 de la Fig. 11-55 u 11-57.

11.12.2. Trazado del perfil hidráulico

El perfil hidráulico, formado, como hemos dicho por las meridianas i y e de la Fig. 11-55, varía gradualmente al aumentar el número específico de revoluciones, como puede verse en la Fig. 8-4. El diseño del rodete se comenzará calculando a partir de los datos iniciales y de un η_{tot} estimado de la T el n_s. A continuación, si se dispone de un gran número de perfiles hidráulicos ordenados según el n_s, como los pocos que a título de ejemplo se aducen en la Fig. 8-4, será posible por extrapolación tener una primera idea del perfil hidráulico de la T que se proyecta, cuyo número específico de revoluciones estará necesariamente comprendido entre dos consecutivos de la serie. Dichos perfiles corresponden a TH ensayadas con modelos, construídas e instaladas, y representan en cada caso el perfil óptimo obtenido hasta el presente para los datos iniciales Q, H, n con los que se ha calculado n_s.

De la Fig. 8-4, que está trazada a escala, se toma el diámetro de una TH geométricamente semejante a la que estamos calculando que daría con óptimo rendimiento una potencia de 1 CV en un salto de 1 m. El caudal absorbido por esta "turbina unitaria" como se vió en la Sec. 8.5 es $Q_s - Q_s \simeq 0{,}085\ m^3/s$.

El diámetro de la TH que estamos proyectando, según la fórmula de semejanza [Ec. (8-15)], será:

$$d = d_s \frac{Q}{Q_s \sqrt{H}}$$

donde Q, H – caudal y altura neta de la T proyectada. Esta T dará el óptimo rendimiento para la velocidad de sincronismo elegida, que evidentemente deberá verificar según la Ec. (8-14) la siguiente relación

$$n = \frac{n_s \sqrt{H}}{Q}$$

Método de Bovet

Bovet (1), a base de TH ya construidas, ha deducido unas fórmulas empíricas que permiten en función de n_s, en sustitución de la Fig. 8-4, obtener el perfil hidráulico (curvas i y e de la Fig. 11-50) de una nueva TH. Este perfil hidráulico, lo mismo que el obtenido a base de la Fig. 8-4, podrá sufrir durante el progreso ligeras modificaciones, y una vez proyectado el rodete será comprobado con un modelo reducido en el banco de pruebas. Este método se presta más que el anterior a la tabulación y máquina de calcular.

Bovet no utiliza nuestro n_s, sino un número específico adimensional de revoluciones definido así:

$$n_0 = \frac{n\,(Q/\pi)^{1/2}}{(2\,gH)^{3/4}}$$

donde n –en rad/s (2). Este número se obtiene inmediatamente a partir de los datos iniciales. Además $n_0 \simeq 0{,}06057\ n_q$; y si se supone un rendimiento de 0,9 $n_0 \simeq 0{,}01749\ n_s$.

El número específico de revoluciones n_0 para las TF suele estar comprendido entre

$$0{,}1 < n_0 < 0{,}8$$

Las coordenadas x,y de los puntos de las curvas i y e (Figs. 11-58 y 11-50) y todas las dimensiones acotadas en la Fig. 11-59 (λ, b_0, φ_{0i}, etc.) están referidas a una dimensión básica ρ_{2e} que se toma como unidad igual al radio del punto 2e inter-

(1) N.TH. BOVET, *Contribution a l'ètude du tracé d'aubage d'une turbine a réaction du type Francis*, resumen de una conferencia pronunciada en el Congreso de la A.S.M.E., invierno de 1.961 en Nueva York, publicado en "Informations Techniques Charmilles n.9 (1963) 47-70".

(2) Este número n_0 es igual al número adimensional definido en la Ec. (8-53), salvo una constante.

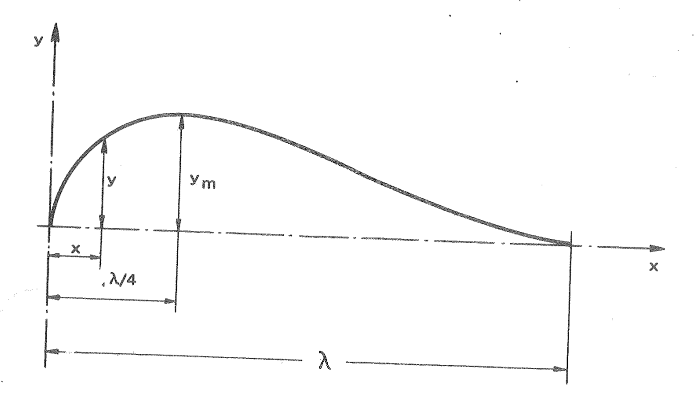


Fig. 11-58.– Curvas límites interior y exterior del *perfil hidráulico*

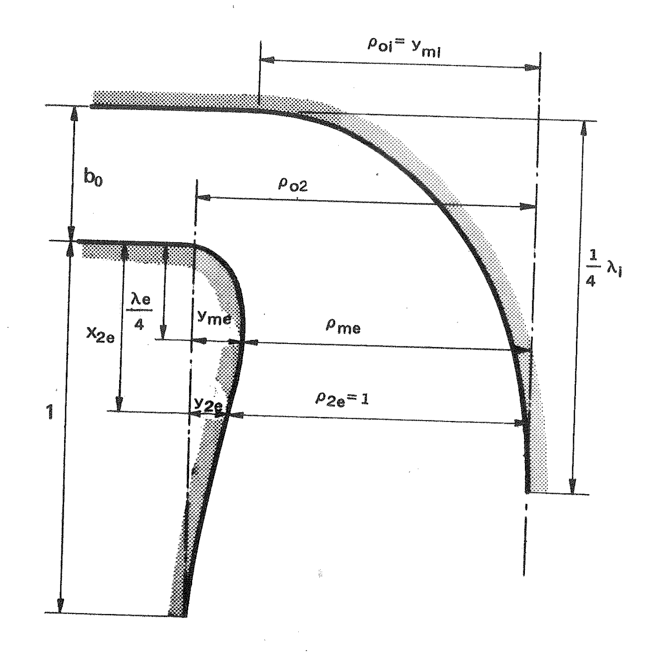
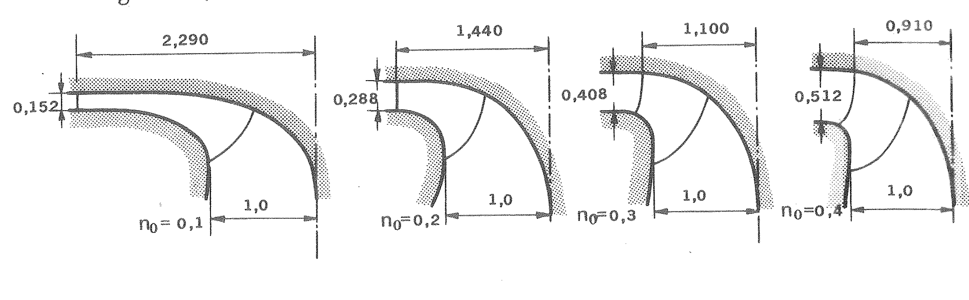


Fig. 11-59.– *Dimensiones características* del canal del rodete



sección del zuncho con la arista de salida y que en las TF rápidas fija el tamaño de la T (lo contrario sucede en las TF lentas, como puede verse comparando las TF de la Fig. 11-60).



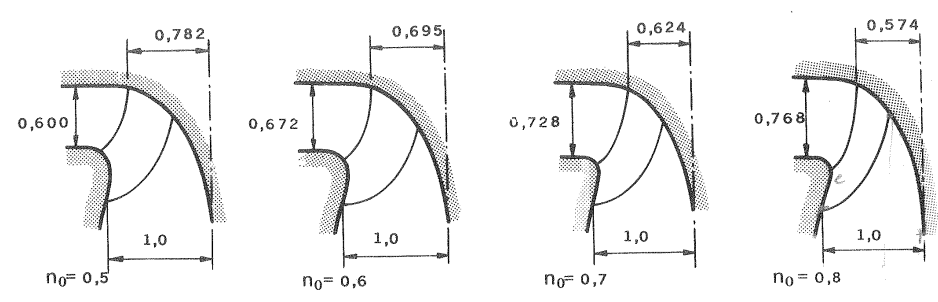


Fig. 11-60.– *Perfiles hidráulicos de TF* obtenidos por el procedimiento de Bovet de n_0 creciente.

Con referencia a las Figs. 11-58 y 11-59 las curvas interior i y exterior e del perfil hidráulico vienen dadas por la ecuación siguiente:

$$\frac{y}{y_m} = 3{,}08 \left(1 - \frac{x}{\lambda}\right) \sqrt{\frac{x}{\lambda}\left(1 - \frac{x}{\lambda}\right)} \qquad (11\text{-}12)$$

los valores de y_m para la curva interior son:

$$y_{m\,i} = \rho_{oi} = 0{,}7 + \frac{0{,}16}{n_0 + 0{,}08}$$

$$\lambda_i = 3{,}2 + 3{,}2\,(2 - n_0)\,n_0$$

y para la curva exterior:

$$\lambda_e = 2{,}4 - 1{,}9 \cdot (2 - n_0) n_0$$

Aplicando la Ec. (11-12) se tiene además (véase Fig. 11-58)

$$\frac{y_{2e}}{y_{me}} = 3{,}08 \left(1 - \frac{x_{2e}}{1e}\right) \sqrt{\frac{x_{2e}}{\lambda_e}\left(1 - \frac{x_{2e}}{\lambda_e}\right)} \qquad (11\text{-}13)$$

donde es preciso determinar x_{2e} e y_{2e}.

Para x_{2e} se toma un valor constante independiente de n_0:

$$x_{2e} = 0{,}5$$

Para y_{2e}:

$$y_{2e} = \rho_{oe} - 1 \qquad (11\text{-}14)$$

Para ρ_{oe} y las restantes magnitudes que completan la geometría del perfil hidráulico (Fig. 11-59) se recomiendan los valores siguientes:

$$\rho_{oe} = \frac{0{,}493}{n_0^{2/3}} \quad \text{(para } n_0 < 0{,}275) \qquad (11\text{-}15)$$

$$\rho_{oe} = 1{,}255 - 0{,}3\, n_0 \quad \text{(para } n_0 > 0{,}275) \qquad (11\text{-}16)$$

$$b_0 = 0{,}8\,(2 - n_0)\, n_0$$

$$\rho_{oi} = y_{mi}$$

Con la Ec. (11-15) ó (11-16) se calcula ρ_{oe}, se lleva este valor a la Ec. (11-14) y se calcula y_{2e}, y hallada mediante la Ec. (11-13) la relación y_{2e}/y_{me} se obtiene:

$$y_{me} = \frac{y_{2e}}{y_{2e}/y_{me}}$$

se tiene también:

$$\rho_{me} = \rho_{oe} - y_{me}$$

En la Fig. 11-60 pueden verse algunos perfiles hidráulicos calculados por las fórmulas precedentes para valores crecientes de n_0 desde $n_0 = 0{,}1$ hasta $n_0 = 0{,}8$. Se observa la variación gradual de la forma estudiada en la Sec. 11.7 exigida por un caudal *relativamente* creciente y una altura de salto *relativamente* decreciente.

11.12.3. Determinación del tamaño

Todas las dimensiones de la Fig. 11-59 son relativas, y vienen dadas por la relación de la dimensión absoluta respectiva a ρ_{2e} (véase Fig. 11-57). Es preciso ahora determinar ρ_{2e}, que fijará el tamaño de la T, lo cual se logra dando un valor conveniente al *coeficiente de caudal* φ_{2e} [Ec. (8-61)] referido a este mismo radio, que se define así:

$$\varphi_{2e} = \frac{Q}{n\,\rho_{2e}^2} \cdot \frac{1}{u_{2e}}$$

y, siendo $u_{2e} = 2\pi n\, \rho_{2e}$, se tiene:

$$\rho_{2e} = \left(\frac{Q}{2\,\pi^2\, n\, \varphi_{2e}}\right)^{1/3} \qquad (11\text{-}17)$$

El valor de φ_{2e} es el que proporciona el rendimiento óptimo y es fácil obtenerlo a partir de la curva $\eta_{tot} = f(Q)$ en una T construida y ensayada. La experiencia de los ensayos efectuados sitúa φ_{2e} en la gama de 0,260—0,280, pudiéndose tomar co- como valor medio:

$$\varphi_{2e} \simeq 0{,}270$$

11.12.4. Trazado de las aristas de entrada y salida de los álabes (1)

Arista de entrada o curva 1 (Fig. 11-57).

La experiencia enseña que, así como de la acertada selección del punto 2e ya determinado depende el conseguir el rendimiento óptimo con relación al caudal, el rendimiento óptimo con relación al salto depende de la recta selección del punto 1i. Definamos, pues, análogamente al coeficiente de caudal definido para fijar el punto 2e, el coeficiente de presión referido al punto 1i:

$$\psi_{1i} = \frac{H}{u_{1i}^2/2g}$$

Los ensayos realizados hasta el presente sitúan el valor óptimo de este coeficiente en la gama de 1,65—2,00. Se recomienda utilizar un valor próximo a

$$\psi_{1i} \simeq 1{,}72$$

Por tanto (Fig. 11-57)

$$\rho_{1i} \simeq \frac{60}{2\pi n}\left(\frac{2g\,H}{1{,}72}\right)^{1/2}$$

Tenemos ya fijado un punto de la curva 1, a saber el punto 1i. La forma completa de la curva 1:

a) es en cierto sentido arbitraria, pudiendo modificarse según las exigencias del trazado del álabe.

b) influye en que aparezca o no el fenómeno de cavitación; en efecto, si al desplazar la arista se acorta el álabe pueden aumentar las depresiones en el extrados del álabe así como las sobrepresiones en el intradós y presentarse la cavitación en caudales muy reducidos.

c) puede variarse para conseguir ángulos β_1 más favorables: en efecto, la Fig. 11,61, a y b muestra cómo se puede conseguir una gran disminución del ángulo β_1, si se estima esto conveniente, desplazando la arista de entrada hacia el exterior; pues, siendo

$$\text{tg}\,\beta_1 = \frac{c_{1m}}{u_1 - c_{1u}}$$

con el procedimiento indicado aumenta u_1 y c_{1u} disminuye (porque para conservar el rendimiento es preciso mantener la altura de Euler constante y con ella el producto $u_1\, c_{1u}$) disminuyendo por partida doble el ángulo β_1;

(1) Véase M. TH. BOVET, artículo citado en nota pie de Pág. 637.

d) permite variar la velocidad de embalamiento, la cual, como muestra la experiencia, disminuye al alejar la arista de entrada del eje de rotación; en particular aumenta ρ_1; lo cual, sin embargo, solo puede hacerse sacrificando el rendimiento.

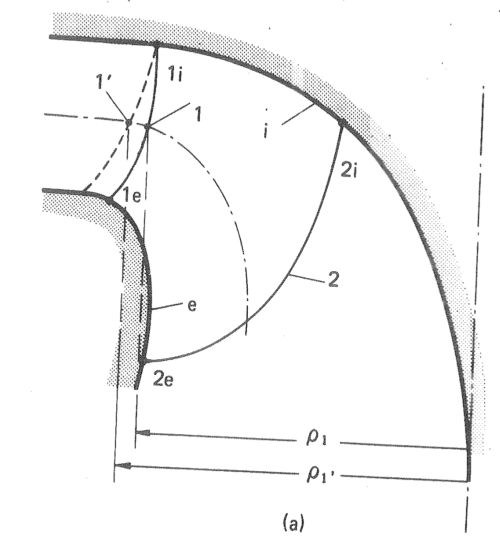
Arista de salida o curva 2 (Fig. 11-57).

De esta arista tenemos ya fijado el punto 2e. La forma completa de la curva 2:

a) es también en cierto sentido arbitraria, debiendo también someterse a las exigencias del trazado del álabe;

b) influye en que aparezca o no el fenómeno de cavitación, según conduzca a álabes cortos o largos;

c) puede variarse para modificar los ángulos β_2 y esto de dos maneras: deslizando el punto 2i hacia arriba o hacia abajo con lo cual aumenta o disminuye u_2, simultáneamente disminuye o aumenta c_{2u}, a fin de mantener constante $u_2 c_{2u}$ en toda la arista de salida y mantener constante la altura de Euler en todo el rodete, y disminuye o aumenta β_2, ya que



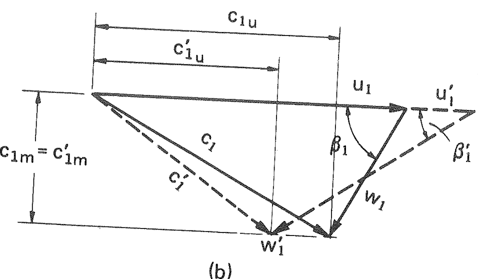


Fig. 11-61.– Influjo de la posición de la *arista de entrada* sobre el triángulo de entrada.

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{c_{2m}}{u_2 - c_{2u}} \tag{11-18}$$

el segundo procedimiento se ha seguido en la Fig. 11-62 y consiste en variar las líneas de corriente sin alterar la arista de salida. Este procedimiento es muy eficaz para variar los ángulos β_2 situados más próximos al eje. En efecto, como se ve en la figura, si se desplaza, por ejemplo, la línea de corriente hacia el exterior, el canal se ensancha y como consecuencia c_{2m} disminuye; aumenta además u_{2u} y c_{2u} disminuye; la Ec. (11-18) demuestra que las tres cosas actúan en el mismo sentido respecto a la variación de β_2. Por el contrario en los canales exteriores el mismo desplazamiento de las líneas de corriente hace aumentar c_{2m} al mismo tiempo que aumenta u_2;

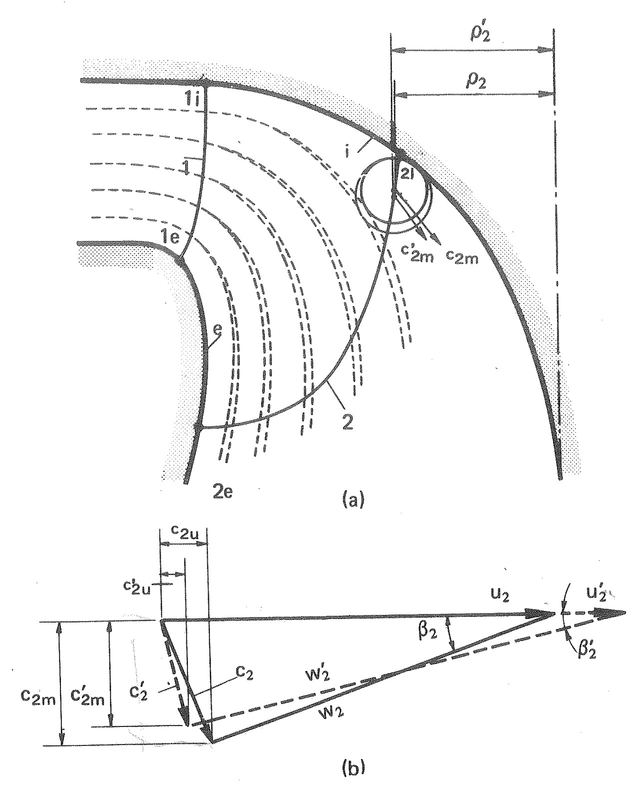


Fig. 11-62.– Influjo de un *desplazamiento de la red de corriente* sobre el triángulo de salida.

d) si se desplaza la arista de salida hacia el centro, es decir si se desplaza el punto 2i por la curva i de manera que disminuya la longitud del álabe y la sección de fijación del mismo al cubo, dicha sección estará sujeta a esfuerzos más elevados. Sin embargo, si con esta medida se excede el límite de esfuerzo máximo admisible aún se puede rebajar el esfuerzo unitario aumentando el espesor del álabe o puede utilizarse también una aleación de más calidad.

11.12.5. Determinación del número de álabes

El número de álabes óptimo del rodete puede estimarse en función de n_s mediante la Fig. 11-63, escogiendo dicho número entre las dos curvas según tamaño y altura neta.

11.12.6. Trazado de la red de corriente

Tiene como objeto dividir la T en turbinas parciales ya que por las razones expuestas en la Sec. 11.12.1 la curvatura del álabe no será la misma en cada sección axial para todas las líneas de corriente, en particular en las aristas de entrada y sa-

lida, donde dicha curvatura determinada por los ángulos β_1 y β_2 variarán de un punto a otro (de 1i a 1e y de 2i a 2e, Fig. 11.57).

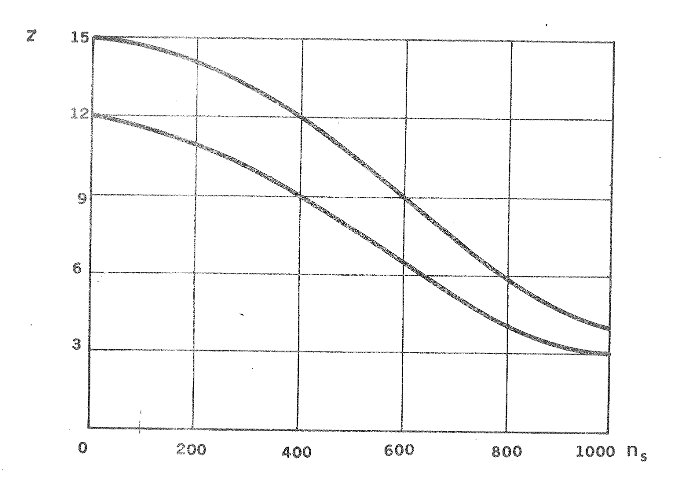


Fig. 11-63.– Estimación del *número de álabes de una TF* en función de n_s.

En lugar de estudiar la variación contínua de esta curvatura se estudia la variación discontínua, es decir, el valor de la misma (y en particular de los ángulos β_1 y β_2) en cada turbina parcial.

Dividir la T en x turbinas parciales, por ejemplo 6 (Diseño 5, Fig. 1, Pág. 673) consiste en dividir el espacio de revolución limitado por las superficies de meridianas i y e en 6 flujos o conductos que no interfieran entre sí, para lo cual los límites han de ser superficies de corriente.

Ahora bien, si suponemos que el agua se comporta como un fluido ideal ($\eta = 0$) y que el movimiento es irrotacional, como sería el de un fluido ideal que parte del reposo (embalse o cámara de agua de la central y se pone en movimiento por la fuerza de la gravedad), el problema del trazado de las superficies de corriente se reduce dada la simetría axial a inscribir en el contorno de las líneas i, e una red de corriente, compuesta de líneas de corriente que son las meridianas de las superficies de corriente y de líneas equipotenciales, meridianas de las superficies equipotenciales, que cortan ortogonalmente a las primeras; de manera que entre cada dos líneas de corriente consecutivas circule el mismo caudal (Q/x; donde x -número de conductos, igual al número de líneas de corriente, contando, i y e que también son líneas de corriente, menos uno) y entre cualesquiera dos líneas equipotenciales consecutivas la diferencia del potencial de velocidad sea constante.

La precisión del trazado, que deberá ser tanto mayor cuanto mayor sea el valor de b_0/ρ_{2e} (Fig. 11-59), dependerá del número de líneas de corriente elegidas. Con-

vendrá en todo caso adoptar un número par de conductos parciales *(turbinas parciales)*, a fin de que el hilo medio pueda servir en cierto sentido como representativo de la corriente (véase la Sec. 11.6), y pueda servir de base a los cálculos. En la Sec. 2.3.6.5 se estudió con detalle un procedimiento para realizar este trazado, que tiene solución única. A continuación exponemos un segundo método que en realidad no es más que una simplificación del primero (véase la Fig. 11-64). La red de corriente se inicia antes de la arista de entrada, de manera que comprenda el entrehierro y el distribuidor, y se prolonga más allá de la arista de salida, comprendiendo el comienzo del tubo de aspiración. Aunque la red de corriente se traza como si no existiera el rodete, la red seguirá siendo la misma al introducir el rodete, con tal de que los álabes se tracen de acuerdo con la red previamente obtenida. A la entrada del distribuidor la velocidad meridional se supone constante en todo el ancho b_0 del mismo, de manera que los Δb son iguales, y la red de corriente

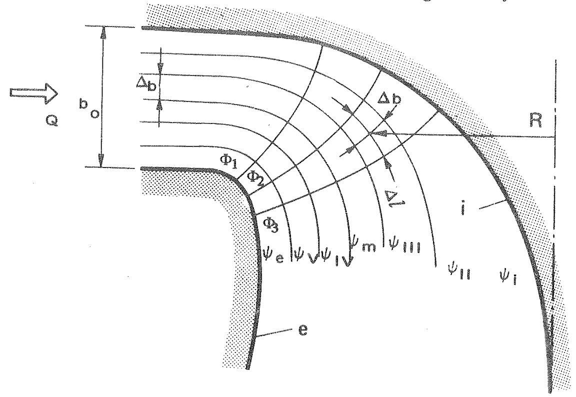


Fig. 11-64.– *Red de corriente* inscrita en el perfil hidráulico

está constituida allí por cuadrados rectilíneos. A la entrada del difusor se supone también una c_m constante de manera que la sección circular de la turbina parcial central y las secciones anulares de las restantes turbinas parciales tiene igual área. A continuación se unen juiciosamente las líneas de corriente del distribuidor con las del tubo de aspiración mediante líneas contínuas, trazando simultáneamente las líneas equipotenciales de manera que corten ortogonalmente a las primeras, utilizando goma y lápiz, rectificando progresivamente el trazado, ajustando simultáneamente las líneas de corriente y las equipotenciales, y haciendo que se cumpla en el trazado la condición siguiente en cada rectángulo curvilíneo que integra la red (véase la Fig. 11-64):

$$\frac{\Delta b}{\Delta \ell} \cdot R = \text{cte};$$

En efecto, en cada punto de la red, por la ecuación de continuidad, se ha de verificar:

$$\frac{Q}{x} = 2\,\pi\,R\,\Delta\,b\,c_m \qquad (11\text{-}19)$$

donde x — número de turbinas parciales.

Ahora bien la velocidad c_m en valor absoluto es igual a la derivada de la función potencial según la línea de corriente (véase Sec. 2.3.6.1):

$$c_m = \frac{d\varphi}{d\ell}$$

donde φ —función potencial de velocidad; o bien en incrementos finitos para la adaptación a nuestro método gráfico:

$$c_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta\ell} \qquad (11\text{-}20)$$

Sustituyendo (11-20) en la Ec. (11-19) se tendrá:

$$\frac{Q}{x} = 2\pi R \Delta b \frac{\Delta\varphi}{\Delta\ell} = \text{cte}$$

$$R \cdot \frac{\Delta b}{\Delta\ell} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{Q}{x} \cdot \frac{1}{\Delta\varphi} = \text{cte}$$

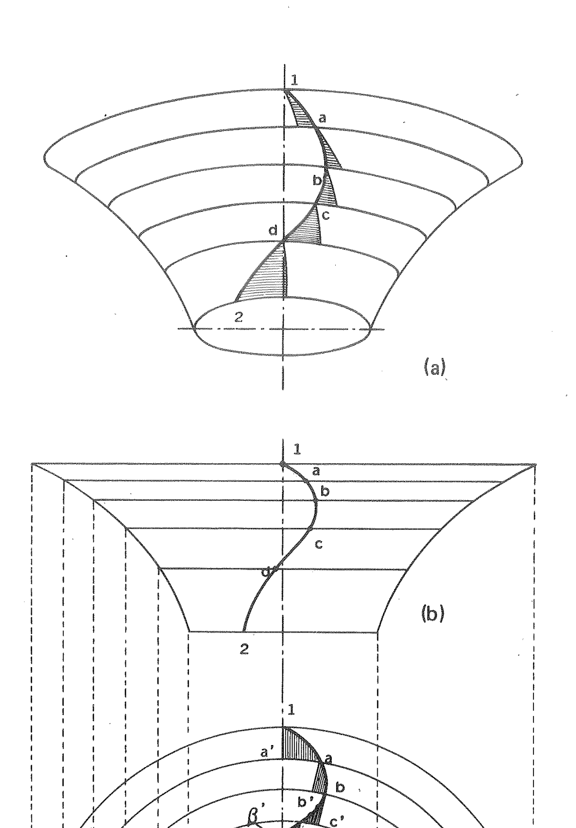
porque $\Delta\varphi = \text{cte}$ entre cada dos líneas equipotenciales consecutivas. Por tanto en cada rectángulo curvilíneo de la red se ha de cumplir la condición anteriormente enunciada

$$\frac{\Delta b}{\Delta\ell} \cdot R = \text{cte.} \qquad (11\text{-}21)$$

Se dibujan primero dos líneas equipotenciales sucesivas a partir del distribuidor, allí donde las líneas de corriente empiezan a curvarse, procediendo un poco arbitrariamente; pero tendiendo a que se cumpla la Ec. (11-21), y procurando que las líneas se corten ortogonalmente. A continuación se dibuja la línea equipotencial siguiente, y se procede de la misma manera. Terminado el trazado se rectifica éste por el método de las aproximaciones sucesivas calculando para cada cuadrilátero obtenido el valor de $R \frac{\Delta b}{\Delta c}$, hallando a continuación la media de los valores hallados, y modificando cada cuadrilátero hasta lograr en cada uno dicho valor medio.

11.12.7. Representación conforme de una línea de corriente.

En régimen permanente una partícula cualquiera de fluido en su movimiento relativo se mueve describiendo una curva, que es su trayectoria y línea de corriente relativa. Todas las líneas de corriente se encuentran en una superficie de revolución una de las cuales se ha dibujado en *perspectiva* en la Fig. 11-65,a. Sobre ella se ha dibujado la línea de corriente 1-a-b-c-d-2, representando como siempre 1 la entrada en el rodete y 2 la salida del mismo. En la Fig. 11-65,b se ha trazado la *sección meridional* o alzado, en la cual las meridianas de las superficies de revolución se ven sin deformación alguna y los paralelos son rectas paralelas, mientras que los meridianos aparecen proyectados.



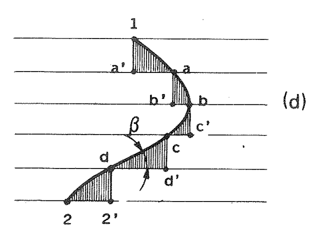


Fig. 11-65.— *Línea de corriente* representada: a) sobre una superficie de corriente en perspectiva; b) en proyección longitudinal; c) en proyección transversal; d) en transformación cilíndrica conforme.

En la Fig. 11-65,c se ha trazado la *sección transversal* o planta, en la que los meridianos son radios y los paralelos circunferencias. También se han dibujado en perspectiva en la Fig. 11-65,a. En las 4 Figs. a,b,c,d los segmentos 1-a, b-c, c-d y d-2, en que se ha dividido la línea de corriente, forman con los segmentos de meridiano y paralelo correspondientes los triángulos sombreados en las Figs. c y d, siendo el ángulo β de nuestro triángulo de velocidades el que forma la hipotenusa (dirección de w) con el paralelo correspondiente (dirección de u). En la Fig. c, sin embargo, el ángulo β no es el verdadero, sino el proyectado, de aquí la designación de β' empleada en la figura. Los triángulos rectángulos sombreados en la figura se pueden determinar por la longitud de sus catetos. Así por ejemplo el cateto d-2' del triángulo d-2-2' aparece en su verdadera magnitud de la línea segmento correspondiente de la proyección circular de la línea de corriente del alzado; mientras que el cateto 2-2' puede medirse en su verdadera magnitud en la planta, donde los paralelos (circunferencias) no están deformados. Leídas las longitudes de los dos catetos de todos los triángulos en el alzado y planta respectivamente, puede hacerse la *representación conforme* cilíndrica de la línea de corriente de la Fig. 11-65,d, en la cual los meridianos y paralelos son rectas que se cortan ortogonalmente, como en el triángulo curvilíneo real, y los ángulos se conservan. En la Fig. 11-65,d puede, medirse el ángulo β de primordial interés para el diseño del álabe que en las proyecciones b y c aparecía deformado. En la misma Fig. 11-65,d se ha dibujado la representación conforme de la línea de corriente 1-a-b-c-d-2. En resumen la línea de corriente 1-a-b-c-d-2 se representa:

– *en perspectiva* (Fig. 11-65,a): en ella se visualiza mejor la línea de corriente;
– *en alzado* (Fig. 11-65,b): en él se mide un cateto (en la proyección circular);
– *en planta* (Fig. 11-65,c): en él se mide el otro cateto;
– *en representación conforme* (Fig. 11-65,d): en ella se mide el ángulo β.

En el diseño de un álabe iremos construyendo las líneas de corriente una a una en número suficiente para determinar el álabe corriente arriba, es decir no a partir de la arista de entrada sino de la arista de salida; resolviendo triángulo a triángulo para determinar la hipotenusa o línea de corriente, imponiendo una hipótesis que estudiamos en la sección siguiente (véase, sin embargo, el diseño 5).

11.12.8. Condición de la cesión gradual de energía en el rodete

Es útil expresar la altura de Euler H_u, que representa la altura correspondiente a la energía útil específica aprovechada por la T ($Y_u = gH_u$), en función de los coeficientes de velocidad.

Dividiendo ambos miembros de la ecuación

$$H_u = \frac{u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u}}{g}$$

por 2gH se tendrá:

$$\frac{H_u}{2gH} = \frac{1}{g}\left(\frac{u_1}{\sqrt{2gH}} \cdot \frac{c_{1u}}{\sqrt{2gH}} - \frac{u_2}{\sqrt{2gH}} \cdot \frac{c_{2u}}{\sqrt{2gH}}\right)$$

y siendo $\frac{H_u}{H} = \eta_h$, y teniendo en cuenta la definición de los coeficientes de velocidad (Sec. 8.2.1) se tendrá:

$$\frac{\eta_h}{2} + k_{u_2}\, k_{c_{2u}} = k_{u_1}\, k_{c_{1u}} \qquad (11\text{-}22)$$

Podemos decir que en cierto modo, y así nos expresaremos por razón de brevedad en lo sucesivo

$k_{u_1}\, k_{c_{1u}}$ representa en forma adimensional la energía que posee un filamento de corriente en la arista de entrada;

$k_{u_2}\, k_{c_{2u}}$ representa en forma adimensional la energía del filamento en la arista de salida;

$\eta_h/2$ representa en forma adimensional la energía del filamento aprovechada por la T (1).

Teóricamente la energía de todos los hilos de corriente en la arista de entrada debe ser igual (la ecuación de Bernoulli del fluído ideal se cumple antes del rodete entre dos puntos cualesquiera, aunque no estén situados en la misma línea de corriente); por tanto en la arista de entrada

$$k_{u_1}\, k_{c_{1u}} = \text{cte} \qquad (11\text{-}23)$$

La energía del fluído a la salida del rodete, después de la cesión de energía, es menor, pero deberá análogamente ser igual en todos los puntos; luego en todos los puntos de la arista de salida se deberá verificar también

$$k_{u_2}\, k_{c_{2u}} = \text{cte} \qquad (11\text{-}24)$$

Las Ecs. (11-23) y (11-24) sirven para determinar los triángulos de velocidad a la entrada (un triángulo para cada turbina parcial) y a la salida, y en particular todos los ángulos β_1 y todos los ángulos β_2.

(1) Una objeción salta a la vista: ¿por qué $\eta_h \neq 1$ si se ha supuesto al principio fluído ideal irrotacional? La respuesta es que el agua es un fluído real en donde existen pérdidas; pero se comporta por lo que a la configuración de corriente respecta como un fluído real, salvo en la capa límite infinitesimal contigua al contorno (Véase Pág. 93).

Teóricamente la transmisión de energía sólo depende del arranque y del final de la trayectoria relativa, o sea de la forma del álabe a la entrada y a la salida. *Prácticamente* la transmisión de la energía en el rodete se ha de hacer en las condiciones más favorables, si se aspira a conseguir un rendimiento óptimo. Impondremos, pues, la condición de una *cesión gradual de energía en el rodete,* en el sentido que pasamos a explicar, condición que además de ser razonable facilita el trazado del álabe. Supondremos que la arista de entrada (véase Fig. 4, Diseño 5) se encuentra en un plano meridional y la de salida en otro plano meridional, que forma con el anterior un ángulo diedro igual a φ. Ahora bien la energía total proporcional a $\eta_{h/2}$ [véase la Ec. (11-22)] se ha cedido en un ángulo φ. La condición de la cesión gradual de energía significa que si la corriente ha progresado un ángulo $\frac{\varphi}{n}$ el fluído debe haber cedido al rodete una energía igual a $\frac{1}{n}\cdot\frac{\eta_h}{2}$; finalmente se supondrá que esta cesión de energía no se hace continua sino gradualmente por incrementos finitos, de manera que dividiendo el ángulo φ en n partes iguales, 5 en el Diseño 5, Fig. 4,b, se supondrá que de 1 a a la energía es constante e igual a $\eta_{h/2}$; de a a b y finalmente de d a 2 igual a 0. El número n de partes en que se divide el ángulo depende de la precisión que se busque en el diseño.

11.12.9. Cálculo gráfico de c_u por las rectas de energía

Pasamos a la interpretación gráfica de la condición de la cesión gradual de la energía, que son las *rectas de la energía,* gracias a las cuales podemos resolver gráficamente el triángulo de velocidades en cualquier punto del rodete, es decir, obtener gráficamente uno de los tres datos que se necesitan para determinar el triángulo. *Con las rectas de energía se obtiene gráficamente la componente periférica de la velocidad absoluta* c_u.

En cada punto de la arista de entrada la ecuación

$$E_1 = k_{u1}\ k_{c1u} \qquad (11\text{-}25)$$

representa en los ejes c_{1u}, E_1 una recta que pasa por el origen de coordenadas, cuyo coeficiente angular k_{u1} es el coeficiente de la velocidad periférica en el punto considerado, y se obtiene fácilmente a partir de H y n

$$k_{u1} = \frac{u_1}{2g\,H} = \frac{\pi\, d_1\, n}{2g\,H} \qquad (11\text{-}26)$$

En general en cada punto de la arista de entrada habrá una recta distinta, cuya ecuación es la Ec. (11-25) con el valor de k_{u1} en cada caso.

Recuérdese que E_1 representa la energía del fluído a la entrada, y según la Ec. (11-25), a cada valor de E_1 en cada punto de la entrada corresponderá un cierto valor de c_{1u} (siendo k_{u1} constante para cada punto).

Análogamente, en cada punto de la arista de salida la ecuación

$$E_2 = \eta_{h/2} + k_{u2}\ k_{c2u} \qquad (11\text{-}27)$$

representa en los ejes k_{c2u}, E_2 una recta, cuya ordenada en el origen (igual para todos los puntos de la arista de salida y por tanto las rectas de todos los puntos de salida tendrán la misma pendiente) es $\eta_{h/2}$, y cuyo coeficiente angular se halla por la misma Ec. (11-26), empleando el subíndice respectivo.

Recuérdese que E_2 representa la suma de la energía cedida por el fluído al rodete más la energía remanente a la salida del mismo, y según la Ec. (11-27) a cada valor de E_2 en cada punto de la salida corresponderá un cierto valor de c_{2u} (siendo $\eta_{h/2}$ y k_{u2} costantes en cada punto, y $\eta_{h/2}$ constante en todos los puntos de la salida).

Los diagramas intermedios al avance de la corriente en el corte axial del Diseño 5, Fig. 4,c formando un ángulo 26/5,36/5, etc.... orígen en cada línea de corriente a las rectas

$$E_a = \frac{3}{4}\,\frac{\eta_h}{2} + k_u\ k_{cu}\ ; \qquad E_b = \frac{1}{2}\,\frac{\eta_h}{2} + k_u\ k_{cu} \qquad (11\text{-}28)$$

Se advertirá que: a) *pasan por el origen de coordenadas* las rectas de energía a la entrada del rodete [Ec. (11-25)]; mientras que las rectas de energía a la salida o secciones axiales intermedias no; b) la *ordenada en el origen* es tanto mayor cuanto la línea de corriente se acerca más a la arista de salida (ordenada en el origen: 0, 3/4 $\eta_{h/2}$, 1/2 $\eta_{h/2}$, etc...) [Ecs. (11-27) y (11-28)]; c) las *pendientes de las rectas de energía* son tanto mayores cuanto los puntos están más alejados del eje de rotación, o sea cuanto mayor es el coeficiente de velocidad k_u; d) la *pendiente es igual* en las rectas de todos los puntos situados a igual distancia del eje, a cualquier sección axial que dichos puntos pertenezcan; e) en una misma sección k_{cu} será tanto menor cuando k_u sea mayor o sea cuanto el punto esté más alejado del eje de la T.

El cálculo gráfico de c_u por las rectas de energía se resume, pues, así:

En virtud de la ecuación de Bernoulli y de la condición de cesión gradual de energía en el rodete todas las E's de las Ecs. (11-25), (11-27) *y* (11-28) *son iguales en todos los puntos de la T. Conocida la E en un punto de la T se conoce en todos; siendo la* c_u *una función de* E *expresada en cada recta de la energía por medio de ésta se halla gráficamente el valor de* c_u.

Ilustremos el uso de las rectas de energía con dos ejemplos:

1.°) En la Fig. 11-66,a se han trazado las rectas de energía E_{1I}, E_{1III} correspondientes a puntos 1I y 1III de la arista de entrada. Conocido $(k_{c1u})_I$, se halla gráficamente, por la condición $E_{1III} = E_{1I}, (k_{c1u})_{III}$. Esto nos permite completar el triángulo de velocidad en el punto 1III, ya que $(k_{u1})_{III}$ se deduce de la Ec. (11-26) y $(k_{c1m})_{III}$ se obtiene en el dibujo del rodete, en el que se han dibujado

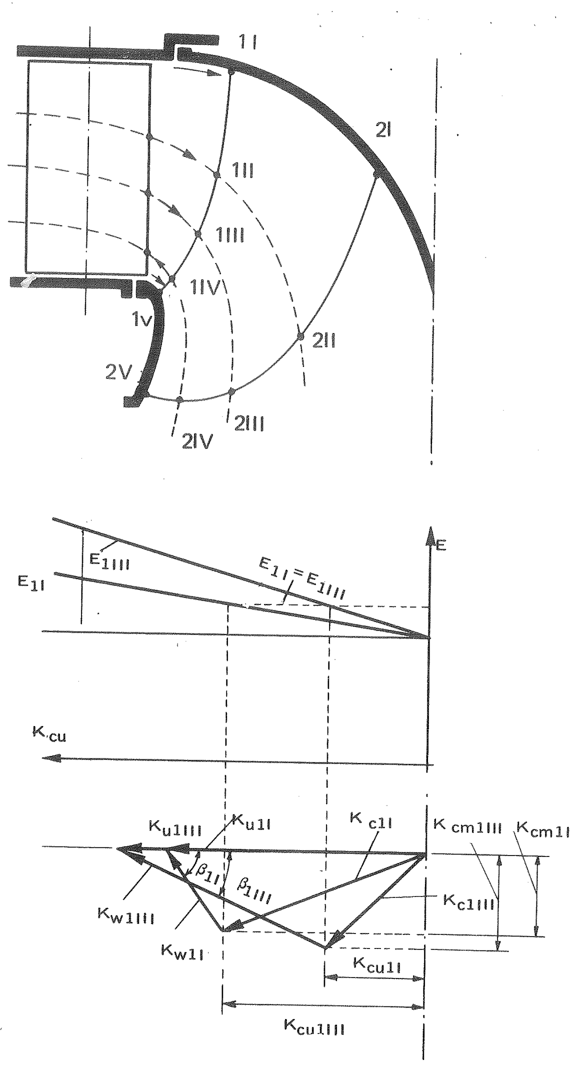


Fig. 11-66.–Utilización de las *rectas de energía* para la obtención gráfica del coeficiente de velocidad periférica k_{cu}. a) obtención gráfica de este coeficiente correspondiente a un punto de la arista de entrada (1III) conocido el triángulo de velocidades de otro punto de la misma línea de corriente, en la arista de entrada.

previamente las líneas de corriente. (Mediante el caudal $\frac{Q}{n}$ y la sección transversal leída en el dibujo se obtiene primero $(c_{1m})_{III}$ y de ahí $(k_{c1m})_{III}$.

2.°) En la Fig. 11-66,b se han trazado las rectas de energía E_{1II} y E_{2II}, correspondientes a los puntos 1II y 2II de la línea de corriente II, que nos sirven para

relacionar los diagramas de velocidad de esos dos puntos situados en una misma línea de corriente; pero uno en la arista de entrada y otro en la de salida. También aquí gracias a la resolución gráfica de la ecuación $E_{2II} = E_{1II}$ ha sido posible hallar la incógnita $(k_{c2u})_{II}$ conocido $(k_{c1u})_{I}$. De igual manera pueden interrelacionarse entre sí y con el punto de entrada y salida los diagramas de coeficientes de velocidades de los puntos intermedios de la misma línea de corriente a, b, c, etc. ... o los de dos pares de puntos cualesquiera del rodete. El método expuesto debido a Volet se aplica como veremos en la sección siguiente al diseño del rodete.

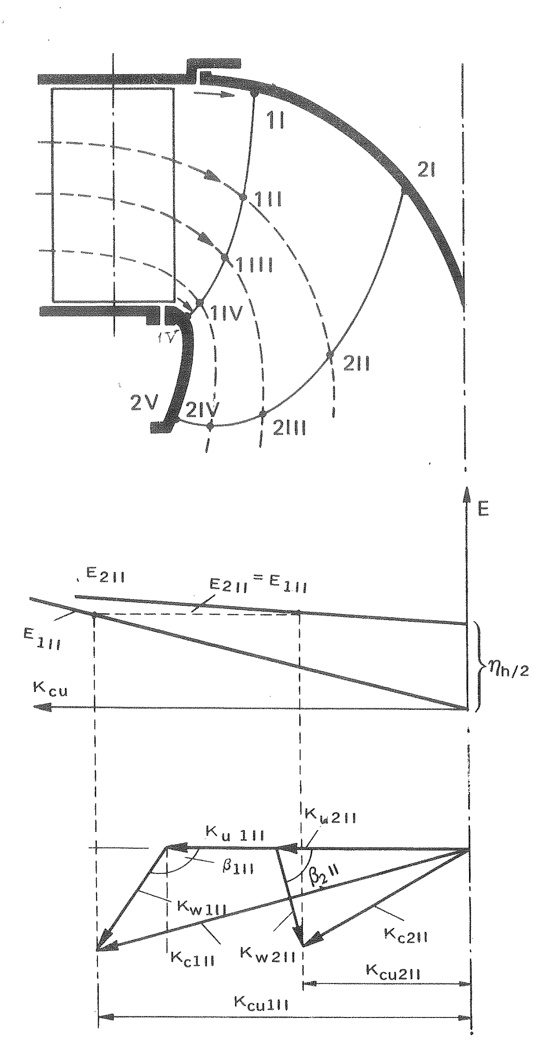


Fig. 11-66 (Continuación).– b) obtención gráfica del coeficiente k_{cu} de un punto de la arista de salida (2II) conociendo el triángulo de velocidades de otro punto (1II) de la misma línea de corriente en la línea de entrada.

11.12.10. Trazado de la forma del álabe, mediante la red de corriente, la representación conforme y las rectas de energía

Distinguiremos entre trazado y construcción. En esta sección veremos cómo se traza o dibuja un álabe en las secciones meridional (alzado) y transversal (planta) (véase Fig. 11-65,b y c), y en la sección siguiente veremos cómo se construye el álabe, es decir, cómo se obtienen los planos constructivos del mismo.

Para el trazado de un álabe, según lo expuesto en las secciones anteriores, y con referencia a las Figs. 11-64 y 11-67 y al Diseño 5, Figs. 1 y 4, se procederá así:

1) *se traza el perfil hidráulico* (Sec. 11.12.2);

2) *se divide la T en turbinas parciales;* en el Diseño 5, Fig. 4 se han obtenido 6 turbinas parciales por medio de las 7 superficies de corriente (incluyendo las 2 que forman el perfil hidráulico) de meridianas I, II, III, IV, V, VI y VII.

3) *se traza la arista de salida del álabe,* línea 2 en Dis. 5, Fig. 4,a que se encuentra en el plano axial cuya proyección en planta (Dis. 5, Fig. 4,b) es la recta 2;

c) *se escoge un ángulo* φ, y se supone que la arista de entrada se encuentra también en un plano axial, cuya proyección en planta en Dis. 5, Fig. 4,b es la recta 1;

d) *se divide el ángulo* φ en partes iguales, 5 en Dis. 5, Fig. 4,b.

e) *se impone la condición de la cesión gradual de energía,* de manera que, como se ha explicado anteriormente entre los planos axiales 1 y a la energía del agua sea constante e igual a $\eta_{h/2}$; asimismo entre a y b la energía sea 3/4 $\eta_{h/2}$; entre b y c 1/2 $\eta_{h/2}$; entre c y d, 1/4 $\eta_{h/2}$; y finalmente entre d y 2 la energía sea 0. Esta condición determina la curva o trayectoria relativa que una partícula de fluído, por ejemplo, una partícula que se mueve en la superficie de corriente II (en la práctica no se utilizará la superficie de corriente II, sino aquélla cuya meridiana es $\psi_{I\text{-}II}$, línea media de las dos meridianas I y II que limitan la primera turbina parcial; así mismo se considerarán las superficies de corriente $\psi_{II\text{-}III}$ etc...: (véase Diseño 5, Fig. 4) describe en dicha superficie de revolución. Determinando un número suficiente de estas trayectorias relativas tendremos determinada la superficie del álabe (los álabes son superficies de corriente absolutas y relativas).

Una meridiana cualquiera, por ejemplo, la $\psi_{I\text{-}II}$ es la proyección circular de la trayectoria de una partícula de agua que se mueve en la superficie de revolución $\psi_{I\text{-}II}$. Es preciso determinar en planta dicha trayectoria (línea I-II en Dis. 5, Fig. 4,b) y llevar al alzado los puntos de intersección de esa trayectoria con los 6 planos axiales elegidos (puntos 2,c,b, etc..., en la línea $\psi_{I\text{-}II}$ del Dis. 5, Fig. 4,a) Repitiendo el proceso con las superficies de corriente $\psi_{II\text{-}III}$, $\psi_{III\text{-}IV}$, etc..., bastará unir los puntos de igual rango para obtener las líneas 2, d, c, b, a, 1 del Dis. 5, Fig. 4,a, que representan la intersección del álabe con los 6 planos axiales elegidos. Las curvas 2, d, c etc., del Dis. 5, Fig. 4,a son las curvas no deformadas de intersección del álabe con un cierto número de planos axiales (que puede ser mayor o menor según la precisión que se desee), que nos dan la forma del álabe.

Veamos, por ejemplo, cómo se construye la línea de corriente I-II (Dis. 5, Figs. 1 y 4). Se parte del punto 2 (en la línea $\psi_{I\text{-}II}$) de la arista de salida, que se lleva en planta, descendiendo ortogonalmente y girando el ángulo total φ por estar este punto en la arista de salida. El segmento de paralelo p_{2d} se mide en el Dis. 5, Fig. 4,b (longitud desarrollada del arco de circunferencia de centro 0 y ángulo $\varphi/5$). A continuación se va trazando la Fig. 4,c del Dis. 5, cuyo objeto es ir determinando los triángulos de los coeficientes de velocidad, según el procedimiento estudiado en la Sec. 11.12.9 (determinando gráficamente c_u) con el fin de obtener los ángulos constructivos β de la T.

Resumiendo lo que hemos dicho anteriormente, para determinar dichos triángulos se requieren tres datos: a) el valor de k_{cm} en cada punto que se obtiene fácilmente a través del caudal y de la Fig. 4 del Dis. 5 (véase también Fig. 3); b) el valor de k_u que se obtiene de la misma figura y c) el valor de k_{cu} que se obtiene mediante las rectas de energía.

En el punto 2 de la arista de salida el triángulo de salida está determinado (por eso la construcción da comienzo de ordinario por la arista de salida. También es posible empezar por la arista de entrada y terminar en la arista de salida en la cual se supondrán también todos los triángulos rectángulos. Este último método se ha seguido en el diseño 5, Págs. 669-683; $k_{cu_2} = 0$ porque el triángulo de salida se supone rectángulo (cualquier otra suposición es posible). En este triángulo se lee el ángulo β_2; se traza luego la recta de energía E_2 correspondiente a dicho punto (Diseño 5, Fig. 4,c). Además de la Ec. (11-27) particularizada para este punto se deduce $E_2 = \eta_{h/2}$; luego las abscisas de los puntos intersección de la horizontal trazada por el punto A con las restantes rectas de energía, que se irán trazando, nos darán los valores de k_{cu} que necesitamos para construir los restantes triángulos de velocidad.

En la representación conforme del Dis. 5, Fig. 4,d, el triángulo rectángulo (los meridianos y paralelos se cortan ortogonalmente) queda definido por p_{d2} y β_2, obteniéndose así el verdadero valor de m_{d2}. Llevando a partir del punto 2 en la línea $\psi_{I\text{-}II}$ de la Fig. a una longitud igual a m_{d2} sobre la meridiana se obtiene el punto d.

El proceso se repite, a saber: desde el punto d situado en la misma línea $\psi_{I\text{-}II}$ se traza una paralela al eje hasta llegar en la planta (Fig. b) al plano 1; luego se gira un arco con un ángulo $\frac{4}{5}\varphi$. Se lee en la misma Fig. b el verdadero valor del segmento de paralelo p_{cd}. En la Fig. c se traza la recta de energía E_d (de pendiente k_{ud}). En la misma figura se determina el triángulo de los coeficientes de velocidad: $k_{cm\text{-}d}$ y $k_{u\text{-}d}$ obtenidos en la Fig. c y k_{cud}; de este triángulo se obtiene β_d. En la representación conforme del Dis. 5, Fig. 4,d con p_{cd} y β_d se determina el triángulo rectángulo, que nos da el cateto m_{cd}, valor que se lleva a la misma meridiana $\psi_{I\text{-}II}$ a partir del punto d, obteniéndose el punto c.

Repitiendo el mismo proceso, que para mayor claridad se ha repetido dos veces, se obtienen sucesivamente sobre la línea $\psi_{I\text{-}II}$ los puntos b, a y 1, este último ya en la arista de entrada. En este proceso se ha ido obteniendo además la proyección en planta de la línea de corriente $\psi_{I\text{-}II}$.

Lo mismo se repite con cada una de las líneas de corriente, cuyas meridianas son (Dis. 5, Fig. 4,a) $\psi_{II\text{-}III}$, $\psi_{III\text{-}IV}$, obteniéndose en planta (Fig. b) las proyecciones de las líneas de corriente.

Uniendo en el alzado (Fig. a) los puntos de intersección de todas las líneas de corriente trazadas (con el plano 2), a saber los designados con dicho número 2 se obtiene la curva 2, que es la intersección del álabe con el plano 2. Asimismo se obtienen, uniendo los puntos del mismo rango las curvas d,c,b,a,1, que son las intersecciones del álabe con los planos axiales d,c,b,a y 1 (plano axial de la arista de entrada).

11.12.11. Construcción del álabe mediante las curvas de nivel

Habiendo obtenido ya la forma verdadera del álabe mediante las curvas de intersección del mismo con una serie de planos axiales en el Dis. 5, Fig. 4,a es fácil suministrar al operario, que ha de construir el modelo de carpintería, un número suficiente de curvas de nivel trazadas en la planta del rodete (corte transversal). Estas curvas son la intersección del álabe con planos transversales, proyectadas ortogonalmente. El modelo de madera se construye, pues como se construye un mapa en relieve a partir de un mapa topográfico: se recortan chapas de madera, según las líneas de nivel; siendo todas las chapas del mismo espesor, o de espesor igual a la diferencia de cotas entre cada dos líneas de nivel consecutivas. A continuación se encolan ordenadamente y se alisan los escalones para obtener una superficie continua.

Este es el procedimiento seguido en el Dis. 5, Fig. 9, en la Fig. a se han repetido las líneas 1,a,b,c,d,2, que fueron obtenidas en el Dis. 5, Fig. 4,a; se han dibujado a continuación los planos transversales A, B, C, etc... La intersección de cada uno de estos planos con el álabe (representado en el Dis. 5, Fig. 9,a por sus intersecciones 1, a, b, c, d y 2 con planos axiales) proyectadas ortogonalmente sobre la planta (Fig. b), son las curvas de nivel. Estas curvas de nivel se obtienen fácilmente punto a punto, como se ha indicado en la figura a título de ejemplo para los puntos correspondientes a la intersección del rodete con el plano transversal C.

11.13. Diseño del tubo de aspiración de las TH de reacción

11.13.1. Función del tubo de aspiración

Las TH de reacción de todos los tipos (semiaxiales y axiales, unas y otras de álabes fijos y de álabes móviles) se instalan con un tubo de aspiración, cuyo objeto es triple:

a) *conducir la corriente ordenadamente* después de haber cedido su energía en el rodete al canal de salida;

b) *recuperar la altura estática de aspiración* H_s (Fig. 11-67), denominada a veces *altura de suspensión*. De ordinario se ha de hacer $H_s > 0$, a fin de que el grupo turbo-alternador quede al abrigo de las crecidas. Para recuperar esta altura estática bastaría un tubo de aspiración cilíndrico, como el de la Fig. 11-67,b el cual crea una succión a la salida del rodete, o produce un *efecto aspirador estático*, que en condiciones estáticas es exactamente igual al valor de H_s con lo cual el rodete trabaja con un salto de presión más elevado. El tubo de aspiración cilíndrico se emplea a veces por ser más económico en instalaciones de n_s elevado y poca potencia;

c) *recuperar la altura dinámica* de la corriente a la salida del rodete. Para ello el tubo de aspiración ha de ser troncocónico, o de una forma tal que las secciones de paso transversales a la corriente crezcan en la dirección del flujo, como en la

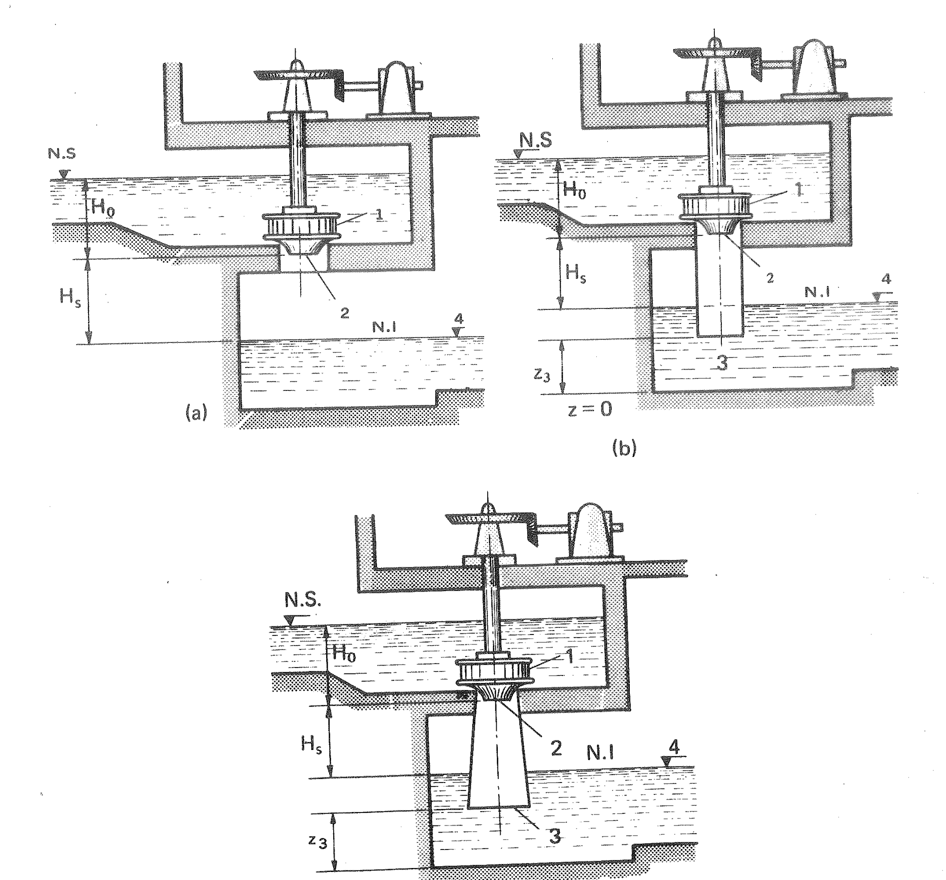


Fig. 11-67.– Estudio del ***tubo de aspiración*** **de una TH de reacción**

Fig. 11-67, c donde $A_3 < A_2$, (A_2, A_3 áreas transversales de entrada y salida respectivamente del tubo de aspiración), debida al efecto difusor o *efecto aspirador dinámico*, que no existía en la Fig. 11-67,b.

En las TF lentas el efecto aspirador estático predomina sobre el dinámico; sucediendo lo contrario en las TF rápidas y TK. En efecto el valor relativo de la energía cinética a la salida del rodete es tanto mayor cuanto menor es la altura neta, como demuestra la siguiente tabla, en la cual se dan los valores de la energía dinámica a la salida del rodete $c_2^2/2g$ en tanto por ciento de H para distintos valores de n_s; así como para los mismos valores el tanto por ciento de la energía cinética que suele perderse irremisiblemente a la salida del tubo de aspiración (sección 3 en las Figs. 11-67, b y c.).

TABLA 11-2

Tanto por ciento de energía dinámica a la salida del rodete y a la salida del tubo de aspiración en función de n_s

Turbina	Altura neta H (m)	n_s	$\frac{c^2/2g}{H}\cdot 100$	$\frac{c_3^2/2g}{H}\cdot 100$
TK	5	930	53	4
	10	830	43	2,8
	20	695	32	1,9
	30	580	24	1,4
	40	500	20	1,1
	50	435	18	0,9
	60	395	17	0,8
	70	355	16	0,70
	80	350	14	0,65
TF	45	315	10,5	1,4
	115	255	6	0,8
	170	195	2,5	0,4
	310	120	1,8	0,10
	500	80	1,5	0,02

De esta tabla se desprende, por ejemplo, que, mientras en una TF muy lenta ($n_s = 80$) la energía cinética a la salida del rodete representa tan sólo 1,5 % de la altura neta, en una TK muy rápida ($n_s = 930$) esta misma energía representa el 53 por ciento de la altura neta. En el primer caso cabría emplear un tubo de aspiración cilíndrico; mientras que en el segundo caso evidentemente no.

La función del tubo de aspiración se comprende fácilmente escribiendo la ecuación de Bernoulli generalizada entre la entrada (punto 1) y salida (punto 2) del rodete y estudiando con ella los tres casos representados en la Fig. 11-67, a, b, c:

- sin tubo de aspiración (Fig. a)
- con tubo de aspiración cilíndrico (Fig. b)
- con tubo de aspiración difusor (Fig. c)

Los subíndices en las ecuaciones siguientes se refieren a las secciones marcadas en la misma figura. Se tendrá:

$$\frac{p_1}{\rho\, g} + z_1 + \frac{c_1^2}{2g} - H_u - H_{rr} = H_0 - H_{rd} - H_u - H_{rr} = \frac{p_2}{\rho\, g} + z_2 + \frac{c_2^2}{2g} \qquad (11\text{-}29)$$

y

$$H_u = H_0 - H_{rd} - H_{rr} - \left(\frac{p_2}{\rho\, g} + z_2 + \frac{c_2^2}{2g}\right)$$

donde H_u – altura de Euler o energía específica aprovechada por el rodete;

H_{rr} – pérdidas hidráulicas en el rodete;

H_0 – energía disponible a la entrada de la turbina

H_{rd} – pérdidas hidráulicas en el distribuidor (caja espiral, predistribuidor y distribuidor).

a) *Sin tubo de aspiración* (Fig. 11-67,a).

$$\frac{p_2}{\rho\, g} = \frac{p_b}{\rho g} = 0$$

Luego, según la Ec. (11-29)

$$H_u = H_0 - H_{rd} - H_{rr} - \left(z_2 + \frac{c_2^2}{2g}\right) \qquad (11\text{-}30)$$

En este caso (efecto aspirador nulo) la altura estática z_2 y la altura cinética $c_2^2/2g$ se pierden por completo.

b) *Con tubo de aspiración cilíndrico* (Fig. 11-67, b).

En este caso gracias al tubo de aspiración se produce a la salida del rodete una succión ($p_2/\rho g$) que en el caso ideal (pérdidas hidráulicas en el tubo de aspiración nulas) es igual a $z_2 - z_4$. En el caso real la depresión producida es menor. En ambos casos la altura hidráulica o altura aprovechada por el rodete es mayor. En efecto, escribiendo la ecuación de Bernoulli entre las secciones 2 (salida del rodete) y 3 (salida del tubo de aspiración) se tiene:

$$\frac{p_b}{\rho g} + z_2 + \frac{c_2^2}{\rho\, g} - H_{ra} = \frac{p_3}{\rho g} + z_3 + \frac{c_3^2}{2g} \qquad (11\text{-}31)$$

donde H_{ra} pérdidas en el tubo de aspiración; pero

$$\frac{c_2^2}{2g} = \frac{c_3^2}{2g}$$

luego

$$\frac{p_2}{\rho g} = \frac{p_3}{\rho g} - (z_2 - z_3) + H_{ra} \qquad (11\text{-}32)$$

y escribiendo la ecuación de Bernoulli entre 3 y 4:

$$\frac{p_3}{\rho g} + z_3 + \frac{c_3^2}{2g} - H_{r3\text{-}4} = \frac{p_4}{\rho g} + z_4 + \frac{c_4^2}{2g} \qquad (11\text{-}33)$$

donde $H_{r3\text{-}4}$ – pérdidas entre 3 y 4; pero

$$\frac{c_4^2}{4} \simeq 0 \qquad H_{r3\text{-}4} = \frac{c_3^2}{2g}$$ (salida a un depósito; (véase Sec. 2.3.7.3.2).

$$\frac{p_4}{\rho g} = \frac{p_d}{\rho g} = 0 \qquad (11\text{-}34)$$

luego

$$\frac{p_3}{\rho g} = z_4 - z_a \qquad (11\text{-}35)$$

y [Ec. (11-32)]:

$$\frac{p_2}{\rho g} = -(z_2 - z_4) + H_{ra} \qquad (11\text{-}36)$$

que es la depresión real producida por el tubo de aspiración a la salida del rodete.

Llevando el valor $\frac{p_2}{\rho g}$ de la Ec. (11-36) a la Ec. (11-29) se tendrá:

$$H_u = H_0 - H_{rd} - H_{rr} - \left(z_4 + \frac{c_2^2}{2g} + H_{ra}\right) \qquad (11\text{-}37)$$

En este caso (efecto aspirador estático) se sigue perdiendo la energía cinética $c_2^2/2g$; pero comparando la Ec. (11-37) con la (11-30) se ve que la energía geodésica $(z_2 - z_4)$, se ha recuperado, salvo las pérdidas hidráulicas en el tubo de aspiración H_{ra}, que hacen que la recuperación sea menor.

c) *Con tubo de aspiración difusor (troncocónico o de área creciente en la dirección del flujo).* (Fig. 11-17, c).

Siguen siendo válidas las Ec. (11-29) y (11-31); pero en esta última ecuación $\frac{c_3^2}{2g} < \frac{c_2^2}{2g}$ por ser el tubo de aspiración difusor, y no cilíndrico como en el caso anterior. De (11-31) se deduce:

$$\frac{p_2}{\rho g} = \frac{p_3}{\rho g} - (z_2 - z_3) + \left(\frac{c_2^2 - c_3^2}{2g}\right) + H_{ra} \qquad (11\text{-}38)$$

La Ec. (11-33) sigue siendo válida, así como las condiciones (11-34); aunque ahora la pérdida $H_{r3\text{-}4} = \frac{c_3^2}{2g}$ es mucho menor, porque el tubo difusor ha reducido a un mínimo esta velocidad. Se cumple la Ec. (11-35) también, que llevada a la Ec. (11-38) nos dará en lugar de la Ec. (11-36) la siguiente ecuación:

$$\frac{p_2}{\rho g} = -\left[(z_2 - z_4) + \left(\frac{c_2^2 - c_3^2}{2g} - H_{ra}\right)\right]$$

La succión producida por el tubo de aspiración difusor es ahora mayor, y consta de un término estático $-(z_2 - z_4)$ y de un término dinámico

$$-\left(\frac{c_2^2 - c_3^2}{2g} - H_{ra}\right)$$

El término de las pérdidas del tubo de aspiración que es causa de que la succión sea menor, se asocia convenientemente a la depresión dinámica, porque este término depende de la velocidad de salida del rodete, y es nulo en condiciones estáticas.

11.13.2. Rendimiento del tubo de aspiración

Las pérdidas hidráulicas en el tubo de aspiración son de tres clases:

a) *pérdidas debidas al rozamiento de superficie* con las paredes del tubo de aspiración, que tienen lugar aunque éste sea cilíndrico;

b) *pérdidas debidas a la difusión:* con la difusión aumenta la turbulencia y la no uniformidad de la corriente con relación al tubo de sección constante;

c) *pérdidas debidas al desprendimiento de la corriente:* el desprendimiento origina contracorrientes y remolinos, que absorben energía de la corriente, la cual se transforma en calor de fricción al decelerarse los remolinos. Para evitar los remolinos es preciso que el ángulo de conicidad del tubo de aspiración no exceda el valor de 10^0; a veces por falta de espacio y para evitar una longitud exagerada del tubo de aspiración se llega hasta $15-18^0$.

Si no existiese pérdida alguna y se redujese idealmente a cero la energía cinética a la salida del tubo de aspiración el vacío conseguido a la entrada del tubo de aspiración por el efecto dinámico de la difusión sería (sección 2 en la Fig. 11-67, a).

$$\frac{c_2^2}{2g}$$

a causa de las pérdidas este vacío se reduce a

$$\frac{c_2^2}{2g} - H_{ra}$$

y el rendimiento del difusor será:

$$\eta_d = \frac{\frac{c_2^2}{2g} - H_{ra}}{\frac{c_2^2}{2g}}$$

El rendimiento de un tubo de aspiración bien diseñado, puede alcanzar y aún superar el 90 %.

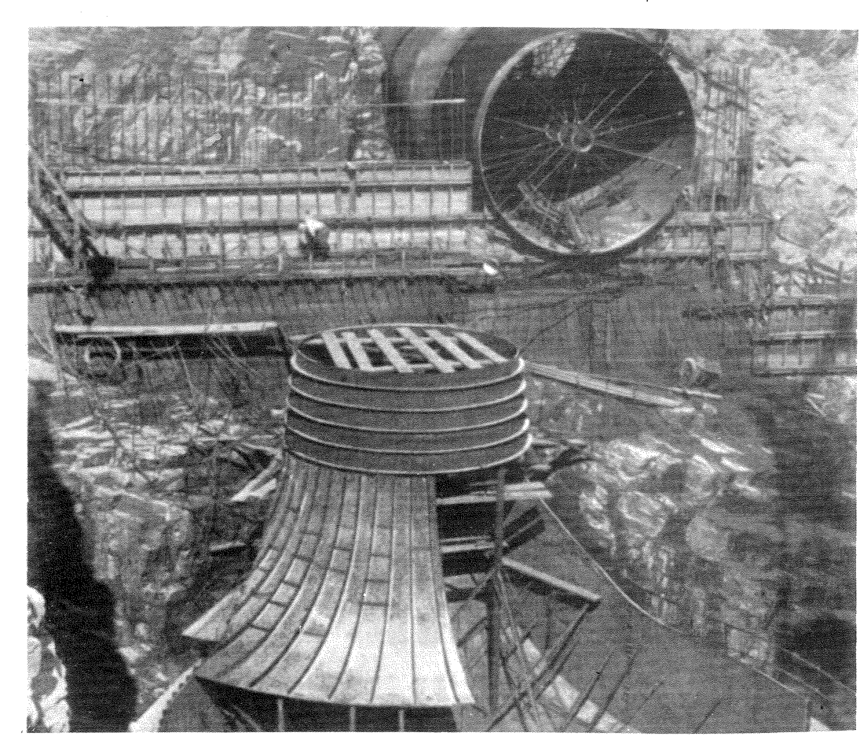
11.13.3. Formas diversas del tubo de aspiración

Tubo de aspiración troncocónico

El tubo de aspiración troncocónico es el mejor desde el punto de vista de rendimiento, porque representa la forma hidráulicamente más favorable para la

deceleración del flujo.

La calidad hidrodinámica del tubo de aspiración puede mejorarse aún más dándole a la salida la forma de embudo, como el tubo de aspiración de la Fig. 11-68.



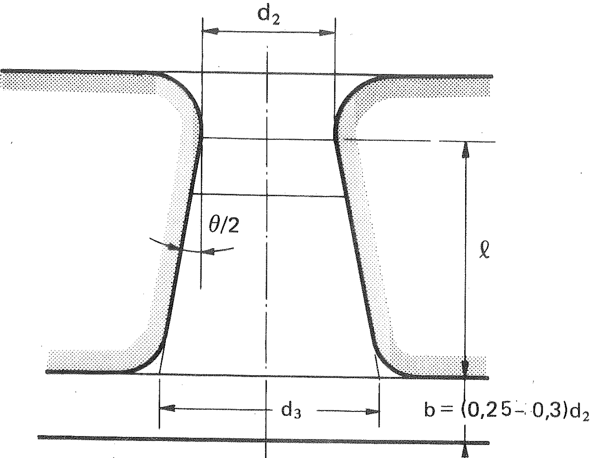


Fig. 11-68.– *Tubo de aspiración con* salida abocinada

Cuanto mayor sea el n_s de la T más importante es el efecto difusor en comparación con el efecto aspirador estático, como se vió en la Tabla 11-2, y tanto mayor alargamiento del tubo es necesario. Se denomina *alargamiento* a la relación entre la longitud desarrollada de la línea media del tubo ℓ y el diámetro de entrada del mismo, siendo este último prácticamente igual al diámetro de salida del rodete d_1. Frecuentemente

$$\frac{\ell}{d_2} \geqslant 6$$

Tubo de aspiración acodado

En las centrales de gran potencia el tubo de aspiración troncocónico exige un volumen de excavación excesivo, teniendo en cuenta que para una buena evacuación del agua se requiere que (véase Fig. 11-67) $z_3 = 1{,}3$ a $1{,}4\ d_1$ (d_1 – diámetro mayor de entrada en el rodete).

El tubo de aspiración acodado permite reducir a un mínimo el volumen y coste de la excavación; pero tiene peor rendimiento y su forma y dimensiones han de estar cuidadosamente estudiadas experimentalmente, con ensayo de modelos, para reducir las pérdidas (Fig. 11-69). Consta de tres partes: la parte troncocónica 1, siendo el ángulo del cono (véase Fig. 11-70), del orden de 14-18° pudiendo ser aún mayor, de 22-24°; el codo 2 y el difusor 3. Con referencia a la misma figura 11-69 se incluyen en la tabla siguiente los valores máximos, medio y mínimo

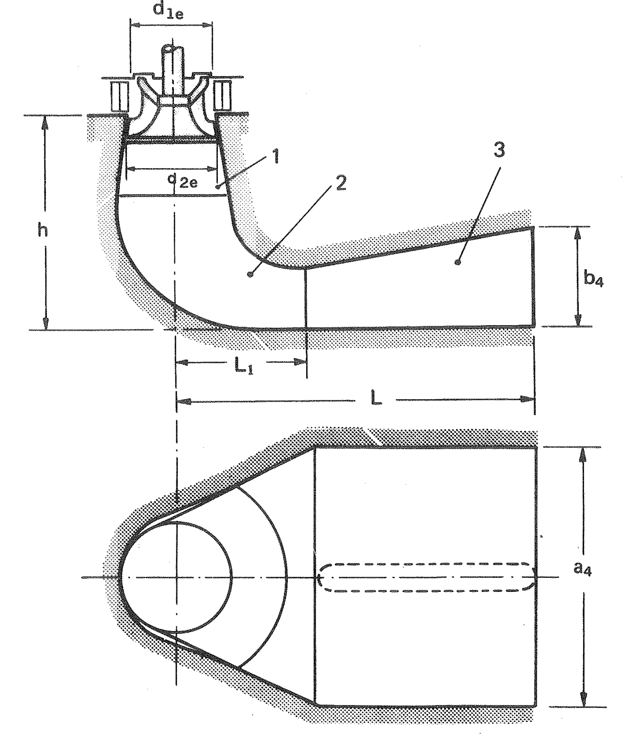


Fig. 11-69.– *Tubo de aspiración acodado*

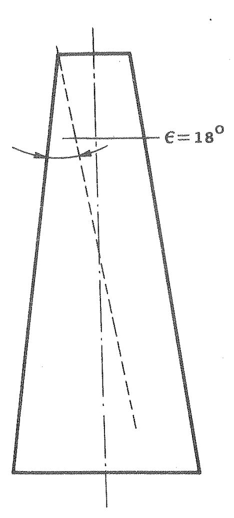


Fig. 11-70.– *Angulo de conocidad del tubo de aspiración.*

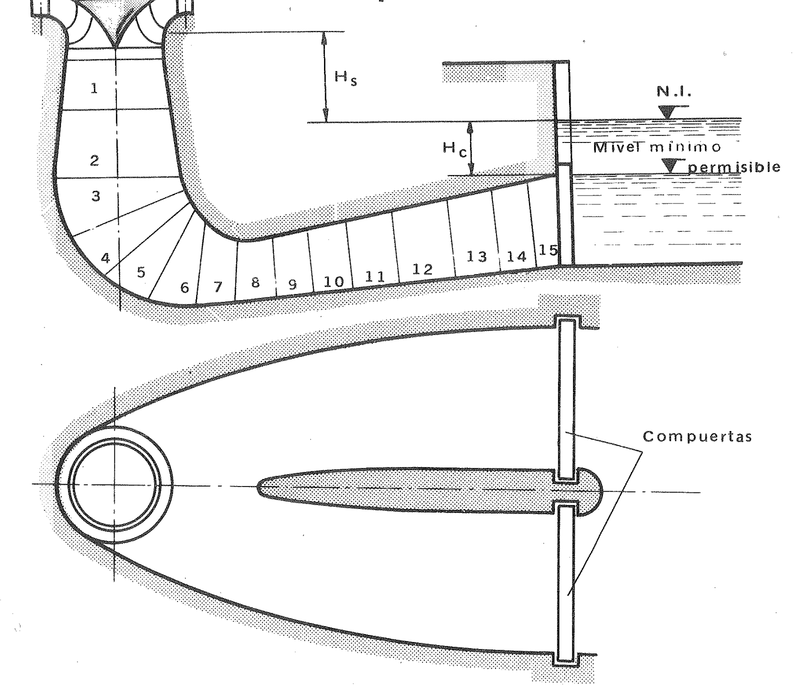


Fig. 11-71.– Alzado y planta de un *tubo de aspiración* de elevado rendimiento.

TABLA 11-3

Dimensiones principales del tubo de aspiración acodado de la Fig. 11-69 referidas a una TH de diámetro de rodete igual a 1m.

Tipo de TH	Altura h	Longitud L	Altura a la salida a_4	Altura de la sección de salida b_4
TK	2,6; 2; 1,9	4,0; 4,0;5,0	3,4; 3; 2,2	1,2; 1,1; 0,94
TF	2,8; 2,4;2,0	4,5;4;5	3,4; 3; 2,4	1,2; 1,1; 1,0

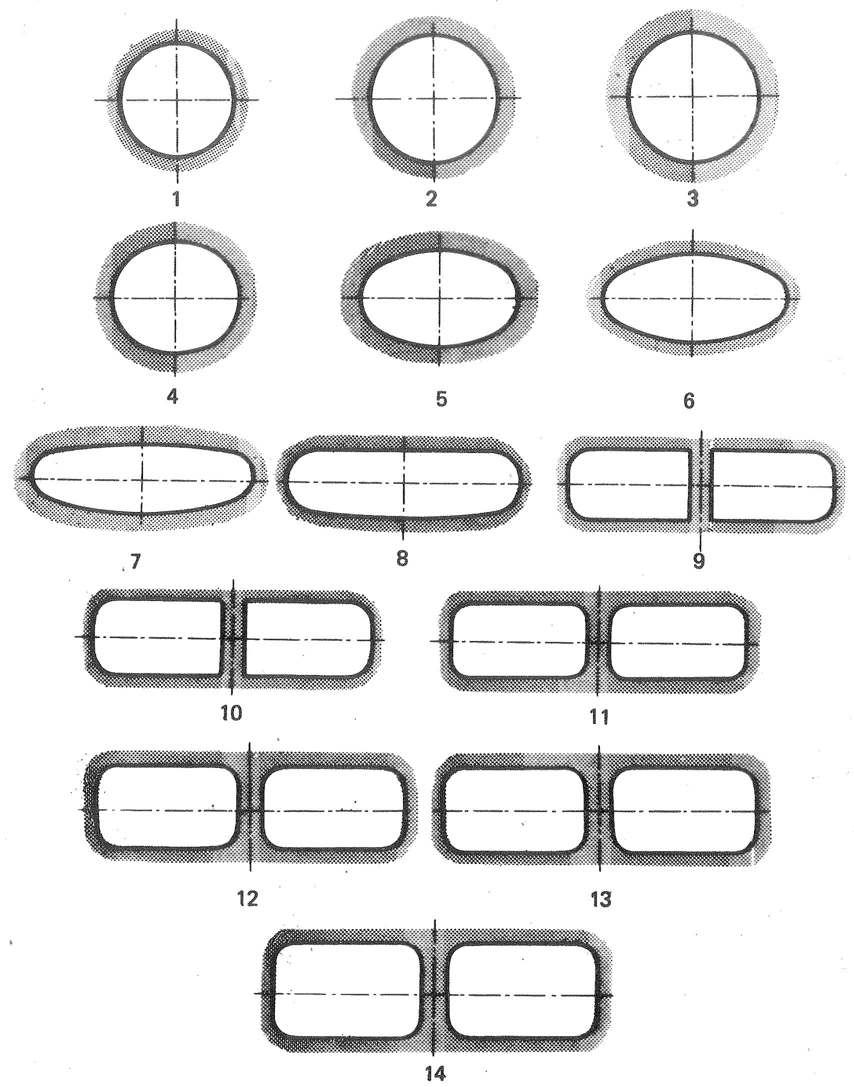


Fig. 11-72.– Cortes transversales del *tubo de aspiración* de la *Fig. Fig. 11-71.*

de sus cuatro dimensiones más características. Los valores máximos se deberán escoger cuando para una altura neta determinada se proyecte una T con el n_s máximo admisible, o sea cuando el caudal de la T sea relativamente elevado.

Las Figs. 11-71 y 11-72 muestran el alzado, planta y cortes transversales de un tubo de aspiración de alto rendimiento.

Existe la tendencia de acortar al máximo la parte vertical del tubo de aspiración con el fin de reducir una costosa excavación. Sin embargo, el codo no puede colocarse muy cerca del rodete para no perturbar el flujo. Como orientación para controlar el ensanchamiento lento de las secciones transversales, a fin de evitar el desprendimiento, si ℓ es la distancia entre dos secciones consecutivas de áreas transversales A_1 y A_2 puede utilizarse la siguiente fórmula:

$$0{,}12\,\ell < \sqrt{A_2} - \sqrt{A_1} < 0{,}2\,\ell$$

En la Fig. 11-73 puede verse en período de construcción la parte inferior del recubrimiento interior del tubo de aspiración con los anillos de anclaje de la central de Managua I (Venezuela), cuyas TF tienen las características unitarias siguientes: $H = 40$ m; $n = 116$ rpm y P_a = (máx) = 73500 kW

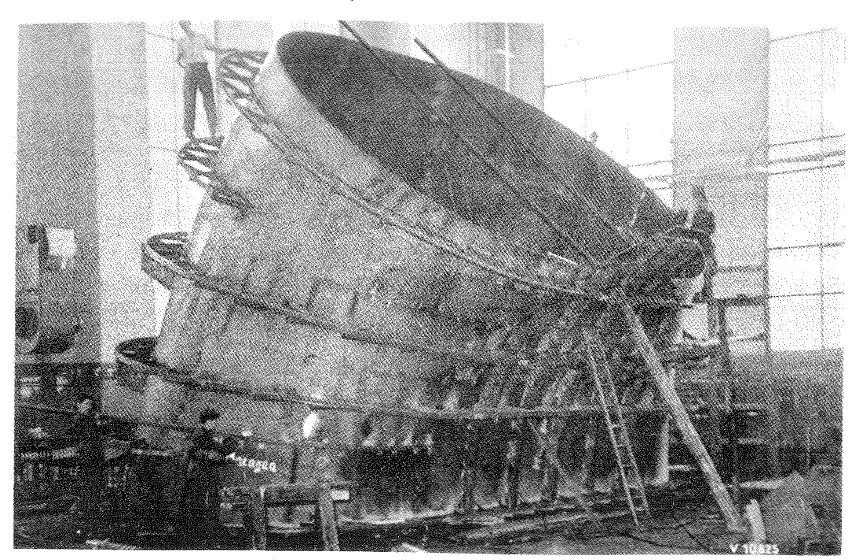


Fig. 11-73.– Parte inferior del revestimiento del tubo de aspiración de una TF de la central de Managua I. El diámetro de entrada de la parte superior tiene 5280 mm; las dimensiones de salida son de 4230 mm de altura por 10.540 mm de ancho; el espesor de pared disminuye de 15 mm a la entrada a 10 mm en la última sección.

Las Figs. 11-74 y 11-75 se refieren a los tubos de aspiración de la central de agua fluyente de Jochenstein, en el río Danubio, en el tramo fronterizo de Alemania y Austria equipada con 5 TK, cuyas características unitarias son: $H = 9{,}6$ m; $n = 65{,}2$ rpm; $P_a = 29000$ kW.

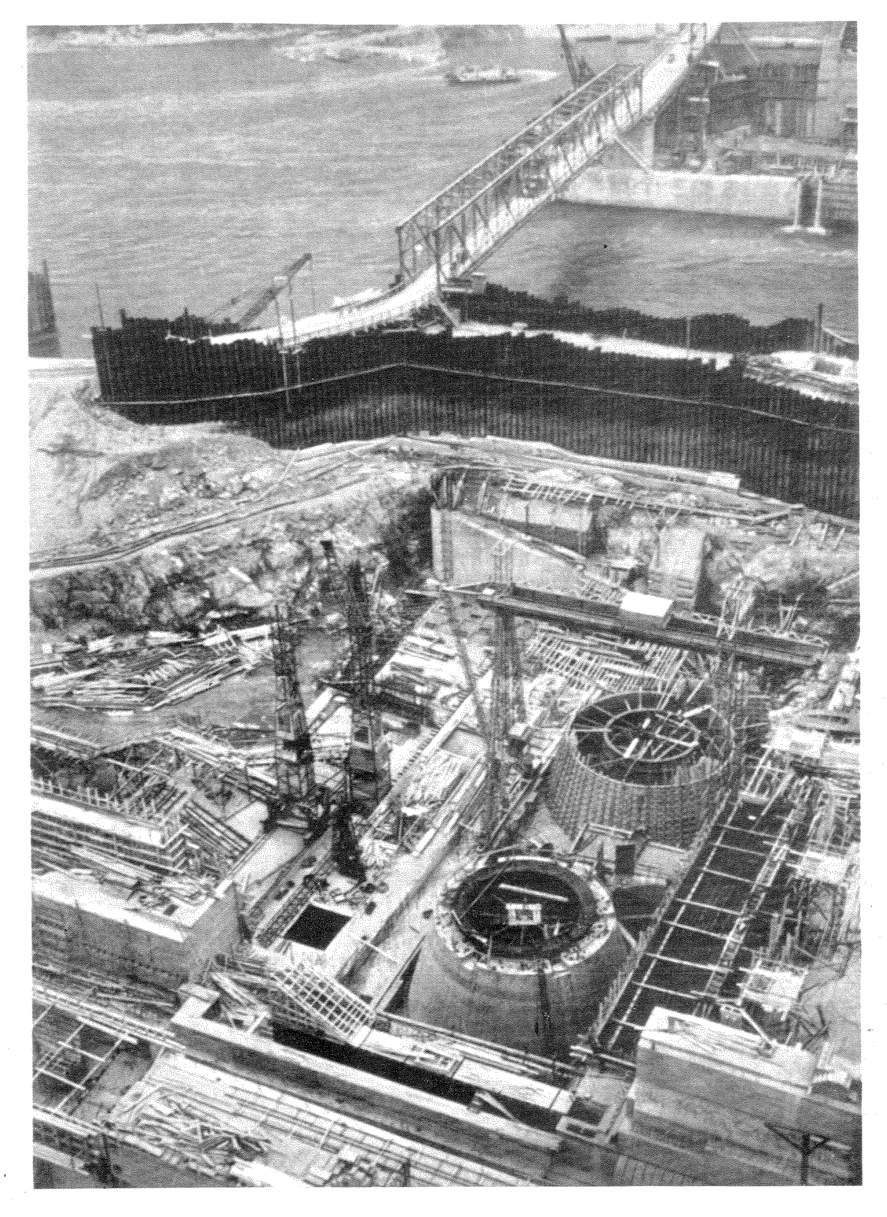


Fig. 11-74.– Conos de entrada de los *tubos de aspiración* en construcción de las TK de la central de Jochenstein. El distribuidor irá asentado sobre el cono de entrada.

En la Fig. 11-74 en la parte anterior se ve el cono de entrada de hormigón revestido interiormente de chapa de acero, sobre el cual irá asentado el distribuidor de la T; en la parte posterior se ve el encofrado del cono del segundo tubo de aspiración. En la Fig. 11-75 se ve el enconfrado del codo y de la parte horizontal, la cual

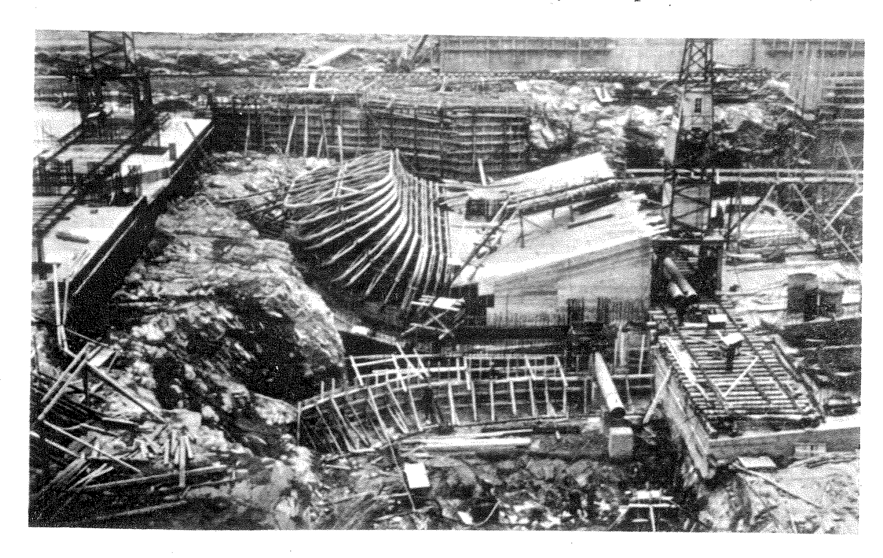


Fig. 11-75.– Construcción del encofrado del *tubo de aspiración* de una TK para la central de Jochenstein. La parte horizontal del mismo está dividida por una pared intermedia vertical.

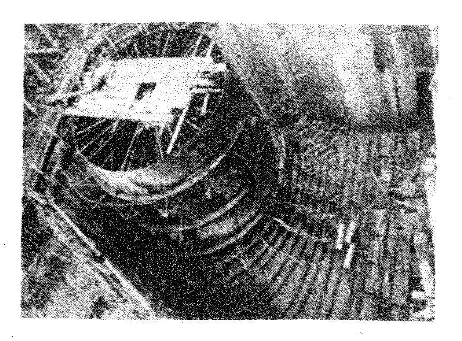


Fig. 11-76.– Montaje en la central del revestimiento de chapa del *tubo de aspiración* de una TF de 191500 kW de la central del Estreito, Brasil.

irá en este caso dividida por una pared intermedia vertical. El tubo de aspiración de la Fig. 11-76 pertenece a la central del Estreito en Brasil, dotada de 6 TF, cuya instalación se terminó el año 1969 y cuyas características son: $H_{máx.} = 63{,}3$ m; $P_a = 191500$. En la figura aparece el revestimiento total de chapa, con los anillos dispuestos para ser embebido en hormigón.

11.14. Diseño 5: Rodete de una TF

Diseñar el rodete de una TF que en un salto neto de 120 m absorba un caudal de 2 m³/s y gire con la velocidad de sincronismo correspondiente a un alternador de 3 pares de polos.

1. Cálculo del número específico de revoluciones

$$H = 120 \text{ m} \qquad Q = 2 \text{ m}^3/\text{s} \qquad n = \frac{60 \cdot 50}{3} = 1000 \text{ rpm}$$

$$n_s = n \cdot P_a^{1/2} \cdot H^{-5/4}$$

Además la potencia neta de la T será:

$$P = Q\,\rho g H \cdot 10^{-3} = 2 \cdot 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 120 \cdot 10^{-3} = 2354 \text{ kW} \simeq 3200 \text{ CV}$$

Según la Sec. 11.6 para $1500 < P < 5900$ kW, $\eta_{tot} = 0{,}85 \div 0{,}88$. Consideramos en nuestro caso un valor adecuado $\eta_{tot} = 0{,}86$, con lo cual la potencia útil será:

$$P_a = P \cdot \eta_{tot} = 3200 \cdot 0{,}86 = 2752 \text{ CV}$$

y

$$n_s = 1000 \cdot 2752^{1/2} \cdot 120^{-5/4} = 132{,}1$$

Para poder calcular el rodete según el método de *Bovet* (véase Pág. 637) será preciso obtener el *número específico de revoluciones adimensional*, a saber:

$$n_0 = \frac{\omega\,(Q/\pi)^{1/2}}{(2g\,H)^{3/4}} = \frac{\frac{2\pi \cdot 1000}{60}(2/\pi)^{1/2}}{(2 \cdot 9{,}81 \cdot 120)^{3/4}} = 0{,}2472$$

verificándose (véase Pág. 637) que

$$0{,}1 < n_0 < 0{,}8$$

2. Cálculo del perfil hidráulico

Para el trazado del perfil hidráulico seguiremos el *método de Bovet*.

Según lo dicho en la Sec. 11.12.2 (véase la Fig. 11-59) todo el estudio lo efectuamos en magnitudes adimensionales y relativas al valor ρ_{2e} que se toma como unidad.

Tanto la curva exterior (e) como la interior (i) del *perfil hidráulico* están determinadas, como ya se dijo por la siguiente expresión:

$$\frac{y}{y_m} = 3{,}08\left(1 - \frac{x}{\lambda}\right)\sqrt{\frac{x}{\lambda}\left(1 - \frac{x}{\lambda}\right)}$$

Curva e: el origen de coordenadas será el punto A; además $y_m = y_{me}$; $\lambda = \lambda_e$.

Curva i: el origen de coordenadas es el punto 0i; además $y_m = y_{mi} = \rho_{0i}$; $\lambda = \lambda_i$.

Por consiguiente precisamos estos cuatro valores y_{mi}, y_{me}, λ_i, λ_e, que son obtenidos mediante las expresiones siguientes:

$$y_{mi} = \rho_{0i} = 0{,}7 + \frac{0{,}16}{0{,}2472 + 0{,}08}$$

$$\lambda_i = 3{,}2 + 3{,}2\ (2 - 0{,}2472)\ 0{,}2472$$

$$\lambda_e = 2{,}4 - 1{,}9\ (2 - 0{,}2472)\ 0{,}2472$$

Para obtener y_{me} sustituimos en la Ec. (11-12) las coordenadas del punto 2e del cual se conoce:

$$x_{2e} \simeq 0{,}5$$

$$y_{2e} = \rho_{0e} - \rho_{2e} = \rho_{0e} - 1$$

y para $n_0 < 0{,}275$ tendremos:

$$\rho_{0e} = \frac{0{,}493}{0{,}2472^{2/3}}$$

y sustituyendo en la Ec. (11-12) tendremos:

$$\frac{y_{2e}}{y_{me}} = 3{,}08 \left(1 - \frac{x_{2e}}{\lambda_e}\right) \sqrt{\frac{x_{2e}}{\lambda_e}\left(1 - \frac{x_{2e}}{\lambda_e}\right)}$$

expresión de la que podemos obtener el valor de y_{me}.

Los restantes valores que nos faltan son:

$$\rho_{me} = \rho_{0e} - y_{me}$$

$$b_0 = 0{,}8\ (2 - 0{,}2472)\ 0{,}2472$$

3. Aristas de entrada y salida de la T y tamaño de la T

Procediendo según lo dicho en la Sec. 11.12.3 se obtienen los radios característicos de las aristas de entrada y de salida ρ_{2e} y ρ_{1i}, de los puntos 2e y 1i (véanse las Figs. 11-55 y 11-59) cuyas expresiones son:

$$\rho_{2e} = \left(\frac{30 \cdot 2}{\pi^2 \cdot 1000 \cdot \varphi_{2e}}\right)^{1/3}$$

donde φ_{2e} = coeficiente de caudal referido al punto 2e $\simeq 0{,}27$

$$\rho_{1i} = \frac{30}{\pi \cdot 1000}\left(\frac{2\,g\,120}{\psi_{1i}}\right)^{1/2}$$

donde ψ_{1i} = coeficiente de presión referido al punto 1i $\simeq 1{,}72$

Todos los valores mencionados hasta el presente, y en particular las coordenadas de los diferentes puntos del perfil hidráulico se han obtenido mediante ordenador (1) con escalas adimensionales 1:1 y 1:20. Además según los datos obtenidos:

$$\rho_{2e} = 0{,}282377 \text{ m} = 28{,}2377 \text{ cm}$$

---

(1) He aquí el *programa en "Basic"* utilizado:

```
100 PRINT "LINEA EXTERIOR DEL PERFIL HIDRAULICO" 110 PRINT-120 PRINT
130 READ W, H, R, N1, Q
140 DATA 1000, 120, 0.86, 1000, 2
150 LET P = (W*H*R*Q)/75
160 LET N = N1*3. 14159*SQR(Q/3.14159)/(((19.62*H) ↑ (3/4))*30)
170 LET L = 2.4-(1.9*(2-N)*N)
180 LET A = 3.08*(1-(.5/L))*SQR(.5*(1-(.5/L))/L)
190 LET R1 = .493/(N ↑ (2/3))
200 LET Y2 = R1 - 1
210 LET Y3 = Y2/A
220 PRINT "X", "Y", "  ", "20*X", "20*Y" — 230 PRINT
240 FOR X = 0 TO L STEP .05
250 LET Y = 3.08*Y3* (1-(X/L))*SQR(X*(1-(X/L)/L))
260 PRINT X,Y, "  ", 20*X,20*Y
270 NEXT X — 280 PRINT — 290 PRINT
300 PRINT "NUMERO ESPECIFICO DE REVOLUCIONES ADIMENSIONAL"; N
310 PRINT "POTENCIA UTIL";P;"CV"
320 PRINT "LE=";L,"20*LE=";20*L
330 PRINT "X2E = 0.5", "20* X2E = 10"
340 PRINT "R0E ="; R1, "20*R0E =";20*R1
350 PRINT "Y2E ="; Y2,"20*Y2E =";20*Y2
360 PRINT "YME ="; Y3, "20*YME =";20*Y3 — 370 PRINT — 380 PRINT
390 PRINT "LINEA INTERIOR DEL PERFIL HIDRAULICO"—400PRINT—410 PRINT
420 LET L5=3.2+(3.2*(2-N)*N)
430 LET Y5=.7+(.16/(N+.08))
440 PRINT "X","Y","  ","20*X","20*Y"—450 PRINT—460 PRINT—470 PRINT
480 FOR X = 0 TO L5/4 STEP .05
490 LET Y = 3.08*Y5*(1-(X/L5))*SQR(X*(1-(X/L5))/L5)
500 PRINT X,Y, "  ", 20*X,20*Y
510 NEXT X—520 PRINT—530 PRINT
540 PRINT "YMI ="; Y5, "20*YMI ="; 20*Y5
550 PRINT "LI/4 ="; L5/4, "20*LI/4 ="; 5*L5—560 PRINT—570PRINT
580 PRINT "ARISTAS DE ENTRADA Y SALIDA"—590 PRINT—600 PRINT
610 LET Z1 = (30*SQR(19.62*H/1.72))/(3.14159*N1)
620 LET Z2 = (30 * Q/(N1 *.27*(3.14159 ↑ 2)))↑(1/3)
630 LET Z3 = (.8*(2-N)*N)
640 PRINT "R1I ="; Z1 —650 PRINT
660 PRINT "R2E ="; Z2 — 670 PRINT
680 PRINT "B0 ="; Z3, "20*B0 ="; 20* Z3
9999 END
```

Los dibujos originales de donde se han reducido las Figs. 1, 4 y 9 del texto se hicieron de manera que en el dibujo $\rho_{2e} = 20$ cm, siendo pues la escala de los dibujos originales $E = \frac{20}{28{,}2377} = 0{,}70827$. Con la escala gráfica de las Figs. 4 y 9 se puede obtener inmediatamente cualquier dimensión del rodete real.

4. Número de álabes del rodete

Según la Sec. 11.12.5 y Fig. 11-63 el número de álabes favorable de nuestra T para $n_s = 132{,}1$ será:

$$z = 12 - 14 \text{ álabes}$$

5. Trazado de la red de corriente

Procediendo según se explica en la Sec. 11.12.6, hemos dividido nuestra turbina en 6 turbinas parciales. *Las líneas de corriente* se designan $\psi_{I}, \psi_{II}, \psi_{III}, ..., \psi_{VII}$, coincidiendo las líneas ψ_{I} y ψ_{VII} con las líneas interior y exterior del perfil hidráulico, previamente calculadas en el apartado 2. Las líneas de corriente medias $\psi_{I,II}, \psi_{II,III}$, etc... son las representativas de las turbinas parciales respectivas, y son las que utilizaremos en el diseño. Las líneas de corriente se han obtenido por el método de las aproximaciones sucesivas hasta conseguir que trazadas primero estimativamente las líneas equipotenciales en todos los rectángulos curvilíneos representados en la Fig. 1 se verifique que:

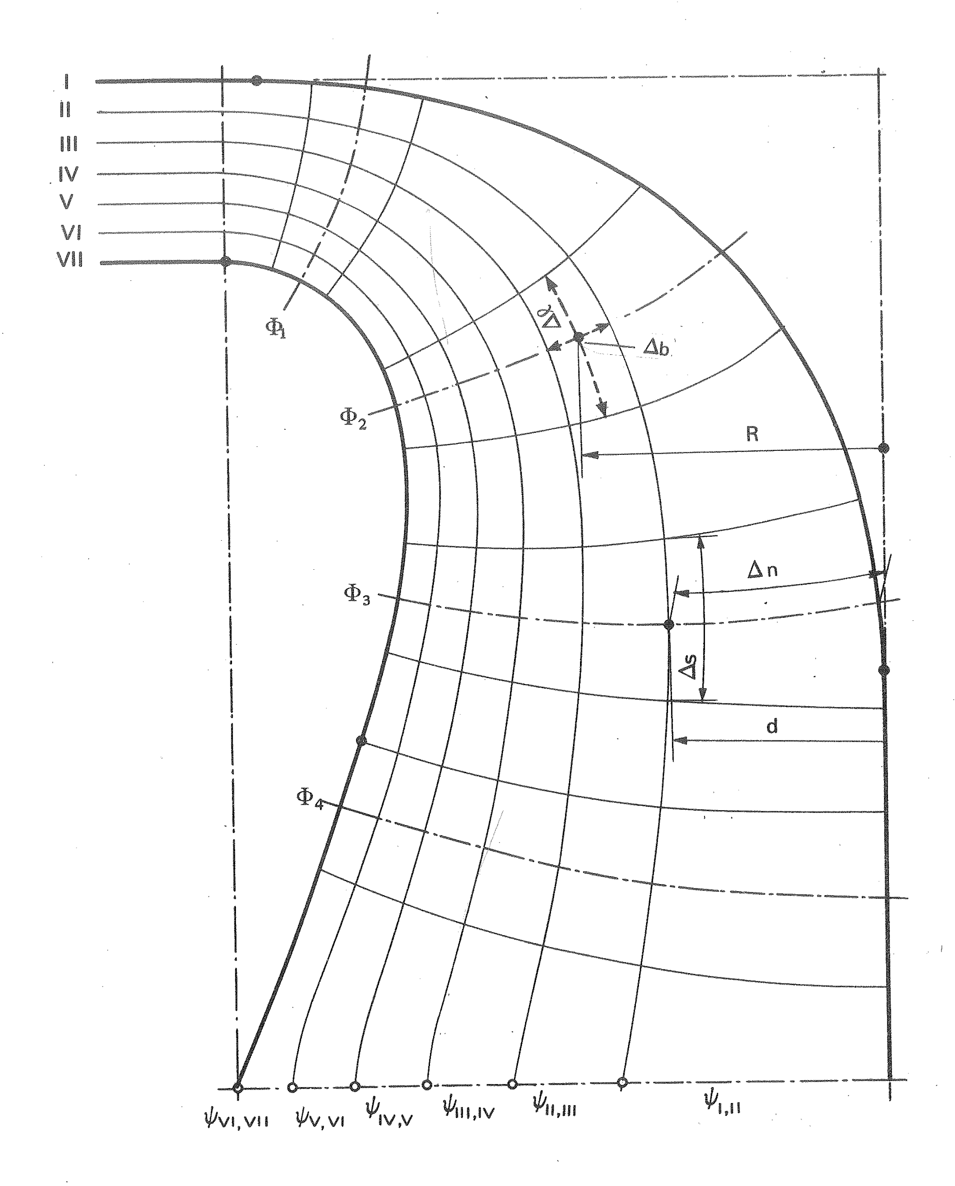
$$\frac{\Delta b \cdot R}{\Delta \ell} = \text{cte}$$

En la tabla 1 se aducen los resultados correspondientes a la tercera rectificación representada también en la Fig. 1, en la cual se dibuja la red compuesta de las líneas de corriente y las líneas equipotenciales, correspondientes a dicha aproximación.

El otro procedimiento que puede seguirse para efectuar el trazado de las líneas de corriente es el descrito en la Sec. 2.3.6.5. Básicamente ambos procedimientos no difieren entre sí. En la tabla 2 pueden verse los valores correspondientes a la misma tercera aproximación según el procedimiento tabular explicado en dicho lugar.

Comparando las Tablas 1 y 2 observamos la similitud entre ambos métodos, por lo que se refiere a los signos de corrección. La diferencia entre ambos métodos, es (a la vista de los resultados), que el 2.° lleva más rápidamente hacia el resultado correcto, mientras que el 1.° precisa más reiteraciones.

A pesar de lo expuesto, es preferible el método 1.° por precisar un número de operaciones considerablemente menor y acelerarse consiguientemente el proceso.



Diseño 5. Fig. 1.–Inscripción de la *red de corriente* en el interior del perfil hidráulico.

DISEÑO 5.

Tabla 1, correspondiente a la 3.ª aproximación según el método descrito en la Sec. 11.12.6.

Línea equipotencial	Turbina parcial	Δb (mm)	R (mm)	$\Delta \ell$ (mm)	$\frac{\Delta b \cdot R}{\Delta \ell}$ (mm)	Valor medio	Corrección a efectuar en las líneas de corriente (mm)	Error (respecto al valor medio) %
Φ_1	$\psi_{I,II}$	16	192	41,5	74,02	81,44	+7,4	9,1 %
	$\psi_{II,III}$	15,5	200	38,5	80,51		+ 0,9	1,1 %
	$\psi_{III,IV}$	14	204	36	79,33		+ 2,1	2,5 %
	$\psi_{IV,V}$	12	209,5	32	78,56		+ 2,8	3,4 %
	$\psi_{V,VI}$	11	214,5	28	84,26		− 2,8	3,4 %
	$\psi_{VI,VII}$	10,5	219	25	91,98		−10,5	12,9%
Φ_2	$\psi_{I,II}$	52	81,5	73	58,05	56,99	− 1,06	1,8 %
	$\psi_{II,III}$	25	116	60	48,33		+ 8,66	15,2 %
	$\psi_{III,IV}$	20,5	138	50	56,58		+ 0,48	0,8 %
	$\psi_{IV,V}$	15,5	154,5	44	54,42		+ 2,57	4,5 %
	$\psi_{V,VI}$	14	168	38	61,89		− 4,90	8,6 %
	$\psi_{VI,VII}$	11,5	180	33	62,72		− 5,73	10 %
Φ_3	$\psi_{I,II}$	82	42	71	48,51	54,56	+ 6,05	11,1 %
	$\psi_{II,III}$	33	99	59	55,37		− 0,81	1,4 %
	$\psi_{III,IV}$	24,5	128	54	58,07		− 3,51	6,4 %
	$\psi_{IV,V}$	19	149,5	50	56,81		− 2,25	4,1 %
	$\psi_{V,VI}$	15,5	167	46	56,27		− 1,71	3,1 %
	$\psi_{VI,VII}$	12,5	180	43	52,32		+ 2,24	4,1 %
Φ_4	$\psi_{I,II}$	91	45	65	63	65,86	+ 2,86	4,3 %
	$\psi_{II,III}$	36,5	108	60	65,7		+ 0,16	0,24 %
	$\psi_{III,IV}$	29	140	57	71,22		− 5,36	8,1 %
	$\psi_{IV,V}$	23,5	165	55	70,5		− 4,64	7 %
	$\psi_{V,VI}$	19	185,5	53	66,5		− 0,64	0,9 %
	$\psi_{VI,VII}$	15	202	52	58,27		+ 7,59	11,5 %

DISEÑO 5

Tabla 2, correspondiente a la 3.ª aproximación, según el método descrito en la Sec. 2.3.6.5. (Dimensiones en mm).

(La tabla corresponde a una línea equipotencial, la Φ_2. Para la rectificación de las restantes líneas equipotenciales se ha de construir una tabla para cada una de ellas).

LINEA EQUIPOTENCIAL Φ_2									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Linea de corriente	d	Δs	$\frac{d}{\Delta s}$	Δn	$\left(\frac{d}{\Delta s}\right)_m$	$\Delta A_i = \left(\frac{d}{\Delta s}\right)_m \cdot \Delta n$	$\delta(\Delta A_i) = \Delta A_m - \Delta A_i$	$\delta(\Delta n) = \frac{\delta(\Delta A)}{\left(\frac{d}{\Delta s}\right)_m}$	$\frac{\delta(\Delta n)}{\Delta n}$ %
I	122	79	1,5	—	—	—	—	—	—
II	209	65	3,2	54	2,3	126,9	− 11,1	− 4,82	8,9 %
III	255	55	4,6	25	3,9	97,5	+ 18,3	+4,69	18,7 %
IV	294	48	6,1	21	5,35	112,3	+ 3,4	+0,64	3 %
V	336	42	8	16	7,05	112,8	+ 3	+0,42	2,6 %
VI	350	37	9,4	14	8,7	121,8	− 6	− 0,68	4,9 %
VII	372	33	11,2	12	10,3	123,6	− 7,8	−0,75	6,3 %
						$(\Delta A)_m = 115{,}8$			

6. Trazado de la arista de entrada

En lugar de suponer ahora o trazar estimativamente la arista de salida (véase la Pág. 654) un tanteo previo de nuestro diseño nos ha llevado a abandonar este método y en su lugar partiremos de una arista de entrada estimada a base de interpolación, según el número específico de revoluciones, de aristas de T previamente diseñadas y contrastadas con modelos en el banco de pruebas.

Siendo en nuestra turbina $n_0 = 0{,}2472$, comprendido, pues, entre $0{,}2 < n_0 < 0{,}3$, elegimos una forma para la arista de entrada entre las correspondientes a las de los dos anteriores, partiendo el punto (1i) que es conocido y pertenece a dicha arista (véase Fig. 11-60).

7. Valor del coeficiente de velocidad meridional k_{cm} en cada punto del espacio ocupado por el rodete

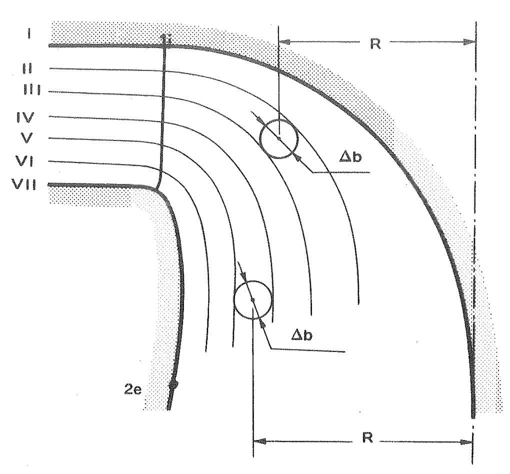
Una vez trazada la red de corriente de la Fig. 1 es inmediato el cálculo de la velocidad meridional c_m en cada punto: para ello se inscriben (véase Fig. 2) en cada turbina parcial circunferencias, que sean tangentes a las líneas de corriente que limitan dicha turbina parcial, cuyo diámetro será Δb_x y la distancia del centro de dicha circunferencia al eje de la turbina R_x. Los centros de las circunferencias inscritas en cada turbina parcial definen la línea de corriente media, representativa de cada turbina parcial.

De la Fig. 2 se deduce:

$$c_{mx} = \frac{\Delta Q}{2\pi R_x \Delta b_x}$$

siendo

$$\Delta Q = \frac{Q}{6}$$



Diseño 5. Fig. 2.–Obtención de la línea de corriente media y de los coeficientes k_{cm}.

Es claro que para obtener el valor de la velocidad de la turbina real hemos de multiplicar los valores medidos en el dibujo (R_x y Δb_x) por el factor de escala correspondiente (en nuestro caso, según lo dicho en la Pág. 662).

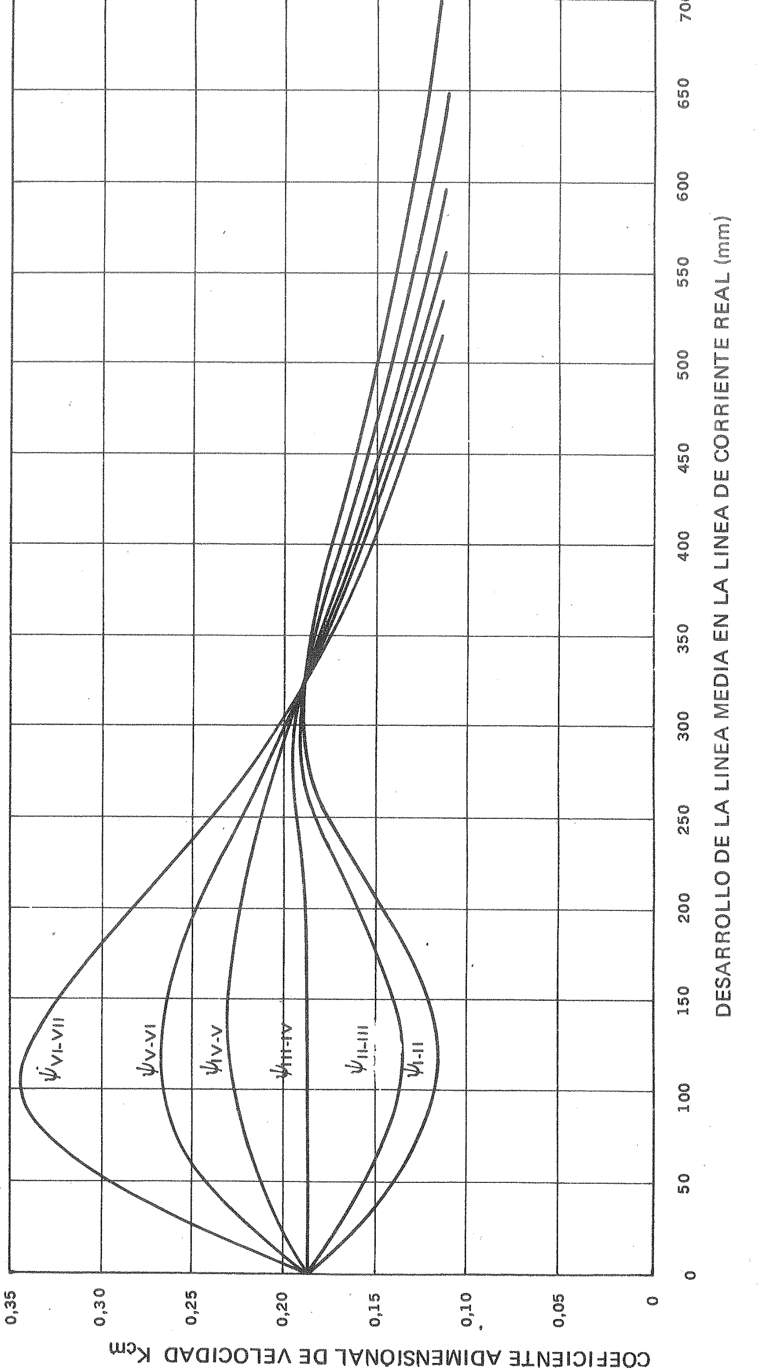
$$R_{real} = R_x \frac{1}{0{,}7082} \; ;$$

$$\Delta b_{real} = \Delta b_x \frac{1}{0{,}7082}$$

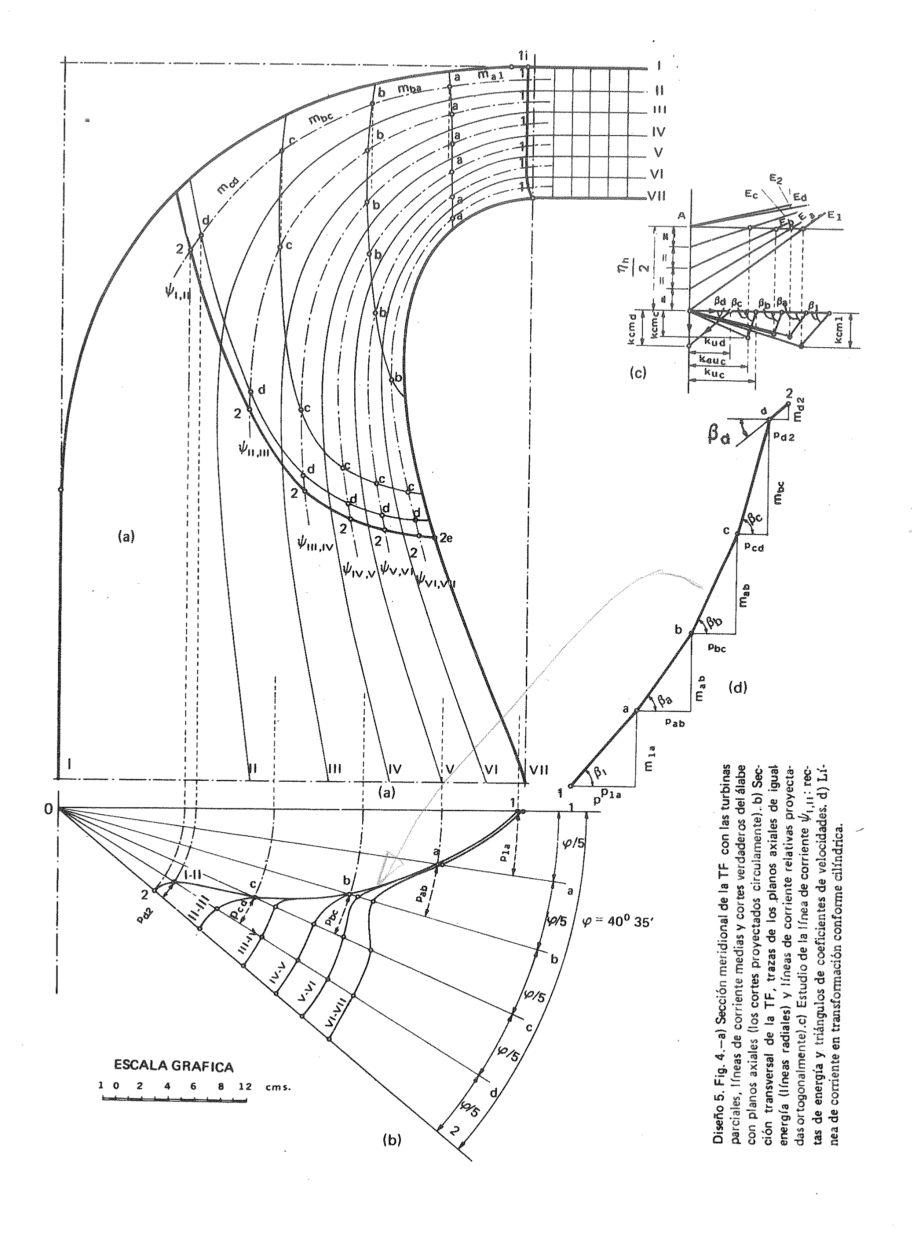
$Q = 2\,m^3/s$ y $\Delta Q = 0{,}3333\ m^3/s$. El coeficiente de velocidad meridional en cada punto será:

$$k_{cm} = \frac{c_m}{\sqrt{2gH}}$$

Después de haber calculado para cada una de las turbinas parciales y para distintos puntos (los centros de las circunferencias anteriormente indicados) los valores de k_{cm} llevamos dichos valores a un gráfico cartesiano, que puede verse en la Fig. 3, tomando como abscisas la longitud desarrollada de la línea de corriente (multiplicando previamente por el factor de escala ya indicado).



Diseño 5. Fig. 3.–Valores de k_{cm} en puntos cualesquiera de cada línea de corriente.



Diseño 5, Fig. 4.—a) Sección meridional de la TF con las turbinas parciales, líneas de corriente medias y cortes verdaderos del álabe con planos axiales (los cortes proyectados circulamente). b) Sección transversal de la TF, trazas de los planos axiales de igual energía (líneas radiales) y líneas de corriente relativas proyectadas ortogonalmente). c) Estudio de la línea de corriente $\psi_{I,II}$: rectas de energía y triángulos de coeficientes de velocidades. d) Línea de corriente en transformación conforme cilíndrica.

Diseño 5, Fig. 4

8. Angulo φ de cesión de energía en el rodete (véase la Fig. 4,b)

Provisionalmente se eligió este ángulo partiendo de un valor inicial de acuerdo con otros diseños cuyo número específico de revoluciones era aproximado al nuestro. Una vez elegido este ángulo inicial prescribimos que la energía total ($\eta_{h/2}$) se ceda en el rodete en cuatro saltos y hacemos que en un quinto salto el triángulo de salida permanezca rectángulo, es decir, se divide el ángulo φ en 5 partes iguales. A continuación partimos del punto 1 de la turbina parcial VI-VII, de la que conocemos aproximadamente el punto 2 por conocer el 2e. Si al ir cediendo la energía no llegamos al final del proceso (con el ángulo φ inicialmente elegido) hasta un punto 2 aceptable hemos de volver a tomar otro ángulo φ mayor o menor que el anterior, según sea el resultado anteriormente obtenido. Una vez conseguido un ángulo φ aceptable procedemos a la obtención de las rectas de energía y de los triángulos de los coeficientes de velocidad para todas las turbinas parciales, hasta llegar a la arista de salida que se obtiene uniendo los puntos 2 de cada una de dichas turbinas. El ángulo φ finalmente adoptado (véase Fig. 4,b) es $\varphi = 40° \; 35'$.

9. Cálculo de las intersecciones del álabe con los planos axiales (curvas 1-1, a-a, b-b, ..., 2-2 en Fig. 4-a)

Llamando $E_{1,a}$, $E_{1,b}$ etc... a la energía cedida por el agua al rodete entre los planos 1 y a, a y b, etc... se tendrá:

$$E_{1,a} = E_{a,b} = E_{b,c} = E_{c,d}$$

siendo igual la energía cedida entre cada dos planos axiales consecutivos y además, según lo dicho, $E_{d,2} = 0$

Se tendrá, pues:

$$k_{u1} \cdot k_{cu1} = k_{ua} \cdot k_{cua} + 1/4 \; \eta_h/2 \qquad (1)$$

$$k_{ua} \cdot k_{cua} = k_{ub} \cdot k_{cub} + 1/4 \; \eta_h/2 \qquad (2)$$

$$k_{ub} \cdot k_{cub} = k_{uc} \cdot k_{cuc} + 1/4 \; \eta_h/2 \qquad (3)$$

$$k_{uc} \cdot k_{cuc} = k_{ud} \cdot k_{cud} + 1/4 \; \eta_h/2 \qquad (4)$$

$$k_{ud} \cdot k_{cud} = k_{u2} \cdot k_{cu2} \qquad (5)$$

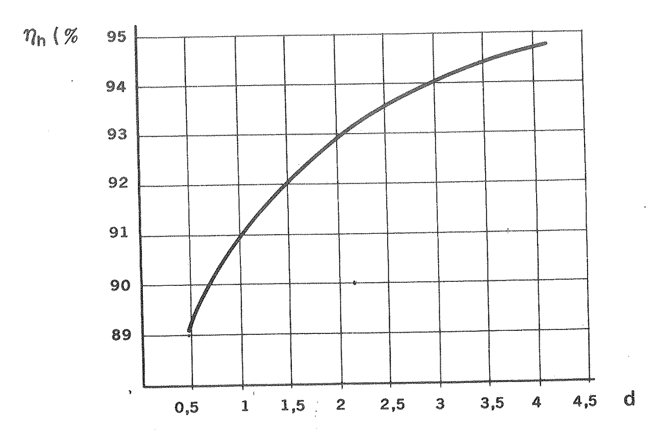
Nota.—Imponiendo la condición de que el triángulo de salida sea rectángulo tendremos que $k_{cu2} = 0$, y, según la Ec. (5) el triángulo en el plano d deberá ser rectángulo para que $k_{cud} = 0$.

Se parte, como hemos dicho de la arista de entrada, en la cual conocemos en todo punto el valor del radio y por tanto conocemos en todo punto también:

$$u_1 = \pi R_1 \cdot n \quad (n \text{ en rps}) \qquad \text{y} \qquad k_{u1} = \frac{u_1}{\sqrt{2gH}}$$

El valor del rendimiento hidráulico se estima a base de la Fig. 5 en función del diámetro del rodete (en nuestro caso $d = d_{1l}$), adoptándose el valor $\eta_h = 89{,}8$ por ciento.

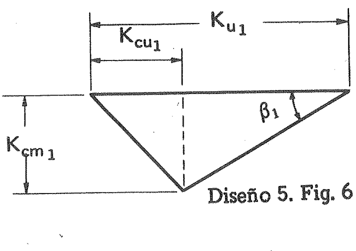
El proceso de cálculo se puede efectuar: *a)* numérica; *b)* gráficamente (véase la Sec. 11.12.10).



Diseño 5. Fig. 5.– Estimación del rendimiento hidráulico de una TF en función del diámetro característico hidráulico (véase Fig. 11-22).

a) Proceso numérico

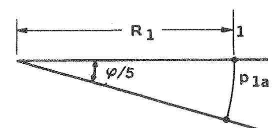
El primer miembro de la Ec. (1) lo conocemos ya que $k_{cu1} = \eta_h/2$ así como el valor de k_{cm1} (Fig. 3) y el de k_{u1}, con lo cual queda determinado el triángulo de velocidad del punto 1 (Fig. 6).



Diseño 5. Fig. 6

Además, conocemos el valor del paralelo o arco correspondiente al ángulo $\varphi/5$, cuyo valor (Fig. 7), será:

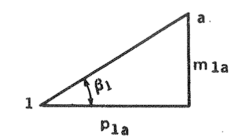
$$p_{1a} = R_1 \cdot \frac{\varphi}{5} \text{ (con } \varphi \text{ en radianes)}$$



Diseño 5. Fig. 7

El valor del meridiano m_{1a} (Fig. 8), será:

$$m_{1a} = p_{1a} \cdot \operatorname{tg} \beta_1$$



Diseño 5. Fig. 8

Conformando sobre la línea de corriente media representativa parcial una longitud igual a m_{1a} a partir del punto 1 se obtiene sobre dicha línea

de corriente el punto a (Fig. 4, a). Una vez obtenido dicho punto medimos su radio R_a y obtenemos con él (multiplicado como siempre por el factor de escala) el valor de k_{ua}, y mediante la Ec. (1) obtenemos el valor de k_{cua}; al conocer también el valor de k_{cma} por la Fig. 3 determinamos también el triángulo del punto a y por consiguiente el paralelo y el meridiano entre a y b.

Continuando con este proceso llegaremos al punto d, del cual conocemos que el triángulo es rectángulo hasta el punto 2, y con esto tenemos determinadas todas las rectas de energía y por tanto la arista de salida.

El hacer todo esto numéricamente da lugar a una rapidez mayor en las aproximaciones sucesivas que exige la realización del proceso.

b) *Proceso gráfico*

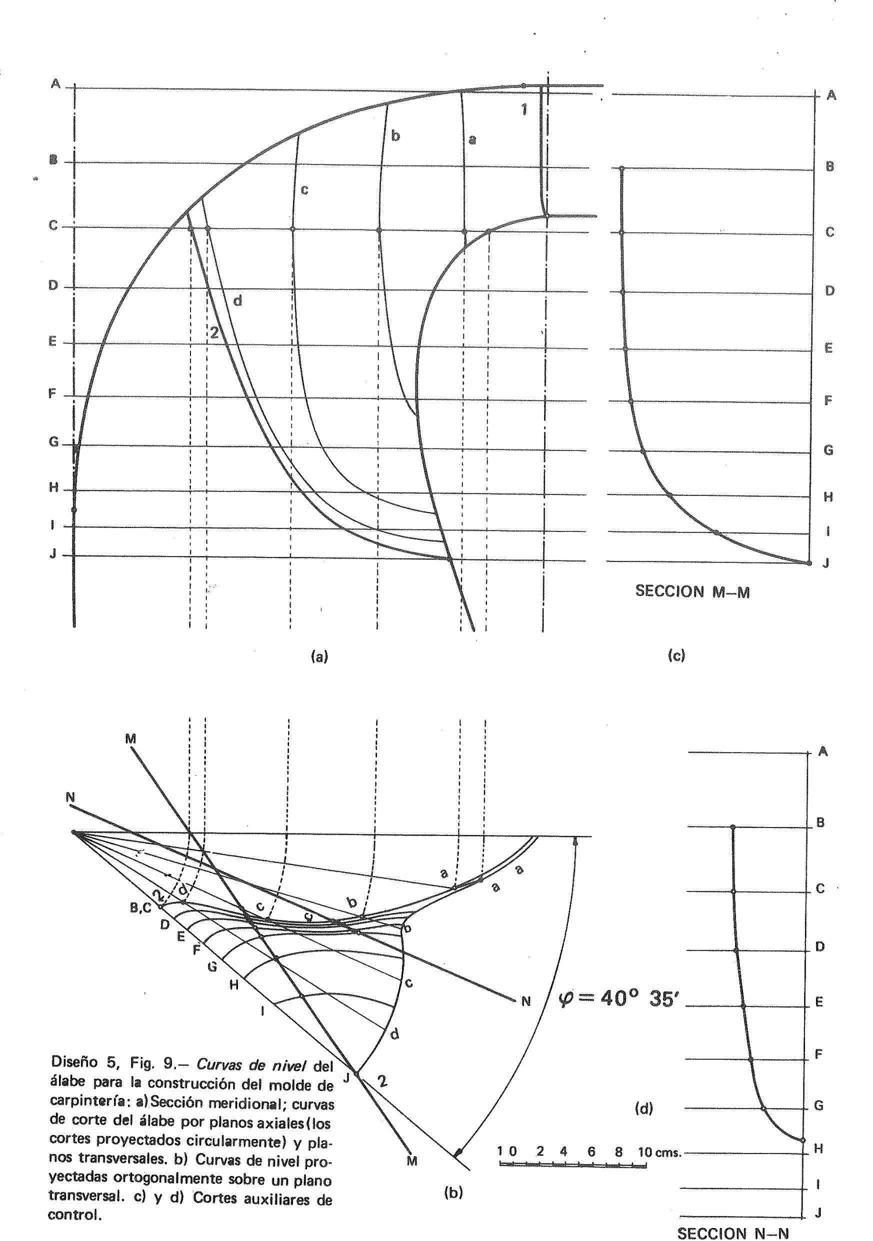
En el proceso gráfico largamente explicado en la Sec. 11.12.10, en lugar de ir calculando todos los valores anteriormente dichos de forma numérica, se determinan gráficamente los triángulos de velocidad (k_u mediante la recta $k_u = f(R)$ y k_{cu} mediante las rectas de energía; mientras que k_{cm} se determina, como en el proceso numérico, a partir de la Fig. 3).

Hemos experimentado al realizar el diseño, que pequeñas variaciones en los valores de los coeficientes, y por tanto de los ángulos β, tienen una influencia muy grande en los valores de las meridianas, siendo por tanto el método gráfico mucho menos preciso que el anterior, y sobre todo si el método numérico se efectúa, como en nuestro caso, con ordenador, lo cual da rapidez y precisión al cálculo.

Con lo anteriormente expuesto obtenemos (Fig. 4) las rectas de energía, triángulo de coeficientes de velocidad (semejantes a los triángulos de velocidad) y los cortes de la superficie alabeada del álabe al cortar por planos axiales que se proyectan circularmente.

En la Fig. 4 se ha detallado el estudio para la línea de corriente representativa de la turbina parcial ψ_{I-II}: Fig. 4,c rectas de energía y triángulos de los coeficientes de velocidad de dicha línea; Fig. 4, d: desarrollo cilíndrico conforme de dicha línea de corriente (la línea de corriente está formada por las hipotenusas de los triángulos rectángulos cuyos catetos son segmentos de paralelas y meridianos. El ángulo β que forma la línea de corriente con el paralelo es el ángulo β de la "notación internacional" no desfigurado y el que sirve para la conformación del álabe).

Aplicando el proceso anterior a todas las líneas de corriente se obtienen en cada turbina parcial los puntos 1, a, b, c, d,2; uniendo ahora todos los puntos de igual denominación se han obtenido las curvas 1, a, b, c, d y 2, que representan en proyección meridional las intersecciones verdaderas (no desfiguradas) del álabe con los planos axiales elegidos con lo cual el álabe queda perfectamente determinado.



Diseño 5, Fig. 9.– *Curvas de nivel* del álabe para la construcción del molde de carpintería: a) Sección meridional; curvas de corte del álabe por planos axiales (los cortes proyectados circularmente) y planos transversales. b) Curvas de nivel proyectadas ortogonalmente sobre un plano transversal. c) y d) Cortes auxiliares de control.

Diseño 5, Fig. 9

10. Obtención del modelo de carpintería para la conformación del álabe.

En la Fig. 9 se han vuelto a dibujar las curvas 1, a, b, c, d y 2. A continuación se trazan los planos transversales A, B, C, D, E, F, G, H, I, J (tantos como se necesiten para la precisión del trazado y con distancias arbitrarias entre ellos). La intersección de cada uno de estos planos con el álabe proyectada ortogonalmente nos dan curvas de nivel, tales como la J, H, G, etc. de la Fig. 9. Según estas curvas de nivel se construirá el molde de carpintería. En la Fig. 9 se ha detallado el proceso para la obtención de la curva de nivel, obtenida al cortar el álabe por el plano transversal C. Así mismo en dicha figura se han dibujado las intersecciones del álabe con dos planos arbitrarios de control M–M y N–N, que nos sirven para contrastar la forma del álabe que no debe presentar cambios bruscos de curvatura.

Nota final

La precisión de los procesos expuestos depende en gran parte de la precisión con que tracemos la red de corriente, ya que un mal trazado de dicha red puede introducir en el proceso grandes errores.

12. Estudio y proyecto de las turbinas de reacción de álabes orientables: turbinas Kaplan y turbinas Dériaz

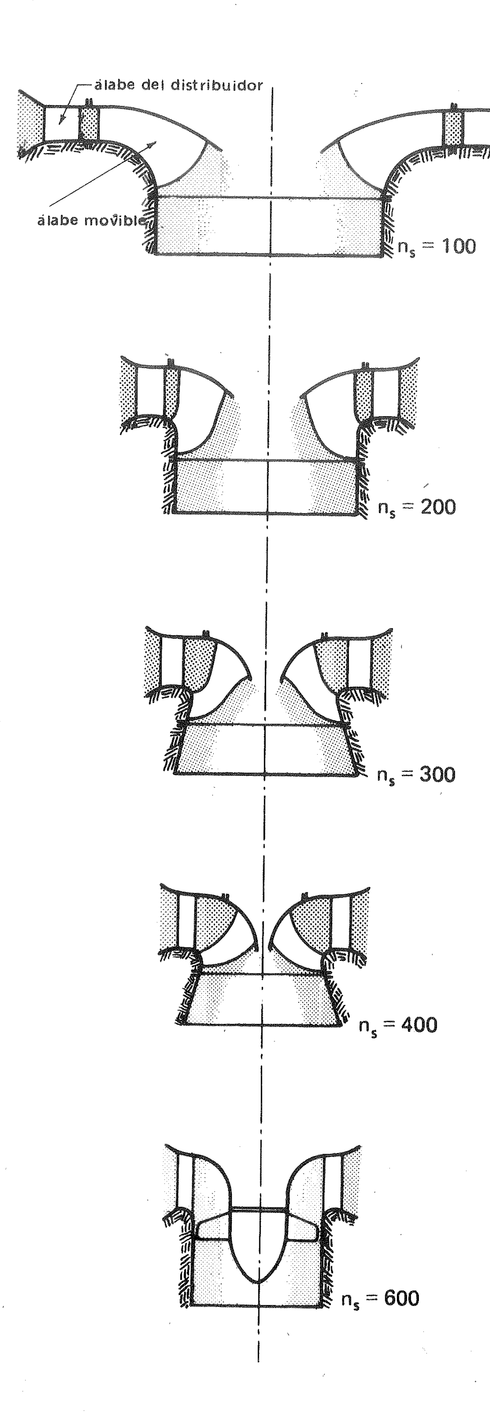
12.1. Estudio y proyecto de las TK

12.1.1. Introducción

La explotación económica de saltos cada vez menores con caudales cada vez mayores ha sido la tendencia de los grandes constructores de TH desde 1920, en cuya fecha las TH más rápidas existentes eran TF de $n_s = 400$. Esta tendencia se explica por el enorme potencial que poseen ríos en los últimos km más próximos a su desembocadura, donde tienen lugar los grandes caudales, generalmente en terrenos de llanura. Estos saltos de gran caudal y de altura muy pequeña son hoy día aprovechables incluso con alturas de 1 m, gracias a las TH modernas rápidas o de elevado n_s. La adaptación gradual de la TF a n_s cada vez mayores conduce insensiblemente a un nuevo tipo de TH de reacción, en la que los álabes tienen forma de paletas o hélices de avión, de donde el nombre de *T hélice* con que se conocen estas T. En efecto, como puede verse en la Fig. 12-1, al aumentar el n_s, es decir al adaptar el rodete para una misma n a Q crecientes y a H decrecientes, el flujo en el rodete, como enseña la experiencia, ha de ser cada vez más axial, para terminar siendo totalmente axial, al paso que los álabes se van haciendo cada vez más cortos, al tener que transformar menos energía específica (menor $Y = gH$). En las TF muy rápidas los triángulos de velocidad tienen velocidades absolutas comparativamente pequeñas, y velocidades relativas comparativamente grandes. Un diseño racional exige entonces suprimir la llanta exterior, a fin de que el agua entre en contacto con la cámara fija del rodete, para que el rozamiento, que depende entonces de la velocidad absoluta, sea menor. De esta manera gradualmente la forma de los álabes de la TF, fijos en voladizo en el cubo de la T, tienden a la forma de una hélice pero el flujo aún es ligeramente diagonal.

12.1.2. Descripción de las T hélice y TK

La T hélice consta esencialmente de una cámara fija, en cuyo interior gira el rodete, el cual a su vez consta del cubo, de los álabes y del cono inferior. Las pequeñas T hélices se funden a veces de una sola pieza; en las grandes el cono de fundición suele ser una pieza separada, que se sujeta con bulones al cubo.



Una característica negativa de las T hélice es el bajo rendimiento de las mismas a cargas distintas de la nominal, para la cual la T ha sido diseñada.

El profesor Kaplan ensayando con un modelo de T hélice llegó a la conclusión de que el rendimiento bajo, que caracteriza a estas T a cargas parciales, o sea su curva de rendimiento de tipo de "curva de gancho" (véase la Fig. 12-2), podría mejorarse construyendo una T con álabes orientables en conformidad con el caudal, desarrollando así la TK que lleva su nombre. Las TK han desplazado casi por completo a las T hélice, porque aunque su precio es mucho más elevado a causa del mecanismo de orientación de los álabes y de la doble regulación que exige como veremos (Sec. 19.10.3) dos servomotores, dos válvulas de distribución de aceite y el combinador; su curva de rendimiento es una curva plana y su rendimiento a cargas intermedias es superior no sólo al de las T hélice, sino al de todas las TF, y su curva de rendimiento es sólo comparable con las "curvas planas" características de las TP. Esta curva de rendimiento plana, como muestra la Fig. 12-3, es la envolvente de las curvas que se obtendrían con un infinito número de

Fig. 12-1.—TH de reacción de n_s crecientes (todas las TH de la figura desarrollan la misma potencia y están dibujadas a escala).

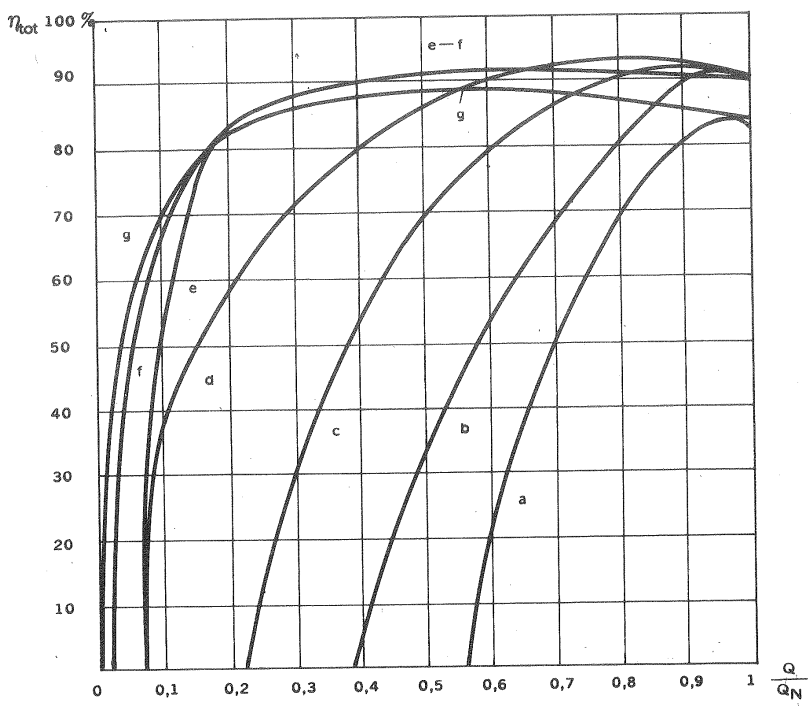


Fig. 12-2.—*Rendimiento total de los diferentes tipos de TH* en función del grado de la carga: a) T hélice, $n_s = 1050$ curva "en gancho"; b) TH, $n_s = 650$; c) TF, $n_s = 500$; d) TF, $n_s = 250$; e) TK, $n_s = 230$; f) TK, $n_s = 500$; g) TP, $n_s = 10$-30 (curva "plana").

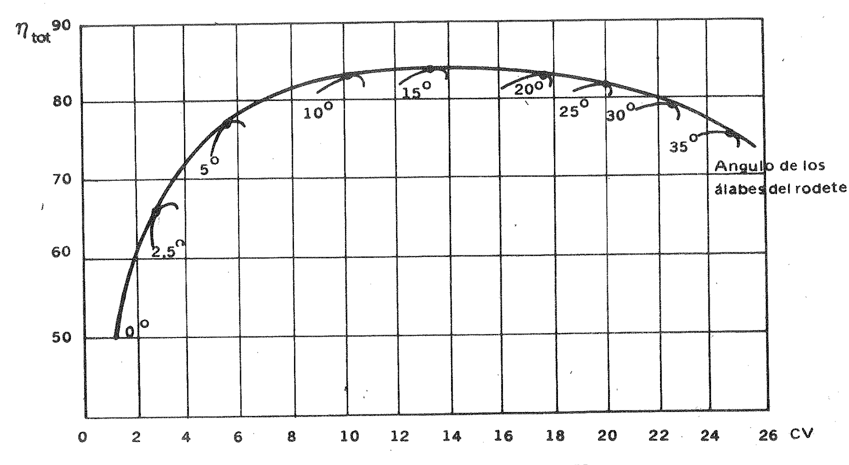


Fig. 12-3.—Curva de η_{tot} de una TK.

rodetes de T hélice de n_s creciente. Esta curva se ha obtenido ensayando un modelo y la potencia en CV no es la obtenida en el ensayo, sino la potencia reducida a un salto de 1 m y diámetro exterior 1 m [véase Ec. (8-33)]; siendo el número de revoluciones reducido [Ec. (8-26)] n_{11} = 120 rpm. Esta curva de rendimiento sólo se obtiene utilizando la combinación óptima ángulo del rodete/apertura del distribuidor, la cual se logra automáticamente con un órgano denominado *combinador* del que se hablará en la Sec.   cuya pieza fundamental es una leva calculada hidráulicamente. Actualmente, después de cuarenta años de experiencia, el mecanismo de orientación de los álabes del rodete ha alcanzado un alto grado de perfección, no ofreciendo problema alguno ni de construcción ni de entretenimiento.

El desarrollo de la TK ha sido espectacular, dominando en la actualidad en los saltos de pequeña altura, e instalándose en el otro extremo en saltos relativamente elevados hasta 50 m en toda clase de potencias, y hasta más de 70 m en potencias más moderadas. El récord mundial de TK de gran altura correspondía en el año 1969 a las TK de la central de Nembia, Italia, de potencia unitaria 13.200 kW, $H_{máx}$ = 88 m construídas por Franco Tosi, Milán.

Las potencias unitarias de las TK han ido también aumentando. Así, por ejemplo, en la URSS la TK de la central de Lenin en el Volga tienen una potencia unitaria de 126.000 kW con una altura neta de 22,5 m y un diámetro del rodete d_1 = 9,3 m; y en la actualidad (1971) se construyen para la central de Dźergap-Zeleznye en el Danubio TK con P_a = 178.000 kW, H = 27,2 m y d_1 = = 9,5 m.

La Fig. 12-4 se refiere a la TK de la central de Pirttikosti, Finlandia, donde pueden verse los elementos principales de estas T.

Siendo la T hélice, sobre todo en Europa, de construcción muy rara, y siendo su única diferencia esencial con la TK el pivotamiento de los álabes móviles en esta última, hablaremos corrientemente de turbina Kaplan (TK), y sólo cuando el tema lo exija mencionaremos expresamente la T hélice, advirtiendo al lector que todo lo que se diga de la TK y no diga relación con la orientabilidad de los álabes es aplicable también a las T hélice.

Mecanismo de giro de los álabes.

Existen fundamentalmente tres diseños de este mecanismo; proviniendo en todos ellos la fuerza necesaria para el accionamiento del mismo de un servomotor de

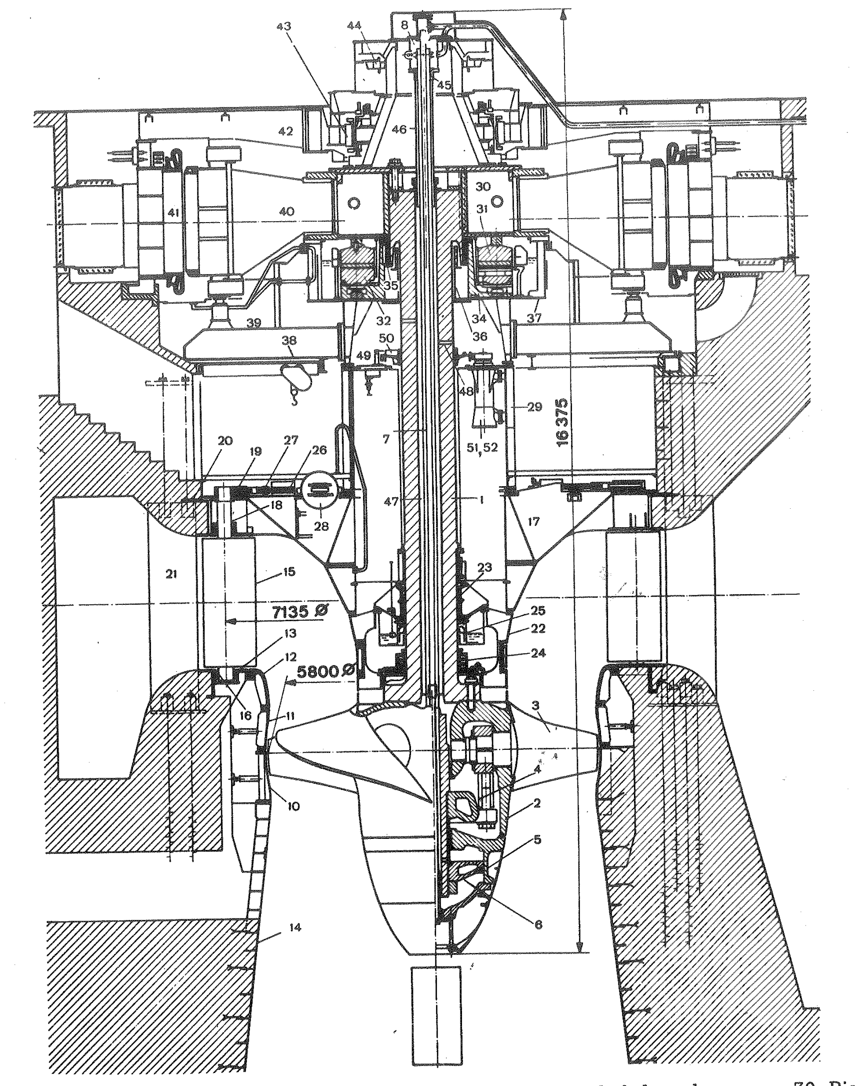


Fig. 12-4.—Corte longitudinal de una *TK de la central de Pirttikosti*, Finlandia, de 66.000 kW con un diámetro del rodete de 5,80 m: 1. Eje.- 2. Cubo del rodete.- 3. Alabe.- 4. Mecanismo de orientación de los álabes.- 5. Cilindro de este mecanismo.- 6. Embolo.- 7. Conductos de entrada de aceite.- 8. Entrada de aceite.- 10. Cámara inferior del rodete.- 11. Cámara superior.- 12. Pieza de transición.- 13. Anillo inferior del distribuidor.- 14. Recubrimiento del tubo de aspiración.- 15. Alabe directriz.- 16. Empaquetadura del cojinete.- 17. Cubierta de la turbina.- 18. Empaquetadura del cojinete.- 19. Palanca de regulación.- 20. Predistribuidor.- 21. Alabe del predistribuidor.- 22. Gorrón del cojinete.- 23. Cojinete guía.- 24. Empaquetadura.- 25. Bomba.- 26. Anillo de regulación.- 27. Palanca.- 28. Servomotor.- 29. Tubuladura de apoyo.- 30. Pieza del cubo.- 31. Anillo guía.- 32. Segmento.- 34. Caja del cojinete.- 35. Cojinete guía superior.- 36. Tubo vertical.- 37. Caja del cojinete guía.- 38. Brazo radial del apoyo.- 39. Cilindro de freno con dispositivo regulador.- 40. Rotor del generador.- 41.- Estator del generador.- 42.-- Soporte en estrella.- 43. Excitatriz.- 44. Generador pendular.- 45. Empaquetadura exterior de estrella.- 43. Excitatriz.- 44. Generador pendular.- 45. Empaquetadura exterior de estrangulamiento.- 46. Tubería de salida.- 47. Espacio hueco del eje para recepción de aceite de fugas.- 48.- Taladros radiales para conducción ulterior del aceite.- 49. Espacio para captación del aceite de fugas.- 50. Engranaje con péndulo de seguridad.- 51. Bomba de circulación del aceite de los cojinetes.- 52. Bomba de aceite del regulador.

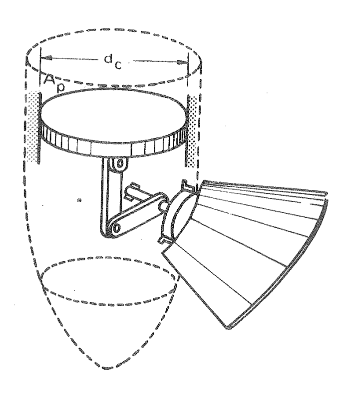


Fig. 12-5.–Mecanismo de *orientación de los álabes* de una TK.

aceite, mandado por el sistema de regulación, que se describirá en la Sec. 19.10.3. En el primer esquema el servomotor está alojado en el cubo mismo inmediatamente encima de los álabes. En el segundo (Fig. 12-5) el eje se ensancha en una caja donde se aloja el servomotor; en el tercero se aloja en el cono inferior. Como se ve en la Fig. 12-5, el servomotor transmite su movimiento, a través de un vástago, a la cruceta, y el movimiento de traslación de la cruceta se convierte en el de rotación de los álabes, gracias a la palanca que cada álabe lleva enchavetada en su eje respectivo, a su vez conectadas con sendas bielas a cada extremo de la cruceta. El aceite en que está bañado todo el mecanismo proporciona la lubricación necesaria a todos los cojinetes y conexiones.

Cámara del rodete

La cámara del rodete es una parte fundamental de la TK, de cuya esmerada construcción depende en gran manera el rendimiento de la misma. Se llama así a la cámara fija que forma la carcasa en la T donde se aloja el rodete. La práctica moderna más frecuente consiste en dar a la cámara una forma esférica, o también construir la parte superior al plano de los ejes de giro de los álabes cilíndrica y la parte inferior esférica. Con la cámara esférica se reducen al mínimo las pérdidas intersticiales internas para cualquier ángulo de las paletas, porque el juego entre el rodete y la cámara se mantiene constante. La cámara del rodete debe ser desmontable para tener acceso a los álabes, e incluso desmontarlos sin tener que desmontar el alternador. La *cámara cilíndrica* se sigue utilizando para pequeñas potencias o alturas muy pequeñas, por ser más fácilmente mecanizable.

Para alturas pequeñas, hasta unos 18 m, se pueden construir de fundición de hierro; para alturas mayores, la zona contigua a los álabes se recubre con chapa de acero inoxidable. La cámara del rodete se une por la parte superior con el anillo inferior del distribuidor y por la parte inferior con el cono del tubo de aspiración.

Para el montaje y desmontaje del rodete se preven aperturas cerradas con chapas, las cuales al desmontar el rodete se quitan, girando a continuación los álabes hasta que pueda ser elevada la unidad completa (el cubo con los álabes).

Las cámaras de las TK de gran potencia se construyen en elementos separados, fácilmente transportables, que luego se unen entre sí con bulones, que han de ser diseñados y montados teniendo en cuenta las vibraciones debidas a las oscilaciones de la presión, cuya amplitud es tanto mayor cuanto mayor es la altura de salto. Estas vibraciones pueden ser causa del desprendimiento del hormigón de la cámara y pueden originar una seria y costosa avería.

Véase el problema 18.

12.1.3. Los grupos bulbo

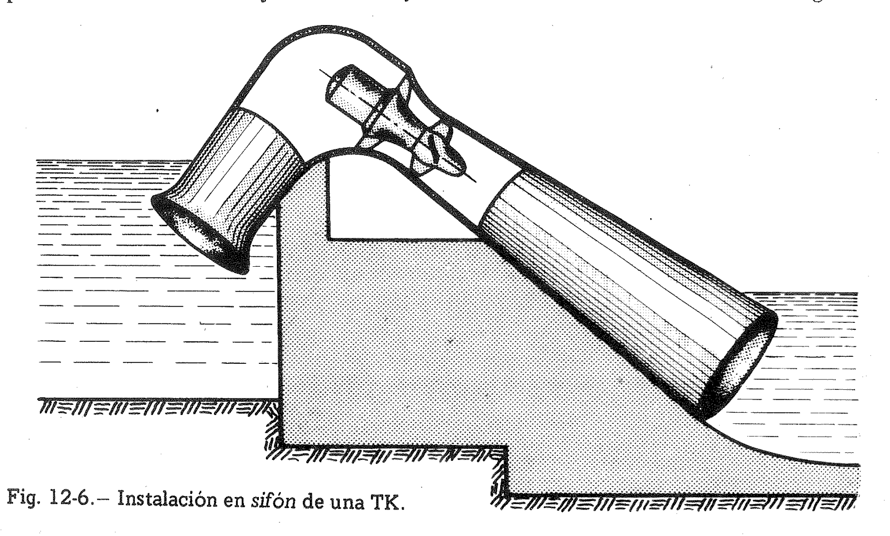
Los grupos bulbo constituyen la fase final de un desarrollo, que con el fin de simplificar el flujo del agua y mejorar el rendimiento en los saltos de pequeña altura comenzó con la instalación de las TK de eje horizontal (Fig. 7-14,h) o también *TK de eje inclinado* (Fig. 7-14,g) de manera que el eje atraviesa el muro del canal y el alternador se instala al otro lado del muro fuera del agua. En una nueva versión se mantiene la T de eje horizontal y se hace la *transmisión por engranajes cónicos al alternador de eje vertical* (Fig. 7-14,k).

El grupo bulbo constituye la etapa final de la anterior evolución. Dentro de esta evolución hay que mencionar también la llamada *T tubular*, construida en Alemania principalmente, en la cual la llanta misma del rodete arrastra el inductor del alternador, que gira fuera del agua

Los *grupos bulbos* pueden también considerarse, si vale la frase, un subproducto muy importante de las investigaciones y trabajos experimentales desarrollados en Francia, principalmente por la firma Neyrpic, que culminaron en la puesta en marcha en 1966 de la central mareomotriz de Saint-Malo en el estuario de la Rance (Bretaña), cuya superficie es de 20 km^2, con 24 grupos, con una potencia unitaria de 10.000 kW.

Lo característico de los grupos bulbo es que el alternador síncrono, acoplado directamente a la T, va instalado herméticamente en una cápsula de chapa de acero de forma hidrodinámica, o bulbo, refrigerado por aire, de donde el nombre con que se los designa; quedando de esta manera el grupo completo, T y alternador, sumergido en el agua.

Los grupos bulbo se instalan de ordinario con eje horizontal; aunque también pueden instalarse con eje inclinado y en sifón, como se muestra en la Fig. 12-6.


Fig. 12-6.– Instalación en *sifón* de una TK.

El montaje en sifón permite parar la T, abriendo una válvula de admisión de aire, que desceba la T. Pueden también instalarse con el alternador (bulbo) aguas arriba del rodete o aguas abajo: de ordinario se prefiere la primera instalación, porque experimentalmente se ha demostrado que el rendimiento del grupo es mayor en este caso en un 1,5-2,5%. Los grupos bulbo son apropiados para pequeñas alturas solamente, hasta alrededor de 15 m, y grandes caudales hasta las potencias que más adelante se indicarán.

Las *ventajas de los grupos bulbo* con relación a las TK convencionales de eje vertical son:

1) *Disminución de las pérdidas hidráulicas* gracias a la eliminación de codos y a la reducción de la longitud del flujo, con dirección axial continua del agua de la entrada a la salida, aumentando el rendimiento en un 1,5-2,0%.

2) *Aumento del caudal.* Para un mismo diámetro del rodete y una misma altura neta que una TK de eje vertical el caudal puede aumentar en un 30%.

3) *Disminución de las dimensiones transversales de la T* para el mismo d y H hasta en un 25% (aumento de la potencia específica).

4) *Reducción de la obra civil* a un mínimo.

5) *Reducción del precio* por la construcción en serie de los grupos.

Los *inconvenientes de los grupos bulbo* son:

1) Al reducir las dimensiones de la cápsula del alternador (bulbo), con el fin de disminuir las pérdidas hidráulicas: a) *diseño difícil del sistema de refrigeración del alternador* al disminuir la dimensión transversal del mismo; b) *montaje y revisión mucho más difícil por* el difícil acceso de los mecanismos instalados en el bulbo, que exige parar la máquina; c) *encarecimiento de la construcción,* que deberá ser de mejor calidad para evitar revisiones costosas.

2) Dificultad de alcanzar potencias unitarias elevadas, porque dada la pequeña altura de los saltos esto exige la utilización de grandes caudales, lo cual requiere secciones transversales elevadas, lo que conduce a su vez a vibraciones excesivas.

Las T de los grupos bulbo pueden construirse con distribuidor de álabes fijos u orientables y en ambos casos con las paletas del rodete fijas (T hélice) u orientables (TK). Las T de los grupos bulbos de pequeña potencia suelen ser T hélice con distribuidor fijo también.

La instalación de los grupos bulbo es múltiple:

- en cámara de agua abierta (Fig. 7-14,g)
- en cámara de agua cerrada en túnel (Fig. 7-14,h)
- en cámara de agua cerrada en conducto (Fig. 7-14,i)
- en sifón (Fig. 7-14,j).

Los grupos bulbo de la central de Saint-Malo están diseñados para turbinar del

estuario lleno al mar o bien del mar al estuario, cuando éste se está llenando, y bombear también en un sentido o en el otro cuando la diferencia de nivel es de 3 m (grupos reversibles, véase Pág. 831) pudiendo llegar el desnivel máximo a alcanzar los 13,5 m. La orientación de las paletas varía de $-10°$ a $+35°$. Cerca de los $-5°$ el par hidráulico es nulo, para ángulos menores el par es negativo y el grupo está bombeando, y para ángulos mayores el par es positivo, y el grupo está turbinando.

En Francia, en la central de Boquer Valabrek (1967) se instalaron 6 grupos bulbos de 35.000 kW cada uno, con $H = 10{,}4$ m y $d_1 = 5{,}6$ m, y en la URSS en la central de Saratovska (1969) se instalaron 2 grupos de 47.300 kW cada uno construídos por los Talleres Metalúrgicos de Leningrado, con $H = 10{,}6$ m, $d_1 = 7{,}5$ m, $n = 75$ rpm, con una potencia específica de $0{,}043 \frac{kW}{kg}$.

12.1.4. Selección del n_s de las TK

Dado un salto determinado la selección del tipo de T, es decir del número específico de revoluciones n_s, dependerá de la variabilidad de la altura neta, del peligro de cavitación etc. Si se trata de una T hélice (álabes fijos), y se desea obtener mejor rendimiento a cargas intermedias, se elegirá una T de menor número de revoluciones específicas con la desventaja de ser de mayor tamaño; pero el factor más importante de todos en la selección del n_s es el control de la cavitación. Cada tipo de T, para cada velocidad o potencia, tiene un límite máximo de la altura de suspensión H_s (véase Figs. 12-7 y 11-3 B) que no puede excederse, si se quiere evitar la cavitación (véase la Sec. 23.3). La cavitación tiene lugar (véase Pág. 1193) cuando en un lugar determinado de la T la presión del agua llega a ser igual o inferior a la presión de saturación del vapor de agua a la temperatura reinante. Si H_s aumenta, disminuye correspondientemente la presión por igual en todos los puntos, y en particular en el punto o zona en que tiene lugar la presión mínima. Por eso, si se excede el límite máximo de H_s sobreviene la cavitación. G.T. Keast. (1) ha preparado a base de un gran número de construcciones realizadas en diferentes países la curva n_s en función del H de la Fig. 12-7, que orientativamente puede servir para una selección inicial de n_s.

12.1.5. Comparación de las TK con las TF

Las TK entran en competencia con las TF en saltos cada vez de mayor altura. Las causas de esta evolución tecnológica pueden reducirse a dos:

1) Las TF rápidas o de elevado número específico de revoluciones, tienen curvas de rendimiento a cargas intermedias denominadas "curvas en gancho" (véase la Fig. 12-2); mientras que las TK, gracias a la orientabilidad de los álabes tienen "curvas planas". Por eso las TK *se adaptan mejor que las TF a la variabilidad de la*

(1) J.B. GUTHRIE (director de edición), *Hydro-electric Engineering Practice*[2], t.2., London, Blackie and Son, 1970.

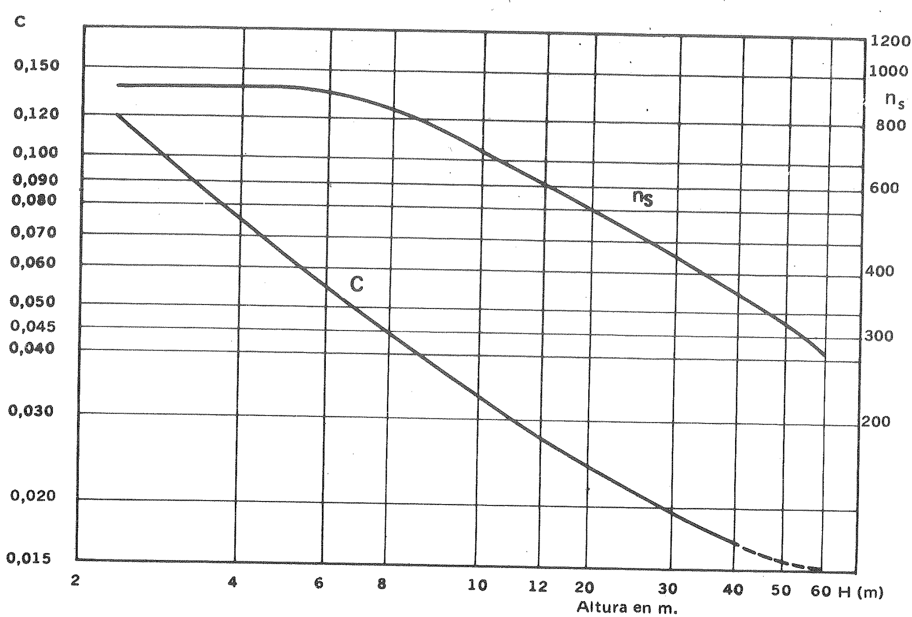


Fig. 12-7.–Valor de C (véase Pág. 701) y $H_{máx}$ en función de n_s en una TK

carga, conservando un buen rendimiento. Así mismo las TK se adaptan mucho mejor que las TF a la variación de salto neto, que suele ser relativamente grande en estas centrales.

2) En las TF al reducirse la carga se originan dos fenómenos perjudiciales de régimen transitorio: se crea un remolino de salida, que se propaga por todo el tubo de aspiración, y pequeños torbellinos en las aristas de entrada de los álabes, que originan choque a la entrada. Por eso las TF no deben funcionar mucho tiempo con cargas inferiores al 60%, aún independientemente de la disminución del rendimiento; mientras que las TK pueden funcionar con normalidad con cargas muy bajas por debajo del 40-50% de la carga máxima.

He aquí un breve resumen histórico de la evolución de la TK en el campo de las grandes alturas:

– 1916: se crea la TK y se instala en saltos de pequeña altura, 5-10 m;
– 1930: se utiliza en saltos hasta de 20 m;
– 1940: la TK alcanza alto grado de perfección y seguridad de servicio, compite con las TF simples rápidas y reemplaza a las TF gemelas en saltos hasta de 30 m;
– 1950: se instalan TK en saltos hasta 50-60 m;
– 1970: existen instalaciones de TK hasta saltos de alrededor de 80 m.

En el campo de las grandes alturas hasta los 80 m la TK no desplaza sino que compite con la TF, como se desprende de las siguientes consideraciones sobre el

Campo de aplicación de las TK

1) En el campo de las pequeñas alturas y grandes caudales las TK son las más económicas.

2) En alturas $H > 20$ m la TK para la misma potencia tiene siempre un diámetro exterior mayor que la TF; luego por encima de esta altura sólo si la variación de la altura neta o de la carga lo justifica se debe recurrir a la TK.

3) Como los álabes se pueden transportar por separado el límite impuesto por el transporte lo fija el cubo, cuya dimensión máxima se estima hoy no debe pasar por este capítulo de 3,5 m.

4) No ofrece dificultad la instalación de TK hasta aproximadamente $H = 50$ m, incluso en potencias muy elevadas superiores a los 110.000 kW.

5) El límite máximo de altura para las TK se estima hoy alrededor de los 70 m (excepcionalmente 80), pero no en el campo de las grandes potencias.

En las TK de alta presión o sea en las TK destinadas a saltos grandes (< 40 m) se suele emplear el siguiente tipo de construcción: paletas de acero inoxidable atornilladas a los pivotes, cámara del rodete y cubo soldados de acero inoxidable, y finalmente codo del tubo de aspiración revestido de chapa de acero, con lo que las velocidades de agua en el codo pueden ser superiores a los 9 m/s. (1).

12.1.6. Diseño de las TK

12.1.6.1. El caudal en función de los parámetros de diseño

Es útil expresar el caudal de la TK en función de los parámetros de una cierta sección cilíndrica de diámetro $\bar{d} = \sigma\, d_1$, donde supondremos reina una velocidad axial (o meridional) $c_{2a} = w_{2a}$ igual a la velocidad media en la sección transversal de la T de diámetro exterior d_1. Para más sencillez supondremos que la cámara del rodete es cilíndrica, aunque las TK de gran potencia siempre se realizan con cámara esférica o semiesférica. La experiencia confirma que los resultados obtenidos pueden al menos cualitativamente aplicarse a todas las TK, incluso a las de cámara no cilíndrica. Partiendo de la Ec. (10-40):

$$w_{2u} = \frac{1-\delta}{1+\delta} w_{1u} + \frac{2\,\delta}{1+\delta} w_a \operatorname{ctg} \beta_0$$

se obtiene

$$\frac{1+\delta}{2\,\delta} (w_{2u} - w_{1u}) + w_{1u} = w_a \operatorname{ctg} \beta_0$$

(1) Para los inconvenientes de las TK en los saltos de gran altura y su conveniente sustitución por las TD.

y siendo

$$w_{2u} - w_{1u} = c_{2u} - c_{1u} = \Delta c_u$$
$$w_{2a} = w_{1a} = c_{2a} = c_{1a} = c_a$$

y

$$w_{1u} = c_{1u} - u$$

se tiene:

$$c_{1u} + c_a \operatorname{ctg} \beta_0 = c_a (\operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \beta_0) = u - \frac{1+\delta}{2\delta} \Delta c_u =$$
$$= u + \frac{1+\delta}{2\delta} \cdot \frac{g \eta_h H}{u} \qquad (12\text{-}1)$$

donde α_1 es el ángulo de la velocidad absoluta en la sección característica que estudiamos, correspondiente a una cierta apertura del distribuidor. Despejando c_a se tiene

$$c_a = \frac{u + \dfrac{1+\delta}{2\delta} \dfrac{g \eta_h H}{u}}{\operatorname{ctg}\alpha_1 + \operatorname{ctg}\beta_0} \qquad (12\text{-}2)$$

Por otra parte

$$c_a = \frac{Q}{\dfrac{\pi}{4} (d_1^2 - d_0^2)} = \frac{4 Q_{11} \sqrt{H}}{\pi (1 - \nu^2)} \qquad (12\text{-}3)$$

y

$$u = \pi \bar{d}\, n = \pi \sigma d_1 n = \pi \sigma n_{11} \sqrt{H} \qquad (12\text{-}4)$$

Así mismo

$$\frac{g \eta_h H}{u} = \frac{g \eta_h}{\pi \alpha} \frac{\sqrt{H}}{n_{11}} \qquad (12\text{-}5)$$

Sustituyendo los valores de las Ecs. (12-3), (12-4) y (12-5) en la Ec. (12-2), y despejando después Q_{11}, se tiene:

$$Q_{11} = \frac{\pi}{4} (1 - \nu^2) \frac{\pi \sigma n_{11} + \dfrac{1+\delta}{2\delta} \dfrac{g \eta_h}{\pi \sigma n_{11}}}{\operatorname{ctg}\alpha_1 + \operatorname{ctg}\alpha_2} \qquad (12\text{-}6)$$

Así mismo para hallar la forma de la curva $Q_{11} = f(n_{11})$ se deberá derivar la Ec. (12-6) con relación a n_{11}, resultando:

$$\frac{dQ_{11}}{dn_{11}} = \frac{\dfrac{\pi}{4}(1+\nu^2)}{\operatorname{ctg}\alpha_1 + \operatorname{ctg}\beta_2} \left[\pi \cdot \sigma - \frac{1+\delta}{2\delta} \cdot \frac{g \eta_h}{\pi \sigma n_{11}^2} \right] \qquad (12\text{-}7)$$

Discusión de las Ecs. (12-6) *y* (12-7)

Las Ecs. (12-6) y (12-7) concuerdan muy bien con los resultados experimentales y son muy útiles para el diseño de la T. Estas ecuaciones expresan que el caudal de la TK aumenta:

1) con la apertura del distribuidor (con el aumento del ángulo α_1)

2) con el aumento del ángulo de giro de los álabes móviles (con el aumento del ángulo β_0)

3) con la disminución de la solidez del enrejado ℓ/t (con la disminución de δ)

4) con el aumento del rendimiento hidráulico de la turbina η_h. Además:

5) en las T lentas, caracterizadas por una solidez del enrejado elevada (un valor de δ grande) a partir de un cierto número de revoluciones n_{11} (en la práctica para todo el régimen de funcionamiento de la TK) la expresión entre corchetes de la Ec. (12-7) es positiva, y consecuentemente, siendo la derivada positiva, el gasto aumenta al aumentar el número de revoluciones;

6) en las TK rápidas caracterizadas por un menor número de álabes (un valor de δ pequeño) puede suceder que el valor de la expresión contenida en el corchete de la Ec. (12-7) sea negativo para todo el régimen de trabajo de la T, y por tanto, al ser la derivada negativa, el caudal disminuirá con el aumento del número de revoluciones.

12.1.6.2. La circulación a la salida del rodete en función de los parámetros de diseño

Si la circulación a la salida del rodete es nula ($c_{2u} = 0$, triángulo de salida rectángulo), para una misma altura neta y un mismo tipo de T, el diámetro del rodete será menor. Además, *en teoría* al menos, la corriente axial a la salida del rodete y entrada en el tubo de aspiración parece más ventajosa para el buen rendimiento del mismo (*en la práctica* algunos constructores han hallado experimentalmente que es mejor diseñar con un poco de circulación a la salida).

El estudio siguiente, que nosotros referiremos a la sección media de diámetro $\bar{d}$ definida al comienzo de la sección anterior, puede repetirse para cada sección cilíndrica del rodete.

Según (12-1):

$$c_{1u} + c_a \operatorname{ctg} \beta_0 = u - \frac{1+\delta}{2\delta} \Delta c_u \qquad (12\text{-}8)$$

Ahora bien

$$c_{1u} = c_{2u} - \Delta c_u$$

Sustituyendo este valor en la Ec. (12-8), y despejando c_{2u}, se tiene:

$$c_{2u} = u - c_a \operatorname{ctg} \beta_0 - \frac{1-\delta}{2\delta} \Delta c_u \tag{12-9}$$

Haciendo $c_{2u} = 0$ en la Ec. (12-9), e introduciendo como anteriormente el caudal y número de revoluciones reducidos Q_{11} y n_{11}, y despejando Q_{11} se obtiene finalmente la ecuación del caudal para circulación nula a la salida del rodete:

$$(Q_{11})_{c_{2u}=0} = \frac{\pi}{4} \frac{1-\nu^2}{\operatorname{ctg}\beta_0} \left(\frac{\pi \sigma n_{11}}{60} + \frac{1-\delta}{2\delta} \frac{60 g \eta_h}{-\sigma n_{11}} \right) \tag{12-10}$$

que teniendo en cuenta que el segundo término del paréntesis de ordinario es despreciable en comparación con el primero, para facilitar la discusión podrá escribirse así:

$$(Q_{11})_{c_{2u}=0} \simeq \frac{\pi}{4} \frac{1-\nu^2}{\operatorname{ctg}\beta_0} \frac{\pi \sigma n_{11}}{60} \tag{12-11}$$

Si $Q_{11} > (Q_{11})_{c_{2u}=0}$ la circulación será positiva (sentido de c_{2u} coincidente con el de u), y si $Q_{11} < (Q_{11})_{c_{2u}=0}$ la circulación será negativa (sentido de c_{2u} contrario al de u).

Discusión de la Ec. (12-11) (1)

1) Al aumentar el número de revoluciones reducido, permaneciendo constante las restantes características, el caudal $Q_{11} > (Q_{11})_{c_{2u}=0}$ y la circulación es positiva. Lo contrario sucede al disminuir el número de revoluciones reducido (nótese que, siendo $n_{11} = \frac{\pi d}{\sqrt{H}}$, al variar H varía n_{11} aunque n no varíe).

2) Al aumentar la inclinación de los álabes, permaneciendo constantes las restantes condiciones (al aumentar β_0) $Q_{11} > (Q_{11})_{c_{2u}=0}$ y la circulación es positiva.

3) El caudal para circulación nula $(Q_{11})_{c_{2u}=0}$ es tanto mayor cuanto menor es la solidez del enrejado (menor δ, y también menor n_s).

Es fácil deducir otra fórmula análoga a la (12-10), que exprese el caudal para circulación nula en función del ángulo α_1 de apertura del distribuidor. En efecto, teniendo en cuenta que si $c_{2u} = 0$

$$c_a = \Delta c_u \operatorname{tg} \alpha_1$$

(1) La salida del rodete axial o circulación nula en realidad sólo puede tener lugar en una sección cilíndrica, siendo en las demás secciones la circulación positiva o negativa. Adviértase, pues, de nuevo el carácter unidimensional del método de estudio que aquí aplicamos. (Véase Sec. 2.3.7).

y expresando, como anteriormente, c_a en función de Q_{11} e Δc_u (por medio de la ecuación de Euler) en función de n_{11}, se obtiene fácilmente:

$$(Q_{11})_{c_{2u}=0} = C \eta_h g \frac{1-\nu^2}{\sigma n_{11} \operatorname{ctg}\alpha_1} \tag{12-12}$$

donde C es una constante.

De la Ec. (12-12) se deduce que el caudal para circulación nula aumenta al aumentar la apertura del distribuidor.

12.1.6.3. Cálculo aerodinámico de los álabes: determinación del coeficiente de empuje ascensional, del ángulo de ataque y de la solidez del enrejado en las TK

Coeficiente de empuje ascensional

En virtud de las Ecs. (10-19) y (10-17) se tiene:

$$C_a = \frac{2\Gamma}{L w_\infty} = \frac{2 \Delta c_u}{w_\infty \frac{L}{t}} \tag{12-13}$$

Angulo de ataque

Además, de la Fig. 12-8 se deduce

$$w_\infty = \sqrt{c_a^2 + \left(u - \frac{c_{1u} + c_{2u}}{2}\right)^2} = \sqrt{c_a^2 + \left(u + \frac{1}{2}\Delta c_u - c_{2u}\right)^2} \tag{12-14}$$

(en las TH $\Delta c_u = c_{2u} - c_{1u} \leqslant 0$)

Introduciendo la Ec. (12-9) en la Ec. (12-14) se obtiene:

$$w_\infty = c_a \sqrt{1 + \left(\operatorname{ctg}\beta_0 + \frac{\Delta c_u}{2\delta c_a}\right)^2} \tag{12-15}$$

Siendo el ángulo de ataque $\alpha = \beta_0 - \beta_\infty$ (véase Fig. 10-13,a), y siendo además (véase Fig. 12-8):

$$w_\infty = \frac{c_a}{\operatorname{sen}\beta_\infty} = c_a \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_\infty}$$

se deduce fácilmente:

$$\operatorname{ctg}\alpha = -\frac{2\delta c_a}{\Delta c_u}(\operatorname{ctg}^2 \beta_0 + 1) - \operatorname{ctg}\beta_0 \tag{12-16}$$

Las Ecs. (12-13) y (12-16) son las expresiones buscadas.

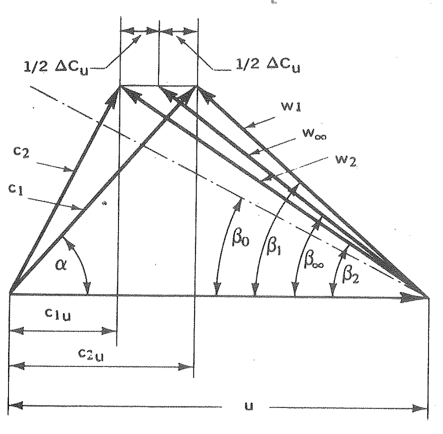


Fig. 12-8.–Triángulos de velocidad de una TH axial.

De la Ec. (12-16) se deduce que el ángulo de ataque α disminuye al aumentar el caudal (al aumentar c_a) y al aumentar el número de revoluciones para una misma altura neta (al aumentar n aumenta u y para $H_a = \eta_h$ H = cte disminuye Δc_u), y finalmente al disminuir la solidez del enrejado.

Solidez del enrejado

Si el espesor de los álabes es pequeño (en la práctica en los perfiles de las TH es casi siempre inferior al 10%) y la curvatura de la línea media no es muy pronunciada (en las TH suele ser del 1 al 5%) es inmediato el cálculo aproximado del coeficiente δ, asimilando el enrejado a un enrejado de placas planas. En este enrejado la solución teórica que por brevedad omitimos, da para δ el valor siguiente:

$$\delta = \frac{\pi L}{2} \frac{1}{L/t} \operatorname{sen} \beta \qquad (12\text{-}17)$$

siendo en un enrejado plano $\beta_0 = \beta_e$. Esta ecuación se ha representado gráficamente en la Fig. 12-9.

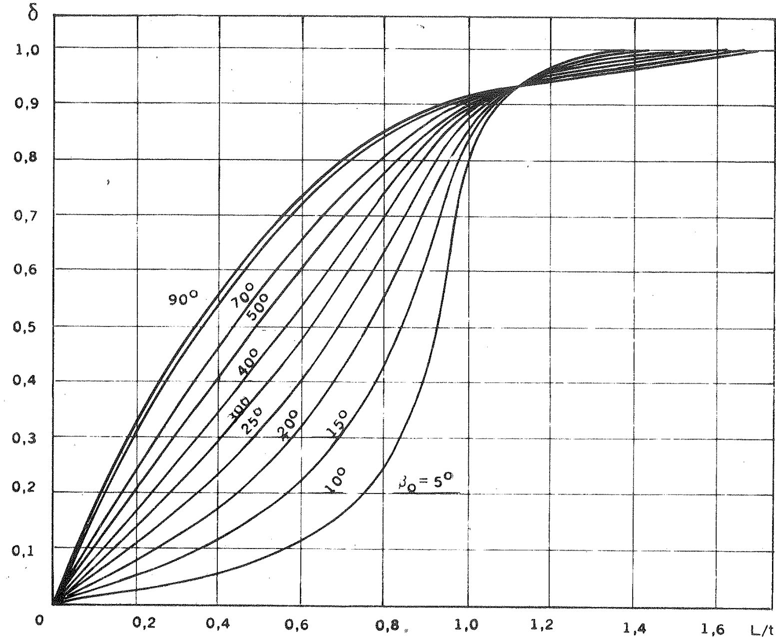


Fig. 12-9.–Representación gráfica de la ecuación 12-17.

Con los valores de δ y β_0 pueden calcularse C_a y α.

12.1.6.4. Parámetros y dimensiones principales del rodete

El diámetro del rodete

De la misma Fig. 12-7 anteriormente citada puede obtenerse en función de la altura de salto neto H el valor de $C = \frac{d}{\sqrt{P_a}}$ (donde d – diámetro acotado en Fig. 12-10), basado en un gran número de realizaciones europeas y americanas. Con el valor de C y la potencia de la T se obtiene inmediatamente el valor de d que fija el tamaño de la TK.

Cámara espiral y tubo de aspiración

De estos elementos, comunes a todas las TH de reacción, ya se ha hablado en las Secs. 11.9 y 11.12. En las TK en los saltos de $H \leqslant 20$ m la cámara espiral agua en la cámara espiral no debe exceder los 3 m/s. Para saltos de $H > 20$ m suele construirse de chapa.
construirse de chapa.

Del estudio atento de la Tabla 11-2, Pág. 658 se deduce que el rendimiento de una TK depende en gran manera de la eficiente recuperación de energía cinética en el tubo de aspiración, y tanto más cuanto mayor sea el n_s de la misma. En las TK se recurre frecuentemente al tubo de aspiración acodado con un tramo largo

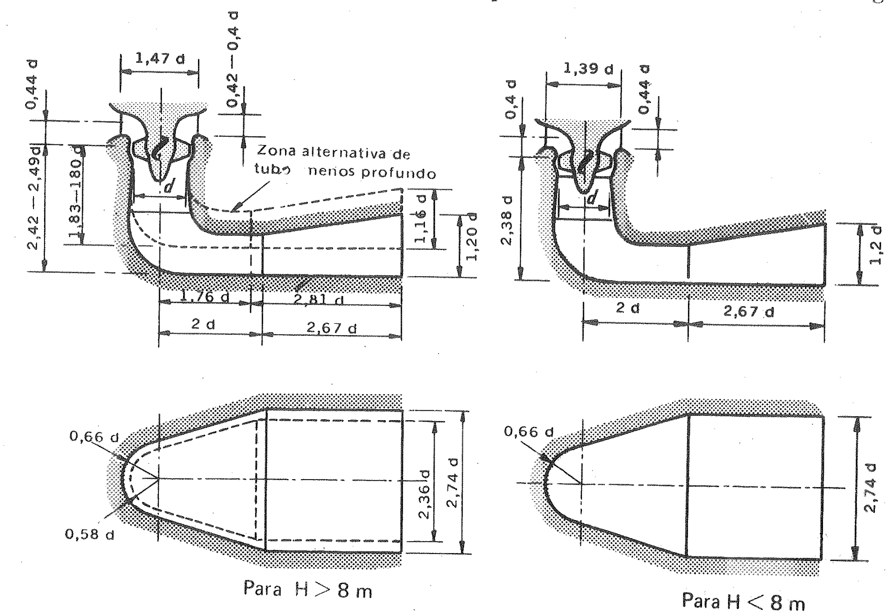


Fig. 12-10.–Dimensiones típicas del *tubo de aspiración de una TK.*

horizontal o ligeramente inclinado. El tubo de aspiración forma parte de la T, y constituye una parte muy importante de la misma. Por tanto, incluso los tubos de aspiración de hormigón, son proyectados por la casa constructora de la T, que suministra los planos del encofrado, las especificaciones para su realización y en ocasiones algunas piezas del tubo más difíciles de realizar por ser de doble curvatura.

Experimentalmente se comprueba que el rendimiento del tubo de aspiración en los grandes caudales mejora con la partición del tubo más allá del codo del mismo, por medio de una pantalla, en dos flujos, como puede verse en la Fig. 7-8. Si el agua es arenosa o fangosa conviene proteger el interior del codo de hormigón con un forro metálico.

Las dimensiones principales de la T y del tubo de aspiración acodado, recomendada por Keast para un anteproyecto inicial pueden tomarse de la Fig. 12-10.

Alabes del rodete

El número de álabes está íntimamente relacionado con la relación de cubo ν, con la altura neta H y con el número específico de revoluciones n_s, de los cuales tres factores depende el peligro de cavitación. El número de álabes se ha de seleccionar con el fin de reducir este peligro. Al aumentar H aumenta también el peligro de cavitación, y por tanto el número de álabes habrá de ser tanto mayor cuanto mayor sea H. Sin embargo, el número de álabes no puede ser mucho mayor de 8, porque al aumentar la "superficie mojada" el rendimiento empeora. Por otra parte, al aumentar la altura neta de la T, deberá aumentar el diámetro del cubo (o aumentar la relación de cubo ν, como se ve en la Fig. 12-11. Además al aumentar con H el número de álabes, así como los esfuerzos a que el álabe está sometido y su momento de giro; las dimensiones del cubo deberán ser mayores Con ello se reduce la sección de paso para el flujo, empeora el rendimiento hidráulico de la T, y aumenta el peligro de cavitación. Tal es la barrera que impide actualmente, como se dijo en la Sec. 12.5 la instalación de las TK en saltos mayores de 70-80 m. La investigación prosigue para conseguir una relación de cubo menor en las TK de alta presión. Esta se conseguirá si se lograra diseñar los álabes de manera que se redujeran al mínimo las fuerzas y los momentos hidráulicos en todo régimen de trabajo de la T.

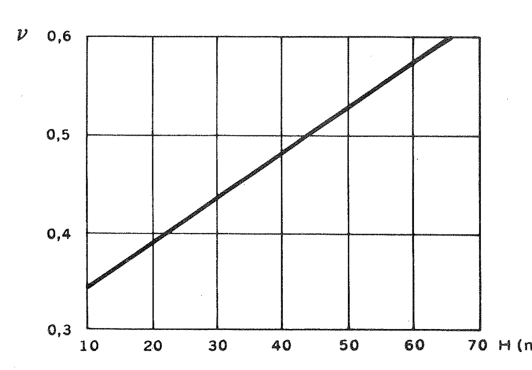


Fig. 12-11.–*Relación de cubo* en función de la altura neta de una TK.

Otra manera de mejorar el rendimiento y el comportamiento de la T en cuanto a la cavitación consiste en construir las paletas con el menor espesor que permita la resistencia, lo cual exige un cálculo más exacto del reparto de presiones alrededor de la paleta. También la relación de forma del álabe (véase Apéndice IX, aumenta al aumentar el salto; mientras que en las TK de saltos pequeños es tan pequeña que los álabes en posición horizontal no llegan a obturar por completo el flujo del rodete.

Los valores de la Tabla 12-1, confirmados por la experiencia pueden servir para la selección del número de álabes en función de H.

TABLA 12-1
Número de álabes y relación de cubo en las TK en función de la altura de salto

Salto neto H (*m*)	5	20	40	50	60	70
Número de álabes, z	3	4	5	6	8	8-10
Relación de cubo, ν	0,3	0,4	0,5	0,55	0,6	0,7

Los álabes del rodete suelen fabricarse casi siempre de fundición de acero inoxidable, mecanizados con tolerancias muy reducidas para evitar la fricción, por ser las velocidades relativas muy elevadas. Los álabes dañados por la cavitación pueden ser desmontados y reparados con soldadura.

Relación de cubo

A medida que aumenta la altura neta aumentan los esfuerzos que tienen que soportar los álabes, como hemos dicho, y el cubo ha de tener mayor diámetro a) para poder alojar los cojinetes de los pivotes de los álabes; b) para poder alojar mayor número de álabes. Esta es la razón por la cual si la altura pasa de los 10 m la TK empieza a ser más voluminosa que la TF; perdiendo la TK esta ventaja, aunque mantiene siempre la de tener álabes orientables.

Problema 31.

Una empresa de compra y venta de maquinaria ofrece a la venta una TH, garantizando un rendimiento total mínimo de 75% para toda la gama de potencias comprendidas entre 150 y 270 kW, si la T trabaja en un salto de 3 m a 250 rpm. (El rendimiento mecánico se supondrá constante e igual a 96%). La sección transversal al flujo de salida del difusor es igual a la de salida del rodete, cuya cota se encuentra 1,5 m por encima del NI. Dicha sección transversal mide 9200 cm². el ángulo de salida del distribuidor es 80°. En el tubo de aspiración de la T se produce una pérdida de carga igual a $0{,}6\,\frac{c_{2m}^2}{2g}$. *El diámetro medio del rodete es* $d_m = 104$ *cm.*

Calcular:

a) tipo de T;

b) si un posible comprador de esta T que precisa de 400 kW podrá obtenerlos de esta T en condiciones de igual rendimiento, si dispone de un salto neto de 4,5 m;

c) si dicho utilizador haciendo obra consigue aumentar el salto hasta 5 m, potencia mínima y máxima que podrá alcanzar;

d) número de revoluciones a que deberá girar la T en el caso c;

e) peligro de cavitación en el caso c;

f) triángulo de velocidades en el caso c y en el diámetro medio;

g) si el rendimiento óptimo en el caso c tiene lugar para la media de los caudales correspondientes a las potencias mínima y máxima calculados, saliendo entonces el agua del rodete sin circulación, y formando entonces el distribuidor un ángulo de 80°, calcular el rendimiento total máximo de la T en el caso c.

a) *Tipo de T*

Calculemos el n_s mínimo y máximo en las condiciones de la garantía:

$$P_{a\,\text{mín}} = 150 \cdot 1{,}359 = 203{,}9 \text{ CV}$$

$$P_{a\,\text{máx}} = 270 \cdot 1{,}359 = 367{,}0 \text{ CV}$$

$$n_{s\,\text{mín}} = \frac{250 \cdot 203{,}9^{1/2}}{3^{5/4}} = 904{,}2$$

$$n_{s\,\text{máx}} = \frac{250 \cdot 367{,}0^{1/2}}{3^{5/4}} = 1213$$

Se trata pues de una T hélice, como además el rendimiento se mantiene elevado en una gama grande de variación de carga, se trata de una T hélice de álabes móviles orientables o TK.

b) *Potencia máxima en salto de 4,5 m*

En virtud de la Ec. (8-16) se tendrá:

$$P_{a\,4,5\text{m}} = \left(\frac{4{,}5}{3}\right)^{3/2} \cdot 270 = 496{,}0 \text{ kW}$$

potencia muy superior a la que se precisa de 400 kW.

c) *Potencias mínima y máxima en salto de 5 m*

Aplicando la misma Ec. (8-16) se tendrá:

$$P_{a\,\text{mín}\,5\text{m}} = \left(\frac{5}{3}\right)^{3/2} \cdot 150 = 322{,}7 \text{ kW}$$

$$P_{a\,\text{mín}\,5\text{m}} = \left(\frac{5}{3}\right)^{3/2} \cdot 270 = 580{,}9 \text{ kW}$$

d) *Número de revoluciones en salto de 5 m*

Según la Ec. (8-14) se tendrá:

$$n_{5\,\text{m}} = \sqrt{\frac{5}{3}} \cdot 250 = 322{,}7 \text{ rpm}$$

(Si la TK se emplea para producción de potencia eléctrica a 50 Hz convendrá utilizar un alternador de 9 pares de polos, cuya velocidad de sincronismo 333,3 rpm se acerca más a la ideal calculada).

e) *Peligro de cavitación*

Escribamos la ecuación de Bernoulli entre la entrada del difusor (o salida del rodete, sección 2) y el NI (sección S), despreciando las pérdidas entre la salida del tubo de aspiración y el NI:

$$\frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \frac{c_2^2}{2g} - 0{,}6\frac{c_2^2}{2g} = \frac{p_S}{\rho g} + 0 + 0$$

y haciendo $\frac{p_S}{\rho g} = \frac{p_b}{\rho g} \simeq 10$ m y despreciando la componente periférica a la salida del rodete, que será pequeña en la gama de buen rendimiento considerada, se tendrá:

$$\frac{p_2}{\rho g} = 10 - 1{,}5 - 0{,}4\frac{c_2^2}{2g}$$

El caudal mínimo (dentro de un rendimiento del 75%) de la T será

$$Q_{\text{mín}} = \frac{322{,}7}{9{,}81 \cdot 5 \cdot 0{,}75} = 8{,}772 \text{ m}^3/\text{s}$$

y el caudal máximo (caso más desfavorable) será:

$$Q_{\text{máx}} = \frac{580{,}9}{9{,}81 \cdot 5 \cdot 0{,}75} = 15{,}79 \text{ m}^3/\text{s}$$

y

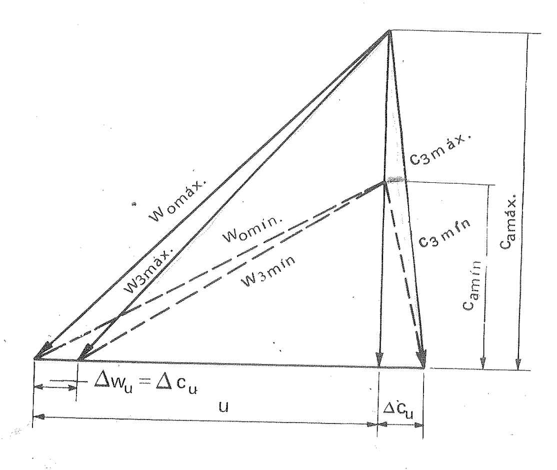
$$\frac{c_2^2}{2g} \simeq \frac{c_{2m}^2}{2g} = \frac{1}{2g}\frac{Q_{\text{máx}}^2}{0{,}92^2} = \frac{15{,}79^2}{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}92^2} = 15{,}01 \text{ m}$$

$$\frac{p_2}{\rho g} = 10 - 1{,}5 - 0{,}4 \cdot 15{,}01 = 2{,}496 \text{ m}$$

la presión de saturación de vapor para agua a 10° por ejemplo es $\frac{p_v}{\rho g} = 0{,}1251$ m. Teóricamente hay margen de presión suficiente para que no se produzca la cavitación; aunque debe tenerse en cuenta que se ha despreciado la componente periférica de la velocidad a la entrada del tubo de aspiración.

f) *Triángulos de velocidad*

$$u = \pi d_m n = \frac{\pi \cdot 1{,}04 \cdot 322{,}7}{60} = 17{,}57 \text{ m/s}$$



y las componentes axiales correspondientes a $Q_{mín}$ y $Q_{máx}$ serán:

$$c_{a\ mín} = \frac{8,772}{0,92} = 9,535 \text{ m/s}$$

$$c_{a\ máx} = \frac{15,79}{0,92} = 17,16 \text{ m/s}$$

$$\Delta c_u = \frac{g\ H_u}{u}$$

$$H_u = H\,\eta_h = H\,\frac{\eta_{tot}}{\eta_m} = 5 \cdot \frac{0,75}{0,96} = 3,906 \text{ m}$$

habiendo supuesto $\eta_v = 1$. Por tanto

$$\Delta c_u = \frac{9,81 \cdot 3,906}{17,57} = 2,18 \text{ m/s}$$

Con estos datos pueden ya construirse los triángulos de velocidades de la figura adjunta.

g) *Rendimiento máximo*

En este caso $\Delta c_u = c_{1u}$ (porque $c_{2u} = 0$)

$$c_{1a} = \frac{17,16 + 9,535}{2} = 13,35 \text{ m/s}$$

$$c_{1u} = \frac{c_{1a}}{\text{tg}\,\alpha_1} = \frac{13,35}{\text{tg}\,80°} = 2,354 \text{ m/s}$$

$$H_u = \frac{17,57 \cdot 2,354}{9,81} = 4,216 \text{ m}$$

$$\eta_h = \frac{4,216}{5} = 0,8432$$

$$\eta_{tot.máx} = 0,8432 \cdot 0,96 = 0,8095$$

12.2. Estudio de las TD

12.2.1. Introducción

En el año 1957 en la central Sir Adam Beck de los Saltos del Niágara canadiense se ponían en marcha las primeras T diagonales o semiaxiales con álabes del rodete orientables. Este nuevo tipo de T lleva el nombre del inventor Dériaz, quien la desarrolló en la English Electric. A la nueva TD, que es a la TF lo que la TK es

a la T hélice, se abre un futuro muy prometedor en la explotación de los saltos de mediana y elevada altura. Las TD lo mismo que las TK pueden funcionar como máquinas reversibles, es decir como T o como B, y pueden construirse como simples T para una central hidroeléctrica convencional, o como B/T para una central de acumulación por bombeo (véase la Sec. 15.4.2). En la primera década de vida de esta nueva T (1957-1967) se instalan alrededor de 1.000.000 kW (con n_s que oscilan entre 206-254) en los siguientes países: Canadá, España (Central de Valdecañas, segunda instalación de este tipo en el mundo), Japón, Escocia, Argentina y Suecia. Con licencia de la English Electric construyen TD en el Japón 4 firmas distintas, y en Suecia la firma Nohab en donde se construyeron las TD de 90.000 kW por unidad, no reversibles, para la central de Ajaure (véase las Figs. 12-12 y 12-13.

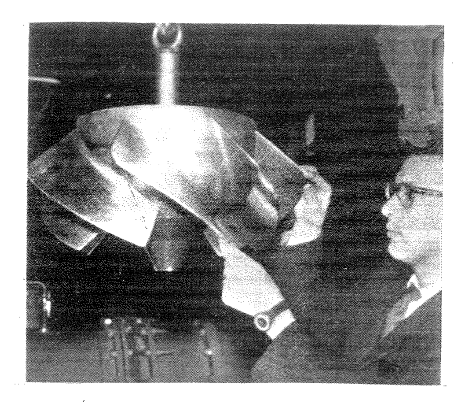


Fig. 12-12.–*Modelo de una TD* para la central de Amagaze, Japón, realizado por la firma Nohab, Suecia.

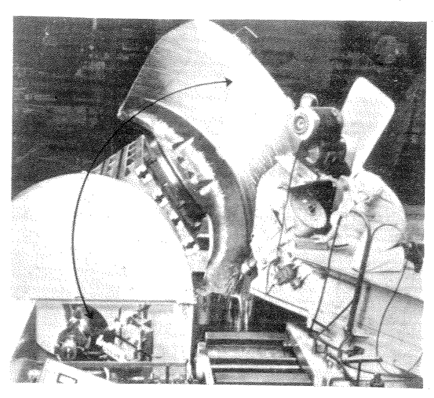


Fig. 12-13.–Mecanización del prototipo de la *TD de Amagaze, Japón,* utilizando como plantilla el modelo de la misma.

12.2.2. Comparación de las TD con las TF y las TK

Las TD tienen dos ventajas sobre las TF: a) mejor rendimiento a cargas parciales, gracias a la orientabilidad de los álabes (compárese con la ventaja de las TK sobre las T hélice); b) reversibilidad de funcionamiento como B y como T. Sobre las modernas bombas-turbinas empleadas en los grupos binarios de las centrales de acumulación por bombeo (Sec. 15.4.2) las TD tienen la ventaja de poder disminuir el par inicial de arranque, que crea problemas en estas máquinas, conformándose en forma de cono en el arranque como B los álabes de la TD.

La TD se encuentra en la actualidad aún en período de evolución; pero es probable que el desarrollo de la TD en las próximas décadas sea análoga al de la TK en las cuatro últimas décadas. Aunque las TK, como se se vió en la Sec. 12.1.5, adaptan a saltos cada vez más elevados (para aprovechar su mejor rendimiento con respecto a las TF a cargas parciales); sin embargo, el empleo de las TK para alturas

$H > 40$ m tropieza, como se dijo en su propio lugar con serias dificultades técnicas, tanto más insuperables cuanto mayor es la altura de salto. En efecto, al aumentar la altura de salto, como consecuencia del aumento del número de álabes, y de la necesidad de alojar en el interior del cubo el sistema de regulación de los mismos, aumenta la relación de cubo del rodete, llegando a ser $\nu \geqslant 0{,}6$. De aquí se deducen los cinco inconvenientes siguientes: a) disminución del cuadal de la TK; b) disminución del n_s; c) empeoramiento del rendimiento; d) aumento de la masa y volumen de la TK (o disminución de su potencia específica); e) empeoramiento del comportamiento de la TK frente al fenómeno de cavitación. Montando los álabes por pares, o sea dos en cada pivote, se consiguen obviar, pero sólo en parte, estos inconvenientes.

Las TD se construyen fácilmente como máquinas reversibles para alturas muy superiores a los 90 m, límite que es muy difícil superar con las TK; en las cuales funcionando como B no pueden excederse fácilmente alturas de 8-10 m.

Investigaciones en la URSS

En la URSS se trabaja intensamente en el desarrollo de las TD con ensayo de modelos desde el año 1954. Gracias a estas investigaciones se ha conseguido:

a) poner en marcha en 1965 la TD experimental dotada de distribuidor cónico de la central de Byhtarminskoj, cuyo corte transversal puede verse en la Fig. 12-14 y cuyas características son: potencia al freno, $P_a = 77$ kW; salto neto, $H = 61$ m; número de revoluciones, $n = 150$ rpm;

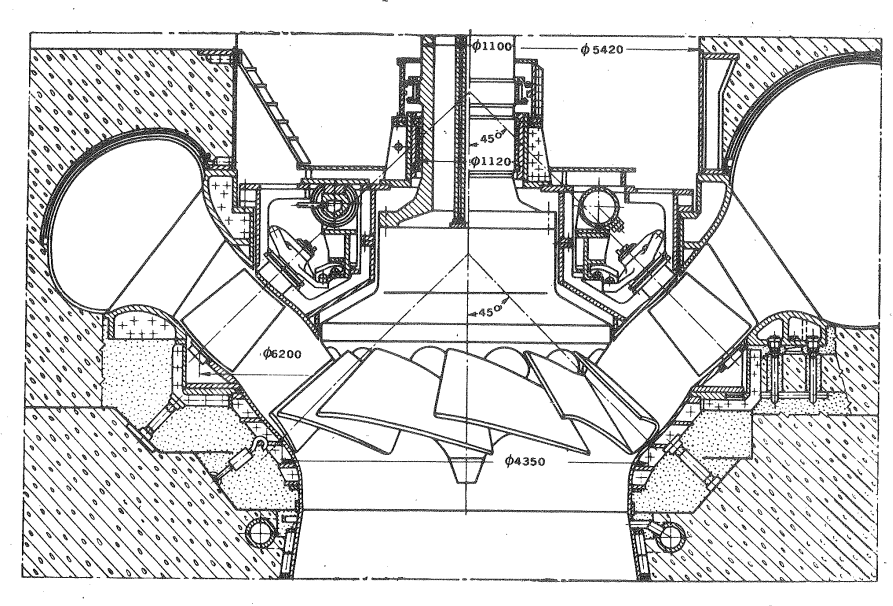


Fig. 12-14.–Corte de la TD de la Central de Bythtarminskoj con *distribuidor cónico*.

b) incluir en la standarización existente en la URSS las nuevas TD de álabes orientables;

c) comparar las características de los diversos tipos de TD con las TK y TF y valorar sus ventajas (1).

Los resultados de esta comparación son que desde un punto de vista económico parece conveniente:

1.°) sustituir la TK por la TD en los saltos de 35-70 m.

Razones:

a) Las TD a igualdad de potencia tienen menor diámetro que las TK, con lo cual la masa de la T es un 10% menor. Este menor diámetro compensa el mayor número específico de revoluciones de las TK, de manera que el número real de revoluciones a igualdad de salto y de potencia es el mismo.

b) El rendimiento de las TD es aproximadamente 3% mayor que el de las TK, a igualdad de condiciones de funcionamiento.

2.°) reemplazar la TF por la TD en los saltos de 75-170 m.

Razones:

a) El número de grupos puede reducirse en un 10-20% porque las TD admiten mayor sobrecarga.

b) El volumen de excavación puede reducirse en un 10-15%.

c) El número de revoluciones es menor con lo cual se reduce el tamaño de la T.

d) El rendimiento disminuye menos al variar el salto y la carga.

De las 149 centrales hidroeléctricas que podrían ponerse en explotación en la URSS, en los próximos 20-30 años, el libro citado al pie de esta página estima que un 60% podrían tal vez ser equipadas con TD reversibles, un 23% con TF y un 17% con TK. Las investigaciones mencionadas parecen indicar que en la gama de alturas de salto de 40-200 m la TD reversible *podría tal vez constituir en las próximas décadas la TH básica.*

Investigaciones en el Japón

En el Japón la firma Mitsubizi ha llevado a cabo interesantes investigaciones con modelos de las TD destinadas a la central de Amagaze, Japón (central convencional, no de acumulación por bombeo) estableciendo comparación de las mismas con TK de igual salto y potencia, las cuales investigaciones se resumen en la siguiente tabla:

(1) Véase V.S. KVJATKOVSKIJ, *Diagonal'ou'nye Gidroturbiny*, Moscú, Mašinostroenei, Págs. 194 ss.

TABLA 12-2
Comparación entre las TD de la central de Amagaze; Japón con TK de igual salto y potencia

Características	TK	TD
Salto neto, m	57	57
caudal máximo, m^3/s	99,4	99,1
potencia máxima, MW	50	50
rpm	200	180
rendimiento máximo, %	92,5	94
número específico de revoluciones, n_s	339	305
rpm de embalamiento	482	380
diámetro del rodete, m	3,8	3,9
longitud de los álabes, m	2	1,65
número de álabes	8	10
empuje axial, N	$10084 \cdot 10^3$	$7770 \cdot 10^3$
masa del rotor del alternador, kg	$326 \cdot 10^3$	$282 \cdot 10^3$
masa total de la T, kg	$393 \cdot 10^3$	$387 \cdot 10^3$
masa total del alternador, kg	$553 \cdot 10^3$	$503 \cdot 10^3$

Dos ventajas principales de las TD sobre las TK se desprenden de este cuadro:

1.ª) Disminución grande del rpm de embalamiento, y como consecuencia, a pesar de que la velocidad específica y el número de revoluciones son menores en la TD, la masa de la TD es aún 2% menor que la de la TK y la masa del alternador de la TD un 10% menor.

2.ª) Disminución de la fuerza axial, y como consecuencia disminución importante de la masa del pivote.

12.2.3. Campo de aplicación de las TD

En el diagrama de la Fig. 12-15 preparado por la firma Mitsubizi puede verse el campo de aplicación de las TD integrado en el campo general de aplicación de las diferentes tipos de TH, según la potencia útil y la altura neta. En la figura se ve que la altura máxima de aplicabilidad de la TD es de unos 200 m y su potencia máxima 300.000 kW.

En el diagrama de la Fig. 12-16 de la misma firma puede verse el tipo de TH que se recomienda en función de la altura de salto. Como se ve en la figura las TD se recomiendan para alturas de 20-400 m, y tienen una gama de n_s de 90-400.

12.2.4. Ejemplos de construcción

1) Central *Sir Adam Beck, Canadá* (primera central del mundo equipada con TD)

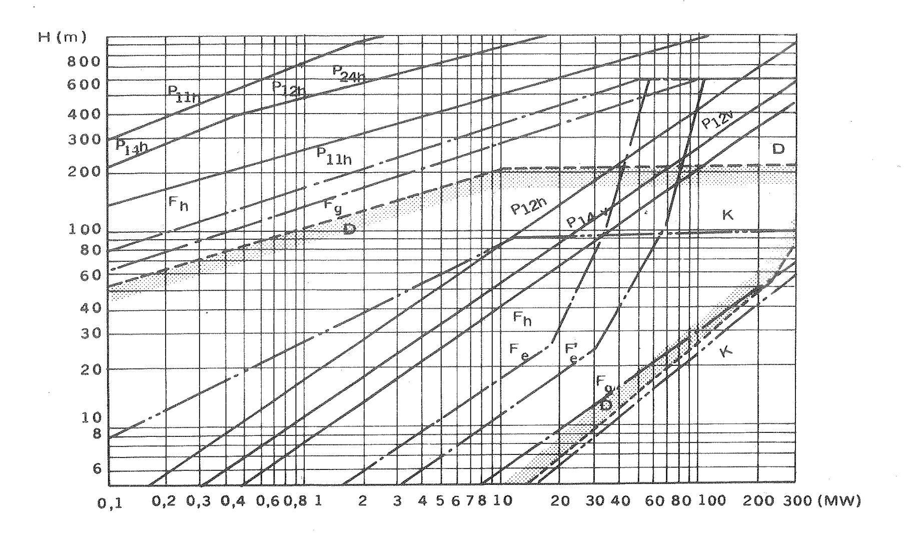


Fig. 12-15.—*Campo de aplicación de las TH:* P_{11h} – TP, 1 rodete, 1 chorro, eje horizontal; P_{12h} – TP 1 rodete, 2 chorros; eje horizontal; P_{24h} – TP 2 rodetes, 4 chorros, eje horizontal; P_{14v} – TP 1 rodete, 4 chorros, eje vertical; F_h – TF eje horizontal; F – TF eje vertical; F_g – TF gemelas; D – TD; K – TK.

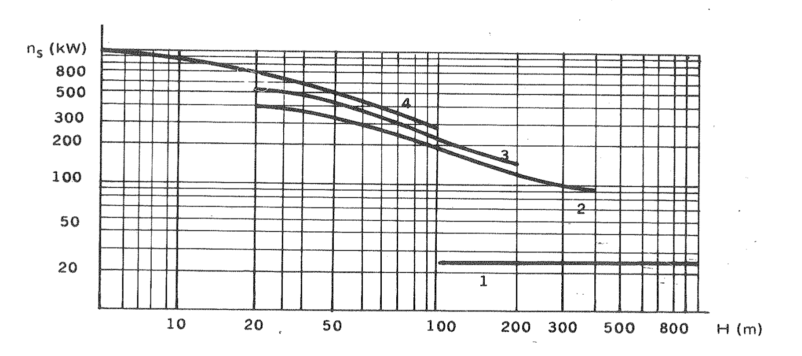


Fig. 12-16.—*Tipo de TH recomendado* en función de la altura neta (obsérvese que en esta figura el n_s está referido al kW no al CV); 1 – TP; 2 – TF; 3 – TD; 4 – TK.

Las características unitarias de las 6 TD reversibles de esta central, ya mencionada en la Sec. 12.2.1, que llevan más de 14 años en funcionamiento totalmente normal, son: diámetro del rodete, 6,4 m; *funcionando como T:* $P_a = 40.400$ kW; *funcionando como B:* $Q = 142\text{-}113\ m^3/seg$, según sea la altura suministrada de 18,3-25,9 m. El diámetro del rodete es 6,4 m; $n = 92,3$ rpm; masa del cubo de la T: $44 \cdot 10^3$ kg, del eje $27 \cdot 10^3$ kg y de un álabe $4 \cdot 10^3$ kg.

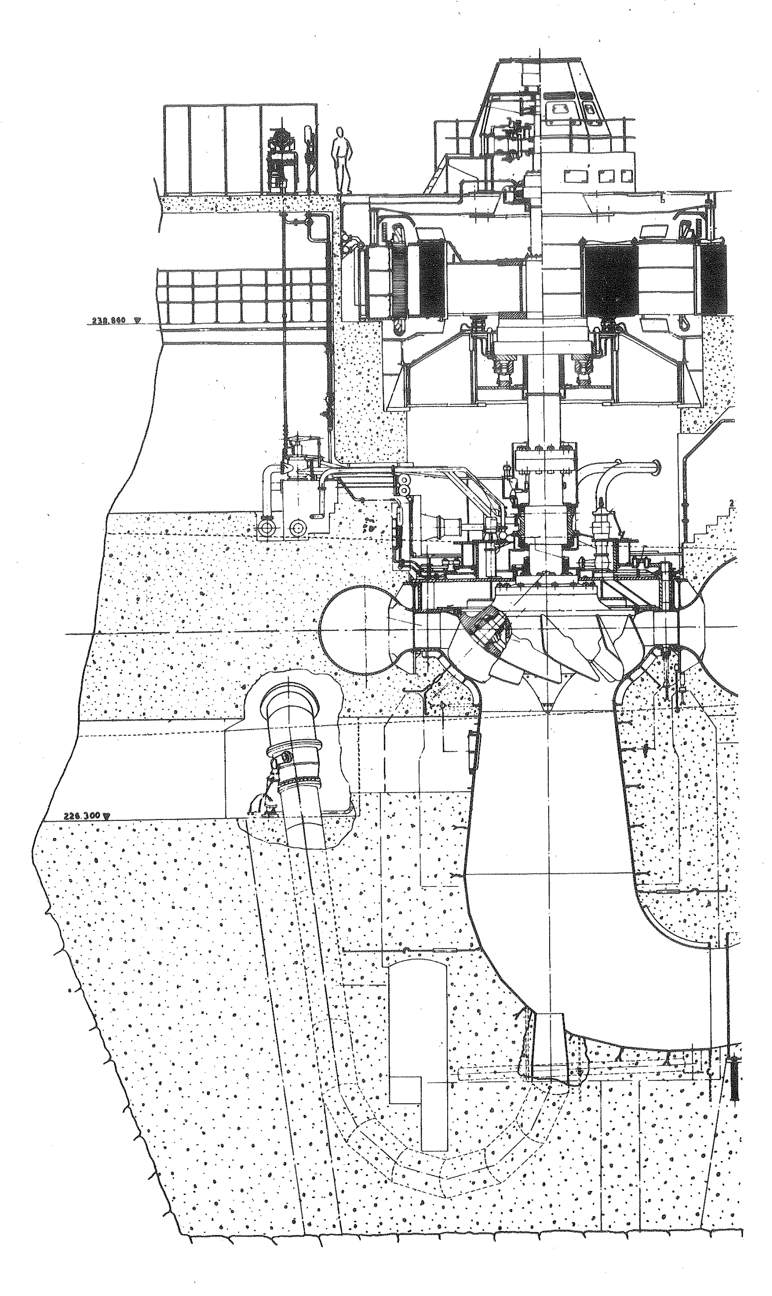


Fig. 12-17.–Corte longitudinal de un grupo reversible con *TD de la central de Valdecañas,* España.

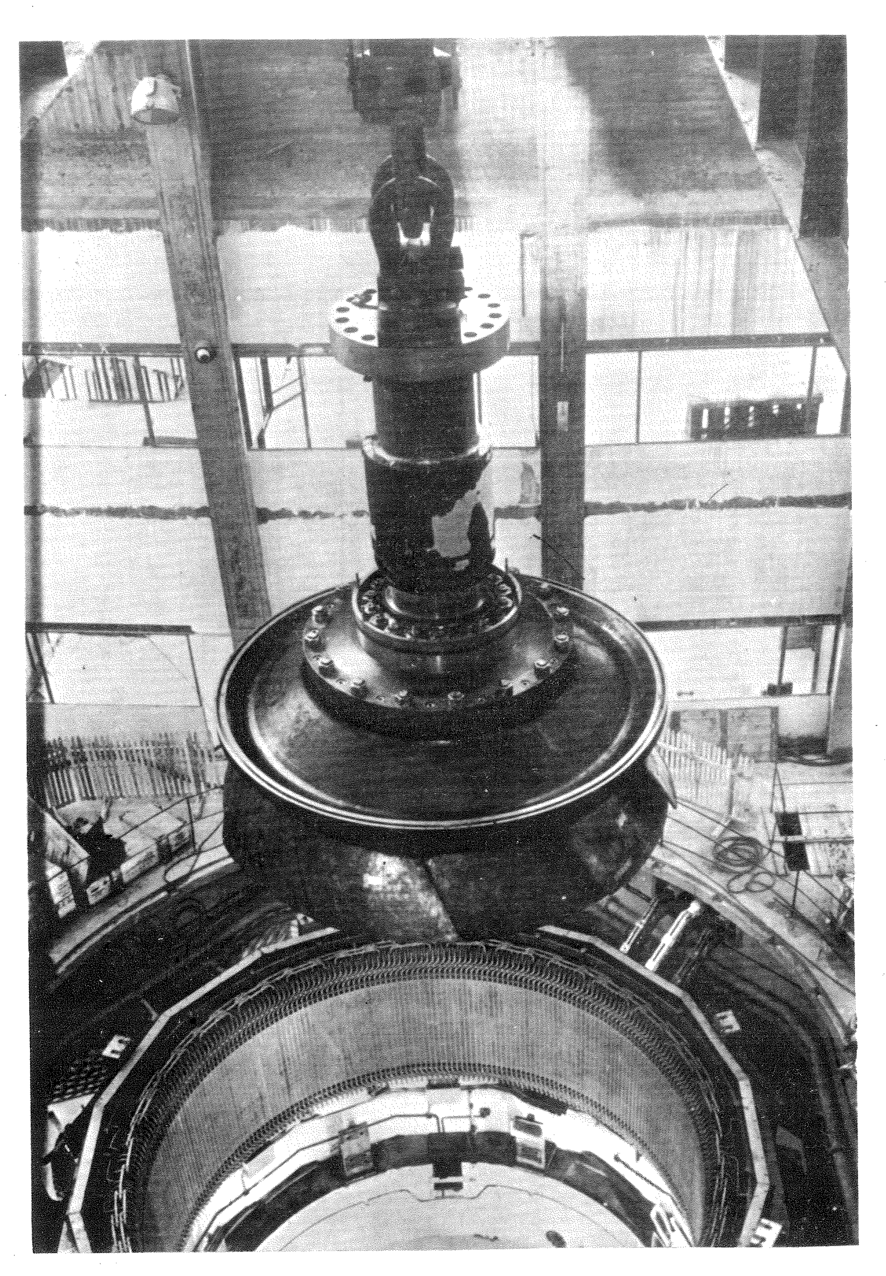
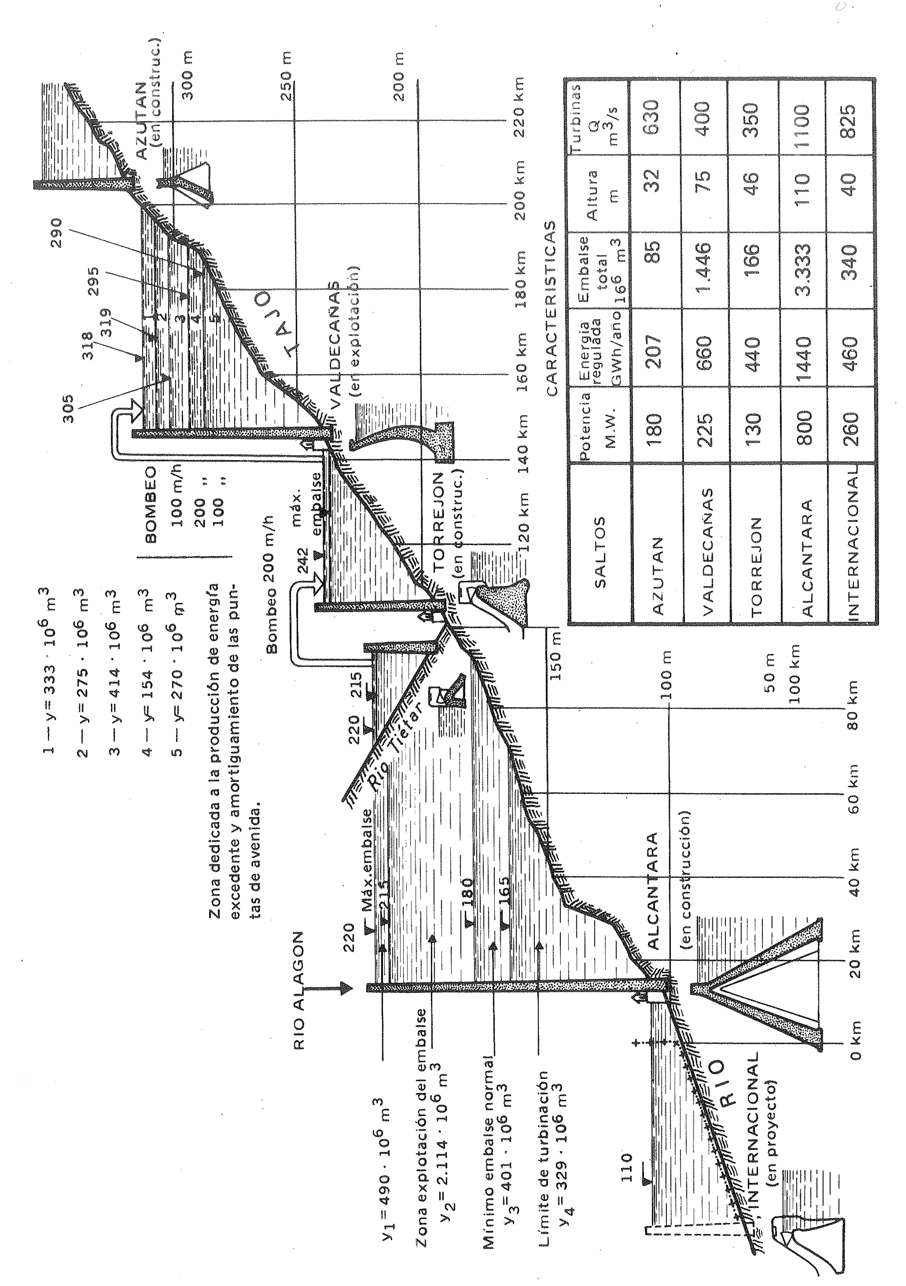


Fig. 12-18.–*Rodete de TD reversible* de 75.000 kW de la central de Valdecañas, España.



SALTOS	Potencia M.W.	Energia regulada GWh/año	Embalse total 10^6 m^3	Altura m	Turbinas Q m^3/s
AZUTAN	180	207	85	32	630
VALDECAÑAS	225	660	1.446	75	400
TORREJON	130	440	166	46	350
ALCANTARA	800	1440	3.333	110	1100
INTERNACIONAL	260	460	340	40	825

Fig. 12-19.– Aprovechamiento hidroeléctrico del río Tajo.

2) *Central de Valdecañas, España* (segunda central del mundo equipada con TD).

En la Fig. 12-17 puede verse un corte meridional de esta central a través de un grupo Dériaz reversible. Al pie de la figura puede verse la descripción de los diferentes elementos. La central consta de 3 grupos verticales de 75.000 kW cada uno, que giran a 150 rpm. La producción media anual de esta central con recursos propios asciende a 500 GWh, que el bombeo (con aportación de energía de la red) puede elevar a 750 GWh. La Fig. 12-18 muestra el rodete de una TD en posición de cierre en el momento de ser montado en el grupo. El volumen total del embalse es de 1.446 millones de m^3. El salto máximo es de 75 m. La central está proyectada como central de acumulación por bombeo, de manera que un río de un caudal de casi 200 m^3/s puede ser turbinado por el día y remontar el embalse en sentido contrario por la noche. El perfil del aprovechamiento del Tajo en el cual está integrada la central de Valdecañas puede verse en la Fig. 12-19.

3) *Central de Amagaze, Japón*

La central de Amagaze, como ya dijimos, es una central convencional (no de bombeo), que entró en funcionamiento el año 1963. En la Fig. 12-20 puede verse el corte meridional de una TD de esta central, cuyas características son: altura, 57 m como T y 47 m como B; potencia útil: 51.500 kW; número de revoluciones: 180 rpm; $n_s = 308$. En la Fig. 12-12 en los laboratorios de la casa Nohab, Suecia,

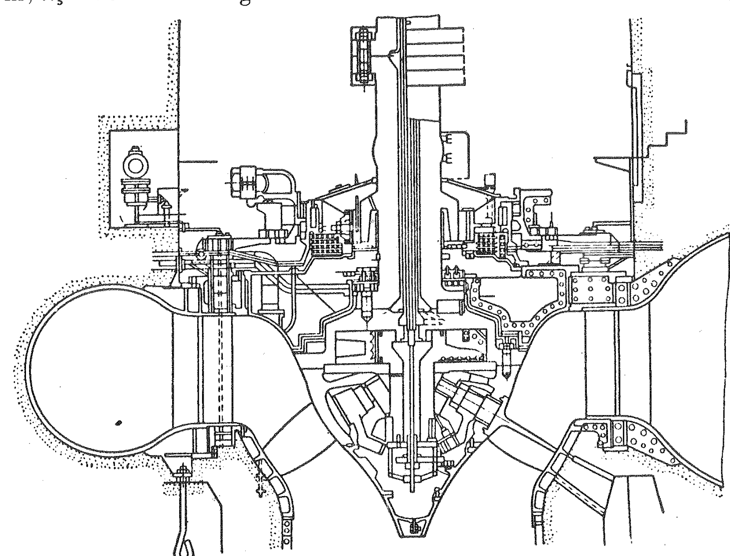


Fig. 12-20.– Corte meridional de una *TD de la Central de Amagaze.*

se estudia un modelo de las TD para esta central y en la Fig. 12-13 se mecanican los álabes del prototipo de la misma T utilizando como plantilla el álabe de la T modelo.

12.2.5. El n_s de las TD en función del ángulo φ de inclinación del eje del álabe y de la altura ℓ del mismo

La Ec. (11-14) deducida para las TF es igualmente aplicable a las TD. Teniendo en cuenta que

$$k_{u1} = \frac{u_1}{\sqrt{2gH}} = \frac{\pi d_1 n}{\sqrt{2gH}} \quad \text{y} \quad k_{um} = \frac{\pi d_1 n}{\sqrt{2gH}}$$

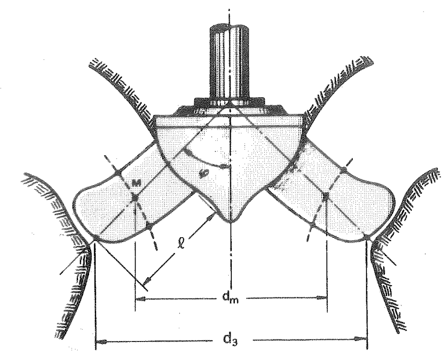


Fig. 12-21.– Dimensiones características de un rodete de TD.

y por tanto

$$\frac{k_{u1}}{d_1} = \frac{k_{um}}{d_m}$$

la expresión (11-4) puede expresarse así (véase Fig. 12-21):

$$n_s = 576\, k_{um}\, \frac{d_3}{d_m} \sqrt{k_{c3m}\ \eta_{tot}} \qquad (11\text{-}17)$$

Ahora bien, de la Fig. 12-21 se deduce:

$$d_m = d_3 - \ell \operatorname{sen} \varphi \qquad (12\text{-}18)$$

Introduciendo este valor en la Ec. (12-17) se tendrá:

Ahora bien, de la Fig. 12-21 se deduce:

$$d_m = d_3 - \ell \operatorname{sen} \varphi \qquad (12\text{-}18)$$

Introduciendo este valor en la Ec. (12-17) se tendrá:

$$n_s = 576\, k_{um}\, \frac{d_3 \sqrt{k_{c3m}\ \eta_{tot}}}{d_3 - \ell \operatorname{sen} \varphi}$$

Llamando ahora $\overline{\ell} = \frac{\ell}{d_3}$ se tendrá:

$$n_s = \frac{576\, k_{um} \sqrt{k_{c3m}\ \eta_{tot}}}{(1 - \overline{\ell} \operatorname{sen} \varphi)} \qquad (12\text{-}19)$$

transformándose también la Ec. (12-18) en la siguiente:

$$d_m = d_3\, (1 - \overline{\ell} \operatorname{sen} \varphi)$$

De la Ec. (12-19) se deduce que el n_s de una TD crece: a) al aumentar el ángulo φ; b) al aumentar la altura $\overline{\ell}$ de los álabes.

13. Estudio y proyecto de las TH tangenciales: turbinas Pelton

13.1. Descripción y desarrollo de las TP

Las TP denominadas también turbinas de impulsión o de chorro libre, son las únicas TH de acción que se construyen en la actualidad en grandes potencias (1). La primitiva patente del americano Pelton de 1889 contenía ya todos los elementos esenciales de estas T (véase Fig. 13-1), cuyo perfeccionamiento, logrado con numerosas investigaciones experimentales, ha conducido a las modernas TP (véanse las Figs. 7-6 y 7-7). Remitimos al lector a la descripción de los elementos de que consta la T que se hace al pie de dichas figuras.

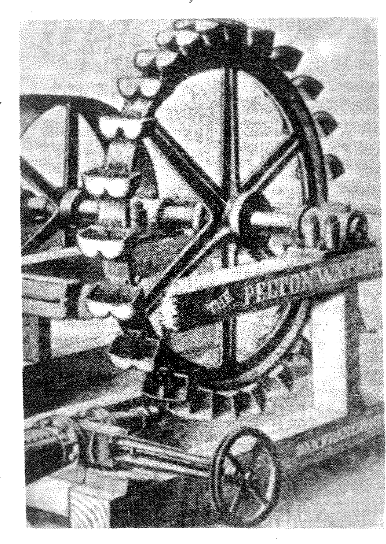


Fig. 13-1.–*Rueda Pelton* precursora de las modernas TP. El inyector no era del tipo de válvula de aguja y la forma de los álabes era muy rudimentaria.

El distribuidor de las TP se denomina *inyector*, que consta esencialmente de una tobera y de una válvula de aguja. En la *tobera 1* se acelera el agua, transformándose prácticamente toda la altura neta de la T en altura cinética del chorro, salvo las pérdidas en el inyector mismo. La potencia de la T se regula como en las restantes TH variando el caudal. Este en las TP se varía mediante el desplazamiento rectilíneo de la *válvula de aguja* 5, que realiza automáticamente en función de la carga el pistón 22 del *servomotor* de aceite a presión. Este forma parte del sistema de regulación, que se describirá más adelante

(1) En pequeñas potencias se construyen también actualmente las turbinas de acción Michell-Banki apropiadas para grandes variaciones de caudal por la firma Ossberger en Baviera y la turbina Turgo, evolución ulterior de la desaparecida turbina Girard.

(Sec. 19.10.1), cuya función consiste en mantener la igualdad de los pares motor y resistente, a fin de mantener un número constante de revoluciones, aunque varíe la carga o la altura neta de la T. El chorro entra en los álabes del rodete 4, que en esta T por la forma especial que poseen se denominan cucharas, a la presión atmosférica, cede en ellas prácticamente toda su energía, y sale del rodete a velocidad mínima y a la presión atmosférica, cayendo por su propio peso al nivel de aguas abajo NI. Para evitar las salpicaduras el rodete está alojado en una caja o carcasa, en cuyo interior reina la presión atmosférica.

En la Fig. 7-6 se han acotado: a) el *diámetro D característico de las TP*, que en lo sucesivo se designará así sin subíndice alguno, y que se define como el diámetro del círculo con centro en el eje del rodete y tangente al eje del chorro; b) la *altura de suspensión* H_s, que en las TP de eje horizontal, como la de la figura, se define como la distancia entre el nivel de aguas abajo y el eje de la turbina; y en las TP de eje vertical como la distancia entre el mismo nivel de aguas abajo y un plano horizontal que corta al rodete por la mitad. Finalmente otro órgano importante de la TP es el deflector o pantalla deflectora 20, cuya misión se explica a continuación

El deflector de las TP.

Con frecuencia las TP son alimentadas por un conducto forzado de gran longitud. Si la carga de la T desciende bruscamente el inyector deberá cerrarse lentamente (en unos cuarenta segundos), a fin de evitar el *golpe de ariete* (véase la Sec. 22.2.1). El deflector sirve para evitar el embalamiento cuando el inyector sigue abierto y la carga de la T es inferior a la que corresponde a la apertura del inyector. Para ello el deflector se hunde parcialmente en el chorro, desviándolo totalmente en el esquema de la Fig. 13-2,a, o parcialmente en el de la Fig. 13-2,b. En ambos esquemas el pivote de giro se encuentra debajo de la tobera; pero en el esquema (a) el brazo de la pantalla es largo, y la pantalla ataca al chorro por arriba del mismo, desviando consecuentemente todo el chorro. Lo contrario sucede en el esquema (b), que desvía sólo parcialmente el chorro. Este último esquema puede servir para desviar el caudal de un inyector desprovisto de válvula de aguja; pero se emplea poco, siendo el esquema (a) el corrientemente empleado.

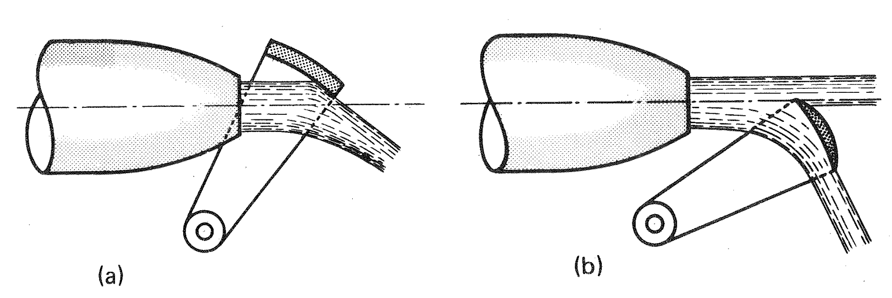
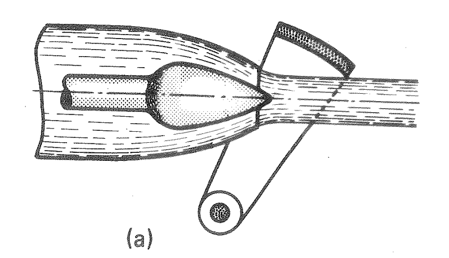
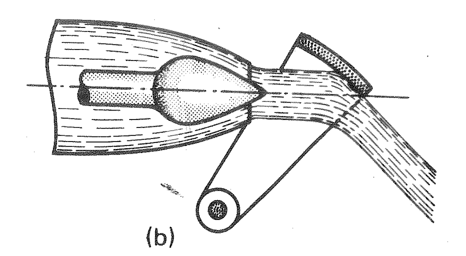


Fig. 13-2.–Tipos de *deflector*.

En la Fig. 13-3, se dibuja el deflector del primer tipo descrito en tres posiciones: a) régimen normal, carga nominal; b) régimen transitorio, carga reducida; la válvula de aguja se mueve lentamente para cerrar el inyector, el deflector desvía temporalmente todo el chorro; c) nuevo régimen permanente a carga reducida. El deflector siempre mantiene su punta en contacto con el chorro. En la posición a el deflector ha cambiado de posición respecto a la posición b; pero la válvula de aguja no. El accionamiento del deflector, así como el de la válvula es automático, mediante la servorregulación, que se estudiará en la Sec. 19.10.1, donde también se verá cómo se logra la sincronización de los movimientos del deflector y de la aguja.





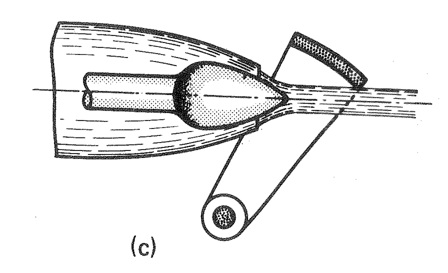


Fig. 13-3.–*Deflector* a) en carga normal; b) en carga alterada; c) en carga reducida.

En las TP, como se desprende de la misma Fig. 7-6 sólo unos pocos álabes están activos simultáneamente, lo cual es una característica de las T de acción, que por esta razón son T de *admisión parcial;* mientras que todas las T de reacción son T de admisión total.

Según la definición de TM de acción (Sec. 3.3) el agua a la entrada y salida del rodete debe estar a la misma presión. Normalmente ésta es la presión atmosférica, que reina en el interior de la caja 31 (Fig. 7-6) de la T. *Las TP normalmente no tienen tubo de aspiración.* Esto tiene la ventaja de que pueden instalarse con cualquier altura de suspensión H_s sin peligro de cavitación como en las T de reacción, y el inconveniente de que la energía correspondiente a esta altura geodésica H_s se pierde. Este inconveniente en las TP no es serio porque H_s representa normalmente un % pequeño de la altura neta H. Si esta pérdida es relativamente importante puede recuperarse parte de ella utilizando un tubo de aspiración semejante al empleado en las TH de reacción (véase Fig. 13-4). La carcasa de la T termina en una cubeta y ésta en el tubo de aspiración sumergido en el canal de salida. En este caso se ha de conseguir en la caja de la T con una junta apropiada un cierre hermético. La caja lleva una pequeña válvula o grifo, que regula la presión en el interior. Si el grifo está abierto el rodete fun-

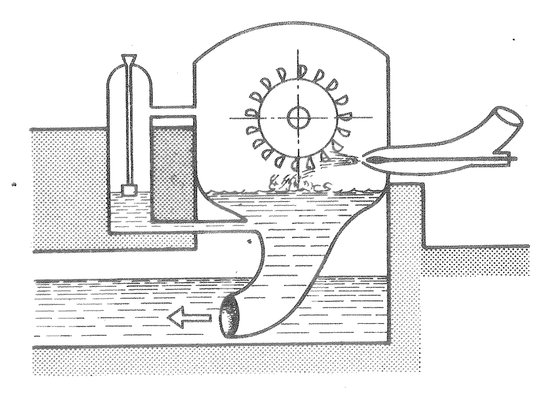


Fig. 13-4.—Esquema de TP *hidroneumatizada*

ciona como en el caso normal a la presión atmosférica. Si se cierra parcialmente se llega a un equilibrio entre el aire evacuado junto con el chorro de agua y el que entra por el grifo distinto para cada apertura del mismo. Entonces el nivel inferior del agua sube. A fin de que no se inunde el rodete, o se frene su movimiento si el grifo se cierra excesivamente, puede añadirse otra válvula mandada por un flotador, que se abre si el nivel de agua excede un cierto nivel, admitiendo entrada de aire, con lo que el nivel desciende. Se advertirá que la *TP hidroneumatizada,* nombre con que se conoce este tipo de instalación, sigue trabajando como T de acción, al ser la depresión igual a la entrada y salida del rodete, y sigue siendo de admisión parcial, porque el rodete no está inundado.

Las TP pueden ser *de eje horizontal:* TP con 1, 2 ó 3 rodetes y 1 ó 2 chorros por rodete (con 3 chorros y eje horizontal el rendimiento sería bajo, porque no se evitarían los resaltos del agua sobre el rodete) y *de eje vertical:* TP con 1 rodete y de 1 a 6 chorros. En las centrales subterráneas suele preferirse la instalación vertical, que es más compacta.

En general las TP de menor potencia y las TP de más de 1 rodete (2, excepcionalmente 3) en el mismo eje suelen construirse de eje horizontal por la mayor facilidad de revisiones. Las de 1 rodete y 2 chorros con eje horizontal o vertical (modernamente se prefiere en este caso el eje vertical); las de 1 rodete y 4 ó 6 chorros siempre de eje vertical.

Las TP son apropiadas para los saltos de gran altura, es decir, según la división convencional adoptada en la Sec. 7.4, para alturas netas $H \geqslant 50$ m. En la gama de 600-2000 m son prácticamente las únicas T posibles.

Desarrollo experimental de la TP

El alto rendimiento que ha alcanzado la TP actual ha sido posible gracias a la experimentación con modelos reducidos.

En el ensayo con modelos de las TP (véase la Sec. 8.1) se ha de mantener igual el número de Froude en el modelo y el prototipo. La experiencia enseña que si se escoge en el modelo un diámetro del chorro $d_0 \geqslant 55$ mm, y se mantiene igual en el modelo y en el prototipo el número de Froude, el rendimiento del modelo es prácticamente igual que el del prototipo, y no será necesario introducir corrección alguna; si por el contrario $d_0 < 55$ mm, y se mantiene también igual el número de Froude, el rendimiento del prototipo puede obtenerse del obtenido en el ensayo con el modelo, sumándole un incremento que puede obtenerse de la curva empírica de la Fig. 13-5.

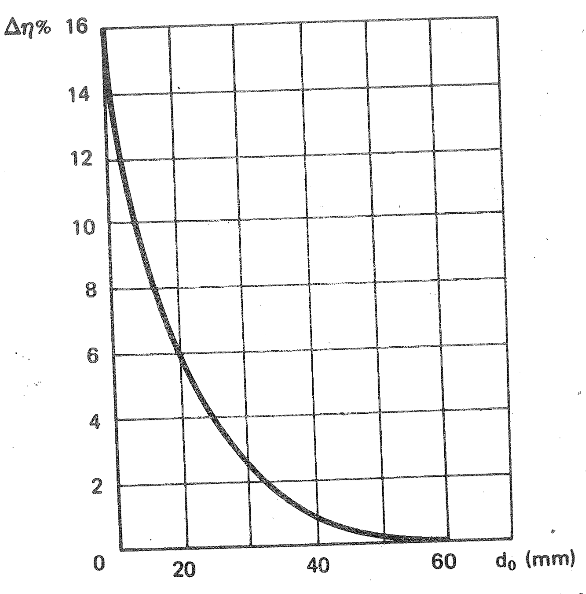


Fig. 13-5.—Reducción del rendimiento del modelo al del prototipo de una TP.

Estudios estroboscópicos y fotográficos con cámaras de cine ultrarrápidas (millonésimas de segundo), y delicadas mediciones tanto de los diámetros del chorro como de la presión dinámica del mismo, a distancias diversas de la tobera, han permitido estudiar experimentalmente el chorro y los factores diversos que influyen en la calidad del mismo. Dichos estudios han revelado los hechos siguientes:

1) *El chorro no es un cilindro perfecto:* la apariencia cilíndrica no es más que una ilusión óptica; en efecto, la superficie exterior del chorro es irregular e inestable; más aún a cierta distancia de la boca de la tobera, 1 m o menos, según los casos, no es continuo; sino que está integrado por gotas, cuya separación aumenta con la distancia de la tobera.

2) *El chorro es divergente,* tanto más cuanto mayor es la altura neta, aumentando su diámetro con la distancia de la tobera.

3) *El chorro no es homogéneo:* está integrado por un chorro central convergente de sólo agua y otro exterior divergente concéntrico al anterior formado por una emulsión de agua y aire. Las mediciones con tubo de Pitot demuestran que en el núcleo central el agua está menos acelerada (presión dinámica menor); luego hay un anillo amplio uniforme de presión dinámica máxima, la cual en los bordes desciende rápidamente. Haciendo mediciones en otra transversal a mayor distancia de la tobera se observa que la presión dinámica máxima es la misma, pero en la corona exterior, donde desciende rápidamente esta presión, aumenta.

Las conclusiones que de estos hechos se desprenden son entre otras:

1.ª) *Instalar el rodete próximo al chorro,* cuanto más cerca mejor, porque el chorro pierde calidad con la distancia. Si ésta es grande habrá que tener en cuenta

la trayectoria parabólica del chorro debida a la fuerza de la gravedad, que hace variar un tanto la entrada del chorro en la cuchara.

2.ª) *Eliminar codos de pequeña curvatura* en la tubería de admisión y cuantos obstáculos pueden deteriorar la calidad del chorro. La instalación tradicional de una TP comprende un codo antes del inyector, para que a través del codo salga el vástago del servomotor. Modernamente existen soluciones diversas para eliminar el codo: a) la *solución de la firma Boving, Suiza,* consiste en un servomotor anular, al cual va unido mediante paletas apropiadas de perfil aerodinámico el vástago de la válvula de aguja; dicho servomotor se abre por presión de agua y se cierra por presión de aceite; b) la *solución de la firma Riva,* Italia, de la Fig. 13-6 consiste en un servomotor de tres émbolos y un resorte en el interior mismo del inyector.

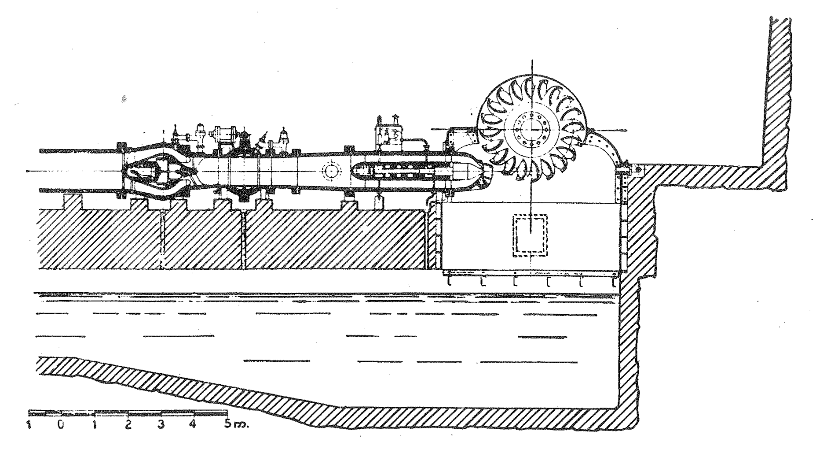


Fig. 13-6.–*Inyector de la TP* de la central de Avise, construído por la firma Riva, Italia.

13.2. Parámetros característicos de las TP

Potencia máxima

La potencia máxima de las TP ha ido en aumento constantemente con los años, siguiendo la tendencia general en las TH a potencias unitarias cada vez mayores. En la actualidad las TP de mayor potencia son: 186.500 kW en varios chorros (véase Sec. 13.4) ó 63.400 kW en un chorro.

Número de revoluciones

Los números de revoluciones síncronos más frecuentes de las TP son 500, 375, 350 y 250 rpm.

Número de revoluciones de embalamiento (véase Sec. 22.1).

El número de revoluciones de embalamiento n_e está comprendido entre 1,8-1,9 n_N, donde n_N – velocidad nominal (1). Este número suele referirse al salto H nominal de la T. Si H oscila mucho, y se ha escogido un cierto H medio como valor nominal el n_e puede ser mucho mayor que el arriba indicado. Esta circunstancia se habrá de tener en cuenta al diseñar la TP, que ha de poder resistir al menos durante un corto espacio de tiempo la velocidad de embalamiento.

Coeficiente de velocidad k_{c1}

En las TP toda la energía disponible se convierte en el chorro en energía cinética (TH de acción). Luego teóricamente:

$$c_1 = \sqrt{2\,gH}$$

y por tanto *teóricamente*

$$k_{c1} = 1$$

Prácticamente, debido a las pérdidas en el inyector:

$$c_1 = k_{c1} \cdot \sqrt{2gH}$$

donde k_{c1} oscila entre 0,97 - 0,99, y en las TP modernas de gran potencia entre 0,98 - 0,99. Adviértase que $c_1 \simeq c_0$; donde c_0 – velocidad media en la vena contracta, relacionada con el caudal por la fórmulas

$$Q = \frac{\pi\, d_0^2}{4}\, c_0$$

donde d_0 – diámetro del chorro en la vena contracta, que es siempre menor que el diámetro de salida de la tobera.

Coeficiente de velocidad k_{u1}

Teorema: el valor teórico del coeficiente k_{u1} es 0,5

Demostración

Suponemos las condiciones ideales siguientes:

– pérdidas en el inyector nulas; entonces $c_1 = \sqrt{2\,gH}$ y $gH = \frac{c_1^2}{2}$

– pérdidas en las cucharas nulas; entonces $w_2 = w_1$.

Entonces los triángulos de velocidad de entrada y salida serán en general los de trazo continuo de la Fig. 13-7. De dicha figura se deduce:

(1) La velocidad, caudal, altura neta y potencia nominales son los valores de estas magnitudes para los cuales ha sido encargada la TH (norma DIN 4323), y coinciden, por tanto, con los va-

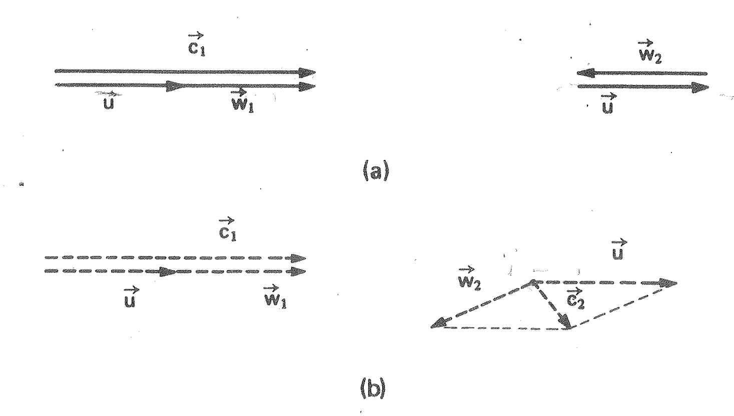


Fig. 13-7.–Triángulos de velocidades (teoría unidimensional) de una TP: a) ideales; b) reales.

$$c_2 \cos\alpha_2 = 2u - c_1 \cos\alpha_1 \qquad (13\text{-}1)$$

Ahora bien

$$\eta_h = \frac{u\,(c_1 \cos\alpha_1 - c_2 \cos\alpha_2)}{gH} = 2\frac{u}{c_1}\,\frac{c_1 \cos\alpha_1 - c_2 \cos\alpha_2}{c_1}$$

o sea

$$\eta_h = 4\frac{u}{c_1}\left(\cos\alpha_1 - \frac{u}{c_1}\right) \qquad (13\text{-}2)$$

en virtud de la Ec. (13-1). La Ec. (13-2) es la ecuación de una parábola de eje vertical, que se representa en la Fig. 13-8 (compárese con Fig. 18-2). El rendimiento η_h es nulo para:

$$\frac{u}{c_1} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{u}{c_1} = \cos\alpha_1$$

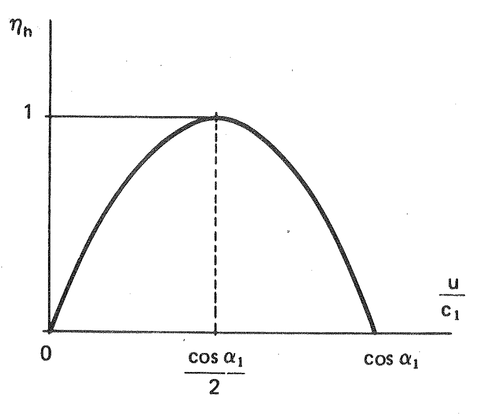


Fig. 13-8.–*Rendimiento hidráulico ideal* de una TP en función del coeficiente de velocidad periférica ideal $(k_u)_{\text{ideal}} = \frac{u}{c_1}$.

El valor óptimo de $\frac{u}{c_1}$, que designaremos con el subíndice o, para el cual η_h = max, se deducirá derivando (13-2) con relación a $\frac{u}{c_1}$ e igualando a 0, resultanto que:

$$\left(\frac{u}{c_1}\right)_0 = \left(\frac{u}{\sqrt{2gH}}\right)_0 = (k_{u1})_0 = \frac{\cos\alpha_1}{2}$$

En condiciones ideales $\alpha_1 = 0$ y $(k_{u1})_0 = 0{,}5$;

El coeficiente de velocidad ideal de las TV y TG de acción es también igual a 0,5 (1). Esto constituye un ejemplo del paralelismo entre las TH de acción y las TT, cuyo rodete, al no existir en él teóricamente salto entálpico alguno, funciona teóricamente como el rodete de una TH.

Los triángulos ideales de entrada y de salida son los representados en la Fig. 13-9, a, b. El $(\eta_h)_0$ ideal para $c_2 = 0$ es igual a 1, porque las pérdidas por velocidad de salida, únicas posibles en la TP ideal considerada, son en este caso nulas.

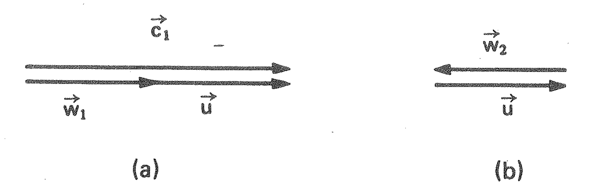


Fig. 13-9.–*Triángulo ideal* de entrada y salida de una TP.

En la práctica el ángulo α_1 no puede ser igual a 0 para todas las partículas del chorro, ya que el rodete no se mueve con movimiento de traslación y la u de cada punto de la cuchara es en general diferente; ni tampoco se cumplen las otras condiciones simplificadoras previas.

El coeficiente de velocidad periférica (óptimo) se ha de obtener en el banco de pruebas. *El valor real* k_{u1} *aumenta a medida que disminuye* n_s, *oscilando entre 0,44 - 0,46, con un valor medio de 0,45.*

Rendimiento.

El rendimiento hidráulico de la TP depende:

1) de la forma de las cucharas, así como del paso y orientación de las mismas.

2) del rozamiento en el inyector,

3) de todo lo que contribuye a la creación de un chorro circular y compacto, a saber: codo suave antes del inyector, buen estado de la cabeza de la tobera y de la punta de la aguja, que deben reemplazarse después de un cierto número de horas de funcionamiento,

4) en las TP de varios chorros de la adecuada selección de los ángulos de ataque.

Las TP de mejor rendimiento son las de eje horizontal de un solo rodete y un solo chorro.

(1) Véase C.M., TMT, pág. 319.

Rendimiento del distribuidor o inyector η_d

$$\eta_d = \frac{\text{altura dinámica del chorro}}{\text{altura neta}} = \frac{c_0^2/2g}{H} \simeq \frac{c_1^2/2g}{H} =$$

$$= \frac{(k_{c1}\sqrt{2gH})^2}{2g\,H} = k_{c1}^2$$

y con los valores ya indicados de k_{c1}, el η_d oscilará entre 94-98% y en las TP modernas de gran potencia entre 96-98%.

Rendimientos hidráulico, volumétrico y mecánico

η_h en las TP oscila entre 0,90-0,93;

η_v entre 0,97-0,99;

η_m entre 0,97-0,995, según la potencia de la TP de 75-75.000 kW.

El rozamiento de disco y ventilación en las TP es muy pequeño, porque la parte no activa del rodete está en contacto con el aire (ρ muy pequeño, véase Sec. 4.6.3), y las pérdidas correspondientes suelen incluirse en el rendimiento mecánico.

Rendimiento total

En el punto de diseño el η_{tot} de las TP es algo inferior (en 2-4%) al de las TH de reacción de la misma potencia, y oscila entre 85-91%; habiéndose llegado a alcanzar en algún caso el 92,5%, cifra que, sin embargo, es ligeramente sobrepasada por las TH de reacción. En cambio las TP aventajan a las TH de reacción en el hecho de mantener un rendimiento elevado a cargas intermedias, lo cual sólo se logra también en las TH de reacción de álabes orientables: TK y TD.

El rendimiento total de las TP puede estimarse por la siguiente tabla, según la potencia neta o potencia puesta a disposición de la T ($P = Q\rho gH \cdot 10^{-3}$ kW).

TABLA 13-1
Rendimiento total de las TP según la potencia neta

P	75 kW	750 kW	7500 kW	75.000 kW
η_{tot} %	85	88	89	90

13.3. Magnitudes reducidas, números específicos de revoluciones y coeficientes de presión de las TP

Magnitudes reducidas

Es fácil expresar las *magnitudes reducidas* de las TP en función de los coeficientes de velocidad y de la relación de diámetros $\delta = \frac{d_0}{D}$ (donde D — diámetro característico de la TP acotado en Fig. 7-6; d_0 — diámetro del chorro en la vena contracta).

Número de revoluciones reducido [véase Ec. (8-26)]

$$n_{11} = \frac{nD}{\sqrt{H}} = \frac{60\,u_1}{\pi\sqrt{H}} = \frac{60\,k_{u1}\sqrt{2gH}}{\pi\sqrt{H}} = \frac{60\sqrt{2g}}{\pi} k_{u1} = 84{,}6\,k_{u1} \quad (n_{11},\ n \text{ en rpm}) \qquad (13\text{-}3)$$

Caudal reducido [véase Ec. (8-32)]

Si Q es el caudal total de la T y Q_1 el caudal de un chorro ($Q_1 = Q$ en las TP de un solo chorro) y z el número de chorros, se tendrá:

$$Q_{11}(m^3/s) = \frac{Q}{D^2\sqrt{H}} = \frac{Q_1 z}{D^2\sqrt{H}} = \frac{\frac{\pi d_0^2}{4} k_{c1}\sqrt{2gH}\, z}{D^2\sqrt{H}} = \frac{\pi\sqrt{2g}}{4} z\, k_{c1}\, \delta^2 =$$

$$= 3{,}48\, z\, k_{c1}\, \delta^2 \qquad (13\text{-}4)$$

Potencia reducida [véase Ec. (8-33)]

Expresando P y D_{11} en kW se tendrá:

$$P_{a11} = \frac{P_a}{D^2 H^{3/2}} = 9{,}81\, \eta_{tot}\, Q_{11} = 34{,}1\, \eta_{tot} z\, k_{c1} \text{ (en kW)} \qquad (13\text{-}5)$$

Número específico de revoluciones

De las Ecs. (8-49), (8-50) y (8-51) se deduce:

$$\eta_s = 3{,}65\sqrt{\eta_{tot}}\; n_{11}\sqrt{Q_{11}}$$

y sustituyendo los valores de n_{11} y Q_{11} dados por las Ecs. (13-3) y (13-4) se tiene:

$$n_s = 576\, k_{u1}\sqrt{\eta_{tot}\, k_{c1}}\; \sqrt{z}\; \delta \qquad (13\text{-}6)$$

ecuación análoga a la Ec. (11-4) para las TH de reacción (1).

Tomando en la Ec. (13-6) valores convenientes para k_{u1} k_{c1} y η_{tot}, por ejemplo

$k_{u1} = 0{,}45$; $k_{c1} = 0{,}98$; $\eta_{tot} = 0{,}88$

(1) La Ec. (13-6) puede también obtenerse con la misma deducción que la Ec. (11-4). El lector puede comprobarlo planteando las mismas Ecs. (11-1) a (11-3) sustituyendo d_3, d_1 y k_{c3} por d_0, D y k_{c1} respectivamente, y haciendo luego $\delta = \frac{d_0}{D}$.

se tiene:

$$n_s = 240\,\delta\,\sqrt{z} \qquad (13\text{-}7)$$

En las TP simples (o de un solo chorro) las Ecs. (13-4) a (13-6) expresan el n_{11}, P_{11} y n_s de la TP, haciendo $z = 1$. En las TP múltiples (o de varios chorros) las mismas ecuaciones expresan el n_{11}, P_{11} y n_s de la T completa, haciendo z igual al número de chorros, o bien haciendo $z = 1$ el n_{11}, P_{11} y n_s correspondiente a un solo chorro.

Si la relación δ es excesivamente pequeña, el chorro pierde calidad, al tener que recorrer un largo camino desde la salida del inyector hasta el rodete; además, como veremos más adelante (Sec. 13.7.3.1) al disminuir n_s (o sea al disminuir δ) aumenta el número de cucharas, y éste no puede ser tan denso que choque el agua de una cuchara con el dorso de la cuchara siguiente. Si, por el contrario δ es muy grande puede resultar imposible aprovechar un caudal relativamente grande (cucharas tan grandes que resulta imposible alojarlas en el rodete). Según la experiencia, y teniendo en cuenta la Ec. (13-7), se tiene para las TP de un solo chorro ($z = 1$):

TABLA 13-2
Límites máximos y mínimos de la relación de diámetros y del número específico de revoluciones de las TP de un solo chorro

Límite de aplicación	Relación de diámetros $\delta = d_0/D$	Número específico de revoluciones $n_s = 240\,\delta$
límite mínimo (mal rendimiento)	$\frac{1}{100}$ (1)	2,4
límite mínimo práctico (buen rendimiento)	$\frac{1}{30}$	8
límite máximo (mal rendimiento)	$\frac{1}{7}$	35
límite máximo práctico (buen rendimiento)	$\frac{1}{9}$	27

Las TP de mejor rendimiento deben tener un valor de $\delta \leqslant \frac{1}{10}$, *por tanto un*

$$n_s \leqslant 24 \quad (2) \qquad (13\text{-}8)$$

(1) Las TP de la central de Glaraus en Suiza tienen, sin embargo, un δ aún menor, a saber $\delta = \frac{1}{110}$.

(2) Según Gerber las relaciones de diámetros más favorables son aproximadamente $\frac{1}{15} \leqslant \delta \leqslant \frac{1}{11}$.

Al disminuir δ (o equivalentemente al disminuir n_s) aumenta el rendimiento total de la T, como indica la tabla siguiente:

TABLA 13-3
Variación del rendimiento total de la TP con la relación de diámetros

relación de diámetros $\delta = \frac{d_0}{D}$	6,5	7,5	10	20
rendimiento total η_{tot} (%)	82	86	89	90

Las TP de n_s pequeño se denominan lentas y las de n_s grande rápidas. Según la Ec. (13-7) n_s es directamente proporcional a $\delta = d_0/D$; de donde se deduce que una TP muy rápida se distingue por un diámetro del rodete pequeño, un diámetro del chorro grande (caudal *relativamente* grande) y por unas cucharas grandes; y una TP muy lenta se distingue por un diámetro del rodete muy grande, un diámetro del chorro muy pequeño (caudal relativamente pequeño) y unas cucharas muy pequeñas (véase la Fig. 8-3).

En las TH de acción, o TP, como ya hemos dicho (Sec. 13.2) las pérdidas por rozamiento de disco y ventilación son pequeñas porque la parte no activa del rodete está en contacto con el aire; lo contrario sucede en las TV, donde el fluído es vapor de agua a presión de mucha mayor densidad que el aire. El disco (rodete) de las TP puede hacerse por este capítulo tan grande como se desee, sin peligro, de aumento excesivo de dichas pérdidas, lo que ofrece una nueva posibilidad de disminuir el n_s. *En las TV se recurre para disminuir* n_s *a aumentar el número de escalonamientos.*

Coeficiente de presión

Lo mismo que en las TMT

$$\psi = \frac{2Y}{u_2^2}$$

Siendo el trabajo específico puesto a disposición de la TH

$$Y = gH$$

el coeficiente de presión de las TH expresado en alturas

$$\psi = \frac{H}{u_2^2/2g}$$

En todas las TMM el coeficiente de presión suele oscilar entre 4, 5 y 7, perteneciendo las construcciones óptimas o de mejor rendimiento a la gama de 4,5-5,5 (1). Siendo $\psi = \frac{1}{k_{u1}^2}$ [Ec. (8-60)] los valores de ψ para las TP, correspondientes a los valores de k_{u1} indicados en la Pág. 725. a saber $k_{u1} = 0{,}44 - 0{,}46$ serán $\psi = 5{,}2 - 4{,}7$, que caen dentro de la gama favorable indicada.

Los saltos energéticos Y en las TH son considerablemente menores que en las TV, y no existe el problema de reducción de velocidad como en las TV, que obliga en estas máquinas a escoger valores de ψ más elevados, aún sacrificando el rendimiento.

13.4. Las TP múltiples

Las TP se multiplican por el número de chorros:

TP doble	1 rodete, 2 chorros
TP triple (poco frecuente) ..	1 rodete, 3 chorros
TP cuádruple	1 rodete, 4 chorros o 2 rodetes, 2 chorros por rodete
TP quíntuple (poco frecuente)	1 rodete, 5 chorros
TP séxtuple	1 rodete, 6 chorros, excepcionalmente 3 rodetes, 2 chorros por rodete.

Excepcionalmente se han construído en el pasado TP de 3 rodetes con 6 chorros, 2 chorros por rodete.

Siendo la altura neta aproximadamente igual para todos los chorros, y el caudal doble, triple, etc... según el número de chorros, las TP múltiples constituyen *rodetes en paralelo*. Por tanto, según la Ec. (8-56) se tendrá:

Pelton doble $\quad n_{s2p} = \sqrt{2}\; n_s = 1{,}414\, n_s$

Pelton cuádruple $\quad n_{s4p} = \sqrt{4}\; n_s = 2\, n_s$

Pelton séxtuple $\quad n_{s6p} = \sqrt{6}\; n_s = 2{,}449\, n_s$

siendo n_s el número específico de revoluciones de la T de 1 solo rodete del mismo tipo con 1 solo chorro.

Así, por ejemplo, con la TP séxtuple se puede alcanzar conservando un rendimiento aceptable (véase Tabla 13-2, Pág. 728) un

$$n_s = \sqrt{6} \cdot 27 \simeq 66$$

(1) Véase C.M., TMT, pág. 373.

o sacrificando el buen rendimiento

$$n_s = \sqrt{6} \cdot 35 \simeq 86$$

con la limitación de $n_s = 27$ (buen rendimiento) para el rodete de un solo chorro se tendrá:

TABLA 13-4

n_s favorables de las TP múltiples

TP	Descripción	n_s máximo (buen rendimiento)
doble	1 rodete 2 chorros; o 2 rodetes, 1 chorro por rodete	34
cuádruple	1 rodete, 4 chorros; o 2 rodetes, 2 chorros por rodete	48
séxtuple	1 rodete, 6 chorros	59

De esta manera con las TP múltiples se cubre la gama de números específicos de revoluciones comprendidas entre las TP rápidas ($n_s = 30$ aproximadamente) y las TF lentas ($n_s = 60$ aproximadamente; véase Pág. 577). Es decir, dado un salto de Q y H determinados, si fijado provisionalmente un n, el n_s cae en la gama $30 < n_s < 60$ caben en general tres posibilidades: a) aumentar n y escoger una TF con $n_s > 60$; b) no variar n y escoger una TP múltiple; c) poner 2 o más rodetes de TF en serie. Actualmente esta última solución nunca se utiliza.

Con la tendencia moderna (véase la Sec. 11.4) de instalar TF en saltos cada vez más elevados, la construcción de TP de 4 o más chorros es menor frecuente; pero sigue aún empleándose.

Aclaremos lo dicho con algunos ejemplos:

1) Si en un salto $H = 865$ m se quiere instalar una TP simple de una cierta potencia, p.e. de 20.000 CV, y a una cierta velocidad, p.e., 500 rpm; el n_s de la TP será:

$$n_s = \frac{500 \cdot (20.000)^{1/2}}{(865)^{5/4}} = 15{,}07$$

Ahora bien, si se añade un chorro de igual caudal que el anterior sin variar ni el salto ni la velocidad (TP doble de igual geometría), la potencia de la T será el doble, 40.000 CV y el número específico de revoluciones de la TP doble será $n_{s2p} = \sqrt{2} \cdot 15{,}07 = 21{,}3$.

2) Si en el mismo salto $H = 865$ m y con la misma potencia $P_a = 20.000$ CV, se instala otra TP simple que gire más aprisa, por ejemplo a $n = 600$ rpm, el tipo de rodete será distinto: el diámetro d_0 del chorro será el mismo; pero el diámetro D será más pequeño. El n_s de la turbina habrá aumentado en la misma proporción en que ha aumentado n:

$$(n_s)_{n=600} = \frac{600}{500}\, n_s = 18{,}08$$

3) Si para el mismo salto $H = 865$ m, la misma potencia $P_a = 20.000$ CV y el mismo número de revoluciones, $n = 500$ rpm se emplea una TP con 2 chorros en vez de 1, el n_s de la turbina no habrá variado $n_s = 15{,}07$, como tampoco el diámetro del rodete; el diámetro de cada chorro se habrá hecho $\sqrt{2}$ veces menor, las cucharas serán correspondientemente menores. La geometría del rodete corresponderá a un rodete de $n_s' = n_s/\sqrt{2} = 10{,}65$. Si se aumenta la velocidad hasta $500\sqrt{2} = 707{,}1$ rpm el rodete vuelve a tener la misma forma.

En las TP de 4 a 6 chorros la tubería forzada después de la válvula de admisión termina en un colector anular, de donde se derivan los conductos que terminan en los inyectores y toberas, como se ve en la Fig. 13-10.

Las TP de 2 rodetes con 1 ó 2 chorros por rodete, suelen instalarse juntas a un mismo lado del alternador.

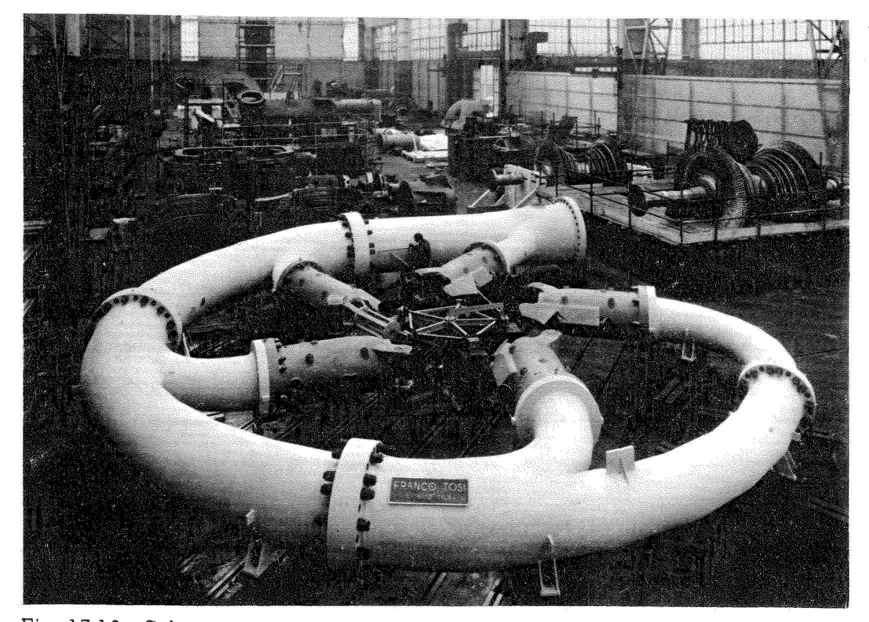


Fig. 13-10.–*Colector de entrada* de una TP quíntuple (cinco chorros) de la central de Lago Delio, Italia.

En las TP de eje horizontal el rodete se monta en voladizo, a un lado de uno de los dos cojinetes sobre los que va apoyado el rotor del alternador, generalmente más pesado que el de la T; en una misma caja o carcasa, o bien en cajas distintas, generalmente a uno y otro lado del alternador.

En la práctica, dada una altura neta y una potencia, hay que decidir el tipo de T, evaluando las ventajas e inconvenientes de las distintas posibilidades que se ofrecen, lo que puede hacerse en forma tabular. Siempre se deberá tener en cuenta la limitación que establece la Fig. 13-11.

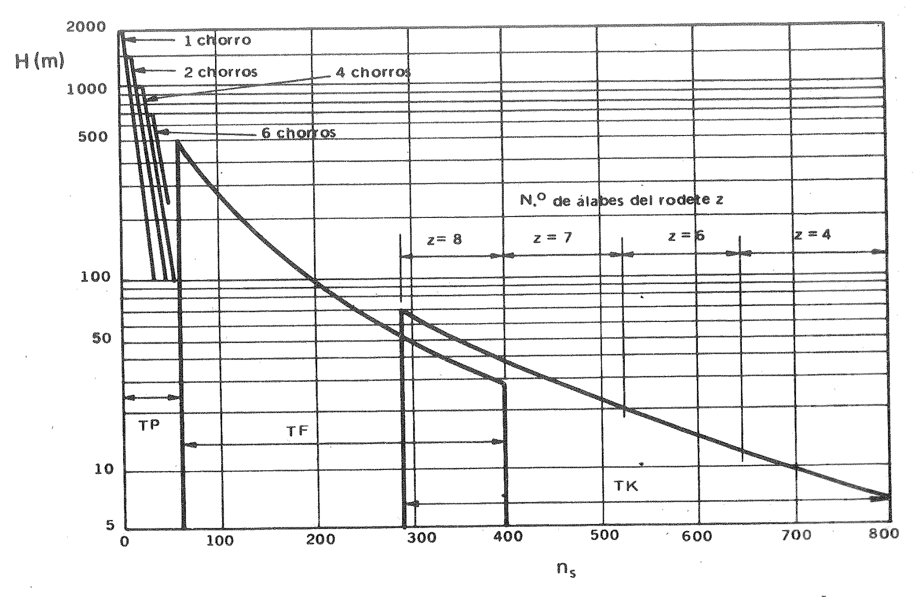


Fig. 13-11.–*Altura de salto máxima* para los distintos tipos de TH en función de n_s.

13.5. Campo de aplicación de las TP

El campo de aplicación específico de las TP es el de los saltos de gran altura (véase Sec. 7.4), o sea para alturas netas

$$H \geqslant 50 \text{ m}$$

El dominio de las grandes alturas no es, sin embargo, ni mucho menos exclusivo de las TP. Las TF se han instalado ya en saltos de más de 600 m (véase Pág. 560) y las TK en saltos hasta de 80 m (véase la Pág. 793), en saltos donde varía la altura neta, como suele suceder en los saltos sin embalse en los períodos de punta: o bien donde varía grandemente la carga.

Para un salto H y una potencia P_a fijas el que se utilice uno u otro tipo de T dependerá del número de revoluciones n, que fija finalmente el n_s y con él el tipo de T; según la siguiente tabla:

TABLA 13-5

Tipo de T en las centrales de gran altura según n_s (en la tabla no se incluyen los n_s reservados a las TK)

n_s	Tipo de turbina
125 – 200	TF normal
50 – 125	TF lenta
30 – 70 (1)	TF múltiple
4 – 30	TP simple

Por debajo de $n_s = 50 - 60$ la construcción de una TF con un rendimiento aceptable es prácticamente imposible. En efecto al disminuir n_s el caudal *relativamente* disminuye; entonces el juego intersticial con relación al ancho a la entrada del rodete se hace mayor. Como consecuencia las pérdidas intersticiales constituyen un porcentaje elevado del caudal útil, y el rendimiento volumétrico disminuye tanto que el rendimiento total de la T resulta inaceptable. La solución entonces es la admisión parcial, la cual sólo es posible en las TP (las TF, como las restantes T de reacción son de admisión total).

En la actualidad para alturas $H > 600$ m aproximadamente sólo pueden instalarse las TP.

Las TP múltiples de mayor potencia sobrepasan actualmente los 184.000 kW y las TP sencillas los 62.500 kW.

Cada tipo de TP se caracteriza por su n_s, al igual que cada tipo de TF y de TK (véanse las Figs. 11-3 B y 12-7), tiene una altura máxima por encima de la cual no es recomendable su instalación, siendo entonces necesario recurrir a un tipo de mayor n_s. En la Fig. 13-11 pueden verse laa alturas máximas admisibles para los diferentes tipos de T.

En la Fig. 13-12 puede verse la relación δ máxima admisible que está relacionada con n_s por la Ec. (13-7). Al aumentar la altura, aumenta la velocidad del chorro, y es preciso para no exceder los esfuerzos máximos admisibles no exceder el límite indicado en la figura. Sin embargo el progreso en la construcción de las TP ha elevado este valor máximo admisible, permitiendo instalar TP de mayor n_s, y por

(1) Referido a toda la máquina.

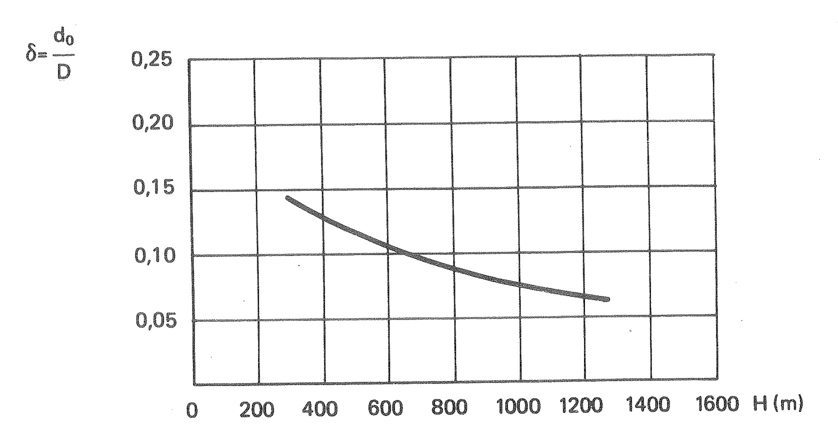


Fig. 13-12.—Valores de $\delta_{máx}$ en función de n_s

tanto más económicas. Así, en la central de Dixence, Suiza, para un salto de 1750 m se utilizó un valor de $\delta = 1/34$; mientras que años más tarde en la central de Reisseck, Austria, para un salto aproximadamente igual (1771 m), se utilizaron TP con un valor de $\delta = 1/20$.

13.6. Estudio unidimensional de las TP

Una solución aproximada a multitud de problemas prácticos relacionados con las TP, lo mismo que en las restantes TH (véase la Sec. 11.7) puede hallarse aplicando el método unidimensional. Sólo en este sentido puede hablarse del triángulo de entrada y del triángulo de salida de la TP refiriéndolos a un filamento medio de corriente, cuando en realidad dichos triángulos son distintos para cada filamento de corriente.

Triángulos de velocidad

La TP es una turbina tangencial, y por tanto:

$$u_1 = u_2 = u$$

a) *Triángulos de velocidad teóricos* (véase Fig. 13-13)

Teóricamente el agua sale de la tobera a la presión atmosférica con velocidad absoluta

$$c_1 = \sqrt{2gH}$$

en la misma dirección tangencial del movimiento del rodete; siendo por tanto $\alpha_1 = 0°$.

Fig. 13-13.–*Estudio unidimensional* de una TP.

$u = \pi D n$ (D – diámetro característico de la TP, véase la Fig. 7-6). Idealmente $c_1 = \frac{1}{2} u$.

Con c_1, α_1, u_1 queda definido el *triángulo teórico de entrada;* siendo:

$$\bar{w}_1 = \bar{c}_1 - \bar{u} \quad y \quad \beta_1 = 180°$$

A la salida, idealmente, si no hay rozamiento:

$$w_2 = w_1$$

Luego

$$w_2 = w_1 = \frac{u}{2}$$

Idealmente $c_2 = 0$, a fin de que las pérdidas por la velocidad de salida sean nulas (en una TP la energía cinética a la salida no se aprovecha, por carecer de tubo de aspiración). Por tanto $\beta_2 = 0$. Con u, w_2 y β_2 queda definido el *triángulo teórico de salida*. El ángulo de desviación θ teórico es 180°.

b) *Triángulos de velocidad reales*

Realmente *a la entrada*

$c_1 = k_{c1} \sqrt{2gH}$ donde $k_{c1} = 0{,}97 - 0{,}99$

$\alpha_1 \simeq 22 - 25°$

$\beta_1 = 170 - 175°$

$u = k_{u1} \sqrt{2gH}$ donde $k_{u1} = 0{,}44 - 0{,}46$

Asimismo *a la salida*

$w_2 = (0{,}96\text{-}0{,}98)\, w_1$, a causa de la fricción;

$c_2 = 0$ representa una condición límite, que no es realizada más que para caudal nulo; pero en el triángulo real c_2 para óptimo rendimiento deberá ser perpendicular a u_2.

$\beta_2 = 5\text{-}20°$ resultando un ángulo de desviación (véase Fig. 13-13) de 175-160° (Si $\beta_2 = 0$, es decir si la cuchara tuviera de sección un medio círculo, el agua al salir de la cuchara, chocaría con la cuchara precedente; esta condición determina el $\beta_{2\,min}$ dicho).

En la Fig. 13-13 la línea de trazo y punto representa la trayectoria absoluta de una partícula de la entrada a la salida de la cuchara.

Los problemas que siguen a continuación pueden resolverse fácilmente a base de la teoría unidimensional que acabamos de exponer.

*

Problema 32.

En una TP las pérdidas en el inyector son iguales a $k_1 \frac{c_1^2}{2g}$ *y las pérdidas en las cucharas iguales a* $k_2 \frac{(c_1 - u)^2}{2g}$, *donde* k_1 *y* k_2 *son constantes. Se supondrá* $\alpha_1 = 0$.

Calcular

a) la relación óptima u/c_1;

b) el coeficiente de velocidad periférica $u/\sqrt{2gH}$;

c) habiéndose obtenido en el banco de pruebas un rendimiento total óptimo de 76% para una relación $\frac{u}{\sqrt{2gH}} = 0{,}48$ *y sabiendo que* $\beta_2 = 15°$, *calcular* k_1 *y* k_2 *(puede suponerse el rendimiento mecánico igual a 95%);*

d) para las mismas condiciones del apartado b, % de la altura dinámica del chorro perdida en el inyector y en las cucharas.

a) *Relación* u/c_1 *óptima*

Escribiendo la ecuación generalizada de Bernoulli entre la entrada y salida de los álabes se tendrá

$$H_u = \frac{c_1^2}{2g} - k_2 \frac{(c_1 - u)^2}{2g} - \frac{c_2^2}{2g} \qquad (1)$$

Ahora bien, del triángulo de salida se deduce:

$$c_2^2 = u^2 + w_2^2 - 2uw_2 \cos \beta_2 \qquad (2)$$

Las pérdidas en el rodete son, haciendo $w_2 = k_b w_1$ ($k_b < 1$ coeficiente de pérdida de velocidad relativa)

$$H_{rr} = k_2 \frac{(c_1 - u)^2}{2g} = \frac{k_2 w_1^2}{2g} = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} = (1 - k_b^2)\frac{w_1^2}{2g}$$

luego

$$k_b^2 = 1 - k_2 \qquad k_b = (1 - k_2)^{1/2}$$

y

$$w_2 = k_b w_1 = (1 - k_2)^{1/2}(c_1 - u) \tag{3}$$

$$w_2^2 = k_b^2 w_1^2 = (1 - k_2)\ (c_1 - u)^2 \tag{4}$$

Sustituyendo (3) y (4) en (2) se tiene:

$$c_2^2 = u^2 + (1 - k_2)(c_1 - u)^2 - 2u\,(1 - k_2)^{1/2}(c_1 - u)\cos\beta_2 \tag{5}$$

y sustituyendo (5) en (1) se tiene:

$$H_u = \frac{c_1^2}{2g} - k_2\frac{(c_1 - u)^2}{2g} - \frac{1}{2g}\left[u^2 + (1-k_2)(c_1-u)^2 - 2u\,(1-k_2)^{1/2}(c_1-u)\cos\beta_2\right] \tag{6}$$

Por otra parte

$$\eta_h = \frac{H_u}{H} \tag{7}$$

y

$$H = \frac{c_1^2}{2g} + H_{rI} = (1 + k_1)\frac{c_1^2}{2g} \tag{8}$$

donde $H_{rI} = k_1 \frac{c_1^2}{2g}$ pérdidas en el inyector

Sustituyendo ahora en la Ec. (7) los valores de H_u y H de las Ecs. (6) y (8) se tendrá:

$$\eta_h = \frac{1}{1 + k_1}\left[1 - k_2\left(1 - \frac{u}{c_1}\right)^2 - \left(\frac{u}{c_1}\right)^2 - (1 - k_2)\left(1 - \frac{u}{c_1}\right)^2 + 2(1-k_2)^{1/2}\cdot\frac{u}{c_1}\left(1 - \frac{u}{c_1}\right)\cos\beta_2\right] \tag{9}$$

y haciendo

$$\frac{d\,\eta_h}{d\left(\frac{u}{c_1}\right)} = 0$$

se tendrá

$$k_2 + (1-k_2) + (1-k_2)^{1/2}\cos\beta_2 = \frac{u}{c_1}\left[-k_2 - 1 - (1-k_2) - 2(1-k_2)^{1/2}\cos\beta_2\right] = 0$$

y

$$\left(\frac{u}{c_1}\right)_{opt} = \frac{1 + (1-k_2)^{1/2}\cos\beta_2}{2\left[1 + (1-k_2)^{1/2}\cos\beta_2\right]} = \frac{1}{2} \tag{10}$$

que es la expresión buscada (1).

b) *Coeficiente óptimo de velocidad periférica*

Aplicando la ecuación de Bernoulli entre la entrada de la T y el chorro se tiene

$$H - k_1\ c_1^2/2g = c_1^2/2g$$

de donde

$$\sqrt{2g\,H} = c_1\sqrt{1 + k_1}$$

de donde teniendo en cuenta (10) se tiene:

$$(k_{u1})_{opt} = \left(\frac{u}{\sqrt{2g\,H}}\right)_{opt} = \frac{1}{2\sqrt{1 + k_1}} \tag{11}$$

que depende sólo del coeficiente k_1

c) *Caso particular*

Para $\beta_2 = 15°$ y $\frac{u}{\sqrt{2gH}} = 0{,}48$, y teniendo en cuenta que $\eta_h = \eta_{tot}/\eta_m = \frac{76}{95}\cdot 100 = 80\%$, de la Ec. (11) se deduce:

$$k_1 = \left(\frac{1}{2 \cdot 0{,}48}\right)^2 - 1 = 0{,}08507$$

y sustituyendo los valores anteriores junto con $\frac{u}{c_1} = \frac{1}{2}$ en la Ec. (9) se tendrá:

$$k_2 = \left(\frac{0{,}8 \cdot 1{,}08507 - 1{,}5}{2 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}9659}\right)^2 - 1 = 0{,}4192 \tag{12}$$

d) *Tanto por ciento de pérdidas*

en el inyector

$$\frac{k_1\ c_1^2/2g}{c_1^2/2g}\cdot 100 = 8{,}507\ \%$$

en las cucharas

siendo $u/c_1 = 0{,}5$ se tendrá:

$$c_1 - u = c_1 - \frac{u}{c_1}\cdot c_1 = 0{,}5\,c_1$$

(1) Según esto la relación óptima de velocidades periférica y absoluta es independiente de k_1 y k_2 e igual a 1/2. Igualmente se puede demostrar que si $\alpha_1 \neq 0$, $\left(\frac{u}{c_1}\right)_{opt} = \frac{1}{2}\cos\alpha_1$. (Véase C.M. TMT, págs. 324 ss.).

y

$$\frac{k_2 \dfrac{(c_1 - u)^2}{2g}}{c_1^2/2g} \cdot 100 = 25 \cdot 0{,}4192 = 10{,}48\%$$

Problema 33.

El NS del agua de un embalse que alimenta a una TP (de un solo chorro) se encuentra a 320 m por encima del NI de la central, y el eje del chorro 5 m por encima del mismo NI. La tubería forzada tiene 5200 m de longitud y diámetro constante, siendo el coeficiente de pérdida de carga para el caudal que absorbe en este instante la T igual a 0,021 y la pérdida de carga igual al 8% de la altura bruta. La T desarrolla una potencia de 1750 kW y gira a 500 rpm. Se supondrán los siguientes coeficientes de velocidad $k_{c1} = 0{,}98$; $k_u = 0{,}45$ *y un rendimiento total de la T de 88%.*

Calcular:

a) diámetro de la tubería forzada;

b) diámetro del chorro;

c) diámetro característico del rodete Pelton.

a) *Diámetro de la tubería*

$$H = H_b - H_{r\text{-ext}} - 5 = 320 - 0{,}08 \cdot 320 - 5 = 289{,}4 \text{ m}$$

De

$$P_a = Q\,\rho g\,H \cdot 10^{-3}\,\eta_{tot} \text{ kW}$$

se deduce

$$Q = \frac{1750}{9{,}81 \cdot 289{,}4 \cdot 0{,}88} = 0{,}7005 \text{ m}^3/\text{s}$$

además

$$H_{r\text{-ext}} = 25{,}6 = \lambda \frac{\ell}{d_t^5} \frac{16}{2g\,\pi^2} Q^2$$

donde d_t = diámetro de la tubería forzada; luego

$$d_t = \left(\frac{0{,}021 \cdot 5200 \cdot 16 \cdot 0{,}7005^2}{25{,}6 \cdot 2 \cdot 9{,}81 \cdot \pi^2}\right)^{1/5} = 0{,}7040 \text{ m}$$

b) *Diámetro del chorro*

$$c_1 = k_{c_1}\sqrt{2gH} = 0{,}98\sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 289{,}4} = 73{,}85 \text{ m/s}$$

y

$$d_0 = \sqrt{\frac{4\,Q}{\pi\,c_1}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0{,}7005^2}{\pi \cdot 73{,}85}} = 0{,}09198 \text{ m}$$

c) *Diámetro del rodete*

$$u = k_u\sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 289{,}4} = 33{,}91 \text{ m/s}$$

y

$$D = \frac{u}{\pi\,n} = \frac{60 \cdot 33{,}91}{\pi \cdot 500} = 1{,}295 \text{ m}$$

Problema 34

Una TP de un solo chorro está acoplada a un alternador de 5 pares de polos y 50 Hz, y se alimenta a través de una tubería forzada de un embalse, cuyo nivel superior de agua se encuentra a una cota de 400 m (nivel de referencia: cota de la salida de la T). El rendimiento combinado de la tubería forzada y del inyector es 90%. La entrada y salida de la T se encuentran a la misma cota. El diámetro característico de la TP (diámetro de la circunferencia trazada con centro en el eje de la máquina y tangente al eje del chorro) es de 1,2 m. El coeficiente de velocidad absoluta del agua a la salida del inyector es 0,97. El ángulo $\alpha_1 = 0°$. *El chorro es desviado por las cucharas un ángulo de 165°. A causa de la fricción en los álabes la velocidad relativa disminuye en un 10% desde la entrada a la salida. Las pérdidas volumétricas y por rozamiento de disco y ventilación pueden despreciarse. El rendimiento mecánico es de 96%. La velocidad del agua a la entrada en la T es de 2 m/seg.*

Calcular:

a) altura de pérdidas por fricción en el rodete;

b) rendimiento hidráulico del rodete;

c) triángulos de velocidades;

d) altura neta;

e) rendimiento hidráulico de la T;

f) rendimiento total;

g) presión a la entrada de la T;

h) altura perdida por velocidad de salida en % de la altura neta;

i) pérdida en el inyector.

a) *Pérdidas en el rodete,* H_{rr}

$$H_{rr} = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} = (1 - 0{,}81)\frac{w_1^2}{2g} = 0{,}19\frac{w_1^2}{2g}$$

$$w_1 = c_1 - u$$

$$u = \pi\,Dn = \frac{3{,}1416 \cdot 1{,}2 \cdot 600}{60} = 37{,}70 \text{ m/s}$$

$$\frac{c_1^2}{2g} = 0{,}9 \cdot 400 = 360 \text{ m}$$

$$c_1 = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 360} = 84{,}04 \text{ m/s}$$

$$w_1 = 84{,}04 - 37{,}70 = 46{,}34 \text{ m/s}$$

$$H_{rr} = \frac{0{,}19 \cdot 46{,}34^2}{2 \cdot 9{,}81} = 20{,}80 \text{ m}$$

b) *Rendimiento del rodete*

$$\eta_{hr} = \frac{\text{Altura útil}}{\text{Altura absorbida}} = \frac{H_u}{c_1^2/2g - c_S^2/2g}$$

$$H_u = \frac{u\,(c_{1u} - c_{2u})}{g}$$

$$c_{1u} = c_1$$

$$c_{2u} = u - w_2 \cos\beta_2 = 37{,}70 - 0{,}9 \cdot 46{,}34 \cdot \cos(180 - 165) = -2{,}589 \text{ m/s}$$

$$c_2^2 = w_2^2 + u^2 - 2uw_2 \cos\beta_2 = 0{,}9^2 \cdot 46{,}34^2 + 37{,}70^2 - 2 \cdot 37{,}70 \cdot$$

$$\cdot\, 0{,}9 \cdot 46{,}34 \cdot 0{,}96593 = 123{,}2 \text{ (m/s)}^2 \;; \quad c_2 = \sqrt{123{,}2} = 11{,}10 \text{ m/s}$$

$$H_u = \frac{37{,}70\,(84{,}04 + 2{,}589)}{9{,}81} = 333 \text{ m}$$

$$\eta_{hr} = \frac{333}{360} \cdot 100 = 92{,}5\% \qquad (1)$$

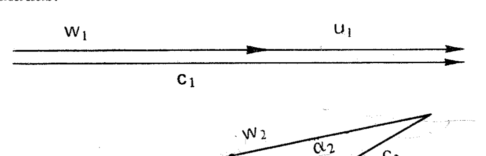
c) *Triángulos de velocidades*

$$c_{2m} = \text{tg}\,\beta_2\,(u - c_{2u}) = 0{,}26795\,(37{,}70 + 2{,}589) = 10{,}80 \text{ m/s}$$

Las restantes velocidades han sido ya calculadas.

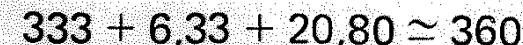
d) *Altura neta*

$$c_1 = k_{c_1} \sqrt{2gH}$$



Problema 34. Fig. 1.

(1) Comprobación: Altura utilizada en el rodete + pérd. por fricc. en el rodete + pérdidas por velocidad de salida = = Altura suministrada al rodete:



$$333 + 6{,}33 + 20{,}80 \simeq 360$$

$$H = \frac{1}{0{,}97^2}\,\frac{c_1^2}{2g} = \frac{360}{0{,}97^2} = 382{,}6 \text{ m}$$

e) *Rendimiento hidráulico*

$$\eta_h = \frac{H_u}{H} = \frac{333}{382{,}6} = 0{,}8704$$

f) *Rendimiento total*

$$\eta_{tot} = \eta_h\,\eta_m = 0{,}8704 \cdot 0{,}96 = 0{,}8356$$

g) *Presión a la entrada*

$$H = \left(\frac{p_E}{\rho g} + z_E + \frac{V_E^2}{2g}\right) - \left(\frac{p_S}{\rho g} + z_S + \frac{V_S^2}{2g}\right)$$

$$V_S = c_2$$

$$\frac{V_E^2}{2g} = \frac{4}{2 \cdot 9{,}81} = 0{,}2039 \text{ m} \;; \qquad \frac{c_2^2}{2g} = \frac{123{,}2}{2 \cdot 9{,}81} = 6{,}279 \text{ m}$$

$$\frac{p_E}{\rho g} = H - \frac{V_E^2}{2g} + \frac{c_2^2}{2g} = 382{,}6 - 0{,}2039 + 6{,}279 = 388{,}7 \text{ m}$$

$$p_E = 388{,}7 \cdot 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 10^{-5} = 38{,}13 \text{ bar}$$

h) *Altura perdida por velocidad de salida*

$$\frac{c_2^2/2g}{H} \cdot 100 = \frac{6{,}279}{382{,}6} \cdot 100 = 1{,}641\,\%$$

i) *Pérdida en el inyector*

$$H = H_u + H_{rl} + H_{rr}$$

$$H_{rl} = H - H_u - H_{rr} = 382{,}6 - 333 - 20{,}80 = 28{,}8 \text{ m}$$

$$H_{rl} = 28{,}8 \text{ m}$$

Problema 35.

En el ensayo de una TP se obtuvo el máximo rendimiento para una potencia al freno de 736 kW a 500 rpm, con un salto neto de 168 m y un caudal de 0,565 m³/seg. El diámetro

del rodete es 914 mm. El ángulo $\beta_2 = 15°$. El coeficiente de velocidad del inyector es 0,97. El ángulo α_1 puede suponerse igual a 0° y el triángulo de salida rectángulo.

Calcular:

a) pérdida en el inyector;
b) pérdida en los álabes del rodete;
c) pérdida por velocidad de salida;
d) pérdida hidráulica total;
e) altura útil o aprovechada;
f) rendimiento hidráulico;
g) rendimiento total;
h) tipo de rodete;
i) diámetro del chorro.

a) *Pérdida en el inyector*

Llamando c_{1t}, c_1 y H_{r1} a la velocidad teórica y real a la salida del inyector y a las pérdidas en el mismo respectivamente, se tiene:

$$c_{1t} = \sqrt{2gH} \qquad c_1 = 0{,}97\ \sqrt{2gH} \qquad H_{r1} = \frac{c_{1t}^2 - c_1^2}{2g}$$

de donde

$$H_{r1} = H\,(1 - 0{,}97^2) = 168 \cdot 0{,}0591 = 9{,}929 \text{ m}$$

b) *Pérdida en los álabes del rodete*

Llamando H_{rr} a esta pérdida se tendrá:

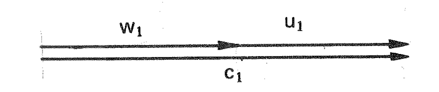
$$H_{rr} = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g}$$

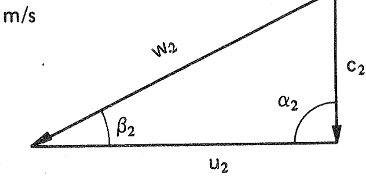
Cálculo de los triángulos de velocidades

$$c_1 = 0{,}97\sqrt{2gH} = 0{,}97\sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 168} = 55{,}69 \text{ m/s}$$

$$u = \pi\,Dn = \frac{\pi \cdot 0{,}914 \cdot 500}{60} = 23{,}93 \text{ m/s}$$

$$w_1 = c_1 - u = 31{,}76 \text{ m/s}$$





$$w_2 = \frac{u}{\cos\beta_2} = \frac{23{,}93}{\cos 15°} = 24{,}77 \text{ m/s}$$

$$c_2 = u \text{ tg } 15° = 23{,}93 \text{ tg } 15° = 6{,}412 \text{ m/s}$$

Por tanto

$$H_{rr} = \frac{31{,}76^2 - 24{,}77^2}{2 \cdot 9{,}81} = 20{,}14 \text{ m}$$

c) *Pérdida por velocidad de salida*

$$H_{rv} = \frac{c_2^2}{2g} = \frac{6{,}412^2}{2 \cdot 9{,}81} = 2{,}096 \text{ m}$$

d) *Pérdida hidráulica total*

$$H_r = H_{r1} + H_{rr} + H_{rv} = 9{,}929 + 20{,}14 + 2{,}096 = 32{,}17 \text{ m}$$

e) *Altura útil*

$$H_u = H - H_r = 168 - 32{,}17 = 135{,}8 \text{ m}$$

f) *Rendimiento hidráulico*

$$\eta_h = \frac{H_u}{H} = \frac{135{,}8}{168} \cdot 100 = 80{,}83\%$$

g) *Rendimiento total*

$$\eta_{tot} = \frac{P_a}{P}$$

$$P = 0{,}565 \cdot 9{,}81 \cdot 168 = 931{,}2 \text{ kW}$$

$$\eta_{tot} = \frac{736}{931{,}2} \cdot 100 = 79{,}04\%$$

h) *Tipo de rodete*

$$P_a = 736 \text{ kW} = 1000 \text{ CV}$$

$$n_s = \frac{500 \cdot 1000^{1/2}}{168^{5/4}} = 26{,}14 \qquad \text{(TP rápida)}$$

i) *Diámetro del chorro*

$$d_0 = \sqrt{\frac{4\ Q}{\pi \cdot c_1}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0{,}565}{\pi \cdot 55{,}69}} = 0{,}1137\ m$$

y redondeando tomaremos

$$d_0 = 114\ mm.$$

13.7. Proyecto de una TP

13.7.1. Cálculos iniciales

Una vez determinada la altura neta del salto H nominal o de diseño, a partir de la altura máxima y mínima estimada en la estación donde se construye la central, así como el caudal instalado y el número de unidades, y, habiendo obtenido la potencia útil nominal o de diseño de cada unidad previa estimación del η_{tot} de la T, se ha de proceder a la selección del tipo de turbina o n_s, del diámetro del o de los chorros, del diámetro de salida de la tobera del inyector, del diámetro del o de los rodetes y del número de revoluciones.

1) *Tipo de turbina* n_s

El n_s se selecciona evaluando las diferentes posibilidades.

Desde el punto de vista constructivo es posible llegar a diámetros del rodete D hasta de 5 m y aún más. Estrictamente, pues, muchas veces no sería necesario recurrir a la TP de varios chorros; pero con varios chorros se consigue una máquina más compacta. El problema consiste muchas veces en elegir entre una máquina de menor número de revoluciones específico y mejor rendimiento, o una máquina de mayor número de revoluciones específico más económica; interviniendo en esta evaluación el coste del grupo completo (el alternador de menor número de pares de polos es más barato). En la selección de n_s debe tenerse presente la altura máxima admisible, según las Figs. 13-11 y 13-12.

2) *Diámetro de un chorro,* d_0

El caudal de un chorro será:

$$Q_1 = \frac{Q}{z} = \frac{P_a}{9{,}81 \cdot \eta_{tot} \cdot H \cdot z}$$

donde P_a – potencia útil de la T en kW

z – número de chorros

Q_1 – caudal de un chorro en m^3/s.

De la ecuación de continuidad,

$$\frac{\pi\, d_0^2}{4}\, c_1 = \frac{\pi\, d_0^2}{4}\, k_{c1}\, \sqrt{2gH} = \frac{Q_1}{z}$$

se deduce:

$$d_0 = \sqrt{\frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{k_{c1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2gH}}\, \frac{Q_1}{z}}$$

donde se estima k_{c1}, según lo dicho en la Pág. 723.

3) *Diámetro de salida del inyector,* d

El diámetro calculado d_0 es el diámetro del chorro en la vena contracta, donde la velocidad es c_1. El diámetro d de salida de la tobera será:

$$d = \frac{1}{C_c}\, d_0$$

donde C_c – coeficiente de contracción, cuyo valor suele oscilar entre 0,87-0,8. Por tanto

$$d = (1{,}15\text{-}1{,}25)\, d_0$$

4) *Diámetro del rodete,* D

Fijado en el apartado 1, el n_s, el diámetro D de la TP queda determinado por la Ec. (13-7). La tabla siguiente, muy útil en el momento de realizar estos cálculos preliminares, representa en función de la altura neta el márgen en que se mueve el valor de δ; así como el número de revoluciones y caudal reducidos, y finalmente el número de cucharas, valores todos que dependen naturalmente del tipo de TP elegido, y por tanto de n_s.

TABLA 13-6

Parámetros de la TP en función de la altura neta

Altura neta H (*m*)	Número específico de revoluciones n_s	Relación de diámetros $\delta = d_0/D$ $(n_s/240)$	Número de revoluciones reducido n_{11}	Caudal reducido Q_{11}	Número de cucharas
300	30–20,5	0,125–0,085	36,5–38,5	53–28,2	17–20
400	25,5–18,5	0,106–0,077	37–39	37,7–21,7	18–21
500	22,5–16,5	0,094–0,069	37,5–39,5	28,2–17,3	18–23
750	15,5–12,5	0,065–0,052	38–40	13,2–9,35	24–28
1.000	10,5	0,044	39,5	6,38	27–31

5) *Número de revoluciones de funcionamiento,* n

El valor de n puede deducirse despejando esta magnitud en la ecuación que define n_s:

$$n = \frac{n_s H^{5/4}}{P_a^{1/2}}$$

o bien con el diámetro D escogido en el apartado 4 se halla n después de escoger un valor apropiado de n_{11} de la tabla anterior, por medio de la ecuación:

$$n = \frac{n_{11} \sqrt{H}}{D}$$

A continuación se fija el número de revoluciones síncrono más próximo al valor hallado y se recalcula D.

13.7.2. Proyecto del inyector

La válvula de aguja del inyector, como se ve en el esquema de la Fig. 13-15 se apoya por un lado en una cruceta suficientemente larga de tres a ocho aletas, de forma hidrodinámica conveniente para destruir la rotación de la corriente, que acarrearía consecuencias fatales para el rendimiento; y por el otro en la pared del tubo que debe tener la estanqueidad apropiada, conseguida de ordinario mediante un manguito de cuero. Antes de la tobera es conveniente que el inyector sea convergente, lo cual mejora las condiciones del flujo. En dicha zona convergente suelen disponerse las aletas mencionadas.

En la tobera tiene lugar una fuerte aceleración local; porque la velocidad del agua en la tubería que termina en el inyector suele ser del orden de 1 m/s y la altura de presión en los saltos de gran altura característicos de las TP, la cual se transforma totalmente en altura dinámica en el inyector, suele ser muy elevada. De aquí que, si el agua transporta arena, la erosión en la cabeza de la tobera y en la punta de la válvula puede deteriorar estos órganos muy rápidamente. Por eso la tobera y la punta de la válvula de aguja suelen construirse como unidades separadas, fácilmente recambiables, de bronce, de acero inoxidable o de cualquier otro material muy antierosivo.

1) *Diámetro de salida de la tobera* d

Para facilitar la regulación es conveniente diseñar el inyector de manera que exista proporcionalidad al menos aproximada, entre la potencia de la T y la traslación x de la aguja medida a partir de la obturación total de la tobera. Suponiendo, como sucede en la realidad que k_{c1} no varía sensiblemente con el caudal, la potencia será proporcional al caudal y éste a la sección de paso A de la tobera normal al flujo. Si x es, pues, el avance de la aguja (Fig. 13-14) para que se cumpla la proporcionalidad indicada bastará que se cumpla

$$A \simeq Cx$$

donde $C = \text{cte}$.

La sección de paso A, que tiene como meridiana la curva (aproximadamente recta) ED, es proporcional a la sección anular cilíndrica de meridiana EC, porque el ángulo γ que forman ED y EC es un parámetro de diseño constante para cada aguja, y no depende de la apertura. Luego

$$A = C' (d^2 - \ell^2) \qquad (13\text{-}9)$$

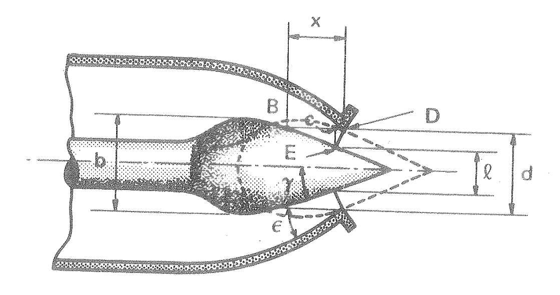


Fig. 13-14.–*Dimensiones del inyector* de una TP.

donde $C' = \text{cte}$. Ahora bien

$$ED = x \operatorname{sen} \gamma ; \qquad EC = ED \cos \gamma$$

luego

$$EC = x \operatorname{sen} \gamma \cos \gamma$$

Además

$$\ell = d - 2EC = d - C''x$$

donde $C'' = 2 \operatorname{sen} \gamma \cos \gamma = \text{cte}$. Sustituyendo en (13-9) se tiene:

$$A = C' (2 C' d x + C''^2 x^2) \qquad (13\text{-}10)$$

despreciando el segundo término en el interior del paréntesis, y haciendo $C = 2C'C''d = \text{cte}$, se tiene finalmente:

$$A \simeq Cx \qquad (13\text{-}11)$$

La parábola de la Ec. (13-10) se ha aproximado mediante la recta de la Ec. (13-11), para lo cual es preciso no utilizar más que el primer trozo de la curva.

El diámetro d de salida de la tobera se diseña, según esto, de manera que el diámetro máximo del chorro d_0 se alcance cuando todavía vale $\ell = \frac{d}{2}$ (o hasta $\ell = \frac{d}{2{,}5}$).

2) *Carrera del vástago*

La carrera del vástago de la válvula de aguja suele hacerse mayor que la necesaria para obtener el diámetro máximo d_0 del chorro, a fin de disponer de una reserva de potencia.

3) *Radio de curvatura del bulbo*

El radio de curvatura del bulbo o cebolla ha de ser grande, a fin de evitar los desprendimiento, y el diámetro b del mismo suele hacerse de manera que b= (1,25-1,30) d.

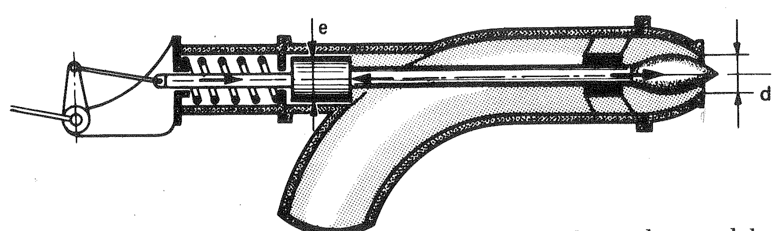
4) *Otros parámetros*

Lo ordinario es hacer $20° \leqslant \gamma \leqslant 30°$ y $30° \leqslant \epsilon \leqslant 45°$; aunque se construyen inyectores con ángulos mucho mayores, con γ hasta 45° y ϵ hasta 60°.

5) *Fuerza necesaria para mover la aguja*

Para el diseño del sistema de regulación es esencial un conocimiento de la fuerza necesaria para mover la válvula de aguja, así como la reducción de ésta a un mínimo; procurando además que sea aproximadamente constante en toda la carrera de la válvula. Refiriéndonos a la Fig. 13-15, y sin tener en cuenta, de momento el resorte dibujado en la misma figura, sobre la válvula de aguja del inyector cerrado actúa la fuerza hidrostática que el agua ejerce sobre el bulbo de la válvula de aguja y sobre el prensaestopas. La fuerza total hidráulica (hidrostática en este caso) será:

$$F_h = \rho g H_b \frac{\pi}{4} (d^2 - e^2) \tag{13-12}$$



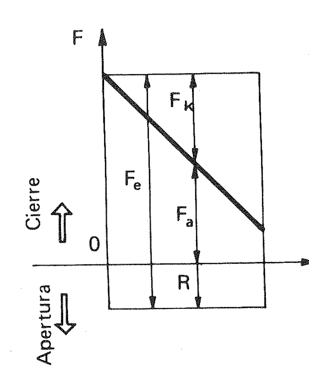


Fig. 13-15.–Papel del *resorte* en el inyector de una TP y curva característica.

donde H_b – altura bruta del salto. Al abrirse el inyector con el desplazamiento de la aguja la fuerza hidráulica (hidrodinámica en este caso) va disminuyendo, porque va disminuyendo la presión alrededor del bulbo. El valor exacto de la fuerza hidráulica en este caso sólo puede obtenerse mediante el experimento, valiéndose de un dinamómetro de resorte intercalado entre el vástago de la válvula y su mando. Obtenida experimentalmente esa fuerza es siempre posible crear mediante un resorte una fuerza elástica, de manera que una juiciosa combinación del diámetro e del émbolo del prensaestopas y de la constante k del resorte (así

como de su colocación), permita conseguir los dos fines arriba indicados: reducir a un mínimo la fuerza total y hacerla prácticamente constante. Así por ejemplo, en virtud de la Ec. (13-12), según se haga $e \lesseqgtr d$, cuando la válvula está cerrada el vástago experimentará una fuerza de cierre, no experimentará fuerza alguna o experimentará una fuerza de apertura. En el esquema de la Fig. 13-15 se ha trazado el diagrama de las fuerzas en función de la apertura del inyector. En este esquema con el inyector cerrado la fuerza sobre la aguja F_a es máxima y decrece linealmente (aproximadamente) a medida que el inyector se abre, y siempre es una fuerza de cierre. La fuerza sobre el émbolo del prensaestopas F_e es constante y siempre es una fuerza de apertura. Se ha añadido un resorte, que ejerce una fuerza nula cuando el inyector está cerrado, y una fuerza de cierre F_k, creciente con la apertura del inyector. La resultante R de las tres fuerzas es muy pequeña, y aproximadamente constante, con lo cual quedan conseguidos los dos objetivos que se pretendían.

La Fig. 13-16 muestra otra manera distinta de colocar el resorte, en la cual el resorte ejerce constantemente una fuerza de apertura, y no de cierre como en el caso anterior.

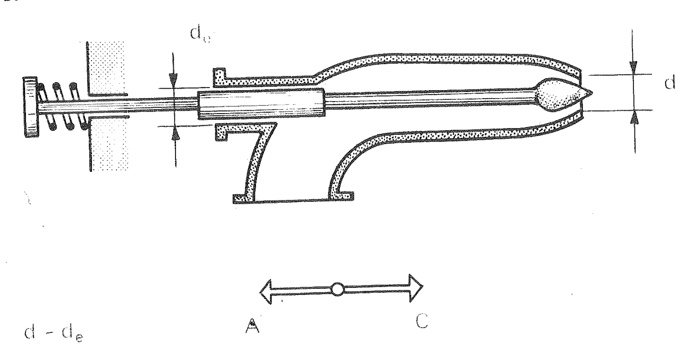


Fig. 13-16.–Fuerza de apertura o cierre de un inyector.

13.7.3. Proyecto del rodete

Los álabes del rodete tienen la forma de cucharas. Cada cuchara queda dividida simétricamente en dos partes por una arista central. Cortando por un plano radial cada parte de la cuchara tiene aproximadamente la forma de una elipse. El chorro que incide en la mitad de la arista queda así dividido en dos partes que sufren la misma desviación; eliminándose de esta manera el empuje axial sobre el rodete. Las cucharas son la parte más importante de la T. Su construcción ha de poder resistir el empuje máximo del chorro cuando la T está parada, y la fuerza centrífuga máxima cuando el rodete se embala. A título de ejemplo, cada cuchara de las 21 que posee el rodete de una de las 8 TP de potencia unitaria 62.500 kW, construída por la casa VOITH para la central de Serra de Cubatao (Brasil), tiene una

masa de más de 400 kg. Para saltos pequeños las cucharas se construyen de fundición de hierro y para saltos mayores, de bronce o mejor de acero inoxidable. La forma de la cara anterior, constituye el diseño hidráulico, que estudiaremos en la Sec. 13.7.3.3 y 13.7.3.4, y la de la cara posterior ha de ser tal que no perturbe la evacuación del agua de la cuchara precedente. Una esmerada pulimentación final de las cucharas es necesaria, para disminuir las pérdidas por fricción y evitar concentración de esfuerzos que pueden conducir al agrietamiento.

Las cucharas se construyen individualmente o por pares, provistas en cada caso de patas para su fijación por bulones al disco del rodete (véase la Fig. 13-17), el cual a su vez va enchavetado al eje de la T. Esta construcción tiene la ventaja de poder reemplazar los álabes deteriorados sin necesidad de instalar un rodete nuevo. Sin embargo, con el fin de abaratar los costes, modernamente se tiende, incluso en las grandes potencias, lo que antes no era posible, a fundir el disco y las cucharas

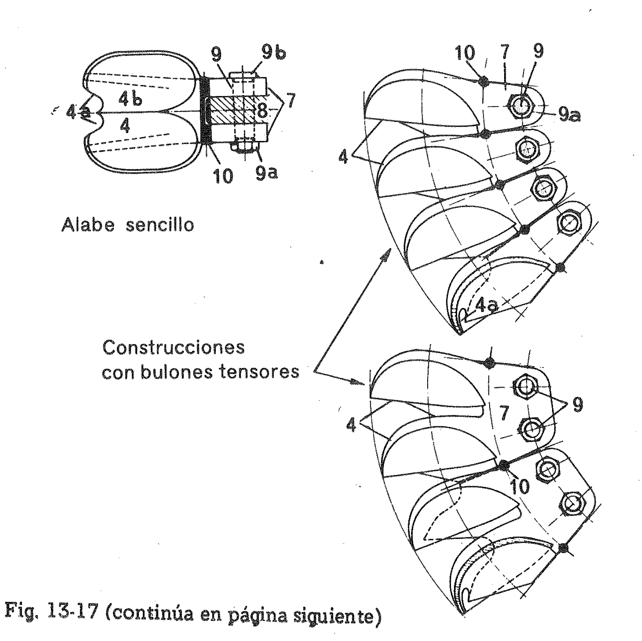


Fig. 13-17 (continúa en página siguiente)

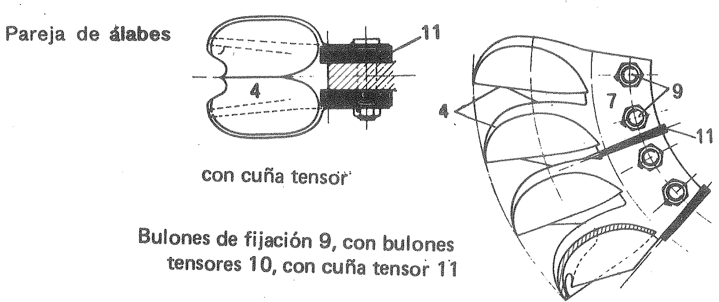


Fig. 13-17.–*Fijación de las cucharas de las TP*. Generalmente los álabes se fijan de manera que la corona 8 se introduzca entre las dos solapas 7. Bulones cónicos de fijación 9 forjados se introducen en orificios practicados en las dos solapas 7 y la corona 8. Estos bulones se aseguran con las tuercas 9a. Las tuercas y las cabezas de los bulones 9b se fijan a las solapas 7 por puntos de soldadura. Para disminuir el esfuerzo de estos bulones se usan los bulones tensores cónicos 10, que se introducen entre los álabes, con lo cual la fuerza de presión del chorro se reparte por toda la circunferencia. Si los esfuerzos en las solapas 7 resultan excesivos, se funden las cucharas de dos en dos con una solapa 7 común, provista de dos bulones de fijación 9, intercalándose un bulón tensor 10 entre cada dos cucharas. Si los esfuerzos son aún mayores, en lugar de los bulones tensores 10, se interponen las cuñas radiales 11. Si el n_s de la TP es grande (relación d_0/D grande) los rodetes se funden de una sola pieza, eliminándose así el problema de la fijación de las cucharas individuales. Otras veces se funde sólo la corona completa de las cucharas que luego se fija al cubo del rodete. (Dibujos Escher Wyss).

de hierro, acero o acero inoxidables en una sola pieza, excepto cuando el tipo de agua de la central haga prever frecuentes reemplazos de álabes individuales.

El proyecto del rodete de una TP exige determinar:

1.°) el número de cucharas

2.°) la orientación de las cucharas en el rodete

3.°) la forma del álabe.

Trataremos sucesivamente de cada una de estas cuestiones.

13.7.3.1. Paso máximo o número mínimo de cucharas

El número de álabes z y el paso angular θ (véase Fig. 13-18) están ligados por la relación

$$\theta = \frac{2\pi}{z} \qquad (13\text{-}13)$$

Para simplificar supondremos que la arista de entrada del álabe es una recta paralela al eje de rotación, y que el chorro es un cilindro perfecto constituído por partículas dotadas todas de la velocidad c_1.

Se dibuja el álabe II en el momento en que su punta toca el extremo inferior del chorro B. B y B' son los puntos en que la trayectoria que suponemos horizon-

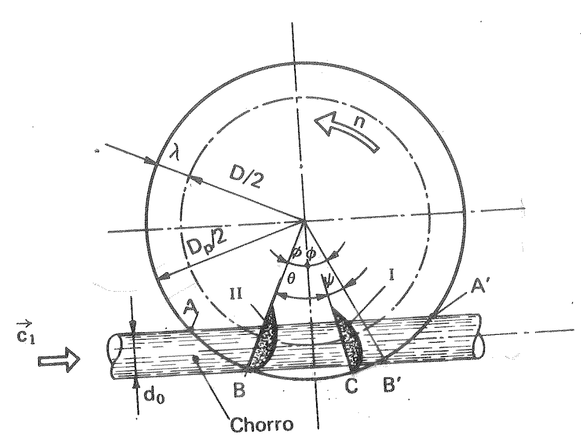


Fig. 13-18.—Cálculo del *paso* de un rodete Pelton.

tal de las partículas inferiores del chorro cortan al diámetro D_p, o diámetro de las puntas de los álabes. D es el diámetro característico del rodete y d_0 el diámetro del chorro. En la Fig. 13-19 este mismo álabe II se dibuja en tres posiciones: en la posición (a) empieza a entrar en contacto con el chorro en el punto A. En la posición (b) el álabe se encuentra en el punto E y desvía ya la mitad del chorro. La velocidad de la punta del álabe es u_p y la del chorro c_1. Por tanto

$$\overline{AF} = \widehat{AE}\,\frac{c_1}{u_p} \qquad (13\text{-}14)$$

Finalmente en la posición (c) (idéntica a la del álabe II en la Fig. 13-18), desvía ya todo el chorro.

Por la geometría de la figura se tiene (Fig. 13-18):

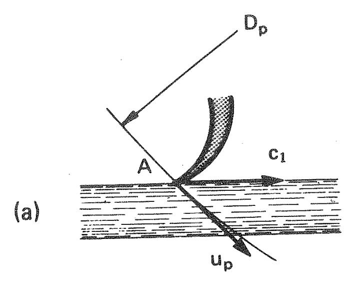
$$\lambda = \frac{D_p - D}{2} = d_0; \text{ siendo } k = \frac{1}{2}\,\frac{D_p - D}{d_0} = \text{cte} \qquad (13\text{-}15)$$

$$\cos\varphi = \frac{\frac{D + d_0}{2}}{\frac{D_p}{2}} = \frac{\frac{D + d_0}{2}}{\frac{D}{2} + \lambda} = \frac{\frac{D + d_0}{2}}{\frac{D}{2} + k\,d_0} =$$

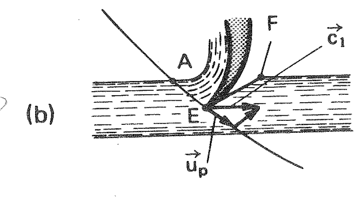
$$= \frac{1 + \delta}{1 + 2k\delta} = \frac{1 + \delta}{1 + 2k\delta} \qquad (13\text{-}16)$$

donde $\delta = \dfrac{d_0}{D}$ — relación de diámetros.

(a)



(b)



(c)

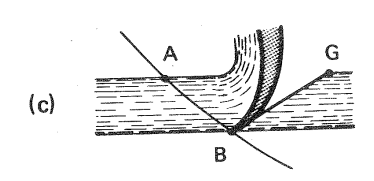


Fig. 13-19.—Cálculo del *paso* de un rodete Pelton.

La partícula de agua que se encontraba en B justo antes de que la punta del álabe II llegara a B, no pudo ser desviada por éste, y habrá de ser desviada por el álabe precedente I, a fin de que su energía no se pierda; es decir, la punta del álabe I (Fig. 13-18) se habrá de encontrar en un punto C tal que dicha punta tarde en llegar a B', o en recorrer el arco $\widehat{CB}'$, el mismo tiempo τ_0 que tardaría una partícula de fluído no desviada en recorrer en línea recta la distancia $\overline{BB}'$ Razonando como en la Ec. (13-14) la condición límite se expresará así:

$$\tau_0 = \frac{\overline{BB}'}{c_1} = \frac{\psi}{\omega} \qquad (13\text{-}17)$$

siendo entonces

$$\theta = 2\varphi - \psi \qquad (13\text{-}18)$$

el paso angular, y el paso medido en la circunferencia D será:

$$t = (2\varphi - \psi)\,\frac{D}{2} \qquad (13\text{-}19)$$

En la Ec. (13-18) ϕ es conocido por la Ec. (13-16), a saber:

$$\phi = \text{arc cos}\,\frac{1 + \delta}{1 + 2k\delta} \qquad (13\text{-}20)$$

y bastará calcular ψ.

Ahora bien, de la Ec. (13-17) se deduce:

$$\frac{[D + 2kd_0]\,\text{sen}\,\phi}{c_1} = \frac{\psi}{\frac{2u_1}{D}}$$

y

$$\psi = \frac{2u_1}{c_1}\,(1 + 2k\,\delta)\,\text{sen}\,\phi$$

o bien, siendo $\text{sen}\,\phi = \sqrt{1 - \cos^2\phi}$ y teniendo en cuenta la Ec. (13-16):

$$\psi = 2\frac{k_{u1}}{k_{c1}}\,(1 + 2k\delta)\sqrt{1 - \left(\frac{1 + \delta}{1 + 2k\delta}\right)^2} =$$

$$= \frac{2\,k_{u1}}{k_{c1}}\,\sqrt{(1 + 2k\delta)^2 - (1 + \delta)^2} \qquad (13\text{-}21)$$

Las Ecs. (13-18), (13-19) y (13-13), junto con las Ecs. (13-20) y (13-21), nos dan el valor del paso máximo angular θ, del paso máximo t en la circunferencia D y del número mínimo de álabes.

Si el n_s es bajo (TP lentas) conviene tomar un valor del paso bastante menor (0,65-0,85 menor) que el valor obtenido por el cálculo, a fin de segurar el aprovechamiento total de todas las partículas del chorro. No obstante se ha de tener en cuenta que al disminuir el paso y aumentar el número de álabes por una parte se aumenta el rozamiento y por otra puede resultar muy difícil la fijación de los álabes ên el rodete. Por el contrario si el n_s es elevado (TP rápidas) el valor del paso sólo podrá ser ligeramente menor que el valor obtenido por el cálculo a fin de favorecer la evacuación de las partículas líquidas.

Según estas ecuaciones el número de álabes depende del n_s. En efecto, los coeficientes k_{u1}, k_{c1} y δ son funciones de n_s y $k = \frac{1}{2}\,\frac{D_p - D}{d}$ es función de la forma del rodete y por tanto también función de n_s. Taygun sugiere que para valores de $\frac{D}{2}$ comprendidos entre 6 y 35 se tome para z el valor

$$z = 15 + \frac{1}{2}\,\delta$$

El número de álabes de las TP suele oscilar entre 16-60 (la gama 40-60 poco frecuente), según el n_s.

La tabla siguiente, que podrá utilizarse en conexión con la tabla 13-6 puede ayudar para estimación del número de álabes en función del n_s.

TABLA 13-7

Número de cucharas de las TP en función de n_s

Número específico de revoluciones n_s	Número de cucharas z	Número específico de revoluciones n_s	Número de cucharas z
4	40	14	26
6	37	18	22
8	34	22	20
10	30	26	17
12	28	32	15

Demostraremos para terminar esta sección que al aumentar n_s disminuye el número de álabes (1).

(1) Las TK rápidas tienen menor número de álabes que las lentas y lo mismo sucede en general en las restantes TM.

En la Fig. 13-18 se tiene:

$$\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{BB'} - \overset{\frown}{CB'}$$

y

$$\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{BB'} - \overline{BB'}\,\epsilon'\,\frac{u_p}{c_1} \quad \text{y llamando} \quad \epsilon = \epsilon'\,\frac{u_p}{c_1} \qquad (13\text{-}22)$$

$$\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{BB'} - \epsilon\,\overline{BB'} \qquad (13\text{-}22)$$

La igualdad (13-22) demuestra nuestro aserto. En efecto, por una parte, manteniéndose el diámetro del chorro constante, al disminuir el diámetro del rodete D aumenta n_s según la Ec. (13-7); y por otra parte al variar D la relación arco/cuerda varía desde 1 hasta aproximadamente $\frac{\pi}{2}$ cuando D tiende a 0; luego al disminuir D el arco $\overset{\frown}{BB'}$ disminuye menos rápidamente que la cuerda $\overline{BB'}$.

Por tanto, al disminuir D la relación $\overset{\frown}{BC}/\pi D_p$ aumenta; luego el paso aumenta y el número de álabes disminuye.

13.7.3.2. Orientación de las cucharas en el rodete

Esta orientación se logra en el laboratorio con tanteos en el ensayo de un modelo reducido. Para ello se utiliza en el modelo de laboratorio el montaje individual por bulón, de manera que una vez montado el álabe y sin apretar el bulón, se hace girar la cuchara alrededor del eje del bulón mediante ensayos sucesivos hasta conseguir que el chorro ataque a la cuchara en condiciones óptimas. De esta manera se determina experimentalmente en el laboratorio la orientación óptima de las cucharas. En la Fig. 13-20 se ha dibujado el álabe I en dos posiciones. En la posición I' su punta justamente roza la trayectoria de las partículas inferiores del chorro en el punto C': es el momento en que el álabe I empieza a recibir la totalidad del chorro. En la posición I'' el céntro de gravedad G'' llega al fondo mismo del álabe. Interesa que en este momento el álabe esté orientado de manera que la velocidad relativa del chorro, dibujada en la figura, sea normal a las curvas de nivel de la cuchara (véase

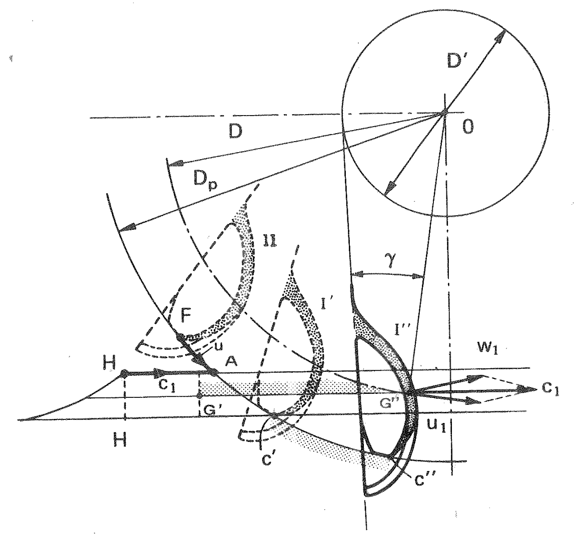


Fig. 13-20.—Orientación de las cucharas.

la Sec. 13.7.3.4). Esta hipótesis parece la más racional, ya que el chorro no atacará a la cuchara debido al movimiento de ésta, siempre con la misma inclinación. En la posición I' se desconoce aún la orientación del álabe; pero como se conoce ya el paso, se sabe que la punta de la cuchara II en ese mismo instante se encuentra en A; siendo, $\overline{HA} = \widehat{FA}\dfrac{c_1}{u_p}$; HC' será la porción del chorro destinada a la cuchara I (cuando la cuchara II llega a A empezará ésta a desviar el chorro). Sea G' el centro de gravedad de este trozo (es fácil ver que el trozo de chorro destinado a I' en la sección transversal de la figura, no es un rectángulo, sino un paralelogramo, el cual, sin embargo, tiene el mismo centro de gravedad). Cuando la cuchara I esté en la posición I'' determinada por la punta C'', G se encontrará en un punto G'' tal que $\dfrac{\overline{G'G''}}{c_1}=\dfrac{\widehat{C'C''}}{u_p}$. En esa posición, que se encuentra fácilmente por tanteos debe verificarse la condición anteriormente anunciada. Esto equivale a hacer que en ese momento la arista media BC sea lo más ortogonal posible a las trayectorias relativas. Así se determina el círculo D' y el D'' que determina la posición de la cuchara. La posición de los distintos álabes se haya trazando una tangente al círculo de diámetro D' desde el extremo del álabe como puede verse en la Fig. 13-21, o bien la tangente al círculo de diámetro D'' desde la punta del álabe (es decir de su arista).

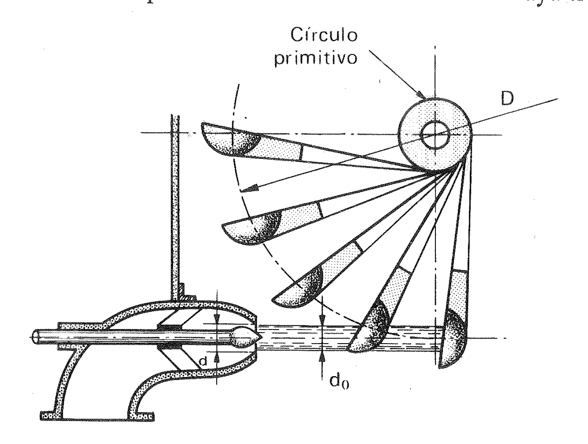


Fig. 13-21.–Círculo primitivo de orientación de las cucharas

Es fácil constatar que el ángulo γ aumenta al aumentar $\delta = \dfrac{d_0}{D}$ o sea al aumentar el n_s.

13.7.3.3. Forma de las cucharas: método de las trayectorias relativas

El diseño de la cuchara es delicado, si se tiene en cuenta, por una parte que el agua tarda en atravesar la cuchara sólo 0,01 s; y por otra parte que el ángulo de ataque con que el chorro incide en la cuchara va variando constantemente, porque la cuchara gira, mientras que el chorro mantiene siempre una trayectoria rectilínea. El ideal del diseño de la cuchara sería que la tangente a la trayectoria relativa del chorro con relación al punto de ataque del rodete considerado sea tangente a la superficie de la cuchara en dicho punto. De lo contrario se originaría un choque a la entrada, y disminuiría el rendimiento. El *método de las trayectorias relativas*

consiste en trazar las trayectorias relativas de cuantas partículas sea preciso antes de ser desviadas por la cuchara a fin de conformar ésta en cada punto de su superficie de manera que se evite el choque. La cuchara ha de tener también una forma conveniente para que el agua salga de la misma después de haber cedido totalmente su energía al rodete ($c_2 \simeq 0$ y perpendicular a u). La trayectoria relativa de una partícula del chorro es la trayectoria que sigue con relación al rodete *antes de entrar* en él (*después de entrar* en el rodete la trayectoria relativa viene determinada por la forma que se haya dado a la cuchara).

En la Fig. 13-22 se ha trazado, a título de ejemplo, la trayectoria del punto E en que el eje del chorro corta al diámetro de las puntas de las cucharas D_p. Siendo u_1 la velocidad de un punto cualquiera del rodete en el diámetro característico D, se verificará que $u_p = \dfrac{D_p}{D}\, u_1$.

En el tiempo τ_0 en que el punto E del chorro recorre la distancia $\overline{EE'}$, siendo

$$\tau_0 = \frac{\overline{EE'}}{c_1} \qquad (13\text{-}23)$$

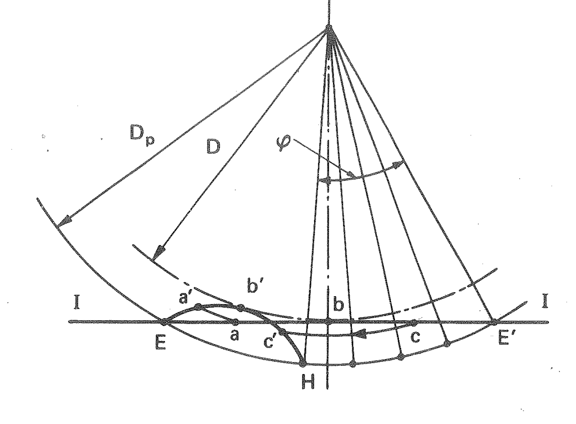


Fig. 13-22.–Cálculo de las *trayectorias relativas* en una TP.

el rodete habrá girado un ángulo φ, y un punto en el diámetro D_p habrá recorrido un arco HE' tal que

$$\tau_0 = \frac{\widehat{HE'}}{u_p} = \frac{\widehat{HE'}}{u_1}\frac{D}{D_p} \qquad (13\text{-}24)$$

e igualando (13-23) y (13-24) se tiene:

$$\widehat{HE'} = \overline{EE'}\,\frac{u_1}{c_1}\cdot\frac{D_p}{D}$$

Dividamos el segmento $\overline{EE'}$ en n partes iguales (cuatro en la figura, determinadas por los puntos E,a,b,c y E'). En el tiempo en que la partícula recorre la n-sima parte de su trayectoria, el rodete habrá girado la n-sima parte del ángulo φ. Dividamos pues, también el ángulo φ en n partes iguales (cuatro en la figura). Si desde los puntos a, b, c, ... se llevan hacia atrás arcos iguales a $\dfrac{\varphi}{n}, \dfrac{\varphi}{n-1}, \dfrac{\varphi}{n-2}$, etc. se obtendrán otros tantos puntos a', b', c' ... de la trayectoria relativa.

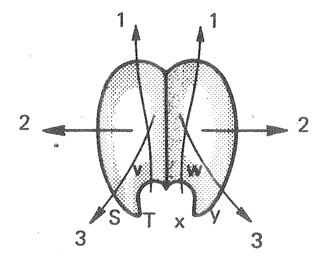


Fig. 13-23.—Trayectorias de las diversas partículas de agua en la cuchara.

De la misma manera se pueden trazar las trayectorias relativas de cualquier otro punto del disco de diámetro D_p.

Cuando la cuchara empieza a recibir las primeras partículas del chorro la velocidad relativa seguirá aproximadamente la trayectoria 1 dibujada en la Fig. 12-23; cuando el chorro completo incida en el centro del álabe la trayectoria relativa será la 2 en la misma figura; entonces la arista divide en dos partes el chorro, saliendo el agua simétricamente por ambas aristas laterales de la cuchara; mientras que instantes después la trayectoria relativa será aproximadamente la línea 3. *La forma del álabe ha de ser siempre tangente a la velocidad relativa a la entrada* (entrada sin choque) y salida (salida que realice el triángulo de velocidades deseado, c_2 perpendicular a u, etc...). Según esto en la zona V-W de la cuchara la tangente a ésta ha de coincidir con la

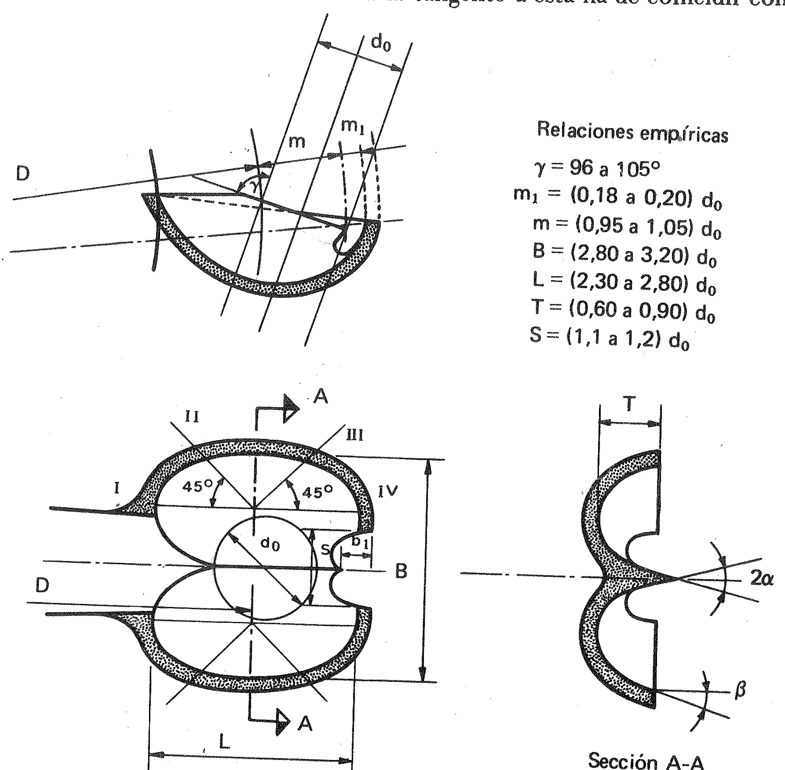


Fig. 13-24.—Dimensiones principales de la *cuchara*.

w_1 porque en esa zona entra el agua en la cuchara; mientras que en la zona S-T, la superficie de la cuchara habrá de coincidir con la dirección que queramos dar a w_2, porque en esa zona *sale el agua de la cuchara.*

En la Fig. 13-24 se dan las dimensiones normales utilizadas en las cucharas, válidas para las relaciones δ más frecuentes, a saber las comprendidas entre $\frac{1}{10}$ y $\frac{1}{20}$ (n_s entre 24 y 12). Las dimensiones se expresan según la práctica corriente en función del diámetro del chorro d_0 que se toma como unidad. El ángulo 2α viene a estar comprendido en 10-15° y los ángulos β en los diferentes planos de corte que se indican en la planta de la figura tienen los valores siguientes:

Corte	Angulo β
Corte I	30–40°
Corte II	20–30°
Corte III	10–20°
Corte IV	5–10°

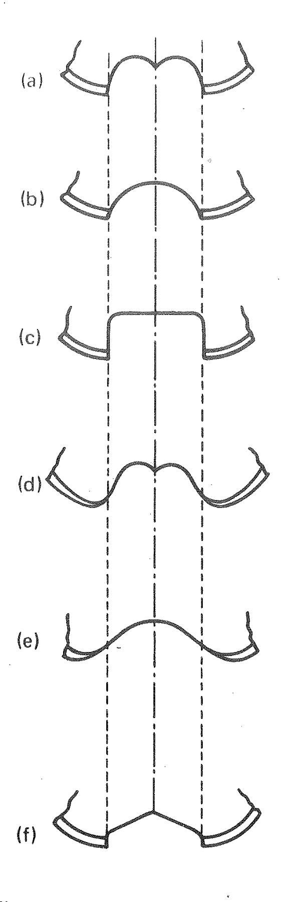
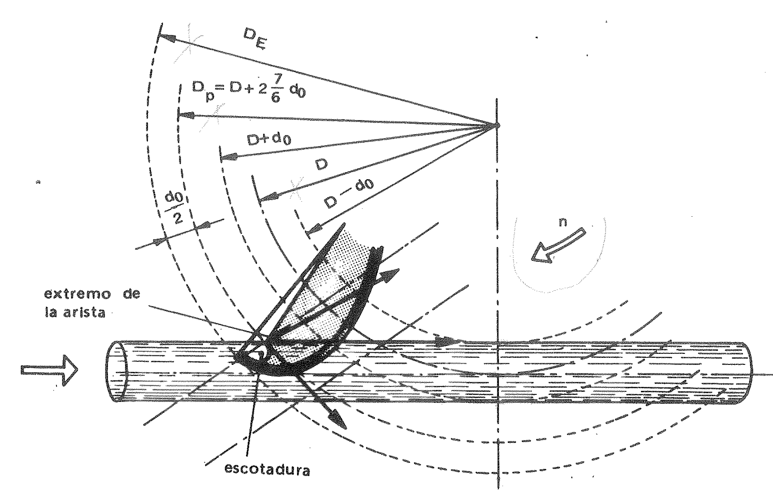


Fig. 13-25.— *Algunas formas de escotaduras* de las cucharas de las TP; a) N.B.P.P., Francia; b) N.B.P.P., Francia; c) Voith, Alemania; d) Escher Wyss, Suiza; e) Riva, Italia; f) Bell et Cie., Suiza.

Para las dimensiones principales de la cuchara recomienda M. Nechleba los siguientes valores un tanto distintos de los anteriores, lo cual indica una vez más la dispersión de los criterios utilizados por los distintos constructores.

longitud	L	(2,5–2,8) d_0
anchura	B	(2,8–4,0) d_0
profundidad	T	0,95 d_0

La escotadura inferior de la cuchara, denominada a veces la boca de la cuchara, admite múltiples diseños, y su forma óptima en cada caso se ha de determinar experimentalmente. En planta la escotadura puede estar formada por un solo arco de curvas o varios, a veces lateralmente está formado por líneas rectas y paralelas. En la Fig. 13-25 pueden verse algunas formas de escotaduras utilizadas por los cons-



13-26.—Acotación de diámetros en las TP: d_0 – diámetro nominal del chorro; D – diámetro característico de la TP (diámetro del círculo tangente al eje geométrico del chorro); D_p – diámetro de las puntas (o extremos de la arista media, comienzo de la escotadura); D_e – Diámetro exterior del rodete.

tructores de TP. En la Fig. 13-26 se han acotado junto con el diámetro D característico de la TP, los diámetros de los extremos de la arista del álabe, donde comienza la escotadura y el diámetro exterior del rodete.

13.7.3.4. Proyecto de las cucharas: método de las curvas de nivel

Para construir el molde de carpintería de la cuchara, necesario para la fundición de la misma, se trazan análogamente al procedimiento seguido en la construcción de los álabes de las TF (véase Sec. 11.12.11) las líneas de nivel (véase Fig. 13-27), tanteando primero a partir de los puntos obtenidos en el cálculo, y luego mejorando el trazado. Para esto último se trazan un cierto número de planos de corte, tales como los A, B, C y D en la figura. En todos esto planos de corte la cuchara deberá presentar una curva suave, a fin de evitar desprendimientos de la corriente en la cuchara, que serían de consecuencias fatales para el rendimiento. En los mencionados cortes se verifican las correcciones necesarias, que luego se llevan a las curvas de nivel. Para construir el molde de carpintería se calcan una a una las curvas de nivel en otras tantas chapas de madera del mismo espesor (aunque esto último no es necesario pues si se desea más precisión en algunos lugares de la cuchara se puede hacer allí un trazado más denso de curvas de nivel). se recortan y encolan una a la otra en su orden, cepillando finalmente con cuidado los escalones provenientes del trazado discontinuo necesariamente empleado. Al dimensionar la cuchara se ha debido tener en cuenta como siempre la contracción del material en la fundición.

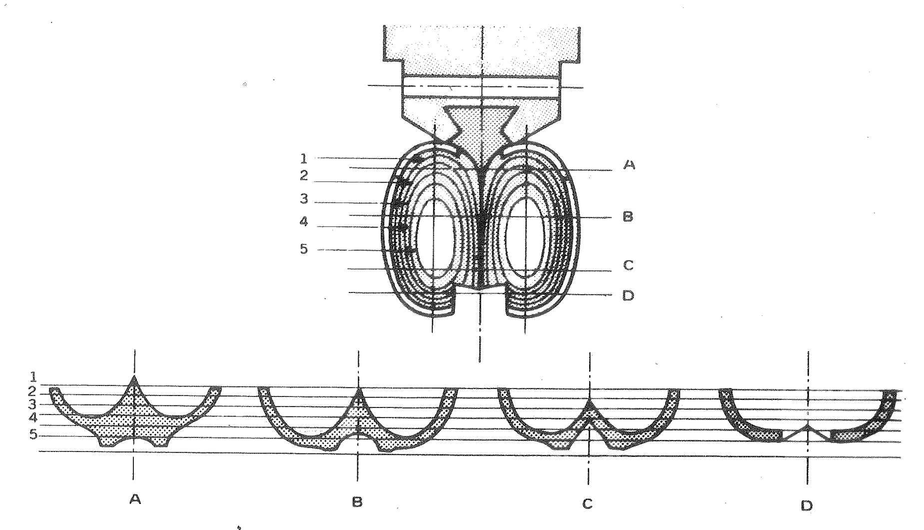


Fig. 13-27.—Trazado de las *curvas de nivel* de una cuchara

Si el rodete no ha de soportar grandes esfuerzos, tanto el disco como las cucharas, se construyen de fundición gris, y si los esfuerzos que ha de soportar el rodete son considerables se construyen estos elementos de fundición de acero con aleaciones de alta calidad.

13.7.3.5. Proyecto de la caja de la TP

La caja o cámara donde se aloja el rodete puede ser de fundición o de chapa. Ha de resistir la fuerza del chorro que se proyecta fuera del rodete cuando la TP se embala.

En las *TP de eje horizontal* se construye de manera que quede dividida en dos partes por un plano horizontal para facilitar la revisión del rodete. El rodete desagua hacia los lados y el ancho de la caja debe ser aproximadamente 4-5 veces el ancho de una cuchara. Por la parte superior de la caja el juego entre la caja y el rodete es muy pequeño. La parte inferior de la caja se fija con pernos a un bastidor metálico embebido en el cemento. La empaquetadura del eje consiste en un manguito de cuero y una cámara que recoge el agua que escapa y la devuelve al nivel inferior. Con frecuencia la caja se apantalla interiormente para evitar las interferencias entre los chorros y el rodete.

En las *TP de eje vertical* el ancho de la caja suele ser aproximadamente igual a 2 diámetros del rodete y la parte superior suele estar a una distancia del nivel de los ejes de los chorros de 2-3 anchos de cuchara.

13.8. Diseño 6: Rodete de una TP rápida

Diseñar una TP, que instalada en un salto neto de 270 m, deberá absorber un caudal de 1,880 m^3/s e irá acoplada a un alternador síncrono de 7 pares de polos.

1. Cálculos preliminares

Potencia neta de la T:

$$P = Q \rho g H \cdot 10^{-3} = 1{,}880 \cdot 9{,}81 \cdot 270 = 4980 \text{ kW}$$

Estimando, según la tabla 13-3, Pág. 729 un $\eta_{tot} = 88{,}5\%$ se tendrá para la potencia útil:

$$P_a = 4980 \cdot 0{,}885 = 4407 \text{ kW} = 5988 \text{ CV}$$

Además por tratarse de un alternador de 7 pares de polos,

$$n = \frac{50 \cdot 60}{7} = 428{,}6 \text{ rpm}$$

El número específico de revoluciones de nuestra T será:

$$n_s = \frac{428{,}6 \cdot 5988^{1/2}}{270^{5/4}} = 30{,}3$$

A pesar de la dificultad de realizar este número específico de revoluciones con buen rendimiento (véase la Pág. 728) se escoge en este caso una TP simple en lugar de una TP doble, cuya regulación sería más complicada y costosa. Por otra parte, para una altura neta $H = 270$, según la Fig. 13-12, nuestro valor de n_s es admisible.

El número de revoluciones de embalamiento de nuestra T, según lo dicho en la Pág. 723, estará comprendido entre 771 y 814 rpm valores muy aceptables.

2. Diseño del inyector

Adoptaremos (véase Pág. 723) para k_{c1} el valor:

$$k_{c1} = 0{,}98$$

con lo cual

$$c_1 = k_{c1} \cdot \sqrt{2 g H} = 0{,}98 \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 270} = 71{,}33 \text{ m/s}$$

siendo el diámetro provisional d_0' del chorro

$$d_0' = \sqrt{\frac{4Q}{\pi c_1}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1{,}880}{\pi \cdot 71{,}33}} = 0{,}1832 \text{ mm} = 183{,}2 \text{ mm}$$

Redondeando calcularemos la TP para un diámetro del chorro $d_0 = 180$ mm; mientras que la boca de la tobera se calculará para proporcionar un diámetro máximo del chorro $d_{0máx} = 190$ mm. Con ello, la TP funcionará con óptimo rendimiento (punto nominal o de diseño) para un caudal $\left(\frac{180}{190}\right)^2 \cdot 100 = 89{,}75 \simeq 90\%$ del caudal máximo.

El caudal nominal de la TP será pues:

$$Q_N = \frac{\pi \cdot 0{,}180^2}{4} \cdot 71{,}33 = 1{,}815 \text{ m}^3/\text{s}$$

Según lo dicho en la Pág. 747 el diámetro provisional de salida de la tobera será:

$$d' = 1{,}25 \cdot d_0 = 1{,}25 \cdot 190 = 237{,}5 \text{ mm}$$

que redondearemos a

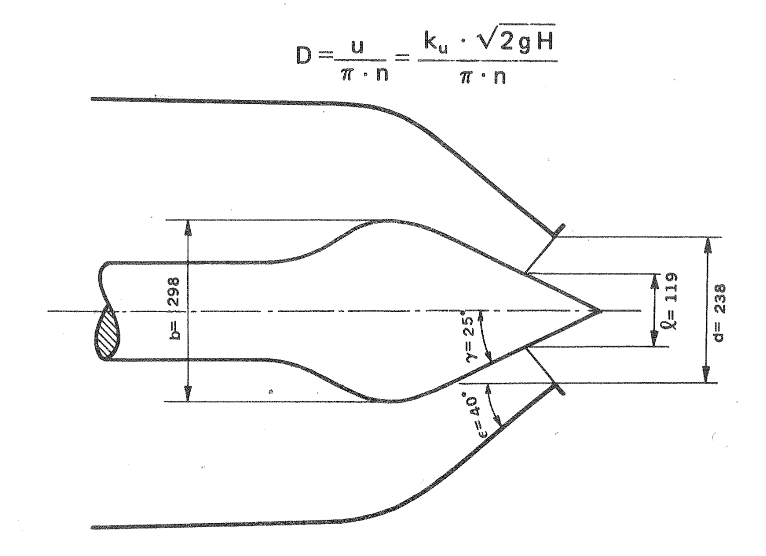
$$d = 238 \text{ mm}$$

Las restantes dimensiones de la tobera se han elegido de acuerdo con lo dicho en la Pág. 750 y Fig. 13-14. El dibujo de la tobera puede verse en la Fig. 1.

3. Diseño del rodete

Diámetros principales del rodete

$$D = \frac{u}{\pi \cdot n} = \frac{k_u \cdot \sqrt{2 g H}}{\pi \cdot n}$$



Diseño 6. Fig. 1.—Inyector de la TP.

Se sabe que k_u disminuye linealmente al aumentar n_s y según Pág. 725 tomaremos $k_u = 0{,}44$. Por tanto el *diámetro característico del rodete* será:

$$D = \frac{60 \cdot 0{,}44 \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 270}}{\pi \cdot 428{,}6} = 1{,}427 \text{ m}$$

siendo

$$\delta = \frac{d}{D} = \frac{0{,}180}{1{,}427} = 0{,}1261$$

verificándose

$$0{,}1111 = 1/9 < \delta = 0{,}1261 < 1/7 = 0{,}1428$$

(véase Pág. 728).

En la Fig. 2, siguiendo las indicaciones de la Fig. 13-26 se han trazado las circunferencias de los diámetros más importantes $D\text{-}d_0$, D, $D+d_0$, así como las circunferencias de las puntas D_p y exterior D_e.

En función del diámetro del chorro se han escogido las dimensiones principales de la cuchara, que pueden verse en la Fig. 3.

Para la escotadura se ha escogido la forma de la Fig. 13-25,a, como puede verse en la misma Fig. 3.

En la misma Fig. 3 se han trazado por el procedimiento indicado en la Sec. 13.7.3.3 las trayectorias relativas de las partículas A y B en que el chorro corta en el plano transversal al disco de las puntas a la entrada (líneas A M y B N), con el fin de comprobar más adelante que la escotadura se sitúe en el interior de la trayectoria relativa $B\,B^{IV}$ de la partícula de agua inferior, a fin de que la última partícula B que no es desviada por un álabe pueda aún ser desviada por el álabe precedente.

Paso y número de álabes

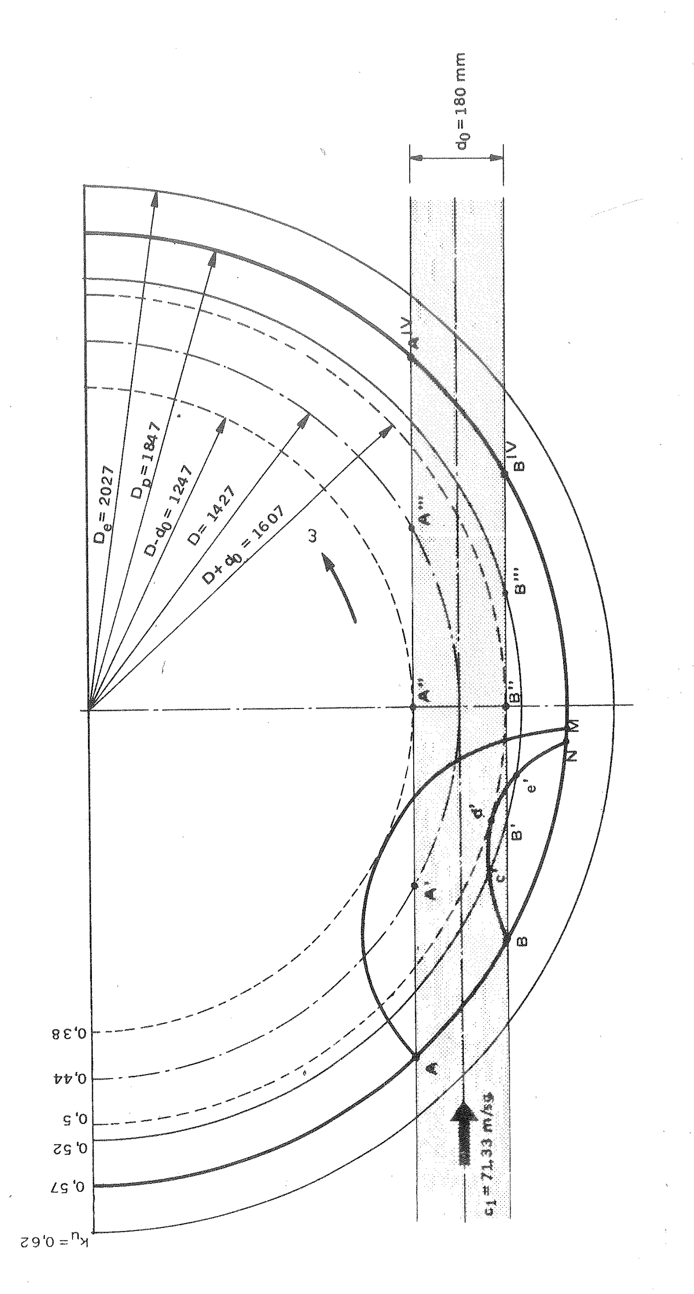
El valor de k de la Ec. (13-15) será:

$$k = \frac{1}{2} \cdot \frac{D_p - D}{d_0} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1847 - 1427}{180} = 1{,}16$$

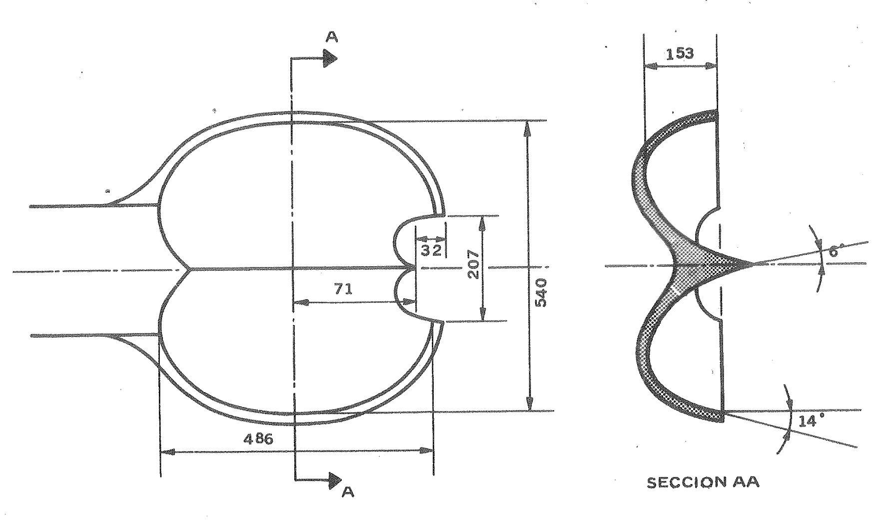
y φ [Ec. (13-20)] será:

$$\varphi = \text{arc cos} \frac{1 + 0{,}1261}{1 + 2 \cdot 1{,}16 \cdot 0{,}1261} = 29^\circ\ 24'$$

y ψ [Ec. (13-21)] será:



Diseño 6. Fig. 2.– Diámetros característicos del rodete Pelton y trayectorias relativas de los puntos A y B.



Diseño 6. Fig. 3.– Dimensiones principales de las cucharas según Fig. 13-24 (cotas en mm).

$$\psi = \frac{2 \cdot k_{u1}}{k_{c1}} \cdot \sqrt{(1 + 2 \cdot k \cdot \delta)^2 - (1 + \delta)^2} = \frac{2 \cdot 0{,}44}{0{,}98} \cdot$$

$$\cdot \sqrt{(1 + 2 \cdot 1{,}16 \cdot 0{,}1261)^2 - (1 + 0{,}1261)^2} = 0{,}5697$$

y el paso angular máximo θ' [Ec. (13-18)] será:

$$\theta' = 2\,\varphi - \psi = 2 \cdot 0{,}5131 - 0{,}5697 = 0{,}4565$$

y el paso máximo medido en la circunferencia D será,

$$t' = (2\varphi - \psi) \cdot \frac{D}{2} = 325{,}8$$

El número teórico de los álabes [Ec. (13-13)] rá:

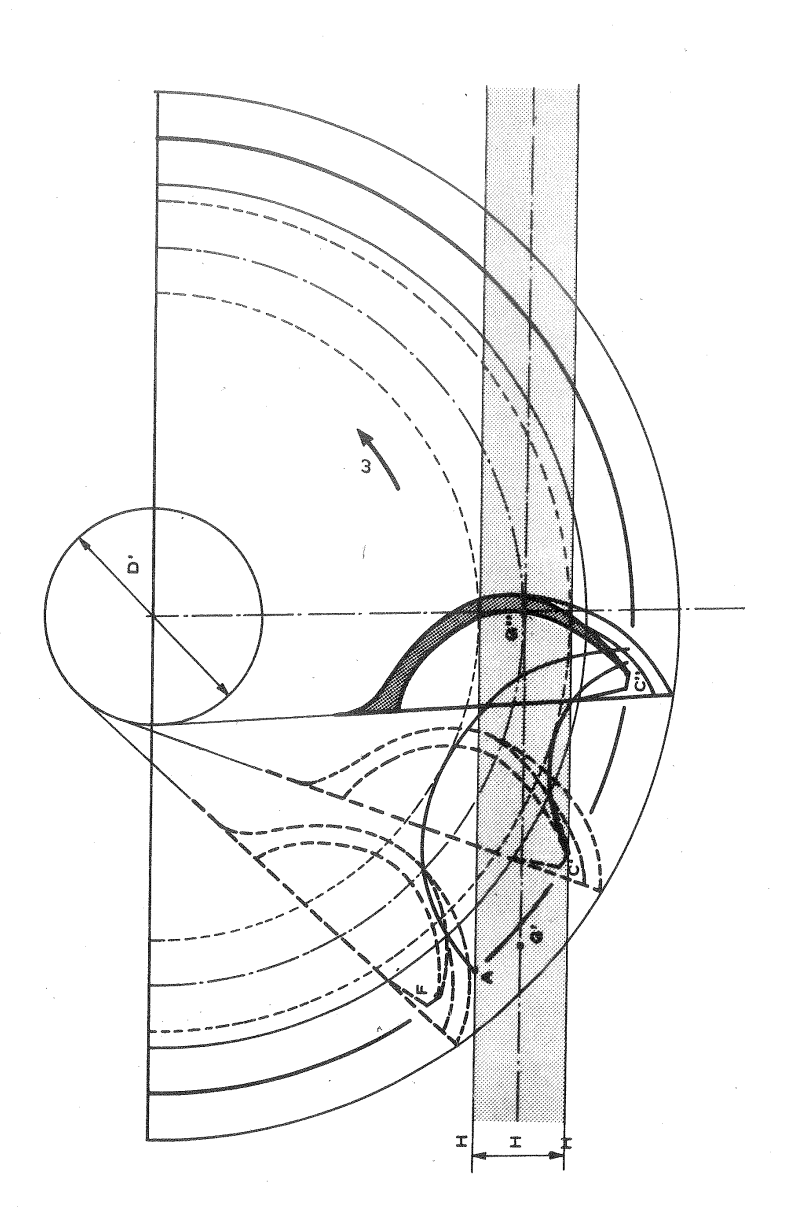
$$z' = \frac{2\,\pi}{\theta'} = 13{,}76$$

Teniendo en cuenta lo dicho en la Pág. 756, y puesto que z debe ser entero y que se trata de una TP muy rápida se escogerá definitivamente:

$$z = 15$$

$$\theta = 24°$$

$$t = 298{,}9 \text{ mm}$$



Diseño 6. Fig. 4.–Orientación de los álabes.

Orientación de los álabes

Siguiendo el procedimiento indicado en la Pág. 757 se tiene (véase Fig. 4)

$$u_p = u\,\frac{D}{D_p} = 30{,}93 \cdot \frac{1{,}427}{1{,}847} = 40{,}81 \text{ m/s}$$

$$\widehat{FA} = 0{,}08 \text{ m}$$

$$\overline{HA} = \widehat{FA} \cdot \frac{c_1}{u_p} = 0{,}08 \cdot \frac{71{,}33}{40{,}81} = 0{,}111 \text{ m}$$

$$\overline{HG'} = 0{,}04 \text{ m}$$

$$\overline{G'G''} = \overline{C'C''} \cdot \frac{c_1}{u_p} = 0{,}3868 \cdot \frac{71{,}33}{40{,}81} = 0{,}683 \text{ m}$$

La arista media se sitúa de manera que sea lo más ortogonal posible a las trayectorias relativas, quedando así determinado el diámetro D':

$$D' = 0{,}42 \text{ m}$$

Forma de las cucharas

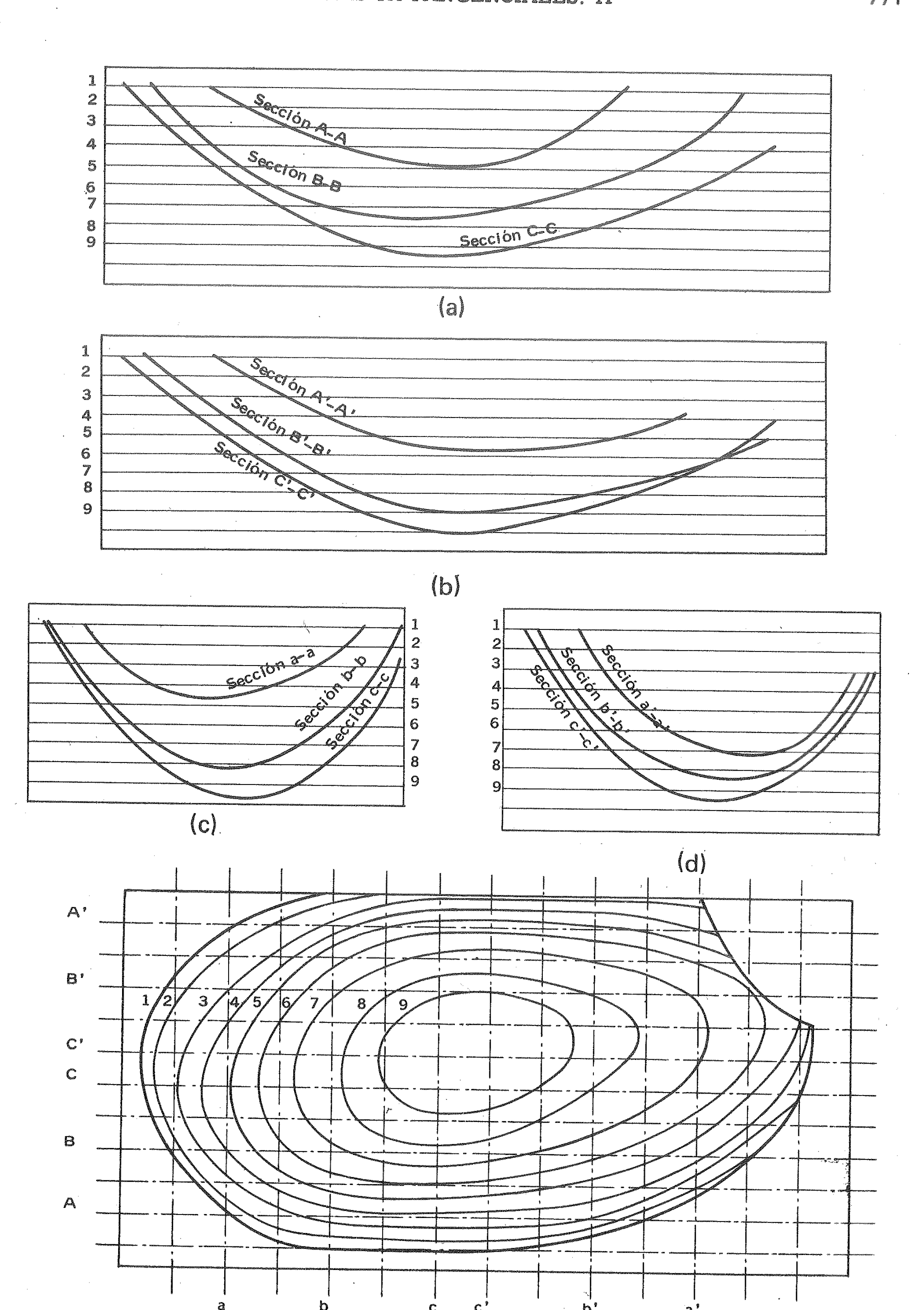
Esta forma se determina siguiendo el procedimiento siguiente:

– A la entrada de cada partícula en la cuchara se conforma esta última de manera que se evite el choque. Para cada posición de la cuchara se puede conocer el triángulo de entrada correspondiente a cualquier partícula de agua, el cual está determinado por las dos velocidades $\vec{c}_1$ y $\vec{u}$ de las cuales se conocen tanto los módulos ($|c_1|$ = cte en todo el chorro; $u = \pi\, D_i n$, donde D_i diámetro correspondiente a cada partícula; n, rps) como el ángulo que forman entre sí.

– Sobre un corte axial de la cuchara se estiman las direcciones de la corriente relativa proyectada en dicho corte de manera análoga a la indicada en la Fig.13-23.

– La corriente relativa a la salida tendrá la dirección que nosotros determinemos con el ángulo adecuado β_2 de la cuchara en cada punto. Se debe tender en cuanto sea posible a realizar un triángulo de salida tal que $\vec{w}_2$ sea opuesta a $\vec{u}$, de manera que la pérdida por velocidad de salida $c_2^2/2g \simeq 0$. (Es preciso estimar el tiempo invertido por la partícula en cuestión en recorrer la cuchara, para calcular el ángulo que ha girado el rodete y conocer la dirección correcta de $\vec{u}$ a la salida de la cuchara).

– La *superficie interna* de la cuchara se conforma lo más suave posible para evitar desprendimientos de la corriente (teóricamente –caso fluído ideal– sólo interesa la velocidad de la partícula a la entrada y salida del álabe; prácticamente –caso fluído real– interesa lograr la forma óptima de la trayectoria relativa en cada punto).



Diseño 6. Fig. 5.—Superficie interior de la cuchara: cortes y curvas de nivel

– La *superficie externa* de la cuchara se conformará teniendo en cuenta también que el agua que sale de un álabe no choque con el álabe siguiente.

Trazados los triángulos de velocidad de entrada y salida de partículas diversas se obtienen los cortes ABCC'B'A' (Fig. 5,a,b) de la superficie interior del álabe, así como los cortes normales a los precedentes: abcc'b'a' (fig. 5,c,d). Con estos cortes es inmediata la obtención de las curvas de nivel (Fig. 5,e). Estas últimas sirven para que el carpintero construya el molde de fundición. De esta manera se obtiene la *superficie interior* de la cuchara.

Para la obtención de la *superficie exterior* que forma el dorso de la cuchara se debería tener en cuenta, como hemos dicho, que las partículas de fluído que escapan de las cucharas o pasan a través de la escotadura sin incidir en cuchara alguna pueden chocar con el dorso de la cuchara siguiente. Aunque la experiencia enseña que el choque de la vena saliente sobre la cuchara que sigue no tiene gran influencia sobre el rendimiento de la turbina en general, se diseñará el dorso de la turbina de forma que el choque de la vena sea lo mínimo posible lo que quiere decir que, incida lo más tangencialmente posible con dicha cuchara, aunque lo realmente necesario es que la superficie se pulimente con el mayor esmero posible.

14. Peculiaridades de los ventiladores

14.1. Introducción

Un ventilador es una B rotodinámica de gas. El V es, por tanto una TM que sirve para transportar gases, o más exactamente una TM que absorbe energía mecánica en el eje y la restituye a un gas; con la siguiente particularidad que lo distingue del turbocompresor: las variaciones de presión en el interior del V son tan pequeñas, que el gas puede considerarse prácticamente incompresible por lo cual con toda propiedad puede considerarse el V una TMH; mientras que el TC debe clasificarse en el grupo de las TMT. (Véase la Sec. 1.4).

Entre las TMH las B y las V son máquinas totalmente análogas en diseño y funcionamiento, lo mismo que entre las TMT las TV y TG. La relación de compresión, sin embargo, es mucho mayor en las B que en los V y en las TV que en las TG.

De aquí se deduce que todas las fórmulas relativas al diseño y funcionamiento de las B y en general todo lo estudiado en los Caps. 3, 4, 5, 8, 10, es aplicable igualmente a los V, excepto aquellas cosas que por su naturaleza son propias de las *bombas de líquidos* (en cuyo caso en vez de B solemos emplear en este libro la nomenclatura BH).

Este capítulo, pues, no es más que un complemento al estudio de las V, ya realizado simultáneamente con el de las B. De ahí el título del capítulo "Peculiaridades de los ventiladores".

14.2. Fórmulas fundamentales

Las energías específicas en los V se expresan igualmente que en las B en el SI en energías por unidad de masa (J/kg). Las fórmulas de las TMH se suelen expresar, como hemos visto a lo largo de este libro, dimensionalmente en alturas, siendo

$$\frac{Y}{g} = H$$

También las fórmulas expresadas en alturas son aplicables a los V. Sin embargo, si el fluido es un gas, *la práctica corriente en la técnica es expresar las fórmulas*

dimensionalmente como presiones, siendo

$$\rho Y = \rho g H = \Delta p$$

Las razones, que justifican esta práctica son: a) *la altura piezométrica* h en los líquidos tiene sentido, en los gases no; en efecto, al conectar un tubo piezométrico a un conducto de líquido éste se eleva hasta una altura $h = \frac{p}{\rho g}$, que depende de la presión, de la densidad del líquido y de la fuerza de la gravedad; esta altura h define la superficie libre del líquido o *plano piezométrico;* el gas, por el contrario, se escaparía por el tubo a la atmósfera; al paso que la presión iría disminuyendo en el interior del tubo piezométrico; b) *la altura dinámica* en los líquidos, no en los gases, se transforma en altura piezométrica medible (tubo de Pitot); c) *la altura de posición o altura geodésica en los gases* no en los líquidos con mucha frecuencia en comparación con los restantes términos en la ecuación de Bernoulli suele despreciarse (véase Pág. 132).

En páginas anteriores se han estudiado ya las formas especiales que, según lo que acabamos de decir, revisten para los gases y V: la ecuación de Bernoulli [Ec. (2-67)], la ecuación de Euler [Ecs. (3-11) y (14-1)] y el grado de reacción [Ecs. (3-27) y (3-28)], que por comodidad del lector resumimos en la tabla siguiente:

TABLA 14-1

Fórmulas fundamentales de los V

Designación	N.° de la Ec.	Fórmula (Dimensiones; presión; Unidades SI: Newton/m² = 10^{-5} bar)
Ecuación generalizada de Bernoulli	(2-67)	$p_1 + \rho \frac{c_1^2}{2} - \Delta p_z + \Sigma \Delta p_r = p_2 + \rho \frac{c_2^2}{2}$
Ecuación de Euler: a) *fórmula general.*	(3-11)	$\Delta p_{u\infty} = \rho (u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u})$
b) *Entrada sin circulación.*	(14-1)	$\Delta p_{u\infty} = \rho u_2 c_{2u}$
c) *V axial*	(14-2)	$\Delta p_{u\infty} = \rho u (c_{2u} - c_{1u})$
Grado de reacción: a) *ideal*	(3-27)	$\sigma = \frac{\Delta p_{est.rod\infty}}{\Delta p_{u\infty}}$
b) *real*	(3-28)	$\sigma_{real} = \frac{\Delta p_{est\ rod}}{\Delta p_{tot}}$
Presión suministrada por el V: a) *primera expresión*	(14-3)	$\Delta p_{tot} = p_S - p_E + \rho \frac{c_S^2 - c_E^2}{2}$
b) *segunda expresión*	(14-4)	$\Delta p_{tot} = p_Z - p_A + \Delta p_{rA-E} + \Delta p_{rS-Z}$
Presión estática	(14-5)	$\Delta p_{est} = p_S - p_E$

TABLA 14-1 (Continuación)

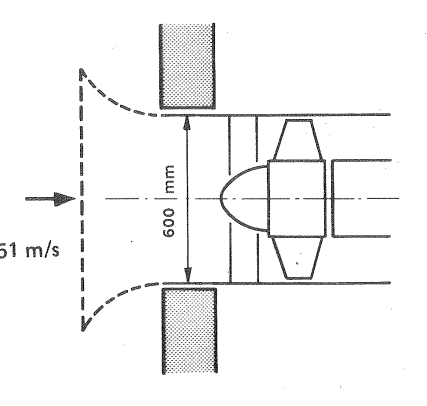
Designación	N.° de la Ec.	Fórmula (Dimensiones: presión: Unidades SI: Newton/m² = 10^{-5} bar)
Presión dinámica	(14-6)	$\rho \frac{c_S^2 - c_E^2}{2}$
Rendimiento hidráulico	(14-7)	$\eta_h = \frac{\Delta p_{tot}}{\Delta p_u}$ (Δp_u – ideal número finito de álabes)
Potencia suministrada	(14-8)	$P = Q \Delta p_{tot}$
Rendimiento total a) *referido a condiciones totales*	(14-9)	$\eta_{tot} = \frac{Q \Delta p_{tot}}{P_a}$
b) *referido a condiciones estáticas*	(14-10)	$\eta_{tot} = \frac{Q \Delta p_e}{P_a}$
Coeficiente de presión	(14-11)	$\psi = \frac{\Delta p_{tot}}{\rho \frac{u^2}{2}}$

Problema 36

Un V exhaustor cuyo rendimiento total es de 50 por ciento y aspira un caudal de aire reducido a la densidad normal (1,293 kg/m³) de 140 m³/min, está montado en un conducto circular de 600 mm de diámetro, como se indica en la figura:

Calcular:

a) *Potencia de accionamiento.*
b) *Aumento del caudal para la misma potencia si se abocina la embocadura, como se indica por puntos en la figura.*



a) Potencia de accionamiento

$$P_a = \frac{Q \Delta p_{tot}}{\eta_{tot}} \qquad Q = \frac{140}{60} = 2{,}333 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\Delta p_{tot} = \rho \frac{c_S^2}{2} \qquad c_S = \frac{4Q}{\pi d_S^2} = \frac{4 \cdot 2{,}333}{\pi \cdot 0{,}6^2} = 8{,}251 \text{ m/s}$$

$$\Delta p_{tot} = \frac{1{,}293 \cdot 8{,}251^2}{2} = 44{,}01 \ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$P_a = \frac{2{,}333 \cdot 44{,}01}{0{,}5} = 205{,}4 \text{ W}$$

b) *Aumento de caudal*

Sean Q_a y Q_b los caudales en el caso a y b respectivamente, c_{Sa} la velocidad a la salida del V en el caso a y P_a la potencia de accionamiento igual en ambos casos.

Además

$$\rho \frac{c_{Sa}^2}{2} = \frac{\rho Q_a^2}{2 A^2}$$

luego

$$P_a = \frac{\rho Q_a^3}{2 A^2 \eta_{tot}} = \frac{\rho Q_b^3}{2 A^2 \eta_{tot}} - \frac{0{,}5 \rho Q_b^3}{2 A^2} = \frac{\rho}{2 A^2} Q_b^3 \left(\frac{1}{\eta_{tot}} - 0{,}5\right) = 1{,}5 \frac{\rho}{2A^2} Q_b^3$$

y

$$2 Q_a^3 = 1{,}5 Q_b^3$$

$$\frac{Q_b}{Q_a} = \left(\frac{2}{1{,}5}\right)^{1/3} = 1{,}101$$

$$Q_b = 1{,}101 \cdot 140 = 154{,}1 \text{ m}^3/\text{min}$$

El incremento de caudal ha sido

$$\frac{Q_b - Q_a}{Q_a} \cdot 100 = 10{,}07 \%$$

*

Problema 37

Un exhaustor tiene una pérdida en la embocadura de 10 mm c.a. El caudal es de 3 m³/s. El conducto de aspiración después de la embocadura tiene 1 m² de sección transversal lo mismo que el conducto de impulsión. Un manómetro de agua colocado en la brida de salida del V mide una presión relativa de 100 mm c.a. La máquina aspira de una sala, en que la presión barométrica es 740 mm c.m. y la temperatura 25 °C.

Calcular:

a) *presión total proporcionada por el V;*
b) *potencia en el eje, si el rendimiento global del V es el 60%;*
c) *presión pasada en la embocadura del V antes de entrar en el rodete.*

—

a) *Presión total*

$$\Delta p_{tot} = p_S - p_E + \rho \frac{V_S^2 - V_E^2}{2}$$

Cálculo de ρ

Por la ecuación de los gases perfectos $\frac{p}{\rho} = R_I T$

y siendo

$$R_{I\,aire} = 286{,}9 \frac{\text{m} \cdot \text{N}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$p = p_b = \frac{740}{750} = 0{,}9867 \quad \text{bar}$$

$$T = 273{,}15 + 25 = 298{,}15 \text{ °K}$$

se tendrá

$$\rho = \frac{0{,}9867 \cdot 10^5}{286{,}9 \cdot 298{,}15} = 1{,}154 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$p_S = 100 \text{ mm c.a.} = 981 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$V_S = \frac{Q}{A} = 3 \text{ m/s} \quad V_E = 0 \text{ (atmósfera en reposo)}$$

$$\Delta p_{tot} = 981 + \frac{1{,}154 \cdot 9}{2} = 986{,}2 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \frac{986{,}2}{9{,}81} \text{ mm c.a.} = 100{,}5 \text{ mm c.a.}$$

b) *Potencia en el eje*

$$P_a = \frac{Q \, \Delta p_{tot}}{\eta_{tot}} = \frac{3 \cdot 986{,}2}{0{,}60} = 4931 \text{ W} = 4{,}931 \text{ kW}$$

c) *Presión conducto de admisión*

Ecuación de *Bernoulli entre* la entrada E y el conducto de admisión 1.

$$p_E + \rho \frac{V_E^2}{2} - 10 \cdot 9{,}81 = p_1 + \rho \frac{V_1^2}{2}$$

$$V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{3}{1} = 3 \text{ m/s}$$

$$p_1 = -98{,}1 - \rho \frac{V_1^2}{2} = -98{,}1 - 1{,}154 \cdot \frac{3^2}{2} = -103{,}3 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = -10{,}53 \text{ mm c.a.}$$

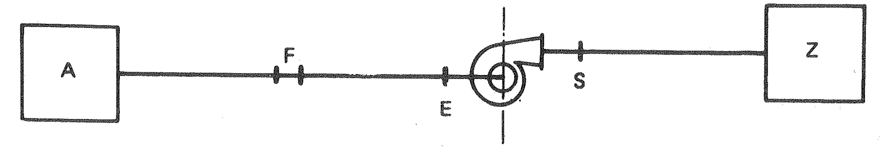
Problema 38

Un V impulsa 120 m³/s de gas (ρ = 1,21 kg/m³), aspirando de una cámara A a la presión de 110 mm c.a. (columna de agua) e impulsando en otra cámara Z a una presión de 220 mm c.a., como indica la figura.

En la aspiración hay un filtro F, donde se produce una pérdida de carga de 55 mm c.a.; además en el conducto de aspiración se produce una pérdida adicional total de 85 mm c.a. y en el de impulsión una pérdida de 125 mm c.a. Las velocidades medias a la entrada (E) y salida (S) convencionales del V son 20 y 25 m/s respectivamente y el rendimiento total del V asciende a un 76 %.

Calcular:

a) *presión a la entrada del V;*
b) *presión a la salida del V;*
c) *presión efectiva total del V;*
d) *potencia de accionamiento.*



a) *Presión a la entrada del V*

Ecuación de Bernoulli entre A y E:

$$p_A + \rho \frac{V_A^2}{2} - \Delta p_{rA-E} = p_E + \rho \frac{V_E^2}{2}$$

$$\rho \frac{V_A^2}{2} \simeq 0 \qquad \rho \frac{V_E^2}{2} = \frac{1{,}21 \cdot 20^2}{2} = 242 \frac{N}{m^2}$$

$$p_E = p_A - \Delta p_{rA-E} - \rho \frac{V_E^2}{2} = (110 - 55 - 85) \cdot 9{,}81 - 242 = -586{,}3 \frac{N}{m^2} \ (-54{,}67 \text{ mm. c.a.})$$

b) *Presión a la salida del V*

Ecuación de Bernoulli entre S y Z:

$$p_S + \rho \frac{V_S^2}{2} - \Delta p_{rS-Z} = p_Z + \rho \frac{V_Z^2}{2}$$

$$\rho \frac{V_Z^2}{2} \simeq 0 \qquad \rho \frac{V_S^2}{2} = \frac{1{,}21 \cdot 25^2}{2} = 378{,}1 \frac{N}{m^2}$$

$$p_S = (220 + 125)\, 9{,}81 - 378{,}1 = 3006 \frac{N}{m^2} \ (= 306{,}5 \text{ mm c.a.})$$

c) *Presión efectiva total del V*

$$\Delta p_{tot} = p_S - p_E + \frac{\rho}{2}(V_S^2 - V_E^2) = 3006 - (-536{,}3) + 378{,}1 - 242 = 3678 \frac{N}{m^2} =$$

$$= 3678 \frac{N}{m^2} \ (= 375{,}0 \text{ mm. c.a.})$$

d) *Potencia de accionamiento*

$$P_a = \frac{Q\, \Delta p_{tot}}{\eta_{tot}} = \frac{120 \cdot 3678}{0{,}76} = 580700 \text{ W} = 580{,}7 \text{ kW}$$

Problema 39

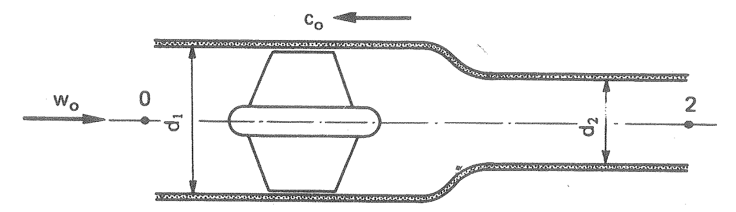
La Fig. 1 representa un esquema de conducto de ventilación de un automóvil compuesto de dos conductos de sección circular de distinto diámetro $d_1 > d_2 = 80$ mm. El diámetro d_1 se escoge de manera que la pérdida de carga a la entrada del aire en el sistema sea despreciable e igual a 1/100 de la pérdida de carga total. En el primer conducto hay instalado un pequeño V. En un ensayo realizado en fábrica en túnel de viento se midió un caudal de aire en el conducto de 2100 ℓ/min, cuando la velocidad del coche era de 90 km/h y el ventilador estaba parado. La densidad del aire era de 1,225 kg/m³. La Fig. 2 representa la característica del V, que gira a 6000 rpm, reducida a la misma densidad.

Calcular:

a) *la pérdida de carga en el conducto en mm c.a.;*
b) *el caudal de aire si el coche reduce su velocidad a la mitad;*
c) *el diámetro d_1 del primer conducto;*
d) *el caudal de aire con el V marcha y el coche parado;*
e) *el caudal de aire con el V en marcha cuando el coche va a 30, 60 y 100 km/h.*

Discusión sobre ventaja de la puesta en marcha del V en cada caso.

a) Sea c_0 la velocidad del coche; sumándole una velocidad igual y de sentido contrario al aire y al coche, éste último y el conducto permanecen estacionarios, y el aire se mueve de izquierda a derecha con velocidad $w_0 = -c_0$.



Problema 39, Fig. 1

Con el ventilador parado, la ecuación de *Bernoulli* entre los puntos 0 y 2 será:

$$p_0 + \rho \frac{w_0^2}{2} - \Delta p_{r0-2} = p_2 + \rho \frac{w_2^2}{2}$$

donde:

$$p_0 = p_2 = p_b = 0$$

Luego:

$$\Delta p_{r0-2} = \frac{\rho}{2}(w_0^2 - w_2^2) = \frac{\rho}{2}\left(w_0^2 - \frac{16\, Q^2}{\pi^2 d_2^4}\right) \tag{1}$$

En nuestro caso:

$$w_0 = 90 \frac{km}{h} = 25 \text{ m/s}$$

$$Q = 2100 \text{ l/min} = 35 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

luego:

$$\Delta p_{r0-2} = \frac{1{,}225}{2}\left(25^2 - \frac{16 \cdot 35^2 \cdot 10^{-6}}{\pi^2 \cdot 0{,}080^4}\right) = 353{,}1 \frac{N}{m^2}$$

de donde:

$$\Delta p_{r0-2} = 36 \text{ mm c.a.}$$

b) Las pérdidas de carga en el conducto serán debidas a la entrada en él, al paso por el primer tramo, al paso por el ventilador (estando éste parado) y al paso por el segundo tramo (despreciando las pérdidas en el estrechamiento); luego:

$$\Delta p_{r0-2} = \zeta_E \cdot \rho \frac{w_1^2}{2} + \lambda_1 \frac{L_1}{d_1} \rho \frac{w_1^2}{2} + \zeta_V \cdot \rho \frac{w_1^2}{2} + \lambda_2 \cdot \rho \frac{L_2}{d_2} \frac{w_2^2}{2} =$$

$$= \rho \frac{w_2^2}{2}\left[\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4 \left(\zeta_E + \lambda_1 \frac{L_1}{d_1} + \zeta_V\right) + \lambda_2 \frac{L_2}{d_2}\right]$$

puesto que

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{d_2^2}{d_1^2} \qquad w_1 = w_2 \cdot \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2$$

de donde:

$$\Delta p_{r\,0\text{-}2} = \frac{16 \cdot \rho \cdot Q_2}{2\,\pi^2\, d_2^4} \cdot K$$

El valor constante de K será una constante que dependerá del diseño del conducto.

De las ecuaciones (1) y (2) tenemos:

$$\frac{\rho}{2}\left(w_0^2 - \frac{16\,Q^2}{\pi^2\, d_2^4}\right) = \frac{16\,\rho\,Q^2}{2\,\pi^2\, d_2^4}\;K$$

de donde:

$$w_0^2 = \frac{16 \cdot Q^2}{\pi^2\, d_2^4}\;(K+1) \qquad (3)$$

Según la última ecuación tenemos que Q es directamente proporcional a w_0. Luego para valor mitad de la velocidad tendremos valor mitad de caudal.

$$w_0 = 45\ km/h \qquad Q = 1050\ \ell/min$$

c) De la ecuación (3) tenemos con los valores de w_0 y Q del ensayo:

$$K = \frac{\pi^2 d_0^4 w_0^2}{16\,Q^2} - 1 = \frac{\pi^2 \cdot 0{,}08^4 \cdot 25^2}{16 \cdot 35^2 \cdot 10^{-6}} - 1 = 11{,}87$$

Luego según (2), el valor de las pérdidas de carga en función de Q será:

$$\Delta p_{r\,0\text{-}2} = 28{,}84 \cdot 10^4 \cdot Q^2$$

El diámetro d_1 se escoge teniendo en cuenta que las pérdidas de carga a la entrada del conducto sean el 1/100 de la pérdida de carga total.

Las pérdidas de carga a la entrada del depósito vienen dadas por la expresión:

$$\zeta_E \cdot \rho \frac{w_1^2}{2} = 0{,}5 \cdot \rho \frac{w_1^2}{2} = 0{,}5\,\rho \frac{16\,Q^2}{2\,\pi^2\, d_1^4}$$

luego según la condición anterior tendremos:

$$0{,}5\,\rho\,\frac{16\,Q^2}{2\,\pi^2\, d_1^4} = \frac{1}{100} \cdot 28{,}84 \cdot 10^4 \cdot Q^2$$

luego:

$$d_1^4 = \frac{0{,}5 \cdot 16 \cdot 100 \cdot 1{,}225}{28{,}84 \cdot \pi^2 \cdot 10^4 \cdot 2} = 0{,}000172$$

de donde:

$$d_1 = 0{,}1145\ m = 114{,}5\ mm.$$

d) Ecuación de Bernoulli entre las secciones 0 y 2 con el ventilador en marcha y $w_0 = 0$:

$$p_0 + \rho\frac{w_0^2}{2} + \Delta p_{total} - \Delta p_{r\,0\text{-}2} = p_2 + \left(\rho\frac{w_2^2}{2}\right) \qquad (4)$$

donde:

Δp_{total} = presión total engendrada por el V.

$$p_0 = p_2 = p_b = 0$$

$$\rho\frac{w_0^2}{2} = 0$$

luego:

$$\Delta p_{tot} = \Delta p_{r\,0\text{-}2} + \rho\frac{w_2^2}{2} = 31{,}27 \cdot 10^4 \cdot Q^2 \qquad (5)$$

El punto de funcionamiento vendrá dado por la intersección de la característica del ventilador y la característica de la instalación (5), obteniendo un caudal de valor:

$$Q_A = 20{,}8\ \ell/s$$

e) De (4) se deduce para $w_0 \neq 0$:

$$\Delta p_{tot} = -\rho\frac{w_0^2}{2} + \Delta p_{r\,0\text{-}2} + \rho\frac{w_2^2}{2}$$

y según la ecuación (5) nos queda:

$$\Delta p_{tot} = -\rho\frac{w_0^2}{2} + 31{,}27 \cdot 10^4 \cdot Q^2$$

Para las velocidades del coche siguientes:

30 km/h = 8,333 m/s
60 km/h = 16,67 m/s
100 km/h = 27,78 m/s

se tendrá:

$$(\Delta p_{tot})_{30} = -42{,}53 + 31{,}2\cdot\ 10^4\,Q^2 \qquad \text{(Curva B, Fig. 2)}$$

$$(\Delta p_{tot})_{60} = -170{,}2 + 31{,}27 \cdot 10^4\,Q^2 \qquad \text{(Curva C)}$$

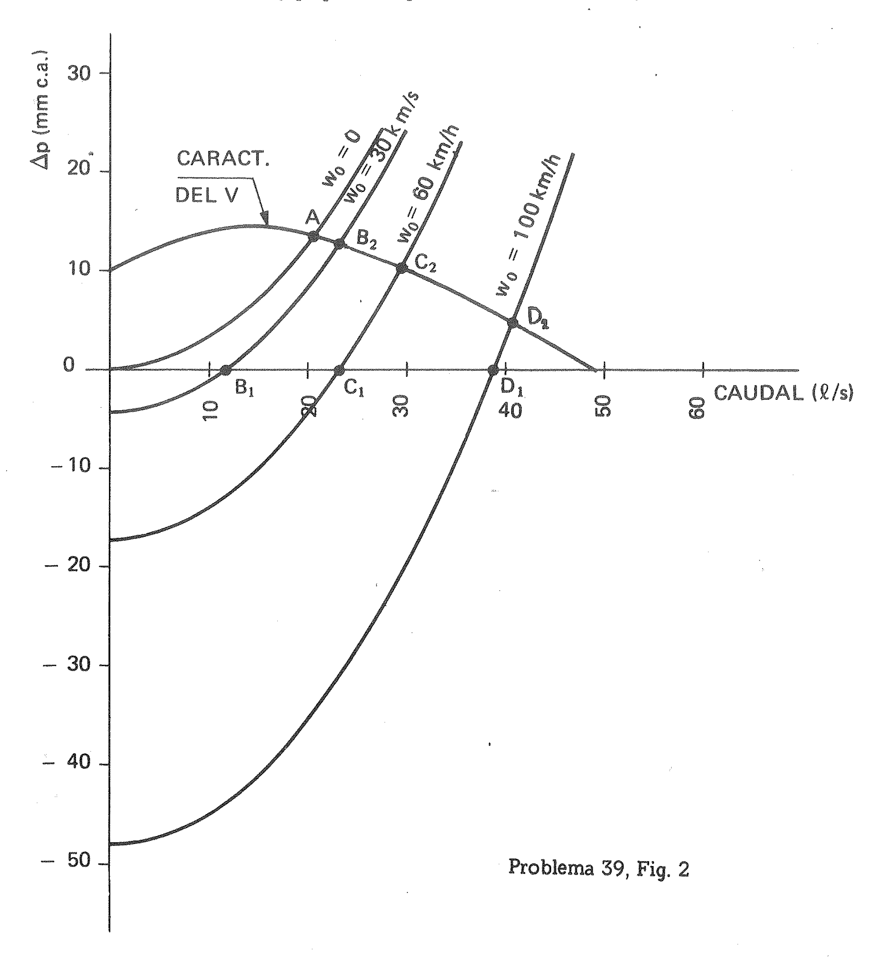
$$(\Delta p_{tot})_{100} = -472{,}7 + 31{,}27 \cdot 10^4\,Q^2 \qquad \text{(Curva D)}$$

Los valores del caudal pedidos, leídos en las curvas respectivas son:

	w_0 = 30 km/h		w_0 = 60 km/h		w_0 = 100 km/h	
	sin V	*con V*	*sin V*	*con V*	*sin V*	*con V*
Punto de funcionamiento	B_1	B_2	C_1	C_2	D_1	D_2
Caudal (ℓ/s)	11,6	23,2	23,3	29,5	39	40

Se ve claramente la conveniencia de tener conectado el V a velocidades bajas por aumentar considerablemente el caudal, mientras que a velocidades elevadas el aumento de

caudal al conectar el V es muy pequeño respecto al caudal con el V parado.



Problema 39, Fig. 2

14.3. Error cometido al despreciar la compresibilidad del gas

Muchos gases reales, entre ellos el aire y todos los gases diatómicos, obedecen *prácticamente* a la ecuación de los gases perfectos:

$$p\,v = RT \qquad (14\text{-}12)$$

donde $v = \frac{1}{\rho}$ – volumen específico $\left(\frac{m^3}{kg}, \text{ SI}\right)$ siendo el valor de R constante para cada gas: para el aire $R_{i.aire} = 286{,}9$ km/h para el oxígeno $R_{i.o} = 259{,}86 \frac{J}{kg\,°K}$, para el hidrógeno $R_{i.H} = 4127{,}6 \frac{J}{kg\,°K}$, para el nitrógeno $R_{i.N} = 296{,}85 \frac{J}{kg\,°K}$, etc.

En el aire, por ejemplo, para presiones superiores a los 20 bar el valor real de

R_i calculado por la Ec. (14-12) difiere del arriba indicado solo en un 1 por ciento.

Al comprimir un gas adiabáticamente se eleva su temperatura y aumenta su densidad, o disminuye su volumen específico, es decir, *todos los gases son compresibles;* más aún *la hipótesis del fluido incompresible que sirve de base para la definición de TMH* (véase la Sec. 1.4) exactamente no se realiza en ningún fluido real (1).

Según lo expuesto en la sección anterior, la cuestión sobre el influjo de la compresibilidad del gas puede formularse así:

¿Hasta qué incremento de presión total creado por la máquina podrá ésta considerarse como un ventilador o TMH y no como un turbocompresor o TMT? La respuesta a esta pregunta puede reducirse a tres puntos:

1) No hay convenio alguno universalmente adoptado. Así, por ejemplo, el proyecto y construcción de un V destinado a crear una presión total de 300 mm c.a. puede realizarse como una TMT, o bien, si se desprecia la compresibilidad, como una TMH.

2) En los V corrientes de poca potencia, puede establecerse una *línea divisoria convencional:*

$\Delta p_{tot} \leqslant 1.000$ mm c.a. ... ... ventilador (TMH)

$\Delta p_{tot} > 1.000$ mm c.a. ... ... turbocompresor (TMT)

3) En los V modernos de alta calidad y elevada potencia la tendencia actual es a tener en cuenta la compresibilidad incluso a presiones mucho menores, y la *línea divisoria convencional* recomendada por la norma VDI 2044 es:

$\Delta p_{tot} \leqslant 300$ mm c.a. (columna de agua)... ... ... ventilador (TMH)

$\Delta p_{tot} > 300$ mm c.a. ... ... turbocompresor (TMT)

Determinación de la magnitud del error

La presión total del V puede considerarse como la presión de estancamiento correspondiente a una velocidad C (2) de manera que:

$$\Delta p_{tot} = \rho\,\frac{C^2}{2} \qquad (14\text{-}13)$$

La fórmula de velocidad del sonido, que se deduce en la Física

$$a = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}$$

(1) Véase G. PFLEIDERER, "Strömungsmaschinen"²; Springer, Berlin 1964, pág. 159; "para el aire es supérflua la consideración de la compresibilidad, a no ser que se desee más precisión hasta relaciones de presión p_D/p_S (según nuestra notación p_S/p_E) 1,1 a 1,3 (Y – trabajo por unidad de masa – 10.000 a 25.000 m^2/s^2".

(2) Adviértase la analogía con la velocidad adiabática-isentrópica C_s de las turbomáquinas térmicas: véase C.M., TT, Pág. 244.

expresada en incrementos finitos será:

$$a = \sqrt{\frac{\Delta p}{\Delta \rho}}$$

Luego a cierto Δp corresponderá un $\Delta\rho$ tal que

$$\Delta\rho = \frac{\Delta p}{a^2} = \frac{\rho}{2}\left(\frac{C}{a}\right)^2$$

Por tanto aproximadamente [Ec. (14-13)]

$$\Delta p = \rho\,\frac{C^2}{2}$$

y más exactamente

$$\Delta\rho = \rho\,\frac{C^2}{2}\left[1 + \frac{1}{4}\left(\frac{C}{a}\right)^2\right]$$

El error relativo podrá calcularse por tanto por la fórmula

$$\frac{\Delta(\Delta p)}{\Delta p} = \frac{1}{4}\left(\frac{C}{a}\right)^2$$

Para $C = 50$ m/s el error es aproximadamente el 0,605 %; y para C= 100 m/s, 2,4 %. A esta última velocidad de estancamiento corresponde según la Ec. (14-13) aproximadamente un incremento de presión total en el V de 650 mm. c.a.

Para el primer límite convencional arriba indicado corresponde aproximadamente una velocidad de 123,2 m/s y un error de 3,6 %.

Al calcular la potencia suministrada de un V por la Ec. (14-8) de la Tabla 14-1 se supone que el gas es incompresible, ya que sólo en el fluido incompresible el trabajo por unidad de masa es Δp_{tot}. En el fluido compresible el trabajo suministrado por unidad de masa es el incremento de entalpía en una transformación adiabático-isentrópica desde la presión inicial a la presión final.

Se tiene además, siendo h la entalpía del gas:

$$dh = du + pdv + vdp = vdp$$

por ser $du + pdv = 0$ en una transformación adiabático-isentrópica. Luego el trabajo por unidad de masa será:

$$\Delta h_s = \int vdp = \int \frac{dp}{\rho}$$

Denominando γ al exponente de la adiabático-isentrópica este trabajo según la Termodinámica se expresa así:

$$\Delta h_s = \frac{\gamma}{\gamma - 1}\,p_1\,v_1\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right] = \frac{\gamma}{\gamma-1}\,R_i T_1\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right]$$

Ahora bien, desarrollando en serie la expresión

$$\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{p_1 + \Delta p}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

se obtendrá para el aire y gases diatómicos ($\gamma = 1,4$):

$$\Delta h_s = \Delta p\,v_1\left[1 - \frac{1}{2,8}\,\frac{\Delta p}{p_1} + \frac{1}{4,9}\left(\frac{\Delta p}{p_1}\right)^2 - \ldots\right]$$

y tomando como primera aproximación los dos primeros términos de la serie:

$$\Delta h_s = \Delta p\,v_1\left[1 - \frac{1}{2,8}\,\frac{\Delta p}{p_1}\right]$$

El error que con ésto se comete siguiendo la norma VDI 2044 mencionada despreciando la compresibilidad para un $\Delta p = 300$ mm c.a. es del orden del 1%.

Por todo lo dicho puede adoptarse para el cálculo del trabajo útil por unidad de volumen de un V, según la exactitud y calidad del diseño que se desee la norma práctica siguiente (2).

Trabajo útil por unidad de volumen:

1) valor exacto:

$$p_1\,\frac{\gamma}{\gamma - 1}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right]$$

2) valor aproximado (error $< 0,5$ %) para $\Delta p_{tot} \leqslant 300$ mm c.a. (norma VDI 2044):

$$2(p_2 - p_1)\,\frac{p_1}{(p_1 + p_2)}$$

3) valor aproximado (error < 5%) para $\Delta p \leqslant 100$ mm c.a.

$$p_2 - p_1$$

14.4. Reducción de la presión y caudal del V a las condiciones normales.

El comportamiento de un V varía mucho con el estado atmosférico, es decir, con la presión y temperatura ambiente. Por eso en los ensayos de los V las mediciones de presión y caudal se han de referir a unas condiciones atmosféricas bien determinadas. En la práctica se utiliza la *atmósfera normal* ($p_N = 760$ mm c.m. y $t_N = 0\,^{o}C$ o más frecuentemente la *atmósfera standard* ($p_S = 760$ mm c.m. y $t_S = 20\,^{o}C$). Otras condiciones standard son, por ejemplo, las expresadas por los British Standards: $p = 30$ in c.m. (= 762 mm c.m.) y $t = 68$ °F (= 20 °C).

La densidad normal del aire será, según la Ec. (14-12), siendo $\rho = \frac{1}{v}$ y

(1) Véase O, BACK, *Ventilatoren Entwurf und Berechnung* (Diseño y cálculo de ventiladores), Halle (Saale) 1955, pág. 84.

$760 \text{ mm. c.m.} = 1{,}013 \cdot 10^{-5} \frac{N}{m^3}$:

$$\rho_N = \frac{R_l\, T_N}{p_N} = \frac{286{,}9 \cdot 273}{1{,}013 \cdot 10^{-5}} = 1{,}293 \text{ kg/m}^3$$

Por tanto el caudal másico G será:

$$G = Q_N\, \rho_N = Q\rho$$

y

$$Q_N = \frac{\rho}{\rho_N}\, Q = \frac{\rho}{1{,}293}\, Q \qquad (14\text{–}14)$$

Asímismo la altura H del ventilador (m col. aire o gas, SI), será:

$$H = \frac{\Delta\, p_N}{\rho\, g_N} = \frac{\Delta p}{\rho\, g}$$

de donde

$$\Delta p_N = \frac{\rho_N}{\rho}\, \Delta p = \frac{1{,}293}{\rho}\, \Delta p$$

De manera análoga se haría la reducción a cualquier atmósfera standard. De ordinario todo ensayo de V se refiere a una atmósfera standard, que se ha de especificar en el protocolo del ensayo; o alternativamente se ha de especificar en el mismo la presión barométrica y la temperatura atmosférica, bajo las cuales se ha realizado el ensayo.

14.5. El ruido de los V (1)

14.5.1. Introducción

Ruido es el sonido que, por su tono, intensidad, o duración resulta desagradable al oido humano e incluso dañoso a su organismo. El medio más radical y económico de combatir el ruido es eliminarlo en su origen, en cuanto sea posible. Cuando esto ya no sea posible se tomarán medidas para la protección contra el ruido del medio ambiente.

Los V, lo mismo que los turbocompresores, son con frecuencia fuente de ruidos, que atentan contra el confort del medio ambiente. Por eso el comportamiento acústico del V constituye muchas veces un factor decisivo en la selección del mismo. Como aún no se ha logrado elaborar una teoría universalmente aceptada sobre las causas del ruido en los V, se sigue recurriendo como hasta el presente a la investigación experimental.

La Aerodinámica ha contribuido mucho a esclarecer los fenómenos del ruido, sobre todo en los V axiales.

A continuación se recuerdan los conceptos más fundamentales en esta materia.

(1) Un resumen moderno sobre este tema puede verse en el Cap. XIX "Die Schallerzeugung von Ventilatoren" (Generación de sonido en los ventiladores) redactado por B. Regensheit y en el Cap. XX. "Lärmminderung an Ventilatoren und luftechnischen Anlagen" (Disminución del ruido en los ventiladores e instalaciones industriales de aire) de la obra de B. ECK Ventilatoren, Springer, Berlin 1972. 576 págs.

14.5.2. Conceptos y unidades acústicas

Relación entre la velocidad del sonido, longitud de onda y frecuencia.

Las ondas longitudinales de presión que constituyen el sonido sólo son perceptibles por el oido humano si su frecuencia está comprendida entre 30 – 10.000 Hz (esta gama podría ampliarse de 16 – 20.000 Hz). La velocidad de propagación del sonido es la misma para todas las frecuencias, y depende de la temperatura. En el aire en condiciones normales es aproximadamente 339 m/s. La longitud de onda depende de la frecuencia, según la relación siguiente:

$$\text{longitud de onda} = \frac{\text{velocidad del sonido}}{\text{frecuencia}}$$

Así para el umbral inferior de frecuencia de 30 Hz la longitud de onda en el aire sería de 11,3 m y para el umbral superior de 10.000 Hz la longitud de onda será de 33,9 mm.

Intensidad del sonido

La *energía* irradiada por una fuente sonora se mide en ergios o lo que es lo mismo en $\frac{gr \cdot cm^2}{s^2}$, y la potencia irradiada se mide en $\frac{gr \cdot cm^2}{s^3}$.

La *intensidad* de un sonido depende de la amplitud de la onda acústica, y se mide por la cantidad de energía transmitida.

La *intensidad* del sonido I es el flujo de energía por segundo (potencia) a través de la unidad de superficie normal a la dirección de la propagación de la onda sonora, y se mide en $\frac{ergios}{cm^2 \cdot s} = \frac{gr}{s^3}$ o también en W/cm². En la práctica en lugar de esta unidad se emplea el *decibel.*

La *presión acústica o sonora* se mide en: dina/cm² o lo que es lo mismo en $\frac{gr}{cm \cdot s^2}$

La intensidad sonora está relacionada con la presión acústica o sonora por la fórmula

$$I = \frac{p_2}{\rho a} \qquad (14\text{-}15)$$

donde a – velocidad del sonido.

La intensidad sonora es directamente medible por aparatos que suelen venir graduados en decibeles. En un V suele medirse en el conducto de admisión o en el conducto de impulsión (la diferencia entre ambas medidas suele ser muy pequeña). Para ello se coloca el micrófono o captador de ruido en la corriente misma de aire. Este es el verdadero valor de la energía acústica, que transporta un sistema de ventilación, o que es recibida por un silenciador.

El *decibel,* es una unidad adimensional logarítmica muy conveniente para la medición de la intensidad del sonido. El 0 en la escala de decibeles corresponde al *umbral de la audición*, que se fija en una presión acústica de 0,0002 dinas/cm². Relacionando ahora cualquier intensidad de sonido I con la intensidad base I_0 el número de decibeles con que se mide la intensidad I se define así:

D = número de decibeles (1) del sonido de intensidad

$$I = 10 \log \frac{I}{I_0} \qquad (14\text{—}16)$$

Obviamente en esta fórmula I e I_0 pueden medirse en cualquier unidad con tal de que sea la misma para las dos.

Se tiene además, en virtud de la Ec. (14-15):

$$D = 10 \log \frac{I}{I_0} = 20 \log \frac{p}{p_0}$$

que relaciona el decibel con la intensidad y la presión acústica, y permite obtener la siguiente tabla:

TABLA 14-2

Relación entre los decibeles y la presión e intensidad acústica

Db	Presión acústica (dinas/cm^2)	Intensidad acústica (w/cm^2)
0,0	$2{,}0 \cdot 10^{-4}$	$1{,}0 \cdot 10^{-16}$
0,5	$2{,}118 \cdot 10^{-4}$	$1{,}122 \cdot 10^{-16}$
1,0	$2{,}244 \cdot 10^{-4}$	$1{,}259 \cdot 10^{-16}$
2,0	$2{,}518 \cdot 10^{-4}$	$1{,}585 \cdot 10^{-16}$
3,0	$2{,}824 \cdot 10^{-4}$	$1{,}925 \cdot 10^{-16}$
4,0	$3{,}170 \cdot 10^{-4}$	$2{,}512 \cdot 10^{-16}$
5,0	$3{,}556 \cdot 10^{-4}$	$3{,}162 \cdot 10^{-16}$
6,0	$3{,}990 \cdot 10^{-4}$	$3{,}981 \cdot 10^{-16}$
7,0	$4{,}478 \cdot 10^{-4}$	$5{,}012 \cdot 10^{-16}$
8,0	$5{,}024 \cdot 10^{-4}$	$6{,}310 \cdot 10^{-16}$
9,0	$5{,}636 \cdot 10^{-4}$	$7{,}943 \cdot 10^{-16}$
10	$6{,}324 \cdot 10^{-4}$	$1{,}000 \cdot 10^{-15}$
15	$1{,}125 \cdot 10^{-3}$	$3{,}162 \cdot 10^{-15}$
20	$2{,}000 \cdot 10^{-2}$	$1{,}000 \cdot 10^{-14}$
30	$6{,}324 \cdot 10^{-2}$	$1{,}000 \cdot 10^{-13}$
40	$2{,}000 \cdot 10^{-2}$	$1{,}000 \cdot 10^{-12}$
50	$6{,}324 \cdot 10^{-2}$	$1{,}000 \cdot 10^{-11}$
100	20,000	$1{,}000 \cdot 10^{-6}$

TABLA 14-3

Relación entre los decibeles y la intensidad relativa

Db	Intensidad relativa
$10 \cdot 0 = 0$	1
$10 \cdot 1 = 10$	10^1
$10 \cdot 2 = 20$	10^2
$10 \cdot 3 = 30$	10^3
....	....
$10 \cdot 12 = 120$	10^{12}

De aquí se deduce que 100 instrumentos músicos tocados simultáneamente suenan solo dos veces más fuerte que 10 instrumentos.

(1) El decibel, es la décima parte del Bel. De ahí el factor 10 que figura en la Ec. (14-16).

La escala decibélica o logarítmica de intensidades es muy conveniente, porque entre los umbrales de la audición mínimo y máximo la intensidad aumenta en la relación de 1 a 10^{12}; además un decibel representa un aumento de intensidad de 26%, lo cual es aproximadamente la variación mínima de intensidad que el oido puede detectar. *De ahí su empleo universal en la técnica acústica.*

La siguiente tabla da el valor en decibeles de la intensidad global de dos sonidos, de los cuales uno puede ser el ruido de fondo existente y otro el V que se quiere instalar.

TABLA 14-4

Intensidad global en decibeles de dos ruidos superpuestos (ruido de fondo y ruido del V)

Ruido de fondo (Db)	RUIDO DEL V (Db)									
	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95
50	53,01	56,19	60,41	65,13	70,04	75	80	85	90	95
55	56,19	58,01	61,19	65,41	70,13	75,04	80	85	90	95
60	60,41	61,19	63,01	66,19	70,41	75,13	80,04	85	90	95
65	65,13	65,41	66,19	68,01	71,19	75,41	80,13	85,04	90	95
70	70,04	70,13	70,41	71,19	73,01	76,19	80,41	85,13	90,04	95
75	75	75,04	75,13	75,41	76,19	78,01	81,19	85,41	90,13	95,04
80	80	80	80,04	80,13	80,41	81,19	83,01	86,19	90,41	95,13
85	85	85	85	85,04	85,13	85,41	86,19	88,01	91,19	95,41
90	90	90	90	90	90,04	90,13	90,41	91,19	93,01	96,19
95	95	95	95	95	95	95,04	95,13	95,41	96,19	98,01

De esta tabla se desprenden dos consecuencias prácticas:

1.ª) El ruido de un V no se percibe en absoluto cuando su nivel de sonido es 25 o más decibeles por debajo del ruido de fondo; y aunque su nivel de sonido sea igual que el ruido de fondo de este último aumenta sólo en 3,01 decibeles.

2.ª) Si el ruido del V excede por lo menos en 15 decibeles al de la habitación el ensayo del V en dicha habitación es prácticamente el mismo que se obtendría en un cuarto aislado acústicamente.

Sonoridad acústica

La sonoridad acústica se relaciona con la intensidad del sonido; pero es preciso distinguirla de ella. La *intensidad* es una propiedad física, y por tanto una característica objetiva, que, como hemos visto, puede medirse directamente; mientras que la *sonoridad* es una característica subjetiva, que depende del comportamiento del oído humano. En la actualidad se investiga aún para hallar la relación entre la intensidad y la sonoridad acústica. Es un hecho comprobado que la sonoridad es función de la frecuencia y aumenta con la misma. Así, una misma persona dotada de oido normal dos ruidos de igual intensidad, pero de distinta frecuencia, no los percibirá de la misma manera; sino que el de más frecuencia le aparecerá de mayor intensidad y más desagradable. La intensidad es la misma; pero el de mayor frecuencia tiene mayor sonoridad.

La sonoridad puede medirse utilizando un sonido de referencia o standard no sólo de una intensidad determinada sino de una frecuencia determinada porque al variar la frecuencia varía, como hemos visto, la sonoridad.

El *tono standard internacional* es aquél cuya frecuencia pura es de 1.000 Hz, y cuya intensidad es la mínima (estimada) perceptible por el oido humano a esa frecuencia, que corresponde a la presión acústica arriba indicada de 0,0002 din/cm^2 (1).

La unidad de sonoridad es el *fon,* análoga a la unidad de intensidad el decibel; pero que es preciso distinguir de esta última. El fon es una medida de la sonoridad con relación al tono standard ya indicado de intensidad y frecuencia determinada. Un sonido tiene la sonoridad de 0 fonos cuando tiene la misma sonoridad que otro cuya presión acústica es de 0,0002 dinas/cm^2 (o equivalentemente la intensidad $1{,}0 \cdot 10^{-16}$ W/cm^2; véase tabla 14-2) y su frecuencia 1.000 Hz (umbral de percepción auditiva a dicha intensidad). El *fon* es aproximadamente la mínima variación de sonoridad que el oido humano puede detectar en sonidos de frecuencia e intensidad medias.

La medición de sonoridad es necesariamente subjetiva, y se lleva a cabo de la manera siguiente: un observador normal aplica alternativamente ambos oidos al tono standard y al sonido que se quiere medir. El tono standard se varía en intensidad (conservando siempre la frecuencia standard de 1.000 ciclos/s) hasta que el observador lo juzga de la misma intensidad que el sonido que se quiere medir. Si el tono standard es n db por encima del umbral indicado se dice que la sonoridad del sonido es de n fonos. La escala de decibeles y de fonos no es la misma ya que la sensibilidad del oido humano a los cambios de intensidad varía con la frecuencia. Las dos escalas son logarítmicas y coinciden aproximadamente entre 500 y 10.000 Hz; pero por debajo de esta gama hay una variación considerable. Repetamos una vez más que *la escala de fonos es subjetiva.*

(1) En tiempos pasados se utilizó como presión de referencia la presión de 0,000316 din/cm^2.

El valor máximo de la sonoridad se estima en 130 fonos, que corresponde al límite máximo que puede percibir el oído humano.

Las normas ISO denominadas N.R. (" Noise Ratings"), basadas en gran número de ensayos subjetivos, se utilizan cada vez más para especificar los niveles de sonido máximos permisibles en las diferentes aplicaciones. La tabla siguiente da los valores en fonos de algunos sonidos más corrientes.

TABLA 14-5

Sonoridad de algunos sonidos más corrientes

Sonido	Sonoridad *(fonos)*
Umbral mínimo	1
Susurro de las hojas de un árbol	10
Estudio de una radiotransmisora, jardín o vivienda tranquila	20
Calle tranquila en el atardecer	30
Rasgado de papel de escribir	40
Máquina de escribir	50
Tranvía	60
Calle principal de una ciudad	70
Tráfico intenso en una calle	80
Metro urbano	90
Claxon muy intenso de coche	100
Tren a gran velocidad	110
Avión en vuelo a una distancia de 4 m...	120
Umbral máximo	130

La siguiente tabla contiene la clasificación propuesta por Slawin (1) de las instalaciones industriales, según el nivel de ruido.

TABLA 14-6

Clasificación de instalaciones industriales según el ruido

Instalación	Nivel de ruido *(fonos)*
No ruidosas	< 30
De poco ruido	40 – 60
De ruido normal.	60 – 80
De excesivo ruido...	80 – 100
De ruido extraordinario.	> 100

(1) I.I. SLAWIN, *Industrielärm und seine Bekämpfung* (ruido industrial y manera de combatirlo), Berlin, Veb Verlag Technik 1960.

Si se tienen n sonidos iguales la sonoridad global es solo 10 log n mayor que la de un sólo sonido. Por ejemplo, si un sonido tiene una sonoridad igual a 50 fonos, dos sonidos de la misma intensidad tendrán una sonoridad:

$$F = 10 \log \frac{2I}{I_0} = 10 \log 2 + 10 \log \frac{I}{I_0} = 3{,}01 + 50 = 53{,}01 \text{ fonos.}$$

Esto mismo naturalmente se aplica a la escala de decibeles, como se ha visto en la tabla 14-4.

Octavas standard

Dado el influjo que la frecuencia tiene en que un ruido sea más o menos desagradable, al analizar un sonido es preciso determinar las intensidades correspondientes a las frecuencias bajas, medias y altas. Para mayor exactitud el espectro de frecuencias se divide en ocho bandas, denominadas octavas. La frecuencia que sirve para designar cada octava es la media geométrica de la frecuencia mínima y máxima de la octava.

Las octavas standard son 63, 125, 250, 500, 1.000, 2.000, 4.000 y 8.000 Hz. Algunos medidores de ruido llevan un analizador de bandas que permite medir la intensidad en cada una de las octavas.

Finalmente los términos siguientes son muy empleados en relación con los V:

a) *Campo libre* es aquella región del espacio en que la onda de presión se propaga esféricamente en todas las direcciones sin reflexión alguna. Prácticamente esto tiene lugar cuando el efecto de las paredes es insignificante.

b) *Campo reververante* es aquella región del espacio en que el nivel de presión es muy uniforme, a causa de la superimposición de múltiples ondas acústicas reflejadas por las paredes que limitan dicha región.

14.5.3. Causas del ruido en los V

Los álabes de un V crean a su alrededor un campo de presión, la cual varía en cada punto del espacio; es decir, originan ondas acústicas las cuales interaccionan entre sí, y se propagan por el aire y por la estructura y suelo del edificio. Este campo de presiones, origen del ruido del V, depende de muchas variables de diseño, tales como el paso, forma, tamaño y número de álabes del rodete, del número de álabes de la corona fija, de la distancia entre el rotor y la corona fija, de la forma de la caja espiral, etc., así como de la perfección lograda en el diseño, y también, aunque en mucho menor grado, de los materiales empleados en la construcción del V; finalmente el ruido depende también del medio impulsado y de su estado térmico.

Las causas que influyen en el ruido de los V se resumen en los hechos siguientes, de algunos de los cuales se aduce demostración, confirmados por una larga experiencia:

1) La *frecuencia fundamental* del sonido del V es igual al producto de su velocidad de rotación por el número de álabes del rodete.

2) La *intensidad del sonido* producido directamente por los álabes es aproximadamente proporcional a la velocidad periférica de la punta de los álabes. Reduciendo, pues, esta velocidad disminuye la intensidad del sonido; si al V se le exige un mínimo de ruido puede suceder que la velocidad periférica máxima no deba exceder 20 m/s.

3) Teorema: *Las intensidades de sonido de* un V *son directamente proporcionales a la quinta potencia de su número de revoluciones.* (El valor de éste y del siguiente teorema no deben sobreestimarse por las hipótesis que sirven de base a su demostración).

Demostración. La intensidad del sonido es proporcional al cuadrado de la presión acústica [Ec. (14-15)]; luego la intensidad será también proporcional a la presión total creada por el V, ya que ésta es la que origina la variación de la presión en cada punto del campo de presiones creado por el V. Por otra parte la intensidad del sonido depende de la sección transversal de la columna de gas vibrante, por lo cual será también proporcional al caudal de gas impulsado. Por tanto

$$\frac{I'}{I''} = \left(\frac{\Delta p'_{tot}}{\Delta p''_{tot}}\right)^2 \frac{Q'}{Q''} \qquad (14\text{-}17)$$

y en virtud de las leyes de semejanza [Ec. (8-22) y (8-25)], se tendrá:

$$\frac{I''}{I'} = \left(\frac{n'}{n''}\right)^5 \qquad (14\text{-}18)$$

que demuestra el teorema, y muestra el gran influjo que tiene en el ruido del V su número de revoluciones, por lo cual cuando se quiera conseguir un V silencioso se deberá seleccionar para el mismo un coeficiente de presión lo más elevado posible. [Véase la Ec. (14-11) de la tabla 14-1].

Es fácil calcular el *incremento de nivel de sonido* en fonos causados por la variación del número de revoluciones. En efecto a n′ rpm se tendrá:

$$F' = 10 \log \frac{I'}{I_0}$$

y a n″ rpm:

$$F'' = 10 \log \frac{I''}{I_0}$$

donde I_0 — umbral de intensidad de referencia.

Pero según la Ec. (14-18):

$$I'' = I'\left(\frac{n''}{n'}\right)^5$$

y

$$F'' = 10 \log \frac{I'\left(\frac{n''}{n'}\right)^5}{I_0} = 10 \log I' - 10 \log I_0 + 50 \log \frac{n''}{n'} =$$

$$= F' + 50 \log \frac{n''}{n'}$$

Luego el incremento de nivel de sonido causado por la variación del número de revoluciones de n' a n'' será:

$$\Delta F = 50 \log \frac{n''}{n'} \quad \text{fonos}$$

Si disminuye el número de revoluciones, es decir, si $n'' < n'$, $\log \frac{n''}{n'} < 0$, la intensidad del sonido disminuye.

4) Teorema. *Las intensidades de sonido de dos V geométricamente semejantes son directamente proporcionales a la séptima potencia de la relación de semejanza.*

Demostración. En virtud de las leyes de semejanza de los V [Ec. (8-25) y Ec. (8-22)] se tiene:

$$\frac{\Delta p'_{tot}}{\Delta p''_{tot}} = \left(\frac{d'}{d''}\right)^2 \quad y \quad \frac{Q'}{Q''} = \left(\frac{d'}{d''}\right)^3$$

y en virtud de la Ec. (14-17)

$$\frac{I'}{I''} = \left(\frac{d'}{d''}\right)^{4+3} = \left(\frac{d'}{d''}\right)^7$$

siendo el incremento correspondiente de nivel de sonido:

$$\Delta F = 70 \log \frac{d''}{d'} \text{ fonos}$$

5) *La distancia excesivamente pequeña entre el borde de salida de los álabes del rodete y la lengua de la caja espiral* es causa de ruido. Aumentando esta distancia disminuye el ruido; pero disminuye también la potencia útil del V.

6) El *número de los álabes directrices fijos* no debe ser igual ni múltiplo del de los álabes móviles.

7) La *corona difusora sin álabes* produce menos ruido que la corona de álabes directrices (véase la Sec. 9.6.3.).

8) Las *vibraciones forzadas de la carcasa y de los conductos de admisión y escape* del V pueden ser origen de ruidos de gran intensidad, sobre todo en condiciones de resonancia. Conviene evitar cuidadosamente los desprendimientos de la corriente en dichos conductos.

9) El *desequilibrio estático o dinámico* del motor, la mala alineación de los cojinetes y la flexión excesiva del eje del V son causas de ruido.

10) El *motor de accionamiento y los cojinetes de bolas* son a veces causas del ruido en números bajos de revoluciones. El uso de cojinetes deslizantes elimina la última causa.

11) Al *disminuir el rendimiento del V para un mismo n* aumenta la intensidad de ruido; sobre todo cuando simultáneamente aumenta el caudal impulsado por el V. Esto no significa en ninguna manera que la energía perdida en el V se convierta

en energía acústica, ya que esta última representa sólo una parte insignificante de la pérdida, que fundamentalmente se transforma, como es sabido, en calor. El ruido causado por las pérdidas suele ser de frecuencia más bajas, y por tanto, según lo dicho anteriormente, menos molesto.

14.5.4. Amortiguamiento y aislamiento del ruido

El amortiguamiento del ruido se consigue con *amortiguadores o silenciadores*, que pueden ser de dos clases: de *reflexión* y de *absorción*. En los primeros el ruido simplemente se refleja de nuevo hacia su fuente; mientras que en los segundos la energía del ruido es absorbida por un material poroso, y transformada allí mismo en calor. Los primeros se realizan estableciendo saltos bruscos en la sección transversal, desviaciones de la corriente, etc.... El uso de estos tipos de silenciadores en los V es muy reducido a causa de las enormes pérdidas hidráulicas que originan. En los segundos se revisten las paredes interiores de los canales con materiales porosos. El efecto amortiguador es tanto mayor cuanto mayor sea la superficie recubierta y de mayor longitud, y cuanto más elevado sea el índice de absorción de la sustancia empleada. Poniendo en paralelo varios conductos se logra una gran capacidad de absorción sin aumento de pérdidas en la canalización.

El aislamiento del ruido se consigue montando el V sobre *aisladores*, que reducen la transmisión de las vibraciones acústicas al suelo del edificio. La selección de los aisladores se hace teniendo en cuenta que las fuentes principales de vibración de los V son dos: *a)* desequilibrio del rotor, y *b)* fuerzas aerodinámicas. La frecuencia de las primeras es la frecuencia del rotor y la segunda es igual al producto de la velocidad de rotación por el número de álabes. La práctica corriente es diseñar los aisladores teniendo en cuenta esta última frecuencia.

Los montajes más frecuentes para aislamientos del ruido son: *b)* montaje, en instalaciones sencillas del V pequeños, del V y el motor sobre una misma base de acero estructural ,provista de aisladores en sus extremos; este montaje tiene la ventaja de mantener perfectamente la alineación del grupo motor —V; *c)* montaje sobre aisladores del motor y del V por separado

El diseño de las bancadas flotantes y de los aisladores pertenece a los tratados especializados (1). Los aisladores se construyen con resortes de diferentes tipos y materiales porosos (fieltros, etc.) o materiales resínicos. Estos últimos tienen la ventaja sobre los materiales porosos de conservar mejor su elasticidad con el tiempo y no perderla con el contacto de agua y aceite.

La transmisión del ruido por los conductos se evita: a) realizando los codos y cambios de sección, como hemos dicho, hidrodinámicamente, para evitar los desprendimientos de la corriente; b) utilizando materiales no metálicos para los conductos (ladrillo, madera) y otros materiales malos conductores del sonido; c) aislando los diferentes tramos del conducto con materiales resínicos, evitando también las juntas realizadas con bulones metálicos.

(1) Véase C.M. HARRIS y CH. E. CREDE, *Shock and Vibration Handbook*, 3 vols. Mc Graw Hill, New York 1.961.

14.6. Particularidades de diseño de los V

Los V se clasifican, según la dirección del flujo en el rodete, en centrífugos, diagonales o semiaxiales y axiales (véase la Sec. 1.6).

Dentro de cada grupo el tipo del V queda definido por el número específico de revoluciones n_q, (véase Pág. 387). He aquí algunos de los puntos de vista más importantes, que han de tenerse en cuenta en el momento de la elección del tipo de V:

1. *Optimo rendimiento.* Para ello debe escogerse el V según el número específico de revoluciones requerido.

2. *Mínimo nivel de ruido.* Para ello debe escogerse un V con coeficiente de presión ψ elevado y número de revoluciones bajo.

3. *Gran caudal.* Para ello debe escogerse un V con coeficiente de caudal φ elevado.

4. *Gran potencia específica* (volumen y masa de máquina reducidos para la potencia deseada).

5. *Forma y dimensiones determinadas* en la admisión y salida.

6. *Curvas características planas* en todo el campo de trabajo del V a fin de que el rendimiento se mantenga elevado (véase la Sec. 18.5).

7. *Potencia mínima absorbida a caudal nulo.*

8. *Exigencias diversas en cuanto a la regulación.*

Ventiladores centrífugos

En estos V el coeficiente de presión teórico $\psi = \frac{\Delta p_u}{\rho u_2^2/2}$ (donde Δp_u – incremento de presión total teórico con número finito de álabes) puede oscilar entre 0,8 – 3. Con los valores más bajos de 0,8 a 1,0 se pueden conseguir en determinados diseños rendimientos hasta 90%; pero entonces las velocidades de rotación son relativamente elevadas; además, como las dimensiones del V para igualdad de potencia son proporcionales a $\frac{1}{\psi\varphi}$, los V en esta gama serán apropiados para instalaciones grandes, en que el volumen de instalación y el ruido sean menos importantes que el rendimiento (por ejemplo, V de minas y V de centrales eléctricas). Con los diseños $\psi \geqslant 2$ se consigue disminución de ruido; pero a costa de la disminución del rendimiento (V para instalaciones de ventilación y aire acondicionado).

El coeficiente de caudal $\varphi = \frac{c_{m2}}{u_2}$ oscila entre 0,1–0,4 pudiendo ser forzado hasta 0,8 máximo. Para obtener buen rendimiento conviene procurar que

$$\frac{\psi}{\varphi^2} \geqslant 10.$$

V Sirocco o de tambor

A la clase de V centrífugos pertenece un tipo especial muy corriente el V tipo Sirocco o de tambor. El que se representa en la Fig. 14-1 consta de un cubo 6, de un disco 7, soldado o remachado, fabricado de acero o de fundición, de un anillo anterior 9, y de los álabes 8 remachados al anillo anterior y al disco. Los álabes se fabrican de ordinario de chapa de 2-8 mm. La caja espiral 3 fabricada de chapa de acero soldada o remachada rodea al rodete y conduce el aire que sale del mismo a través de un difusor hasta la salida 2, que puede ser rectangular o circular. La entrada en el V 1 de ordinario es de forma abocinada. El aire entra en el V en dirección axial y girando aproximadamente 90° entra en el rodete. La bancada 5, que puede ser fundida, o modernamente de chapa soldada sirve de apoyo al o los cojinetes, y éstos a su vez al eje 4; en los V pequeños sirve también de soporte para la caja espiral. El motor de accionamiento puede estar acoplado directamente con el V o mediante una polea y correa de transmisión como en la figura. En la Fig. 14-2 puede verse una foto de un ventilador de este tipo de la firma Cyclone.

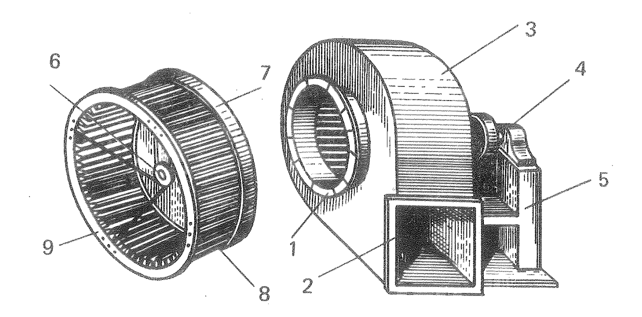


Fig. 14-1.– Ventilador Sirocco o de tambor

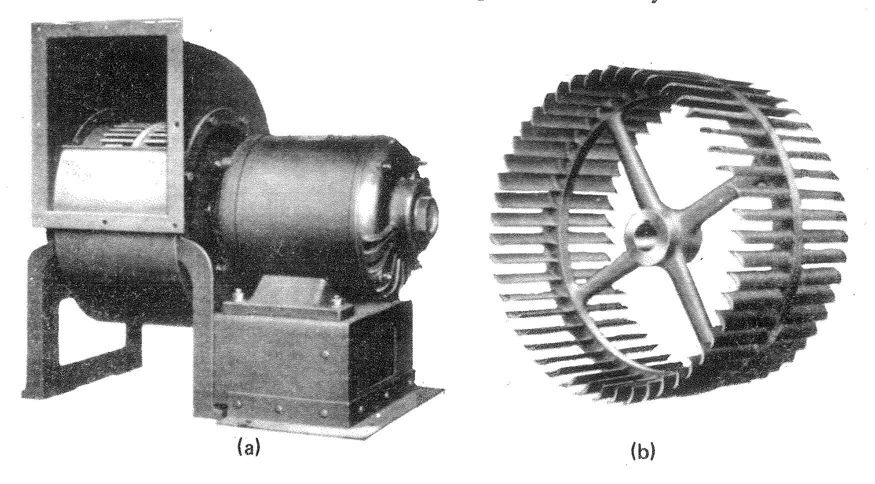


Fig. 14-2.–a) *Ventilador Cyclone SS* de acoplamiento directo; b) rodete del mismo.

El V Sirocco, cuyo desarrollo inicial data de comienzos de siglo, se sigue cons-

truyendo hoy día a pesar de que su rendimiento es bajo, del orden del 50%, a causa de su volumen reducido y sobre todo de su nivel de ruido bajísimo. No hay ningún otro V que para la misma presión tenga un nivel de ruido tan bajo. Esta última exigencia es en la actualidad para muchas aplicaciones mucho más apremiante que la de óptimo rendimiento. Los primitivos V Sirocco tenían las dimensiguientes:

$$\frac{d_1}{d_2} = 0{,}875 \; ; \; b = \frac{3}{5} d_2 \; ; \; \beta_1 = 64^0 \; ; \; \beta_2 = 22^0;$$

número de álabes z = 54. Los rodetes pueden tener los tres tipos de álabes que se representan en la Fig. 14-3, tipos que se encuentran también en los demás compresores centrífugos, y cuyas particularidades pasamos a estudiar.

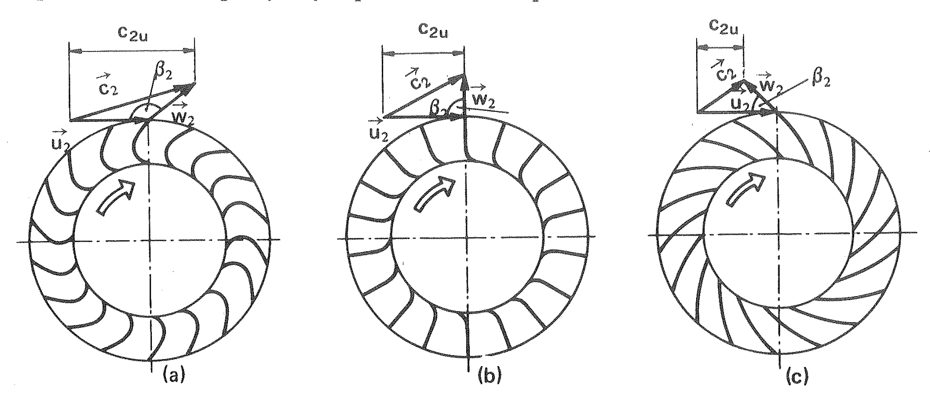


Fig. 14-3.–*Rodetes y triángulos de salida de los V;* a) con álabes curvados hacia adelante; b) álabes de salida radial; c) álabes curvados hacia atrás.

a) *Alabes curvados hacia adelante* ($\beta_2 > 90^0$). Este tipo poco frecuente en las BH (véase la Sec. 9.2.1) se emplea en los V a causa del nivel de ruido muy bajo que presentan. Otras características son: gran número de álabes, de 48 a 60; para una velocidad determinada caudal superior y dimensiones menores que las de cualquier otro tipo de V; rendimiento bajo, del 65–75% máximo. Por esta última razón en la actualidad tiende este tipo de V centrífugo a ser reemplazado por los modernos V axiales.

b) *Alabes de salida radial* ($\beta_2 = 90^0$). Tienen menor número de álabes que los anteriores. Se emplean para impulsar aire o gases sucios y a elevada temperatura, gracias a la facilidad con que son eliminados los depósitos sólidos por la fuerza centrífuga.

c) *Alabes curvados hacia atrás* ($\beta_2 < 90^0$, tipo normal en las BH). Tienen mejor rendimiento que los otros dos tipos anteriores, llegando modernamente a alcanzarse casi el 90% si los antiguos álabes de chapa se reemplazan por los modernos álabes de perfil aerodinámico. Su presión y caudal son inferiores para una misma

velocidad de rotación y número de álabes que en el primer tipo. El nivel de ruido es bajo.

La Fig. 14-4 muestra las formas más corrientes de la *admisión* de los V. La construcción (a) es la más sencilla pero la de peor rendimiento. Con una forma abocinada mas aerodinámica como la de la Fig. (c) se consigue una entrada de la corriente en el rodete más uniforme, reduciéndose el choque a un mínimo. A veces se

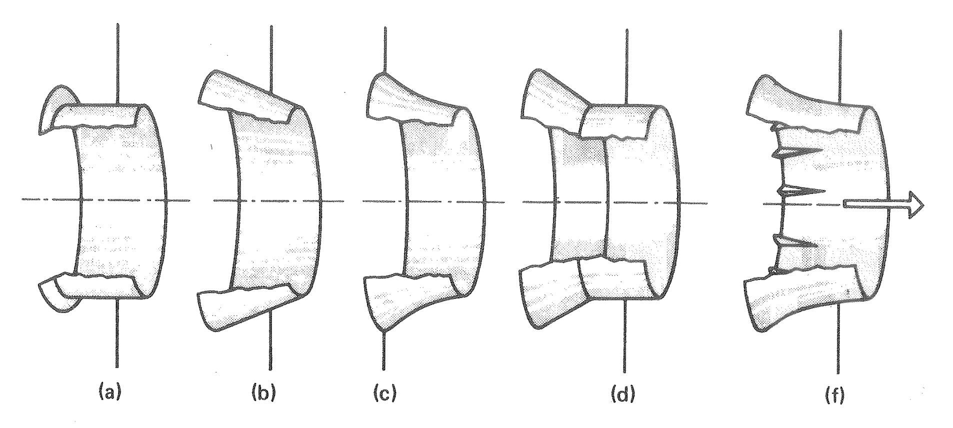


Fig. 14-4.– Formas diversas de la *admisión de los V:* a) cilíndrica; b) cónica; c) abocinada; d) compuesta; e) guiada con álabes directrices.

añade a la entrada, antes de la boca del V una caja como se muestra en la Fig. 14-5. o conducto de diferentes tipos, según la instalación lo requiere.

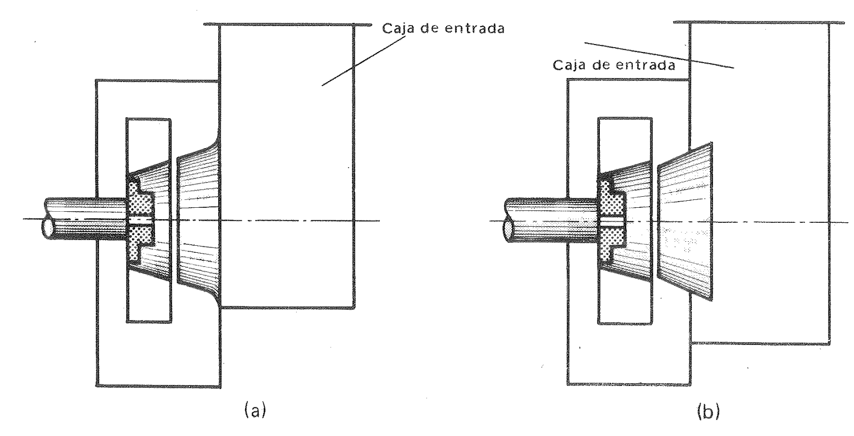


Fig. 14-5.–Disposición: a) correcta, y b) incorrecta de la caja de entrada o *cámara de admisión de un V.*

La forma del anillo de fijación de los álabes puede tener influjo en el rendimien-

to, como muestra la Fig. 14-6. Solo la forma (c) evita el desprendimiento de la corriente a la entrada. Si bien las otras dos formas son de construcción más sencilla. y económica.

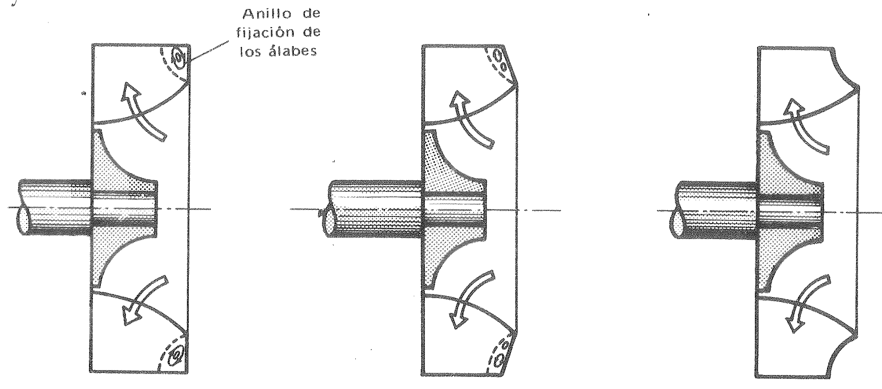


Fig. 14-6.– Formas diversas del *anillo de fijación de los álabes:* a) plano; b) cónico; c) aerodinámico. (En las formas (a) y (b) fácilmente ocurre el desprendimiento de la corriente).

La lengua de la caja espiral puede ser larga, corta o puede no existir, como se muestra en el esquema de la Fig. 14-7. Una lengua excesivamente corta es causa del aumento del ruido en los V; mientras que una lengua excesivamente larga provoca una disminución del rendimiento. Los V de alta presión son en ésto más sensibles a la variación del rendimiento.

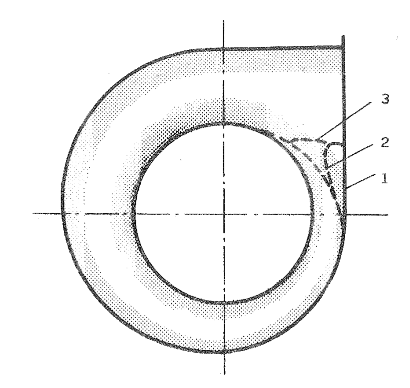


Fig. 14-7.– *Cámara espiral:* 1 – Sin lengua; 2 – con lengua poco pronunciada; 3– con lengua pronunciada.

En la Fig. 14-8 puede verse tres formas corrientes de la realización del difusor, y en la Fig. 14-9 las diferentes posiciones que puede tomar la salida del V.

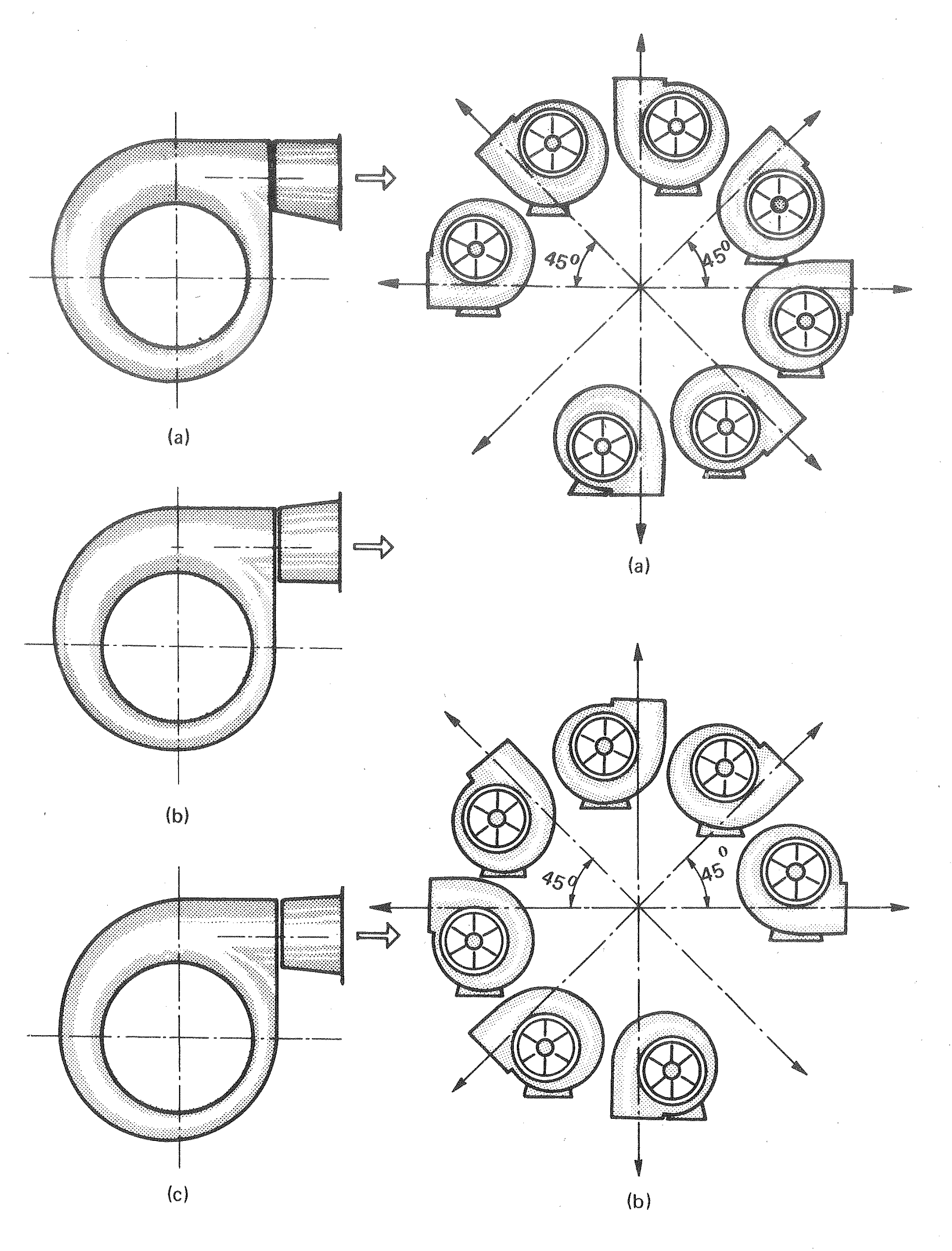


Fig. 14-8.– *Colocación del difusor* a la salida del V: a) correcta; b) incorrecta; c) difusor simétrico.

Fig. 14-9.– Realizaciones diversas de la *boca de salida del V:* a) a derechas; b) a izquierdas.

Ventiladores axiales

Se diseñan aerodinámicamente. Los coeficientes de presión oscilan entre 0,05—0,6 pudiendo llegar en algunos diseños hasta 1.

Con referencia especial a la aplicación a ventilación de las minas, aplicación que cubre una gama extensa, especialmente en la región de las grandes potencias, recomienda McFarlane (1) los tipos de V y características indicadas en la siguiente tabla:

TABLA 14-7

Tipos y características de los V según la presión total requerida

Presión total máxima (mm c.a)	Tipo de V	Tipo de álabe	Número de escalonamientos	Rendimiento total %	Coeficiente de presión
50	axial baja presión	perfil de ala	uno	90	0,14
100	axial media presión	"	uno	86	0,38
100	axial media presión	laminar	uno	80	0,37
125	axial alta presión	perfil de ala	uno	86	0,52
175	axial circulación negativa a la entrada	"	dos	84	0,51
200	axial media presión	chapa de acero	uno	84	0,65
200	axial alta presión	perfil de ala	uno	86	0,9
200	axial media presión	"	dos	86	0,77
250	centrífugo admisión sencilla	laminar	—	78	0,78
250	centrífugo admisión sencilla	perfil de ala	—	87	0,82
250	centrífugo admisión doble	"	—	84	0,73
300	axial media presión	"	tres	86	1,12
300	centrífugo admisión sencilla	"	—	74	2,11

(1) Mac Farlane, *Ventilation Engineering, Davidson and Co.*, Belfast 1975, 290 págs, pág. 36.

14.7. Diseño 7: V radial

Diseñar un V de aire para condiciones atmosféricas standard (presión barométrica, p_b = 760 mm c.m. y temperatura $t_b = 10$ °C), que deberá proporcionar una presión total de 180 mm c.ag. a un caudal de 5090 m³/h, girando a 2900 rpm.

Los datos iniciales son:

$$Q = 5090 \text{ m}^3/\text{h} = 1{,}414 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\Delta p_{tot} = 180 \text{ kp/m}^2 = 1766 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$p_b = 760 \text{ mm c.m.} = 1{,}013 \text{ bar}$$

$$\rho = \frac{1{,}013 \cdot 10^5}{286{,}9 \cdot 288} = 1{,}293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$H = \frac{\Delta p_{tot}}{\rho g} = \frac{1766}{1{,}293 \cdot 9{,}81} = 139{,}2 \text{ m col. aire}$$

$$Y = \frac{\Delta p_{tot}}{\rho} = \frac{1766}{1{,}293} = 1366 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \left(\text{ó } \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right)$$

$$n = 2900 \text{ rpm} = 48{,}33 \text{ rps}$$

1. Cálculos iniciales

Se trata de un V de media presión, cuyo número específico de revoluciones en función del caudal es:

$$n_q = \frac{n\, Q^{1/2}}{H^{3/4}} = \frac{2900 \cdot 1{,}414^{1/2}}{139{,}2^{3/4}} = 85{,}09$$

Para $n_q = 85{,}09$ se leen en la Fig. 1

coeficiente de presión $\psi = 0{,}72$
rendimiento interno $\eta_i = 0{,}84$

Por tanto

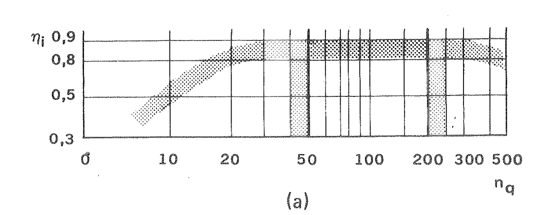
$$u_2 = \sqrt{\frac{2g\,H}{\psi}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}81 \cdot 139{,}2}{0{,}72}} = 61{,}59 \text{ m/s}$$

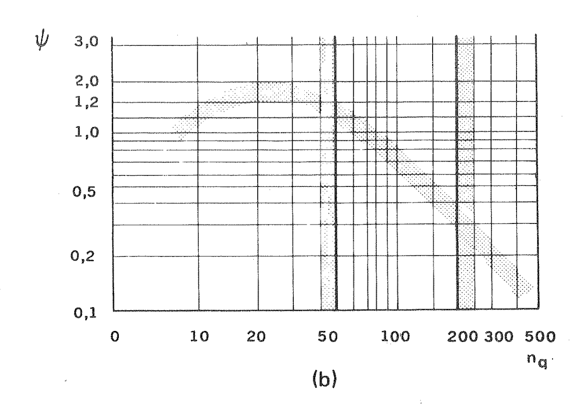
(provisional)

y

$$d_2 = \frac{u_2}{\pi\, n} = \frac{61{,}59}{\pi \cdot 48{,}33} = 0{,}4056 \text{ m}$$

(provisional)





Diseño 7. Fig. 1.—a) Rendimiento interno de un V y b) coeficiente de presión en función de n_q (orientativamente, a base de diseños realizados, pueden tomarse dichos valores según el n_q dentro de las zonas sombreadas).

que redondearemos a

$$d_2 = 406 \text{ mm}$$

En los V con álabes curvados hacia atrás ($\beta_2 < 90°$) el coeficiente de velocidad en la boca de aspiración k_{ca}, definido (véase la Sec. 8.2).

$$k_{ca} = \frac{c_a}{\sqrt{2gH}}$$

calculado en función de n_q por la fórmula:

$$k_{ca} = 0{,}55 \left(\frac{n_q}{100}\right)^{1/3}$$

ha dado en el banco de pruebas buenos resultados (1),

En nuestros caso

$$k_{ca} = 0{,}55 \left(\frac{85{,}09}{100}\right)^{1/3} = 0{,}5212$$

de donde

$$c_a = k_{ca} \sqrt{2gH} =$$

$$= 0{,}5212 \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 139{,}2} = 27{,}23 \text{ m/s}$$

y el diámetro de la boca de aspiración, d_a (véase Fig. 2) será:

$$d_a = \sqrt{\frac{4Q}{\eta_v \pi c_a}}$$

y estimando un rendimiento volumétrico del 94%, que puede muy fácilmente alcanzarse se tendrá:

$$d_a = \sqrt{\frac{4 \cdot 1{,}414}{0{,}94 \cdot \pi \cdot 27{,}23}} = 0{,}2652 \text{ m}$$

(provisional)

(1) L. BOMMES, *Beitrag zur Gestaltung von Radialventilatoren hohen Wirkungsgrades* (Contribución al diseño de ventiladores radiales de rendimiento elevado), investigación realizada en los laboratorios de la firma Kessler und Luch KG.

Elegiremos como valor definitivo

$$d_a = 265 \text{ mm}$$

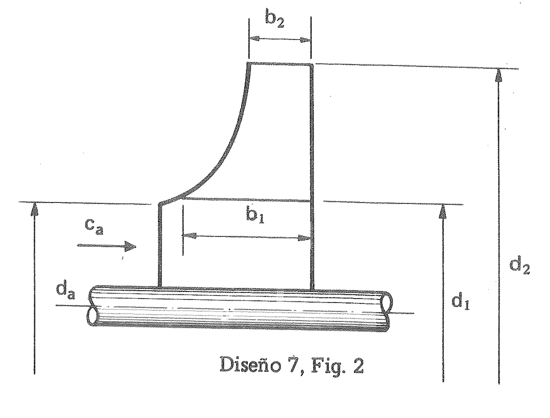
La velocidad definitiva del aire en la boca de aspiración será:

$$c_a = 27{,}27 \text{ m/s}$$

2. Triángulo de entrada

Es frecuente en este tipo de V hacer $d_1 \simeq d_a$.

Hagamos pues, $d_1 = 265$ mm con lo que la relación de diámetros valdrá:



Diseño 7. Fig. 2.—Dimensiones principales de un V.

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{406}{265} = 1{,}532$$

$$u_1 = \frac{u_2}{d_2/d_1} = \frac{61{,}59}{1{,}532} = 40{,}20 \text{ m/s}$$

Con entrada en el rodete sin circulación la velocidad absoluta del aire antes de los álabes se hará:

$$c_0 = c_{0m} = m\, c_a$$

donde m es un coeficiente que depende de n_q, a base de múltiples investigaciones realizadas por Bommes (1) con V radiales, según la fórmula:

$$m = 0{,}5 \left(\frac{100}{n_q}\right)^{1/6}$$

Aquí

$$m = 0{,}5 \left(\frac{100}{85{,}09}\right)^{1/6} = 0{,}5137$$

$$c_{0m} = 0{,}5137 \cdot 27{,}27 = 14{,}01 \text{ m/s}$$

El ancho del rodete a la entrada será:

$$b_1 = \frac{Q}{\eta_v \pi d_1 c_{0m}} = \frac{1{,}414}{0{,}94\, \pi \cdot 0{,}265 \cdot 14{,}01} = 0{,}1289 \text{ m}$$

(provisional)

(1) Véase nota al pie de la página anterior.

y el valor definitivo

$$b_1 = 129 \text{ mm}$$

(c_{0m} prácticamente permanece invariable).

Estimando el coeficiente de obstrucción a la entrada $\tau_1 = 1{,}05$, se tiene:

$$c_1 = c_{1m} = 1{,}05 \cdot 14{,}01 = 14{,}71 \text{ m/s}$$

$$\beta_1 = \text{arc tg } \frac{c_1}{u_1} = \text{arc tg } \frac{14{,}71}{40{,}20} = 22° \ 30'$$

Estimaremos, según lo dicho en la Pág. 416

$$\beta_2 = \beta_1 + 10 = 32° \ 30'$$

El número z de álabes lo estimaremos según la Ec. (9-38) haciendo $k = 3$

$$z = k \ \frac{d_2 + d_1}{d_2 - d_1} \text{ sen } \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} =$$

$$= 3 \cdot \frac{406 + 265}{406 - 265} \text{ sen } \left(\frac{55°}{2}\right) = 5{,}94$$

o sea

$$z = 6 \text{ álabes}$$

Espesor de los álabes $s_1 = 3$ mm

Paso a la entrada $t_1 = \frac{\pi \ d_1}{z} = \frac{\pi \cdot 265}{6} = 138{,}8$ mm

$$\sigma_1 = \frac{s_1}{\text{sen } \beta_1} = \frac{3}{\text{sen } (22° \ 30')} = 8{,}73 \text{ mm}$$

y el verdadero coeficiente de obstrucción a la entrada será:

$$\tau_1 = \frac{t_1 \text{ sen } \beta_1}{t_1 \text{ sen } \beta_1 - s_1} = \frac{138{,}8 \cdot \text{sen } (22° \ 30')}{138{,}8 \cdot \text{sen } (22° \ 30') - 3} = 1{,}067$$

valor que sólo difiere del previamente supuesto en un 1,6%, por lo que no será preciso rectificar los cálculos.

3. Triángulo de salida

Seguiremos aquí otro procedimiento distinto al seguido en el diseño 1, Pág. 485, aunque uno y otro procedimiento serían igualmente válidos en ambos casos.

Del triángulo de salida conocemos ya dos datos: u_2 y β_2; como tercer dato necesario para la determinación del triángulo escogeremos c_{2u}, siendo en virtud de la ecuación de Euler

$$c_{2u} = g \ \frac{H_{u\infty}}{u_2}$$

Determinación de $H_{u\infty}$

$$H_{u\infty} = \frac{H}{\eta_h \ e_z}$$

Según la Ec. (4-35):

$$\eta_h = \frac{\eta_i}{\eta_v \ \eta_r}$$

En los V η_r suele estar comprendido entre 0,98–0,99 (disminuyendo aún más en los V muy lentos o de n_q muy bajos). Estimando $\eta_r = 0{,}98$ se tendrá:

$$\eta_h = \frac{0{,}84}{0{,}94 \cdot 0{,}98} = 0{,}9118$$

El valor e_z lo obtendremos ahora por la fórmula siguiente (véase Pág. 428), especialmente recomendada por Pfleiderer para V radiales con álabes curvados hacia atrás y con cámara espiral, como en nuestro caso

$$\psi = 0{,}75 \left(1 + \frac{\beta_2}{60}\right) = 0{,}75 \left(1 + \frac{32{,}5}{60}\right) = 1{,}154$$

y aplicando a continuación la Ec. (9-28) se tendrá:

$$e_z = \frac{1}{1 + 2 \, \frac{1{,}154}{6} \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{1}{1{,}532}\right)^2}} = 0{,}5985$$

Por tanto

$$H_{u\infty} = \frac{139{,}2}{0{,}9118 \cdot 0{,}5985} = 255{,}1 \text{ m}$$

$$c_{2u} = \frac{9{,}81 \cdot 255{,}1}{61{,}59} = 40{,}63 \text{ m/s}$$

$$c_{2m} = (u_2 - c_{2u}) \text{ tg } \beta_2 = (61{,}59 - 40{,}63) \text{ tg } (32° \ 30') = 11{,}66 \ \frac{m}{s}$$

Además

$$H_u = H_{u\infty} \cdot e_z = 255{,}1 \cdot 0{,}5985 = 152{,}7 \text{ m}$$

siendo para entrada sin circulación

$$H_u = \frac{u_2\, c_{3u}}{g}$$

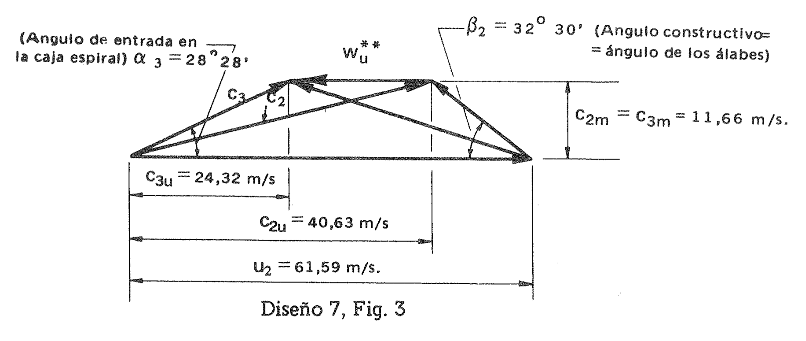
$$c_{3u} = \frac{g\, H_u}{u_2} = \frac{9{,}81 \cdot 152{,}7}{61{,}59} = 24{,}32 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

A la salida supondremos álabes afilados, de manera que $\tau_2 \simeq 1$ y $c_{3m} = c_{2m}$

El ángulo de salida de la corriente absoluta del rodete será

$$\alpha_3 = \text{arc tg}\ \frac{c_{3m}}{c_{3u}} = \text{arc tg}\ \frac{11{,}66}{24{,}32} = 28°\ 28'$$

Los triángulos de velocidad con números infinito (subíndice 2) y finito (subíndice 3) pueden verse en la Fig. 3.



Diseño 7, Fig. 3

Diseño 7. Fig. 3.–Triángulos de salida con número infinito (subíndice 2) y finito de álabes (subíndice 3) para álabes afilados a la salida.

El ancho a la salida del rodete será:

$$b_2 = \frac{Q}{\eta_v\, \pi\, d_2\, c_{2m}} = \frac{1{,}414}{0{,}94\, \pi \cdot 0{,}406 \cdot 11{,}66} = 0{,}1011 \text{ m}$$

(provisional)

y redondeando

$$b_2 = 101 \text{ mm}$$

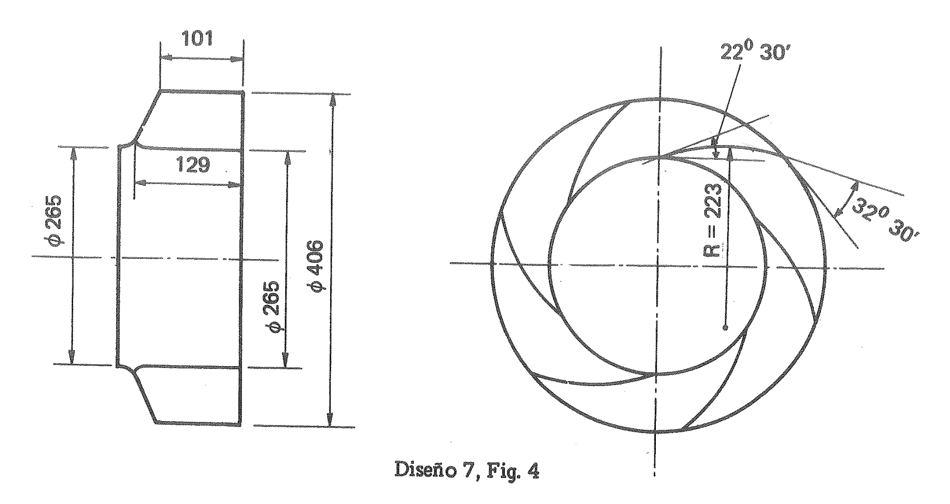
4. Forma de los álabes

Los álabes serán cilíndricos y escogeremos como directriz un arco de círculo, cuyo radio, según la Ec. (9-32) será:

$$R = \frac{r_2^2 - r_1^2}{2\,(r_2 \cos\beta_2 - r_1 \cos\beta_1)} = \frac{203^2 - 132{,}5^2}{2\,[203 \cos(32°\ 30') - 132{,}5 \cos(22°\ 30')]} =$$

$$= 223 \text{ mm}$$

El corte meridional y transversal del rodete diseñado puede verse en la Fig. 4.



Diseño 7, Fig. 4

Diseño 7. Fig. 4.–Cortes meridional y transversal del rodete.

15. Centrales de acumulación por bombeo, Turbinas hidráulicas y turbomáquinas hidráulicas reversibles utilizadas en estas centrales

15.1. Introducción

La energía puede almacenarse para su uso ulterior de muchas maneras, por ejemplo en forma de energía electroquímica *muy utilizada* en un acumulador eléctrico. La manera mejor existente en la actualidad (1) de acumular energía en gran cantidad, prácticamente sin limitación alguna, es en forma de energía hidráulica geodésica o de posición en un embalse. Esto se realiza en las llamadas *centrales de acumulación por bombeo.*

Las centrales hidráulicas de agua fluyente, las centrales térmicas convencionales y las centrales nucleares funcionan económicamente cuando día y noche, sin arranques y paradas intermitentes, suministran carga base constante, sin hacer frente a las variaciones de la misma que puedan originarse en la red. La energía sobrante en la red en los períodos de menor utilización se emplea para bombear el agua que ha cedido su energía en las T de un embalse inferior a un embalse superior, a fin de devolverla después a la misma red en los períodos de mayor demanda.

La Fig. 15-1 representa la curva de carga de una cierta red correspondiente a un día del año. Dicha red está alimentada por centrales de base y centrales de acumulación por bombeo. En el caso de la figura la potencia instalada en las centrales de base es sólo un 70% de la potencia máxima exigida a la red en el día en cuestión. En las horas nocturnas, de las 20 a las 6 de la mañana, hay un sobrante de energía en la red, cuyas centrales de base trabajan en esas horas con una carga constante e igual al 50% de la carga máxima. Esta energía sobrante se emplea para accionar

---

(1) Modernamente se investiga intensamente sobre la posible utilización del volante como acumulador de energía. Véase R.F. POST, *Flywheels,* "Scientific American, Dec. 1973", donde describe las características de un volante de 100 ton. de masa, que girando a 3500 rpm podría acumular 10.000 kW·h de energía, la cual podría ser cedida a un generador durante tres horas con un rendimiento del 93%. Véase también Von TH. GINSBURG, *Können Schwungräder Pumpspeicherwerke ersetzen?* (¿Pueden los volantes sustituir a las centrales de bombeo?), "Neue Zürcher Zeitung, Lunes 15 Julio 1974, pág. 15".

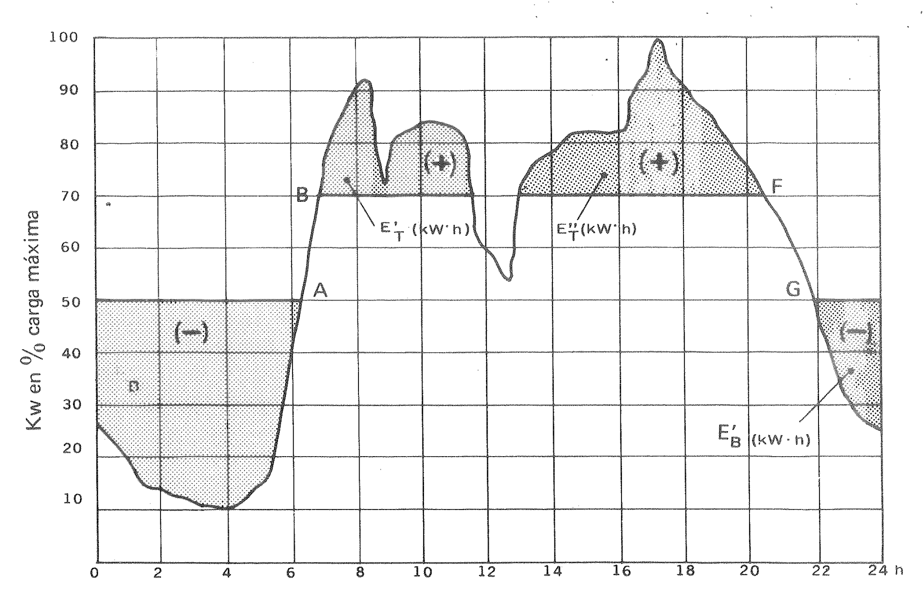


Fig. 15-1.–*Curva de carga en un día* de una red alimentada por centrales de base y centrales de acumulación por bombeo.

los motores de las B en las centrales de acumulación (*período de bombeo*) que absorben una energía total (véase figura)

$$E_B = E'_B + E''_B$$

que por ser energía suministrada al fluído la hemos considerado negativa. Esta energía *almacenada en el embalse superior de la central de acumulación en forma de energía potencial o geodésica* es suministrada a la red en las horas punta (*período de turbinación*) en un total de

$$E_T = E'_T + E''_T$$

verificándose siempre que

$$E_T < E_B$$

a causa de las pérdidas en el bombeo y en la turbinación.

La primera *central de acumulación por bombeo* fue ya realizada en la primera década del siglo actual (central Voith-Brünnenmühle 1908). En estos últimos 25 años, se ha intensificado notablemente la construcción de las centrales de acumulación por bombeo, y en el momento actual, al paso que continúa la investigación para equipar este tipo de centrales con máquinas hidráulicas más seguras y eficien-

tes, las centrales de acumulación por bombeo se multiplican en todos los países industrializados del mundo. En nuestra patria citaremos entre otras las centrales de Valdecañas, Torrejón, Villarino, Santiago - Jares y Guillena.

Modernamente se utilizan también las TG para cubrir las puntas de energía de la red (1). La economía de las centrales de acumulación es muy superior, ya que no necesitan combustible; sino energía eléctrica barata en períodos de carga reducida de la red, generalmente las horas nocturnas (en Alemania, por ejemplo, la energía eléctrica nocturna es aproximadamente 50% más barata) que se almacena para producir energía eléctrica cara en las puntas diurnas. Obsérvese la analogía con la compra de productos alimenticios en la época en que abundan y cuestan menos que se almacenan en las cámaras frigoríficas, y se sacan al mercado en la época en que escasean y su precio es más elevado. Una central de acumulación por bombeo puede ser un buen negocio de compra y venta. Si para fijar ideas suponemos que la energía se compra un 50% más barata, con ese 50% se amortiza la maquinaria y la instalación, se cubren las pérdidas en el bombeo y turbinación y se obtiene un beneficio.

En el futuro, a medida que se multiplican las centrales térmicas convencionales y nucleares, se elevará la importancia de las centrales de acumulación por bombeo, ya que el rendimiento, la economía y seguridad de explotación exigen, como hemos dicho, que aquellas sean explotadas continuamente y con la mayor regularidad posible de carga, por tanto como *centrales de base*, combinándose bien con éstas como *centrales de punta*. Advirtamos una vez más que lo característico de las centrales de acumulación por bombeo es la generación de potencia de punta, y por tanto de gran calidad y precio, lo cual se ha de tener en cuenta en el momento de estudiar la viabilidad económica y conveniencia de una nueva central de acumulación. La investigación en este campo, que continúa en la actualidad como hemos dicho, ha conseguido entre otras las siguientes mejoras en estos últimos años:

- mayor potencia unitaria en los grupos
- mayor altura de impulsión en el bombeo
- mayor rendimiento
- mejores condiciones de arranque
- disminución de la cavitación, y consiguientemente utilización de velocidades específicas mayores
- control de vibración.

15.2. Descripción y clasificación de las centrales de acumulación por bombeo

La acumulación de energía se realiza en la actualidad con desniveles geodésicos que oscilan de 2 a más de 1000 m y en potencias tanto en bombeo como en turbinación hasta de unos 2000 MW.

(1) Véase C.M.. TMT. Págs. 959 ss.

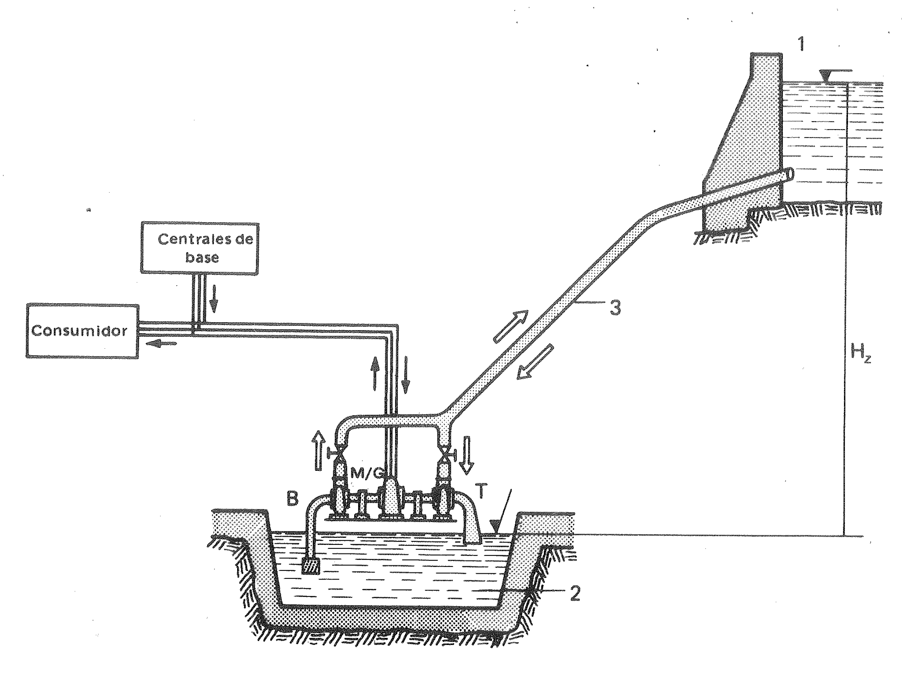


Fig. 15-2.–Esquema básico de *central de acumulación por bombeo* (grupo ternario).

La Fig. 15-2 representa un esquema básico, que contiene todos los elementos esenciales de este tipo de centrales, a saber:

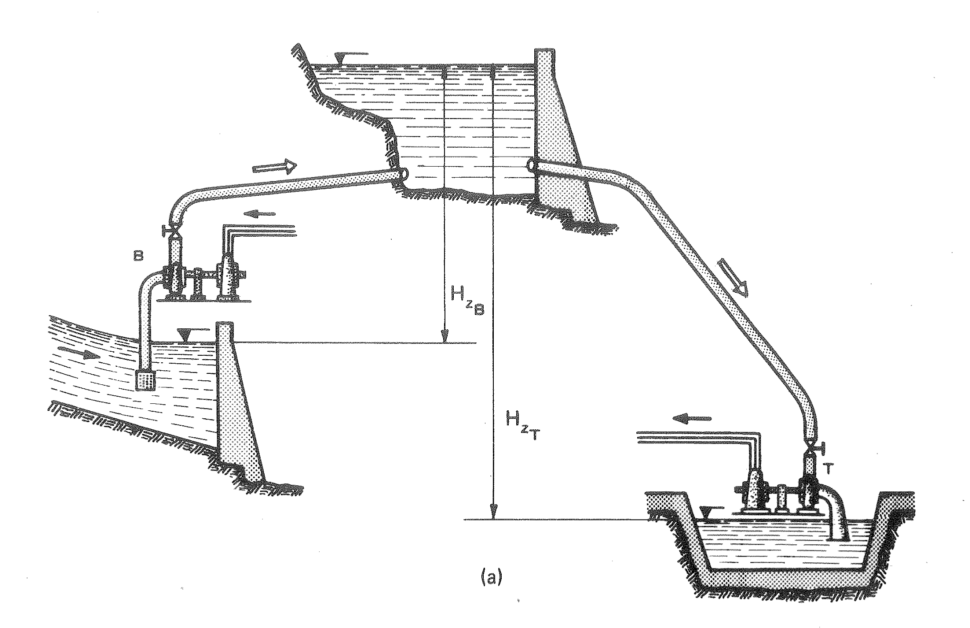
Un embalse superior, 1 y un embalse inferior 2. El embalse superior característico de estas centrales puede ser natural (lagos naturales muy frecuentes, por ejemplo, en los Alpes) o artificial. En este caso se aprovecha un embalse ya existente, o se construye simplemente una presa aprovechando la configuración natural del terreno, o finalmente se construye un embalse de acumulación completo, preferentemente de forma circular. Casi siempre tanto el embalse inferior como el superior son artificiales.

Grupo motor-bomba; grupo turbina-generador (en el esquema de la figura, los grupos motor-bomba y turbina-generador están fundidos en un solo grupo ternario: B-M/G-T).

Tubería de impulsión para el bombeo; tubería forzada para la turbinación. (En el esquema de la figura una sola tubería forzada, 3, sirve para el bombeo y la turbinación funcionando según el caso en sentido ascendente o descendente).

Conducciones eléctricas de la central a la red de consumo en turbinación, y de la red a la central en bombeo.

Las centrales de acumulación por bombeo pueden clasificarse en dos grupos:



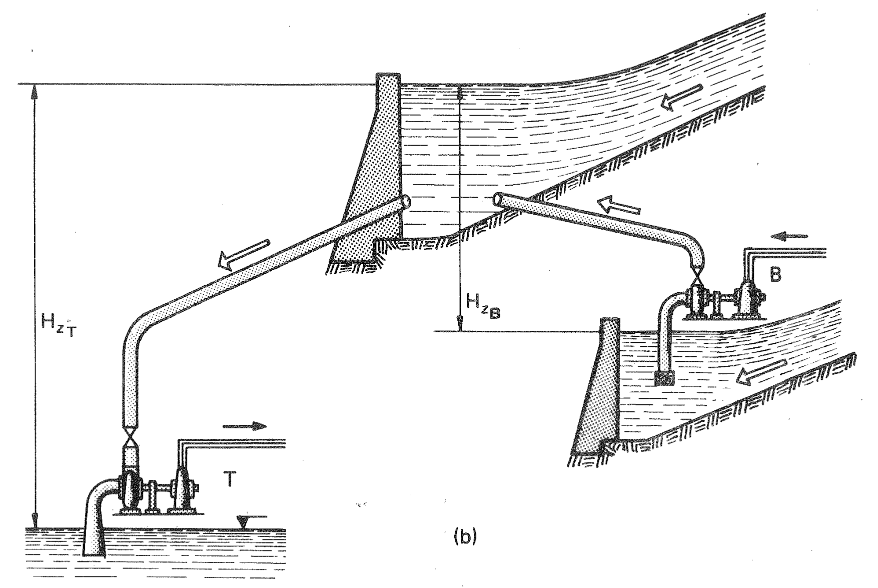


Fig. 15-3.–Esquemas de *centrales mixtas de acumulación por bombeo.*

— centrales puras de acumulación
— centrales mixtas.

En las *centrales puras de acumulación* fluye en sentido ascendente o descendente siempre teóricamente el mismo volumen de agua. El balance volumétrico se equilibra: el volumen de agua turbinado es igual al volumen de agua bombeado; el balance energético es negativo: la central recibe más energía de la red que la que manda a la red; y el balance económico es positivo debido a la diferencia de precio de la energía de base y de punta. En estas centrales no se aprovecha energía hidráulica de la naturaleza alguna (evaporación solar).

El esquema de la Fig. 15-2, sin aportación fluvial al embalse superior, constituye una central pura de acumulación por bombeo, hidráulicamente autónoma, salvo la aportación necesaria para reponer el agua evaporada.

En las *centrales mixtas* la energía desarrollada por las T es mayor que la acumulada por las B; bien sea porque el desnivel geodésico de las T, H_{zT} sea mayor que la altura geodésica de elevación de las B, H_{zB} (Fig. 15-3), o bien porque en el embalse superior de la T hay aportación no sólo por bombeo, sino por afluencia natural de un río, con lo cual la energía disponible es mayor que la acumulada: ambas causas concurren en la Fig. 15-3,b.

Ambos tipos de centrales pueden clasificarse a su vez según la duración del ciclo energético. En efecto la centrales de acumulación por bombeo pueden regular la carga de una red, almacenando y cediendo energía según los valles y puntas de la curva de consumo diario, semanal, mensual, etc... De donde resulta conveniente distinguir al menos las tres clases siguientes:

— centrales para *cargas punta diarias*
— centrales para *cargas punta semanales*
— centrales para *cargas punta anuales.*

La curva de la Fig. 15-1 se refiere al primer tipo y la de la Fig. 15-4 al último. Entre las energías suministradas por la T y la acumulada por las B se verifica aquí también, como siempre:

$$E_T < E_B$$

Las centrales de acumulación por bombeo se han construído en multitud de variantes, que pueden, sin embargo, reducirse a las 6 siguientes:

1. Centrales separadas para bombeo y generación (Figs. 15-3 y 15-5).
2. Centrales con *grupos cuaternarios:* en la misma central grupos motor-bomba (M/B) exclusivamente para bombeo y grupos turbina-generador (T/G) exclusivamente para generación.
3. Centrales con *grupos ternarios:* bomba-motor/generador-turbina (B-M/G-T).
4. Centrales con *grupos binarios:* motor/generador-bomba/turbina (M/G-B/T).

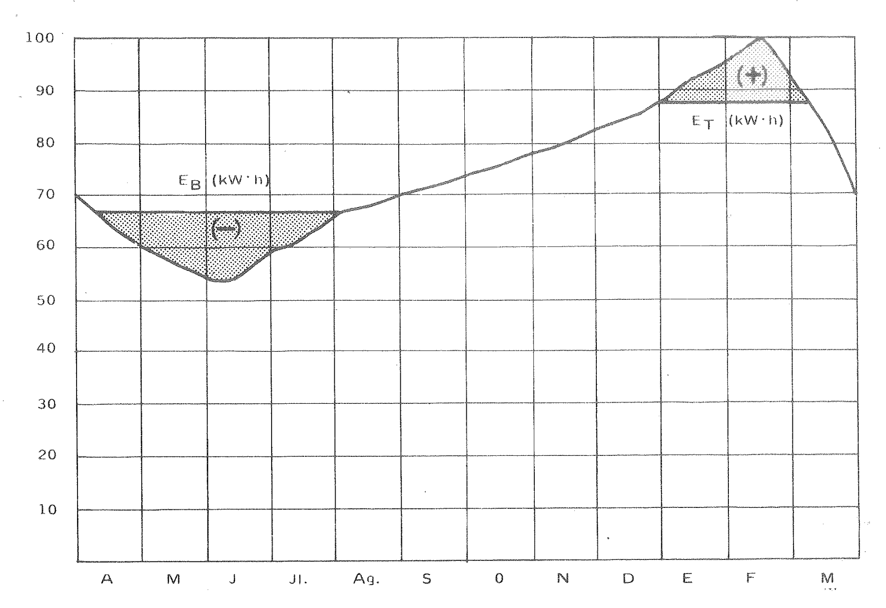


Fig. 15-4.—*Compensación anual* de las fluctuaciones de carga de la red mediante las centrales de acumulación por bombeo.

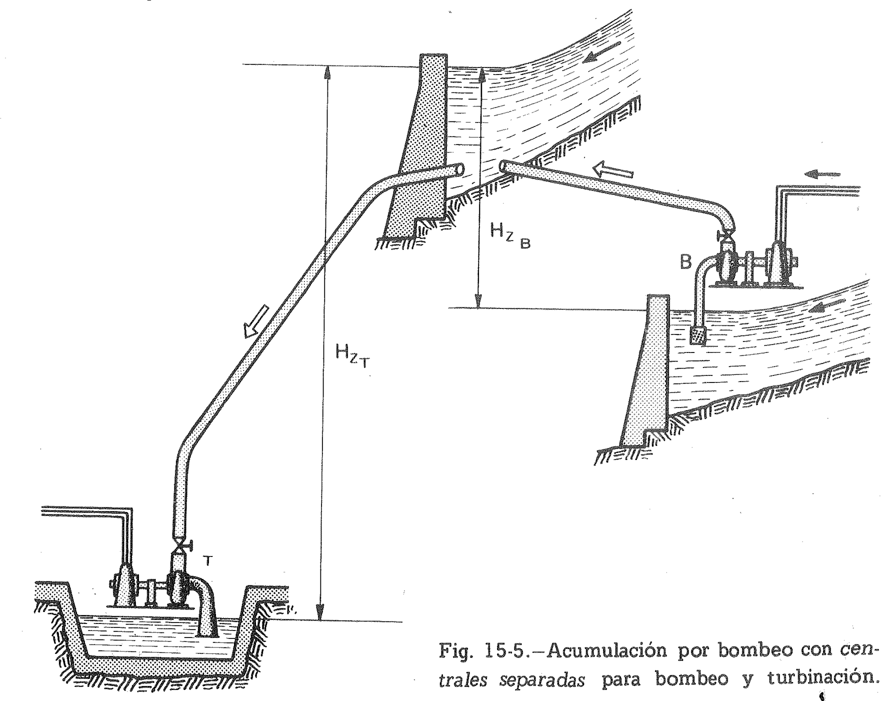


Fig. 15-5.—Acumulación por bombeo con *centrales separadas* para bombeo y turbinación.

5. Centrales *mixtas de grupos ternarios y convencionales*: grupos B-M/G-T para bombeo y generación y grupos T-G sólo para generación.
6. Centrales *mixtas de grupos binarios y convencionales:* grupos M/G-B/T para bombeo y generación y grupos T-G sólo para generación.

La variante 1 frecuentemente adoptada no requiere un estudio especial en este capítulo desde el momento en que los grupos de bombeo y generación no son interdependientes.

Lo mismo se diga de la variante 2, hoy utilizada sólo en algunos casos con desniveles geodésicos entre los embalses superior e inferior $H_z > 1000$ m, en centrales de bombeo subterráneas instaladas en minas abandonadas etc. Los grupos cuaternarios tienen sobre los ternarios y binarios las dos ventajas siguientes: a) poder seleccionar con independencia absoluta las velocidades de rotación de la B y de de la T, y con ello conseguir óptimo rendimiento en el bombeo y la turbinación; b) tiempo mínimo de maniobra requerido para invertir el sentido de funcionamiento (de bombeo a generación o viceversa). Sin embargo, estas desventajas quedan neutralizadas por las dos desventajas siguientes: a) coste mucho mayor de la maquinaria (cuatro máquinas en lugar de tres o dos) y b) mayor espacio ocupado, con el consiguiente aumento del coste de los trabajos de ingeniería civil.

Las variantes 5 ó 6 se emplean cuando la turbinación en la central es mucho mayor que el bombeo; en cuyo caso no interesa para este exceso de potencia instalar grupos de bombeo-generación más caros y de peor rendimiento.

Las variantes 4 y 5 emplean TMH reversibles, es decir, que pueden funcionar con buen rendimiento como B o como T. Algunas de estas TMH, las *TMH reversibles de álabes no orientables* o B/T se estudiarán en este capítulo (véase Sec. 15.4.2); mientras que las TMH de álabes orientables han sido ya estudiadas en el Cap. 12.

Las Secciones 15.4.1, 15.4.2 y 15.4.4 se dedicarán al estudio de los grupos ternarios y binarios y a sus formas diversas, tal como se conciben en la actualidad.

En la práctica se presenta frecuentemente el problema de decidir entre la variante 3 o la 4 (o bien entre la 5 ó la 6), es decir, entre instalar grupos ternarios o binarios. Esta cuestión importante será tratada en la Sección 15.4.3.

15.3. Conceptos fundamentales

1) *Energía acumulada en el embalse superior*

La energía E_a acumulada en el embalse superior será:

$$E_a = \frac{V_a H_z \rho g \cdot 10^{-3}}{3600} = \frac{V_a H_z g}{3600} \quad (\text{kW} \cdot \text{h}, SI)$$

donde V_a – volumen de agua acumulada en el embalse superior

H_z – diferencia de cotas entre los centros de gravedad de los embalses superior e inferior.

La energía útil E_u transmitida a la red será:

$$E_u = \eta_2 E_a$$

siendo

$$\eta_2 = \eta_{co}\, \eta_T\, \eta_G\, \eta_{Tr}$$

donde η_2 – rendimiento total en la turbinación

η_{co} – rendimiento de la conducción hidráulica

η_T – rendimiento total de la T

η_G – rendimiento total del alternador

η_{Tr} – rendimiento total del transformador

En una estimación previa puede hacerse $\eta_{co} = 0{,}975$; $\eta_G = 0{,}96$; $\eta_{Tr} = 0{,}98$; $\eta_T = 0{,}87$ y finalmente $\eta_2 = 0{,}8$. Por tanto

$$E_a = \eta_2 \frac{V_a H_z g}{3600} \simeq \frac{V_a H_z}{460} \quad (V_a \text{ en m}^3,\ H_z \text{ en m: } E_a \text{ en kW} \cdot \text{h})$$

y la energía específica por unidad de volumen, e_a será:

$$e_a = \frac{E_a}{V_a} \simeq \frac{H_z}{460} \left(\frac{\text{kW} \cdot \text{h}}{\text{m}^3},\ SI\right)$$

2) *Volumen del embalse superior*

Fijada, mediante un estudio económico-energético la energía total E_a que se quiere acumular, y fijada H_z con el lugar de emplazamiento, el volumen V_a del embalse superior será:

$$V_a = \frac{E_a}{e_a} = \frac{460\, E_a}{H_z} \quad (E_a \text{ en kW} \cdot \text{h},\ H_z \text{ en m: } V_a \text{ en m}^3)$$

3) *Coste de la central*

El coste de una central de acumulación por bombeo, como sucede también en las centrales convencionales, disminuye al aumentar el desnivel geodésico del bombeo H_{zB} y de la turbinación H_{zT}. En efecto al aumentar H_z para una misma potencia disminuye el volumen del embalse y el diámetro de la tubería forzada, y su precio, aunque la longitud de la tubería forzada haya aumentado. Mosonyi (1)

(1) E. MOSONYI, *Water power development, Vol. 2 High-head power plants*, Hungarian Academy of Sciences, Budapest 1960 (en alemán existe una edición posterior), Pág. 894.

propone la siguiente fórmula, que puede utilizarse para una primera estimación y comparación de emplazamientos posibles para el embalse superior:

$$k = \frac{A}{\sqrt{H_z}} + k_0 \text{ (pts/kW)}$$

donde A y k_0 dependen de las condiciones del lugar y de los costos de construcción; pudiéndose considerar constantes dentro de una misma nación, si la condición de los terrenos es semejante.

4) *Factor de calidad*

De lo dicho en el apartado 3 se desprende que la construcción de una central de acumulación por bombeo será tanto más económica cuanto mayor sea la distancia en vertical, o altura geodésica del embalse, y cuanto menor sea la distancia en horizontal, o longitud de la conducción, es decir cuanto menor sea un *factor de calidad f,* que podría definirse así:

$$f = \frac{L}{H_z}$$

según la experiencia de las instalaciones realizadas, indicativamente, se tiene:

$$\frac{H_z}{L} \leqslant 2 \text{ – emplazamiento muy favorable}$$

$$4 < \frac{H_z}{L} < 6 \text{ – emplazamiento normal}$$

relaciones muy superiores $\frac{H_z}{L} > 10$ pueden ser aceptables.

Si no se utiliza un embalse ya existente, ni se construye simplemente una presa aprovechando la configuración natural del terreno, será preciso construir el embalse completo (generalmente en forma circular, como hemos dicho). Entonces un estudio del terreno permitirá escoger el factor de calidad más favorable.

5) *Valoración de la rentabilidad de la central*

En el momento de realizar una valoración económica de la rentabilidad de una central de acumulación por bombeo se deben tener en cuenta los factores siguientes, de los cuales unos son positivos y otros negativos:

a) *pérdidas hidráulicas internas en la o las máquinas* en el bombeo y en la turbinación, porque la energía se transforma dos veces;

b) *pérdidas hidráulicas externas en los conductos* en ambos sentidos de transformación;

c) *precio de la energía en las horas punta* mucho mayor que en las horas de menor consumo;

d) *aumento de rendimiento de las centrales conectadas a la red* (hidráulicas de agua fluyente, térmicas convencionales y nucleares) al funcionar con más regularidad de carga conseguida con la absorción de la potencia sobrante en el bombeo;

e) *mayor duración del equipo de las centrales de carga base* debido a esta misma regularidad de carga;

f) *pérdidas eléctricas* en el M/G y en el transformador;

g) *pérdidas en las conducciones eléctricas* de la red al motor en el bombeo;

h) *pérdidas de agua* almacenada en el embalse.

6) *Rendimiento global de la central de acumulación por bombeo*

Sea E_1 – energía eléctrica en bornes de entrada del transformador necesaria para el bombeo;

E_2 – energía útil en bornes de salida del transformador;

η_1 – rendimiento global en el bombeo;

η_2 – rendimiento global en la turbinación;

η – rendimiento total;

V – volumen de agua bombeada/turbinada;

H_z – diferencia de cotas entre los centros de gravedad de ambos embalses.

Se tendrá:

$$E_1 = \frac{\rho g\, V\, H_z}{\eta_1} = \frac{V H_z}{367\, \eta_1} \quad (V \text{ en m}^3,\ H_z \text{ en m: } E_1 \text{ en kW} \cdot \text{h})$$

Así mismo

$$E_2 = \frac{VH}{367}\eta_2 \text{ (kW} \cdot \text{h)}$$

y finalmente

$$\eta = \frac{E_2}{E_1} = \eta_1\, \eta_2$$

siendo

$$\eta_1 = \eta_{Tr}\, \eta_M\, \eta_B\, \eta_{co}$$

y

$$\eta_2 = \eta_{co}\, \eta_T\, \eta_G\, \eta_{Tr}$$

donde η_{Tr} – rendimiento total del transformador
η_M – " " del motor eléctrico
η_B – " " de la bomba
η_{co} – " " de la conducción hidráulica
η_T – " " de la turbina
η_G – " " del generador

El valor de η en los grandes grupos suele oscilar entre 0,60 y 0,70, y modernamente incluso valores más altos.

En la Fig. 15-6 puede verse un esquema de las pérdidas y rendimientos parciales y totales que pueden esperarse en el estado presente de la técnica en una central de acumulación por bombeo. El valor de rendimiento total del 77%, aducido como ejemplo, es el garantizado por el conjunto de empresas que intervinieron en la central de Vianden.

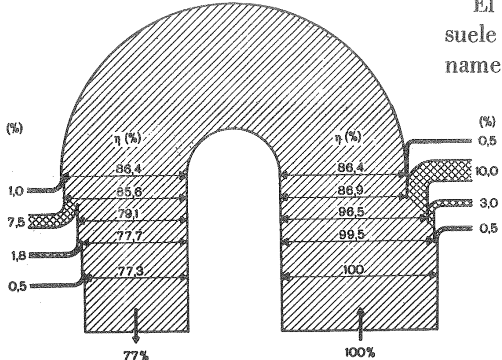


Fig. 15-6.–Pérdidas diversas y rendimiento total energético de una *central de acumulación por bombeo.*

15.4. Grupos diversos utilizados en las centrales de acumulación por bombeo

15.4.1. Grupos ternarios: bomba-motor/generador-turbina

Los grupos ternarios constan de dos máquinas hidráulicas distintas, B y T, una sola máquina eléctrica, el motor-generador síncrono. Las ventajas sobre los grupos cuaternarios, como ya hemos dicho, son menor inversión por el ahorro de una máquina eléctrica y por reducción de espacio, y el inconveniente su mayor tiempo de arranque y transición de funcionamiento de bombeo a turbinación y viceversa.

Estudiaremos sucesivamente las ventajas e inconvenientes de la disposición de eje vertical u horizontal, tipos de grupos ternarios más frecuentes, características de las máquinas que integran los grupos ternarios B, M/G y T y finalmente los modos diversos de acoplar estas unidades, que incluyen en sus características de funcionamiento sobre todo en la transición de bombeo a turbinación y viceversa.

1) *Eje horizontal o vertical* (véase la Sec. 11.5, 3.ª clasificación)

Los grupos ternarios se instalan más frecuentemente con eje horizontal. La elección entre eje horizontal o vertical depende principalmente de los tres factores siguientes: tipo de B y T que se ha de instalar, altura bruta o desnivel geodésico y espacio disponible. Otros factores que pueden influir en esta determinación son: variación del nivel inferior del agua, naturaleza del subsuelo, etc...

a) *Tipo de B y T*

La TF admite ambas disposiciones (véase Sec. 11.5). En la T Pelton el problema

de mantener una altura de suspensión suficiente, sin elevar excesivamente la altura de aspiración de la B por peligro de cavitación, se resuelve fácilmente con el eje vertical; con el eje horizontal se suele anteponer en la aspiración de la B principal una B helicoidal auxiliar que, resuelve satisfactoriamente este problema.

b) *Desnivel geodésico*

En alturas de 100 a 250 m predominan en general los grupos de eje horizontal; mientras que en alturas mayores predominan los de eje vertical.

c) *Espacio disponible*

En los terrenos de poca superficie, o cuyo precio es elevado, se prefiere el eje vertical. Las centrales subterráneas de acumulación por bombeo se construyen muchas veces con eje horizontal y las centrales de intemperie con eje vertical.

El eje horizontal presenta mayor dificultad en el montaje, debido a la dificultad de la alineación debida a la flexión del rotor. Por el contrario en el desmontaje y supervisión es más ventajoso al estar el grupo completo en la misma planta con lo cual la B es también más accesible que en la disposición vertical. En la disposición vertical se evita el inconveniente de la flexión del rotor; pero hay que prever pozos y galerías para el desmontaje de la B.

2) *Tipos de grupos ternarios más frecuentes*

a) *Grupos ternarios horizontales:*

B de dos flujos, según caudales, y uno o dos escalonamientos, según alturas, M/G en el centro y TF (algunas veces TP).

b) *Grupos ternarios verticales:*

– B de uno o dos flujos, y en uno y otro caso de uno o dos escalonamientos, M/G y T Francis;
– B de un flujo hasta 5 escalonamientos, M/G y TP.

La Fig. 15-7 corresponde a un grupo del segundo tipo con B de 4 escalonamientos y TP de la central de acumulación por bombeo de Montamara, España (1968), Los grupos verticales cubren una gama de alturas muy grande de 600-1400 m. La B ocupa siempre el lugar inferior ya que la altura de aspiración no puede superar un valor máximo. Con frecuencia en instalaciones de este tipo la altura de aspiración de la B es negativa.

3) *Características de las máquinas que integran los grupos ternarios*

Bomba

La velocidad de rotación admite poca variación. Aunque manteniendo n, Q (total) y H (total) constante puede lograrse una variación grande del número específico de revoluciones del rodete, y por tanto del tipo de B, utilizando uno o dos

flujos, uno o varios escalonamientos (véase la Sec. 8.9). La experiencia ha mostrado que los álabes del difusor de la B deben ser fijos no orientables para evitar vibraciones.

Para la recta selección de la B conviene tener en cuenta las consideraciones siguientes:

a) *Puede variarse el número de revoluciones y el diámetro,* sin variar el número de revoluciones específicas del rodete, ni el caudal, ni la altura manométrica utilizando, como acabamos de decir, B de uno o dos flujos y de uno o varios escalonamientos, cosas todas de las que depende también el rendimiento de la B. Así por ejemplo, a base de ensayos realizados en la firma Voith con modelos de B todas ellas de $n_s = 150$ (1), se obtuvieron los siguientes rendimientos relativos al rendimiento de una B de doble flujo y un escalonamiento tomado como unidad (que viene a ser de 92,5% para un grupo de 70 MW):

(1) H. PHILIPSEN y C. STAHLSCHMIDT, *Las máquinas hidráulicas de centrales de acumulación por bombeo y su estado actual de desarrollo,* "Voith Forschung und Konstruktion, 15,2 (1967)".

Fig. 15-7.—Uno de los 2 grupos ternarios de la central de acumulación por bombeo de Montamara en España (1968): Datos de una T Pelton: $H_{máx} = 627{,}8$ m; $P_{a\,máx} = 45{,}3$ MW; n = 600 rpm. Datos de una B de 1 flujo y 5 escalonamientos: $H_{máx} = 654{,}6$ m; $P_{a\,máx} = 46{,}7$ MW; n = 600 rpm. En la parte inferior puede verse la bomba helicoidal previa: $H_{máx} = 38{,}9$ m; $P_{máx} = 2{,}83$ MW; n = 600 rpm.

N.° de flujos	N.° de escalonamientos	Rendimiento relativo
2	1	1,000
1	1	0,994
1	2	0,979
2	2	0,987
1	4	0,975

b) Se debe *tender a escoger un n_s elevado* porque por una parte, como demuestra la Fig. 15-8, para el caso particular de B radiales de un flujo y un escalonamiento, el rendimiento de la B aumenta con el número específico de revoluciones, y por otra al aumentar el n_s disminuye también el precio de la máquina. Algunas veces, sin embargo, se precisa conseguir una mayor altura de suspensión o aspiración sin peligro de cavitación, lo cual obliga a escoger un n_s más bajo.

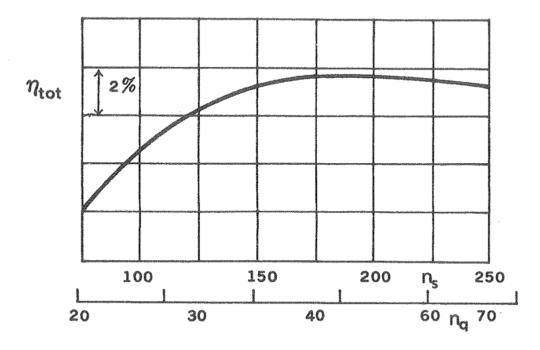


Fig. 15-8.—Rendimiento de modelos de B de simple admisión y un solo rodete en función de n_s.

c) La *altura manométrica por escalonamiento* puede oscilar de 150-400 m; siendo la altura por escalonamiento más frecuente de unos 200 m. Cuanto mayor sea ésta mayor deberá ser la calidad de los perfiles de los álabes y más esmerada su fabricación.

d) La *altura de suspensión* depende del valor del coeficiente de cavitación de la B para las condiciones más desfavorables de servicio, o sea para caudal máximo (véase la Sec. 23.4). El coeficiente de cavitación σ puede variarse dentro de ciertos límites variando el diámetro de entrada del rodete y la forma de los álabes. A veces se fuerza este coeficiente utilizando materiales más resistentes a la cavitación y permitiendo un cierto grado de cavitación, por ejemplo, el que exija eventual-

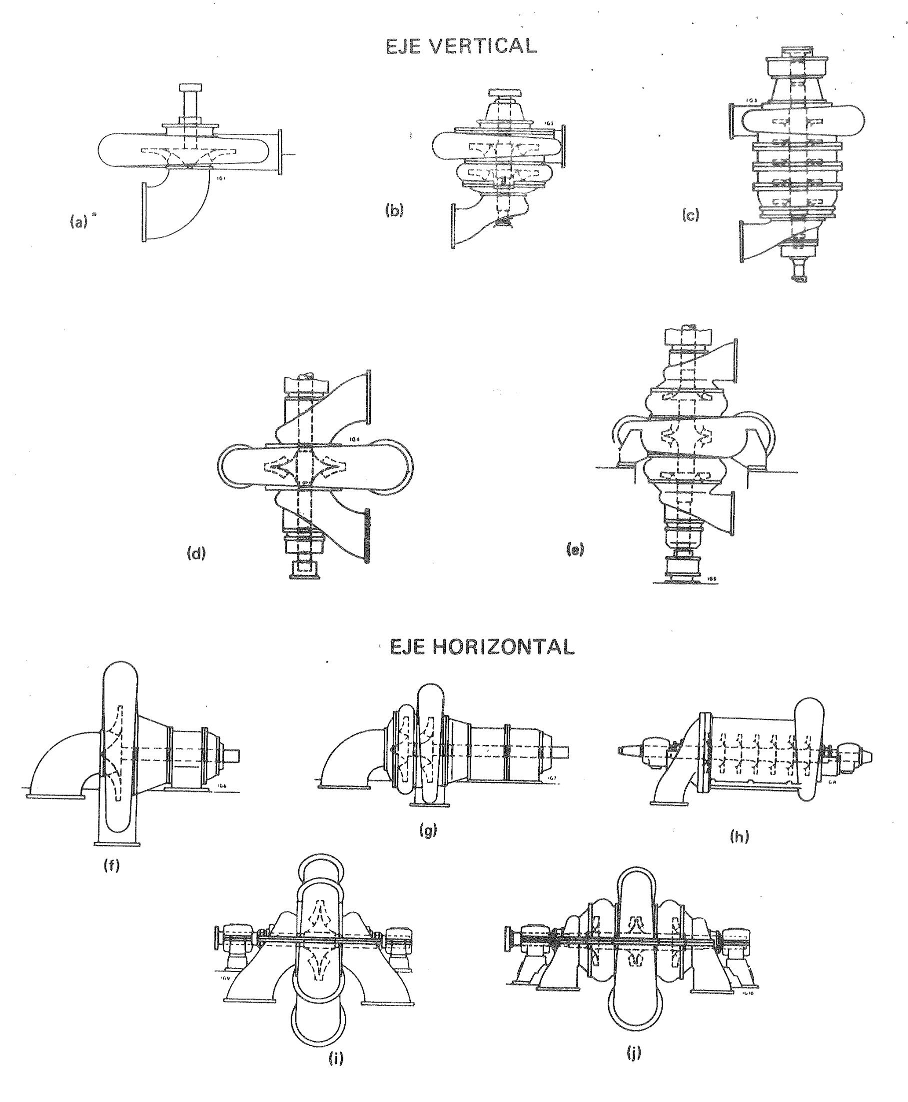


Fig. 15-9.—Tipos y disposiciones diversas de las *B de acumulación* de la firma Escher Wyss, Suiza: a) Aspiración sencilla, 1 escalonamiento. Ejemplos: Laguna Negra, 19.000 kW; Henfurth, 6240 kW; Rönkhausen, 66.000 kW. b) Aspiración sencilla, 2 escalonamientos. Ejemplos: Leitzach, 5900 kW; Schluchsee-Häusern, 19.900 kW (ampliación hasta 24.000 kW); Witznau, 30.000 kW. c) Aspiración sencilla, 5 escalonamientos. Ejemplo: Lünersee, 42.700 kW. d) Doble aspiración, 1 escalonamiento. e) Doble aspiración, 2 escalonamientos. Ejemplo: Villa Gargnano, 68.000 kW. f) Aspiración sencilla, 1 escalonamiento. Ejemplos: Motec, 7400 kW; Ferpècle, 6100 kW. g) Aspiración sencilla, 2 escalonamientos. Ejemplos: Ferrera, 23.000 kW; Ferrera II, 37.000 kW. h) Aspiración sencilla, 7 escalonamientos. Ejemplo: Costa Brunella, 6000 kW. Aspiración sencilla, 9 escalonamientos. Ejemplo: Tremorgio, 4700 kW. i) Doble aspiración, 1 escalonamiento. Ejemplos: Turano-Cotilla, 28.000 kW; Hamburg, 32.000 kW; Leitzach II, 19.000 kW; Jindabyne, 28.000 kW. j) Doble aspiración, 2 escalonamientos. Ejemplos: Niederwartha, 18.000 kW; Schwarzenbach, 14.000 kW; Bringhausen, 22.000 kW; Provvidenza, 45.600 kW; Dobsina, 8800 kW; Limberg, 63.000 kW; Erzhausen, 58.000 kW; Vianden, 69.000 kW.

mente un pulimiento de la entrada de los álabes, pero sin necesidad en mucho tiempo de reparación, con aportación de soldadura.

Los tipos diversos de B empleados en los grupos ternarios pueden verse en la Fig. 15-9.

Motor / Generador

El diseño del M/G es fundamentalmente igual al del alternador de las centrales convencionales, si se exceptúan las peculiaridades siguientes: a) a fin de reducir el tiempo de arranque e inversión de funcionamiento el rotor del M/G ha de poseer un *momento de inercia reducido;* b) en los grupos horizontales *el cojinete del extremo de la T es generalmente un cojinete de empuje* para soportar el empuje axial de la misma; c) el *rodete* de la T se dispone *en voladizo* en el eje del M/G, para disminuir la longitud total del grupo; d) los *cojinetes* del M/G han de ser capaces de resistir la velocidad de embalamiento en ambos sentidos de giro, ya que el sentido de rotación se invierte en el bombeo y la turbinación.

Turbina

Las TF utilizadas en estas centrales son TF convencionales; pero con las peculiaridades siguientes: a) *sistema de aire comprimido* para vaciar la T en régimen de bombeo, a fin de que el rodete de la T gire en cámara de aire y disminuyan las pérdidas por ventilación; b) *refrigeración de los intersticios;* c) *recubrimiento adecuado del eje,* que en las T de eje vertical ha de atravesar necesariamente el tubo de aspiración; de esta manera no se deteriora el flujo con disminución del rendimiento; d) *utilización de números de revoluciones específicos no excesivamente bajos,* rara vez en la gama de 50-80, a fin de mantener un rendimiento alto en la T lo cual constituye un problema en estas centrales. Las TF lentas y normales son las más empleadas.

Las TP se emplean: a) cuando la altura geodésica es excesiva para una TF; b) cuando el número específico de revoluciones exigido por las características del salto y el número de revoluciones escogido es demasiado bajo para una TF, debiéndose evitar, como hemos dicho, en éstas la gama de 50-80.

Acoplamientos diversos

En los esquemas I a V de la Fig. 15-10 puede verse cinco maneras diversas, según las cuales pueden acoplarse la B y la T con el M/G en los grupos ternarios. Estos mismos esquemas pueden utilizarse en los grupos verticales, que en los grupos ternarios son menos frecuentes que los horizontales. La importancia del tiempo de maniobra, que se ha indicado en la misma figura, depende de la frecuencia que se desee en el paso de bombeo a turbinación y viceversa. Veamos las características de cada una de estas disposiciones:

I. *Acoplamiento permanente de la B y de la T*

En turbinación el rodete de la B se vacía de agua (lo cual suele hacerse siempre

	Designación del grupo	Tiempos de maniobra en segundos: de n = o a generación	de bombeo a generación	de n = o a bombeo	de generación a bombeo
I	B – M/G – T	80–100	50–70	90–120	50–70
II	AE B – M/G – T	60–90	50–70 120–180	90–120	360–480
III	TA + AE B – M/G – T	60–90	50–70	90–120	100–130
IV	C + AE B – M/G – T	60–90	40–50	80–110	30–40
V	C + AE AE B – M/G – T	60–90	40–50	80–110	30–40
VI	M/G B/T	60–100	90–120	240–360	–
VII	M/G B/T	60–100	90–120	300–480	540–720
VIII	M/G TA B/T	60–100	90–120	180–210 150–180	210–390 180–360
IX	M/G C + AE B/T B/T	60–100	90–120	–	–

B – bomba; B/T – turbina-bomba; M/G – motor generador; T – turbina; C – Convertidor hidrodinámico de par; AE – acoplamiento de engranajes: TA – turbina de arranque.

Fig. 15-10.–*Disposiciones diversas* **de los grupos ternarios (I-V) y cuaternarios (VI-IX) y tiempos de maniobra.**

en estos casos inyectando aire comprimido) y gira en aire; entre tanto los laberintos deben ser refrigerados, sucediendo lo mismo con el rodete de la T durante el bombeo. El rendimiento del grupo tanto en bombeo como en turbinación (sobre todo en este último caso) queda afectado por las pérdidas de ventilación. Durante el proceso de inversión de funcionamiento el M/G permanece acoplado a la red. La B se arranca vacía de agua utilizando la T como motor de arranque y estando el M/G desconectado de la red. Un ejemplo de esta disposición lo constituye el grupo ternario de la central de Gobantes de Málaga (1942) de la Fig. 15-11 cuyas características figuran al pie de la misma.

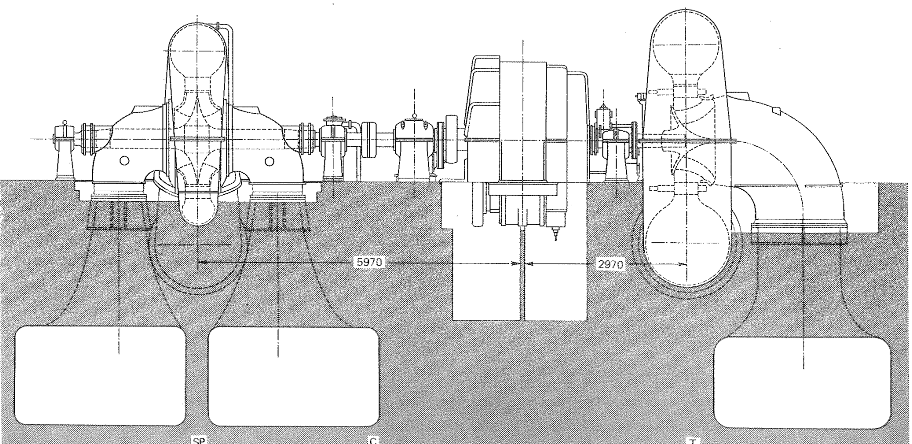


Fig. 15-11.–Grupo ternario horizontal de la *Central de Gobantes*, Málaga, España (1942) de la Sociedad Hidroeléctrica del Chorro. Consta de TF ($H = 34$ m; $Q = 13$ m^3/s; $n = 333$; rpm; $P_a = 3640$ kW), B de acumulación (doble aspiración; un escalonamiento; $H = 16–43$ m; $Q = 10{,}7$ m^3/s; $n = 333$ rpm; $P_a = 3230$ kW), acoplamiento rígido con el grupo parado.

II. *Acoplamiento permanente de la T y acoplamiento de engranaje desconectable de la B.*

La ventaja de este sistema es que se eliminan las pérdidas por ventilación de la B durante la turbinación. 1) *Cambio de bombeo a turbinación:* se desacopla la B, según uno de los dos métodos siguientes: a) *con la B llena de agua:* el M/G debe desconectarse de la red, a fin de poder desacoplar los engranajes sin carga, lo cual se consigue disminuyendo la velocidad; b) *con B aireada:* el M/G se mantiene conectado a la red, porque la B queda casi descargada a plena velocidad. 2) *Cambio de turbinación a bombeo:* se desconecta el M/G de la red, se para el grupo, se engancha el acoplamiento y se arranca la B con la T. La maniobra exige mucho tiempo, lo cual constituye una desventaja de este sistema.

III. *Acoplamiento igual que el II, pero añadiendo una turbina de arranque para la B.*

La adición de una turbina de arranque, que suele formar una unidad con el aco

plamiento de engranajes, permite reducir el tiempo de arranque e inversión de turbinación a bombeo. Para iniciar el bombeo se acelera la B aireada mediante la turbina auxiliar; mientras tanto la T principal sigue turbinando; al alcanzar la B la velocidad de sincronismo se engancha el acoplamiento y se llena la B. El M/G en el tránsito de turbinación a bombeo y viceversa permanece siempre acoplado a la red. La Fig. 15-12 muestra un ejemplo de este sistema, un grupo ternario Voith de la central de Vianden. La Fig. 15-13 es un diagrama de cambio de servicio de un grupo de este tipo equipado con TF.

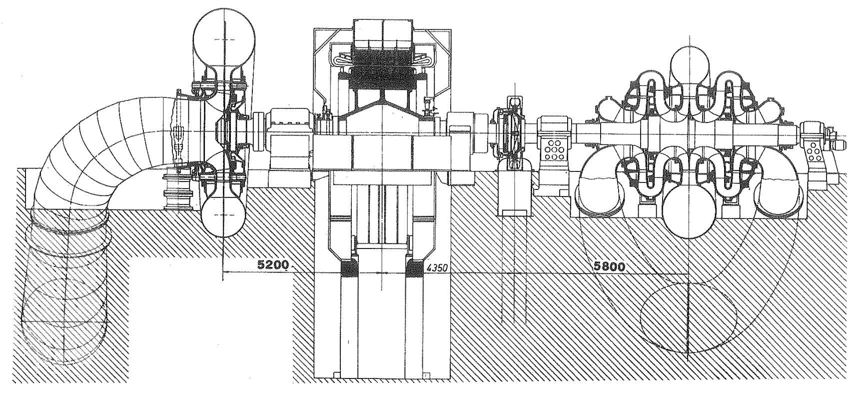


Fig. 15-12.—Grupo de acumulación por bombeo de la *central de Vianden*, Luxemburgo. Consta de: TF (H = 290 m; P_a = 105 MW); B de acumulación: (doble admisión; dos escalonamientos; H = 268 m; P_a = 71 MW); TP de arranque con acoplamiento de engranajes.

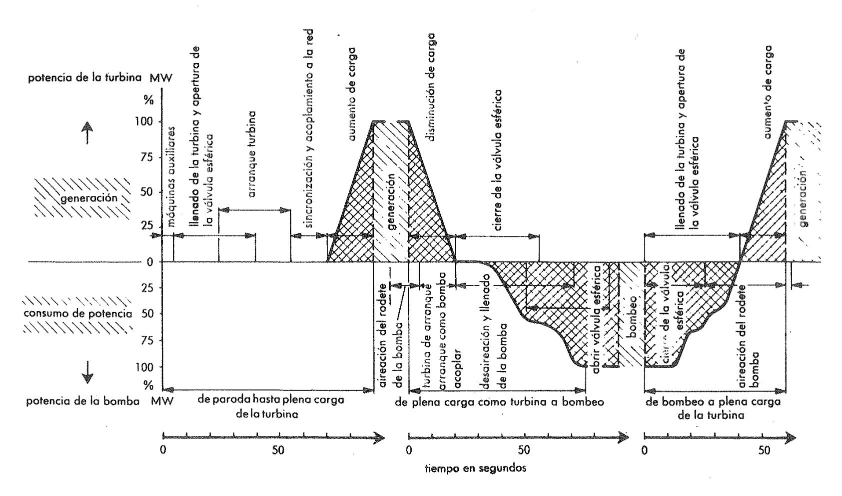


Fig. 15-13.—Diagrama de cambio de servicio de un grupo ternario Voith (TF – B acumulación – turbina arranque – acoplamiento de engranajes, de la central de Vianden). (Dibujo de la firma Voith).

IV. *Acoplamiento permanente de la T y acoplamiento de engranajes y convertidor hidráulico de par de la B.*

En este sistema la B puede arrancarse llena de agua; al llegar la B a la velocidad de sincronismo se engancha el acoplamiento de engranajes y se vacía el convertidor hidráulico, a fin de eliminar las pérdidas por ventilación en el mismo. El M/G permanece siempre en todo cambio de servicio acoplado a la red. Con este sistema más caro se consiguen los tiempos mínimos de maniobra. El sistema se adapta muy bien a las grandes alturas, con B de múltiples escalonamientos, cuando la transición de un tipo de funcionamiento a otro se ha de realizar con mucha frecuencia. Entonces es conveniente arrancar la B llena de agua, lo cual exigiría una turbina de arranque de dimensiones excesivas. Como ejemplo pueden servir los cinco grupos de la central de Lünersee, cuya sección por un grupo de la misma puede verse en la Fig. 15-14.

V. *Acoplamiento de engranajes para la T y acoplamiento de engranajes y convertidor hidráulico de par para la B.*

Esta disposición, que puede considerarse excepcional, ofrece un rendimiento grande en el bombeo y turbinación, al eliminarse en uno y otro las pérdidas por ventilación en la T y la B respectivamente.

En resumen las 5 disposiciones estudiadas pueden reducirse a las tres siguientes: a) las tres máquinas giran constantemente (disposición I); b) sólo la B es desconectable, lo que se realiza en la turbinación (disposiciones II, III y IV); c) la T y la B son desconectables la primera en el bombeo y la segunda en la turbinación. La solución b) es la más corriente. La solución c) por una parte aumenta excesivamente la longitud del grupo, y por otra la ventaja lograda no es grande, porque, como enseña la experiencia la T aireada no causa gran inconveniente durante el bombeo.

15.4.2. Grupos binarios (TMH reversibles): bomba/turbina-motor/generador

Si el grupo ternario representa con relación al cuaternario el *ahorro de una máquina eléctrica;* el grupo binario representa con relación al ternario el *ulterior ahorro de una máquina hidráulica.* Así pues la máquina hidráulica en este caso es doble, es decir, es una TM reversible, que puede funcionar como B o como T alternativamente. Hasta el presente se han realizado cinco soluciones, que son las siguientes:

1) *TK* de eje horizontal, vertical o inclinado, especialmente T bulbo, *que pueden girar en el mismo sentido* en bombeo y turbinación, conservando un elevado rendimiento, gracias a la orientación de los álabes del rodete. La acumulación de energía con las TK no suele ser económica a causa de las grandes proporciones del embalse exigidas al ser el desnivel geodésico pequeño en estas máquinas. Se emplean en las centrales mareomotrices, embalses compensadores, proyectos de riego y control de inundaciones.

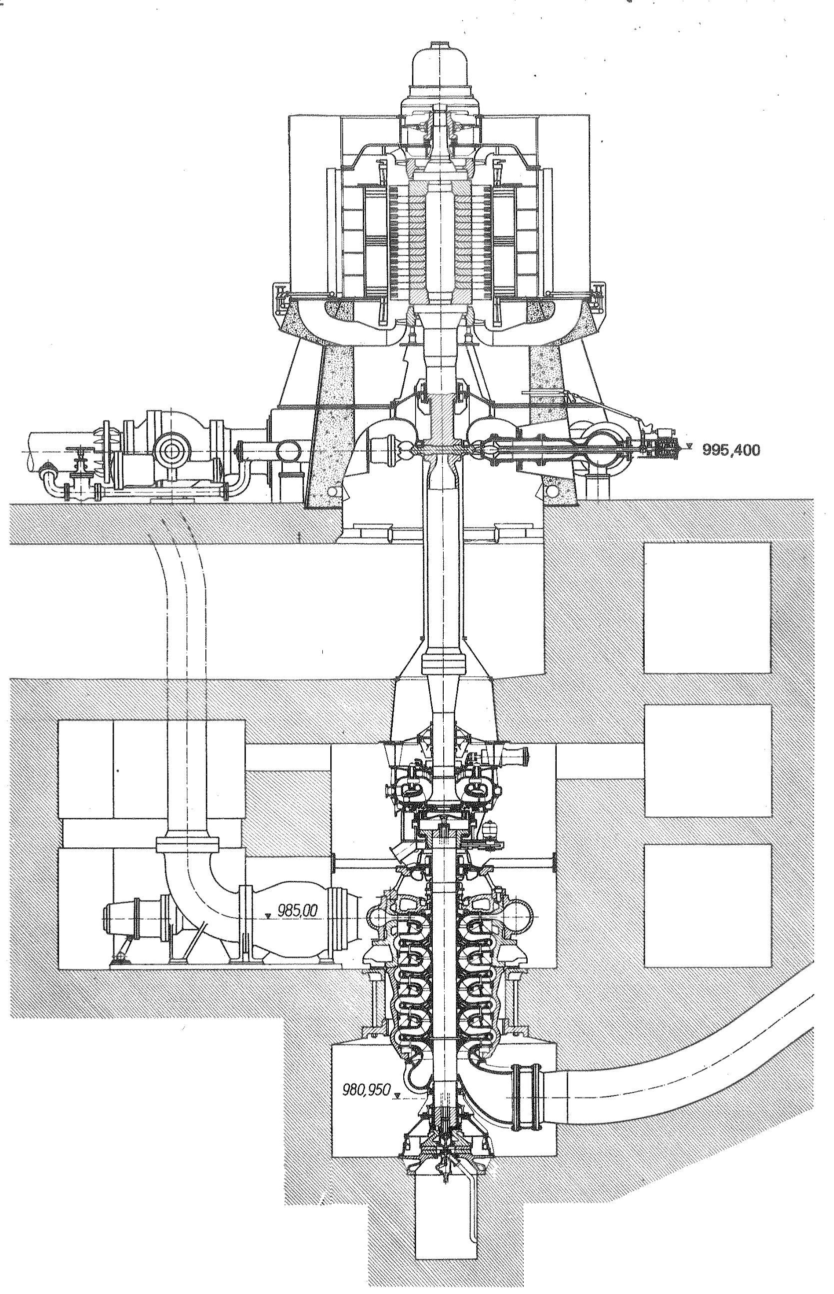


Fig. 15-14.–Grupo ternario de la *Central de Lünersee* con TP de 4 chorros, convertidor de par y acoplamiento de engranaje y bomba de acumulación de 5 escalonamientos.

2) *TD* que vienen a ser TF de álabes orientables.

3) B/T de tipo radial o de tipo Francis de álabes fijos, y una velocidad.

4) B/T de dos velocidades.

5) *B/T isogiro Charmilles.*

Los dos primeros tipos fueron ya estudiados en el lugar conveniente. En esta Sección estudiaremos el tercero y en las Secs. 15.4.4.1 y 15.4.4.2 los dos últimos.

La primera TMH reversible o B/T fue construida a comienzos de siglo, y la primera B/T de una central de acumulación por bombeo fue instalada en el año 1937. Las características de esta B/T construida por la casa Voith para la central de Pedreira, Brasil, son las siguientes: $H = 15 - 28$ m como B y 18 - 30 como T; $Q_{máx} = 19{,}5\ m^3/s$ como B y $21{,}7\ m^3/s$ como T; $n = 212$ rpm; $P_a = 4660$ kW como B y 5260 kW como T.

Las B/T gira en un sentido como B y en sentido contrario como T. El M/G debe poder girar, pues, en ambos sentidos. También requiere un diseño especial el cojinete de empuje, al cambiar el sentido del empuje en el bombeo y la turbinación. Las máquinas de desplazamiento positivo (véase la Sec. 1.2) son reversibles no así en general las TM. Es difícil diseñar una TMH reversible con rendimiento elevado como B y como T. Esto exige un estudio especial, corroborado con ensayo de modelos, del distribuidor, del rodete y de la caja espiral. En Europa se ha prestado hasta estos últimos años mayor importancia al grupo ternario, no así en Norteamérica, donde ha imperado el grupo binario, siendo una de las últimas realizaciones más notables la de la central de Taum Sauk de la Unión Electric Co. con dos grupos de 200 MW cada uno y una altura como B de 240 m. En la actualidad al prestarse mayor atención a las centrales de bombeo con medianas alturas en Europa se utiliza tanto una solución como otra, según los casos, como se verá en la sección siguiente. Las B/T se construyen casi siempre con 1 escalonamiento; para alturas mayores de 400 m se construyen también aunque raras veces con 2 escalonamientos, como la B/T de la central de la Grande Dixence construida por Sulzer, cuyas características son: $n = 1500$ rpm; 490 m y 17,6 MW como T, y 365 m 12,8 MW como B. Las B/T de 2 escalonamientos pueden alcanzar alturas hasta de 800 m. Finalmente la casa Sulzer ha experimentado también una B/T de 3 escalonamientos.

Las disposiciones de los grupos binarios, que suelen ser de eje vertical, se puede reducir a cuatro: tres con acoplamiento permanente, a saber, sin motor de arranque, con motor "pony" eléctrico de arranque y con turbina de arranque, y una con acoplamiento de engranajes y variador hidráulico. Se advertirá que de estas disposiciones depende el tipo de arranque así como el tiempo de arranque inversión de funcionamiento, análogamente a lo estudiado anteriormente en los grupos ternarios.

I) *Acoplamiento permanente, sin motor de arranque.* El arranque para el bombeo se efectúa generalmente con la B aireada; a veces se ha efectuado con la B llena de agua; pero existe el peligro de sobrecarga del motor.

II) *Acoplamiento permanente con motor "pony" de arranque* (solución americana). Es la disposición más frecuentemente empleada. Si el arranque se efectúa con la B aireada, el motor eléctrico auxiliar acoplado rígidamente en la parte superior al M/G suele tener un 8% de potencia de la del motor principal.

III) *Acoplamiento permanente con turbina de arranque* (solución japonesa). La turbina de arranque (Pelton o Francis) suele utilizarse también como freno, y suele tener un 10% de la potencia del motor, si se arranca con B aireada, o un 30% si se arranca con B llena de agua.

IV) *Acoplamiento de engranajes y variador hidráulico.* Esta disposición no exige el aireamiento de la B, y reduce al mínimo el tiempo de maniobra.

15.4.3. Comparación de los grupos binarios con los grupos ternarios

Tanto los grupos binarios como los ternarios presentan ventajas e inconvenientes que hay que sobrepesar en cada caso para adoptar la solución más adecuada. Esta evaluación es compleja: así por ejemplo, aunque a primera vista el coste de un grupo binario es más reducido porque se ahorra una máquina hidráulica, esta ventaja no es tan grande, porque a) el coste de la máquina reversible es más elevado que el de una máquina simple, y b) porque el desgaste es mayor; así por ejemplo, si funciona el doble de tiempo la máquina reversible que la T el desgaste será el doble en aquélla, y si se supone que la duración de la T es de 30 años, en la B/T al cabo de 15 años habría que reponer sus elementos más importantes. Esto explica la gran variedad que aún en el momento presente existe en Europa tanto respecto a esta primera elección, como respecto a la disposición del grupo que conviene escoger en cada caso entre las anteriormente estudiadas (1).

Los grupos binarios tienen con respecto a los ternarios las siguientes ventajas:

- menor coste
- menor longitud
- menor obra civil

y los siguientes inconvenientes

- menor rendimiento (aproximadamente un 4% menor en la turbinación)
- peligro de vibraciones
- doble sentido de giro
- mayor tiempo de maniobra

De todos estos factores el coste, el rendimiento y el tiempo de maniobra exigen un estudio más detenido.

1) *Comparación de costes de los grupos binarios y ternarios*

Mühlemann en el artículo citado ha establecido esta comparación para grupos

(1) E.H. MÜHLEMANN, *Arrangements of hidraulic machines for pumped storage and comparison of cost, efficiency and starting time,* "Escher Wyss News 45,1 (1972) 3-11".

de 300 MW, que representan el límite superior de potencia sobre la cual en Europa se tiene experiencia. En la Fig. 15-15 se ha representado el *precio relativo* (o sea el precio con respecto al de un grupo ternario de 300 MW con 100 m de altura, que se supone igual a la unidad), en función de la altura. Tanto esta figura como la siguiente pueden servir para una primera evaluación solamente, ya que para establecer estas curvas se han hecho algunas hipótesis) entre otras que se utilizan

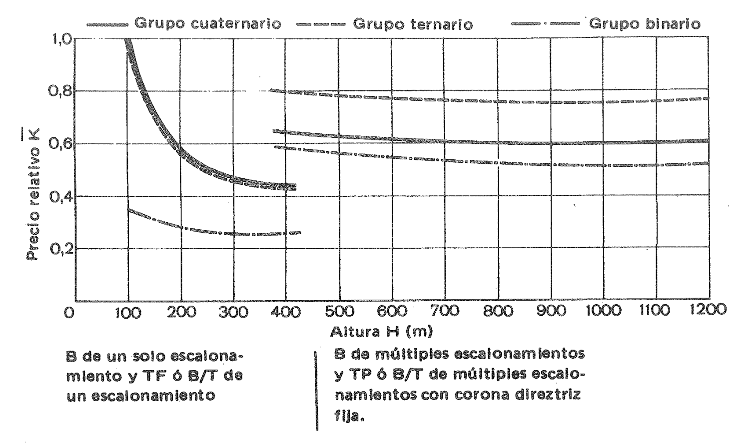


Fig. 15-15.–*Comparación de costos* de las 3 disposiciones fundamentales de las centrales de acumulación por bombeo de una potencia unitaria de 300 MW. $\bar{K} = k/k'$ = precio relativo; k = precio de una unidad de 300 MW (incluídos acoplamientos, válvulas, tubos de aspiración, bifurcaciones de tubería forzada; no incluido el MG); k' = precio de un grupo cuaternario de 300 MW y 300 m de altura (dibujo de la firma Escher Wyss).

siempre la velocidad específica máxima, lo cual en casos particulares deberá evitarse, como hemos dicho por peligro de cavitación, si se excede la altura de aspiración máxima; y que no se tienen en cuenta las pérdidas por ventilación). Para potencias menores de 300 MW las conclusiones siguen siendo *cualitativamente válidas.* De la Fig. 15-15 se desprende que

- el precio de los grupos ternarios de un escalonamiento disminuye al aumentar la altura geodésica.
- el precio de los grupos ternarios de dos escalonamientos es alto a causa de la velocidad específica baja de las T de reacción empleadas.

2) *Comparación de rendimientos de los grupos binarios y ternarios*

La Fig. 15-16 análoga a la 15-15 representa el producto η del rendimiento de la B y de la T expresado en forma de *rendimiento relativo.*

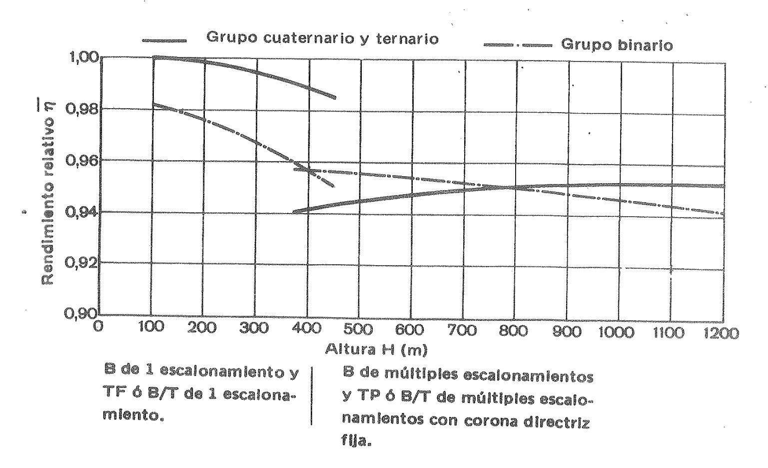


Fig. 15-16.–*Diferencias de rendimientos* de los grupos binarios con los grupos ternarios y cuaternarios. Potencia unitaria 300 MW. $\bar{\eta} = \eta/\eta'$ = rendimiento relativo; η = rendimiento de una unidad de 300 MW; η' = rendimiento de una unidad cuaternaria de 300 MW y 100 m de altura; $\eta = \eta_B\ \eta_T$ (rendimientos máximos).

Las Figs. 15-15 y 15-16 confirman el hecho importante de que *los grupos binarios son ventajosos si el ahorro de coste es importante y los grupos ternarios si es más importante conseguir un rendimiento elevado.*

3) *Comparación de tiempos de maniobra de los grupos binarios y ternarios*

Aunque los tiempos de arranque e inversión de funcionamiento dependen poco de la altura, sí dependen en gran manera de la potencia, y por tanto la siguiente tabla preparada también por Mühlemann en el citado artículo, es meramente orientativa:

TABLA 15-1

Tiempo de arranque e inversión de funcionamiento de los grupos ternarios y binarios

Grupo	*Tiempo de maniobra en segundos*			
	Grupo parado a turbinación	*Grupo parado a bombeo*	*Plena carga turbinación a plena carga bombeo*	*Plena carga bombeo a plena carga turbinación*
ternario (B o T llena de agua; generalmente grupos de pequeña potencia)	80	120	90	70
ternario con variador hidráulico (B o T llena de agua)	80	90	60	70
ternario (aceleración de B llena de aire; generalmente grupos de mediana y gran potencia)	80	85	70	70
binario (aceleración de B llena de aire)	80	340	470	70

Esta tabla pone en evidencia el hecho de que *la B/T requiere un tiempo mucho mayor de transición de arranque a bombeo y de bombeo a turbinación que el grupo ternario.* Este hecho explica la introducción lenta de la B/T en Europa, dada la frecuencia de las transiciones de bombeo a turbinación que hoy día se exige en estas centrales.

La investigación continúa a fin de mejorar el rendimiento de la máquina tanto en bombeo como en turbinación y para el ulterior desarrollo de las máquinas reversibles de dos escalonamientos que cubren la gama de alturas de 400 – 700 m.

Al aumentar en la actualidad las potencias unitarias de los grupos se tiende también a aumentar la seguridad de funcionamiento, así como la vida de las piezas sujetas a desgaste, porque el fallo de un grupo grande tiene una repercusión también grande sobre la red; se tiende también al automatismo (hoy es posible el mando totalmente automático a distancia y sin persónal alguno de centrales incluso de gran potencia) y a la reducción de los tiempos de maniobra.

Resumen: ventajas de los grupos binarios: ahorro de una máquina; eliminación de las pérdidas mecánicas y ventilación en lasT durante el bombeo; menos velocidad de embalamiento y reducción de la obra civil; *inconvenientes:* rendimiento menor en la turbinación; tiempos de arranque y permutación mayores.

15.4.4. Grupos binarios especiales

15.4.4.1. Grupos de dos velocidades

Los *grupos binarios de dos velocidades* se diseñan para funcionar con una velocidad de rotación distinta en el bombeo y en la turbinación, o bien utilizando las dos velocidades tanto para el bombeo como para la turbinación, según la carga. De esta manera se logra un rendimiento mayor que con los grupos binarios convencionales; aunque siempre inferior al de los grupos cuaternarios. Esto se consigue con un M/G de polos conmutables bien con doble circuito en el estator con distintos números de polos; bien con dos rotores distintos, que pueden excitarse selectivamente para el bombeo o la turbinación.

Basándonos en las leyes de semejanza (véanse las Secs. 8.3.1 y 8.3.2) es fácil ver la relación de velocidades más conveniente en el funcionamiento de una B/T como B y como T. Según la Ec. (8-10) en el funcionamiento como T el número de revoluciones será:

$$n_T = C\ \sqrt{\eta_{hT}\ H_T} \quad (15\text{-}1)$$

y, según la Ec. (8-18) en el funcionamiento como B:

$$n_B = C\ \sqrt{\frac{H_B}{\eta_{hB}}} \quad (15\text{-}2)$$

donde C – constante igual en ambas ecuaciones. Por tanto

$$\frac{n_T}{n_B} = \sqrt{\frac{H_T}{H_B} \cdot \eta_{hT} \; \eta_{hB}} \qquad (15\text{-}3)$$

Llamando H_{zT} y H_{zB} al desnivel geodésico entre las cotas de los niveles de agua de los embalses superior e inferior de la T y B respectivamente, se tiene:

$$H_T = H_{zT} - H_{rextT}$$

donde H_{rextT} – pérdidas en turbinación exteriores a la T. Así mismo

$$H_B = H_{zB} + H_{rextB}$$

donde H_{rextB} – pérdidas en bombeo exteriores a la B.

$$\frac{H_T}{H_B} = \frac{H_{zT} - H_{rextT}}{H_{zB} + H_{rextB}} \qquad (15\text{-}4)$$

Si el M/G es de una sola velocidad:

$$n_T = n_B$$

y, según la Ec. (15-3)

$$\frac{H_T}{H_B} = \frac{1}{\eta_{nT} \; \eta_{nB}}$$

y haciendo $\eta_{nB} = \eta_{nT} = 0{,}93$ aproximadamente será:

$$H_T = 1{,}55 \; H_B$$

pero según (15-4) en el caso de que $H_{zT} = H_{zB}$ debería ser

$$H_T < H_B$$

lo cual indica que la hipótesis en que se fundan las leyes de la semejanza [Ecs. (15-1) y (15-2)] de que la B y la T funcionan con rendimiento óptimo no se cumple. Para acercarse a este ideal se puede escoger la relación de velocidades más próxima a la dada por la condición

$$\frac{n_T}{n_B} = \sqrt{\frac{H_{zT} - H_{rextT}}{H_{zB} + H_{rextB}} \; \eta_{nT} \; \eta_{nB}}$$

Prácticamente se escogerán velocidades de sincronismo que cumplan la condición

$$\frac{n_{T\,sincr}}{n_{B\,sincr}} = \frac{n_T}{n_B}$$

A pesar del precio elevado del M/G de polos conmutables, y del inconveniente del giro en doble sentido, se han realizado instalaciones de este tipo, buscando mejorar el rendimiento de la B/T. Como ejemplo citaremos los 8 grupos de la central de San Luis, USA, cuyas características son: altura 88 m como B y 59,6 m como T, número de revoluciones 120 y 150 rpm y potencia unitaria 28 MW como B y 23,8 como T.

15.4.4.2. Grupos isogiro Charmilles

Los *grupos isogiro Charmilles* de eje vertical u horizontal son de invención reciente y constituyen un compromiso en rendimiento y precio entre los grupos binarios y ternarios, con peor rendimiento y mejor precio que éstos y mejor rendimiento y peor precio que aquéllos.

La máquina reversible isogira, como puede verse en el esquema de la Fig. 15-17 consiste fundamentalmente en una TMH con dos rodetes de B y T contrapuestos e hidráulicamente independientes. Los grupos isogiros tienen las siguientes características (véase figura):

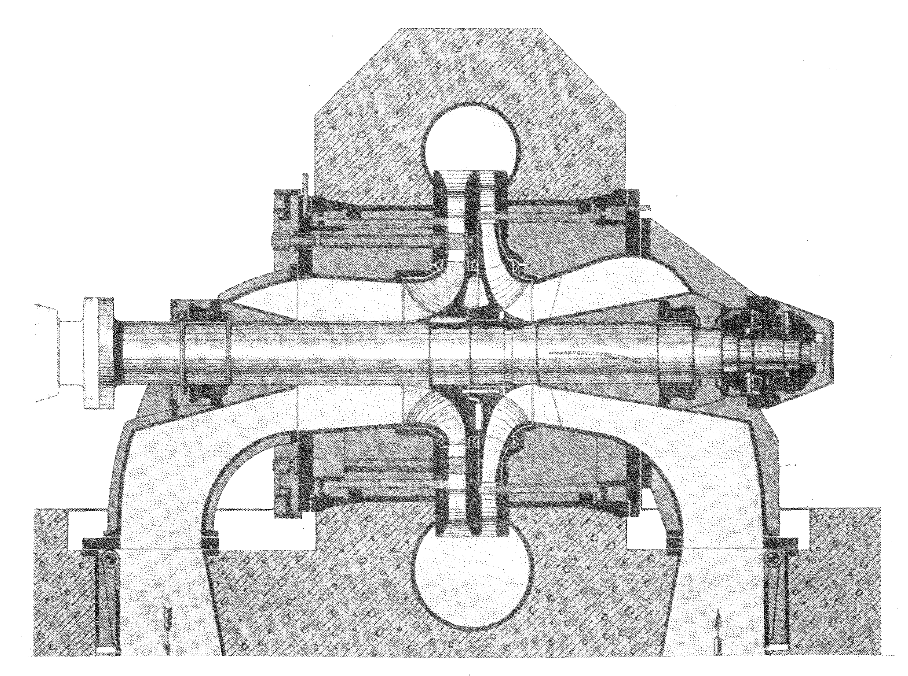


Fig. 15-17.–*Grupo isoqiro* Charmilles.

- el diámetro del rodete de la B es 1,4 veces mayor que el de la T;
- cámara espiral única;
- dos codos dispuestos en la parte inferior, uno para la admisión de la B, y otro para la evacuación de la T;
- dos coronas directrices fijas (predistribuidor de la T y difusor de la B);
- distribuidor Fink normal con regulación hidráulica entre el predistribuidor y el rodete T; la B carece de difusor regulable para evitar vibraciones;
- dos válvulas cilíndricas que recubren el rodete de la B o T, durante la turbinación o el bombeo respectivamente, e interceptan el flujo entre el rodete y la corona directriz o predistribuidor. Interpuesta la válvula se airea con aire comprimido el rodete que ha de quedar fuera de servicio.

Los grupos isogiros se adaptan bien a alturas de 130-400 m. Para alturas mayores se podrían construir con rodetes de B de dos escalonamientos.

Como ejemplo de construcción ya realizada citaremos la central de Robiei (Wallis), cuyos grupos isogiros tienen las siguientes características unitarias: $P_a = 10$ MW, $H = 260 - 400$ m, $n = 15.000$ rpm.

Sentido único de rotación característica de los grupos isogiros

La consecución del sentido único de rotación sin pérdida apreciable de rendimiento constituye una de las novedades más interesantes de estos grupos, conseguida gracias a los ensayos con modelos. Para ello ha sido preciso: a) diseñar los álabes de la T y de la B de acuerdo con esta exigencia; b) diseñar el predistribuidor de la T de manera que la componente periférica de la velocidad a la entrada del rodete de la T invierta su signo (giro de 180°).

El sentido único de rotación simplifica la construcción del grupo, y permite alcanzar tiempos muy reducidos de maniobra. Se elimina la necesidad existente en los grupos binarios convencionales de parar la máquina para volverla a acelerar. El grupo isogiro se arranca siempre en turbinación, y, alcanzada la velocidad de sincronismo, se acopla a la red, quedando permanentemente conectado a la misma. La maniobra en los grupos isogiro se reduce a interponer la válvula de cierre en el rodete que queda fuera de servicio y en la aireación subsiguiente.

15.5. Ejemplos de centrales de acumulación por bombeo

15.5.1. Centrales españolas

En España se ha instalado un número importante de centrales de acumulación por bombeo en estos diez últimos años. Entre otras las centrales de Torrejón, Villarino, Puente Bibey, Pintado, Montamara, etc... De la central de Valdecañas, segunda central del mundo equipada con TD reversibles se habló ya en la Sec. 12.2.4. A continuación referimos las características principales de algunas de estas centrales en orden de potencia creciente.

1) *Central de Santiago de Jares*, Galicia (Saltos del Sil).

Primera central de bombeo en España. El pedido de la maquinaria se realizó en 1964. Utiliza el río Sil como embalse inferior y el embalse de Santa Eulalia como el superior. 2 *grupos binarios* con B/T tipo Francis construídas por KMW. En la Fig. 15-18 puede verse uno de los rodetes. Velocidad: 500 rpm. Como T: $H = 216{,}5$ m; $P_a = 23{,}1$ MW. Como B: $H = 241$ m; $Q = 9$ m^3/s. Arranque como B por conexión directa a la red a tensión reducida y con el rodete aireado.

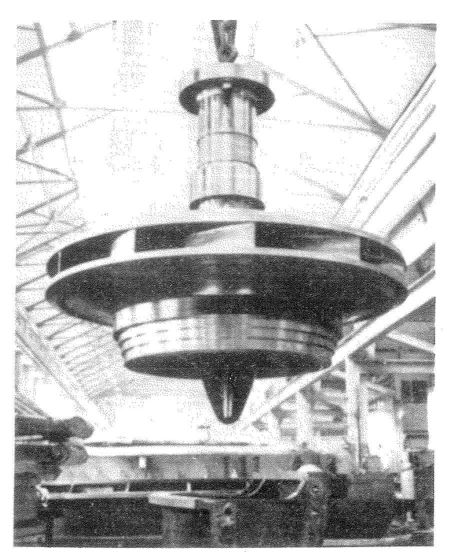


Fig. 15-18.–Conjunto de eje y rodete de una B/T para la *Central de Santiago del Jares.*

2) *Central de Pintado*, Sevilla (Compañía Sevillana de Electricidad).

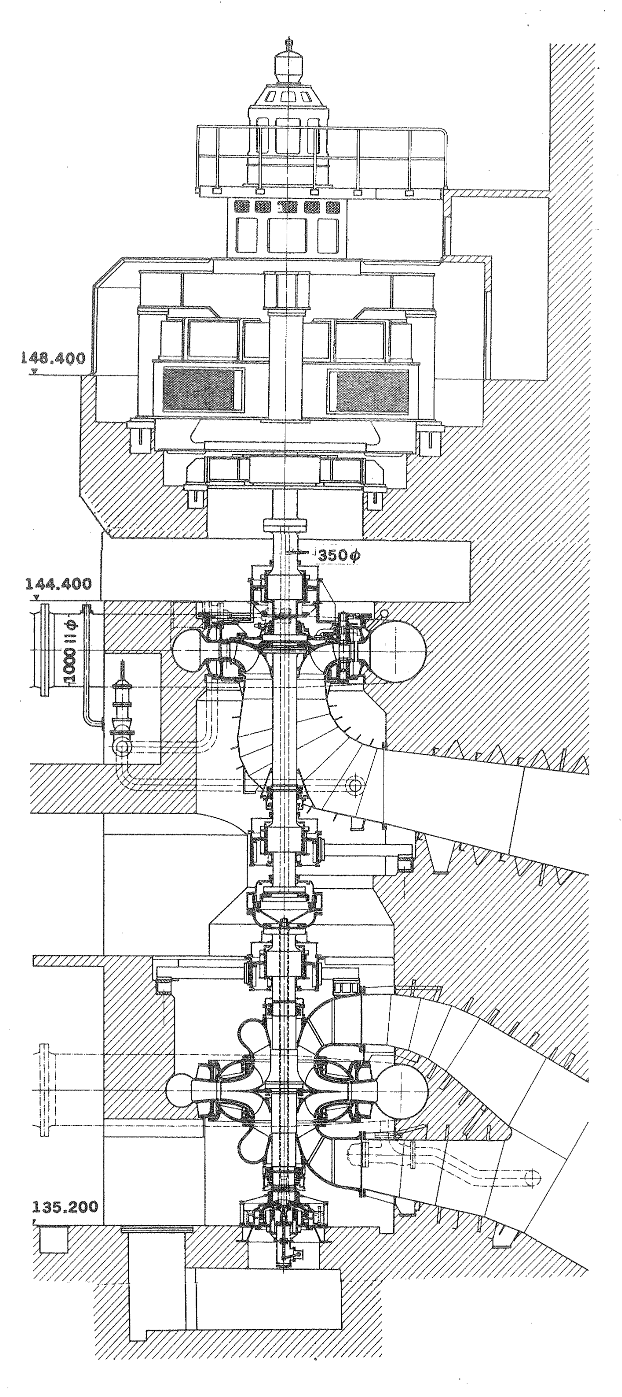
Esta central consta de un solo *grupo ternario* de eje vertical construído por Voith, que puede verse en la Fig. 15-19. El grupo que gira a 600 rpm se compone de TF: $H = 185$ m; $Q = 9{,}15$ m^3/s; $P_a = 15.000$ kW y de B de acumulación de 2 flujos y 1 escalonamiento: $H = 186$ m; $Q = 6{,}75$ m^3/s; $P_a = 13.800$ kW. Realiza la disposición II (Pág. 820); efectuándose el acoplamiento con la B parada y el desacoplamiento con la B en marcha.

3) *Central de Bolarque II* (Unión Eléctrica, 1969)

El embalse superior es el pantano de La Bujeda con una capacidad de 5 Hm^3. 4 *grupos binarios* de eje vertical de 1 escalonamiento, construídos por Escher Wyss. Velocidad: 600 rpm. Características unitarias, como T: $H_{max} = 281{,}1$ m; $P_{amáx} = 56{,}7$ MW; como B: $H_{máx} = 283{,}6$ m; $P_{amáx} = 52{,}2$. Tiempos de maniobra: De parada a turbinación a plena carga (aceleración con cámara espiral aireada): 2 min. 10 s; de parada a bombeo a plena carga (cámara espiral aireada): 5 min; de turbinación a parada, 4 min; de bombeo a parada, 4 min; de bombeo a turbinación a plena carga, 1 min 40 s. Esta central está integrada en un grupo de centrales hidroeléctricas a sólo 5 km de la central nuclear José Cabrera, y junto a una subestación que recoge y distribuye toda la energía producida en este sector.

4) *Central de Guillena*, a 30 km de Sevilla, 1972 (Compañía Sevillana de Electricidad)

3 *grupos binarios* construidos por KMW. Velocidad: 375 rpm con arranque por motor pony. Como T: $H = 230$ m; $P_a = 71.600$ kW. Como B: $H = 232{,}5$ m; $Q = 30{,}4$ m^3/s.



5) *Central de Torrejón* (Hidroeléctrica Española)

Situada aguas abajo de la confluencia del Tajo con el Alberche. Consta de 4 *grupos binarios* de eje vertical. Velocidad: 107 rpm. Como T: $H = 10-46$ m; $Q_{máx} = 320$ m^3/s; $P_{a\,máx} = 132$ MW. Como B: $H = 10-24$ m; $Q_{máx} = 280$ m^3/s. La central puede funcionar con cinco modalidades diferentes: 1) turbinación desde el embalse del Tajo; 2) turbinación desde el embalse del Tiétar; 3) bombeo del Tiétar al Tajo (altura de bombeo menor que la de turbinación); 4) bombeo Tajo-Tajo, utilizando el embalse de Alcántara (altura de bombeo igual a la de turbinación); 5) bombeo Tajo-Tajo, utilizando la presa del Tiétar.

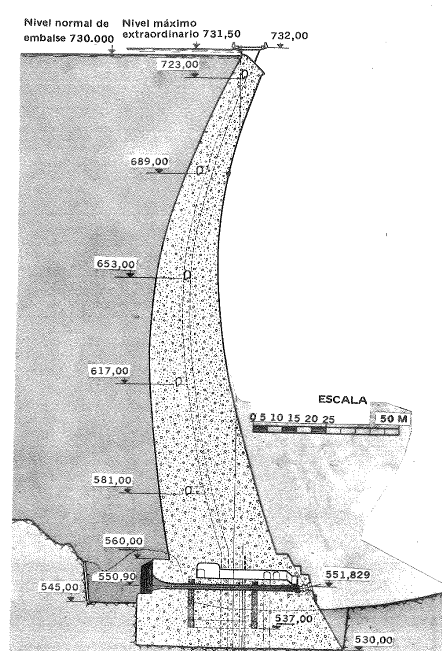
Central de Villarino (Iberduero)

Esta central, que por su potencia y concepción es una de las más notables centrales hidroeléctricas

Fig. 15-19.—Grupo ternario del *Salto del Pintado*, España, de la Compañía Sevillana de Electricidad. El acoplamiento se engancha con el grupo parado y se desengancha con el grupo en marcha normal

Fig. 15-20.—*Perfil esquemático del Duero inferior:* embalses en el Duero nacional e internacional.

españolas (véase la Fig. 15-20), pertenece al sistema del Duero inferior, cuyo esquema puede verse en esta figura y aprovecha las aportaciones del Duero y sus afluentes Esla, Tormes y Huebra. El aprovechamiento del tramo internacional está regulado por el tratado hispano-portugués de 1927. El salto de Villarino en el río Tormes con su potencia instalada de 540 MW es después del de Aldeadávila (718,2 MW) el mayor de todos estos saltos. La presa de la Almendra de tipo bóveda de 197 m de altura (véase la Fig. 15-21), presa española de mayor altura, crea un embalse hiperanual de 2648 Hm^3 de capacidad. Desde este embalse una galería a presión de 15 km de longitud, prolongada por tuberías forzadas, conduce el agua a la central. Una galería de desagüe conduce el agua turbinada al Salto de Aldeadávila desde donde puede bombearse al embalse de la Almendra. Así pues, los embalses de la Almendra y de Aldeadávila constituyen en esta central de



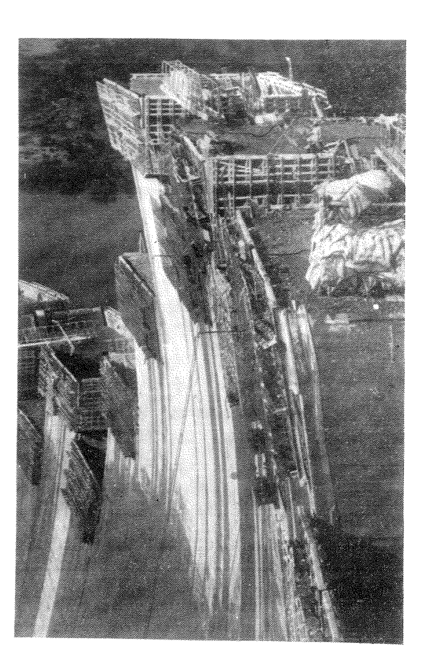


Fig. 15-21.–*Presa de la Almendra* en el salto Villarino construída por Iberduero.

acumulación por bombeo los embalses superior e inferior. 4 *grupos binarios* con B/T de eje vertical construidos por KMW. Velocidad: 600 rpm. Como T: $H_{máx}$ = = 397,81 m; Q = 38,75 m^3/s; P_a = 137.800 kW. Como B: H = 410 m; Q = 28 m^3/s; P_a = 121.000 KW. El arranque se hace por el método de grupo a grupo, o sea con un grupo de la central de Villarino funcionando como T o con un grupo de la Central de Aldeadávila.

15.5.2. Centrales extranjeras

En la tabla siguiente pueden verse las características de algunas de las B/T de mayor potencia instaladas desde el año 1961 hasta la fecha.

TABLA 15-2

Características de algunos grupos binarios extranjeros de acumulación por bombeo
(En las columnas de P_a y H los primeros números se refieren al funcionamiento como B y los segundos al funcionamiento como T)

Central	País de instalación	Año	Núm. de grupos	Disposición del eje	P_a unitaria (MW)	H (m)	n rpm
Taum Sauk	USA	1963	2	V (= vertical)	144 261	231 254	200
Yard Creeks	USA	1965	3	V	74,5 104,3	222 199	
Cornwall	USA	1965	8	V	186,5 295	310 350	
Ikehara 2	Japón	1966	2	V	110 110	132 129,5	150
Cabin Creek	USA	1967	2	V	97 116,3	320 326	
Nagano	Japón	1968	2	V	120 113	111 107,5	150
Brasimone	Italia	1970	2	V	150,3 169,7	385,9 377,7	375
Kisen Yama	Japón	1970	1	V	240,0 240,0	230 220	225
Vianden 10	Luxemburgo	1970	1	V	215,0 196,4	294,7 287,1	333,3
Ludington	Japón	1972	6	V	323,0 343,0	113,6 107,7	112,5
Blenhein Gilboa	Japón	1972	4	V	287,0 300,0	358 339	257
Kastaic	Japón	1970	6	V	263,0 261,0	381 328	257
B/T con M/G de dos velocidades							
Hatanagf	Japón	1962	2	V	33,7 45,4	103,2 101,8	200 200/167
San Luis	USA	1965	8	V	28 23,8	88 59,6	120/150 120/150

En la Fig. 15-22 puede verse la sala de máquinas de la *central de Waldschut* del alto Rin con 4 *grupos ternarios*, a 250 rpm, de eje horizontal, compuesto cada uno (comenzando por la T que aparece en primer plano en la figura) de una TF: H = = 143 m; P_a = 44.100 kW; de un M/G; de una TP de arranque combinada con

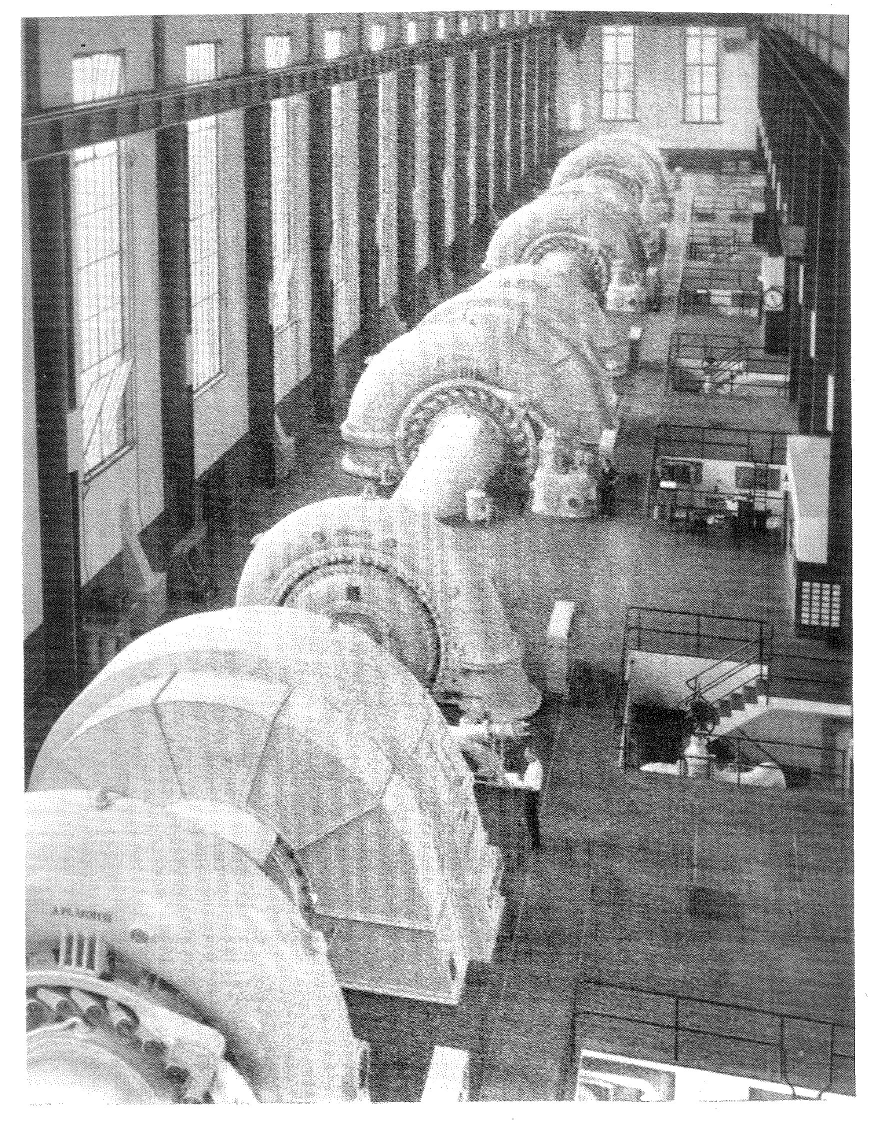


Fig. 15-22.–Sala de máquinas de la *Central de Waldschut*, Alemania, con 4 grupos ternarios de acumulación por bombeo.

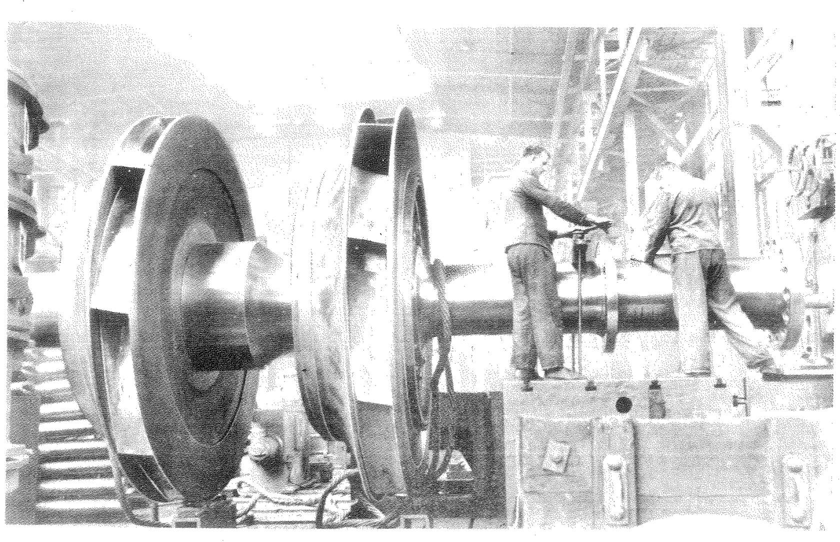


Fig. 15-23.–Rodetes del primero y segundo escalonamiento de una B de acumulación de la *central de Waldschut*.

el acoplamiento (en la Fig. 15-22 se ve el inyector de esta T); y finalmente de una B de 1 flujo y 2 escalonamientos: H = 167 m; P_a = 17.700 kW (Fig. 15-23). En la Fig. 15-22 puede verse delante de cada T el regulador de velocidad.

La Fig. 15-24 corresponde al rotor de una B de 5 escalonamientos de la *central de Veytaux* con la turbina Pelton de arranque y el acoplamiento de engranajes.

En la foto de la Fig. 15-25, que corresponde a uno de los 4 *grupos ternarios* de la *central de Säckingen* al Sur de la Selva Negra, en la parte superior se ve el rodete de la turbina del variador hidráulico de arranque y en la parte inferior el rodete de la B con la corona dentada interior del acoplamiento de engranajes, todo lo cual puede verse también en el esquema de la Fig. 15-26 y en la foto de la Fig. 15-27, en la cual no es visible la TF que integra el grupo ternario. Las características de estas B de 1 flujo y 2 escalonamientos son: n = 600 rpm; H = 408 m; P_a = 70.660 kW, rendimiento garantizado 91,5 %.

Para terminar este capítulo aduciremos dos ejemplos recientes de grupos de bombeo notables por su potencia unitaria a saber los dos grupos de la central de Waldeck II en Alemania y el grupo 10 de la central de Vianden en Luxemburgo; los primeros son *grupos ternarios* y el último un *grupo binario*.

Central de Waldeck II

La central de Waldeck I suministra una potencia de 140 MW. La *central de Waldeck II* comprende en su primera fase dos *grupos ternarios* de eje vertical

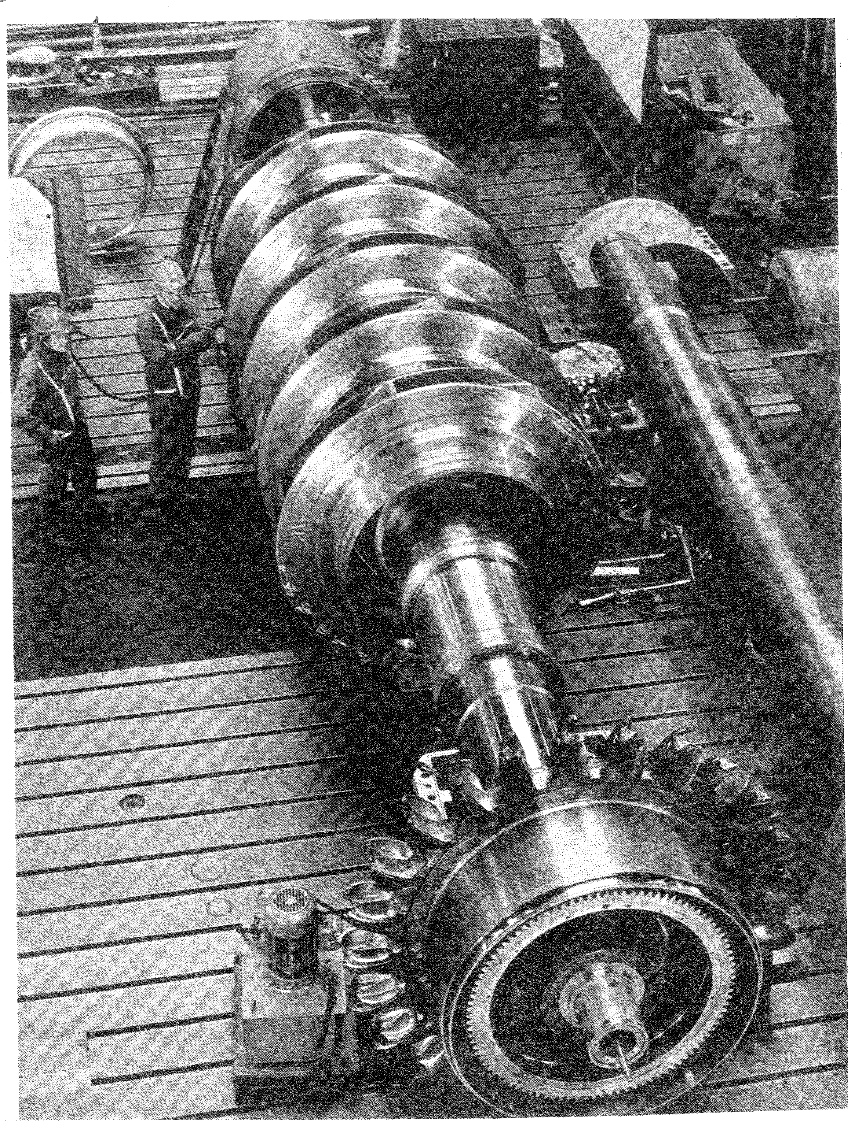


Fig. 15-24.–Rotor de la B de acumulación de 5 escalonamientos de la *central de Veytaux:* $H = 875{,}5$ m; $P_a = 60.470$ kW.

de nueva concepción (1). El interés de estos grupos para nuestro estudio reside en que ellos no resultaron ser sensiblemente más caros que los grupos binarios,

(1) Véase K.M.J. BAUMANN, *Conception constructive des groupes ternaires mono-arbres de la centrale d'accumulation par pompage Waldeck II,* "Bulletin Escher Wyss 44,2 (1971) 24-32"

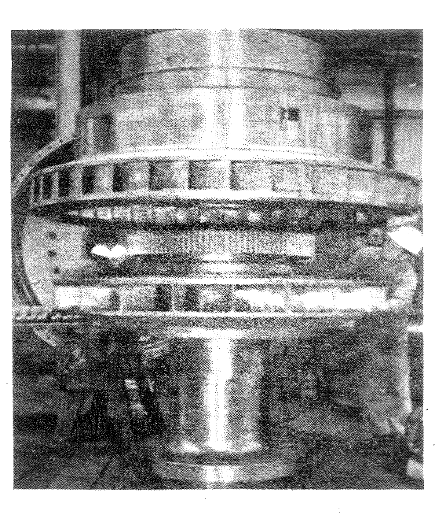


Fig. 15-25.–Montaje de un grupo de la *central subterránea de acumulación por bombeo de Säckingen.* En la parte superior el rodete secundario (turbina) del turboconvertidor hidrodinámico, en la parte inferior el rodete de la bomba con el acoplamiento de engranajes

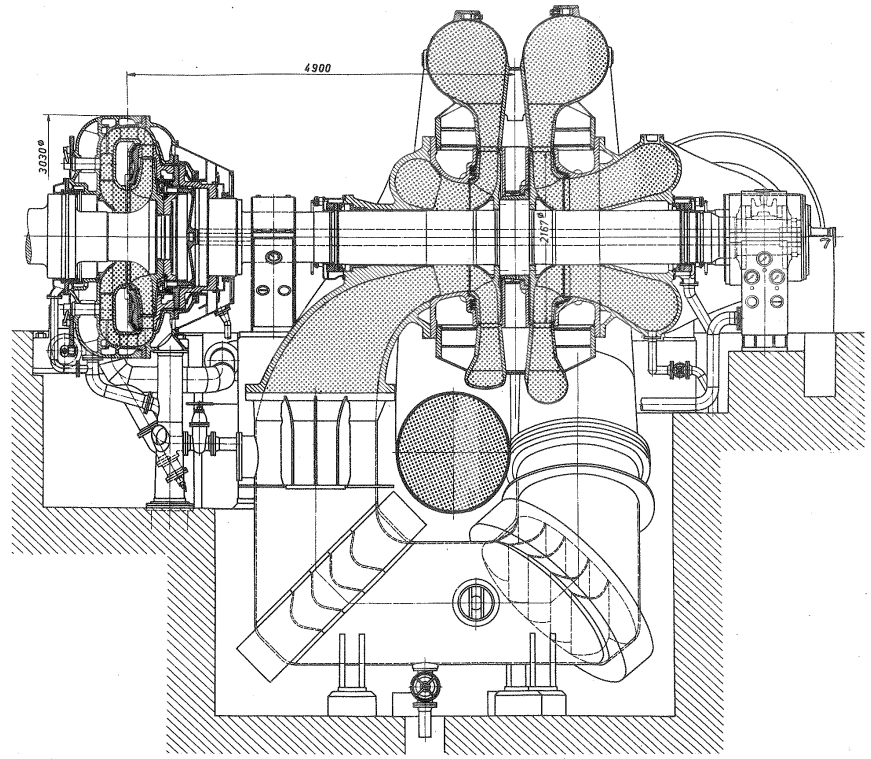


Fig. 15-26.–Corte longitudinal de una B de acumulación y de un turboconvertidor con acoplamiento de engranajes de *Säckingen.*

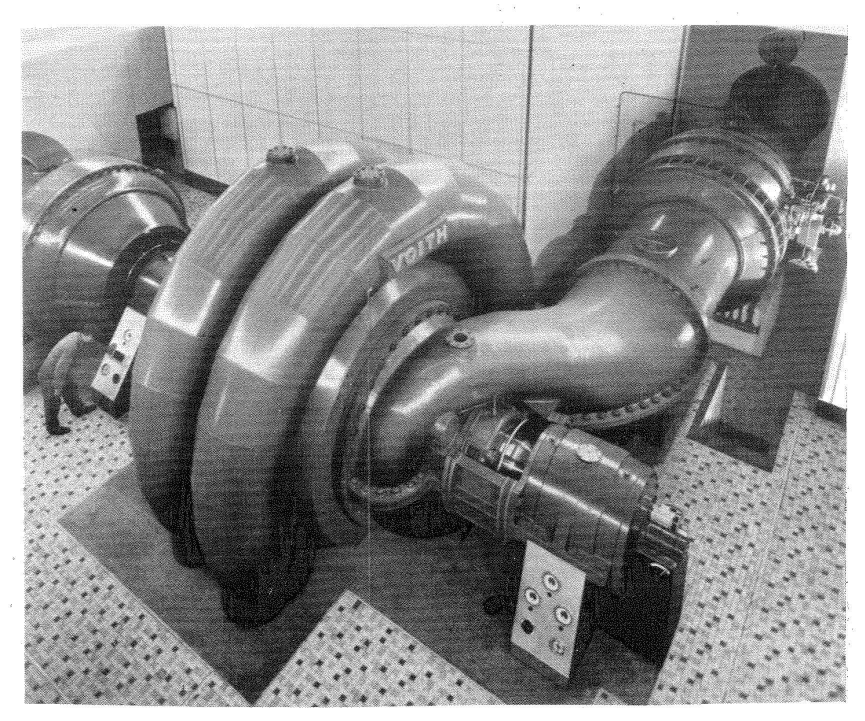


Fig. 15-27.–Turboconvertidor hidráulico y B de acumulación vista del lado de la aspiración. Detrás a la derecha la válvula esférica de baja presión. Delante el cojinete de guía y de empuje de la B. (Central de Säckingen).

y en contraposición permitieron aprovechar la gran ventaja de los grupos ternarios sobre los binarios de la mayor rapidez de maniobra. Diferencia de cotas entre los centros de gravedad de los dos embalses: 329 m; características unitarias: velocidad: 375 rpm. Como T: $P_{a\,máx} = 239$ MW. Como B: $P_a = 234$ MW. La novedad de estos grupos, respecto a los grupos ternarios de eje vertical convencionales, reside en que la TF está montada encima del motor-generador, lo cual no ofrece mayor dificultad protegiendo convenientemente la máquina eléctrica contra las posibles fugas de agua de la T, estando el tubo de aspiración acodado dirigido hacia lo alto, según muestra el corte por un grupo de esta central subterránea de la Fig. 15-28. De esta manera se ha reducido la altura del grupo a una dimensión casi igual a la de un grupo binario con el consiguiente ahorro en obra civil. Además la puesta en marcha se hace siempre con la T con lo que se elimina el motor eléctrico o la turbina de arranque y el acoplamiento de dientes de la B.

Central de Vianden, grupo 10.

La central de Vianden situada en Luxemburgo junto a la frontera alemana es la central de acumulación por bombeo de mayor potencia del mundo. El caudal

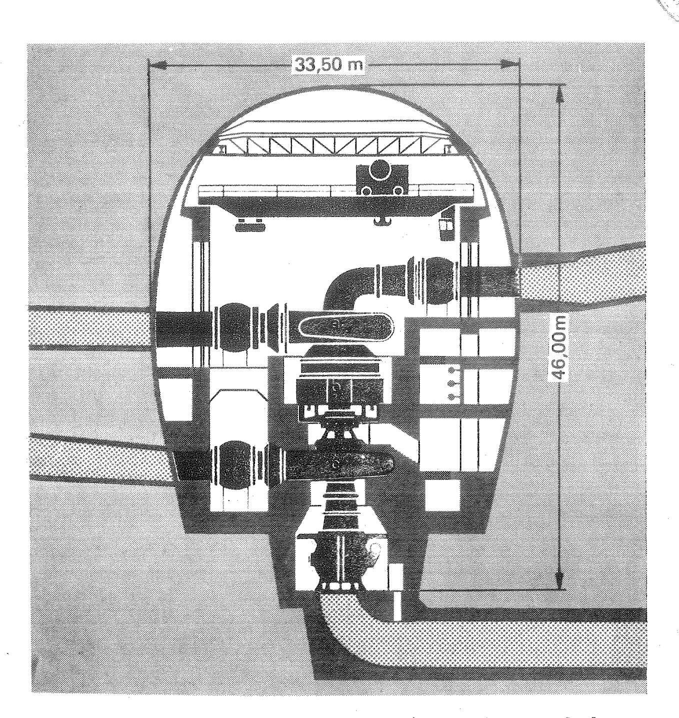


Fig. 15-28.–Sala de máquinas subterránea de la *central de acumulación por bombeo de Waldeck II* (dibujo de la firma Escher Wyss).

pendular diario en esta central gigantesca se estima en 5,4 millones de m^3 Desde 1973 la potencia instalada es de 1130 MW. Los 9 primeros grupos de la central giran a 428 rpm y totalizan una potencia de 900 MW. Los 9 primeros grupos son *grupos ternarios* que constan de TF, M/G, acoplamiento de engranajes, turbina Pelton de arranque y una B de 2 flujos y 2 escalonamientos (véase la Fig. 15-29). Características de una T: $Q = 39{,}5$ m^3/s; $P_a = 90$ MW. Características de una B: $Q = 21$ m^3/s; $P_a = 69$ MW. Con el fin de aumentar la potencia de la la central en 230 MW en 1970 empezaron los trabajos para el diseño y construcción del grupo 10 (1). El grupo 10 es un *grupo binario* de eje vertical, cuyas características son velocidad: 333 rpm; como T: $Q_{máx} = 76{,}5$ m^3/s, $P_a = 197$ MW; como B: $Q_{máx} = 74{,}1$ m^3/s; $P_a = 215$ MW. Tiempos de maniobra: parada a turbinación a plena carga, 110 s; turbinación a plena carga a bombeo, 310 s; bombeo a turbinación sin carga, 50 s; turbinación sin carga a plena carga, 30 s.

Se escogió el *grupo binario* a fin de reducir costos (ahorro de 35 DM/kW

(1) Véase G. LENSSEN, *Vianden Pumped Storage Scheme-Design Criteria for the 10th Set*, "Escher Wyss News 45,1 (1972) 13-21".

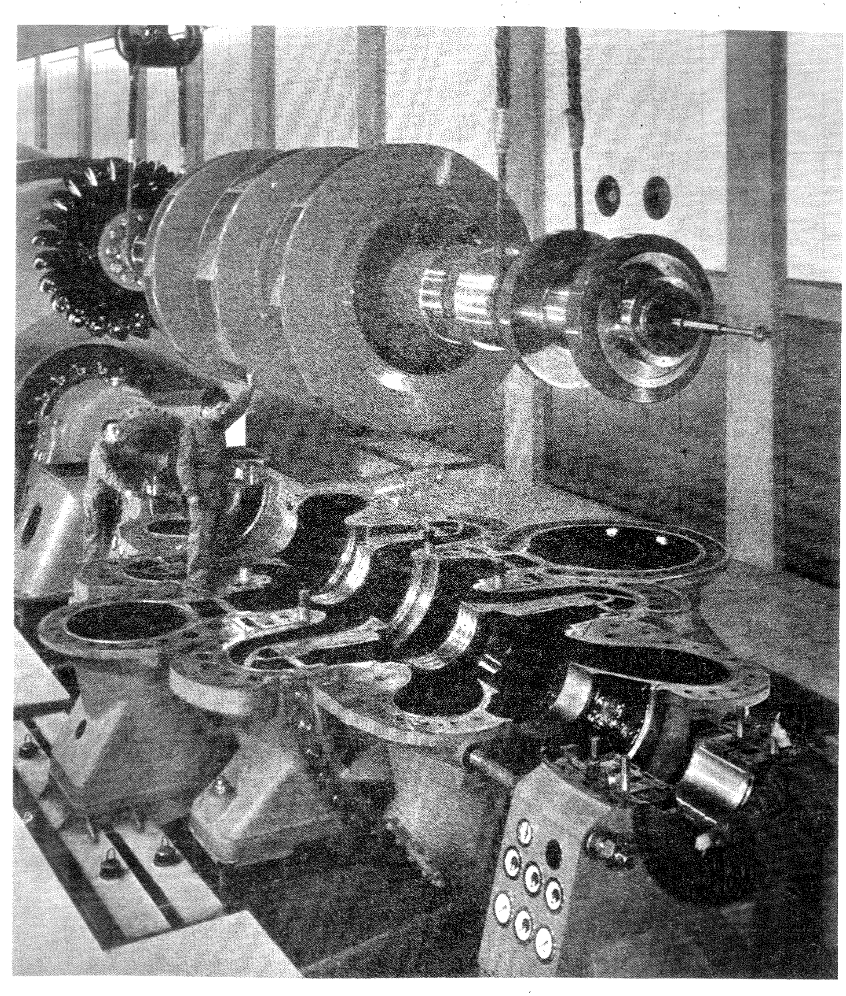


Fig. 15-29.—Montaje de uno de los 9 grupos ternarios de la *central de Vianden I.*

sólo en la máquina, sin contar la economía resultante de la eliminación del acoplamiento y menor número de cojinetes, etc...). La reducción de rendimiento que como puede verse en la Fig. 15-30 no es excesiva en turbinación (en bombeo el rendimiento es prácticamente igual) no se consideró suficiente para neutralizar esta ventaja. Tampoco se estimó en este caso gran desventaja el tiempo mayor de transición de turbinación a bombeo con respecto al grupo ternario, ya que el tiempo más interesante era el requerido para pasar de bombeo a turbinación, el cual es prácticamente igual que en el grupo ternario. Para reducir costes se ha eliminado el motor pony y la turbina de arranque, arrancando asincrónicamente como B con el M/G conectado a la red.

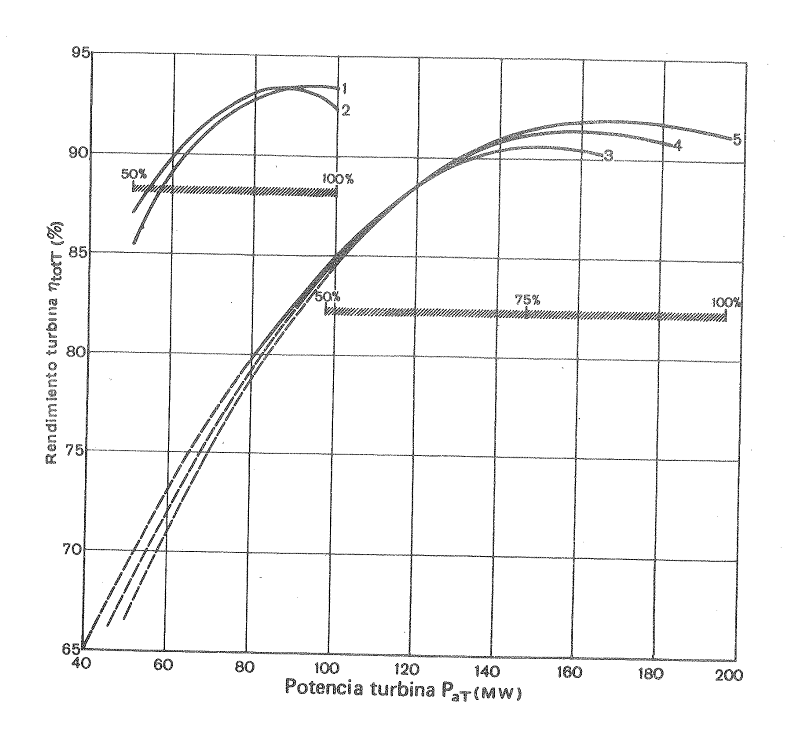


Fig. 15-30.—Rendimientos comparativos de una pura T con relación a una B/T relativa a los grupos de la *Central de Viandem:* 1 – T (hay dos en la central): H = 280 m · 2 – T (hay cinco en la central): H = 280 m · 3 – B/T (grupo décimo de la central): H = 266,5 m · 4 – B/T (grupo décimo): H = = 280 m · 5 – B/T (grupo décimo): H = 290,8 m.

16. Estudio de las turbomáquinas hidráulicas compuestas: transmisiones hidrodinámicas

16.1. Introducción

Además de las *TM múltiples*, ya estudiadas (véanse las Secs. 5.3, B en serie y en paralelo, y 12.4), que se componen de múltiples unidades sencillas de la misma especie (B ó T) de múltiples escalonamientos (TM en serie) o múltiples flujos (TM en paralelo); existen las *TM compuestas*, en las cuales se combinan en una misma máquina dos o más rodetes de distinta especie (B y TH). Las TM compuestas encuentran aplicaciones en el caso de las transmisiones hidráulicas.

La *transmisión hidráulica* es una máquina que sirve para transmitir potencia de eje conductor al eje conducido sin acoplamiento rígido alguno, por intermedio de un líquido que *absorbe* energía en el eje conductor y *restituye* energía en el eje conducido.

Las transmisiones hidráulicas se clasifican en transmisiones hidroestáticas e hidrodinámicas. Las primeras se componen de bombas y motores hidráulicos de *desplazamiento positivo* y caen fuera del objeto de este libro, constituyendo la rama de gran interés en la técnica conocida con el nombre de *Potencia Fluída o Hidráulica Industrial.*

La idea básica de una transmisión hidrodinámica sería la representada esquemáticamente en la Fig. 16-1; para transmitir potencia por vía fluída desde el motor de accionamiento M que gira a la velocidad n_1 a la máquina receptora o generadora G, cuya velocidad de giro será n_2 se acopla al eje del motor la bomba B que comunica energía al fluído, el cual la cede a la turbina T; la B estaría provista como las bombas corrientes de un sistema difusor D_B y la turbina de un distribuidor D_T; finalmente los conductos C_1 y C_2 servirían para conducir el fluído de la B a la T y de la T a la B respectivamente.

El profesor H. Föttinger concibió y desarrolló esta idea. Föttinger era un ingeniero eléctrico de los astilleros Vulcán en Stettin, Alemania, y recibió en 1902 el encargo de idear una transmisión adecuada para el crucero alemán Lübeck, que que iría accionado con turbina de vapor. La TV es una TM de elevado número de revoluciones, mientras que la hélice ha de girar más lentamente por peligro de cavi-

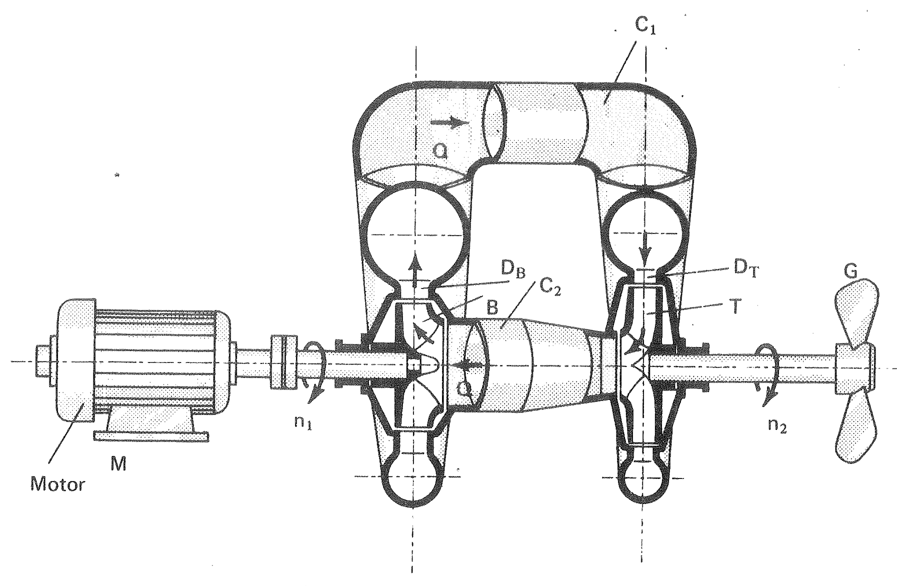


Fig. 16-1.–Esquema básico de una *transmisión hidrodinámica.*

tación, y alcanza su óptimo rendimiento a un rpm mucho más bajo. Föttinger descartó la solución eléctrica por su excesivo volumen por unidad de potencia (potencia específica baja) y por el peligro de la instalación de alta tensión en aquel tiempo con la humedad de la sala de máquinas, etc... La diferencia de volumen del motor eléctrico y de una B de un grupo de 37 kW, con que tropezó casualmente en un taller, le inspiró la solución hidráulica, que le condujo a su primera patente del año 1.905.

En el esquema de la Fig. 16-1 el rendimiento de la transmisión es evidentemente el producto de los rendimientos de la B y la T. El de esta última es del orden de 85% y el de la B es un poco más bajo, 83%. El de la transmisión sería del 70%, excesivamente bajo. En la misma figura se indica cómo consiguió Föttinger transmisiones con un 95 a 97%, en el punto de diseño, a saber creando una *TM más compacta,* en la cual se instalan los rodetes uno en frente del otro, eliminándose las pérdidas en los conductos, pérdidas por velocidad de salida, etc... Así nacía, poco después que el motor Diesel, la transmisión hidrodinámica, que en sus múltiples variantes de diseño, ocupa hoy un puesto importante en la técnica.

Föttinger inventó y desarrolló los dos tipos fundamentales de las transmisiones hidrodinámicas, que en sus múltiples variantes se estudiarán en el presente capítulo.

16.2. Tipos fundamentales de las transmisiones hidrodinámicas

Los dos tipos fundamentales son por orden de invención los *embragues o turboacoplamientos y los transformadores o convertidores de par;* ambos tipos pueden verse en las Figs. 16-2 y 16-3.

Turboconvertidores de par hidrodinámicos

El primer tipo desarrollado por Föttinger por el encargo mencionado de los astilleros Vulcán, aunque históricamente el primero, se estudiará aquí en segundo lugar por ser más complicado que el turboacoplamiento, y se representa en la Fig. 16-2. Su objeto como indica su nombre es multiplicar (o demultiplicar, caso menos frecuente) el par por vía hidrodinámica, es decir, utilizando un fluído como receptor y comunicador de par. Consta de un rodete de B unido al eje conductor, o eje del motor, denominado *eje primario; de un* rodete de T, unido al eje conducido, o eje de la máquina receptora, denominado *eje secundario;* y de una corona directriz fija. Gracias a esta última, como veremos, se consigue que el par transmitido por el eje conducido sea mayor (o menor) que el transmitido por el eje conductor, y que la relación de conversión de par M_2/M_1 disminuya a medida que la relación de transmisión de velocidades de giro de ambos ejes $\frac{n_2}{n_1}$ aumente. El óptimo rendimiento sólo se consigue para la *relación de trans-*

Fig. 16-2.–Esquema de un *convertidor hidrodinámico de par.*

Fig. 16-3.–Esquema de un *acoplamiento hidrodinámico.*

misión y relación de conversión de diseño.

Föttinger desarrolló su convertidor de par o reductor de velocidad con una relación de transmisión de 1:5 y un rendimiento máximo cercano al 85%. El reductor de velocidad hidrodinámico no encontró gran aplicación en los barcos ya que poco después, en el año 1910, se crearon las transmisiones mecánicas por engranajes helicoidales, que permitían obtener cualquier relación de transmisión con solo un par de engranajes y con rendimiento muy superior. El inglés Parsons introdujo los engranajes reductores en los barcos, donde siguen empleándose hasta nuestros días. Inicialmente se llegaron a instalar turboconvertidores hidrodinámicos en un total de 147.000 kW hasta que los engranajes helicoidales los desplazaron por completo en este campo. Posteriormente surgieron nuevos campos de aplicación para aprovechar sus ventajas innegables.

En la aplicación automovilística para citar un ejemplo conocido, se aprovecha la principal ventaja del turboconvertidor hidrodinámico de que la relación de pares cambia automáticamente con la carga, sin que cese el flujo de potencia. Además el par es máximo cuando el coche arranca, es decir cuando el par que se requiere es mayor para acelerar el vehículo. A medida que la velocidad aumenta y se necesita menos par para la aceleración, la relación de conversión de par disminuye *automáticamente*.

Turboacoplamientos hidrodinámicos

El segundo tipo es el embrague o *turboacoplamiento hidrodinámico*, representado en la Fig. 16-3, de construcción simplísima, desarrollado también por Föttinger para el campo de la ingeniería naval. Con él se resolvían los serios problemas de vibraciones torsionales causados por los motores Diesel de gran potencia, que se empezaban a instalar en los barcos en 1910. En esta transmisión, de elevado rendimiento (98% en el punto de diseño), se suprime la corona directriz fija; los álabes de la B y T se encuentran en planos radiales y en una carcasa común, de manera que el flujo del aceite que llena el acoplamiento es centrífugo en la B y centrípeto en la T. El momento comunicado por la B al aceite es cedido por éste a la T. Ambos momentos son iguales porque no existe como en el turboconvertidor de par, corona fija que pueda absorber la diferencia. La máquina es, pues, un mero embrague o turboacoplamiento de gran suavidad.

Al inglés Sinclair se debe la utilización de los acoplamientos hidráulicos por vez primera en los autobuses urbanos de Londres para eliminar las molestias causadas por las sacudidas en las múltiples paradas y arranques, así como múltiples mejoras introducidas en los mismos.

Ambos tipos de transmisiones hidráulicas, que acabamos de describir someramente y que se estudian con más detalle a continuación, se aplican preferentemente allí donde el arranque es difícil o frecuente, por ejemplo en los barcos, TH, compresores etc...; o donde tienen lugar sacudidas y golpes que la transmisión hidráulica amortigua eficazmente, como en las grúas, dragadoras, excavadoras, etc...

16.3. Ventajas e inconvenientes de las transmisiones hidrodinámicas

Las *ventajas de las trasmisiones hidrodinámicas* (turboacoplamientos y turboconvertidores) son las siguientes:

a) *gran potencia específica* (propiedad característica en general de todas las TM). Esta propiedad permite la transmisión de grandes potencias con dimensiones relativamente pequeñas. Para referirnos a un ejemplo concreto, en el campo de aplicación a las locomotoras la relación de la masa a la potencia en kg/kW viene a ser de 4,4 a 9,5 en las locomotoras dotadas de transmisión hidrodinámica y de 9 a 14 en las dotadas de transmisión electromecánica,

b) *elasticidad* y ausencia de trasmisión rígida, que permite el acoplamiento, desacoplamiento e inversión de marcha, incluso con mando a distancia y con gran suavidad,

c) *amortiguamiento de vibraciones rotacionales,*

d) *imposibilidad de sobrecarga* del motor,

e) *seguridad en la explotación* y revisiones mínimas,

f) *ausencia de desgaste,* por estar los elementos móviles de la máquina siempre sumergidos en aceite.

Los inconvenientes *de las transmisiones hidrodinámicas* son los siguientes:

a) *rendimiento menor en el punto de diseño* que las transmisiones mecánicas;

b) *disminución del rendimiento* en regímenes de funcionamiento distintos del de diseño;

c) *empaquetaduras difíciles* de construir;

d) *necesidad de refrigeración.*

La variedad de los tipos de trasmisiones construídas y las múltiples y variadas aplicaciones que encuentran en la industria, demuestran que *en multitud de casos la trasmisión hidrodinámica constituye la solución técnicamente más aceptable.*

16.4. Teoría general de las trasmisiones hidrodinámicas

16.4.1. Ecuaciones fundamentales

En toda corona fija (corona directriz) o móvil (rodete de B ó T) de cualquier tipo de trasmisión hidrodinámica se verifica la ecuación:

$$M = Q\rho\,(r_1\,c_{1u} - r_2\,c_{2u}) \qquad (16\text{-}1)$$

(Ecuación fundamental de la trasmisión del par)

Esta ecuación fue deducida en la Sec. 3.2 [véase la Ec. (3-4)]. El razonamiento hecho en dicho lugar es aplicable igualmente a una corona fija, donde varía el mo-

mento cinético del fluído, que a una corona móvil. Por el contrario la trasmisión de potencia mecánica al fluído o viceversa sólo puede conseguirse en los rodetes móviles ($P = M \cdot \omega$).

En este capítulo:

– los subíndices, B, T, D se refieren respectivamente a la bomba, turbina y corona directriz fija.

– los *subíndices* 1 y 2 indican la entrada y salida de la bomba, turbina o corona directriz fija.

– los *signos* de los momentos y potencias serán los corrientemente utilizados en Termodinámica: *negativo*, potencia y momento comunicado al fluído (B); positivo, el comunicado por el fluído (T); el momento en la corona directriz fija puede ser negativo o positivo, según tenga el mismo sentido que el de la B o el de la T respectivamente.

– en todo nuestro estudio aplicaremos la teoría unidimensional (véase Sec. 2.3), es decir consideraremos el hilo medio de corriente dibujado en el esquema del turboacoplamiento de la Fig. 16-4 y análogamente en el turboconvertidor.

A continuación deducimos las ecuaciones fundamentales de los dos esquemas básicos de las Figs. 16-2 y 16-3.

Turboacoplamientos hidrodinámicos (Fig. 16-3)

El momento M_B comunicado al fluído por el eje conductor o primario en la bomba ($M_B < 0$) será (Fig. 16-3), según la Ec. (16-1):

$$M_B = Q\rho\,(r_{1B}\,c_{1uB} - r_{2B}\,c_{2uB}) \qquad (16\text{-}2)$$

y el momento M_T comunicado por el fluído al eje conducido o secundario en la T ($M_T > 0$) será:

$$M_T = Q\rho\,(r_{1T}\,c_{1uT} - r_{2T}\,c_{2uT}) \qquad (16\text{-}3)$$

En un acoplamiento hidráulico no hay ninguna corona fija que pueda reducir (o aumentar) el momento M_B; luego, si se prescinde de los momentos de rozamiento de disco y de los momentos de los rozamientos mecánicos:

$$|M_T| = |M_B|$$

Esta igualdad (teórica) de los valores absolutos de los momentos puede demostrarse además fácilmente, ya que estando la T y la B una a continuación de la otra (véase Fig. 16-4):

$$r_{1T} = r_{2B}$$
$$r_{2T} = r_{1B}$$

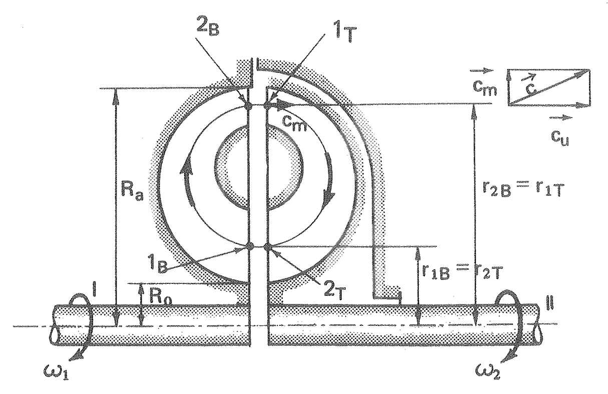


Fig. 16-4.–Acoplamiento hidrodinámico.

$$c_{1uT} = c_{2uB}$$
$$c_{2uT} = c_{1uB}$$

con lo cual, según las Ecs. (16-2) y (16-3):

$$M_T = -M_B$$

Turboconvertidores de par hidrodinámicos (Fig. 16-2)

La misma Ec. (16-1)

$$M = Q\rho\,(r_1\,c_{1u} - r_2\,c_{2u})$$

afectada del subíndice B nos dará el par que el rodete comunica al fluído ($M_B < 0$) en la B; afectada del subíndice T nos dará el par que el fluído comunica al rodete ($M_T > 0$) en la T; o finalmente afectada por el subíndice D el que el fluído comunica a la corona directriz fija o viceversa ($M_D \lesseqgtr 0$, generalmente $M_D < 0$) en la D.

Denominaremos:

– *relación de conversión de par*, o simplemente *relación de conversión del turboconvertidor de par* a la relación $\mu = \dfrac{M_T}{M_B}$.

– *relación de transmisión de velocidades*, o simplemente *relación de transmisión* $i = \dfrac{\omega_T}{\omega_B}$.

Para calcular el valor de μ utilizaremos la relación deducida del triángulo de velocidad respectivo:

$$c_u = u + w_u \qquad (16\text{-}4)$$

Hagamos el radio de salida de la B, $r_{2B} = 1$, lo cual equivale a medir los restantes radios con esta unidad.

El par de la B, teniendo en cuenta las Ecs. (16-1) y (16-3) y teniendo en cuenta también que $r_{2B} = 1$, $c_{1uB} = c_{2uD}$, se podrá expresar así:

$$M_B = Q\rho\,(c_{2B} + w_{2uB} - c_{2uD}\, r_{1B}) \qquad (16\text{-}5)$$

$$M_B = Q\rho\,(c_{2uD}\, r_{1B} - u_{2B} - w_{2B}) \quad (1)$$

$$M_T = Q\rho\,(r_{1T}\, c_{1uT} - r_{2T}\, c_{2uT}) \qquad (16\text{-}6)$$

y teniendo en cuenta las relaciones evidentes siguientes:

$$r_{1T} = r_{2B} = 1$$

$$c_{1uT} = c_{2uB} = u_{2B} + w_{2uB}$$

$$c_{2uT} = u_{2T} + w_{2uT}$$

$$u_{2T} = r_{2T}\,\omega_2 = r_{2T} \cdot i \cdot \omega_1 = r_{2T} \cdot i \cdot r_{2B}\, u_{2B} = r_{2T} \cdot i \cdot u_{2B} \quad \text{porque} \quad r_{2B} = 1$$

se puede escribir

$$c_{2uT} = r_{2T} \cdot i \cdot u_{2B} + w_{2uT}$$

y la Ec. (16-6) se transforma en

$$M_T = Q\rho\,[u_{2B} + w_{2uB} - (r_{2T}^2 \cdot i \cdot u_{2B} + r_{2T}\, w_{2uT})] = M_T \qquad (16\text{-}7)$$

y la relación de conversión de par μ será, teniendo en cuenta las Ecs. (16-7) y (16-5)

$$\mu = \frac{u_{2B} + w_{2uB} - r_{2T}^2 \cdot i \cdot u_{2B} - r_{2T}\, w_{2uT}}{u_{2B} + w_{2uB} - c_{2uD}\, r_{1B}} \qquad (16\text{-}8)$$

donde se ha multiplicado por -1 el numerador porque el par de la B siempre es negativo para hacer la relación de trasmisión positiva.

Supongamos ahora el caso normal de un convertidor de par en que $i > 1$, y por tanto el numerador se mantiene siempre en la Ec. (16-8) mayor que el denominador. De la Ec. (16-8) se deducen las medidas a adoptar para conseguir una relación de conversión de par elevada:

(1) Advertirá el lector que escrito así sea $M_B > 0$

$$M_B = Q\rho\,(c_{2uD}\, r_{1B} - u_{2B} + w_{2B})$$

1) La componente periférica de la velocidad relativa a la salida de la B, w_{2uB}, que depende del ángulo β_{2B}, figura con signo más en el numerador y denominador. Por tanto, si w_{2uB} es positiva, es decir, si los álabes de la B están inclinados hacia adelante ($\beta_{2B} > 0$), al aumentar w_{2uB} disminuirá la relación de conversión; si, por el contrario, w_{2uB} es negativa, es decir si los álabes de la B están inclinados hacia atrás ($\beta_{2B} < 0$), al aumentar (en valor absoluto) w_{2uB} aumentará la relación de conversión.

2) siendo w_{2uT} generalmente negativa (álabes a la salida de la T curvados hacia atrás), al aumentar w_{2uT} en valor absoluto aumenta la relación de conversión.

3) Siendo los álabes fijos de la corona directriz a la salida curvados hacia adelante, al aumentar en valor absoluto c_{2uD} (1) aumenta la relación de conversión;

Los valores de w_{2uB}, w_{2uT} y c_{2uD} dependen de la inclinación de los álabes de la B, T y corona directriz respectivamente.

4) La relación de conversión puede también variarse modificando los radios r_{1B} y r_{2T}, según la Ec. (16-8).

16.4.2. Parámetros fundamentales

Parámetros que interesan al comprador o utilizador de una trasmisión hidrodinámica:

1) *potencia en el eje conductor:* P_{aB};

2) *potencia en el eje conducido:* P_{aT};

3) relación de trasmisión de velocidad o simplemente relación de trasmisión

$$i = \frac{\omega_T}{\omega_B} = \frac{n_T}{n_B}$$

4) relación de conversión de par o simplemente relación de conversión:

$$\mu = \frac{M_T}{M_B}$$

Parámetros que interesan al diseñador de una trasmisión hidrodinámica:

5) altura teórica de la B: H_{uB} (energía específica absorbida por el fluído del eje conductor);

6) *altura útil de la B:* H_B; en una trasmisión hidráulica de B se reduce al rodete y la H_B aquí definida coincide con la altura efectiva H, y es la diferencia de energías totales específicas entre la salida y entrada del rodete;

(1) Se advertirá que c_u en una corona fija juega el mismo papel que w_{2u} en la corona móvil.

7) *rendimiento hidráulico de la B:*

$$\eta_{hB} = \frac{H_B}{H_{uB}}$$

8) *caudal teórico de la B:* Q_{tB} (caudal bombeado por el rodete de la B);

9) *caudal útil de la B:* Q_B

10) *rendimiento volumétrico de la B:*

$$\eta_{vB} = \frac{Q_B}{Q_{tB}}$$

11) *potencia interna de la B:*

$$P_{iB} = \rho g \, Q_{tB} \, H_{uB}$$

(potencia absorbida por el fluído en el rodete, incluyendo para más sencillez las pérdidas por ventilación entre las pérdidas mecánicas)

12) *potencia útil de la B:*

$$P_B = \rho g \, Q_B \, H_B$$

13) *rendimiento interno de la B:*

$$\eta_{iB} = \frac{P_B}{P_{iB}} = \eta_{hB} \, \eta_{vB}$$

14) *altura teórica de la T:* H_T; en una trasmisión hidráulica la T se reduce al rodete, y la H_T aquí definida coincide con la altura neta H, y es la energía absorbida por la T o puesta a disposición de la T;

15) *altura útil de la T:* H_{uT} (equivale a la altura expresada por la ecuación de Euler de la T).

La diferencia entre la altura teórica y la útil en la B y en la T constituyen las pérdidas hidráulicas en una y otra. Las transmisiones hidrodinámicas han de funcionar con frecuencia fuera del punto de diseño, y entonces las pérdidas por choque son importantes. Estas se dan en los períodos de aceleración del eje conducido, o eje secundario, en la T; pero quedan en parte compensadas con las pérdidas por fricción que son menores cuando las velocidades de flujo del fluído son menores.

16) *rendimiento hidráulico de la T:*

$$\eta_{hT} = \frac{H_{uT}}{H_T}$$

17) *caudal teórico de T:* Q_T (caudal absorbido por la T)

18) *caudal efectivo de la T:* Q_{eT}

19) rendimiento volumétrico de la T:

$$\eta_{vT} = \frac{Q_{eT}}{Q_T}$$

20) *potencia teórica de la T* (potencia neta o potencia absorbida por la T):

$$P_T = \rho g \, Q_T \, H_T$$

21) *potencia interna de la T:*

$$P_{iT} = \rho g \, Q_T \, H_{uT}$$

22) *rendimiento interno de la T:*

$$\eta_{iT} = \frac{P_{iT}}{P_T} = \frac{P_{iT}}{P_B} = \eta_{hT} \, \eta_{vT}$$

ya que la potencia suministrada a la T es la proporcionada por la B, o potencia útil de esta última.

23) *rendimiento hidráulico de la trasmisión:*

$$\eta_{hTr} = \frac{H_{uT}}{H_{uB}} = \eta_{hB} \, \eta_{hT}$$

24) *rendimiento volumétrico de la trasmisión:*

$$\eta_{vTr} = \frac{Q_T}{Q_{tB}} = \eta_{vB} \, \eta_{vT}$$

25) *rendimiento interno de la trasmisión*

$$\eta_{iTr} = \frac{P_{iT}}{P_{iB}} = \eta_{iB} \, \eta_{iT}$$

26) *rendimiento mecánico de la B:*

$$\eta_{mB} = \frac{P_{iB}}{P_{aB}}$$

donde P_{aB} – potencia de accionamiento de la B, o potencia cedida por el *eje conductor, o eje primario*, de la trasmisión.

27) *rendimiento mecánico de la T:*

$$\eta_{mT} = \frac{P_{aT}}{P_{iT}}$$

donde P_{aT} — potencia útil de la T, o potencia cedida al *eje conducido, o eje secundario*, de la trasmisión

28) *rendimiento total de la trasmisión:*

$$\eta_{tot\,Tr} = \frac{P_{aT}}{P_{aB}} = \eta_{hTr}\,\eta_{vTr}\,\eta_{mB}\,\eta_{mT} = \eta_{itr}\,\eta_{mB}\,\eta_{mT}$$

16.4.3. Refrigeración

Las pérdidas mecánicas se ceden al exterior en forma de calor. Las pérdidas internas elevan la temperatura del líquido de trabajo (generalmente aceite); por lo cual, si como sucede con frecuencia la *refrigeración natural* por aire no es suficiente, hay que recurrir a la *refrigeración forzada* en un intercambiador de calor o refrigerador.

La potencia calorífica P_c que es preciso evacuar en el intercambiador será:

$$P_c = P_{iB}\,(1 - \eta_{iTr})$$

y el caudal volumétrico del líquido de trabajo, que debe pasar por el intercambiador de calor, será:

$$Q = \frac{P_c}{\rho \cdot c\,(t_S - t_E)}$$

donde c — calor específico del líquido de trabajo; para el aceite $c \sim 1{,}88 \frac{kJ}{kg \cdot K}$

t_S — temperatura del líquido de trabajo a la salida de la trasmisión (y entrada en el intercambiador).

t_E — temperatura del líquido de trabajo a la entrada de trasmisión (y salida del intercambiador).

La temperatura t_S depende principalmente de la clase de aceite empleado. En general, puede decirse que hasta 80-90 °C la temperatura es normal. Con aceites especiales de punto de ignición elevado puede llegarse hasta los 120 °C. A los 120 °C la trasmisión deberá ponerse fuera de servicio. A los 160 °C el aceite puede fácilmente autoinflamarse. La temperatura t_E para el aceite puede ser de 50-70 °C.

En las transmisiones hidrodinámicas suele emplearse aceite muy fluído (de 5-60° Engler), a veces gasoil de motores Diesel. A veces en las trasmisiones de los barcos

con mucha frecuencia, se emplea en lugar de aceite agua dulce. La presión media de aceite en las trasmisiones suele ser de unos 3,5 bar; en algunos tipos de trasmisión se llega hasta los 12 bar.

A continuación pasamos a estudiar las particularidades de los dos tipos fundamentales de trasmisiones hidráulicas.

16.5. Embragues hidrodinámicos o turboacoplamientos

16.5.1. Introducción

El embrague o turboacoplamiento hidrodinámico es una trasmisión hidrodinámica que permite acoplar elásticamente dos ejes por intermedio de un líquido (aceite) y trasmitir potencia del eje conductor al conducido sin variación de par.

El turboacoplamiento realiza la función de un embrague a fricción, y es un verdadero embrague hidrodinámico.

El turboacoplamiento evita la sobrecarga del motor en el arranque, y permite un arranque suave ya que, éste puede hacerse sin carga, vaciando de líquido el acoplamiento; a continuación se ve llenando la cámara de líquido aumentando lentamente el momento de rotación y el número de revoluciones del eje conducido. De esta manera la puesta en marcha o parada de un grupo, incluso de gran potencia, provisto de turboacoplamiento se consigue sin sacudidas, mediante el vaciado o llenado respectivamente de la cámara tórica en un tiempo que oscila de 3-6 segundos.

Gracias a estas ventajas el turboacoplamiento hidrodinámico ha encontrado múltiples aplicaciones en autos, camiones, tractores, barcos, máquinarias de la construcción, máquinas elevadoras, industria minera, turbinas de gas, etc.

En un embrague hidrodinámico, como ya hemos visto, (Fig. 16-5) no existe corona directriz alguna, pasando el líquido directamente de la salida de la B, unida al eje conductor, a la entrada en la T, unida al eje conducido. El flujo, como puede verse en la Fig. 16-6 es centrífugo en la rueda primaria o B y centrípeto en la rueda secundaria o T

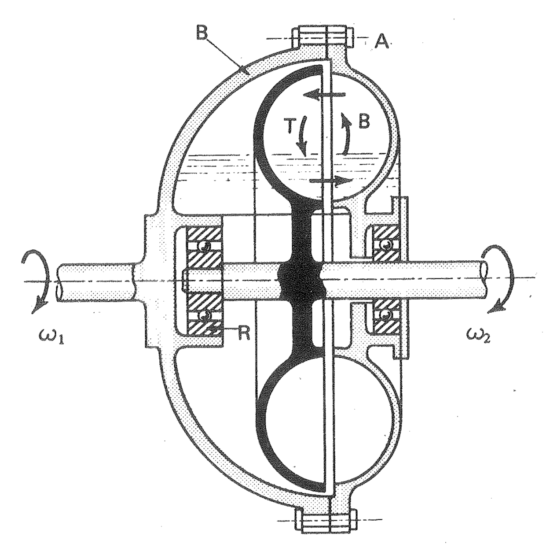
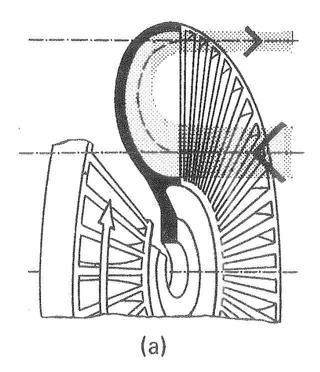


Fig. 16-5.—Acoplamiento hidrodinámico *sin toro central.*



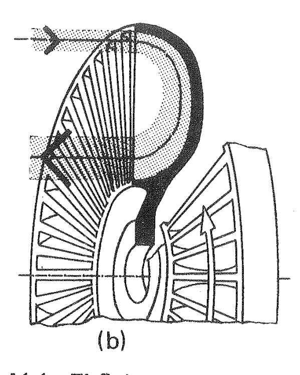


Fig. 16-6.–El flujo en un turboacoplamiento: a) en el rodete bomba; b) en el rodete turbina.

Los tipos corrientes de turboacoplamiento tienen los álabes de la B y la T iguales, planos y dispuestos radialmente. Esta construcción totalmente simétrica de los rodetes primarios y secundarios, que no se emplea en los turboconvertidores de par además de abaratar la construcción, permite la trasmisión del momente de rotación en ambos sentidos, con lo cual puede utilizarse el turboacoplamiento sin más como freno. Así, por ejemplo, en una grúa elevadora, puede hacerse descender la carga sin invertir la marcha del motor, utilizando el turboacoplamiento como decelerador. Si la T gira en sentido contrario a la velocidad de la B no se trasmitirá par alguno y se embalará la carga, con ello aumentará la velocidad opuesta de la T y el motor girará en sentido inverso al normal, lo que puede originar una seria avería. En la práctica si los dos rodetes giran a la misma velocidad y sentido contrario se produce una turbulencia tal que se disipa aproximadamente un cuarto de la carga normal del motor.

Además de la B y la T son también elementos esenciales de un turboacoplamiento la caja o carcasa y las empaquetaduras o prensaestopas. La Fig. 16-7 muestra los rodetes de B y T de un acoplamiento Voith de álabes radiales, y la caja exterior con los orificios para los pernos de fijación de la misma al rodete de la B. De ordinario, como sucede en las Figs. 16-7 y 16-5 la caja es solidaria de la B o rueda primaria y gira con ella, pero también puede estar solidaria a la T o rueda secundaria. De la cámara de alimentación pasa el líquido al interior del acoplamiento, a veces a través del eje hueco. El líquido se mueve llenando total o parcialmente el espacio tórico que se ve en la Fig. 16-5. Este espacio tórico puede en parte estar ocupado por otro toro hueco central, como en la Fig. 16-8, o estar totalmente libre, como en la Fig. 16-5.

El par que puede trasmitir un turboacoplamiento o *embrague hidráulico*, en virtud de la Ec. (8-24), crece con el cuadrado de la velocidad de rotación de la B. Por tanto para desembragar basta disminuir la velocidad de la B; por esta razón montada esta trasmisión sobre un vehículo constituye un embrague automático. Se pisa el acelerador estando el vehículo parado y el embrague se realiza gradualmente.

Los acoplamientos hidrodinámicos pueden servir como meros acoplamientos o

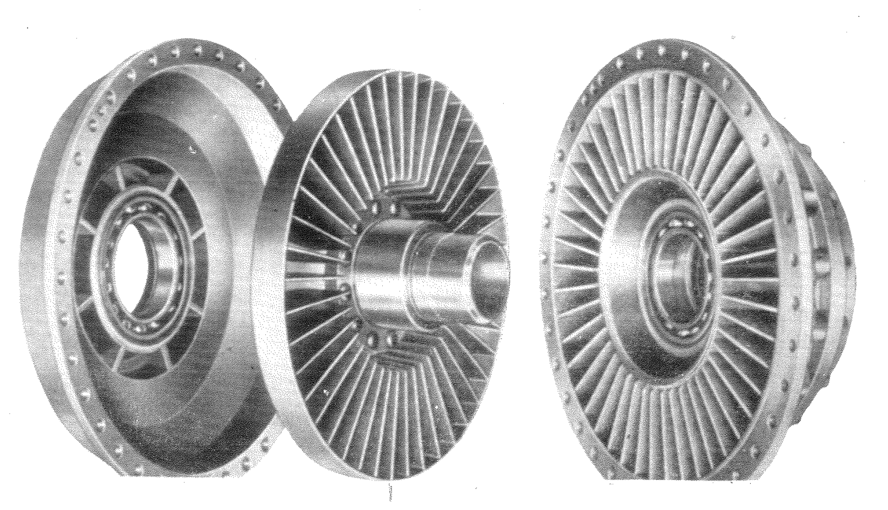


Fig. 16-7.–*Coronas y carcasa de un turboacoplamiento Voith* para los tipos T_V (con cámara de retraso) y T (sin cámara de retraso), que se construye en potencias superiores a 500 kW: a) rodete primario (B); b) rodete secundario (T); c) carcasa del acoplamiento.

además como *variadores de velocidad*. De esta última función trataremos en la Sec. 16.6.

En este tipo de trasmisión, en la cual no existe corona directriz fija el eje conducido gira siempre necesariamente en el mismo sentido que el eje conductor. Sólo con una corona directriz fija es posible invertir el sentido de giro de la T con respecto a la B, lo cual puede realizarse en el turboconvertidor de par.

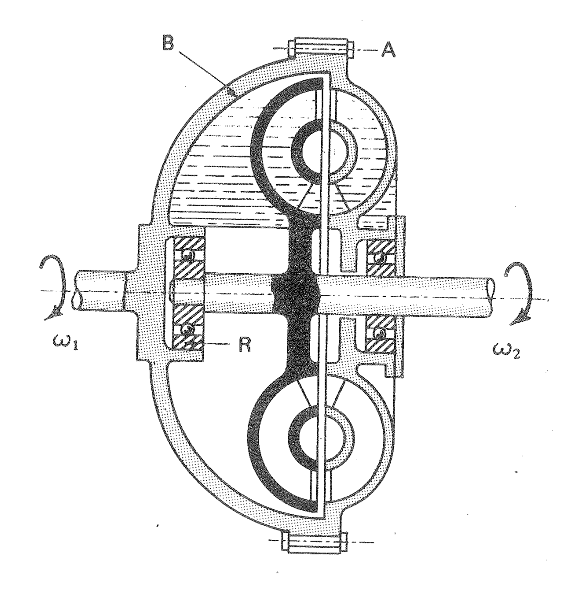


Fig. 16-8.–Acoplamiento hidrodinámico *con toro central.*

6.5.2. Ecuaciones fundamentales de los turboacoplamientos de álabes radiales

En los álabes radiales se verifica:

$$\beta_{1B} = \beta_{2B} = \beta_{1T} = \beta_{2T} = 90°$$

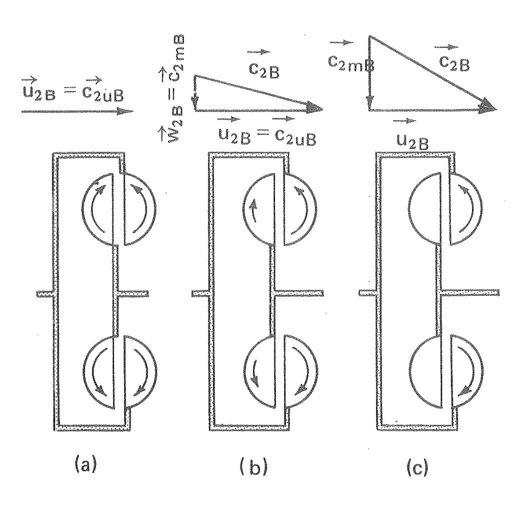


Fig. 16-9.—Funcionamiento de un acoplamiento: a) eje secundario sin carga; b) condición de arranque; c) calado de la T.

es decir, los triángulos de entrada y salida de la B y T son *rectángulos en β*. De aquí se deduce que:

$$c_{1m} = c_{2m} = w_1 = w_2 \qquad (16\text{-}9)$$

$$c_{1u} = u_1 \quad y \quad c_{2u} = u_2$$

tanto para la B como para la T. En la Fig. 16-9, a, b, c pueden verse los puntos extremos y un punto intermedio de funcionamiento del acoplamiento, con los triángulos de velocidad a la entrada de la T (o salida de la B) en cada caso.

En este caso, en virtud de la segunda forma de la ecuación de Euler [Ec. (3-17)] se tendrá:

$$H_{uB} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} = \frac{c_{2u}^2 - c_{1u}^2}{2g} + \frac{c_{2m}^2 - c_{1m}^2}{2g} +$$

$$+ \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} = \frac{c_{2u}^2 - c_{1u}^2}{2g} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{g}$$

en virtud de las Ecs. (16-9). Y añadiendo el subíndice B para recordar que se trata de la bomba·

$$H_{uB} = \frac{u_{2B}^2 - u_{1B}^2}{g} \qquad (16\text{-}10)$$

Análogamente para la T:

$$H_{uT} = \frac{u_{1T}^2 - u_{2T}^2}{g} \qquad (16\text{-}11)$$

Teniendo en cuenta las Ecs. (16-10) y (16-11) se tendrá:

Condición 1 (Fig. 16-9,a):

Los ejes conductor y conducido giran (teóricamente) a la misma velocidad. En este caso $u_{1T} = u_{2B}$ y $u_{2T} = u_{1B}$ y

$$H_{uB} = H_{uT}$$

lo cual impide que circule caudal alguno de la B a la T, es decir,

$$c_m = w = 0$$

por consiguiente no hay trasmisión de potencia del motor a la máquina conducida. En su movimiento absoluto cada partícula realiza un movimiento de pura rotación ($c_u = u$ en cada punto). Por tanto cuando el deslizamiento es 0 no se trasmite potencia alguna al eje secundario (eje secundario sin carga).

Condición 2 (Fig. 16-9,b).

Existe un deslizamiento moderado $n_T < n_B$. Hay flujo de la B a la T ($c_m = w \neq \neq 0$), el cual aumenta al aumentar el deslizamiento. Existe una trasmisión de potencia y de par del motor a la máquina conducida (condición de arranque).

Condición 3 (Fig. 16-9,c).

La velocidad de la B no ha variado; pero la T está calada. En este caso el flujo de la B a la T es máximo. El par es máximo también. Los triángulos de velocidad son los que se indican en la figura.

Si, como hemos dicho anteriormente, las pérdidas por rozamiento de disco se incluyen entre las pérdidas mecánicas, se tendrá:

a) *relación de transformación:*

$$\mu = \frac{M_T}{M_B} = 1$$

b) *potencia absorbida por la B:*

$$P_{aB} = M_B\ \omega_B$$

c) *potencia aprovechada por la T:*

$$P_{aT} = M_T\ \omega_T$$

d) *rendimiento interno del acoplamiento:*

$$\eta_i = \frac{P_{aT}}{P_{aB}} = \frac{M_T\ \omega_T}{M_B\ \omega_B} = \frac{\omega_T}{\omega_B} = \frac{n_T}{n_B} = i \qquad (16\text{-}12)$$

luego

$$\eta_i = i \qquad (16\text{-}13)$$

es decir, *el rendimiento interno del acoplamiento es en cada punto de funcionamiento igual a la relación de trasmisión, lo cual manifiesta el hecho de que el deslizamiento es causado por las pérdidas internas.*

Deslizamiento

El deslizamiento s es la relación entre la diferencia de velocidades de rotación del eje conductor y conducido y la velocidad de rotación del eje conductor:

$$s = \frac{n_B - n_T}{n_B} = 1 - \frac{n_T}{n_B} \qquad (16\text{-}14)$$

y en virtud de la Ec. (16-12):

$$s = 1 - i = 1 - \eta_i$$

Además, en virtud de (16-14):

$$s = \frac{n_B - n_T}{n_B} = \frac{P_{aB} - P_{aT}}{P_{aB}}; \qquad P_r = P_{aB} - P_{aT} = s\, P_{aB}$$

donde P_r – potencia perdida.

Según lo dicho, la trasmisión de potencia, mediante un turboacoplamiento sólo es posible si se admite un cierto deslizamiento por esta razón los turboacoplamientos se denominan también *embragues asíncronos.* Los embragues síncrono no son turboacoplamientos sino turboconvertidores de par, es decir, trasmisiones que, además de los rodetes de B y T, poseen una corona directriz fija.

Las componentes de choque de la B y la T, debido al deslizamiento entre ambos rodetes, son:

$$u_{sB} = u_{1B} - u_{2T} \quad \text{y} \quad u_{sT} = u_{2B} - u_{1T}$$

El par de la B y de la T en función del rendimiento interno

Teniendo en cuenta que $c_{1B} = c_{2T}$ y $c_{2B} = c_{1T}$ se tendrá:

$$P_B = Q\,\rho\,(u_{2B}\,c_{2uB} - u_{1B}\,c_{1uB}) =$$

$$= Q\,\rho\,(u_{2B}u_{2B} - u_{1B}u_{2T}) = Q\rho\,(u_{2B}^2 - u_{1B}u_{2T}) \qquad (16\text{-}15)$$

$$P_T = Q\rho\,(u_{1T}\,c_{1uT} - u_{2T}\,c_{2uT}) =$$

$$= Q\rho\,(u_{1T}u_{2B} - u_{2T}u_{2T}) = Q\rho\,(u_{1T}u_{2B} - u_{2T}^2) \qquad (16\text{-}16)$$

sin tener en cuenta las pérdidas mecánicas y por rozamiento de disco (o bien representando P_B y P_T las potencias internas).

Ahora bien:

$$r_{1B} = r_{2T} \qquad r_{2B} = r_{1T}$$

$$u_{1B} = \frac{r_{1B}}{r_{2B}}\,u_{2B}$$

$$u_{2T} = \frac{r_{1B}}{r_{2B}}\,u_{1T}$$

Además, en virtud de la Ec. (16-13):

$$u_{1T} = \eta_i\,u_{2B}$$

$$u_{2T} = \eta_i\,\frac{r_{1B}}{r_{2B}}\,u_{2B}$$

Teniendo en cuenta todas estas relaciones, las Ecs. (16-15) y (16-16) se transforman así:

$$P_B = Q\rho\left(u_{2B}^2 - \frac{r_{1B}}{r_{2B}}\,u_{2B}\,\eta_i\,\frac{r_{1B}}{r_{2B}}\,u_{2B}\right) = Q\rho\,u_{2B}^2\left[1 - \eta_i\left(\frac{r_{1B}}{r_{2B}}\right)^2\right]$$

$$P_T = Q\rho\left[\eta_i\,u_{2B}^2 - \eta_i^2\left(\frac{r_{1B}}{r_{2B}}\right)^2 u_{2B}^2\right] = Q\rho\,u_{2B}^2\,\eta_i\left[1 - \eta_i\left(\frac{r_{1B}}{r_{2B}}\right)^2\right]$$

y teniendo en cuenta que $P = M\omega$; $\omega_B = r_{2B}\,u_{2B}$; $\omega_T = \eta_i\,\omega_B$ se tendrá

$$M_B = Q\rho\,r_{2B}\,u_{2B}\left[1 - \eta_i\left(\frac{r_{1B}}{r_{2B}}\right)^2\right]$$

y así mismo

$$M_T = Q\rho\,r_{2B}\,u_{2B}\left[1 - \eta_i\left(\frac{r_{1B}}{r_{2B}}\right)^2\right]$$

comprobándose una vez más la igualdad de momentos:

$$M_B = M_T$$

16.5.3. Curvas características de un turboacoplamiento (1)

Las curvas características de un turboacoplamiento se pueden predecir aproxi-

(1) Siendo una trasmisión hidráulica una TM compuesta de una o varias B y T, el estudio de sus curvas características lógicamente se debería hacer en el Cap. 18, después del estudio de las características de la T y B. El lector podrá hacerlo así; pero hemos preferido hacer el estudio completo de las trasmisiones hidrodinámicas en este capítulo. Remitimos al lector a dicho capítulo donde se estudian en general las curvas características más detenidamente.

madamente utilizando ecuaciones, que no vamos a aducir; pero sólo pueden obtenerse con exactitud mediante ensayos en el banco de pruebas.

El ensayo se hace para viscosidad dinámica η del fluído determinada, que se ha de mantener invariable. Distinguiremos entre un ensayo elemental y un ensayo completo (véase Sec. 18.4.1).

El *ensayo elemental* (Fig. 16-10) se caracteriza porque en él el número de revoluciones de la bomba, n_B se mantiene constante. Durante él se varía n_T, o lo que es lo mismo i, y se miden los valores correspondientes del momento de la bomba $M_B = M_T$; de la potencia absorbida por la bomba P_{aB} que siendo n_B constante tendrá la misma forma que M_B; de la potencia útil de la turbina, P_{aT}, que será igual a

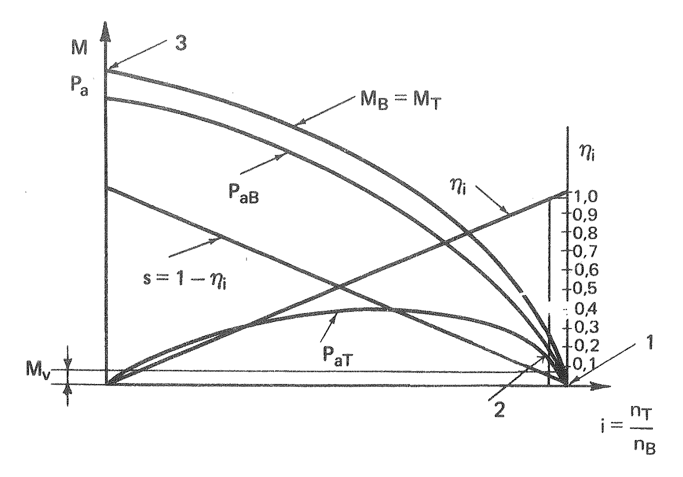


Fig. 16-10.–*Curvas características* de un turboacoplamiento.

0 para $i = 0$ e $i = 1$ y alcanzará un máximo en el interior de dicho intervalo; del rendimiento de la trasmisión $\eta_i = i$; y finalmente del deslizamiento. Muchas veces bastará trazar las curvas $M_B = M_T$ y η_i, que son las que vamos a utilizar en el ensayo completo. Teóricamente $\eta_i = 0$ para $i = 0$, y $\eta_i = 1$ para $i = 1$; pero prácticamente el último caso queda excluido, y rara vez se alcanza un $\eta_i = 0{,}995$. Este valor máximo corresponde a la intersección de la recta $M_v = f(i)$ (véase figura), donde M_v – momento de la marcha en vacío. Por debajo de este valor $P_{aT} = 0$ y $\eta_i = 0$ (véase en la figura descenso en vertical de la curva η_i). Generalmente el punto de trabajo de la trasmisión suele hacerse para $\eta_i = 0{,}95$.– 0,98, de manera que el momento alcanza ya un cierto valor.

El *ensayo completo* de un acoplamiento (Fig. 16-11,d) es un conjunto de ensayos elementales. Las Figs. 16-11,a,b y c son tres ensayos elementales, en cada uno de los cuales se ha mantenido constante el número de revoluciones de la B (distinto para cada ensayo elemental). A continuación se escoge un valor de rendimiento por ejemplo, $\eta_i = i = 0{,}5$, obteniéndose en la intersección de dicha abscisa con la curva de momentos el valor del momento obtenido con rendimiento 0,5, de la manera indicada en la Fig. 16-11,a. Se repite este proceso para otros valores de rendimiento: 0,25; 0,8 en la figura a, haciéndose lo mismo en las Figs. 16-11,b, c... Finalmente se llevan todas las curvas de momentos al mismo gráfico, como se ha hecho en la Fig. 16-11,d, y se unen los puntos previamente marcados de igual rendimiento. Un gráfico de este tipo es universal, y muestra el comportamiento de la trasmisión en todas las condiciones posibles de servicio.

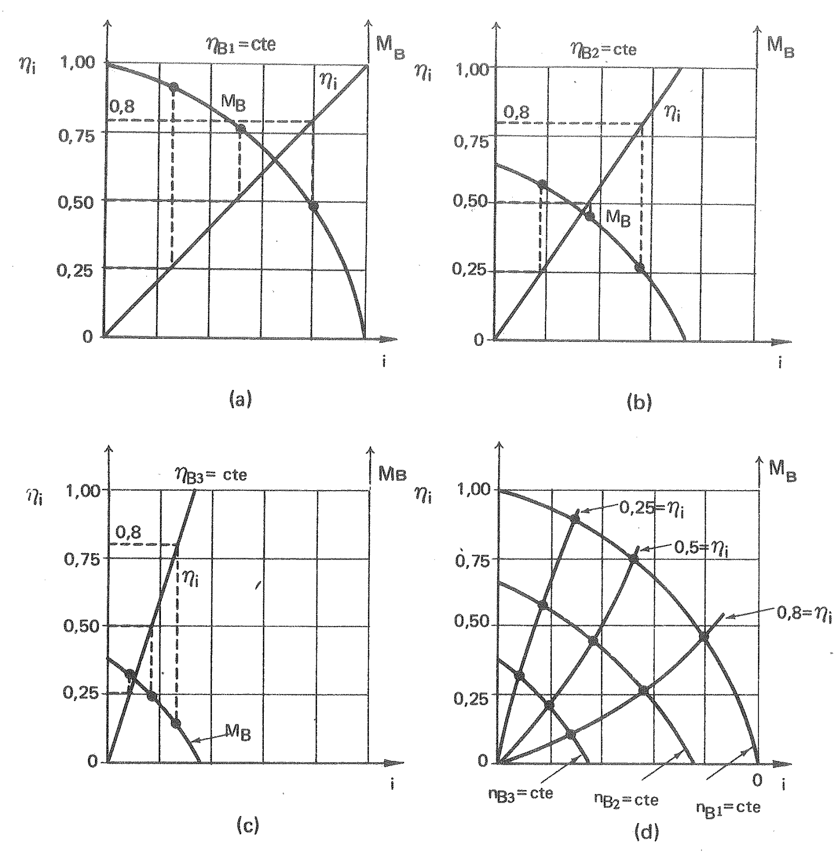


Fig. 16-11.–Representación del *ensayo completo* de un turboacoplamiento.

16.5.4. Funcionamiento en conjunto de un turboacoplamiento y de un motor

Para más claridad estudiaremos este funcionamiento conjunto en un caso concre-

to. La Fig. 16-12,a representa las curvas características de un turboacoplamiento apropiado para un motor que a 1800 rpm da una potencia de 100 CV (desarrollando por tanto un par de 390,4 m.N (1). Las curvas de la Fig. 16-12, son para una velocidad del motor y de la B de 1700 rpm (para el ensayo elemental n_B = = 1700 rpm en la nomenclatura de la Sec. 16.5.3). En dicha figura se han marcado

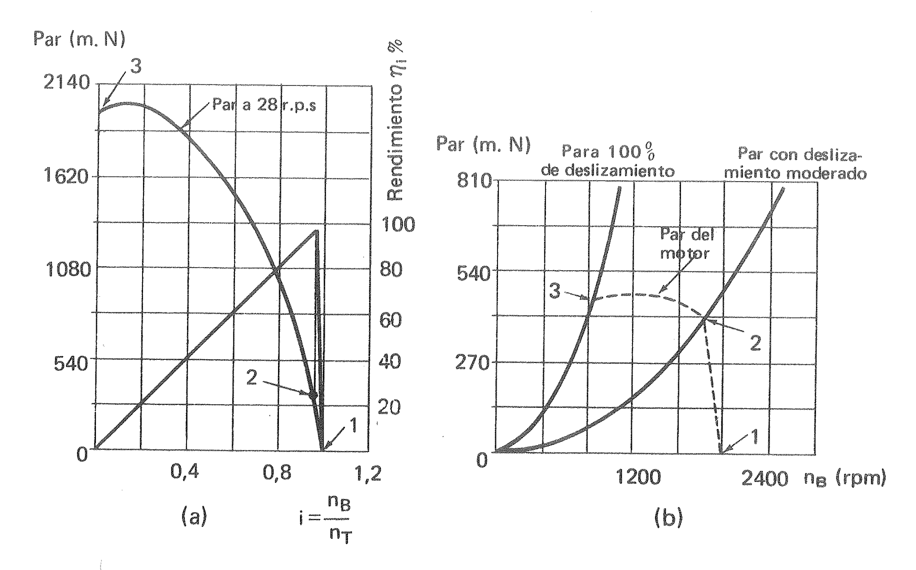


Fig. 16-12.—a) Par absorbido y rendimiento de un acoplamiento fluído en función de la relación de trasmisión. b) Par restituido en un acoplamiento fluído en función de la velocidad del eje primario y del deslizamiento.

los puntos de funcionamiento 1, 2 y 3 correspondientes a las tres condiciones típicas estudiadas en conexión con la Fig. 16-9. En el *punto 1* el deslizamiento es nulo y el par trasmitido al eje secundario teóricamente es nulo también. En *el punto 2* tiene lugar, como ya dijimos, el punto de funcionamiento normal del acoplamiento. El par correspondiente a este punto, según la Ec. (8-24) (fórmula de la semejanza) será:

$$390{,}4 \left(\frac{1700}{1800}\right)^2 = 348{,}3 \text{ m.N}$$

con este par el deslizamiento es del 4% y el rendimiento 96%. *En el punto 3*, a 1700 rpm el par necesario, como se lee en la Fig. 16-12,a es aproximadamente 1970 m.N. Según la misma Ec. (8-24) a 1800 rpm el motor debería proporcionar

(1) Véase *A guide to hydrodynamic drive applications*, Twin Disc Clutch Company, Racine, Wisconsin, USA, Págs. 3 y 4.

un par

$$1970 \left(\frac{1800}{1700}\right)^2 = 2206 \text{ m.N}$$

lo que supondría en el motor a 1800 rpm una potencia de 566 CV, muy por encima de la que puede dar el motor de 100 CV. La Fig. 16-12,b explica lo que sucede en este caso. En esta figura se utiliza como abscisa en vez de i, n_B. Las curvas del par en función de la B presenta una forma parabólica, ya que el par aumenta con el cuadrado de la velocidad. Al aumentar la carga en el eje conducido y aumentar la demanda de par, según la Fig. 16-12,a la velocidad del motor (y de la B del acoplamiento) disminuye, hasta que el par disponible iguala al par demandado. Como la curva de par del motor trazada también en la figura es plana se llega fácilmente a un equilibrio. Este se alcanza en la figura a una velocidad del motor (y de la B) de unas 800 rpm, estando el eje de la T calado, o sea con un deslizamiento del 100% (los puntos 1, 2 y 3 en las Figs. 16-12,a y b se corresponden).

Digamos para terminar que la capacidad de par de un acoplamiento hidrodinámico depende del diámetro medio de la cámara de líquido, y del caudal que pasa de la B a la T. Este caudal depende entre otras cosas del diseño de la cámara de líquido del material utilizado en la misma y de la forma y superficie de las secciones transversales de paso.

16.6. Turboacoplamientos hidrodinámicos como variadores de velocidad

Un turboacoplamiento convencional, como el estudiado en la sección anterior, al que se hace patinar aumentando el par del eje secundario mediante un frenado adecuado, según la velocidad que se quiere obtener, funcionaría como reductor de velocidad; pero no se emplea para este fin, porque su rendimiento sería excesivamente bajo. Los tipos de turboacoplamientos que vamos a estudiar en esta sección son, pues, modificaciones del turboacoplamiento convencional.

Los acoplamientos convencionales se utilizan en los automóviles, en que se reduce fácilmente la velocidad en la parada del vehículo, con lo cual se evita el par excesivo cuando el eje secundario está calado. Los turboacoplamientos reguladores de velocidad, que vamos a estudiar en esta sección, y que por abreviar denominaremos también *turborreguladores o turbovariadores de velocidad* especialmente los acoplamientos por llenado de la cámara tórica o por compuerta anular, se utilizan para trasmisión de potencia de los motores Diesel en los trenes, locomotoras de maniobra, excavadoras, etc. En los barcos, sobre todo en los barcos de guerra se utilizan unidades de este tipo de gran potencia. Finalmente otro campo extenso de aplicación de los mismos es el de la regulación de las TMG (B, V y TC) (Véase la Sec. 21.2.1.

Para regular máquinas de tipos muy diversos se puede actuar sobre el motor o sobre la máquina conducida; pero existe una tercera posibilidad cada día más empleada que es intercalando un acoplamiento hidrodinámico regulable. En la

Sec. 21.2.1 veremos que la regulación óptima de una B desde el punto de vista del rendimiento es la obtenida por variación del número de revoluciones, lo cual puede lograrse utilizando un motor de velocidad variable o también utilizando un turboacoplamiento de uno cualquiera de los tipos estudiados en este capítulo.

Tipos de turboacoplamientos variadores de velocidad

1) *Variador de velocidad por vaciado y llenado de cámara tórica*

Es el turborregulador de velocidad más empleado, aunque no el único. En la Fig. 16-13 se representa el acoplamiento Voith tipo SL de velocidad regulable mediante la variación del llenado de la cámara tórica. Esta se llena o vacía parcial o totalmente de aceite mediante una bomba de engranajes que puede girar en ambos sentidos, mandada desde el variador mismo o a distancia. En las máquinas cuyo par,

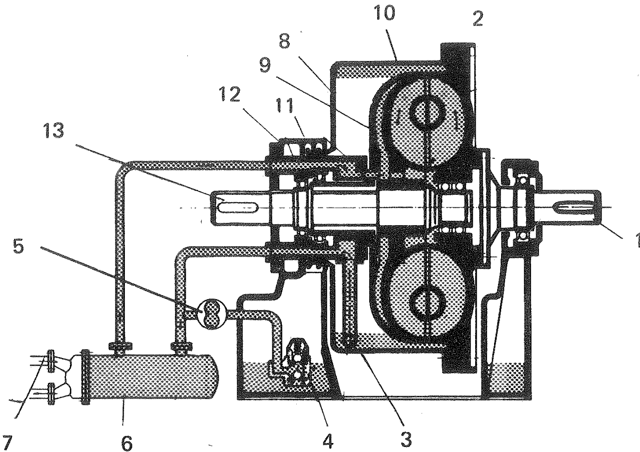


Fig. 16-13.—Turboacoplamiento *Voith tipo SL* variador de velocidad. 1. Eje de entrada.- 2. Rodete primario.- 3. Tubo de nivel de aceite fijo.- 4. Válvula doble de pie.- 5. Bomba de engranajes.- 6. Refrigerador de aceite.- 7. Toberas.de salida.- 8. Carcasa exterior del acoplamiento.- 9. Carcasa interior.- 10. Rodete secundario.- 11. Carcasa del tubo de nivel de aceite.- 12. Carcasa de distribución.- 13. Eje de salida.

como en las TMG, varía con el cuadrado del número de revoluciones [Ec. (8-24)] se consigue con este tipo de variador una variación continua de velocidad de 4:1; y en las máquinas, cuyo par se mantiene aproximadamente constante, de 3:1. El tamaño del variador se escoge de manera que el par normal, correspondiente a un llenado completo, tenga lugar para un deslizamiento del 2-3%.

El aceite fluye continuamente desde la cámara toroidal a través de unas toberas a la caja exterior del acoplamiento que gira con el eje primario, y forma a causa de la fuerza centrífuga un anillo. En el anillo de aceite está sumergida la extremidad del tubo de succión, que lo lleva al refrigerador, el cual mantiene su temperatura por debajo de un máximo de 95 °C. Las aplicaciones de este tipo de variador son

entre otras: accionamiento de V (de minas, túneles, calderas, torres de refrigeración, extractores de gases) y de B.

El variador de la Fig. 19-16 Girol Fluid Drive VS2 de la American Standard, USA no difiere esencialmente del de la Fig. 16-13. La caja gira a la misma velocidad que la B y el motor y la bomba de circulación establece el circuito de aceite al y del refrigerador. Un tubo de sumergencia variable actúa de vertedero y fija el grosor del anillo de aceite, variando así la velocidad del eje secundario.

Los tipos constructivos pueden ser muy diversos: con el depósito de aceite en rotación o fijo, con el tubo de succión de aceite fijo o graduable, bomba auxiliar de engranajes o centrífuga, con circuito forzado de refrigeración o utilizando para el flujo de aceite a través del refrigerador la energía misma de la fuerza centrífuga impartida al aceite en el depósito.

Turboacoplamiento con retraso en el llenado

El turboacoplamiento con retraso en el llenado no es un variador de velocidad; pero lo mencionaremos aquí porque constituye un tipo intermedio entre el acoplamiento con cantidad de aceite constante y el acoplamiento con llenado variable. Su empleo es indicado en condiciones de arranques difíciles, por ejemplo, en el arranque de los motores eléctricos de cortocircuito.

En este tipo de acoplamiento en el período de arranque queda detenida temporalmente una parte del aceite en una cámara especial de retraso, con lo cual, de la misma manera que en el variador de velocidad por llenado parcial, el par se reduce. En la Fig. 16-14 se muestran los tres tiempos que pueden considerarse en el arranque: 1) *acoplamiento parado* (Fig. 16-14,a): el aceite se halla al mismo nivel en la cámara tórica y en la cámara de retraso que comunican entre sí: 2) *aceleración:* (Fig. 16-14,b): el aceite fluye a la cámara tórica, empleando un tiempo que depende del diseño de las toberas que ponen en comunicación ambas cámaras; 3) *régimen permanente* (Fig. 16-14,c): la cámara de retraso está vacía y la cámara tórica llena, de manera que el acoplamiento actúa sin regulación de velocidad con elevado rendimiento y deslizamiento mínimo, como un turboacoplamiento convencional.

2) *Variador de velocidad por orientación de los álabes*

El giro de los álabes, puede ser de todos o de una parte de los mismos en uno de los rodetes, alrededor de ejes radiales o de ejes paralelos al eje del acoplamiento. Este tipo de variador tiene la ventaja de eliminar los fenómenos de inestabilidad, que pueden presentarse en los acoplamientos regulables con la variación del llenado. La orientación de los álabes en las trasmisiones hidrodinámicas se ha empleado ocasionalmente tanto en el tipo de variador de velocidad, que estamos estudiando como en turboconvertidores dotados de una o varias coronas fijas, como el de la Fig. 16-15.

3) *Otros tipos*

Para variar la característica del acoplamiento y obtener así un variador de velo

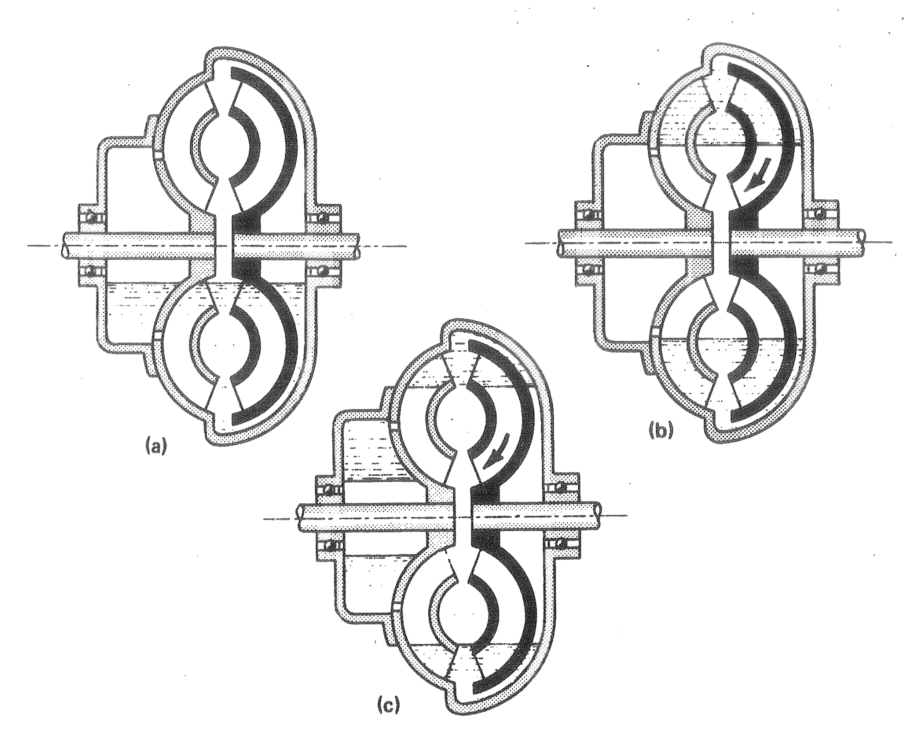


Fig. 16-14.—*Turboacoplamiento con retraso en el llenado:* a) parado; b) arranque; c) en funcionamiento.

cidad, se emplean también otros métodos. Uno de ellos consiste en introducir más o menos un diagrama obturador deslizante en el rodete de la B, y otro en introducir un diafragma de separación entre la B y la T. La Fig. 16-16 se refiere al primer método que es el más empleado. Al aumentar la obstrucción, aumentan las pérdidas y disminuye el caudal de circulación, disminuyendo para la misma velocidad del motor el par absorbido por el acoplamiento.

Amplitud de la regulación

La velocidad de la máquina regulada es la misma que la de la rueda secundaria o T. La amplitud de la regulación Ω se define así:

$$\Omega = \frac{\omega_{T0} - \omega_T}{\omega_{T0}}$$

donde ω_{T0} — velocidad angular óptima, o sea aquélla en la cual el rendimiento de la máquina conducida es máximo

ω_T — velocidad angular real.

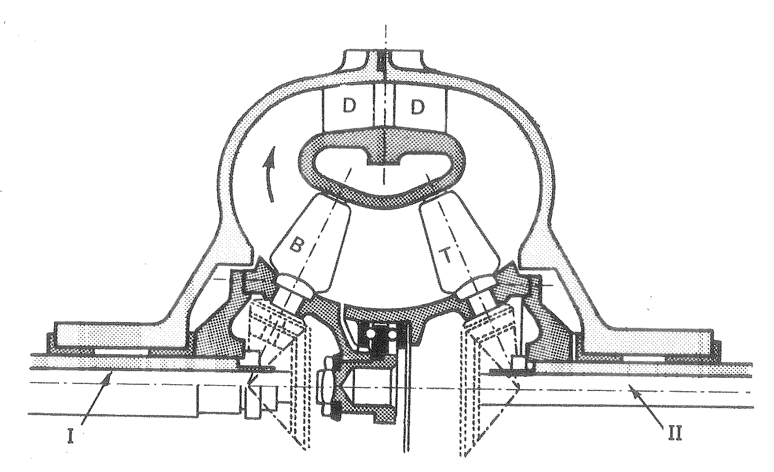


Fig. 16-15.—Convertidor con álabes orientables tanto en la B como en la T. I. Eje de entrada.- II. Eje de salida.- B. Bomba.- T. Turbina.- D. Directriz.

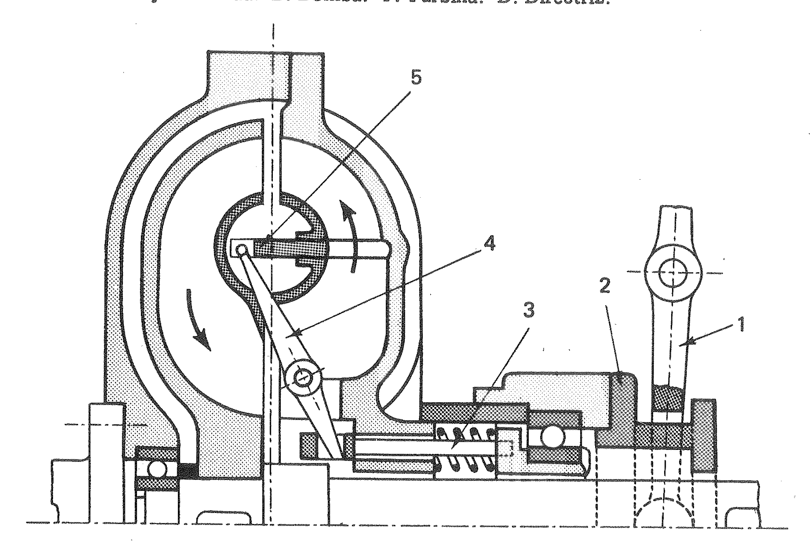


Fig. 16-16.—*Variador de velocidad con diagrama obturador deslizante.* 1. Palanca de maniobra.- 2. Acoplamiento móvil.- 3. Vástago.- 4. Palanca.- 5. Obturador anular.

Como en un grupo bien diseñado $\omega_{T0} \simeq \omega_B$, la comparación de esta ecuación con la Ec. (16-14) muestra que en primera aproximación la amplitud coincide con el deslizamiento, y la amplitud máxima de regulación obtenible coincide con el deslizamiento máximo admisible en el acoplamiento.

Rendimiento del variador de velocidad

El rendimiento interno de un turbovariador de velocidad, como el de cualquier

otro turboacoplamiento, es según la Ec. (16-12) igual n_T/n_B. La reducción de velocidad se consigue, pues, a costa de una disminución del rendimiento. La ventaja del variador de velocidad reside en la fuerte disminución de la potencia de accionamiento del motor. En el caso particular de la regulación de las TMG, en las cuales los pares son proporcionales al cuadrado de las velocidades, esto conduce a un ahorro global de energía notable en comparación con la regulación por estrangulamiento. (Véase la Sec. 21.1.2.1).

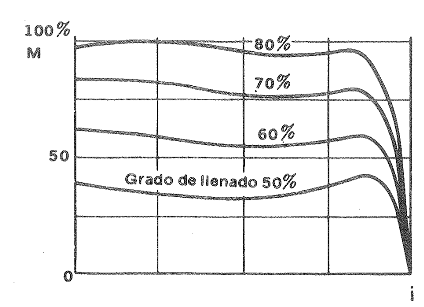


Fig. 16-17.—Influjo del *grado de llenado* en la curva característica de un acoplamiento Voith.

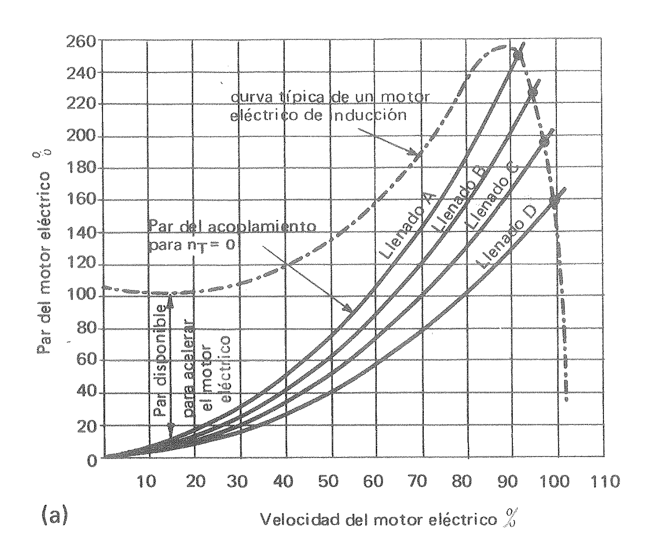
En la Fig. 16-17 pueden verse las curvas de par en % del par máximo en función de la relación de trasmisión, para n_B = cte, y distintos grados de llenado de un acoplamiento Voith en % también del llenado completo.

Practicamente no existe limitación alguna de potencia para los turboacoplamientos hidrodinámicos con o sin regulación de velocidad.

Funcionamiento en conjunto de un turbovariador de velocidad y un motor eléctrico

Con las curvas de la Fig. 16-18,a y b correspondientes al variador Girol Fluid Drive anteriormente descrito es posible estudiar este funcionamiento en el arranque (Fig. a) y en marcha (Fig. b), casos que se presentan frecuentemente en la práctica. En la Fig. 16-18,a se ha dibujado también una curva típica del par del motor eléctrico en función de la velocidad del mismo, que aumenta en el arranque desde 0 hasta su valor nominal. En la misma figura se han trazado las curvas del par disponible para el arranque de la máquina conducida en el acoplamiento para 4 valores diversos A, B, C y D del llenado de la cámara tórica. La diferencia entre las curvas de los pares del motor eléctrico y del acoplamiento para cada grado de llenado (con el eje de salida calado) constituye el par disponible para el arranque. En la Fig. 16-18,b se supone constante la velocidad del motor (igual a la velocidad de la rueda primaria del acoplamiento n_B) y se trazan las curvas del par del acoplamiento para diferentes velocidades de la máquina conducida (o de la rueda secundaria del acoplamiento n_T).

El par disponible para acelerar la máquina conducida hasta su velocidad máxima se mide en la Fig. 16-18,b por la distancia vertical entre el par a plena carga y el par desarrollado por el acoplamiento con los diferentes grados de llenado a las distintas velocidades. A medida que la velocidad de la máquina conducida aumenta, y disminuye el deslizamiento, el par disponible permanece relativamente constante, hasta llegar aproximadamente la máquina al 80 ó 90% de su velocidad de funcionamiento, en que el par disminuye gradualmente hasta el valor a plena carga.



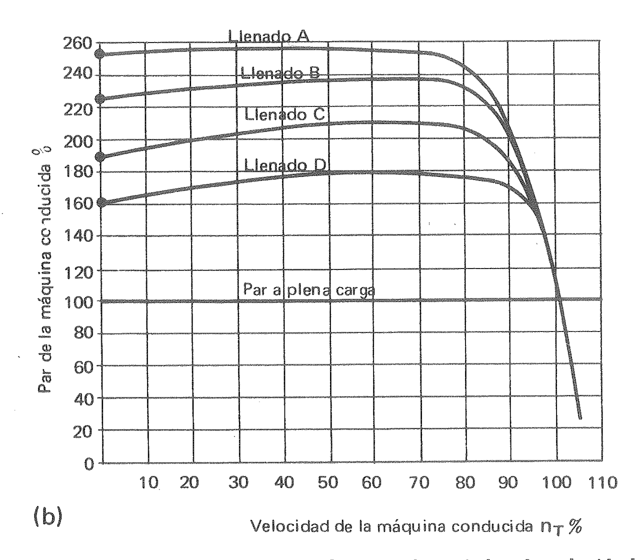


Fig. 16-18.—Funcionamiento de conjunto de un *turbovariador de velocidad* y un motor eléctrico: a) arranque; b) en funcionamiento.

Las ventajas del variador hidrodinámico en el campo de aplicación de los motores eléctricos, son junto con un mayor par de arranque, una sobrecorriente de arranque mucho menor y menor recalentamiento del motor. Esto permite utilizar

muchas veces motores standards en lugar de motores especiales de alto coste.

Ventajas del turbovariador hidrodinámico de velocidad

Nos referimos al tipo más corriente por variación de la velocidad de llenado, aunque las ventajas son comunes a todos los variadores hidrodinámicos:

1) *regulación continua* de la velocidad en una gama amplia, según las exigencias de la máquina regulada; en el tipo de la Fig. 16-13, por ejemplo, desde el 98% hasta el 25% de la velocidad de la rueda primaria;

2) *arranque suave* del motor prácticamente sin carga con la cámara tórica vacía, aunque el rotor de la máquina conducida posea una gran inercia sólo después del arranque se actúa la bomba de engranajes, que llena lentamente la cámara;

3) *parada suave del grupo*, poniendo de nuevo en funcionamiento la bomba de engranajes;

4) *acoplamiento y desacoplamiento de la carga con el motor en marcha;*

5) *repartimiento de la carga a voluntad* en el funcionamiento de varios motores en paralelo;

6) *amortiguamiento de vibraciones* y choques;

7) *ausencia de desgastes* en el acoplamiento, al trasmitirse la energía por vía fluída.

8) *rendimiento óptimo de la TMG* accionada con motor provisto de este variador. Al disminuir la velocidad del eje secundario el eje primario absorbe del motor menos potencia; sólo el rendimiento del acoplamiento decrece al disminuir la velocidad del eje secundario y aumentar el deslizamiento.

16.7. Transformadores o turboconvertidores de par hidrodinámicos

16.7.1. Introducción

El transformador o turboconvertidor de par es una trasmisión hidrodinámica que permite acoplar elásticamente por intermedio de un líquido (aceite) y trasmitir potencia del eje conductor al eje conducido, variando la relación de conversión de par y consiguientemente la relación de trasmisión trasmisión entre ambos ejes.

Los turboacoplamientos estudiados en la Sec. 16.5 son *embragues asíncronos*, porque funcionan siempre con deslizamiento. Es imposible con esta trasmisión trasmitir par del eje primario al secundario, girando los dos exactamente a la misma velocidad. Añadiendo una corona fija, denominada a veces *distribuidor* cuando se ubica detrás de la B y antes de la T, o *reactor o estator* cuando se ubica detrás de la T y antes de la B (Fig. 16-2) se puede conseguir un *embrague síncrono*, de manera que se trasmita, par del eje primario al secundario girando ambos a la misma velocidad. El embrague síncrono es sólo un caso particular. En general las trasmisiones con coronas fijas se denominan transformadores o turboconvertidores de par. Dicha corona fija permite equilibrar la diferencia entre el par absorbido por la B y el restituido por la T. El turboconvertidor puede diseñarse de manera que la velocidad de la T sea menor, igual, o mayor que la velocidad de la B. En los convertidores lo mismo que en los acoplamientos el par máximo transmitido tiene lugar cuando la T está calada. En el turboconvertidor de la misma manera que en el turboacoplamiento el aceite pasa de la B a la T y al D circulando constantemente en circuito cerrado, según muestra la Fig. 16-19.

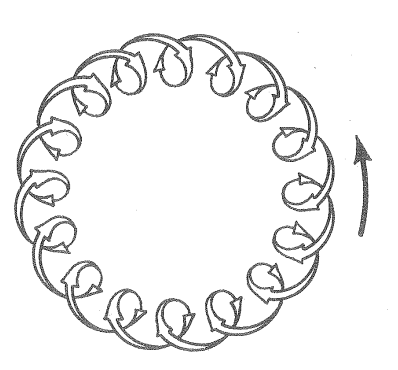


Fig. 16-19.—Esquema de la circulación del aceite en un *convertidor de par*.

El rendimiento de un turboconvertidor de par en el punto de funcionamiento suele alcanzar el 90%, menor que el del turboacoplamiento a causa de las pérdidas en la corona (o coronas directrices).

En los turboconvertidores de par se puede obtener fácilmente una relación de velocidades de 1:5 con un rendimiento del 90%. El rendimiento de un turbovariador de velocidad para esta relación de velocidades sería muy bajo.

Embragues síncronos

Para sincronizar los grandes grupos de las centrales de acumulación por bombeo a la red se utilizan a veces turboconvertidores de par hidrodinámicos (Véase Fig. 15-9, disposiciones IV, V y IX). Suelen utilizarse convertidores con álabes directrices o bien con álabes de la B orientables. Una vez conseguida la sincronización se vacía el convertidor, con el fin de eliminar las pérdidas por ventilación en el mismo, y se acoplan las unidades mecánicamente. En los grupos de gran potencia de 50.000 kW o más el tiempo de arranque conseguido con este procedimiento es inferior a medio minuto.

En la Fig. 16-20 puede verse el embrague síncrono desarrollado por la Escher Wyss e instalado en la central de acumulación por bombeo de Lünersee. El turboconvertidor lleva a la B de 5 escalonamientos y de potencia de accionamiento de 28.000 kW del estado de reposo a la velocidad de sincronismo, con la válvula de impulsión de la B cerrada, en 12 s. Al cabo de otros 10 s la B funciona a plena carga después de enganchar el acoplamiento de engranajes, abrir la válvula de aguja y drenar el turboconvertidor.

Los turboconvertidores hidrodinámicos de par poseen en la actualidad un campo extenso de aplicación, instalándose en los barcos, locomotoras, automóviles, tractores, así como en multitud de máquinas de la construcción, de la industria minera, etc...

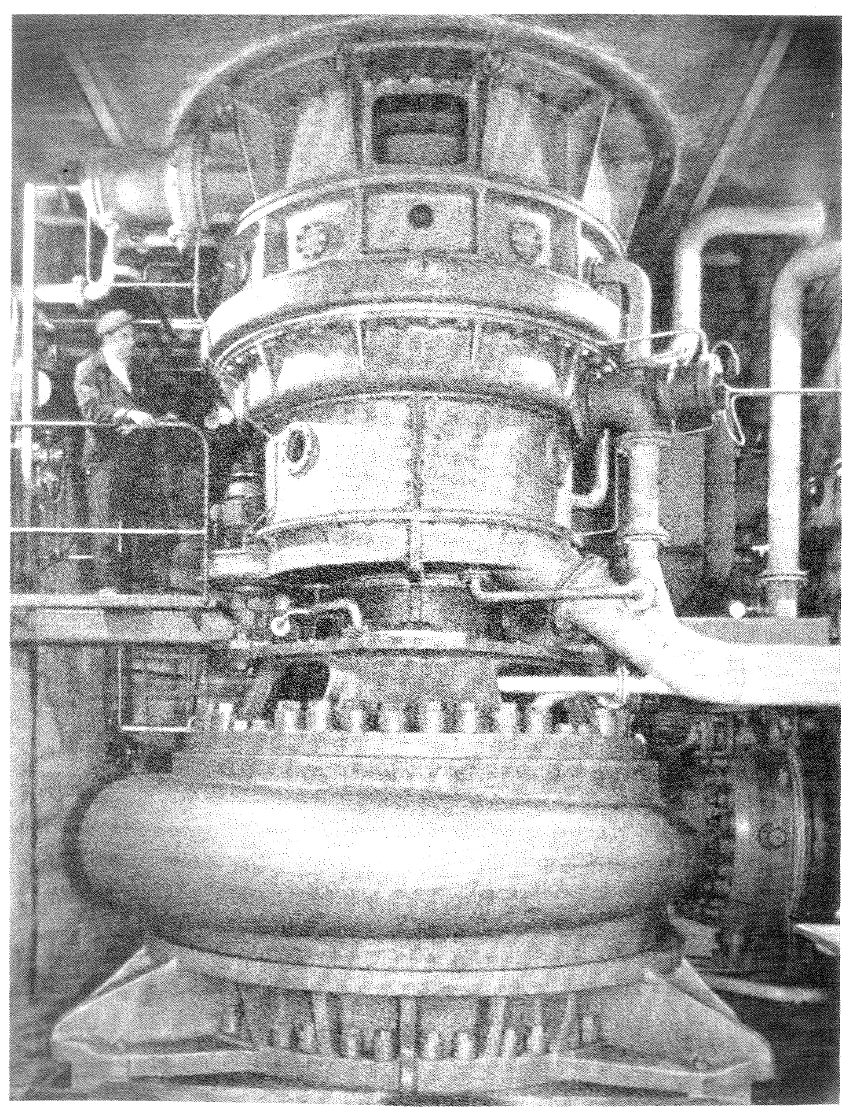


Fig. 16-20.–Bomba de acumulación de 5 escalonamientos de la central de acumulación por bombeo de Lünersee, dotado de *embrague síncrono hidráulico*.

16.7.2. Ventajas e inconvenientes de los turboconvertidores de par

Las *ventajas* que explican su éxito logrado en la técnica son las siguientes:

1) *variación automática de* μ *e* i, o sea variación automática en función de

la carga de la relación de conversión de par y de la relación de trasmisión;

2) *arranque seguro y suave;*

3) *protección del motor* contra la sobrecarga y contra el embalamiento;

4) *amortiguamiento de las vibraciones* torsionales del motor;

5) *reparto automático de cargas* entre diversos motores que funcionan en paralelo;

6) *facilidad de invertir el sentido de la marcha* (incluso a distancia) de gran importancia en locomotoras y barcos de gran potencia;

7) *masa específica baja* (2,4-9,5 kg/kW) en contraposición a las trasmisiones eléctricas, que tienen una masa específica mayor (del orden de 9-14 kg/kW);

8) *mayor facilidad de conducción de los vehículos,* ya que los cambios son menos frecuentes que en las trasmisiones por engranajes;

9) *desgaste mínimo* de la trasmisión, y menos necesidad de revisiones tanto de la trasmisión como del motor mismo.

Los *inconvenientes* que presentan los turboconvertidores son los siguientes:

1) *disminución del rendimiento* sobre todo en los regímenes distintos del óptimo;

2) *necesidad de refrigeración* forzada para evacuar el calor engendrado por las pérdidas;

3) *complicación en la inversión en marcha* (convertidor compuesto, convertidor híbrido, o álabes directrices orientables; véanse las Secs. 16.8.1 y 16.8.2);

4) *precio más elevado* que las trasmisiones por engranajes en potencias por debajo de los 220 kW (aunque más baratos y de menos volumen que las trasmisiones eléctricas);

5) *dificultad en conseguir empaquetaduras* y cierres perfectos.

16.7.3. Tipos diversos

Los tipos de turboconvertidores de par son tan diversos que por fuerza nos hemos de limitar a describir los esquemas fundamentales. Empezaremos aduciendo tres clasificaciones de los mismos.

1.ª clasificación: según el sentido de la marcha

– turboconvertidores de marcha directa;
– turboconvertidores de marcha invertida.

En los primeros los ejes de la T y B giran en el mismo sentido (la velocidad absoluta del fluído no cambia de signo de la B a la T) y en las segundas en sentido contrario (la velocidad absoluta cambia de signo de la B a la T). La diferencia entre ambos tipos estriba en la ubicación y diseño de la corona directriz D. En efecto,

como ya hemos visto, en los turboacoplamientos, $M_T = M_B$. Para que $M_{aT} \gtrless M_{aB}$ se necesita, además de la rueda primaria y secundaria, una rueda directriz fija que absorba la diferencia de momentos $M_D = \pm (M_{aB} - M_{aT})$. En los turboconvertidores de par ya no pueden utilizarse ruedas iguales de álabes radiales para la B y la T. Antiguamente se utilizaban rodetes fundidos con poco número de álabes de doble curvatura; pero hoy se utilizan con gran mejoría del rendimiento para las ruedas secundarias y directriz gran número de álabes de simple curvatura, remachados, soldados o atornillados al rodete.

2.ª *clasificación: según el número de flujos o circuitos de aceite.*

– turboconvertidores de flujo sencillo
– turboconvertidores de flujo doble
– turboconvertidores de flujo múltiple

según conste de uno, dos o más flujos o circuitos independientes. Los esquemas de las Figs. 16-21 a 16-25 son de flujo simples; los de la Fig. 16-26,a, b y c de flujo doble y el de la Fig. 16-26,d de flujo múltiple (triple).

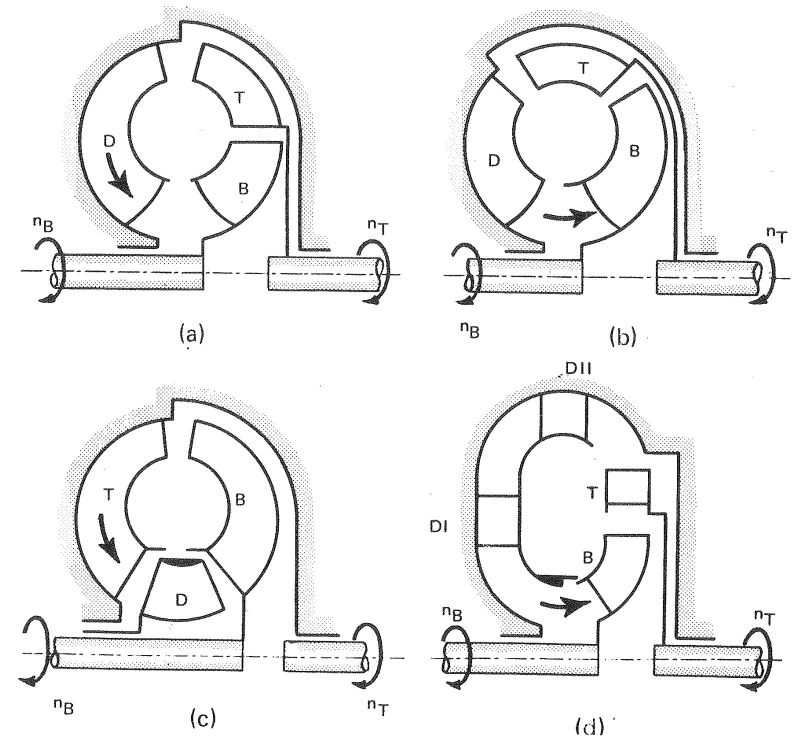
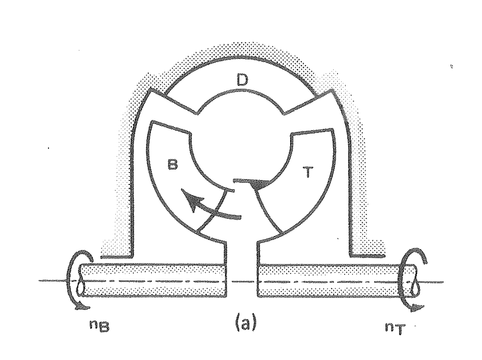
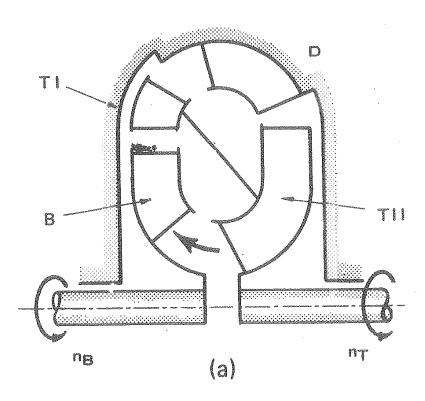
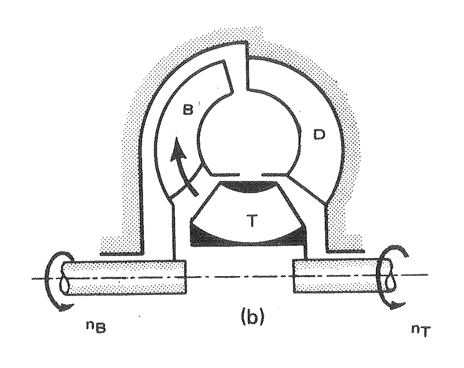
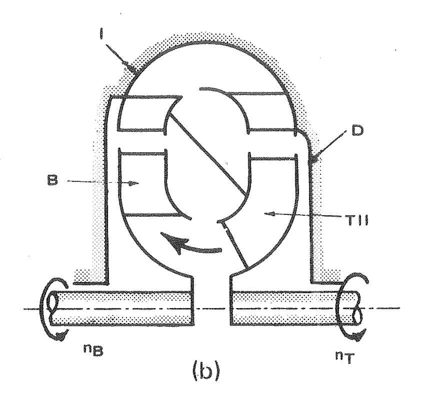


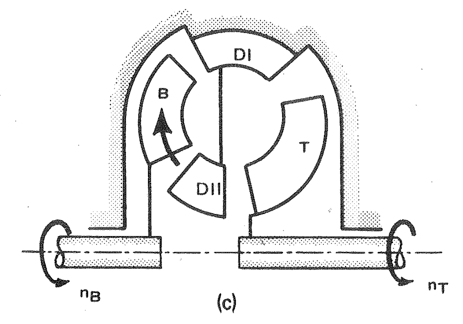
Fig. 16-21.–Esquemas de disposición de los rodetes en los *turboconvertidores de 1 escalonamiento.*











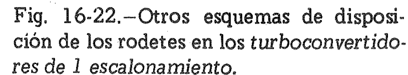


Fig. 16-22.–Otros esquemas de disposición de los rodetes en los *turboconvertidores de 1 escalonamiento.*

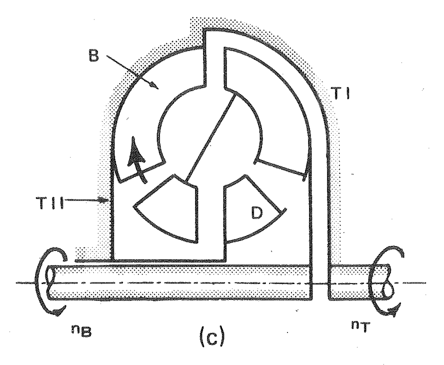


Fig. 16-23.–Esquemas de *turboconvertidores de 2 escalonamientos.*

3.ª clasificación: según el número de escalonamientos o T

— turboconvertidores de 1, 2 ó 3 escalonamientos.

Los de las Figs. 16-21 y 16-22 son de 1 escalonamiento, los de las Figs. 16-23 y 16-24 de 2 y los de la Fig. 16-25 de 3 escalonamientos. Convertidores de más de 3 escalonamientos no suelen construirse. A continuación se describen brevemente los esquemas de las Figs. 16-21 a 16-27.

Fig. 16-21: los 4 esquemas son de un solo escalonamiento y realizan la disposición B-T-D. Los esquemas son necesariamente de marcha directa, ya que entre B y T no existe una D que pueda cambiar de sentido la rotación. El flujo en la T

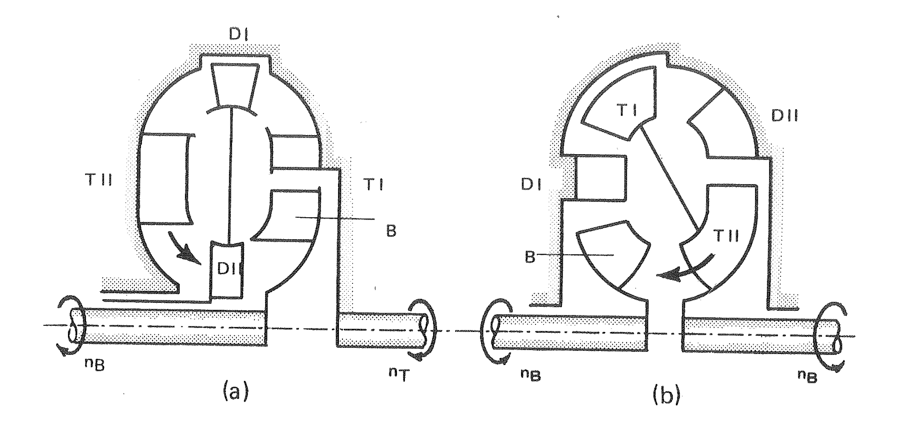


Fig. 16-24.—Otros esquemas de *turboconvertidores de 2 escalonamientos.*

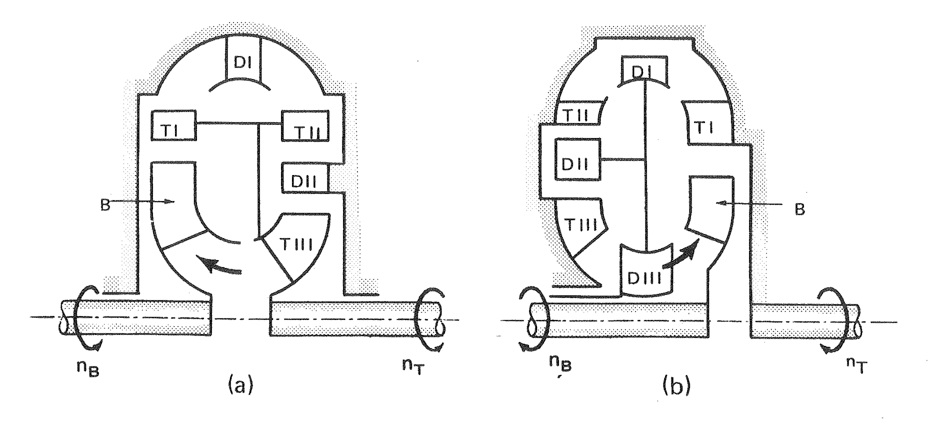


Fig. 16-25.—Esquemas de *turboconvertidores de 3 escalonamientos.*

es centrífugo en los esquemas a y d, axial en el esquema b y centrípeto en el esquema c.

Fig. 16-22: los 3 esquemas son también de un solo escalonamiento, pero realizan la disposición B-D-T, que permite, si se desea, diseñar de manera que la T gire en sentido contrario que la B (turboconvertidor de marcha invertida).

Fig. 16-23: esquemas diversos de 2 escalonamientos con una sola corona fija.

Fig. 16-24: esquemas de 2 escalonamientos también; pero con 2 coronas fijas. El esquema b es apropiado para un diseño de marcha invertida.

Fig. 16-25: esquemas de 3 escalonamientos. El esquema a tiene 2 coronas fijas y el esquema b, 3.

Fig. 16-26: los esquemas a, b y c son de doble flujo y el esquema d de flujo múltiple. Estos se emplean para realizar la inversión de marcha o el cambio de velocidades en una trasmisión hidromecánica (véase la Sec. 16.8.2) o el acoplamiento en paralelo. La inversión y el cambio de marcha se realizan vaciando o llenando de aceite la cámara correspondiente.

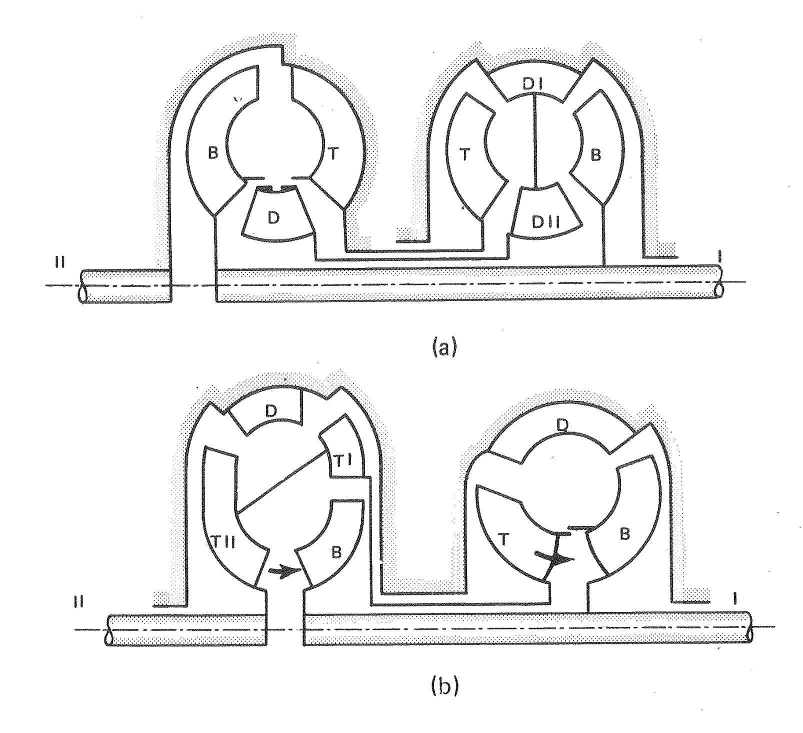


Fig. 16-26.— (Continúa)

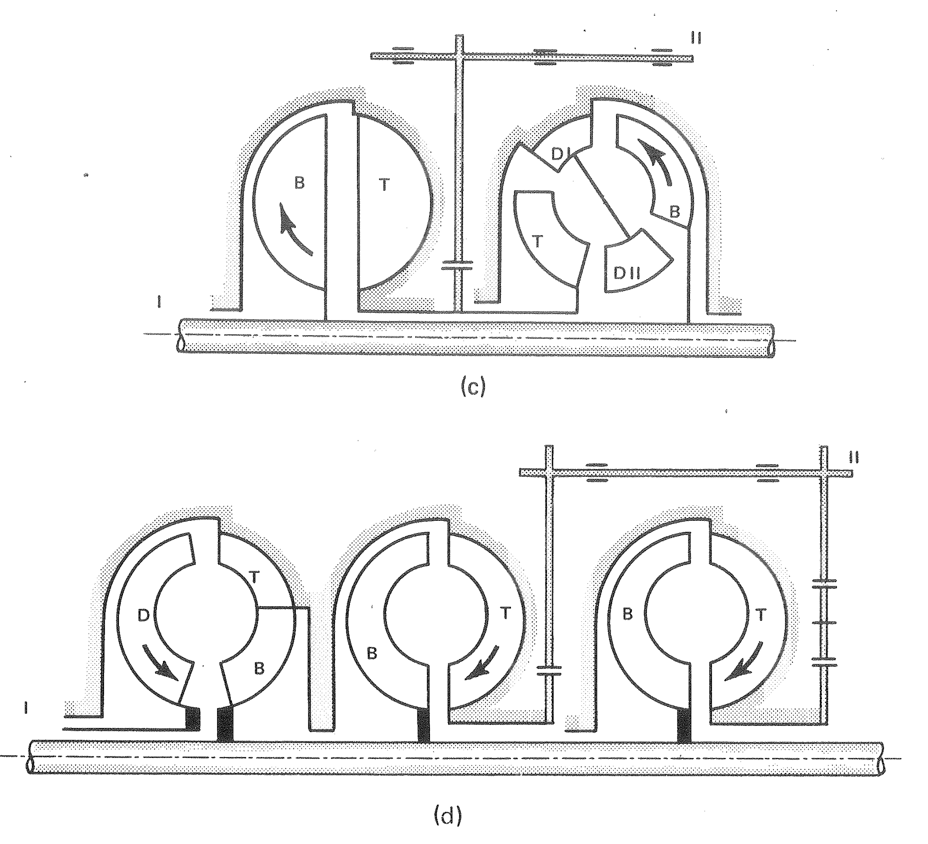


Fig. 16-26.–Esquemas de *turboconvertidores de flujo múltiple.*

Fig. 16-27: esquema utilizado en algunos barcos de guerra japoneses, en el cual a pesar de ser de flujo simple, se consigue la inversión de marcha mediante la utilización de una doble corona directriz que se desplaza longitudinalmente. Este esquema es poco frecuente por su bajo rendimiento.

Cada esquema de turboconvertidor tiene curvas características distintas, que le hacen más o menos apropiado para una aplicación concreta. La forma de las curvas características de un turboconvertidor vienen determinadas por la forma geométrica del circuito de trabajo del aceite, por el número y ubicación de las coronas en el circuito y por el número, forma y ángulo de entrada y salida de los álabes en cada corona.

Así, por ejemplo, en la disposición B-T-D (véanse los 4 esquemas de la Fig. 16-21) para cualquier velocidad del eje secundario n_T el líquido entra en la B con la misma dirección, con lo cual el par de la B, si n_B = cte, permanece prácticamente

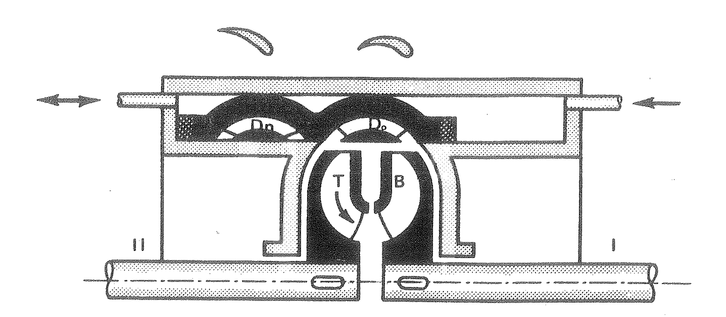


Fig. 16-27.–Esquema de *turboconvertidor reversible con* doble corona direztriz móvil.

constante. El par secundario, sin embargo, será tanto mayor cuanto mayor sea la variación de la circulación en la rueda secundaria, es decir, cuanto menor sea n_T. En la Fig. 16-28 se ven, junto con la curva de rendimiento, la curva M_B (paralela al eje de abscisas) y la M_T (de forma hiperbólica). Todas las curvas están trazadas para n_B = cte y ν = cte, como veremos más adelante (Sec. 10.8.7). En la disposición B-T-D la curva de M_B es una recta paralela al eje de abscisas.

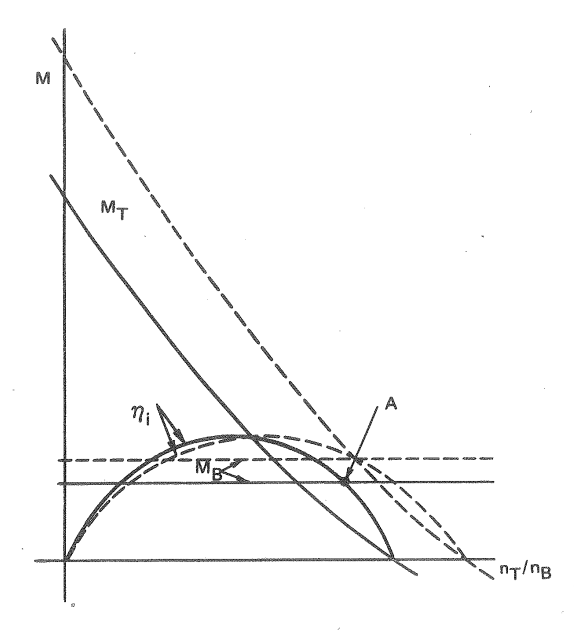


Fig. 16-28.–*Curvas características* del turboconvertidor del tipo B-T-D (véase Fig. 16-22).

En la Fig. 16-29 se ha dibujado en sección transversal la rueda secundaria o T de un turboconvertidor de par, junto con los triángulos de velocidad en cada caso para las tres condiciones de funcionamiento siguientes: 1) embalamiento o carga nula en el eje de la T; 2) funcionamiento normal o funcionamiento en el punto de diseño; y 3) eje de la T calado. Se advertirá que estas condiciones son las mismas estudiadas para el turboacoplamiento en conexión con la Fig. 16-9. En los esquemas del rodete se han trazado las velocidades absolutas (que coinciden con las relativas en el caso 3, eje T calado) a la entrada y salida, así como la trayectoria absoluta de una partícula con línea de puntos. Observando la figura se tiene:

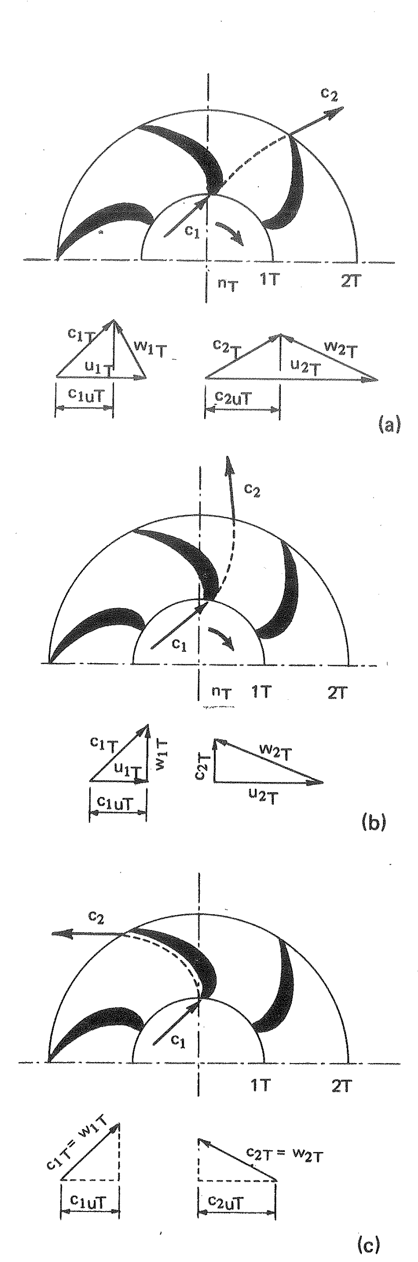


Fig. 16-29.–*Triángulos de velocidad* en el rodete de T de un convertidor de par: a) T embalada; b) T en funcionamiento normal; c) T frenada.

Condición 1 (Fig. 16-29,a)

En este caso $c_{1u} = c_{2u}$, y consecuentemente el par es nulo.

Condición 2 (Fig. 16-29,b)

Condiciones de funcionamiento óptimas. Se trasmite a la T el par nominal o de diseño. En la figura el triángulo de salida es rectángulo. Ausencia de choque, y rendimiento óptimo.

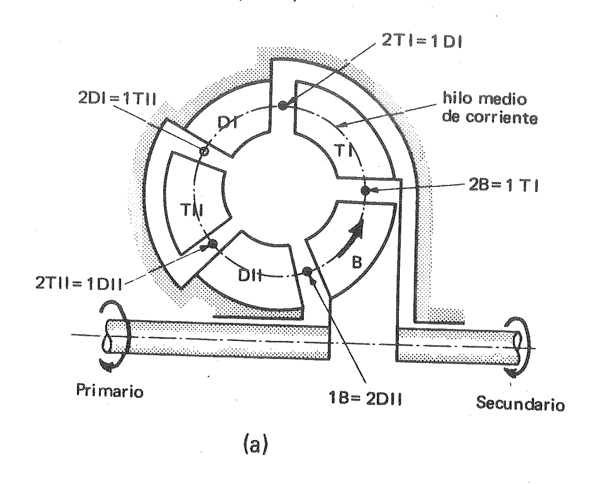
Condición 3 (Fig. 16-29,c)

$u_1 = u_2 = 0$. Variación de c_{2u} máxima y par máximo. Choque a la entrada de la T. La potencia absorbida P_B se consume en choques y torbellinos en ambos rodetes, porque $P_T = 0$ (eje calado).

Es interesante considerar el caso de un convertidor de par instalado en un automóvil. El caso 1 corresponde al régimen de embalamiento (por ejemplo en la marcha cuesta abajo): la velocidad de la T iguala primero y supera después a la velocidad de la B. Entonces la T actúa como B y retarda al motor, encontrando gran resistencia, con lo cual su velocidad disminuye, es decir, el convertidor actúa de freno. El caso 3, por el contrario, es el caso del arranque, en que la relación de trasmisión $i = 0$; pero la relación de conversión de par es máxima; en este caso se necesita el par máximo y se dispone de él también, lo que muestra la ventaja del turboconvertidor hidrodinámico. Entre el caso 3 y 2 se encuentran los regímenes de marcha lenta, que coinciden con los de gran par resistente (por ejemplo en la marcha cuesta arriba) de que se dispone en las relaciones de trasmisión pequeñas. En resumen el par aumenta cuando disminuye la velocidad y viceversa, lo que se acomoda muy bien a las condiciones de servicio. El motor puede funcionar siempre al número óptimo de revoluciones independientemente de la velocidad de la T, y dar toda su potencia en cada instante, salvo que el rendimiento de la trasmisión es mayor o menor según los casos.

16.7.4. Ecuaciones fundamentales

Como continuación a lo dicho en la Pág. 861 hagamos ahora el análisis del convertidor de dos escalonamientos o turbinas (TI y TII) y dos coronas directrices (DI y DII) de la Fig. 16-30,a; cuya extensión a cualquier otro tipo de convertidor de par de un solo flujo es inmediata. Los momentos comunicados al fluído o por el fluído en cada una de las coronas se obtendrán aplicando sucesivamente a cada corona fija o móvil la Ec. (16-2) o la (16-3):



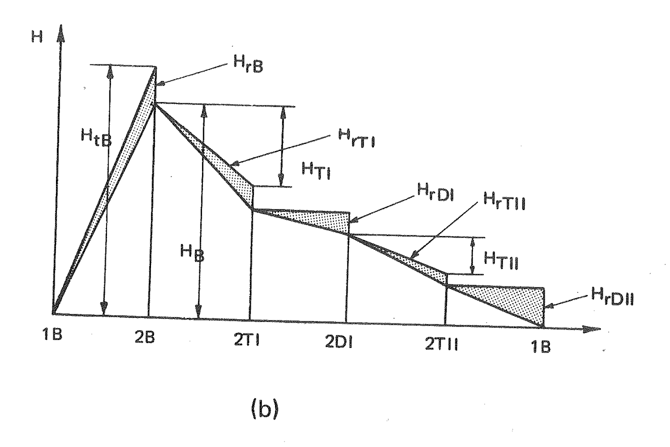


Fig. 16-30. *Balance energético* de un convertidor de par.

$$M_B = \rho Q\,(r_{1B}\,c_{1uB} - r_{2B}\,c_{2uB})$$
$$M_{TI} = \rho Q\,(r_{1TI}\,c_{1uTI} - r_{2TI}\,c_{2uTI})$$
$$M_{DI} = \rho Q\,(r_{1DI}\,c_{1uDI} - r_{2DI}\,c_{2uDI}) \qquad (16\text{-}17)$$
$$M_{TII} = \rho Q\,(r_{1TII}\,c_{1uTII} - r_{2TII}\,c_{2uTII})$$
$$M_{DII} = \rho Q\,(r_{1DII}\,c_{1uDII} - r_{2DII}\,c_{2DII})$$

En el intersticio entre dos coronas cualesquiera podemos suponer que se verifica aproximadamente la ecuación del fluído potencial Ec. (2-76):

$$r\,c_u = cte$$

Por tanto

$$r_{2B}\,c_{2uB} = r_{1TI}\,c_{1uTI}$$
$$r_{2TI}\,c_{2uTI} = r_{1DI}\,c_{1uDI}$$
$$r_{2DI}\,c_{2uDI} = r_{1TII}\,c_{1uTII} \qquad (16\text{-}18)$$
$$r_{2TII}\,c_{2uTII} = r_{1DII}\,c_{1uDII}$$
$$r_{2DII}\,c_{2uDII} = r_{1uB}\,c_{1uB}$$

Sumando miembro a miembro las Ecs. (16-17), y teniendo en cuenta las Ecs. (16-18), se obtiene la ecuación siguiente:

$$M_B + M_{TI} + M_{DI} + M_{TII} + M_{DII} = 0 \qquad (16\text{-}19)$$

que demuestra que el momento del eje primario no es igual al del eje secundario, sino que se diferencia en el momento de la corona directriz.

La Ec. (16-19) para el caso de un turboconvertidor de un escalonamiento es la siguiente:

$$M_B + M_T + M_D = 0 \qquad (16\text{-}20)$$

Teniendo en cuenta las pérdidas volumétricas q, no tenidas en cuenta en la anterior deducción, en la 1.ª, 2.ª y 4.ª de las Ecs. (16-17), deberían figurar en vez de Q, que es el caudal que circula por las coronas fijas, los caudales siguientes:

$Q_B = Q + q_B$ caudal bombeado por el rodete B

$Q_{TI} = Q - q_{TI}$ caudal aprovechado por la TI

$Q_{TII} = Q - q_{TII}$ caudal aprovechado por la TII

Teniendo en cuenta las pérdidas mecánicas y por rozamiento de disco, no tenidas en cuenta tampoco en la anterior deducción, el *momento en el eje de la B*, M_{aB} será

$$M_{aB} = M_B + M_{rB}$$

donde M_{rB} — momento para vencer los rozamientos mecánicos y de disco en la B. Análogamente el momento en el eje de la T, M_{aT} será:

$$M_{aTI} + M_{aTII} = M_{TI} - M_{rTI} + M_{TII} - M_{rTII}$$

donde M_{rTI}, M_{rTII} — momentos necesarios para vencer los rozamientos mecánicos y de disco en las dos T.

Potencia absorbida en el eje primario:

$$P_{aB} = M_{aB}\,\omega_B$$

Potencia restituida en el eje secundario:

$$P_{aT} = M_{aT}\,\omega_T$$

Rendimiento total del turboconvertidor:

$$\eta_{tot} = \frac{P_{aT}}{P_{aB}} = \mu \cdot i \qquad (16\text{-}21)$$

En el punto nominal o punto de diseño se tendrá:

$$\eta_{tot} \cdot N = \mu_N \cdot i_N$$

La pendiente en cada punto de la curva $\eta_{tot} = f(i)$:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{d\,\eta_{tot}}{di} = \frac{d\,(\mu \cdot i)}{di} = \mu + i\,\frac{d\mu}{di}$$

En el arranque $i = 0$ y

$$\operatorname{tg}\alpha_0 = \mu_0$$

lo que demuestra que el par de arranque, magnitud de gran interés en un convertidor de par, es tanto mayor cuanto mayor sea la pendiente de la curva de rendimiento en el punto $i = 0$.

16.7.5. Esquema general de diseño de un turboconvertidor

Los datos iniciales para el diseño de un turboconvertidor suelen ser i, μ_0 y P_{aB}. Generalmente se parte del diseño de la B o rueda primaria. Este diseño fundamentalmente no difiere del diseño de una B normal.

1) Es frecuente escoger el número específico de revoluciones n_{sB} en la gama de 120–150, es decir, suficientemente grande para que las dimensiones sean reducidas y el rendimiento elevado. De las ecuaciones

$$n_{sB} = n_B\, P_B^{1/2}\, H_B^{-5/4}$$

$$P_B = P_{aB}\, \eta_{tot\,B} = Q_B \rho g H_B \text{ (W)} = \frac{Q_B\, \rho\, H_B}{75} \text{ CV}$$

se deducen, una vez estimado el rendimiento total n_{sB}, Q_B y H_B.

2) Con el n_{sB} quedan ya determinadas las dimensiones principales de la B, en particular los diámetros y anchos del rodete a la entrada y salida d_{1B}, d_{2B}, b_{1B}, b_{2B}.

3) También quedan determinados los triángulos de velocidad. Es frecuente hacer $\alpha_1 < 90°$.

4) El número de álabes y la forma de los mismos se determinan por los métodos desarrollados anteriormente para el diseño de las B.

A continuación se diseña la T. La dificultad de este diseño estriba en que se trata no sólo de conseguir un rendimiento elevado en el punto nominal o de diseño; sino también en asegurar el par necesario en toda la zona de funcionamiento.

En el punto de diseño

$$\frac{u_{1T}}{u_{2B}} = i \cdot \frac{d_{1T}}{d_{2B}}$$

con lo cual se obtiene u_{1T}, y si se escoge una relación de diámetros (en el caso de la T centrífuga)

$$\delta = \frac{d_{2T}}{d_{1T}} = 1{,}2 - 1{,}25$$

se obtiene

$$u_{2T} = \frac{d_{2T}}{d_{1T}}\, u_{1T}$$

y haciendo

$$c_{1mT} \simeq c_{2mB}$$

y

$$c_{2mT} = \frac{d_{1T}}{d_{2T}}\, c_{1mT}$$

pueden ya trazarse los triángulos de velocidad, de manera que se verifique

$$\eta_{hT} = \frac{u_{1T}\, c_{1uT} - u_{2T}\, c_{2uT}}{g\, \eta_{hD}\, H_B}$$

donde η_{hT}, η_{hD} – rendimientos hidráulicos de la T y D respectivamente.

16.7.6. Gráfico de energías

En el gráfico de energías de la Fig. 16-30,b se representa la energía del fluído caracterizado por su hilo de corriente medio (teoría unidimensional) en cada corona del turboconvertidor esquematizado en la Fig. 16-30,a, a partir de la entrada de la bomba (punto 1B, energía 0). En ciclo completo el fluído vuelve al punto 1B con energía 0. *El fluído es meramente un vehículo de energía del eje primario al secundario.* La energía perdida en cada corona se designa con H_r añadiendo en el subíndice la denominación de la corona respectiva (por ejemplo: H_{rDII} – energía perdida en la corona directriz segunda). Las perdidas H_{rDI} y H_{rDII} son características de un turboconvertidor de par, y no existen en un turboacoplamiento; siendo esto, como hemos visto, la causa por la cual aquél presenta en el punto de diseño peor rendimiento que éste.

16.7.7. Curvas características de un turboconvertidor (1)

Estas curvas pueden obtenerse aproximadamente por vía de cálculo; pero exactamente sólo por vía de experimentación.

Las *características externas*, que interesan al utilizador del convertidor son el momento de la T, el momento de la B y el rendimiento en función de la relación de trasmisión. El ensayo de un turboconvertidor se hace para un valor constante de la viscosidad (al aumentar ésta empeora el rendimiento). Además en el *ensayo elemental*, representado en la Fig. 16-31, se mantiene el número de revoluciones de la B, n_B constante. Siguiendo el procedimiento que se explicará con detalle en la Sec. 18.4.4 se obtiene el *ensayo completo*, que consta de varios ensayos elementales, cada uno para un valor diferente de n_B. En la Fig. 16-32 puede verse un ensayo completo de un turboconvertidor.

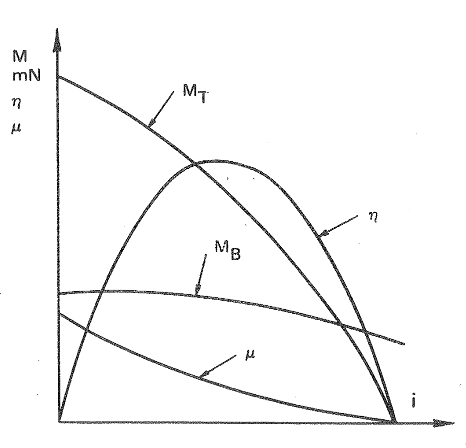


Fig. 16-31.–*Característica* de un turboconvertidor.

Las *características internas* que interesan más al ingeniero y diseñador del turboconvertidor. se representan en los cuatro cuadrantes de un sistema de coordenadas cartesianas, como puede verse en la Fig. 16-33: *primer cuadrante:* curvas de la altura

(1) Véase la nota al pie de la Pág. 873.

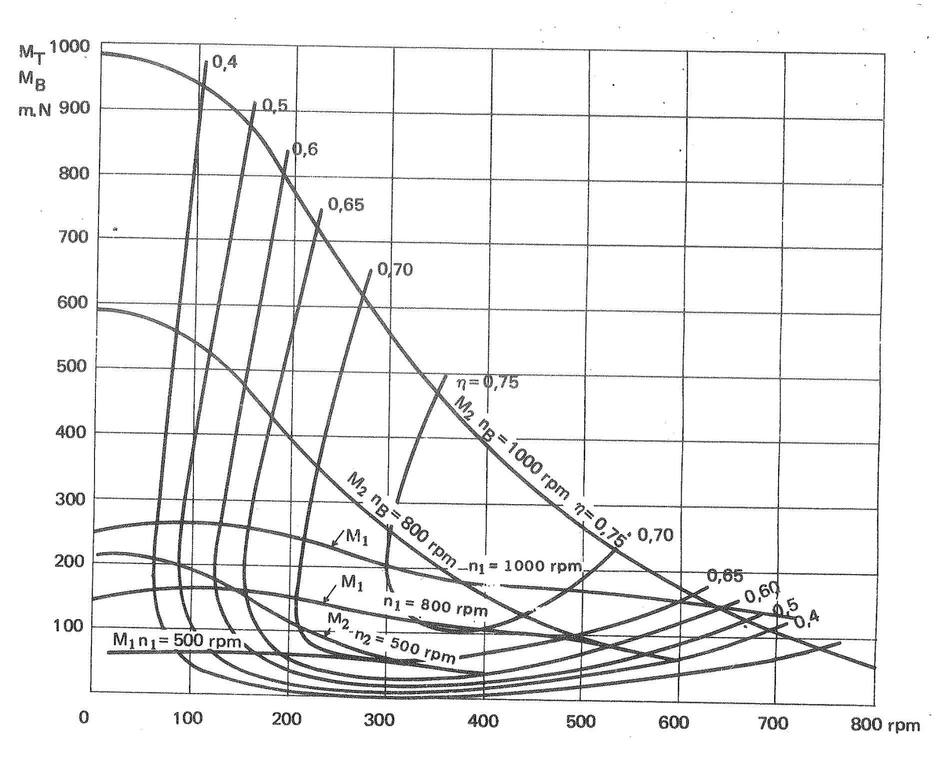


Fig. 16-32.–*Característica universal* de un turboconvertidor.

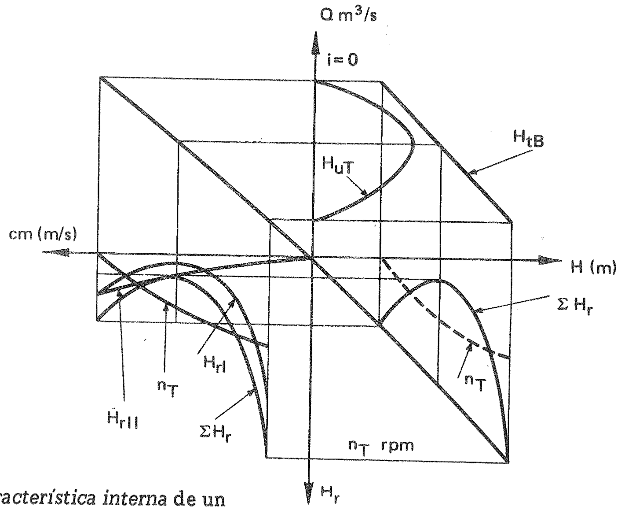


Fig. 16-33.–*Característica interna* de un turboconvertidor para n_B = ctc y ν=ctc.

teórica de la B y la altura útil de la T en función del cuadal, es decir, $H_{tB} = f\,(Q)$ y $H_{uT} = f\,(Q)$; segundo cuadrante; curva de la velocidad de flujo en función de Q, $c_m = f\,(Q)$; *tercer cuadrante:* curva de las pérdidas en las diferentes coronas por separado y de la pérdida total en función de c_m, es decir $H_{rI} = f\,(c_m)$, $H_{rII} = f\,(c_m)$ etc..., $\Sigma\, H_r = f\,(c_m)$. En este cuadrante se traza también como línea de referencia la de $n_T = f\,(c_m)$; *cuarto cuadrante:* curva de $\Sigma\, H_r = f\,(H_{uB})$.

16.7.8. Funcionamiento en conjunto de un turboconvertidor acoplado a un motor

Un turboconvertidor de par de ordinario funciona formando un grupo, a saber, motor - *turboconvertidor de par* - caja de velocidades - máquina conducida. Tanto la selección del tipo más adecuado y más económico de turboconvertidor como su funcionamiento se han de estudiar teniendo en cuenta las curvas características de estas máquinas que integran un sistema único. Las ideas que siguen podrán servir de orientación en esta materia. La potencia útil de la T, o potencia disponible en el eje secundario, será:

$$P_{aT} = P_{iT}\,\eta_{mT} = P_B\,\eta_{iT}\,\eta_{mT} = P_M\,\eta_{Tr}\,\eta_{mB}\,\eta_{iB}\,\eta_{iT}\,\eta_{mT}$$

donde P_{aT}, P_{iT}, η_{iT}, η_{mT} – potencia útil, potencia interna, rendimiento interno y rendimiento mecánico de la T.

P_B, η_{iB}, η_{mB} – potencia útil, rendimiento interno y rendimiento mecánico de la B.

η_{Tr} – rendimeinto de la trasmisión mecánica instalada entre el motor y el convertidor hidrodinámico.

P_M – potencia útil del motor.

Las curvas características del motor son la representación gráfica de las ecuaciones $P_M = f\,(n_M)$; $M_M = f\,(n_M)$ y las del turboconvertidor: $M_B = f\,(i)$; $M_T = f\,(i)$; $\eta = f\,(i)$ (η – rendimiento interno del turboconvertidor para n_B = cte ν = cte).

Para estudiar el comportamiento del grupo se deberá tener en cuenta la fórmula de semajanza, que relaciona los momentos o pares de dos ruedas primarias o rodetes de B geométricamente semejantes al variar el número de revoluciones y el diámetro [Ec. (8-24)]:

$$M'_B = M_B \left(\frac{d'}{d}\right)^5 \left(\frac{n'}{n}\right)^2$$

o bien, si se considera también la variación de densidad del fluído:

$$M'_B = M_B\,\frac{\rho'}{\rho} \left(\frac{d'}{d}\right)^5 \left(\frac{n'}{n}\right)^2$$

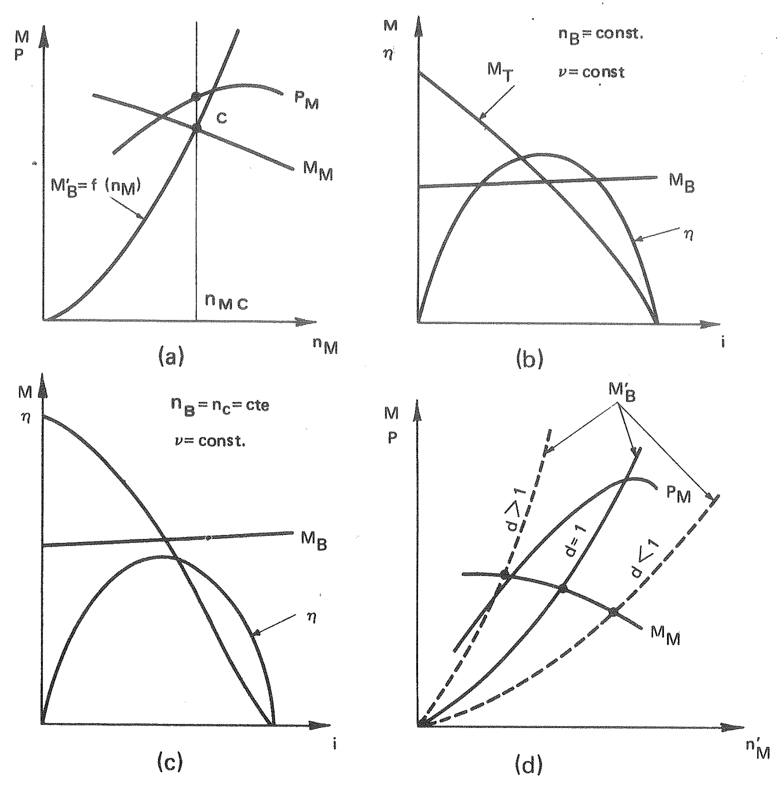


Fig. 16-34.–*Funcionamiento conjunto* de un motor y un turboconvertidor.

En la Fig. 16-34,a se representan las características de un determinado motor $P_M = f(n_M)$ y $M_M = f(n_M)$ y en la Fig. 16,34,b las características de un determinado convertidor $M_B = f(i)$; $M_T = f(i)$; $\eta = f(i)$ para n_B = cte ν = cte. A partir de estas características puede estudiarse el régimen de *funcionamiento en grupo* de ambas unidades. Es fácil obtener de la característica de la B trazada para n_B = = cte (Fig. 16-34,b) la curva $M'_B = f(n_M)$ (Fig. 16-34,a), utilizando la Ec. (8-24) que en este caso, tratándose del mismo convertidor ($d' = d$) se convertirá en

$$M'_B = M_B \left(\frac{n_M \; i_{Tr}}{n_B}\right)^2$$

donde i_{Tr} – relación de trasmisión en la caja de velocidades. La curva $M'_B = f(n_M)$ tiene forma parabólica y el punto de funcionamiento combinado motor - turboconvertidor - caja de velocidades es C con la velocidad del motor n_{MC} (Fig. 16-34,a). Con la suposición de que el rendimiento del convertidor η_{iC} no varía

al variar el número de revoluciones de la B se trazan a continuación en la Fig. 16-34,c las características del convertidor para el número de revoluciones n_B = = n_C = cte. Consiguientemente el momento de la B será igual a M'_{BC}, y el momento de la T se determinará mediante la ecuación

$$M_T = M_{BC} \, \frac{\eta_{tot}}{i} = M_{BC} \, \mu$$

en virtud de la Ec. (16-21), y el número de revoluciones de la T será:

$$n_T = n_{BC} \, i$$

Es posible trasladar el punto de funcionamiento en conjunto del motor turboconvertidor - caja de velocidades desde el punto C (Fig. 16-34,a) hacia el punto de $P_{máx}$ o M_{max}, ya sea variando el diámetro del convertidor, conservando la forma geométrica del mismo; ya variando el número de revoluciones de la B (sin variar el del motor), utilizando una relación de trasmisión distinta en la caja de velocidades. La Ec. (8-24) demuestra que a) al aumentar el diámetro del convertidor aumenta la pendiente de la parábola $M'_B = f(n_M)$, como puede verse en la Fig. 16-34,a (línea de puntos), desplazándose el punto de funcionamiento hacia la izquierda, trabajando el convertidor en la zona de $M_{M\,máx}$; b) al disminuir el diámetro del convertidor la pendiente de la misma curva disminuye, desplazándose el punto de funcionamiento hacia la derecha, hacia la zona de $P_{M\,máx}$. Además basta una pequeña variación del diámetro en un sentido o el otro para conseguir un desplazamiento sensible del punto de funcionamiento, porque el diámetro en la Ec. (8-24) figura elevado a la quinta potencia.

Para el estudio de las posibilidades que ofrece un turboconvertidor determinado resulta útil trazar un diagrama como el de la Fig. 16-35. En él se toman como abscisas las velocidades n_B del eje primario del convertidor, y como ordenadas (escala de la izquierda) M_B. La curva ALC es la curva M_M. La familia de rectas inclinadas sirven para determinar la velocidad del eje secundario n_T del convertidor que se lee en la escala de la derecha. La familia de curvas de la figura sirve para determinar el par del eje secundario M_T del convertidor. Cada una de las rectas o curvas de una y otra familia corresponden al valor constante de la relación de conversión de par $\mu = \frac{M_T}{M_B}$ que se indica en cada línea. Supongamos que L sea el punto de funcionamiento en conjunto del motor y convertidor. En el punto D se lee M_B y en el punto G, n_B. Por el punto L pasa la línea $\mu = 3$, luego $M_T = 3\,M_B$ (M_B se lee en el punto D). Para obtener la velocidad n_T se traza desde L una perpendicular hasta que corte en E a la recta correspondiente a $\mu = 3$, leyéndose a continuación horizontalmente en el punto F, n_T. Finalmente el rendimiento se deduce inmediatamente de la Ec. (16-21).

$$\eta_{tot} = \mu \, i$$

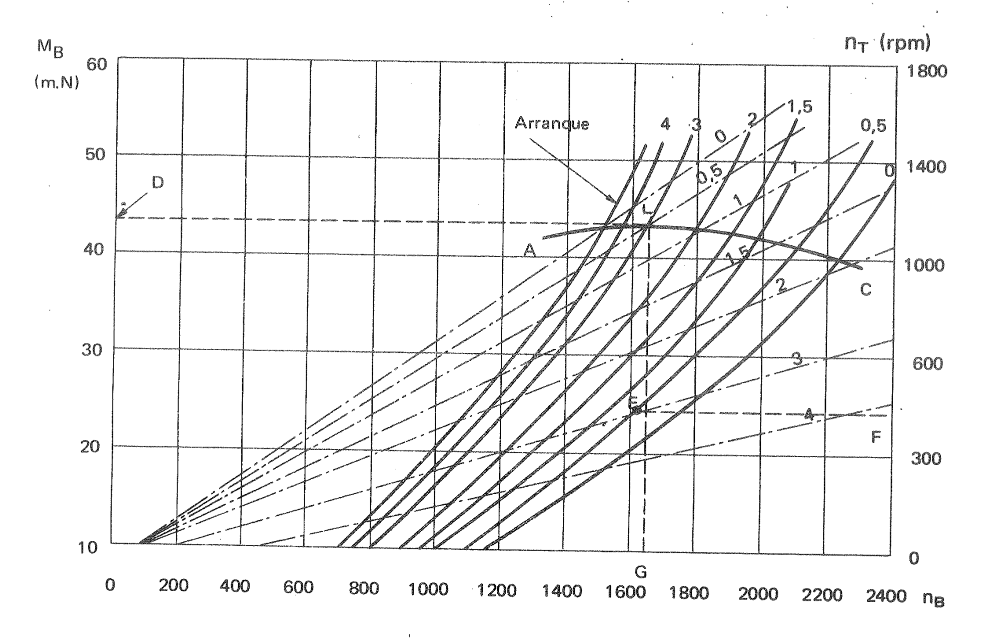


Fig. 16-35.—Diagrama par-número de revoluciones *de un turboconvertidor de par.*

Selección del turboconvertidor más apropiado a un motor

Mientras que el par de entrada de una transmisión mecánica de engranajes, si no se produce deslizamiento, puede tener cualquier valor; no sucede lo mismo en un turboconvertidor hidrodinámico, el cual a cada velocidad absorbe un momento bien determinado [curva $M = f(n)$ de una B]. Al acelerar un motor, acoplado a un turboconvertidor el par del motor aumenta, y el motor sigue acelerándose hasta que el par absorbido por el convertidor, que aumenta rápidamente con la velocidad, iguala al par motor, que empieza a disminuir con la velocidad (véase la Fig. 16-36). Si el tamaño del convertidor queda muy por debajo del que necesita el motor el punto de intersección A de la curva M_B del convertidor calado tendrá lugar para velocidad excesivamente elevada del motor, con el peligro de que éste tienda constantemente a embalarse. A la velocidad a la cual el motor desarrolla el par máximo, el par absorbido por el convertidor es muy pequeño. Como consecuencia la gama de velocidades aprovechables del motor es muy reducida. Si por el contrario el convertidor es apropiado está bien elegido y de mayor tamaño mayor la curva de par del convertidor calado (arranque) corta a la de par del motor en su punto máximo. Las dimensiones del convertidor grande son $\sqrt[5]{\frac{M_g}{M_p}}$ veces mayor (donde Mg, Mp — pares del convertidor grande y

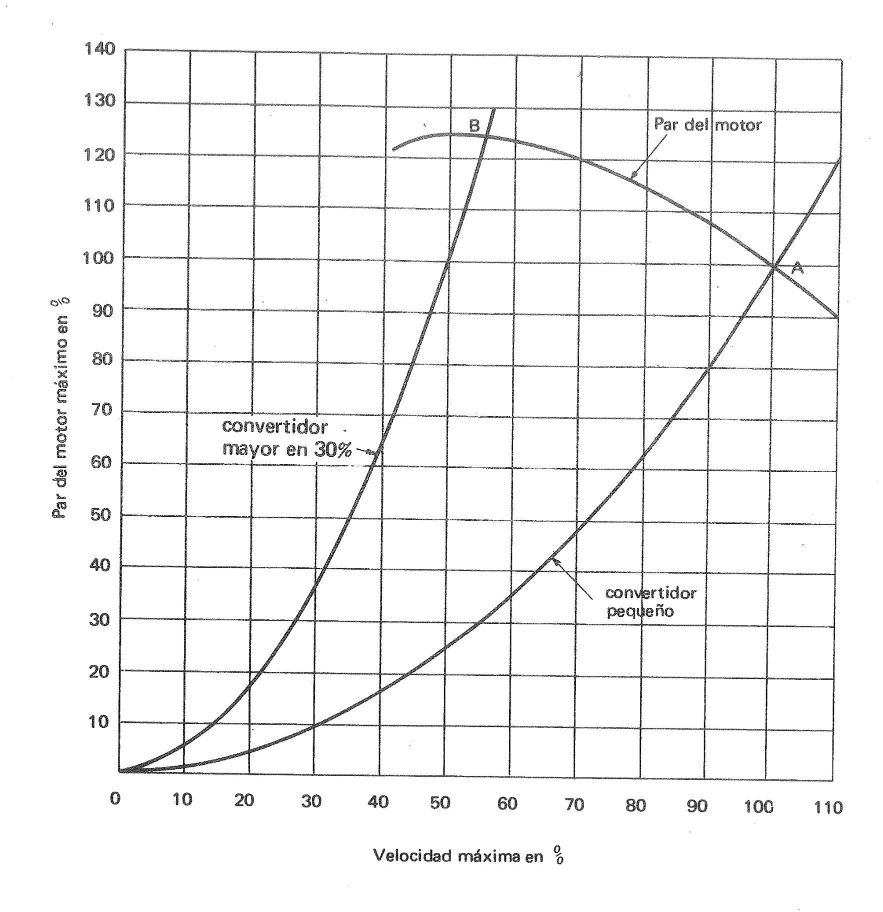


Fig. 16-36.—*Curvas del par de entrada* **de un convertidor necesario para alcanzar la potencia máxima del motor o la velocidad máxima del mismo respectivamente.**

del convertidor pequeño a la misma velocidad).

Según lo dicho, para seleccionar el convertidor más adecuado para un motor determinado se toman muchas veces como datos de partida el par máximo del motor y el número de revoluciones del motor a que aquél tiene lugar; y luego teniendo en cuenta que el par absorbido por el convertidor varía con el cubo del diámetro y con el cuadrado de n_M se tendrá:

$$d = C \sqrt[3]{\frac{M_{máx}}{n_M^2}}$$

donde C – constante, que puede determinarse, si se conoce $M_{máx}$, n_M y d para un convertidor de la serie, cuyo tamaño solamente se trata de determinar.

16.8. Trasmisiones hidrodinámicas múltiples

16.8.1. Trasmisiones hidrodinámicas compuestas de turboacoplamiento y turboconvertidor

Es posible conseguir que una trasmisión hidrodinámica actúe como turboconvertidor en una zona de funcionamiento y como turboacoplamiento en otra, construyendo la corona directriz de manera que pueda funcionar, bien como rueda fija (funcionamiento como convertidor), bien como rueda libre (funcionamiento como acoplamiento). De esta manera se logra, según la relación de trasmisión existente entre el eje primario y el secundario, aprovechar las ventajas de uno u otro tipo de trasmisión hidráulica.

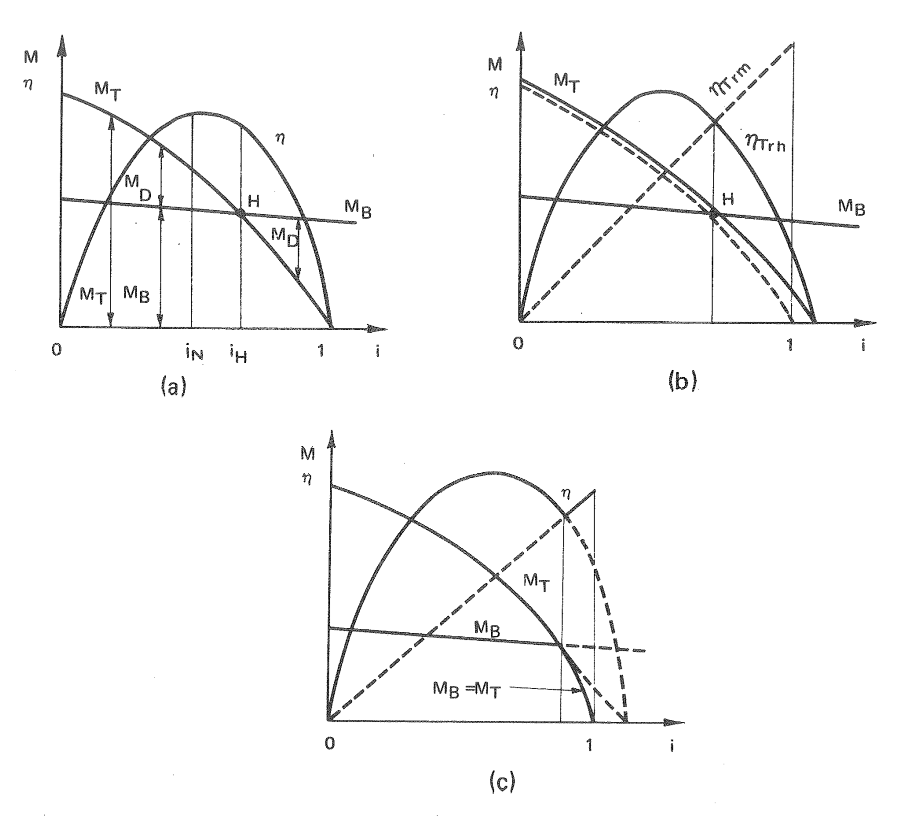


Fig. 16-37.–*Curvas características:* a) del convertidor hidrodinámico; b) del convertidor y del turboacoplamiento; c) de la transmisión hidrodinámica compuesta.

En la Fig. 16-37,a se representan las curvas características de un turboconvertidor de par: i_N representa la relación de trasmisión nominal o de diseño para la cual el rendimiento es máximo. A la izquierda y derecha el rendimiento baja. El descenso del rendimiento que se produce en la zona de funcionamiento $i < i_N$ queda compensado con el aumento de par, que entonces se precisa; no así en la zona $i > i_N$, en que el rendimiento disminuye cuando al disminuir el par resistente (M_T) convendría que la trasmisión trabajara en condiciones óptimas de rendimiento. En la práctica este inconveniente se evita por uno de los dos procedimientos siguientes: cambiando a una trasmisión rígida, o cambiando a régimen de turboacoplamiento, procedimiento que ahora nos ocupa.

En el convertidor se verifica la Ec. (16-20)

$$M_B + M_T + M_D = 0$$

Según esto, el momento M_D aportado por la corona directriz en la Fig. 16-37,a tendrá el mismo signo que el momento de la B a la izquierda del punto H, incrementando el momento M_B: y sentido contrario a la derecha, disminuyendo el momento M_B. A la derecha del punto H el flujo recorre la corona directriz en sentido contrario al normal y con ángulos muy desfavorables, lo que explica el descenso de la curva de rendimiento. En el punto H, intersección de las curvas de M_B y M_T, será $M_D = 0$. Si en este instante la rueda directriz queda libre ya no soportará momento alguno y para toda relación de trasmisión $i \geqslant i_H$ la trasmisión funcionará como un turboacoplamiento. En la Fig. 16-37,b se han superpuesto las curvas características de un turboconvertidor de par (líneas continuas) y de un turboacoplamiento (líneas de trazos). En el punto H el rendimiento de ambos coincide, y a la derecha de él el rendimiento del acoplamiento es siempre superior al del convertidor. Si en ese instante la corona directriz funciona como rueda libre (y despreciamos las pérdidas de rozamiento de disco y mecánicas de la misma) la trasmisión funcionará desde entonces para todo valor $i \geqslant i_H$ como un mero acoplamiento fluído. En la Fig. 16,37,c puede verse la característica de esa trasmisión compuesta con línea continua y la característica del acoplamiento en la región en que la corona directriz queda bloqueada, y trabaja como convertidor, con línea de puntos. Esta trasmisión dotada de 3 ruedas, una de las cuales puede quedar libre o bloqueada, se conoce con el nombre de "trilock". La característica trazada con línea continua en la Fig. 16-37,c es ideal, suponiendo que en régimen de rueda libre el momento de rozamiento mecánico y rozamiento de disco es nulo. En otras trasmisiones como veremos (Pág. 909) es la T la que puede funcionar como tal T o como rueda libre; Este tipo de convertidor, que posee dos funciones, se denomina bifásico, porque puede trabajar de dos maneras o fases: fase de acoplamiento y fase de convertidor. Así mismo existen trasmisiones trifásicas, y en general polifásicas, que pueden trabajar en tres o más posiciones realizando funciones distintas.

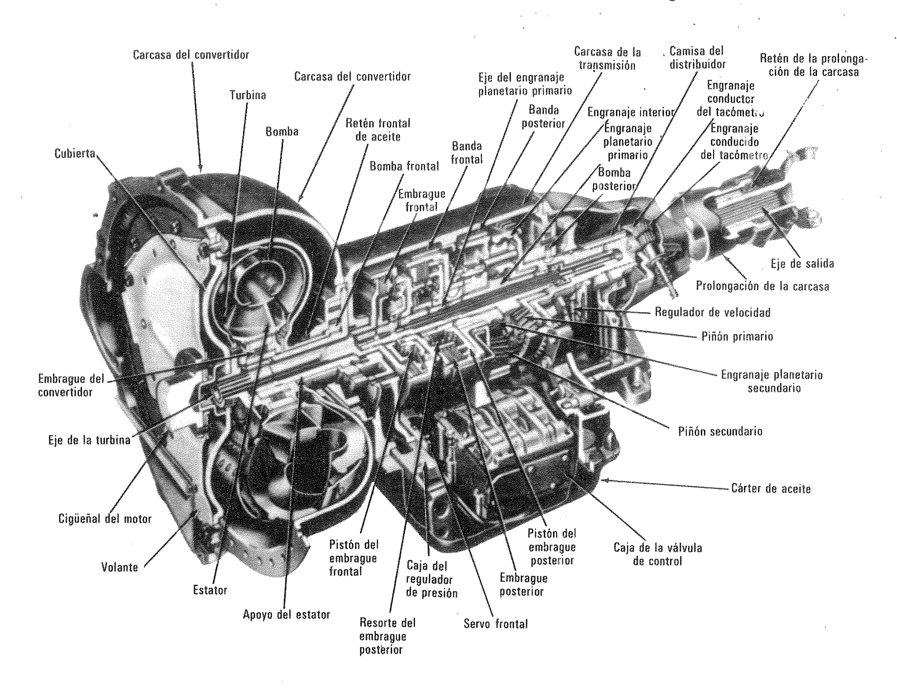


Fig. 16-38.—Vista seccionada de una *transmisión de Fordomatic.*

16.8.2. Trasmisiones híbridas o trasmisiones hidromecánicas

La relación de trasmisión en un turboconvertidor de par hidrodinámico no suele ser mayor de 3-5 en el punto de funcionamiento. Sin embargo, en un gran número de aplicaciones la relación de trasmisión necesaria no sólo para el arranque, sino en funcionamiento continuo, puede ser del orden de 15-18. Esta relación puede conseguirse fácilmente mediante una trasmisión híbrida o hidromecánica.

La disposición de ambos convertidores hidráulico y mecánico puede ser en serie, que no ofrece mayor dificultad, y en paralelo, que pasamos a exponer a continuación.

En la Fig. 16-39,a, b puede verse un esquema de trasmisión híbrida y el esquema de flujo de potencia en la misma. La potencia de entrada es P_1, que se divide en dos flujos: hidráulico P_{1h} y mecánico P_{1m}. A la salida a causa de las pérdidas, el primero se ha reducido a P_{2h}, y el segundo a P_{2m}. Ambos se vuelven a juntar para integrar la potencia de salida P_2. Se tiene, pues,

$$P_1 = P_{1h} + P_{1m}$$

$$P_2 = P_{2h} + P_{2m}$$

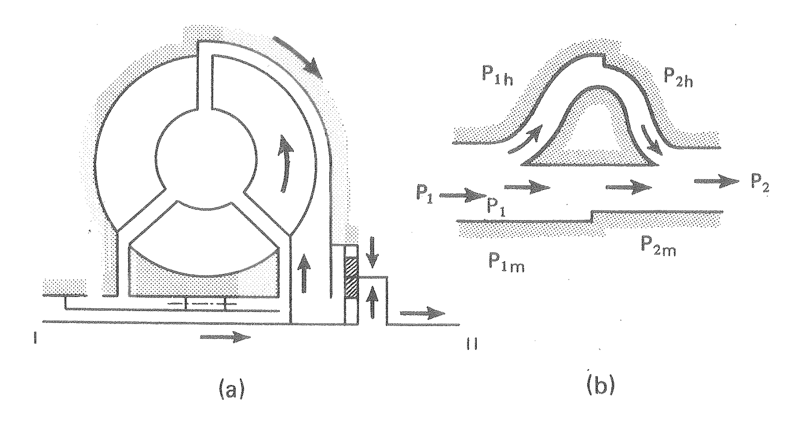


Fig. 16-39.—Esquema de principio de una *trasmisión hidrodinámica.*

El rendimiento combinado, o rendimiento de la trasmisión híbrida será:

$$\eta_{Tr} = \frac{P_2}{P_1}$$

Se tendrá además:

$$\eta_{Tr} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_{2h} + P_{2m}}{P_{1h} + P_{1m}} = \frac{P_{1h}\,\eta_h + P_{1m}\,\eta_m}{P_1}$$

donde η_h, η_m — rendimientos del turboconvertidor hidráulico y de la trasmisión mecánica respectivamente.

De la última ecuación se deduce que el valor del rendimiento combinado se encuentra entre los valores de η_h y η_m, acercándose más a uno que a otro, según la parte de la potencia total de entrada que fluya por uno o por otro.

16.8.3. Ejemplos de trasmisiones hidromecánicas

Nos limitaremos en esta sección a aducir tres tipos característicos, que servirán para ilustrar lo que llevamos dicho. La limitación de espacio nos obliga a renunciar a un estudio más detallado de los innumerosos tipos y clases, dentro de cada tipo, de trasmisiones hidromecánicas que se han realizado.

1) *Trasmisión Diwabus de la firma Voith, Alemania*

La trasmisión Diwabus (1) desarrollada por la casa Voith ha sido una de las trasmisiones hidromecánicas que han adquirido mayor difusión. Su campo princi-

(1) Diwabus = Differential — Wandler — Omnibus Getriebe (trasmisión con convertidor diferencial para autobus).

pal ha sido tal vez la tracción ferroviaria. El esquema de esta trasmisión hidromecánica es muy sencillo (Fig. 16-40). *Conjunto mecánico de la trasmisión:* una caja de satélites, integrada por los planetarios 1 y 2 y los satélites 3 y 4, que distribuye la potencia del eje primario, el cual gira a la velocidad n_1. *Conjunto hidráulico de trasmisión:* un turboconvertidor hidrodinámico, que consta de la bomba B, de la turbina T y de la corona directriz D. Esta última siempre está fija; mientras

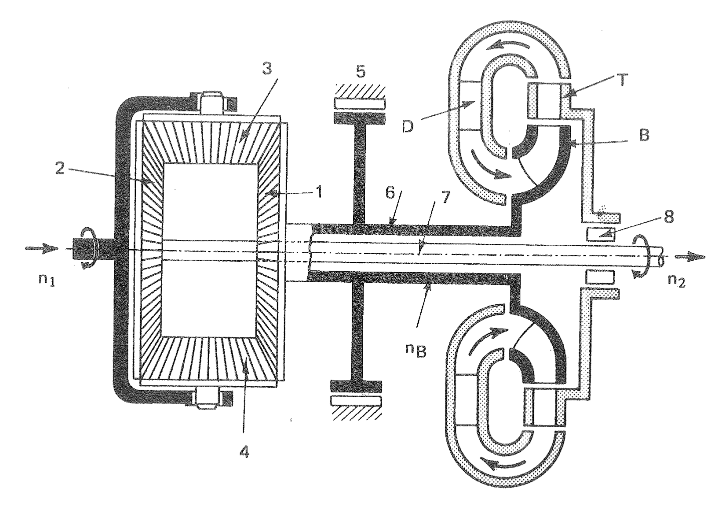


Fig. 16-40.—Esquema de la *transmisión Diwabus* de la casa Voith.

que la turbina T puede girar libremente, o girar con la misma velocidad del eje secundario n_2 gracias a la rueda libre 8. La potencia del eje de entrada se trasmite bien por el planetario 1 bien por el planetario 2. El eje hueco 6 está rígidamente unido con el planetario 1. En marcha directa el eje interior o principal 7 recibe la potencia a través del planetario 2.

Cuando el número de revoluciones del motor es bajo, porque la resistencia que experimenta el vehículo es grande (en el arranque, en cuesta, etc...) y el motor no puede proporcionar el par necesario, el planetario 2 está inmóvil y los satélites ruedan en torno a 2 haciendo girar al planetario 1 y con él el eje hueco del convertidor hidrodinámico; si el planetario gira lentamente la carga se reparte mecánica e hidráulicamente. El par del motor es suficiente para comunicar en la B par al fluído, que el turboconvertidor se encarga de multiplicar.

Cuando el número de revoluciones del motor aumenta, el par del motor aumenta, y a través del planetario 2, el eje principal puede ya soportar la carga. El convertidor se diseña de manera que al exceder su relación de trasmisión para rendimiento máximo, el convertidor quede inmovilizado por el freno de cinta 5, de manera que la trasmisión de la potencia desde entonces se hace por vía mecánica exclusivamente. Entonces la rueda libre 8 permite que el rodete de la T gire libremente, con lo cual se eliminan las pérdidas por ventilación en marcha mecánica, o bien a voluntad se vuelve a acoplar para conseguir un efecto de frenado, por ejemplo, en cuestas abajo. A este tipo de trasmisión puede acoplarse en serie una caja de velocidades de manera que se dispone de un acoplamiento hidráulico, de varias marchas adelante y una marcha atrás.

En la Fig. 16-41 se representan las curvas de este tipo de trasmisión con 1 escalonamiento hidráulico, que entra en funcionamiento en el arranque y en la marcha lenta, y 2 escalonamientos mecánicos para las velocidades medias y elevadas. En dicha figura se representa la fuerza de tracción disponible para la marcha (proporcional al momento en el eje de salida de la trasmisión) y en función de la velocidad del vehículo, y la curva de rendimiento. En ella se confirma lo que hemos dicho sobre el mayor par en la marcha hidráulica y el mayor rendimiento en las marchas mecánicas.

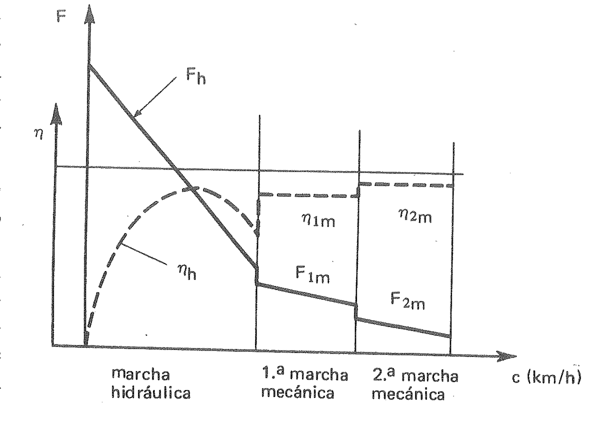


Fig. 16-41.—Curvas de funcionamiento de una *trasmisión Diwabus.*

En esta trasmisión tanto la marcha atrás como los otros cambios de marcha se realizan desde la cabina del vehículo mediante servomotores neumáticos y un circuito de aire apropiado, que no están representados en la figura.

Las aplicaciones de la trasmisión Diwabus son entre otras: a) *con llenado constante:* instalaciones de arranque difícil, como son instalaciones de elevación y transporte, molinos, centrifugadoras, etc.; b) *con llenado variable* (regulación de velocidad); accionamiento de TM (V, B de alimentación de calderas, turbosoplantes, etc.).

2) *Trasmisión Fordomatic de la casa Ford, USA*

En la industria automovilística norteamericana ya en la década de los 60 se estimaban en un 96% del total los coches americanos dotados de trasmisión hidromecánica. La General Motors fue la primera firma americana que lanzó una trasmisión de este tipo que se denominó Hidramatic. Posteriormente aparecieron la Prestomatic, Dynaglow (Buick) y Turboglide (Chevrolet). La primera de la casa Chrysler y las dos últimas de la General Motors Corporation, etc. En la industria automovilística europea la introducción de la trasmisión hidrodinámica ha sido más lenta a causa de la mayor atención prestada al precio del vehículo y del combustible, cuyo consumo es más elevado en esta trasmisión híbrida, que en la puramente mecánica.

Nos contentaremos con escribir la trasmisión desarrollada por la firma Borg Warner para la Ford Motor Company, que se denominó Fordomatic, Mercomatic o

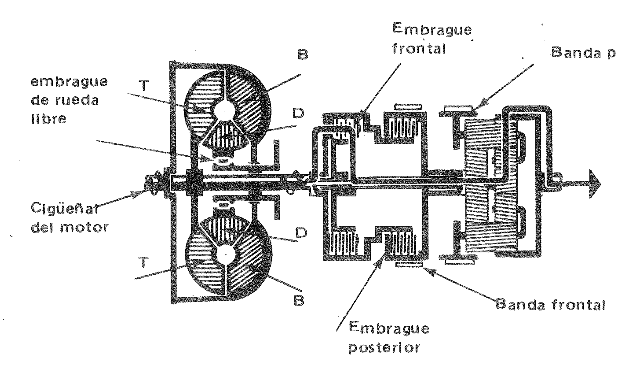


Fig. 16-42.–*Trasmisión Fordomatic:* Esquema general de la trasmisión.

Turbodrive en los coches Ford, Mercury y Lincoln, aunque en realidad la trasmisión es esencialmente la misma.

El esquema general de esta trasmisión puede verse en la Fig. 16-42. *Conjunto hidráulico de la trasmisión:* se compone de B, T y D, que se asienta sobre el eje como rueda libre (trasmisión "trilock"). La trasmisión hidráulica es, pues, una trasmisión compuesta que puede funcionar como turboconvertidor o como turboacoplamiento (véase Sec. 16.8.1). La corona directriz está fija a la trasmisión por intermedio de un embrague unidireccional, que permite a la corona fija girar; pero sólo en el mismo sentido que la B. El embrague fija la corona directriz al estator, e impide el giro en sentido contrario: el fluído al salir de la T entra en el estator y tiende a hacerle girar en sentido contrario a la B, lo cual es impedido por el embrague. El coeficiente de conversión de par $\mu = 2$ para la relación de trasmisión $i = 0$ se convierte en $\mu = 1$ para $i \simeq 0,9$. Desde este momento el turboconvertidor ya no multiplica el par y funciona como un mero turboacoplamiento. Cuando la T gira más rápidamente, o sea $i > 0,9$ el fluído al salir de la T incide en el dorso de los álabes de la corona directriz y éste gira simultáneamente con la B y la T. En la gama 0 (T calada) $\leqslant n_T \leqslant 0,9\ n_B$ (punto de acoplamiento) el turboconvertidor actúa como un reductor continuo de velocidad. *Conjunto mecánico de la trasmisión* (Figs. 16-43 y 16-38): se compone de una trasmisión mecánica, cuyo elemento esencial es la caja de engranajes planetarios que consta de 2 planetarios, 3 piñones satélites primarios y 3 piñones satélites secundarios, la caja de satélites y un engranaje interior. El papel de la trasmisión mecánica es lograr el punto muerto así como las velocidades alta, media y baja y la marcha atrás. Para ello es preciso inmovilizar alternativamente los diferentes elementos del sistema de engranajes, lo cual se consigue con las dos bandas y los embragues que aparecen en las Figs. 16-38 y 16-43. El accionamiento de estas bandas y embragues se realiza hidráulicamente. En la Fig. 16-44 puede verse el circuito de aceite correspondiente. Finalmente en la Fig. 16-38 pueden estudiarse más detenidamente los elementos esenciales de la trasmisión Fordomatic que acabamos de describir someramente.

3) *Turboconvertidor reversible L2r4* (1) *de la firma Voith, Alemania*

Para terminar esta sección describiremos una trasmisión hidromecánica hidráulicamente más compleja, diseñada para las locomotoras Diesel de maniobras, muy utilizada en las mismas tanto en Alemania como en otros países.

La *trasmisión Voith L2r4* de funcionamiento totalmente automático puede verse en la Fig. 16-45. Se compone de 4 turboconvertidores de par, cada uno compuesto de un rodete de B, otro de T y una corona D fija a la caja de la trasmisión. A cada sentido de marcha de la

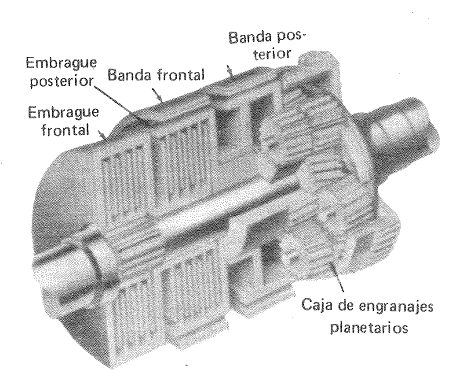


Fig. 16-43.–*Trasmisión Fordomatic:* embragues mecánicos y trasmisión planetaria.

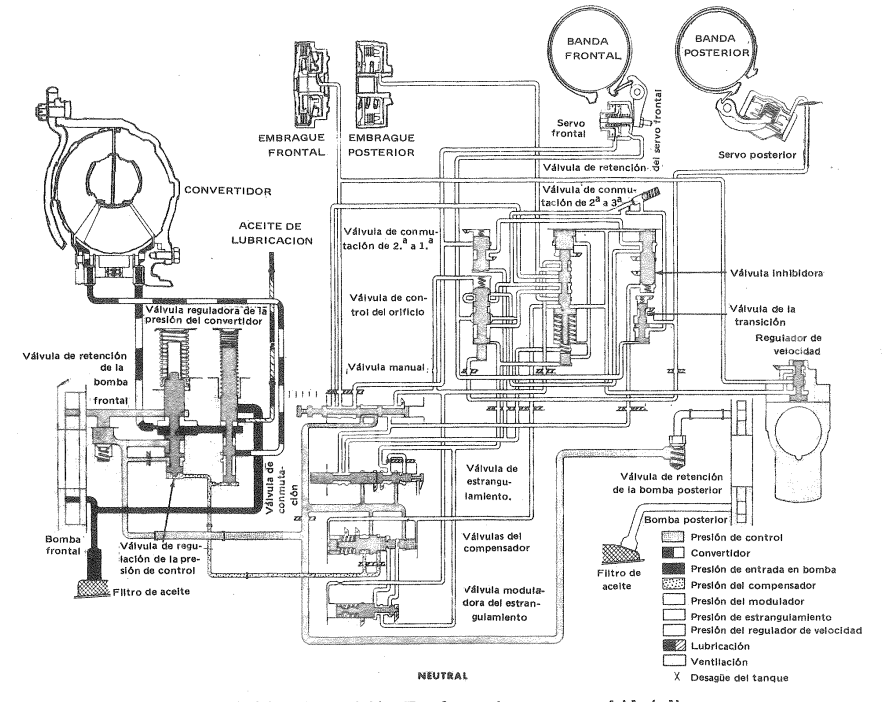
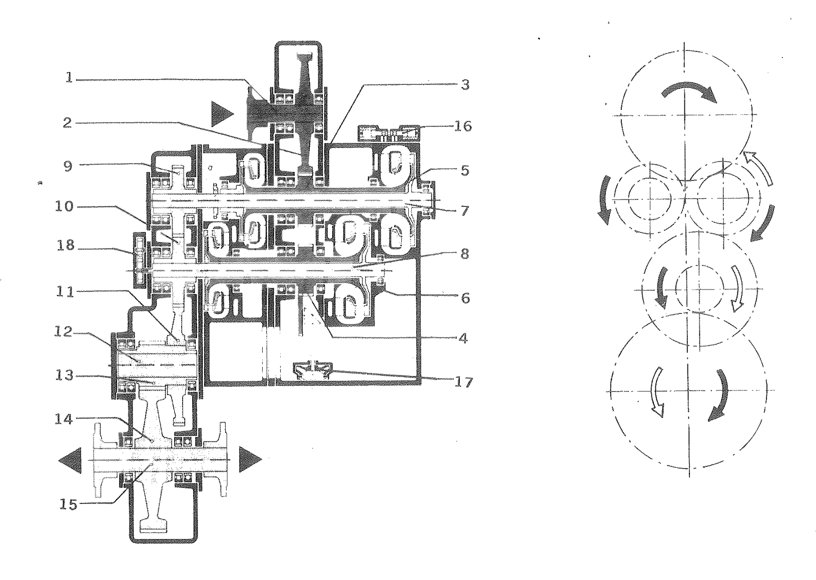


Fig. 16-44.–*Trasmisión Fordomatic:* esquema hidráulico.

(1) En la designación del tipo indica: L = para locomotoras; 2 = índice del tamaño de los circuitos; r = reversible; 4 = número de convertidores.



Fif. 16-45.–Sección esquemática del *turboconvertidor reversible L2r4* de la firma Voith, Alemania.

locomotora corresponden 2 turboconvertidores independientes. El cambio del sentido de marcha se logra llenando y vaciando sucesivamente los 2 convertidores que entran en juego, y tiene lugar, lo mismo que el paso de una velocidad a otra, suavemente sin sacudidas ni desgastes. Todos los piñones engranan constantemente incluso al invertir el sentido de marcha; y no existe, por tanto, peligro de dañarlos a consecuencia de una maniobra mal hecha. A diferencia de los inversores mecánicos, que sólo pueden ser actuados estando la locomotora totalmente parada, el turboconvertidor de marcha atrás puede ponerse en funcionamiento cuando la locomotora marcha todavía adelante. Con ello se facilita la operación de frenado.

El eje 1 (Fig. 16-45) trasmite el par del motor Diesel a través de los piñones 2, 3 y 4 que reciben el nombre de "triple multiplicador"; de manera que, según el sentido requerido de la marcha actúa la pareja de piñones 2/3, si el eje primario ha de girar en un sentido; o bien la pareja de piñones 2/4, si el mismo eje ha de girar en sentido contrario. Los rodetes de B de los 4 convertidores son solidarios de los ejes primarios 5 y 6 respectivamente. El par motor absorbido por el rodete de B del convertidor, que en ese momento está lleno de aceite, se trasmite al rodete de T situado en frente de él.

Los rodetes de T de los convertidores correspondientes al primer sentido de giro actúan mediante los piñones 9, 10 y 11 sobre el eje de contramarcha 12 de la trasmisión. En este caso el piñón de ataque 10 actúa como planetario. Por el contrario los rodetes de T de los convertidores del sentido de giro opuesto actúan directamente, sin necesidad de un tercer engranaje interpuesto, a través de los piñones 10/11. De esta forma, y girando en el mismo sentido el eje de entrada y los dos ejes secundarios, se logra una inversión de giro del eje de contramarcha, y un cambio de sentido en el movimiento de la locomotora.

El par se trasmite finalmente al eje de salida 15 a través de la pareja de piñones 13 y 14, cuya relación de trasmisión puede adaptarse a cada aplicación.

16.9. Freno hidrodinámico Froude

En los laboratorios de experimentación y ensayo de máquinas en particular de las máquinas de fluído, el freno hidráulico ha adquirido una gran difusión. El freno hidráulico, como cualquier otro tipo de freno, mide el par; con el par y la velocidad de rotación del motor, medida por un cuentarrevoluciones, se calcula

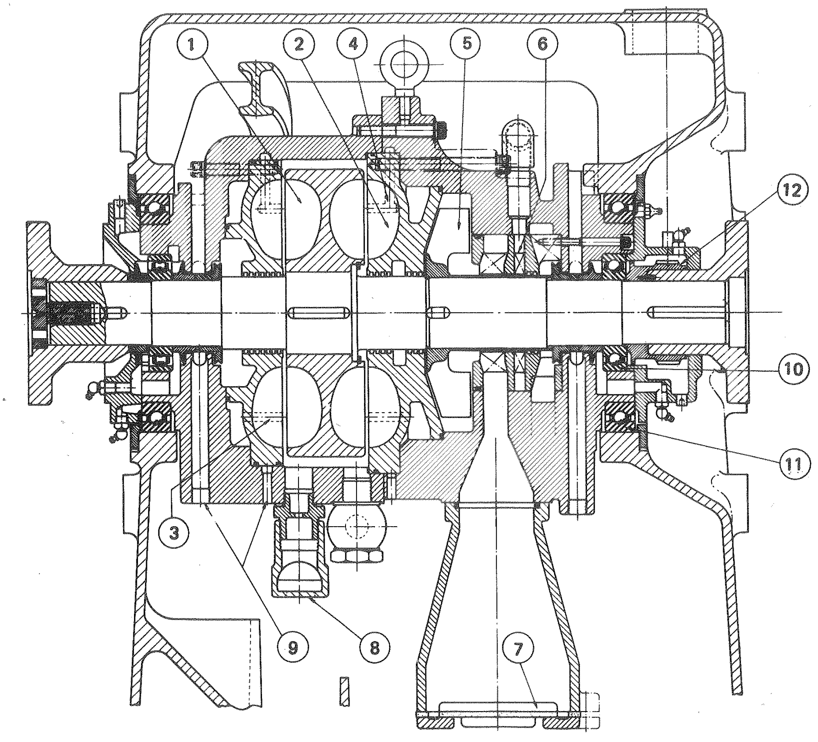


Fig. 16-46.–Sección longitudinal de un *dinamómetro Froude tipo G:* 1. Rotor.- 2. Estator.- 3. Orificios de entrada de agua (en las paletas del estator).- 4. Orificios de ventilación (en las paletas del estator).- 5. Rodete de bomba.- 6. Empaquetadura en la admisión de la bomba.- 7. Válvula de charnela en la aspiración de la bomba.- 8. Orificio de salida de agua.- 9. Orificios de fugas de agua y aire.- 10. Cojinetes del eje.- 11. Cojinetes lisos del eje.- 12. Engranajes de accionamiento del tacómetro. (Dibujo de Heenan and Froude, Inglaterra).

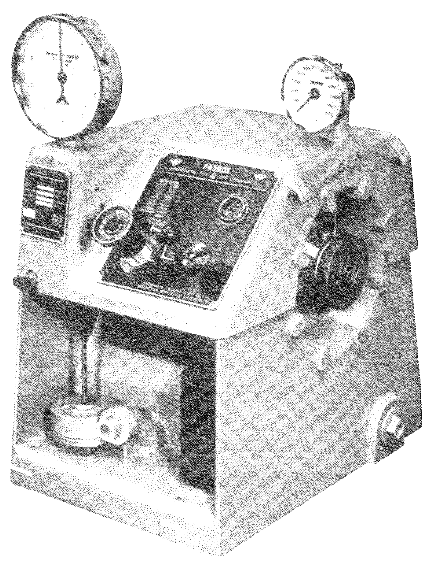


Fig. 16-47.–*Dinamómetro tipo G* construído por la firma Heenan and Froude, Inglaterra para ensayo de motores de combustión interna y otros tipos de motores.

la potencia. El tipo principal de freno hidráulico es el freno hidrodinámico de Froude. El elemento fundamental de este freno es un turboacoplamiento hidrodinámico y su principio de funcionamiento, así como sus curvas características son esencialmente las mismas.

En la Fig. 16-46 puede verse un corte longitudinal de un freno Froude tipo G de la casa Heenan and Froude, Inglaterra, y en la Fig. 10-47 una foto del mismo. Los frenos hidráulicos Froude se han construído con capacidades superiores a los 45.000 kW.

La máquina que se ensaya se acopla al eje de la B del turboacoplamiento, o *rotor del dinamómetro*. Este está formado por cámaras tóricas elípticas, donde se disponen los álabes. Los álabes, tanto de la B como de la T, pueden estar dispuestos radialmente o formando un ángulo distinto de 90°. En los dinamómetros de gran potencia con el fin de reducir las dimensiones se emplean álabes inclinados hacia adelante que absorben un momento mayor. A uno y otro lado del rotor se encuentran los álabes de la T, que forma el *estator del freno*. El movimiento de giro de la T se impide con un par aplicado mediante pesos apropiados. *El freno Froude no es más que un turboacoplamiento que funciona siempre con el eje secundario calado*. En esta aplicación suele utilizarse agua como líquido de trabajo. Toda la potencia comunicada al eje se transforma en calor evacuado por la misma agua, que circula continuamente a través del freno con un caudal apropiado. La carcasa del freno descansa sobre los cojinetes (n. 10 en Fig. 16-46), de manera que pueda girar libremente con par de rozamiento mínimo. Las empaquetaduras y los cojinetes de apoyo del eje absorben algún par; pero, como van estos montados sobre la carcasa, este par forma parte del par medido por el sistema de articulaciones y pesos del freno, y no introduce error en la medición.

Para cargar el motor se regula el agua contenida en la cámara tórica del freno (compárese con el método de regulación de velocidad por variación del llenado, Sec. 16.6). *El freno Froude es, pues, más exactamente un turboacoplamiento variador de velocidad, que funciona siempre con el eje secundario calado*. La temperatura del freno se regula variando el caudal de agua que atraviesa el freno para lo cual éste lleva dos válvulas a la entrada y salida. En otros tipos entre el ro-

tor (B) y la carcasa (T) se hallan unas compuertas, que pueden introducirse más o menos para variar la carga mediante un mecanismo de husillo y volante, como el que se representa en la Fig. 16-48 (compárese con el método de regulación de velocidad por diafragma obturador deslizante de la Pág. 880.

Existen también dinamómetros Froude reversibles que constan de dos rotores, uno de los cuales absorbe potencia en un sentido de giro y el otro en el sentido contrario. Por medio de una llave de tres vías se puede dirigir el agua a uno u otro rotor, según el sentido de giro del motor que se ensaya.

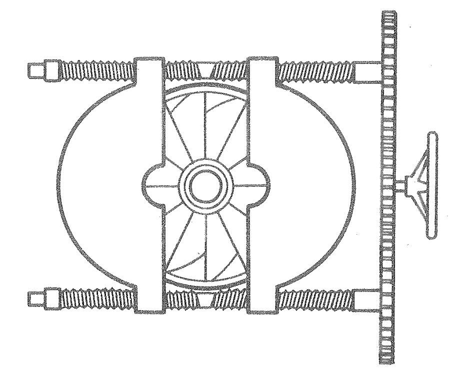


Fig. 16-48.–*Compuertas* para variación de carga de un dinamómetro hidráulico.

Las curvas características de un dinamómetro Froude tienen la forma representada en la Fig. 16-49, y no son más que las curvas del par de un turboacoplamiento variador de velocidad en función del número de revoluciones

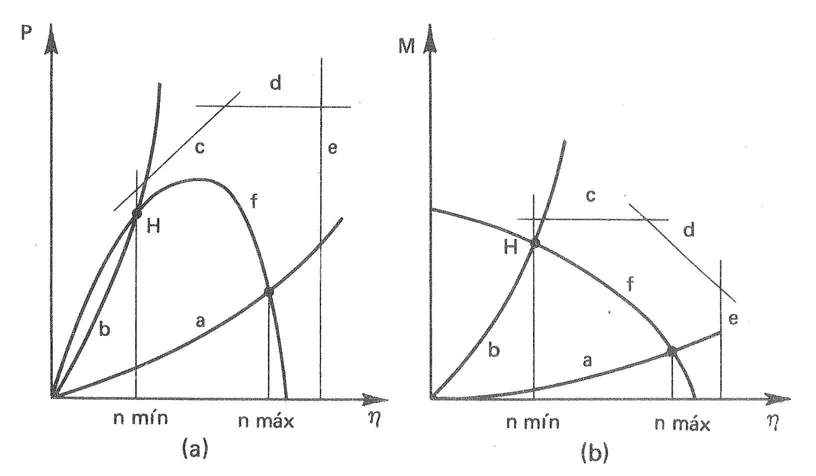


Fig. 16-49.–Determinación de la *zona de funcionamiento* de un freno hidráulico.

del eje de la B (que es también el del motor ensayado) cuando $n_T = 0$. El campo útil de medición del dinamómetro está limitado por las curvas a, b, c, d, y e de las cuales la curva a corresponde al momento por rozamiento de disco (véase Sec. 4.6.4) cuando el dinamómetro está vacío (o sin carga con las compuertas cerradas) la curva b corresponde al dinamómetro totalmente lleno (o con las compuertas totalmente abiertas); la recta c limita el par máximo que puede soportar el dina-

mómetro, a causa de la resistencia del mismo; la recta d limita el trabajo del dinamómetro a causa de la temperatura máxima admisible del agua, teniendo en cuenta principalmente el peligro de cavitación; la recta e limita el trabajo del dinamómetro por la velocidad máxima admisible por condiciones de resistencia en el rotor del dinamómetro. La curva f es la característica $M = f(n)$ del motor o máquina ensayada. El punto H representa el momento máximo de la máquina ensayada medible con el dinamómetro; para $n < n_{mín}$ el momento de la máquina es mayor que el del dinamómetro.

16.10. Ensayos experimentales de las trasmisiones hidrodinámicas (1)

Si no existen en la actualidad métodos exactos que permitan determinar teóricamente las curvas características de una B y una T (véase Pág. 981) mucho menos existirán esos métodos para una trasmisión, en que los fenómenos son mucho más complicados por la mutua influencia de ambas máquinas B y T que constituyen la trasmisión.

Así pues, tanto en el caso del ensayo de las B y T aisladas como en el presente es preciso recurrir al ensayo de modelos y a la experimentación. Los elementos fundamentales de un banco de pruebas de trasmisión hidrodinámica (turboacoplamiento o turboconvertidor) pueden verse en la Fig. 16-50 que no necesita ulterior

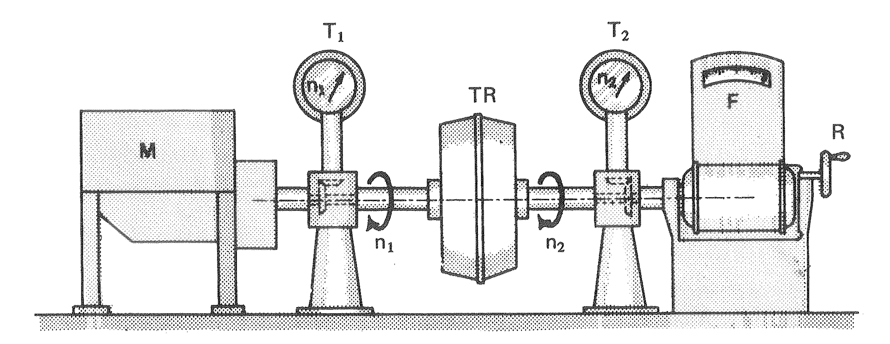


Fig. 16-50.—Esquema de un *banco de pruebas* de una trasmisión hidrodinámica: M — motor de accionamiento previamente calibrado; T_1, T_2 — tacómetros; TR — transmisión a ensayar; F — freno; R — regulador de la carga del freno.

explicación. Advertiremos, sin embargo, que esta instalación puede completarse instalando, por ejemplo, un torsiómetro entre el motor y la trasmisión, si el motor no ha sido previamente calibrado, o bien utilizar como motor de accionamiento de la trasmisión un motor eléctrico basculante con un dispositivo de articulaciones y

(1) Por la razón aducida en la nota al pie de la Pág. 873 este tema se trata aquí y no se relega al Carp. 18 dedicado a los ensayos experimentales de las TMH, al cual remitimos también al lector.

Fig. 16-51.—*Ensayos* típicos de un turbovariador de velocidad.

pesas, que permita la medición del par trasmitido. En vez del freno hidráulico, que absorbe la potencia del eje secundario de la trasmisión podría utilizarse una máquina previamente calibrada como es un V o una B, cuyas curvas características previamente se hayan determinado. Con una instalación como la de la Fig. 16-50 pueden obtenerse fácilmente las curvas características de una trasmisión hidrodinámica cualquiera, dentro de la capacidad del banco de pruebas.

A título de ejemplo expondremos sucintamente algunos de los ensayos que pueden realizarse en un banco de ensayos como el de la Fig. 16-50, con un turbovariador de velocidad por anillo de aceite regulable, mediante un tubo de sumergencia ajustable, como el de la Fig. 1-21.

Ensayo 1.°: pérdidas constantes (Fig. 16-51,a). Con el acoplamiento sin carga alguna, y el anillo de aceite en la cámara tórica al máximo a diferentes temperaturas del aceite a la salida del acoplamiento, por ejemplo, a 25, 40 y 50 °C se obtienen para diferentes velocidades de la B las pérdidas mecánicas totales, a saber las pérdidas de los cojinetes, en la bomba de aceite, rozamiento de disco y las debidas a la fricción en los conductos de circulación del aceite.

Ensayo 2.°: ensayo de la B del acoplamiento (Fig. 16-51,b). Con el acoplamiento en carga, y manteniendo una temperatura adecuada de aceite a la salida del acoplamiento, por ejemplo entre 25-55 °C, utilizando el caudalímetro C para medir el caudal y la válvula V para variar la altura manométrica, se trazan las curvas de la figura para diferente número de revoluciones de la B (en la figura n_{B1} y n_{B2}).

Ensayo 3.°: par (o potencia) en función del deslizamiento (véanse las Figs. 16-51,c y d). Para diferentes posiciones del tubo de sumergencia (o sea para diferentes espesores del anillo líquido en la cámara tórica) se varía la carga mediante el freno, y se toman lecturas de n_B, n_T y de la potencia, así como de las temperaturas de aceite. Así se obtienen las familias de curvas de las Figs. c y d.

Ensayo 4.°: balance térmico (Fig. 16-51,e). Se hace funcionar la trasmisión con una cierta carga y un deslizamiento, al que corresponde un calor bien determinado generado en el acoplamiento. Se mide la temperatura del aceite a la entrada y salida del refrigerador. Se mide también el caudal de agua refrigerante, así como las temperaturas del agua a la entrada y salida del refrigerador. El balance térmico de las tres mediciones puede dar tan sólo un pequeño error debido al calor trasmitido por radiación.

17. Construcción de las turbomáquinas hidráulicas

17.1. Introducción

Un gran número de los temas relacionados con la construcción de las TM no son específicos de las mismas, y se tratan convenientemente en conjunto con los de otras máquinas en los libros de Resistencia de Materiales y Construcción de Máquinas. Lo mismo se diga de los procesos de fabricación: fundición, forjado, soldadura, mecanizado, etc., que pertenecen específicamente a los tratados de Metalurgia, Fundición, etc.

En el proceso de fabricación de las TM se emplean métodos de control y verificación, que tampoco son exclusivos de estas máquinas. Así, por ejemplo, en la Fig. 17-1 un operario hace la prueba de ultrasonido en la soldadura del

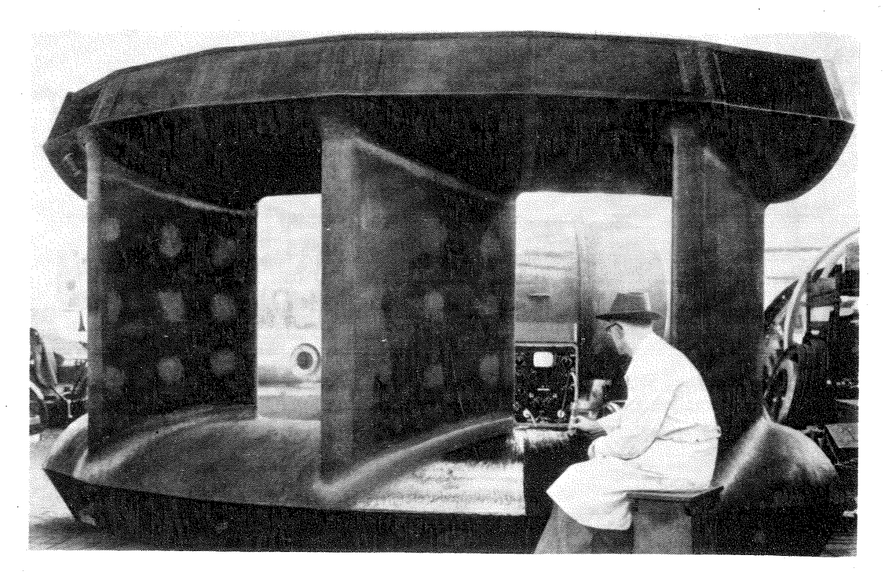


Fig. 17-1.–Prueba de la soldadura de un predistribuidor por *ultrasonido*.

predistribuidor de una TF por el método llamado de reflexión utilizando un captador sónico. Al extenderse más y más la fabricación soldada, se han perfeccionado los métodos de verificación que se realizan sistemáticamente a lo largo del cordón de soldadura. Esto se aplica en particular a las cámaras espirales de las T y B, predistribuidores, tapas, etc... Otras veces se utiliza con el mismo fin el *método de recorrido magnético* (véase Fig. 17-2) o también los rayos Röntgen.

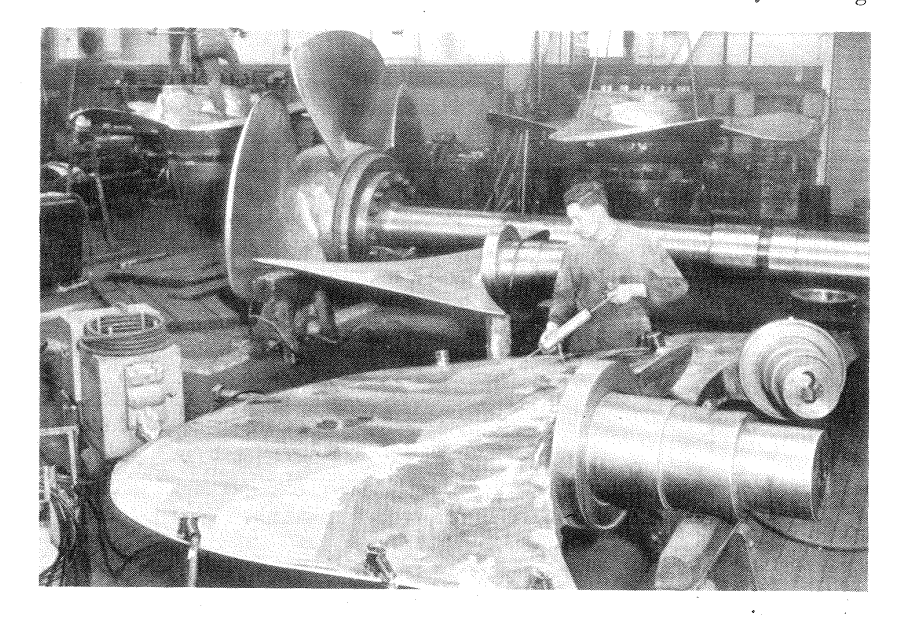
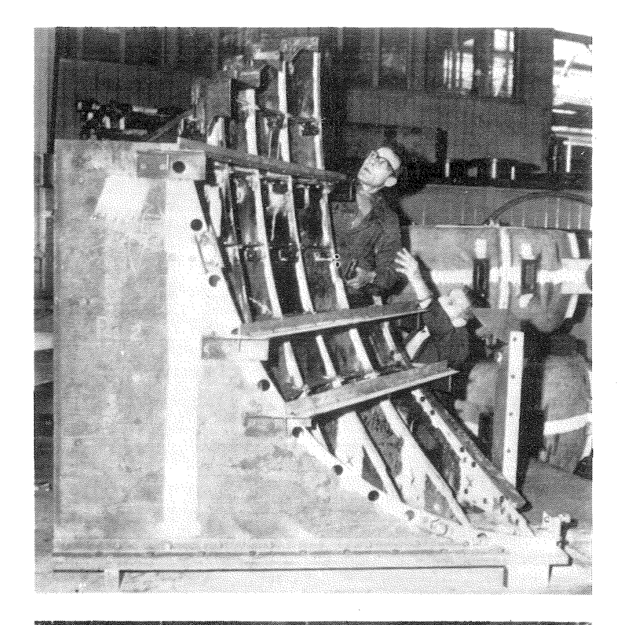


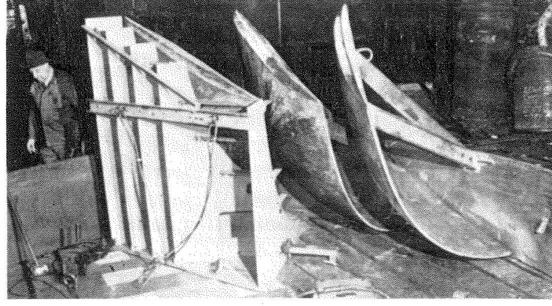
Fig. 17-2.–Método del *recorrido magnético* aplicado a una paleta de TK.

El primer método requiere la construcción con materiales magnéticos de las piezas así verificadas. Si no se emplean materiales magnéticos (bronce, cobre, acero no magnético) en la construcción la comprobación de las grietas, poros, inclusiones de arena, etc., se hace por diversos *métodos de coloración y fluorescencia.* A procesos análogos de verificación se someten los álabes de las TK y los rodetes y cucharas de las TP.

En la actualidad las TF de gran potencia suelen construirse en piezas que se sueldan entre sí. En particular los álabes se sueldan por un extremo al zuncho o llanta exterior y por el otro al anillo superior. Las soldaduras han de ser cuidadosamente realizadas reduciendo las tensiones y el riesgo de fisura a un mínimo, y controladas mediante ultrasonidos, manteniendo los poros y las oclusiones en límites tolerables. Realizada la soldadura se somete además el rodete a un tratamiento térmico, y a continuación, si fuere necesario, se recubren las zonas expuestas a la cavitación con plaquetas soldadas de acero inoxidable. La posición de cada álabe en el rodete se ha de fijar y mantener invariable con exactitud por el influjo



(a)



(b)

Fig. 17-3.–a) *Gálibo* de control de un álabe de TF; b) *Zuncho* del rodete de una TF con dos álabes fijos y un tercer álabe sostenido en su lugar por el gálibo (foto Escher Wyss).

que esto tiene en el rendimiento hidráulico, para lo cual se emplea el gálibo o plantilla, que puede verse en la Fig. 17-3, a y b. Contra el gálibo se aplica el trasdós del álabe, mientras que con piezas desmontables se controla la cara del mismo.

En tiempos más recientes se ha introducido y alcanzado una gran difusión en el estudio experimental de los esfuerzos de trabajo de los materiales el *método de bandas extensométricas.* La aplicación de este método, de uso muy frecuente en Resistencia de Materiales, Aeronáutica, etc., a las TH puede verse en la Fig. 17-4, que muestra la instrumentación utilizada en la investigación de los esfuerzos sobre las paletas de una TK, con el fin de determinar la altura máxima admisible de salto (véase Sec. 12.1.5), En la misma figura puede verse también

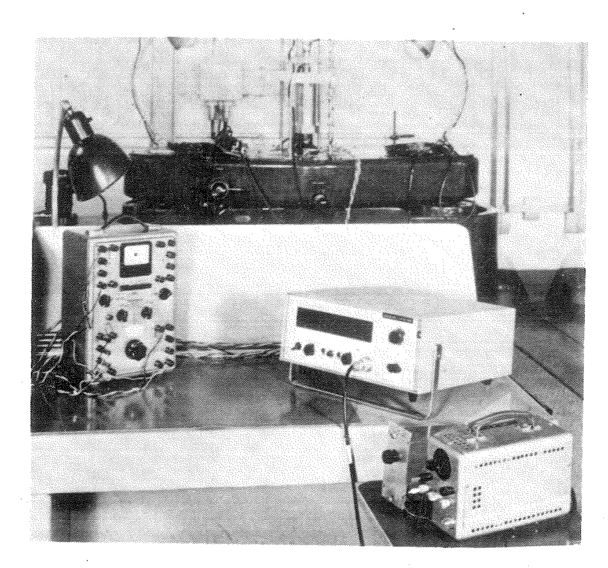


Fig. 17-4.—Instrumentación para determinar los esfuerzos sobre una paleta de TK.

el selector de posición de bandas extensométricas montado sobre la T. En el caso presente se instalaron 24 elementos triples o rosetas con un total por tanto de 72 bandas extensométricas, a fin de obtener medidas de los esfuerzos en las zonas de transición de la base del álabe al perfil del mismo (1).

Para un estudio más completo de los temas relacionados con la construcción de las TMH nos remitimos a los tratados de Resistencia, Construcción de Máquinas, Vibraciones, Metalurgia, etc... Tampoco repetiremos aquí lo ya expuesto en otro lugar por nosotros (2) sobre resistencia, vibraciones de los álabes, equilibrado estático y dinámico, etc... Por tanto en este capítulo sólo se tratará sucintamente de los temas siguientes: ejes, vibraciones, empuje axial y radial, lubricación, prensaestopas y materiales; sin repetir lo que sobre algunos de estos temas se ha tratado en otro lugar (3).

---

(1) Una descripción detallada de este montaje puede verse en el artículo de F. SCHWEIZER, *Strain-gauging instrumentation for Kaplan model turbines*, Escher Wyss.

(2) C.M., TMT, Cap. 21 págs. 775-835.

(3) Sobre los laberintos y prensaestopas véase C.M., TMT, págs. 826-835; sobre materiales véase C.M., TMT, págs. 837-861.

17.2. Ejes

17.2.1. Ejes de las turbinas hidráulicas

El eje de la TH está sometido a los esfuerzos siguientes:

1) *Esfuerzo de torsión* debido al par motor transmitido al generador. Este esfuerzo aumenta considerablemente: a) *en el arranque* con el distribuidor totalmente abierto y el rotor estacionario; alcanzando entonces en las TF el doble del valor nominal; b) *en régimen de aceleración intensa;* c) *en caso de cortocircuito* del alternador. En este último caso de avería con el alternador en cortocircuito puede hahacerse el par de torsión hasta cinco veces mayor que el par nominal lo que hay que tener en cuenta al momento de calcular los esfuerzos. El aumento de M es tanto menor cuanto menor sea la relación J_T/J_G de los momentos de inercia de la T y el generador, ya que el rotor de este último actúa como volante reduciendo la aceleración del eje. Para el caso de cortocircuito bifásico se ha propuesto la siguiente fórmula:

$$M = M_N \frac{J_G}{J_T + J_G} \left\{ \alpha_0 \, (1 - \cos \omega_1 t) - \left[\frac{\omega}{\omega_1} \cdot \frac{\alpha_1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2} + \frac{2\omega}{\omega_1} \cdot \frac{\alpha_2}{1 - \left(\frac{2\omega}{\omega_1}\right)^2} \right] \operatorname{sen} \omega_{1t} - \right.$$

$$\left. - \frac{\alpha_1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2} \operatorname{sen} \omega t + \frac{\alpha_2}{1 - \left(\frac{2\omega}{\omega_1}\right)^2} \operatorname{sen} 2\,\omega t \right\}$$

donde M — momento de torsión en régimen de cortocircuito

M_N — momento de torsión nominal

ω_1 — frecuencia natural circular de las vibraciones torsionales del eje.

ω — frecuencia circular de la red $\left(314 \frac{rad}{s}\right.$ para 50 ciclos$\left.\right)$.

$\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ — coeficientes que dependen del tipo de alternador.

2) *Esfuerzo axial* debido a las fuerzas producidas por la reacción del agua. Existe tanto en las T de eje horizontal como en las de vertical; pero su valor es relativamente pequeño, y no hace falta tenerlo en cuenta en el dimensionado del eje; en las T de eje vertical se añade a éste el esfuerzo axial originado por el peso del rotor.

3) *Esfuerzo de flexión* debido al peso total del rotor, que puede ser importante en las T de media y baja potencia de eje horizontal. A éste se añade en las T de poca potencia el esfuerzo transmitido por los engranajes o la correa, si se usa este tipo de transmisión; y en todos los rotores no perfectamente equilibrados, tanto en los grupos de eje horizontal como en los de eje vertical, el esfuerzo producido por la fuerza centrífuga.

En el dimensionado del eje de las T, sólo se tiene en cuenta en general el esfuerzo torsional que es con mucho el más importante. La fórmula que liga el esfuerzo máximo de torsión, que tiene lugar en la periferia del eje con el par transmitido y las dimensiones del eje sólido o hueco se encuentran en todos los libros de Resistencia de Materiales.

Para un cálculo preliminar del diámetro del eje puede utilizarse la siguiente fórmula:

$$d_e = 112 \cdot \left(\frac{P_a}{n}\right)^{1/3} \text{ mm}$$

(P_a potencia útil en kW, n en rpm).

En las T suele escogerse un valor del esfuerzo de torsión τ bajo (ya que en el arranque, como hemos dicho, el par se hace aproximadamente el doble) y tanto menor cuanto más se acerque la velocidad de rotación a la velocidad crítica del rotor, de manera que

$$\tau = (1500 \text{ a } 4000) \cdot 10^4 \ \frac{N}{m^2}$$

El diámetro del eje es tanto mayor cuanto mayor es la potencia y menor el número de revoluciones. De ahí que en las T de gran potencia, cuyo n suele ser además generalmente bajo, el diámetro del eje llega a ser a veces de 1,5 m. La longitud del eje es a veces superior a los 6 m, y la masa llega a ser hasta de 70 toneladas (véase la Fig. 17-5).

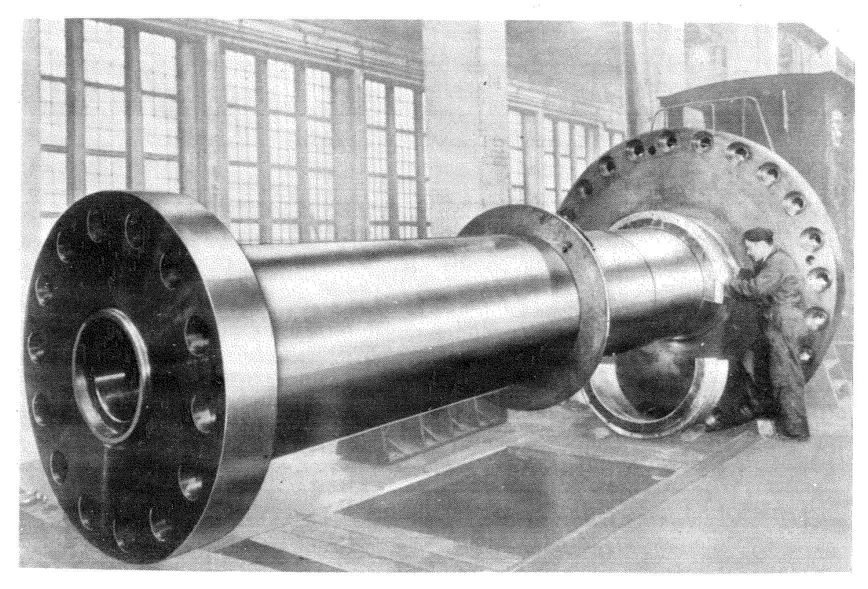


Fig. 17-5.– Eje para TK de salto de gran altura para la *central de Lasele* en el rio Ångerman, Suecia. Características de una TK: H = 52 m; n = 150 rpm; P_a = 64200 kW. El eje de acero forjado de 960 mm de diámetro. La brida inferior (2770 mm de diámetro), que sirve también de cubierta del servomotor, se forjó de una pieza con el eje y lleva un anillo de refuerzo embutido. La masa del eje es de 43 toneladas.

El eje de las TH se construye preferentemente de acero forjado Siemens-Martin y modernamente también de acero soldado.

El eje de las TK (véase Fig. 17-6) es siempre hueco y aloja, según el tipo de

construcción, bien el vástago del servomotor, bien el aceite del mismo. Las tuberías de aceite, en forma de dos tubos concéntricos pasan también por el interior del eje del alternador.

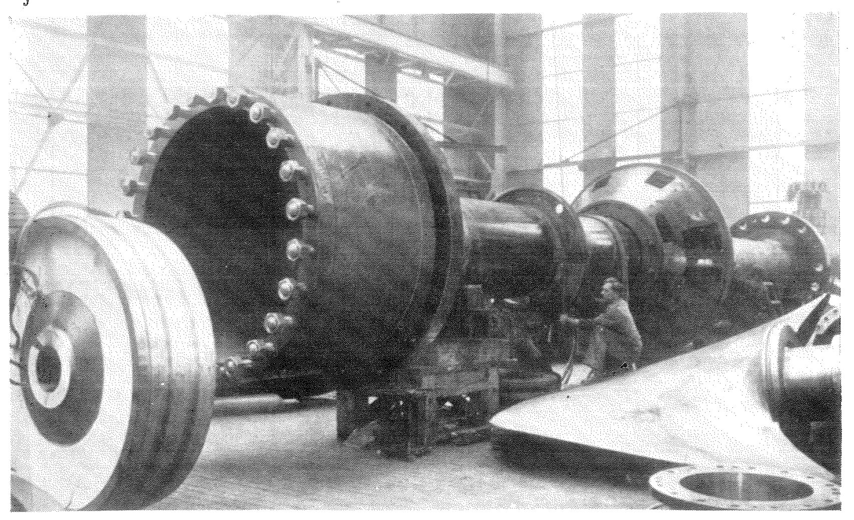
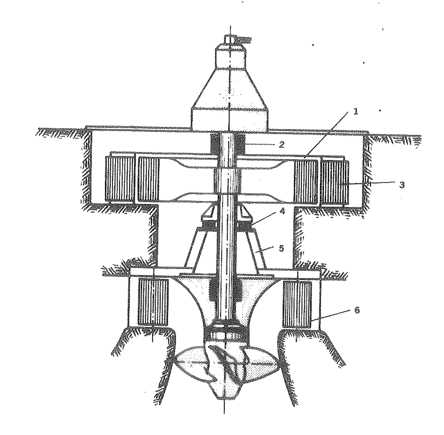
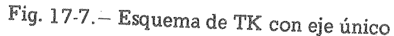


Fig. 17-6.–Eje de una TK de la central de agua fluyente de Jochenstein, en el río Danubio. Características de una TK: H = 9,6 m; Q = 350 m^3/s; n = 65,2 rpm; P_a = 29.000 kW. Diámetro medio del eje 850 mm. Hueco. Eje común para T y alternador. El servomotor del rodete sirve además de asiento para el rotor del alternador. A la izquierda de la foto el servomotor, delante el émbolo; en el centro un operario ajusta el cabezal-soporte del pivote de suspensión.

Al eje de la T se acopla en un extremo el rodete de la T y en el ótro el rotor del alternador. En los grupos de eje horizontal de gran potencia los acoplamientos de la T y del alternador son rígidos. Si la distancia entre la T y el alternador es muy grande, o el eje es excesivamente pesado para la capacidad de la grúa, se divide éste en varias partes. De ordinario consta de dos partes: el eje de la T y el eje del alternador; a veces de tres, a saber, los dos anteriores y un eje intermedio. En la actualidad para reducir costos se limita la longitud axial del grupo, construyendo instalaciones de gran potencia con eje único, como la TK del esquema de la Fig. 17-7. En ella el cojinete superior 2 se instala en la cruceta 1 sobre el estator del alternador 3. El cojinete 4 o pivote de suspensión va apoyado sobre el techo cónico 5 de la T; de esta manera todo el peso del grupo se transmite a través de 5 y del predistribuidor o estator de la turbina a los cimientos. Con esta construcción se elimina un acoplamiento y se consigue una mejor alineación del grupo. El par es transmitido por los pernos de acoplamiento o por una chaveta transversal. La construcción de eje hueco permite una mejor inspección del forjado, que es necesario realizar cuidadosamente; por esta razón las TF de gran potencia suelen construirse también de eje hueco.

La construcción soldada de la Fig. 17-8, que corresponde a una TK de gran potencia




Fig. 17-7.– Esquema de TK con eje único

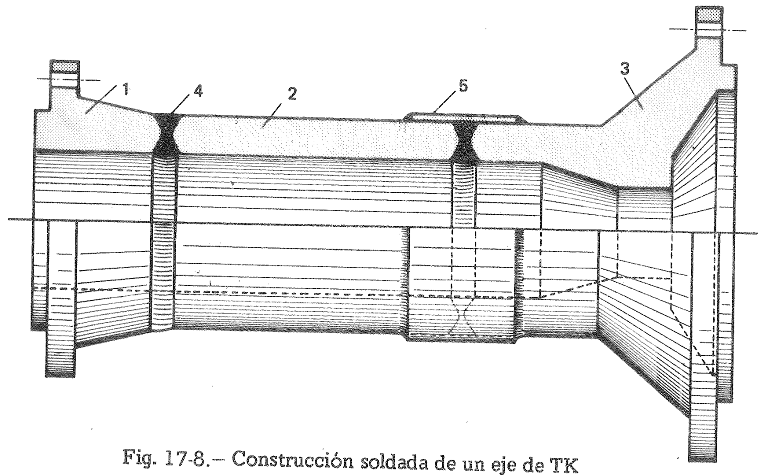


Fig. 17-8.– Construcción soldada de un eje de TK

consta de tres partes: la brida superior 1 para la conexión con el generador, el eje 2 y la brida inferior 3. La brida superior 1 es de acero fundido de alta calidad y se suelda eléctricamente en 4 con el eje. El eje 2 hueco puede ser forjado, o también de chapa de acero soldada longitudinalmente. El eje se suelda por 5 a la brida inferior de acero fundido de la misma clase. La brida 3 de mayor diámetro e igual al cilindro del servomotor se fija directamente a él. Las dimensiones de la brida 3 en este tipo de construcción hacen prohibitiva en las T de gran potencia la tradicional construcción forjada, y hay que recurrir como en este caso a la construcción soldada. Además de esta ventaja la construcción soldada permite reducir el peso (y el gasto en material) a veces hasta más del 30% y los gastos de fabricación hasta un 25%.

Cuando el eje se lubrica con agua, para evitar la corrosión producida en el cojinete por el contenido de azufre del caucho, se reviste el eje de un casquillo o camisa protectora de acero inoxidable, o bien de bronce, si el cojinete o la camisa no se hallan constantemente inmersos en agua. En la Fig. 17-9 puede verse una de estas camisas protectoras de la firma Escher Wyss para un eje de 960 mm de diámetro. El casquillo, de 35 mm de espesor se monta, desmonta y reemplaza fácilmente, porque consta de dos mitades unidas entre sí por una pieza especial de cierre.

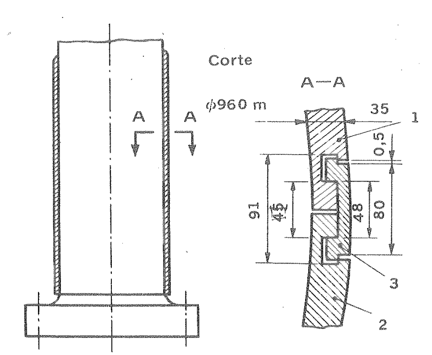


Fig. 17-9.–Eje TK Escher Wyss con casquillo protector.

17.2.2. Ejes de las bombas hidráulicas

Los esfuerzos estáticos y dinámicos a que está sometido el eje de una bomba son de igual naturaleza que los enumerados previamente en las T. Las B se construyen con frecuencia con varios escalonamientos, y los esfuerzos axiales son debidos a los empujes axiales en cada rodete y en el disco compensador si lo hubiere.

La selección del diámetro de la B depende del tipo de construcción empleado, de sus dimensiones y del número de revoluciones. El criterio para la selección de este diámetro puede ser triple: resistencia, deformación y número crítico de revoluciones. El eje se construye con diámetros distintos por orden decreciente, siendo mayor en los lugares donde van fijados los rodetes (en el centro del eje, donde el momento flector es mayor), menor donde se apoya en los cojinetes y menor aún en el acoplamiento. Se debe tener en cuenta la concentración de esfuerzos en los chaveteros, transiciones de un diámetro a otro, etc..., lugares en los cuales el diámetro ha de ser suficientemente grande y la construcción esmerada. La flexión del eje producida por las solicitaciones estáticas y dinámicas debe ser tal que, manteniendo el juego mínimo en los cierres laberínticos, en ningún caso entren en contacto los anillos fijos al estator con los del rotor; en caso contrario los anillos de cierre se desgastan rápidamente, y la B deja de funcionar normalmente. También el eje de la B se protege contra la corrosión y erosión con collarines recambiables, especialmente en los lugares de apoyo en los cojinetes y donde atraviesa las empaquetaduras para evitar el rayado y la corrosión. Estos collarines van roscados en el eje en sentido contrario al del giro de la B y su movimiento se impide además con algún sistema de fijación adecuado. Si el líquido es muy corrosivo el eje se construye de acero inoxidable o de aleación Monel.

En la Fig. 17-10 se representa el eje con los rodetes y demás elementos en él montados de una B vertical sumergible de la casa Goulds Pumps, USA. Estas B se construyen para gran variedad de caudales hasta por encima de los 55 m^3/minuto;

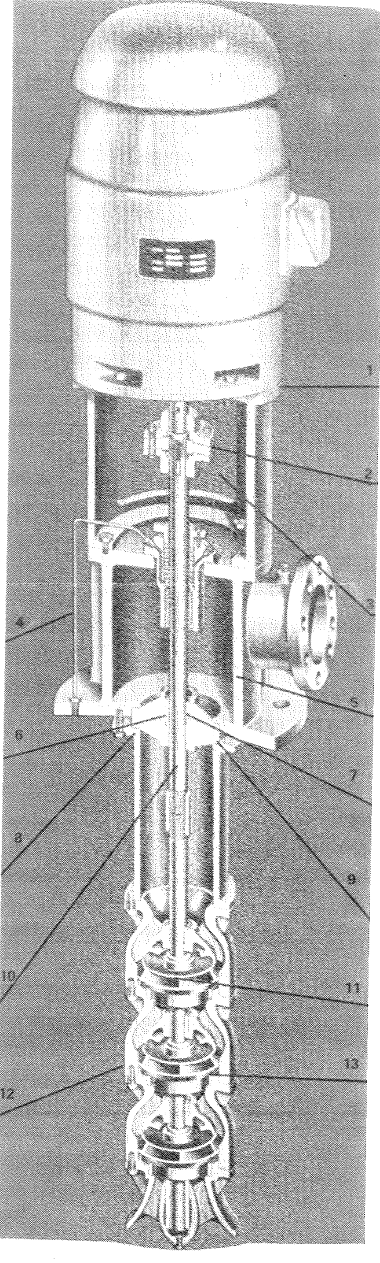


Fig. 17-10.—B vertical tipo VIT de la firma Goulds Pumps USA. 1. Cabezal de apoyo del motor.- 2. Acoplamiento de bridas ajustables.- 3. Acceso cómodo a la caja prensa-estopas.- 4. By-pass continuo para lubricación de la empaquetadura.- 5. Cámara de descarga.- 6. Casquillo espaciador del cojinete.- 7. Cojinete.- 8. Columna standard.- 9. Anillo de alineación.- 10. Eje.- 11. Rodete.- 12. Cuerpo de carcasa (uno por escalonamiento).- 13. Anillos de desgaste.

pudiendo según los tipos adicionarse hasta 25 escalonamientos.

En la Fig. 17-11 puede verse el eje con sus casquillos, prensaestopas, anillo de cierre, etc., ... de una B de eje horizontal de cámara accionada horizontalmente.

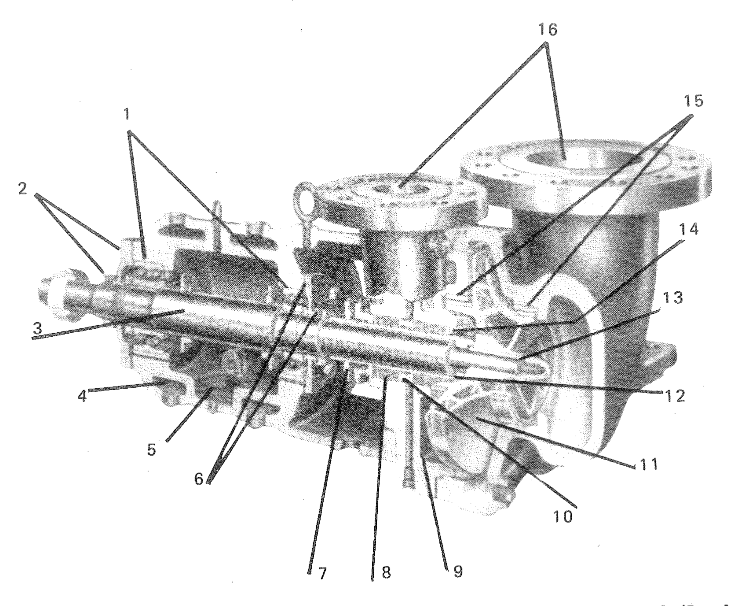


Fig. 17-11.—B para hidrocarburos y otros líquidos en refinerías de la firma FMG (Peerless Pumps), para alta temperatura y alta presión, que se construye en caudales hasta 1500 l/min, y presiones hasta 200 m c.a. y temperatura hasta 400 °C: 1. Cojinetes de apoyo y empuje lubricados con aceite; 2. Tapa laberíntica del cojinete; 3. Eje de acero aleado con tratamiento térmico; 4. Camisa de agua de refrigeración de aceite y cojinetes; 5. Cárter de aceite; 6. Tapa laberíntica del cojinete; 7. Prensaestopas; 8. Caja de prensaestopas; 9. Caja de prensaestopas con camisa de agua de refrigeración; 10. Cierre de la empaquetadura con entrada y salida de aceite de lubricación y refrigeración; 11. Rodete de tipo cerrado; 12. Casquillo del eje; 13. Arandela de fijación; 14. Casquillo soldado; 15. Anillos de desgaste; 16. Bridas de succión e impulsión.

17.3. Vibraciones

Las vibraciones constituyen uno de los problemas más serios de las máquinas rotativas. No es posible hacer aquí un estudio detallado de este tema, que no es exclusivo de las TM y para el cual nos remitimos a las obras clásicas de Den Hartog. Timoshenko, Creed, Church, Wilson y otros. No repetiremos tampoco aquí lo que sobre las vibraciones libres y forzadas de los álabes, modos de vibraciones, curvas de resonancia, vibraciones de los ejes y equilibrado estático y dinámico de los rotores de las TM dijimos en nuestro tomo consagrado a las turbomáquinas térmicas.

Intimamente relacionado con el tema de las vibraciones está el problema del ruido.

Por su especial importancia en los V se trató ya de este tema en el capítulo 14, dedicado al estudio particular de estas máquinas. Problemas análogos tienen lugar en las B. El ruido en las B está generalmente localizado en la tubería de impulsión y en la caja espiral. La causa del mismo puede ser doble: desequilibrio mecánico e inestabilidad del flujo debido a causas diversas. Se han llevado a cabo investigaciones utilizando hidrófonos en la succión e impulsión de una B, las cuales han demostrado que: a) el nivel de sonido varía con la velocidad y las características de funcionamiento, siendo mínimo en el punto nominal de diseño; b) la frecuencia del sonido más importante, hasta el punto de que su amplitud es casi igual a la amplitud total, es la debida a las pulsaciones del fluido que sale intermitentemente por los álabes (1).

Las vibraciones de las TMH pueden ser de tres tipos: transversales, torsionales y longitudinales. De las vibraciones longitudinales o axiales que tienen lugar a lo largo del eje de la máquina, no nos ocuparemos dada su escasa importancia.

Las vibraciones transversales, que son las más frecuentes, se caracterizan por desplazamientos lineales de masa generalmente en ángulo recto con respecto a un plano de referencia denominado *plano neutro.*

Las *vibraciones torsionales,* que son también muy peligrosas, se caracterizan por desplazamientos angulares de masa alrededor de un eje de referencia, que casi siempre coincide con el eje de rotación. Los grupos de B dotados de transmisión en ángulo recto por engranajes cónicos, están mucho más expuestos a vibraciones torsionales que los grupos moto-bombas de acoplamiento directo. En los primeros la vibración se presenta siempre que la velocidad de alguno de los elementos que componen la transmisión coincide con la frecuencia natural de la misma.

17.3.1. Vibraciones transversales

Las siguientes causas pueden excitar las vibraciones transversales en las TMH: rompimiento de la simetría de la inducción magnética del rotor del generador o motor, rotor no suficientemente equilibrado, y disimetría en la admisión de agua. Dichas causas excitarán vibraciones transversales siempre que la velocidad angular del rotor coincida con una de las frecuencias naturales del mismo; por encima y por debajo de estas velocidades denominadas *velocidades críticas* desaparecen las vibraciones. Estas se transmiten por el suelo a los edificios e instalaciones más próximas y en la TM misma aumentan los esfuerzos y las deformaciones con posible rotura de los órganos fijos y móviles, etc. ... Si el diseño del rotor es tal que su velocidad crítica está por encima de la velocidad de funcionamiento el eje se denomina *rígido;* en caso contrario se denomina *flexible.* En ambos casos se ha de procurar que la velocidad de funcionamiento sea por lo menos aproximadamente un 25% inferior o superior a la velocidad crítica.

---

(1) Véase además el interesante caso de vibración de una TF por DEN HARTOG, *Mechanical Vibrations*[4], Mc-Graw Hill, New York, 1956, págs. 7-9; así como el artículo de H.C. SIMPSON, y T.A. CLARK, *Noise generation in a centrifugal Pump, "ASME 70-FE-37".*

El problema de calcular las velocidades críticas de un eje no puede resolverse con exactitud analíticamente. El problema de las vibraciones de la cuerda vibrante pesada fija en sus extremos con masa uniformemente distribuida tiene solución; pero nuestro problema es obviamente distinto con distribución de masa y rigidez no uniforme. Sin embargo, el método de Rayleigh permite hallar con aproximación la frecuencia natural más baja o frecuencia fundamental del sistema.

Método de Rayleigh

Rayleigh parte de la hipótesis de que el eje vibra con movimiento armónico simple, de manera que todos los puntos alcanzan simultáneamente la velocidad cero y alcanzan simultáneamente también la velocidad máxima. La energía total en el primer caso será potencial gravitatoria y en el segundo energía cinética. Si suponemos idealmente que el rotor está compuesto de un cierto número de masas concentradas (la B ó T, el alternador y cada porción de eje) m_1, m_2, m_3, etc. distribuidas a lo largo de un eje ideal sin masa, y designamos los desplazamientos máximos de cada una de las masas por y_1, y_2, y_3, etc., respectivamente, se tendrá:

$$\text{energía potencial máxima} = \frac{1}{2} g\, m_1 y_1 + \frac{1}{2} g\, m_2 y_2 + \cdots$$

$$\text{energía cinética máxima} = \frac{1}{2} m_1 w^2 y_1^2 + \frac{1}{2} m_2 w^2 y_2^2 + \cdots$$

Igualando y despejando la frecuencia circular natural ω_n se tendrá:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{g \Sigma m_i y_i}{\Sigma m_i y_i^2}} \qquad \text{(rad/s)}$$

$$n_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g \Sigma m_i y_i}{\Sigma m_i y_i^2}} \qquad \text{(cic/s)} \qquad (17\text{-}1)$$

De esta fórmula se deduce que para calcular ω_n o n_n es preciso conocer los desplazamientos y los puntos donde se suponen concentradas las masas. Estos últimos son los centros de gravedad del rodete y rotor del alternador o motor, así como los centros de gravedad de cada porción del eje. Para hallar los desplazamientos hay que suponer una curva de flexión que puede inicialmente ser la producida por las cargas estáticas. La frecuencia así obtenida, sustituyendo dichos valores en la Ec. (17-1), será algo elevada porque la flexión real es mayor debida a las fuerzas centrífugas; pero diferirá muy poco, por lo cual para los fines prácticos bastará con la hipótesis dicha de las cargas estáticas.

17.3.2. Vibraciones torsionales

Al variar la carga de una TMH el momento de torsión del eje varía y consiguientemente al ser éste elástico varía también el ángulo de torsión del mismo. Una variación periódica de este ángulo puede originar *vibraciones torsionales,* que pueden llegar a provocar la rotura del eje por fatiga, al cambiar de signo periódicamente el esfuerzo cortante, si la frecuencia de este cambio coincide o se aproxima a la frecuencia

natural del eje en torsión.

El caso más elemental de vibraciones torsionales es el del sistema con un solo grado de libertad representado en la Fig. 17-12: un eje de rigidez torsional k con un disco en uno de sus extremos de momento de inercia $I = m\bar{r}^2$ (M — masa del disco; $\bar{r}$ — radio de giro). Si se desplaza angularmente un ángulo φ, y el sistema empieza a vibrar libremente, según la ecuación diferencial de las vibraciones libres sin amortiguamiento, a saber:

$$I \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + k \varphi = 0$$

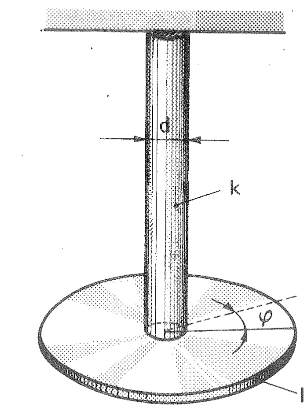


Fig. 17-12.— Sistema torsional con un solo grado de libertad.

el período de vibraciones libres es:

$$T_n = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{I \ell}{GJ}}$$

donde ℓ = longitud del eje

G = módulo de elasticidad de cizalladura

J = momento de inercia polar del eje. Para un eje sólido $J = \frac{\pi d^4}{32}$ (d — diámetro del eje)

y la frecuencia natural del sistema será:

$$n_n = \frac{1}{T_n} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{GJ}{I\ell}} \quad \text{(cic/s)}$$

El sistema formado por el eje de una TMH, en un extremo del cual va montado el rodete de una T o B y en el otro el rotor de un alternador o motor, representado en la Fig. 17-13, a, se puede reducir al esquema de la Fig. 17-13, b: un eje de rigidez torsional k con dos discos en sus extremos de momentos de inercia I_1 e I_2, cuyos desplazamientos angulares son φ_1 y φ_2 respectivamente. Aparentemente el sistema tiene ahora dos grados de libertad; pero en realidad por lo que respecta a las vibraciones torsionales $\varphi_1 - \varphi_2$ es una única variable, que representa en cada instante el desplazamiento angular del disco 1 con relación al 2, siendo el ángulo de torsión $\psi = \varphi_1 - \varphi_2$ el único grado de libertad del sistema. Las ecuaciones diferenciales del movimiento de cada disco sin amortiguamiento serán, pues:

$$\left.\begin{aligned} I_2 \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} + k(\varphi_2 - \varphi_1) = 0 \\ I_1 \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} + k(\varphi_1 - \varphi_2) = 0 \end{aligned}\right\}$$

dividiendo por I_2 e I_1 respectivamente cada ecuación y restando la 1.ª de la 2.ª

$$\left(\frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} - \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2}\right) + (\varphi_1 - \varphi_2)\left(\frac{k}{I_1} - \frac{k}{I_2}\right) = 0$$

Sustituyendo $\psi = \varphi_1 - \varphi_2$ y multiplicando ambos miembros por $\frac{I_1 I_2}{I_1 + I_2}$ se tiene:

$$\frac{I_1 I_2}{I_1 + I_2} \cdot \frac{d^2 \psi}{dt^2} + k \psi = 0$$

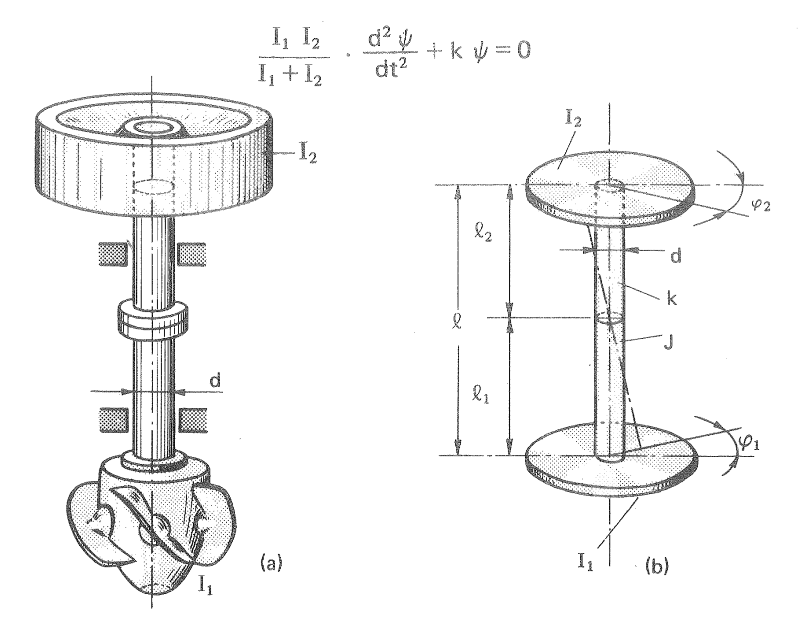


Fig. 17-13.— Sistema torsional reducible a un grado de libertad.

y haciendo $k = \frac{GJ}{\ell}$ el período de las vibraciones torsionales será:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_1 I_2 \ell}{(I_1 + I_2) GJ}}$$

y la frecuencia natural será ahora:

$$n_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{JG (I_1 + I_2)}{I_1 I_2 \ell}} \quad \text{(cic/s)} \qquad (17\text{-}2)$$

El nodo, o punto que permanece en reposo durante toda la vibración, está situado a la distancia del disco I_1 dada por la ecuación:

$$\ell_1 = \frac{I_2 \ell}{I_1 + I_2}$$

La ecuación (17-2) demuestra que la frecuencia natural puede reducirse aumentando los momentos de inercia I_1 e I_2 y la longitud ℓ del eje o disminuyendo el diá-

metro d del mismo, ya que $I = \frac{\pi}{32} d^4$.

El caso del eje de diámetro variable puede reducirse al de diámetro constante que acabamos de estudiar, dividiendo el eje en segmentos de diámetro constante, y refiriendo cada segmento de longitud ℓ de diámetro d al diámetro de uno de los segmentos tomados como referencia; la longitud reducida o longitud equivalente ℓ_e de cada segmento será:

$$\ell_e = \left(\frac{d_e}{d}\right)^4 \ell$$

siendo la longitud total del eje la suma de las longitudes equivalentes de todos los segmentos.

En las TH la frecuencia natural torsional del eje se hace superior en un 10-15% al número de revoluciones de embalamiento.

De lo dicho se desprende que es fácil predecir la resonancia en gran número de casos prácticos y calcular analíticamente con aproximación suficiente las velocidades críticas a fin de evitarlas, variando la frecuencia natural del rotor o la velocidad de rotación del mismo. No es fácil, sin embargo, predecir teóricamente la resonancia causada por la interacción de las fuerzas hidrodinámicas sobre los álabes y las fuerzas elásticas. La experimentación con modelos reducidos presta en estos casos una valiosísima ayuda.

17.3.3. Experimentación de los problemas de vibraciones con modelos reducidos.

Según la teoría de modelos (véase Secs. 2.3.8.3 y 2.3.8.4) el *modelo* ha de ser geométrica y dinámicamente semejante al *prototipo*. En los problemas de *vibraciones hidroelásticas* se han introducido otros dos nuevos parámetros de semejanza dinámica:

1) *el número de Strouhal* (1), o frecuencia reducida, que se define así:

$$\nu_S = \frac{n_n L}{V}$$

donde n_n – frecuencia natural
L – longitud característica
V – velocidad característica.

debiéndose verificar, según la teoría de modelos, que

$$\nu_{sm} = \nu_{sp}$$

es decir

$$\frac{n_{nm} L_m}{V_m} = \frac{n_{np} L_p}{V_p}$$

(1) La legitimación de los parámetros de Strouhal y Cauchy puede verse en W.A. LECHER, *Considerations of similarity for hydroelastic vibrations* "Escher Wyss News 40,2 (1967), Págs. 23-30".

donde el subíndice m se refiere al modelo y el subíndice p al prototipo.

2) el *número de Cauchy*, que se define así:

$$C_a = n_n L \sqrt{\frac{\rho}{E}}$$

donde ρ – densidad del material en vibración
E – módulo de Young del material.

debiéndose verificar también que

$$n_{nm} L_m \sqrt{\frac{\rho_m}{E_m}} = n_{np} L_p \sqrt{\frac{\rho_p}{E_p}} \qquad (17\text{-}4)$$

Según la teoría de modelos, si los números de Strouhal y Cauchy son iguales en el modelo y prototipo serán también iguales los números de Euler, si se desprecia el influjo de las restantes fuerzas (gravedad, viscosidad, etc. ...) en el fenómeno que se experimenta. Ahora bien, [véase la Ec. (2-93)]:

$$E = \frac{\text{fuerza de inercia}}{\text{fuerza gradiente de presiones}} = \frac{\rho L^2 V^2}{\Delta p L^2} = \frac{\rho L^2 V^2}{H \rho g L^2} = \frac{V^2}{gH}$$

y siendo igual el número de Euler en el modelo y prototipo, se tendrá:

$$\frac{V_m^2}{g H_m} = \frac{V_p^2}{g H_p} \qquad (17\text{-}5)$$

donde H – altura (neta TH; efectiva B)

Introduciendo las Ecs. (17-3) y (17-5) en la Ec. (17-4), se tendrá:

$$\frac{H_m}{H_p} = \frac{E_m}{E_p} \cdot \frac{\rho_p}{\rho_m} \qquad (17\text{-}6)$$

En resumen si el modelo se hace a escala (semejante geométrica), y se cumple la Ec. (17-6) (semejanza dinámica) será posible en un fenómeno de vibraciones predecir el comportamiento del prototipo a partir de los ensayos realizados con el modelo. De la Ec. (17-6) se desprende que si el material empleado en la fabricación del modelo y del prototipo es el mismo se deberá ensayar el modelo a la misma altura que el prototipo. Los ensayos de vibraciones tienen hoy día especial interés en problemas donde entran en juego grandes alturas (TF de alta presión para H hasta 700 m y B para centrales de acumulación hasta 400 m por escalonamiento). El ensayo de estos modelos, a no ser que se reduzca excesivamente su tamaño, resulta muy costoso por las grandes potencias que entran en juego. La Ec. (17-6) ofrece la posibilidad de realizar el ensayo con alturas mucho más reducidas. Así, por ejemplo, utilizando bronce se puede reducir la altura hasta menos de un 50%, y utilizando plata se podría reducir la altura a menos de un 30%.

Las Figs. 17-14 y 17-15 corresponden a un ensayo vibratorio con modelo reducido, realizado en los laboratorios de la firma Escher Wyss, para estudiar el com-

portamiento de la corona directriz de álabes móviles de unas bombas-turbinas.

La Fig. 17-14 muestra la máquina modelo en el banco de pruebas y la Fig. 17-15, uno de los álabes directrices instalados en el modelo. Sabido es que los álabes directrices orientables de las B/T constituyen un elemento crítico, sometido a vibraciones y esfuerzos dinámicos, especialmente durante el bombeo. En nuestro caso se trataba de investigar las condiciones de resonancia y los esfuerzos dinámicos. Para esto último se fijaron bandas extensiométricas a los álabes (Fig. 17-15). Utilizando para el modelo álabes directrices de bronce en lugar de acero inoxidable del prototipo se pudo trabajar con una altura de salto

$$H_m = 0{,}45\ H_p$$

Los resultados de esta investigación pueden verse en el artículo citado al pie de la Pág. 936.

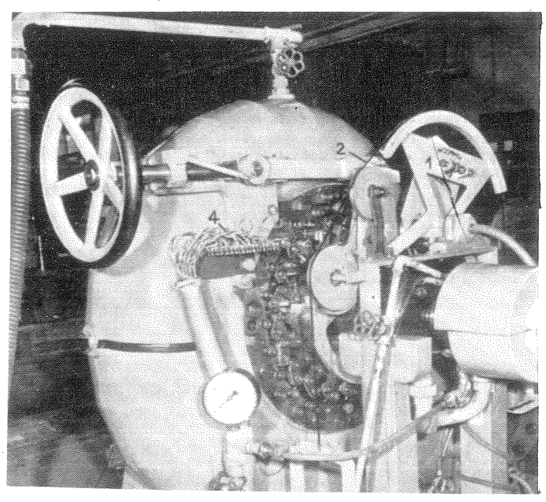


Fig. 17-14. – Modelo de una B/T en el banco de pruebas para el ensayo de cavitación y par sobre los *álabes directrices* (Foto Escher Wyss),

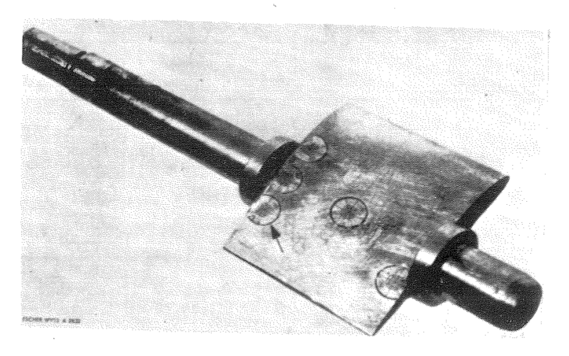


Fig. 17-15. – Uno de los álabes directrices de la B/T de la Fig. 17-14., con las bandas extensométricas dispuestas para la medida de la deformación en dos direcciones perpendiculares con el fin de estudiar su comportamiento vibratorio.

17.4. Empuje axial y radial

17.4.1. Empuje axial en las TMH

No repetiremos aquí el estudio, que en nuestro libro *Turbomáquinas Térmicas* se hizo del *empuje axial* en los turbocompresores radiales, ya que dicho estudio es

totalmente aplicable a las BH y V radiales (1).

El empuje axial en las B puede equilibrarse por uno de los procedimientos siguientes:

1) *Embolo o disco compensador* (Fig. 17-16). Muy utilizado en las TV se emplea a veces en las B. El émbolo se provee de un drenaje que comunica con el pozo o con la aspiración de la B.

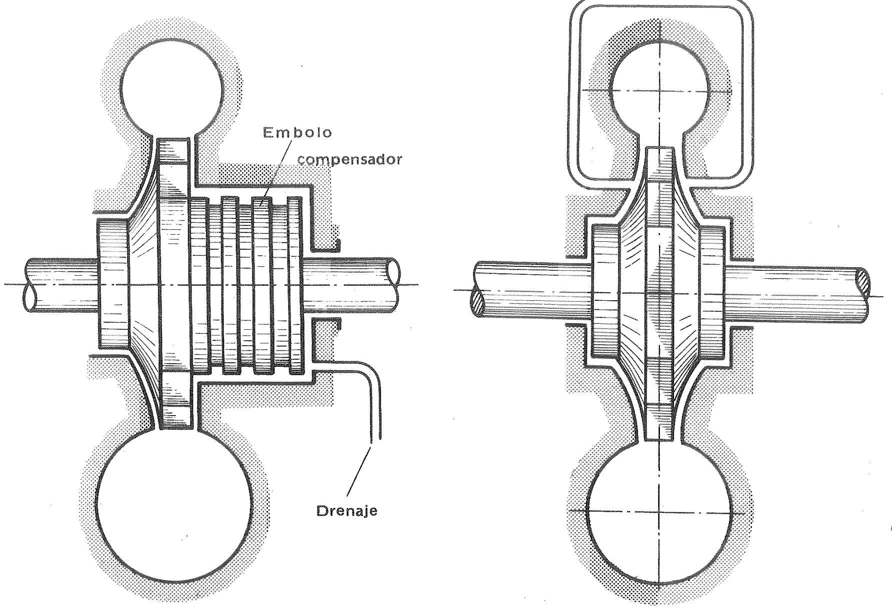


Fig. 17-16.– Embolo compensador del empuje axial

Fig. 17-17.–Conducto compensador de empuje axial.

2) *Conducto compensador* (Fig. 16-17). Compensa, como indica su nombre, el desequilibrio causado por el reparto de presiones a uno y otro lado del rodete de simple o doble admisión.

3) *Orificios compensadores* (Fig. 17-18). Es el método más económico de equilibrar el empuje axial en los rodetes de simple admisión (o un solo flujo). Los orificios se taladran en el plato mismo del rodete, con lo cual se equilibran las presiones a uno y otro lado del mismo. Para evitar, o reducir a un mínimo el flujo de líquido desde la impulsión a la succión a través de estos orificios se utilizan dos ani-

(1) Véase C.M. TMT, Pág. 821. La conveniencia de efectuar algunas correcciones en los cálculos teóricos del empuje axial se ha puesto de manifiesto en los ensayos realizados con una B modelo de alimentación de calderas de la firma Sulzer, Suiza: véase H. THOMAS y R. STUCKI, *Empuje axial en las bombas centrífugas multicelulares*, "Revista Técnica Sulzer, 4 (1970) 243–248".

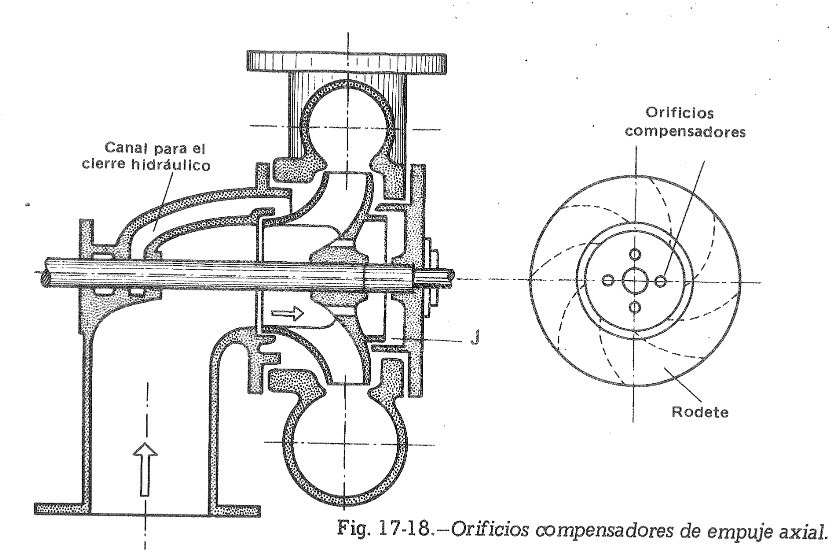


Fig. 17-18.–*Orificios compensadores de empuje axial.*

llos de cierre, uno en el rodete y otro en la carcasa, entre los cuales el juego J se reduce a un mínimo.

4) *Cojinete de empuje* (Véase la Sec. 17-5). Se utilizan bien solos o bien juntamente con alguno de los procedimientos anteriores.

En las B de un escalonamiento (Fig. 17-19,a) y en las B de varios escalonamientos

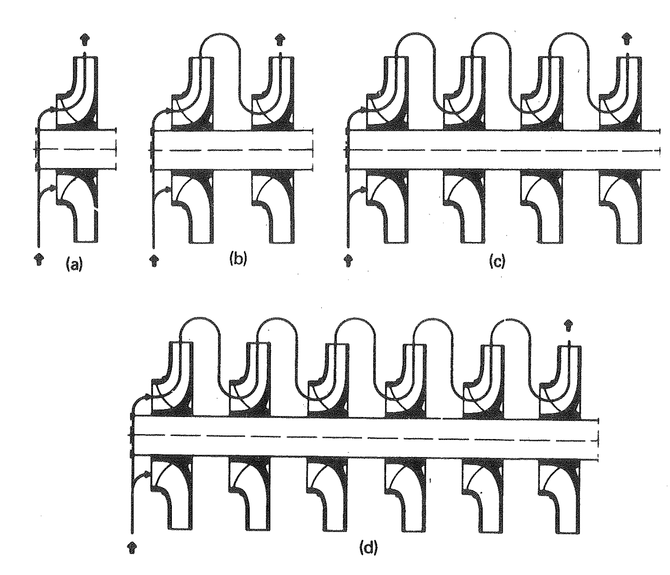


Fig. 17-19.– Disposición de los rodetes de B de aspiración sencilla; *sin equilibrado del empuje axial.*

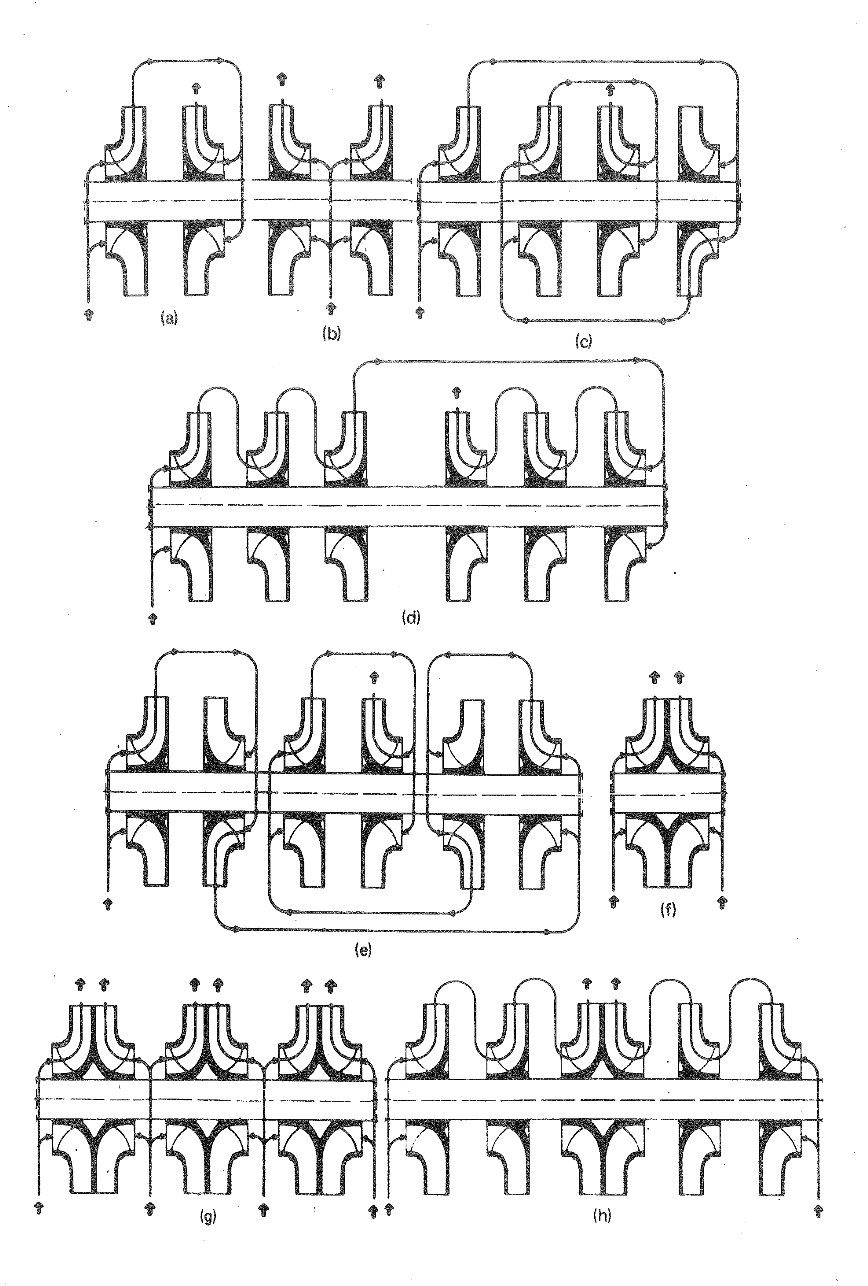


Fig. 17-20.– Disposición de los rodetes de B de aspiración sencilla y doble *con equilibrado del empuje axial.*

dispuestos como en las Figs. 17-19, b, c y d el empuje axial se ha de procurar compensar por alguno de los procedimientos que acabamos de enumerar. Sin embargo, si el número de rodetes es par (2, 4, 6 en las Figs. 17-19, b, c y d) es posible, utilizando la disposición opuesta, como en las Figs. 17-20, a, b, c, d y e reducir prácticamente a cero el empuje axial. Esto mismo se logra con los rodetes de doble admisión en los cuales cada rodete de doble admisión (Fig. 17-20,f) está hidráulicamente compensado. Según lo dicho el empuje axial queda también reducido a cero en la Fig. 17-20,g: 6 rodetes en paralelo opuestos 2 a 2 y en la disposición mixta de la Fig. 17-20,h: 6 rodetes en paralelo acoplados en serie.

17.4.2. Empuje radial en las B

En el diseño de las B, particularmente del eje, de los cojinetes y de los prensaestopas, se ha de tener en cuenta también el empuje radial. Muchas veces es el empuje radial y no sólo la potencia transmitida la que determina el diámetro del eje. Aunque el rotor de una B esté perfectamente equilibrado estática y dinámicamente en el funcionamiento de la B se produce una disimetría en el reparto de presiones, que depende en gran manera de la configuración de la caja espiral y del momento cinético del fluido a la salida del rodete. A variar M con Q y H en las diversas condiciones de funcionamiento varía también la fuerza radial, que actúa en un plano normal al eje de giro. El cálculo analítico de la magnitud y dirección de esta fuerza radial no es posible. Es preciso recurrir a la experimentación, cuyos resultados sólo son estrictamente aplicables a un tipo y tamaño de B. El procedimiento experimental consiste en medir la flecha del eje producida por la fuerza radial (1) y mediante ella determinar la magnitud y dirección de esta última. La flecha se mide practicando en la succión de la B dos orificios, en los que se roscan dos tubitos por el interior de los cuales se introducen sondas mecánicas, que proporcionan mediante un micrómetro una lectura de la flecha del eje de la B en funcionamiento. Las dos sondas se colocan formando un ángulo de 90° para medir la dirección de la fuerza radial resultante. Se toman medidas a diferentes caudales para poder trazar la curva de la flecha en función de Q. Luego se calibra el eje estáticamente con pesas conocidas, midiendo las flechas para poder traducir en el primer caso (B funcionando) las flechas a fuerzas. La siguiente fórmula da el valor de un parámetro experimental K empleado en la industria, útil solo para una primera evaluación de la fuerza radial de una B geométricamente semejante a la ensayada, pero de distinto tamaño:

$$K = \frac{R\,(52 \cdot 10^3)}{H d_2\, b_2\, \delta} \qquad (17\text{-}7)$$

donde R — fuerza radial en N; d_2 — diámetro de salida del rodete m; b_2 — ancho de salida del rodete m; δ — densidad relativa.

(1) Véase PEERLESS PUMPS, *"Technical Information Bulletin, n. 17"*.

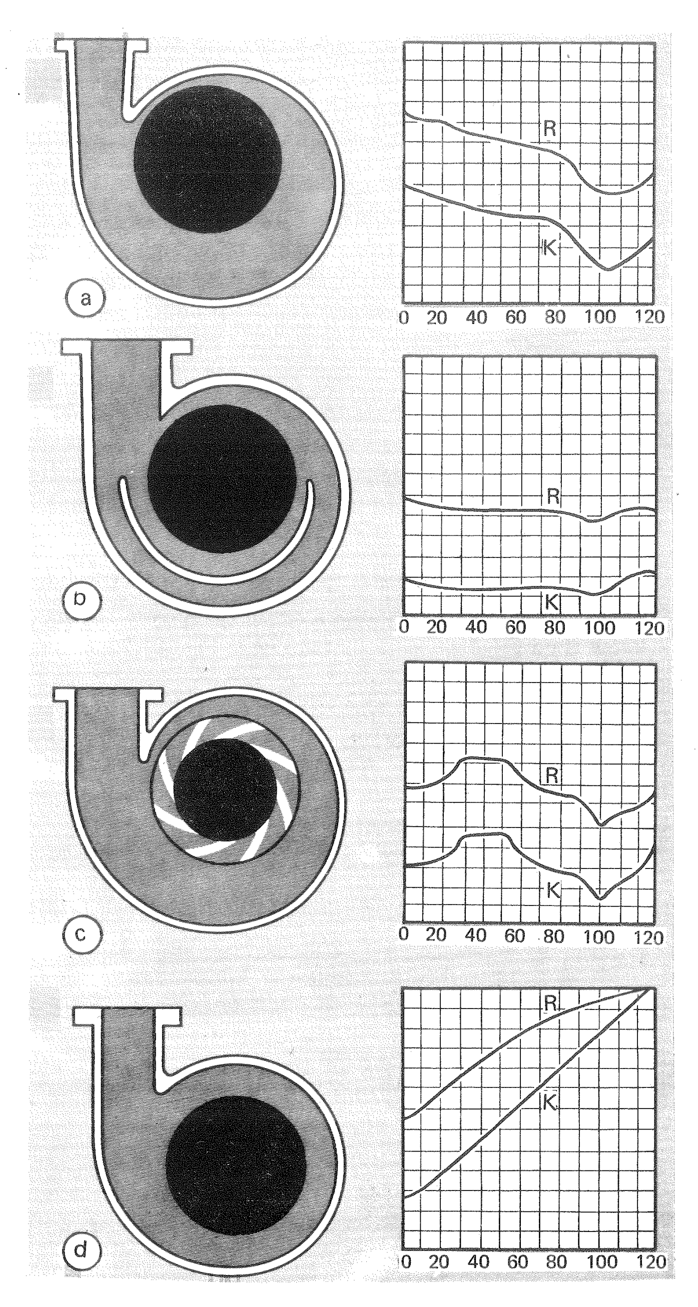


Fig. 17-21.— Influjo del tipo de voluta de una B sobre las curvas K y R en función del caudal.

H no es constante sino que depende del caudal. Postulando que K no varía con el tamaño es fácil, a partir de la Ec. (17-7), calcular R. Sin embargo, al variar la escala puede variar K. Sólo el ensayo de una B del mismo tamaño o sea de un prototipo de la serie que se quiere construir, puede dar el resultado exacto.

Si la flexión resultante de las fuerzas radiales es admisible se acepta el diseño; de lo contrario se introducen las modificaciones pertinentes. En la Fig. 17-21, a, b, c, d puede verse el influjo que el tipo de voluta tiene sobre la forma de las curvas de K y R en función del caudal: a) en la voluta de velocidad constante (Fig. 17-21, a) (Véase Pág. 241), que teóricamente debería producir fuerza radial nula, las curvas de R y K son descendentes, cuyo máximo tiene lugar a caudal nulo; b) en la doble voluta (Fig. 17-21, b) de velocidad constante pero de dos flujos, K y R permanecen prácticamente constantes; c) en la *voluta con corona directriz previa* (Fig. 17-21, c) las curvas muestran mayor irregularidad; d) en la *voluta de área constante* (Fig. 17-21,d), que es más barata de construcción, la falta de uniformidad de la velocidad produce fuerzas radiales no compensadas mucho mayores; aumentando además rápidamente el empuje radial con la carga.

Una vez conocida R es fácil conocer la flecha del eje por las fórmulas de Resistencia de Materiales. En el caso, por ejemplo, de un eje apoyado sobre dos cojinetes y con una carga R en voladizo, representado en la Fig. 17-22, se tendrá:

$$y_{máx.} = \frac{R a^3}{3 E I_A}\left(1 + \frac{b I_A}{a I_b}\right)$$

donde E – módulo de Young,

siendo los momentos de inercia de superficie (véase figura):

$$I_a = \frac{\pi d_a^4}{64} \quad ; \quad I_b = \frac{\pi d_b^4}{64}$$

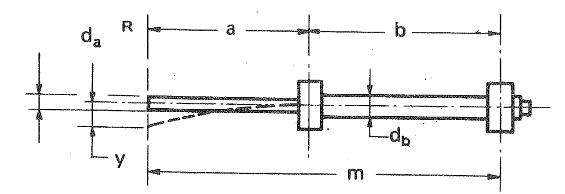


Fig. 17-22.– Eje con dos apoyos y una carga R en voladizo.

17.5. Cojinetes

17.5.1. Cojinetes de empuje de las TMH

El cojinete de empuje es especialmente importante en las TMH de eje vertical.

En ellas el cojinete de empuje ha de soportar la fuerza resultante de la suma vectorial del empuje axial no compensado y del peso del rotor, motor y rodete B, o generador y rodete T. Esta fuerza total en las TH y B de acumulación de gran potencia puede alcanzar valores muy elevados hasta de 20×10^6 N y aún más. En las TF y TK de eje vertical el cojinete de empuje combinado con frecuencia con un cojinete guía, constituye un órgano importante de la máquina. La accesibilidad es importante en este órgano; por lo cual suele instalarse en el techo de la T, arriba o abajo del alternador.

Los elementos fundamentales de diseño de un cojinete de empuje de la firma Escher Wyss para T pueden verse en la Fig. 17-23. El elemento básico del cojinete está constituído por los segmentos o zapatas autoajustables móviles en todas direcciones. Así se consigue una óptima formación de la capa de aceite entre las superficies deslizantes, ya que la fricción en estos cojinetes no es metálica sino hidrodinámica, reduciéndose de esta manera las pérdidas a un mínimo. Además de los segmentos o zapatas, los elementos activos del cojinete son el rotor del cojinete, anillo móvil o patín, y la película de aceite en forma de cuña que se forma entre

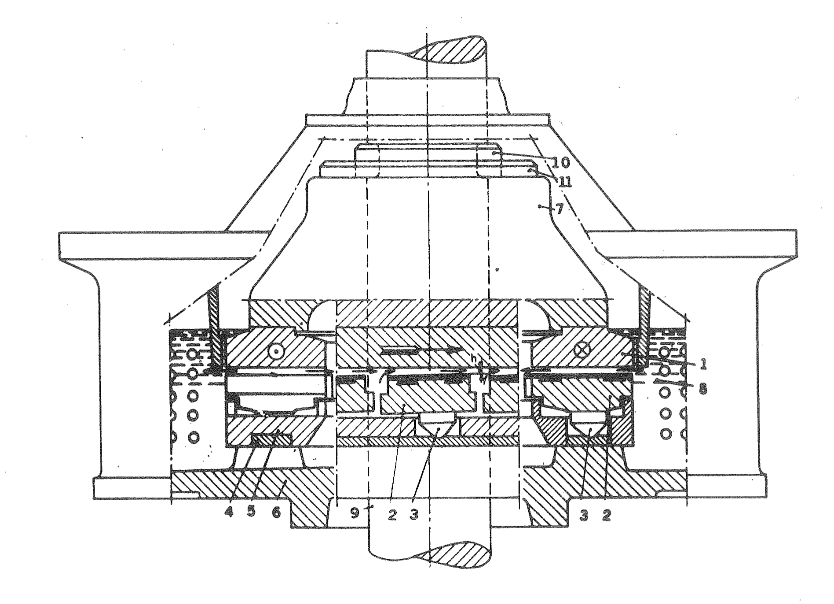


Fig. 17-23.–Esquema básico de un *cojinete de empuje de la firma Escher Wyss*, Suiza (en el dibujo dos secciones radiales del mismo; flechas curvadas: entrada de aceite en las zapatas; flechas cortas y rectas: salida de aceite de las zapatas; flecha larga y recta: dirección de giro del cojinete): 1. Rotor.- 2. Zapatas.- 3. Pivotes.- 4. Anillo de apoyo.- 5. Caja para espaciado de las zapatas.- 6. Placa de fundación y alojamiento del cojinete.- 7. Bloque de empuje.- 8. Baño de aceite.- 9. Eje.- 10. Anillo portador seccionado.- 11. Anillo centrante. h – Espesor del aceite en la arista de salida de cada zapata.

ambos. La formación de esta película se debe a la asimetría de los segmentos, que crea, según el *principio de desplazamiento positivo,* una presión en la película de aceite, el cual fluye sobre los segmentos en el sentido de la rotación del eje; esta presión, que es constante en cada punto en régimen permanente, mantiene el rotro a una altura h, que es la altura de la película formada. Como puede verse en la Fig. 17-23 los pivotes templados 3 de forma esférica de los segmentos, hacen presión sobre el plato de hierro blando 4, produciendo deformaciones, que oscilan entre algunas centésimas de mm hasta 1 mm y aún más. De esta manera se compensan los defectos de mecanización.

El esquema de la Fig. 17-23 se puede realizar de varias maneras. Las Figs. 17-24 y 17-25 corresponden a un cojinete de empuje para una carga de $6{,}9 \times 10^6$ N y 75 rpm. La refrigeración del aceite es interior, es decir, está ubicada en el cojinete mismo; y su rotor, como se ve en la Fig. 17-25, está seccionado en dos para facilidad de desmontaje, ya que el cojinete va montado en este caso debajo del alternador. Para cargas muy grandes la circulación del aceite a través del refrigerador interior o exterior se hace con bomba de engranajes.

También el cojinete de empuje para eje horizontal, cuyo esquema y foto pueden verse en las Figs. 17-26 y 17-27, realizan el esquema fundamental de la Fig.

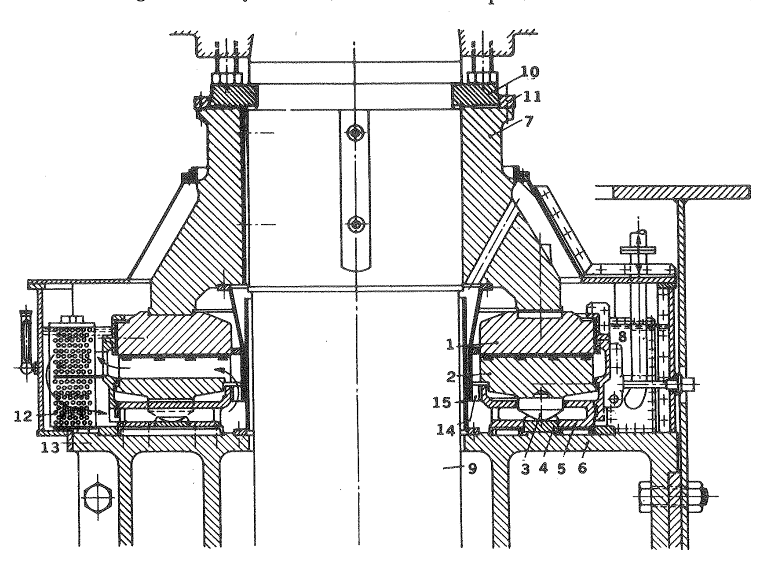


Fig. 17-24.–*Cojinete de empuje Escher Wyss* para una carga de $6{,}9 \cdot 10^6$ N y 75 rpm según el esquema de la Fig. 17-23. Diámetro exterior: 2100 mm: 1. Rotor (en dos piezas para facilidad de desmontaje).- 2. Zapatas.- 3. Pivotes de las zapatas.- 4. Anillo de apoyo.- 5. Caja para espaciado de las zapatas.- 6. Placa de fundación y alojamiento del cojinete.- 7. Bloque de empuje.- 8. Baño de aceite.- 9. Eje.- 10. Anillo portador seccionado.- 11. Anillo centrante.- 12. Serpentín de refrigeración de agua.- 14. Bomba de engranajes para impulsar el aceite del serpentín a las zapatas.- 15. Tubo para mantener el nivel de aceite en la sección interior del baño de aceite.

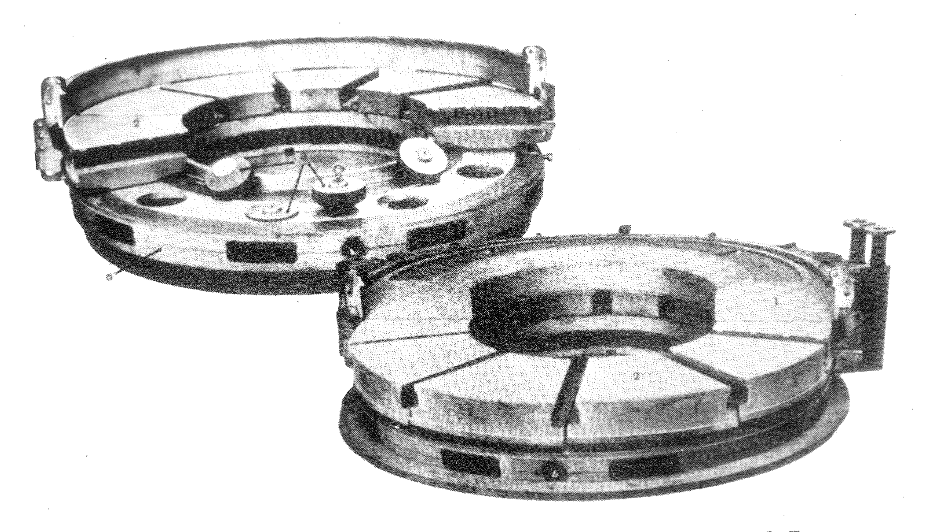


Fig. 17-25.–Organos del *cojinete del empuje* de la Fig. 17-24: 1. Rotor seccionado.- 2. Zapatas o segmentos.- 3. Pivotes de las zapatas.- 5. Anillo-caja.

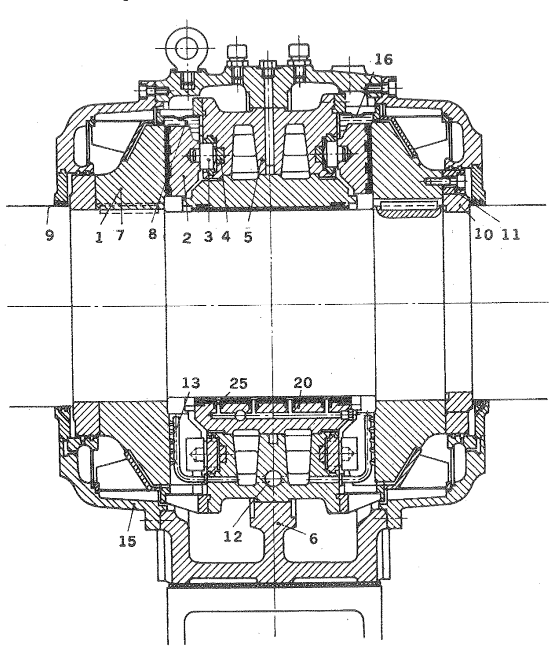


Fig. 17-26. –*Cojinete de empuje* para eje horizontal: 1/7. Rotor y bloque de empuje.- 2. Segmentos.- 3. Pivotes de los segmentos.- 4. Anillo de soporte exterior.- 5. Caja y espaciador.- 6. Cuerpo del cojinete.- 8. Baño de aceite.- 9. Eje.- 10. Anillo portador seccionado.- 11. Anillo centrante.- 12. Conexión de tubería para el aceite refrigerado del circuito exterior.

17-23. Los segmentos y el patín o rotor funcionan siempre inmersos en aceite. Cuando el empuje axial puede tener lugar en ambos sentidos, por ejemplo, en B de múltiples escalonamientos, se utilizan dos anillos de empuje, que se disponen a uno y otro lado, formando una unidad con el soporte de empuje radial, que se acomoda a la flexión del eje. El cojinete de las Figs. 17-26 y 17-27 correspondiente a una T de eje horizontal consta de un solo disco de empuje.

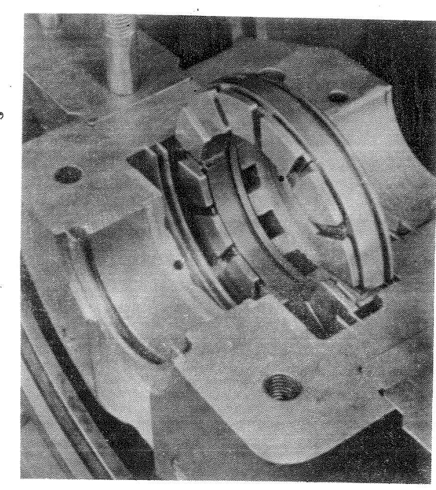


Fig. 17-27. –*Cojinete de empuje* para eje horizontal.

17.5.2. Cojinetes de las B

En las B para soportar los empujes axiales y radiales se utilizan diversos tipos de cojinetes, según la velocidad periférica del muñón del eje de la B, el tipo y magnitud de la carga y la exigencia de un funcionamiento seguro sin averías ni revisiones frecuentes.

Los cojinetes de las B pueden reducirse a tres grupos:

1) *Cojinetes de apoyo:* a) *de deslizamiento* (con lubricación por grasa, anillo de aceite o forzada por bomba); b) *de bolas;* c) *de rodillos;* d) *de zapatas. basculantes* o segmentos pivotados (cojinetes Michell o Kinsbury; véanse Figs. 17-23 a 17-27).

2) *Cojinetes de empuje:* a) *de collar de rodamiento;* b) *de bolas;* c) *de zapatas basculantes.*

3) *Cojinetes mixtos o cojinetes de rodamientos* a) *de bolas;* b) *de rodillos.*

Los cojinetes pueden ser externos a la B o *internos.* En los primeros el lubricante no se mezcla con el líquido bombeado; en los segundos el mismo líquido bombeado puede servir de lubricante.

He aquí algunas características de estos cojinetes:

1) *Cojinetes de deslizamiento* (véanse por ejemplo los nn 6 y 7 en la Fig. 17-10,a). Se construyen con o sin revestimiento de metal antifricción; o también, si el líquido bombeado es agua, de caucho, textolita, etc; con frecuencia en forma de casquillo seccionado en dos horizontalmente para comodidad de revisión. Al montar el cojinete la parte inferior del mismo permanece fija y la parte superior queda libre para desplazamiento axial, de manera que absorba los cambios de temperatura.

Los grupos de bombeo de gran potencia y gran velocidad utilizan este tipo de

cojinete. También se utilizan en las B de múltiples escalonamientos que tienen una presión específica elevada y velocidad periférica en los gorrones elevada también. En cambio en las B de un solo escalonamiento se prefieren los cojinetes de bolas por facilidad de lubricación y exacta alineación. Una de las ventajas de los cojinetes de deslizamiento es el amortiguamiento de las vibraciones en la película de aceite.

2) *Cojinetes de rodamiento* (de bolas y de rodillos). *Ventajas:* entre otras, dimensión reducida, sencillez de montaje e intercambiabilidad y que necesitan poco servicio. *Inconvenientes:* en comparación con los cojinetes de deslizamiento menor duración y más ruido.

3) *Cojinetes de empuje.* Las B con disco compensador de empuje axial no necesitan cojinetes de empuje. No así las B de varios escalonamientos, en que el empuje axial teóricamente queda anulado por la disposición de los rodetes. En estas B el desgaste de las empaquetaduras, por ejemplo, puede originar un pequeño empuje axial, posiblemente en ambas direcciones, que hay que prever en el diseño. Lo mismo sucede en el caso de acoplamiento por bulones, o engranajes que permiten un pequeño desplazamiento axial, que ha de ser soportado por un cojinete de empuje.

4) *Cojinetes de zapatas basculantes* (véanse Figs.17-23 a 17-27). Estos cojinetes se utilizan en las B cuando la presión en el cojinete es aproximadamente superior a 5 bar. Las capas de aceite en forma de cuña en los cojinetes de segmentos basculantes disminuyen el rozamiento hasta 1/10 ó 1/20 del de un soporte con superficies de presión fijas.

Disposiciones más frecuentes

a) B en voladizo y eje apoyado sobre dos cojinetes.

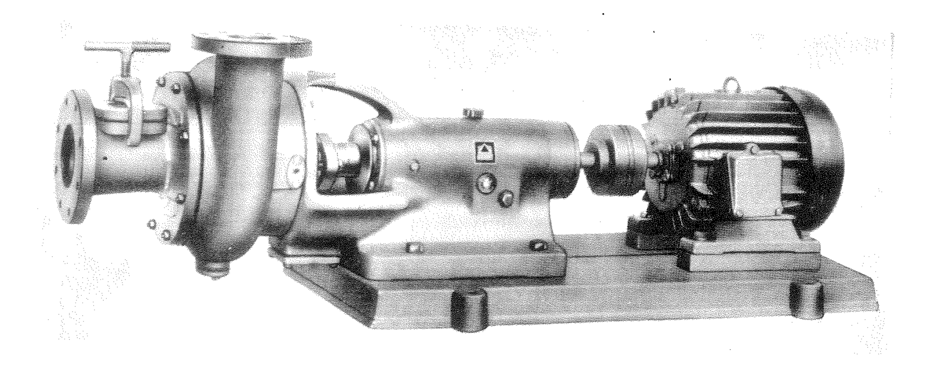
b) Rodete en el centro y dos cojinetes en los extremos (frecuente en los rodetes de doble admisión).

c) En las B de eje vertical cojinete de empuje (peso ± empuje axial) del tipo de segmentos basculantes.

d) Rodete en voladizo con un cojinete externo formado por dos orificios practicados en el mismo soporte de fundición, con casquillo lubricado con aceite, y un cojinete interno de apoyo del rodete lubricado con grasa.

Ejemplos:

1) En la Fig. 17-28,a,b puede verse una bomba centrífuga para ácidos de la firma KSB, Alemania, con revestimiento interior de goma, en la cual el eje, protegido con un casquillo recambiable, se apoya en un soporte de construcción robusta, provisto de dos cojinetes de rodillos bastante distanciados entre sí. En el lado de la B el cojinete es de rodillos oscilantes, que facilita el desmontaje del rotor por el lado de la aspiración. El cojinete de bolas en el lado del accionamiento soporta el empuje axial residual.



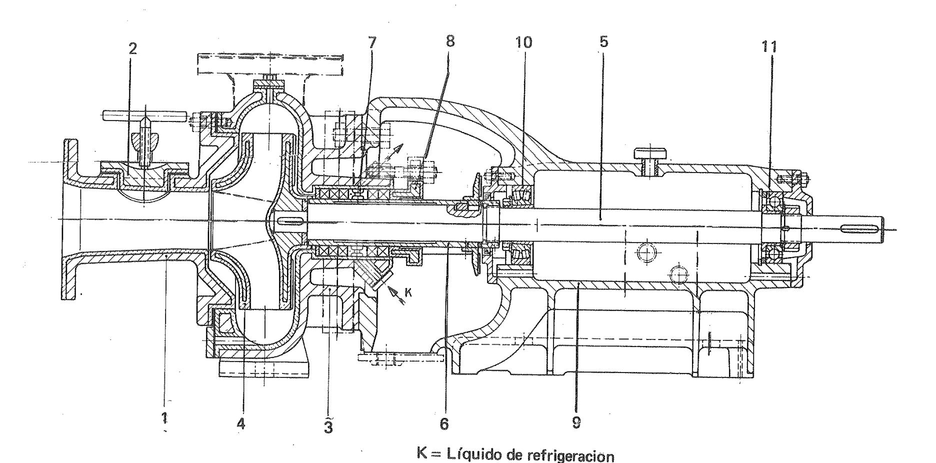


Fig. 17-28.—a) Bomba centrífuga para ácidos KSB, Alemania. Estas B se construyen en tamaños escalonados para caudales de 5 a 450 m^3/h y alturas efectivas hasta 55 m. b) Corte longitudinal de la misma: 1. boca de aspiración; 2. tapón de limpieza (fácilmente desmontable facilita acceso al rodete y la extracción de objetos extraños que hayan penetrado en el interior de la B); 3. carcasa; 4. rodete (soldado al eje con paletas exteriores para compensar el empuje axial); 5. eje; 6. casquillo protector del eje; 7. anillo de cierre; 8. casquillo del prensaestopas; 9. soporte; 10. rodamiento de rodillos oscilantes; 11. rodamiento de bolas de ranura profunda.

2) La B de la Fig. 17-29,a,b tiene dos *cojinetes externos: de rodillos* en el extremo del accionamiento y *de bolas*, que soporta el empuje, en el extremo de la B. Ambos están protegidos por la caja exterior, y se engrasan a través de orificios roscados, fácilmente accesibles.

3) En la Fig. 1730,a,b puede verse un cojinete *de deslizamiento* de V para trabajo duro, con el despiece del mismo. El cojinete consta de una caja exterior de

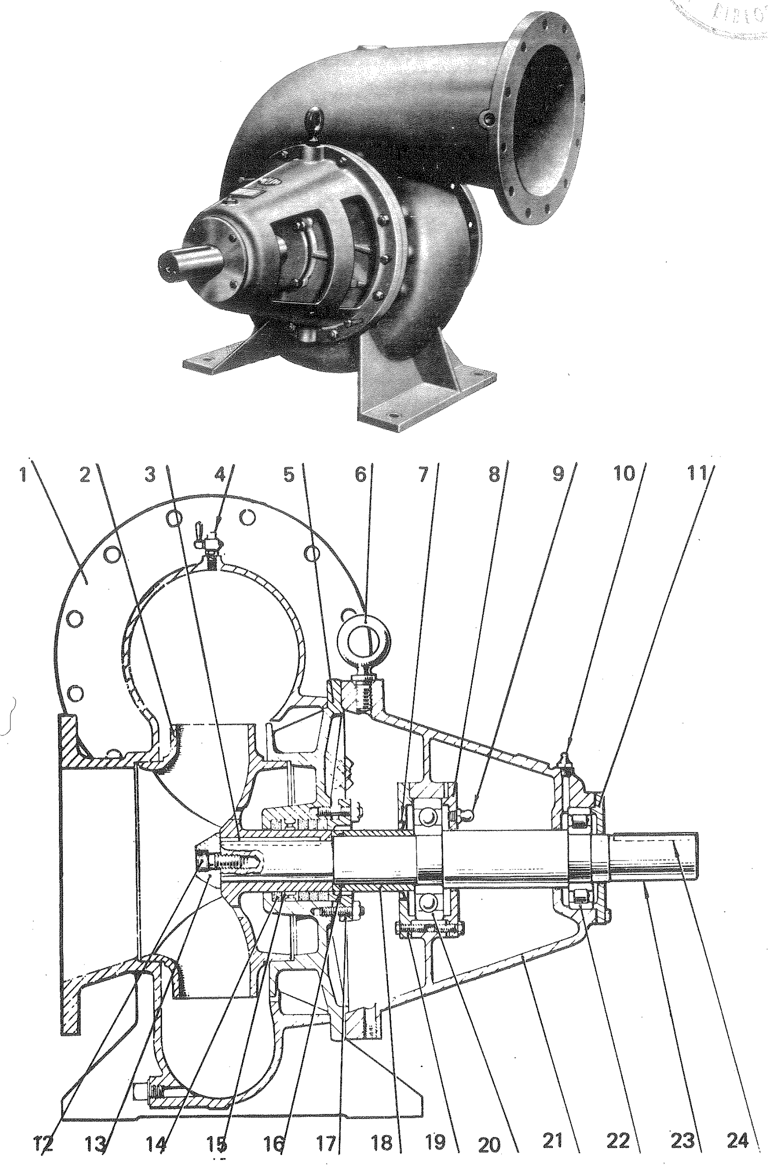
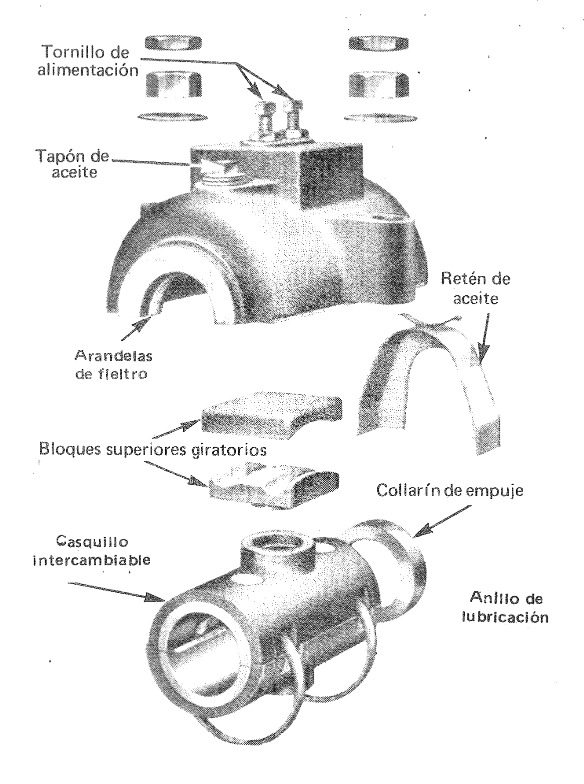


Fig. 17-29.—a) B de un escalonamiento de la casa Weir Pumps, Escocia; b) Corte longitudinal: 1. Carcasa; 2. Rodete; 3. Chaveta del rodete; 4. Grifo de purga de aire (en el cebamiento); 5. Caja prensaestopas; 6. Anillo para izar la B; 7. Cierre; 8. Tapa del cojinete; 9. Tapón de engrase; 10. Tapón de engrase; 11. Tapa del cojinete; 12. Tapón roscado; 13. Cubo del rodete; 14. Empaquetadura; 15. Anillo linterna; 16. Anillo "0"; 17. Anillo de presión; 18. Casquillo del eje; 19. Tapa del cojinete; 20. Cojinete de bolas; 21. Soporte del cojinete; 22. Cojinete de rodillos; 23. Eje de la B; 24. Chaveta del acoplamiento.



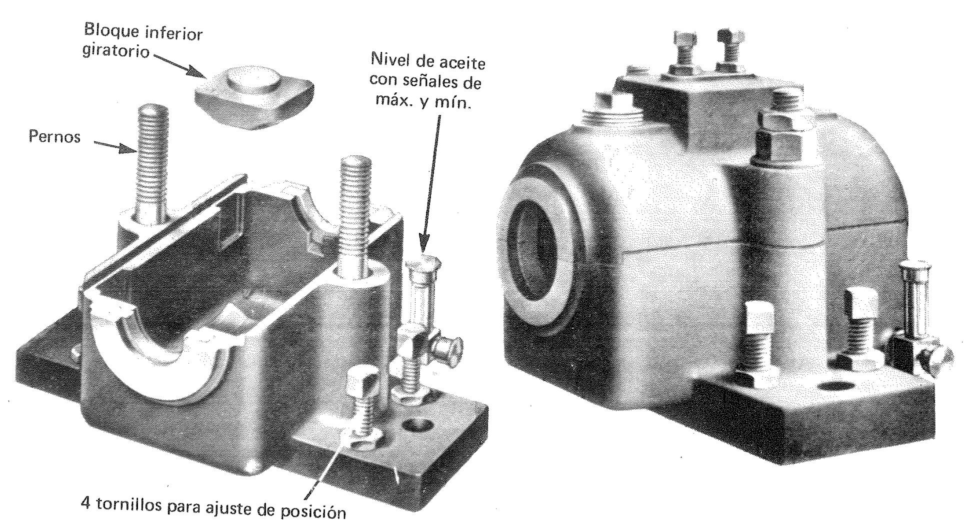


Fig. 17-20.—*Cojinete de V:* conjunto y despiece.

fundición, que contiene un casquillo de hierro maleable de metal antifricción, seccionado horizontalmente para facilitar su desmontaje. En el cárter de aceite se sumergen los dos anillos de engrase.

4) En la Fig. 17-31 puede verse un despiece de otro tipo de cojinete de V de la firma Impulsitor.

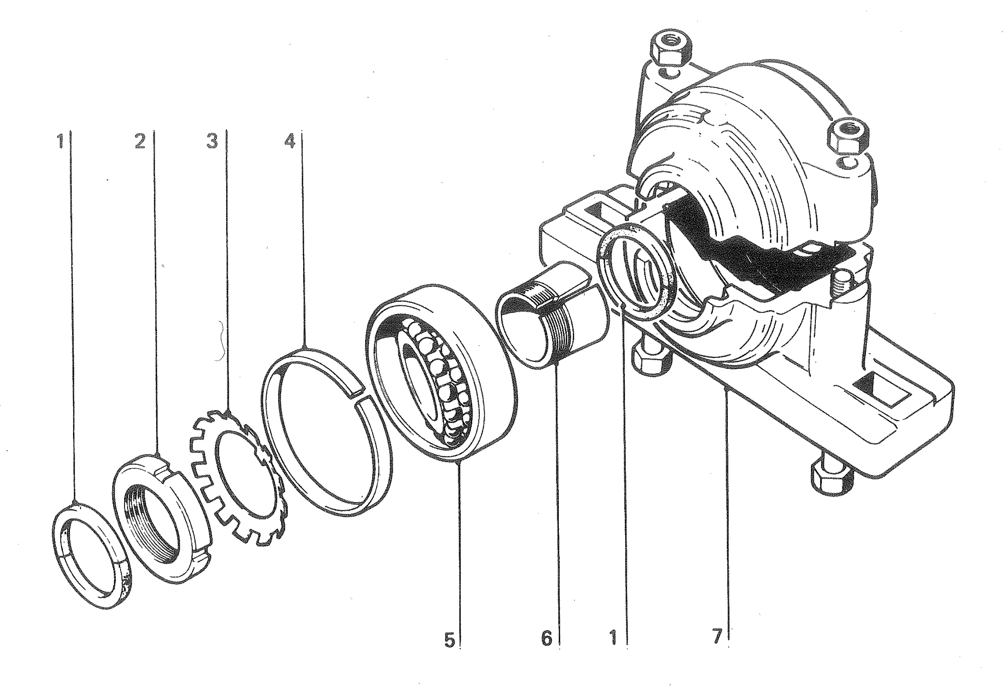


Fig. 17-31.—Cojinete de apoyo de doble fila de bolas autoalineado: 1. Cierre exterior de fieltro; 2. Tuerca para el casquillo cónico; 3. Arandela de fijación; 4. Anillo de posición del cojinete; 5. Portabolas del cojinete de doble carrera; 6. Casquillo cónico; 7. Bloque de apoyo de fundición.

17.6. Lubricación

17.6.1. Lubricación de los cojinetes de empuje de segmentos basculantes

La potencia desarrollada en forma de calor en el cojinete será:

$$P_r = f\ F_p\ \overline{u} \cdot 10^{-3} \quad (\text{kW}, SI)$$

donde f — coeficiente adimensional de fricción

P_r — potencia, kW

F_p — fuerza producida por la carga axial, N (*SI*)

$\bar{u}$ — velocidad periférica media, m/s.

Pueden ocurrir dos casos:

1) $\bar{p}\,\bar{u} \leqslant 900 \frac{N}{m \cdot s}$

donde $\bar{p}$ — presión media. En este caso la potencia de fricción es pequeña y se disipa fácilmente por radiación de calor al exterior.

2) $\bar{p}\,\bar{u} > 900 \frac{N}{m \cdot s}$

el calor debe ser cedido al aceite, que debe refrigerarse además. La refrigeración puede hacerse: a) en las mismas superficies en contacto; b) en el cárter de aceite del cojinete; c) en el exterior mediante un circuito de refrigeración y un refrigerador apropiado. El esquema de la Fig. 17-32 es un ejemplo de realización del tercer caso. El aceite caliente pasa a un tanque desde donde es bombeado (refrigeración forzada) de nuevo a los cojinetes a través de un filtro y de un refrigerador. Es frecuente disponer la bomba en el collarín del cojinete de empuje (véase n. 14 en Fig. 17-25). Estas bombas suelen dar una presión de unos 3 bar, tienen rendimiento volumétrico bajo y necesitan una bomba auxiliar de circulación para la puesta en marcha. El flujo másico de aceite, G_{ac} vendrá dado por la ecuación:

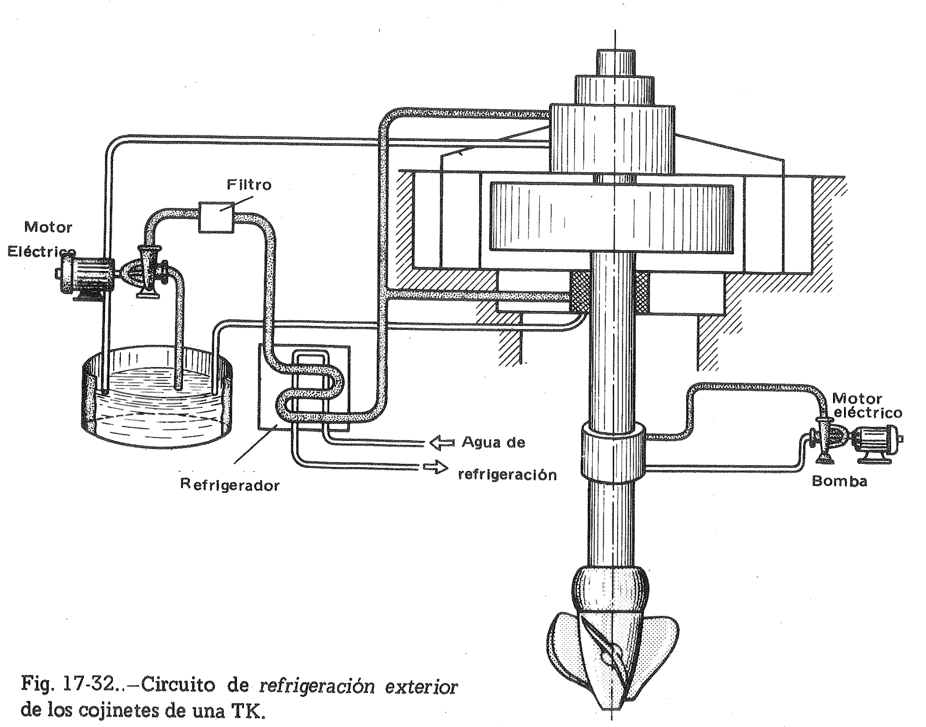


Fig. 17-32.—Circuito de *refrigeración exterior* de los cojinetes de una TK.

$$G_{ac} = \frac{P_r}{c_{ac}\ \Delta t}$$

donde c_{ac} — calor específico del aceite, que vale aproximadamente $1{,}67\ \frac{kJ}{kg \cdot K}$

Δt — incremento de temperatura.

El caudal másico del agua G_a refrigerante del aceite será

$$G_a = \frac{P_r}{c_a\ \Delta t}$$

donde $c_a = 4{,}18 \frac{kJ}{kg \cdot K}$

Finalmente, si k es el *coeficiente global de trasmisión de calor* la *superficie total de intercambio de calor* será:

$$A = \frac{Q}{k\ \Delta t}$$

donde Δt — diferencia de temperatura media entre el aceite y el agua al comienzo y fin de la trasmisión de calor (1).

17.6.2. Lubricación de los cojinetes de las B

El sistema de lubricación de una B depende en gran parte del tipo de cojinete empleado. En los últimos años, como ya hemos dicho, se emplean con frecuencia cojinetes de deslizamiento refrigerados por el mismo líquido bombeado, el cual con frecuencia es agua.

En resumen los tipos de lubricación de las B parecen reducirse a tres: a) lubricación por grasa; b) lubricación por anillo de engrase; c) lubricación forzada.

La *lubricación por grasa* se utiliza en los cojinetes de bolas, en los cuales en condiciones normales basta cambiar la grasa cada seis meses o menos.

La decisión sobre adoptar *lubricación por anillo de engrase o forzada* depende:

1) de la presión específica p del rotor sobre el cojinete (fuerza dividido por área proyectada del cojinete: si $p \leqslant 1{,}7$ bar basta la refrigeración por anillo de engrase; con refrigeración forzada puede exceder la presión específica los 7 bar.

2) de la velocidad periférica u del gorrón del eje: si $u \leqslant 8$ m/s se emplea la lubricación por anillo de engrase: si $u > 8$ m/s se emplea la lubricación forzada por bomba.

(1) Véase C.M., TMT, Págs. 764 y ss.

La refrigeración forzada puede realizarse según tres esquemas:

a) bomba de engrase accionada con potencia suministrada por el eje de la B principal;

b) grupo moto-bomba autónomo de engrase;

c) sistema duplicado. Este último es el empleado en los grupos de gran potencia, en los cuales en el arranque se pone automáticamente en marcha el grupo autónomo, que queda fuera de servicio al alcanzar el grupo principal su marcha normal.

Si la temperatura del líquido bombeado excede los 100-120 °C los cojinetes se refrigeran con agua.

17.7. Laberintos y prensaestopas

17.7.1. Laberintos y prensaestopas de las B

Teorema: en una B centrífuga la relación entre la energía cinética correspondiente al caudal q de pérdidas (véase la Sec. 4.6.3) y la energía cinética correspondiente al caudal Q suministrado por la B aumenta al disminuir el número específico de revoluciones n_s.

Demostración: la generalización de este teorema exige definir en primer lugar el diámetro d_0 equivalente a la entrada del rodete, o sea el diámetro de entrada de una B en voladizo, que tendría para el mismo caudal Q la misma velocidad c_{1m} que una B no en voladizo, cuyo eje tuviera un diámetro d_e. En la segunda B:

$$c_{1m} = \frac{4}{\pi} \frac{Q}{d_1^2 - d_e^2}$$

en la primera (B en voladizo)

$$c_{1m} = \frac{4}{\pi} \frac{Q}{d_0^2}$$

de donde

$$d_0 = \sqrt{d_1^2 - d_e^2}$$

(diámetro equivalente)

El diámetro d_0 equivalente óptimo es función de Q y n. En efecto, las pérdidas en el rodete son tanto menores cuanto menor sea w_1 para una misma relación de difusión $\frac{w_2}{w_1}$ (ya que la fricción en un órgano móvil depende de la velocidad relativa de la corriente). Ahora bien, suponiendo entrada en los álabes sin circulación, del triángulo de entrada rectángulo se deduce:

$$w_1^2 = c_{1m}^2 + u_1^2 = \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \frac{Q^2}{d_0^2} + \left(\frac{\pi}{60}\right)^2 n^2 d_0^2 \quad \text{(n en rpm)}$$

Derivando con relación a d_0^2 e igualando a 0 se obtiene

$$\left(\frac{\pi}{60}\right)^2 n^2 - 2\left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \frac{Q^2}{d_0^6} = 0$$

de donde el valor óptimo de d_0 que hace mínimo w_1 (y máximo el rendimiento) será:

$$d_0 = k_0 \sqrt[3]{\frac{Q}{n}} \qquad (17\text{-}8)$$

(diámetro equivalente óptimo de una B)

donde $k_0 = 3{,}25$; en la práctica k_0 suele oscilar entre 3,6 – 3,9; y para mejorar las condiciones en la aspiración suelen utilizarse más bien valores de $k_0 = 4 - 4{,}5$.

La Ec. (17-8) se utiliza mucho en el diseño de las B.

La energía cinética en la aspiración del rodete es:

$$E_0 = \rho Q \frac{c_0^2}{2}$$

y la correspondiente a las pérdidas:

$$E_q = \rho q \frac{c_q^2}{2}$$

siendo

$$c_q = \frac{q}{A_l} = \mu \sqrt{\frac{2 \Delta p_l}{\rho}}$$

donde A_l – área transversal del intersticio

Δp_l – incremento de presión en el intersticio

$$\frac{E_q}{E_0} = \frac{q}{Q} \cdot \frac{\mu^2 \, 2 \frac{\Delta p_l}{\rho}}{c_0^2}$$

En la práctica, para el fin que pretendemos, pueden asignarse a μ e Δp_l los valores siguientes:

$$\mu^2 = 0{,}6^2 = 0{,}36 \qquad \frac{2 \Delta p_l}{\rho} = 16\,H$$

suponiendo además [Ec. (17-8)]:

$$d_0 = 4{,}5 \sqrt[3]{\frac{Q}{n}}$$

y teniendo en cuenta por una parte que

$$c_0 = \frac{4\,Q}{\pi\, d_0^2}$$

y teniendo en cuenta por otra parte los valores corrientes de la relación de pérdidas intersticiales $\frac{q}{Q}$ se obtiene finalmente:

$$\frac{E_q}{E_0} = \frac{\delta}{\left(\frac{n_s}{100}\right)^2} \qquad (17\text{-}9)$$

(donde $\delta \simeq 0{,}3$).

La Ec. (17-9) demuestra nuestro teorema. Al disminuir n_s empeora también la admisión en el rodete, debido al aumento de rozamiento con el aumento de la velocidad de la corriente y empeora el comportamiento de la B en la cavitación.

Para disminuir las pérdidas intersticiales se utilizan los cierres hidráulicos y mecánicos (laberintos y prensaestopas), cuyos tipos diversos fueron ya estudiados en la Sec. 4.6.3. Para completar lo estudiado en dicho lugar veamos algunos modelos constructivos:

1) *Fig. 17-10:* la caja de prensaestopas, seccionada verticalmente para facilidad de desmontaje y calculada para presiones superiores a 25 bar de esta figura está diseñada para alojar una empaquetadura, como en la figura, o un cierre mecánico. El conducto de by-pass reduce la presión en la empaquetadura.

2) *Fig. 17-11:* en la caja de prensaestopas de esta figura se alojan 7 anillos de amianto grafilado y trenzado, 4 anillos detrás y 3 anillos delante del anillo de cierre hidráulico.

3) Fig. *17-18:* la empaquetadura del prensaestopas lleva un anillo de cierre, por el cual se introduce el líquido que refrigera la empaquetadura y el casquillo de protección del eje

4) *Fig. 17-29:* el prensaestopas de esta figura tiene un anillo de cierre por el que circula el agua a presión desde la impulsión de la B, pasando a continuación a la succión. Si se bombean líquidos sucios o arenosos se establece un circuito distinto de agua limpia a través del mismo cierre, obturándose previamente la conexión con la impulsión de la B.

5) *Fig. 17-33:* caja de prensaestopas de una B de doble admisión, con anillo de cierre.

6) *Fig. 17-34:* caja de prensaestopas de una bomba tipo Kaplan de álabes orientables con anillo de cierre.

En general, en todo prensaestopas la empaquetadura debe llenar el espacio entre la caja de prensaestopas y el eje o el casquillo del eje; pero de manera que se

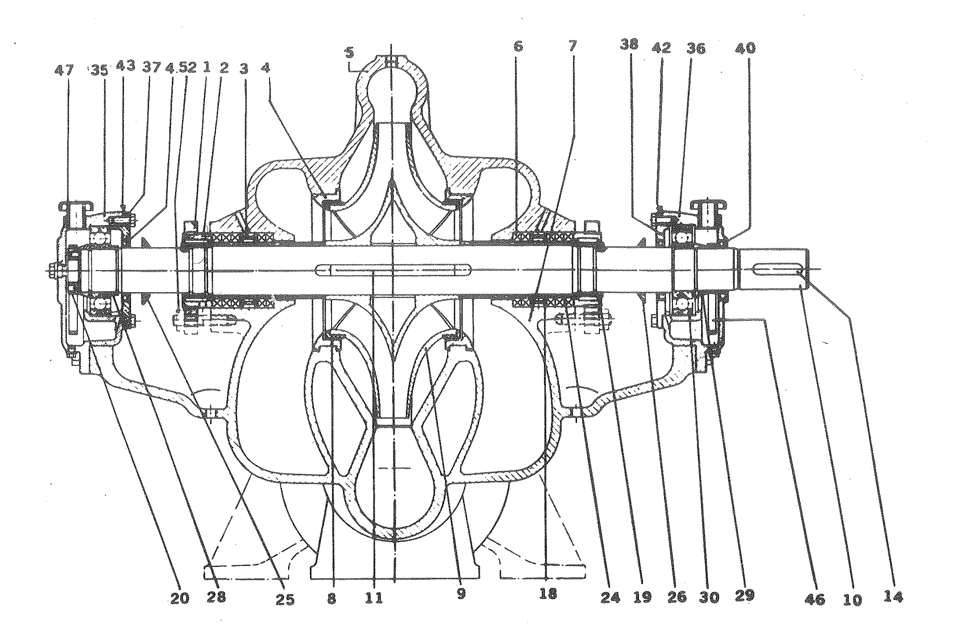


Fig. 17-33.—Bomba construida por la firma Ruhrpumpen, Alemania de doble admisión para refinerías de petróleo. Estas B se construyen para Q = 50 – 1500 m^3/h y H = 40 – 240 m col. líquido: 1. Casquete del prensaestopas; 2. Anillo de presión del prensaestopas; 3. Anillo de agua de cierre; 4. Laberinto; 5. Parte superior de la carcasa; 6. Empaquetadura; 7. Parte inferior de la carcasa; 8. Laberinto; 9. Rodete.

produzca una pequeña pérdida de líquido a través del mismo para lubricarlo. Una excesiva presión puede dañar también el casquillo y reducir su vida. La correcta instalación de la empaquetadura es, pues, importante.

7) *Fig. 17-35,a, b:* cierre metálico de la casa Danfoss, Dinamarca, de baja fricción, totalmente hermético, aunque el eje sufra ligeros desplazamientos axiales o radiales. Se utiliza en B centrífugas para agua y otros líquidos con presiones hasta 10 bar, temperaturas de 40 a 100 °C, y elevado número de revoluciones. Consta de una parte fija y de otra giratoria: la parte fija, que se instala en la brida de la caja del prensaestopas, consta del anillo de desgaste 1, con una cara pulimentada con alta precisión mediante control óptico, y la otra provista de una cavidad para el asiento del anillo de material sintético de sección circular 2; el anillo 2 garantiza un cierre hermético y elástico entre el anillo 1 y la caja del prensaestopas; la parte giratoria, que va montada sobre el eje, consta del anillo de carbón 3 pulimentado con la misma precisión que el anillo 1, unido al eje de la B por el manguito de caucho sintético 5. El resorte 6 aprieta el anillo de carbón contra el

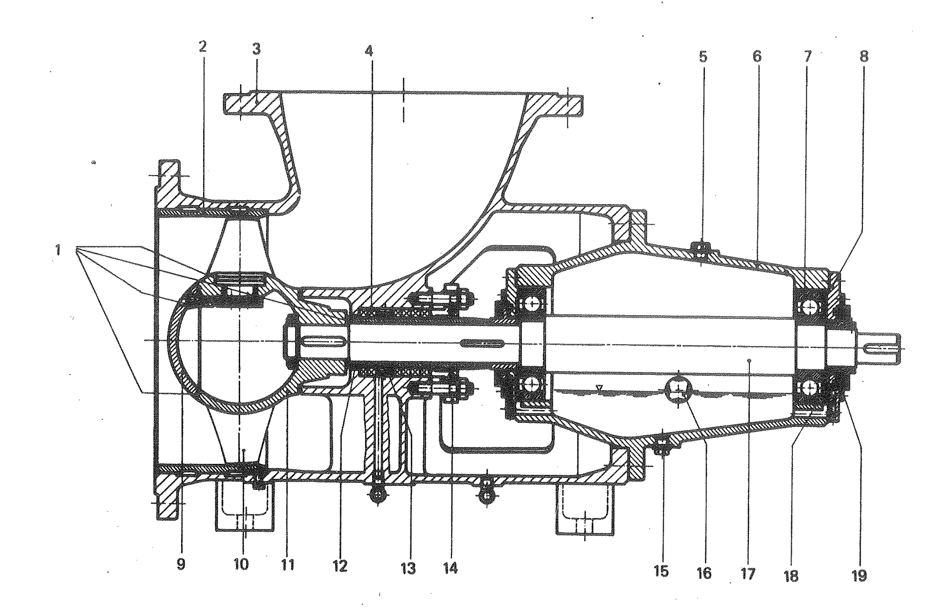


Fig. 17-34.—B de circulación tipo Kaplan de la firma Ruhrpumpen, Alemania. La empaquetadura se suministra, según las exigencias de servicio, con 4-8 anillos de empaquetadura y los correspondientes anillos de líquido o de goteo: 1. Arandelas y juntas; 2. Anillo de desgaste; 3. Carcasa; 4. Anillo de empaquetadura; 5. Tapón roscado de aceite; 6. Caja del cojinete; 7. Cojinete de bolas; 8. Tapa del cojinete; 9. Sombrerete del rodete; 10. Paleta del rodete; 11. Cubo del rodete; 12. Casquillo del eje; 13. Anillo linterna; 14. Tuerca del prensaestopas; 15. Drenaje de aceite; 16. Orificio de inspección de nivel de aceite; 17. Eje; 18. Placa elástica; 19. Empaquetadura laberíntica.

anillo de desgaste; siendo la presión del resorte transmitida en parte por el anillo de guía 4 y en parte por la cubeta del muelle 8. El anillo 6 aprieta el manguito de goma 5 contra el eje para conseguir una junta perfecta entre estas dos partes, aunque el eje se desplace axial o radialmente.

8) *Fig. 17-36:* corte longitudinal de un cierre metálico análogo al de la Fig. 17-34 que trabaja bajo el mismo principio de baja fricción y alta hermeticidad, montado en el eje. Se trata de una B para la industria química, construida según la naturaleza del líquido bombeado, de los materiales más diversos: fundición de hierro, hierro dúctil, acero al carbono, níquel, bronce, Inconel, aluminio, acero inoxidable, Hastelloy, Monel, Ilio e incluso metales raros (Titanio, Zirconio, Tantalio), metales resistentes a la abrasión, metales refractarios y plásticos y caucho (para productos farmacéuticos donde los metales no serían utilizables).

En la industria química se prefieren los cierres metálicos a las empaquetaduras a causa de su mayor hermeticidad.

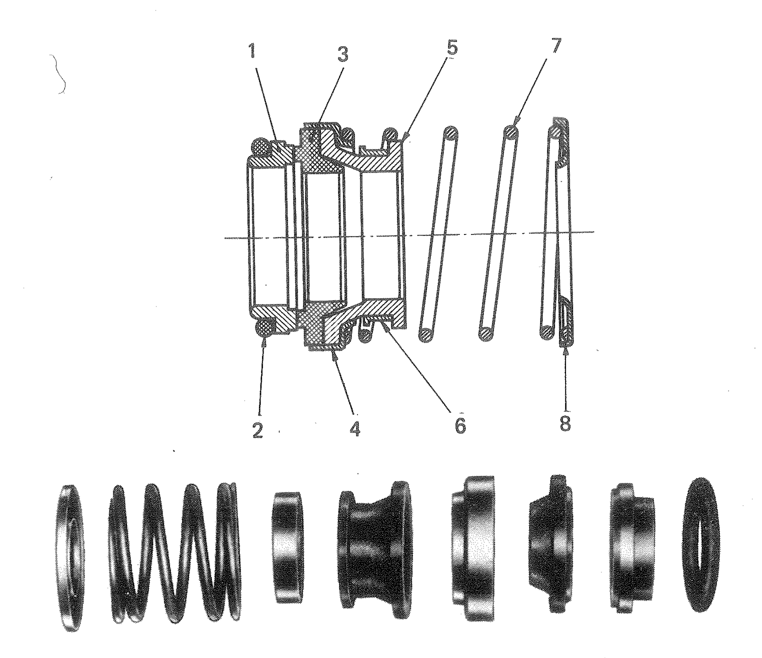


Fig. 17-35.—*Cierre metálico* Danfoss: a) esquema; b) despiece.

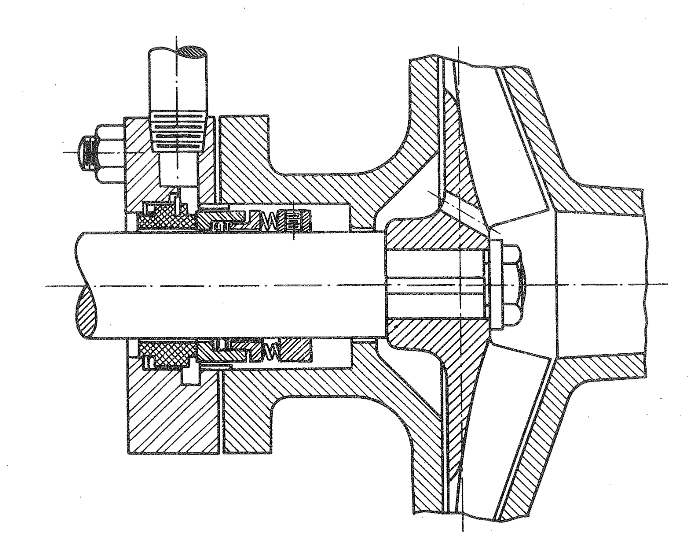


Fig. 17-36.—*Cierre mecánico* para una B química Lawrence.

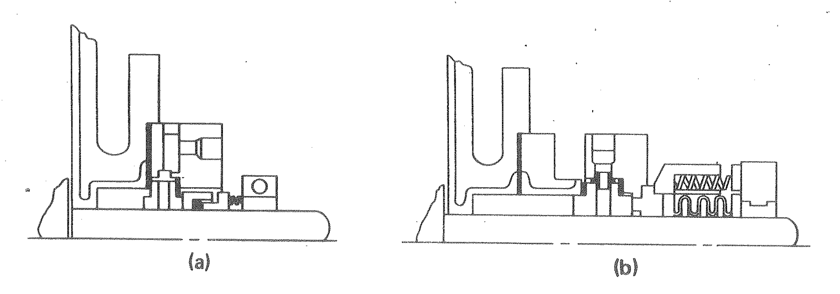


Fig. 17-37.–*Cierres mecánicos* de B químicas La Bour, USA: a) tipo RO; b) tipo 20.

9) *Fig. 17-37,a,b:* el cierre mecánico (Fig. 17-38,a) incorpora también un anillo "0" de caucho sintético; en la Fig. 17-37,b el fuelle y todas las piezas expuestas a la corrosión están fabricadas o al menos recubiertas de Teflón, por lo que puede emplearse en el bombeo de líquidos corrosivos.

10) *Fig. 17-38:* cierre de doble efecto (Fig. 17-38,a) y de simple efecto (Fig. 17-38,b) utilizado en la industria química.

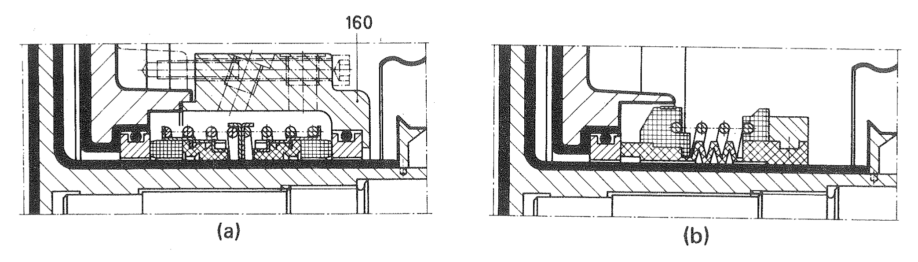
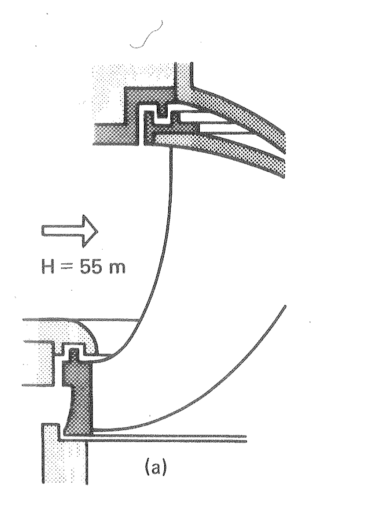


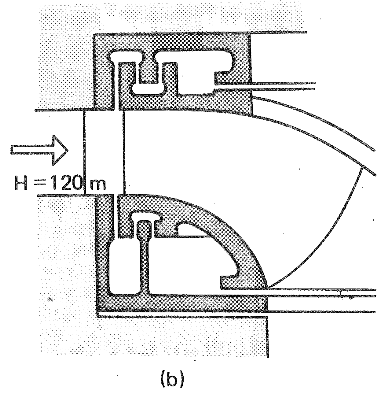
Fig. 17-38.–*Cierres* para las B químicas: a) de doble efecto; b) de simple efecto.

17.7.2. Laberintos y prensaestopas de las TH

En las TH las pérdidas intersticiales aumentan al disminuir el n_s, lo cual puede demostrarse con un razonamiento análogo al empleado en la deducción de la Ec. (17-9). De aquí se deduce que las pérdidas intersticiales son, a igualdad de Q y n, tanto más importantes cuanto mayor es la altura neta, siendo ésta una de las causas que limitan la altura máxima en las TF. De ahí que los juegos laberínticos se han de complicar más en la T de mayor altura, como puede verse en la Fig. 17-39,a,b,c.

Además de las fugas de caudal externas e internas, consideradas en la Sec. 4.6.3, en las TH de reacción a la salida del rodete, donde la presión es inferior a la atmosférica, se debe evitar *la entrada de aire al interior,* cuyo efecto sería altamente perjudicial para el funcionamiento de la T, lo cual se consigue también por medio de un laberinto e inyectando allí agua a presión. Para las *fugas exteriores* se ha de disponer un dispositivo de drenaje. La Fig. 17-40 muestra los lugares donde se producen en una TF las *fugas interiores;* en los cuales deben instalarse cierres de estanqueidad o laberintos adecuados.





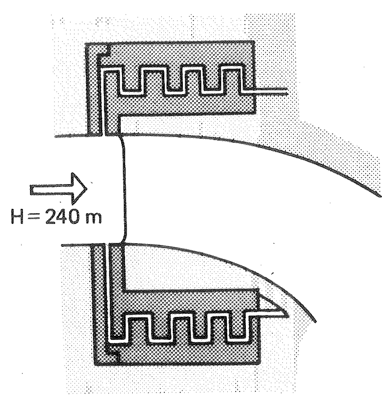


Fig. 17-39.–Juntas laberínticas de las TF.

Los cierres laberínticos entre el rodete y la carcasa con frecuencia se forman mediante anillos de acero forjado, embutidos en el rodete, que en caso de desgaste se reemplazan fácilmente. Allí donde el eje de la T atraviesa la carcasa, con el fin de evitar como hemos dicho tanto las fugas de agua al exterior como la entrada del aire interior, se utilizan según los casos: a) laberintos que tienen la ventaja de no estar sujetos al desgaste; b) prensaestopas con dos anillos de cáñamo separados por un anillo metálico y comprimidos por un anillo con lubricación por grasa; los prensaestopas están sujetos a desgaste; pero constituyen un cierre más hermético que los laberintos; c) dos anillos de carbón segmentado, que se mantienen unidos por la tensión de un resorte.

La Fig. 17-41 muestra el prensaestopas de una TK, compuesto de segmentos de carbono, cuya regulación y ajuste en servicio se efectúa automáticamente por medio de resortes, hasta que llega el momento de reemplazarlos, lo cual es señalizado por un dispositivo patentado de alta sensibilidad.

En la Fig. 11-2 (nn 2, 3 y 4) pueden verse los anillos laberínticos móviles, la caja de empaquetadura de anillo de grafito y los anillos laberínticos estacionarios de una TF.

17.7.3. B sin prensaestopas, o B herméticas

En 1955 la firma Westinghouse presentó en la exposición de Ginebra en conexión con la primera conferencia mundial para la utilización pacífica de la energía nuclear, la B hermética sin prensaestopas para bombear agua a elevada presión y temperatura a través del circuito primario de una central nuclear, instalada en el Nautilus, primer submarino del mundo accionado por energía nuclear.

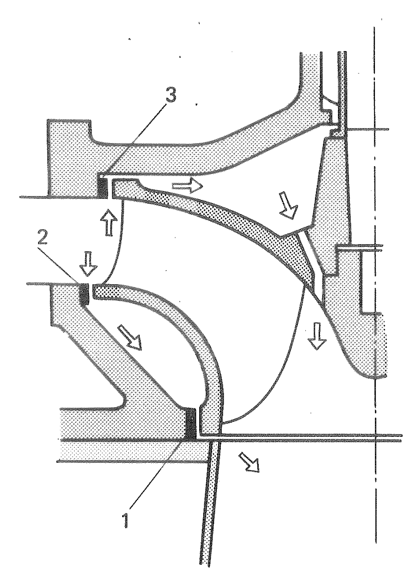
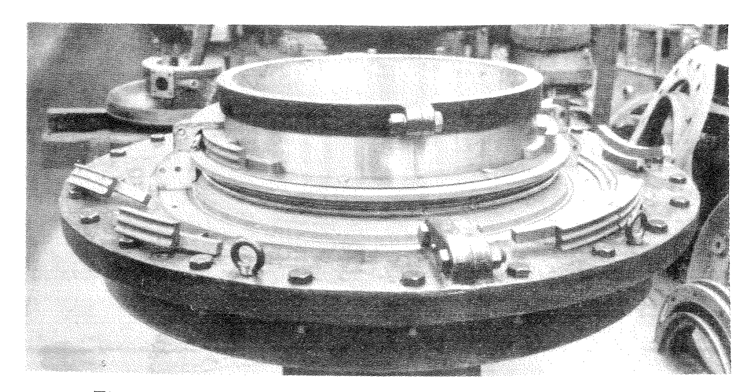


Fig. 17-40.–*Fugas interiores* en una TF.

Aunque es posible conseguir con cierres hidráulicos en las cajas de prensaestopas una B centrífuga o de émbolo totalmente hermética, para el bombeo de líquidos radioactivos se utiliza frecuentemente la B hermética con motor eléctrico con entrehierro tubulado. La patente de este motor data del año 1914 (1). La primera aplicación fue la de un compresor de amoníaco, donde fue posible eliminar la caja de prensaestopas y los problemas de fugas. La amplia


Fig. 17-41.–*Prensaestopas* de una TK (foto Escher Wyss).

(1) Véase, K. RÜTSCHI, *Stopfbüchslose Pumpen für Kern-Kraftwerke* (Bombas sin prensaestopas para centrales nucleares), disertación en el IAHR-Symposium *Kreiselpumpen im Kraftwerkbau* (Bombas rotativas para centrales) en Braunschweig 7 Sept. 1966, "Schweizerische Bauzeitung 36, 8 (1966)".

difusión de la energía nuclear contribuyó a la evolución de la B hermética sin prensaestopas.

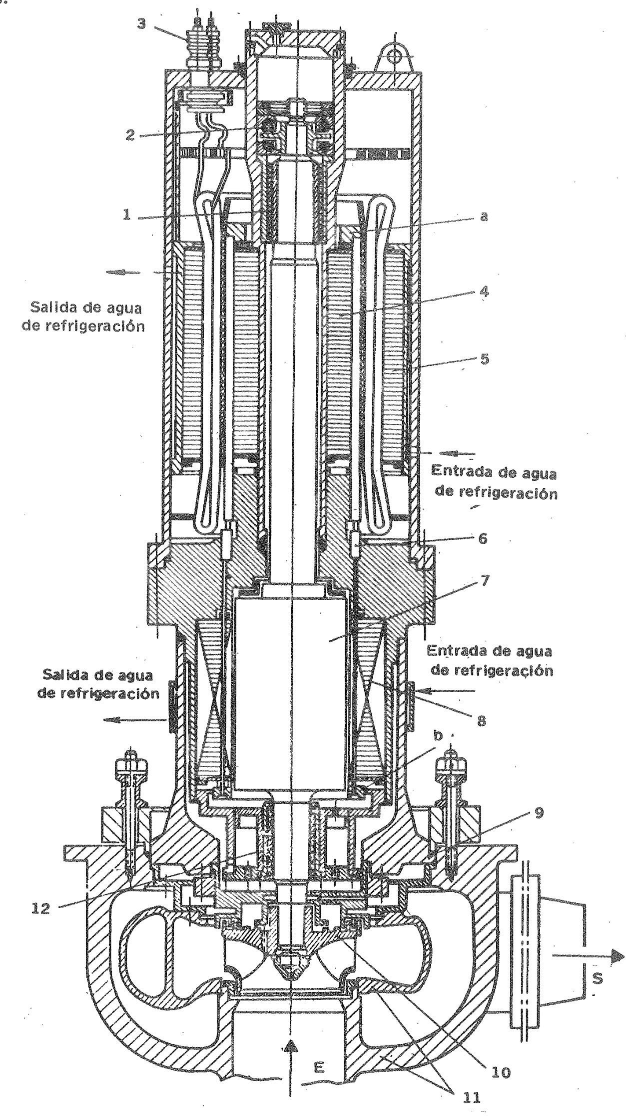


Fig. 17-42.–Corte longitudinal de una *B hermética* con estator mojado de bajo voltaje y transformador incorporado: 1. Cojinete radial; 2. Cojinete de empuje; 3. Conexiones eléctricas; 4. Secundario del transformador con el arrollamiento cerrado por el anillo a; 5. Estator del transformador de fase con devanado trifásico; 6. Prensaestopas; 7. Eje del rotor con caja en cortocircuito; 8. Estator del motor eléctrico sumergido en agua con el anillo de cierre b; 9. Prensaestopas de la junta prinicpal; 10. Rodete; 11. Carcasa con caja espiral; 12. Cojinete radial.

En la Fig. 17-42 puede verse un ejemplo de construcción soviética (1) de este tipo de B.

El elemento esencial de esta B es la caja hermética dispuesta en el entrehierro del motor asíncrono con rotor en corto circuito, que divide los campos del rotor y el estator. El rotor del motor y el rodete de la B forman así una mitad hermética; mientras que el estator "seco" puede encontrarse en el aire a la presión atmosférica o bajo presión, o envuelto en una atmósfera de gas inerte. De esta manera el campo magnético que crea el estator induce en el rotor una fuerza electromotriz a través de la caja hermética, gracias a la cual en el rotor de jaula de ardilla se origina una corriente cuya interacción con la corriente magnética giratoria crea el momento de accionamiento de la B. En los grupos moto-bombas convencionales el par se trasmite al eje exterior, que atraviesa la carcasa de la B a través del prensaestopas; mientras que en los grupos herméticos quedan eliminados los prensaestopas y los cierres metálicos. El estator "seco" no entra jamás en contacto con el líquido impulsado. *Las fugas exteriores en esta bomba se han reducido a cero,* el rotor gira en el líquido impulsado (agua) y se apoya en cojinetes refrigerados con dicho líquido (generalmente agua).

Existen multitud de esquemas de realización, y tipos diversos de B herméticas que por brevedad omitimos. Los problemas constructivos de estas B son entre otros: a) construcción de cojinetes y rotor para trabajo en un medio líquido (agua); b) construcción de la caja hermética divisoria del estator y del rotor (la principal dificultad inicial en el desarrollo del motor de rotor hermético fué la de encontrar un material apropiado no magnético para esta caja); c) construcción de un motor asíncrono de diseño distinto del convencional; d) sistema de refrigeración del estator y rotor, etc...

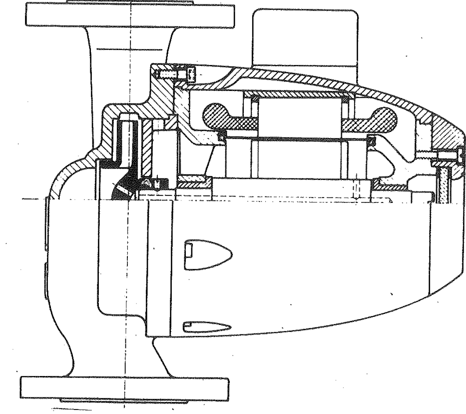


Fig. 17-43. –*B hermética* de circulación para calefacción.

La B de la Fig. 17-43 se emplea para circulación del agua de la calefacción, campo de aplicación muy extenso de las B herméticas.

La *B de la Fig. 17-44* se emplea para *impulsar sodio líquido.* Después del montaje se sueldan los lugares que han de permanecer herméticos.

(1) I.M. SINEV y P.M. UDOVIČENKO, *Germetičeskie vodjanye nacocy atomnyh energeticeskih ustanovok* (Bombas de agua herméticas para centrales nucleares), Atomuzdat, Moscú 1967, 376 págs.

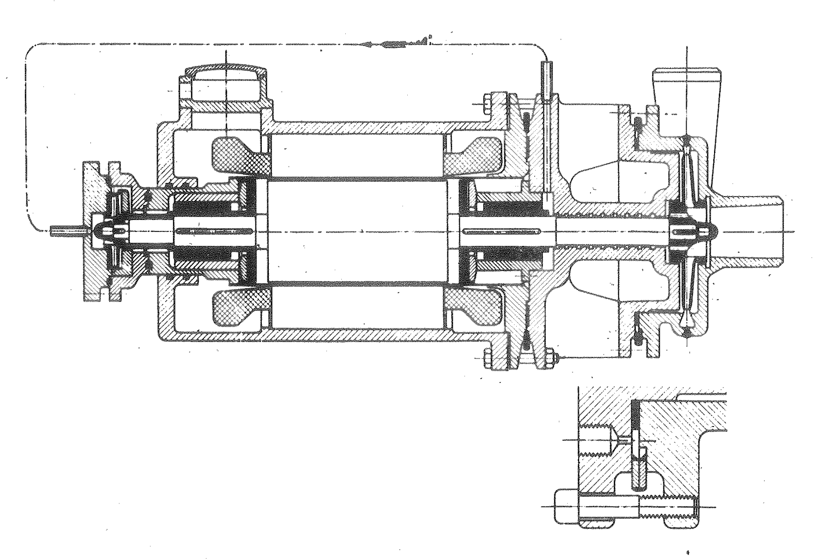


Fig. 17-44. –*B hermética* para impulsión de sodio líquido

La caja espiral se construye en dos mitades que se fresan con precisión y luego se sueldan entre sí. Las posibles fugas se controlan con monitores permanentemente instalados en la B. Para evitar incluso en caso de fugas la salida del líquido al exterior estas B son doblemente herméticas, para lo cual se sueldan la brida de la carcasa y la brida de la aspiración con anillos herméticos de material inoxidable e inatacable por los ácidos.

La B de la Fig. 17-45 es de rotor hermético para grandes alturas efectivas, de múltiples escalonamientos dispuestos de manera que se anula el empuje axial (véase

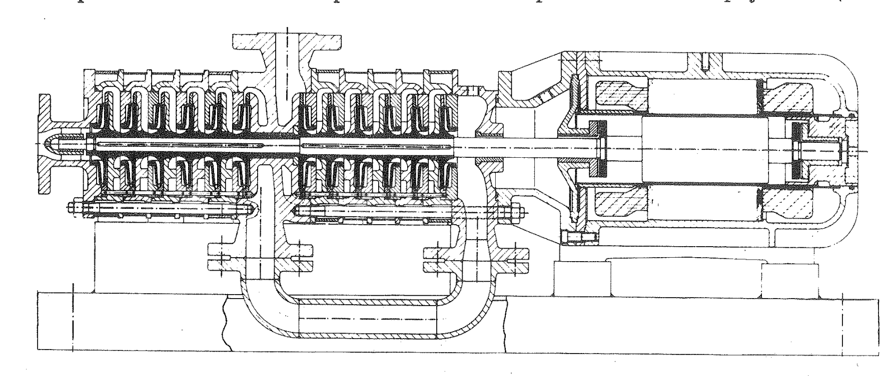


Fig. 17-45. –*B de rotor hermético* de múltiples escalonamientos.

la Sec. 17.4.1). Este modo de equilibrar el empuje axial es especialmente interesante en esta aplicación, en la cual no son fácilmente aplicables los dispositivos mecánicos e hidráulicos utilizados en otros casos.

17.8. Materiales

17.8.1. Materiales de las TH

En la construcción de las TH intervienen modernamente gran variedad de aleaciones metálicas, material antifricción, cauchos, plásticos y otros materiales sintéticos. Sin embargo, los materiales fundamentales son el hierro y el acero, laminado, fundido y forjado, y el bronce.

A los materiales de las TH, además de las condiciones normales de resistencia, se les impone con frecuencia dos requisitos especiales:

- *resistencia a la erosión* en los empleados en las partes de la TH expuestas a la cavitación; si se preve carga cambiante de signo, deben ser también resistentes a la fatiga;
- *fácilmente soldables.*

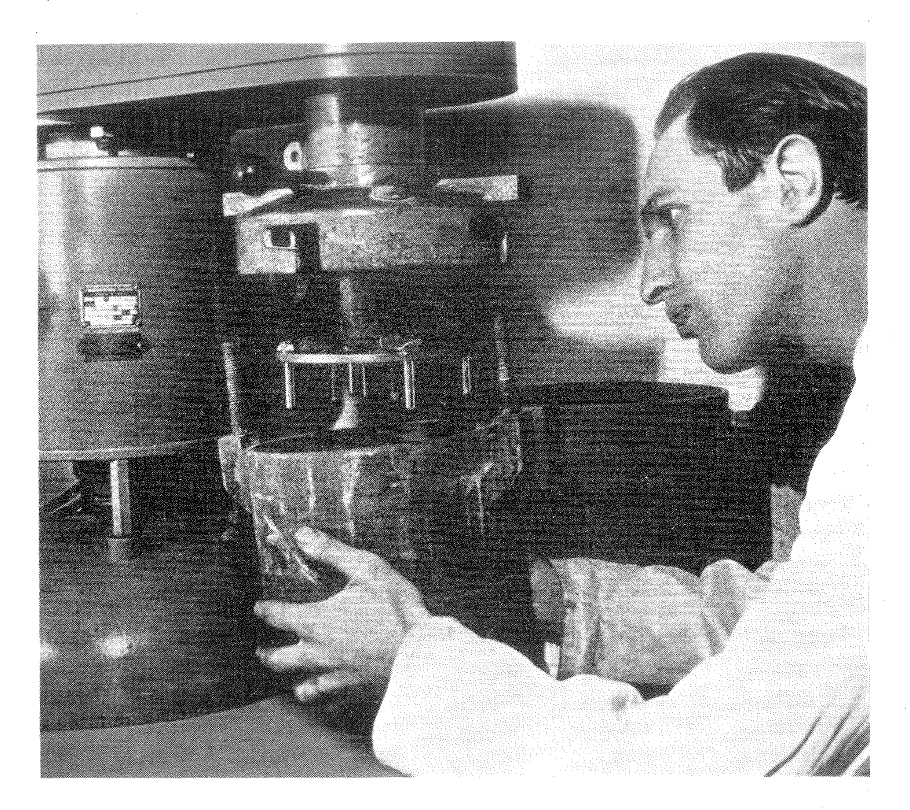
1) *Resistencia a la erosión*

A veces en el diseño se fuerzan las condiciones de funcionamiento, y se permite un cierto grado de cavitación. En este caso la cavitación manda en la selección de los materiales. Con la tendencia moderna en las TF a mayores alturas de salto aumentan las velocidades de flujo y el peligro de erosión y cavitación en las partes de la T expuestas al flujo del agua. En la Fig. 17-46,a puede verse el *método experimental del cilindro abrasivo* desarrollado por la firma Escher Wyss para evaluar el comportamiento de los materiales frente a la erosión. Las probetas de los materiales se fijan a un platillo rotatorio y se hace girar al conjunto en una mezcla de arena y agua. La pérdida de peso debida a la erosión (Fig. 17-46,b) constituye la mejor evaluación del comportamiento del material en este aspecto. Ciertas partes de la T como los anillos de desgaste del distribuidor están expuestos a la erosión no a la cavitación. Los lugares expuestos a la cavitación son la salida del rodete y el anillo de transición al tubo de aspiración. Las aleaciones resistentes a la erosión suelen ser adecuadas también contra la cavitación.

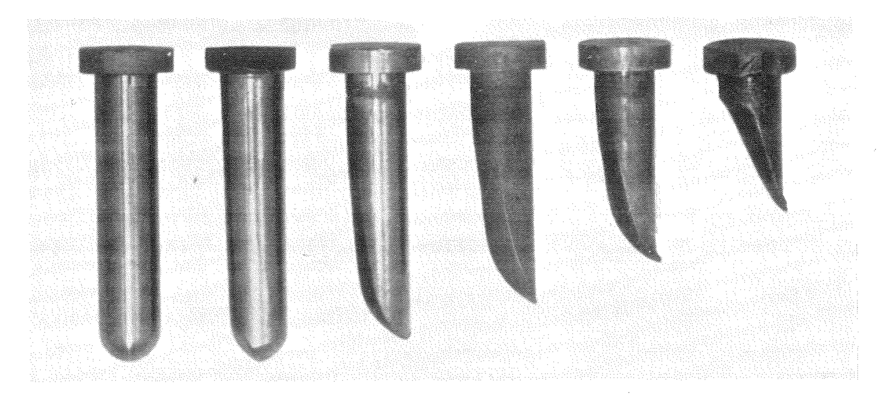
2) *Facilidad de soldadura*

Muchas piezas que solían fabricarse antes de fundición modernamente suelen ser fabricadas de chapa soldada de diferentes grosores. Alrededor de un 25% en peso de las modernas TK es de fabricación soldada, y el resto, excepto un 10% de forja, de fundición duplicándose casi la proporción de material soldado en las modernas TP.

Para abaratar la construcción de las TH se tiende a excluir en general las aleaciones caras. Por esta razón las grandes piezas de fundición y las piezas forjadas



(a)



(b)

Fig. 17-46.—a) Método experimental del *cilindro abrasivo* desarrollado por la firma Escher Wyss, Suiza; b) pérdida de peso indicativa de la resistencia del material a la erosión por arena.

de las TH de gran potencia se hacen de aceros, cuya composición puede oscilar de 0,17–0,35% de C y de 0,38–0,80 de Mn; entrando también en su composición Si, y según el tipo de fundición una cantidad pequeña, mayor o menor de S y P. Estos aceros son suficientemente baratos y fácilmente soldables.

Los ejes se suelen forjar de aceros de aproximadamente 0,40 C con aditivos a veces hasta del 1% de Ni y Cr. He aquí las proporciones de algunos aceros empleados para los ejes: C, 0,37–0,45; Mn, 0,50–0,80; Cr, ⩽ 0,3; Ni, 0,8–1,20; P ⩽ 0,04 y S ⩽ 0,04.

Los álabes de las TK se han construído con aceros de 0,18–0,25 de C y alto contenido de Cr (12,5–14,5%), con cantidades mucho menores de Si, Mn y Ni. Un inconveniente de estos aceros consiste en la dificultad de obtener fundiciones buenas sin fisuras. Posteriormente se han mejorado las propiedades de estos aceros disminuyendo el contenido de C y Cr.

La fundición de los aceros con rico contenido en Cr, elemento que ofrece gran resistencia a la cavitación es complicada, y sólo puede llevarse a cabo en hornos eléctricos; y también es complicada su soldadura, por lo que se investiga en nuevas aleaciones, y se recurre sobre todo en los álabes a las aleaciones bimetálicas, o sea, a aleaciones con revestimientos diversos de los cuales hablaremos enseguida.

Los rodetes de las TF se fabrican con frecuencia fundidos en una pieza de acero, o bien de Fe dulce y de acero inoxidable de ordinario con un 12-14% de Cr, a veces de bronce y muy rara vez de Fe fundido. El acero admite fácilmente la reparación en caso de erosión o cavitación mediante soldadura eléctrica. El acero inoxidable tiene una gran resistencia a la erosión y cavitación. A veces, para economizar el acero inoxidable de precio elevado, se emplea sólo soldada eléctricamente una capa protectora de acero inoxidable en aquellas zonas más expuestas a los fenómenos mencionados. Modernamente el rodete se fabrica con frecuencia con los álabes de chapa soldados al cubo y a la llanta, que se obtienen por fundición. Fabricado el rodete se pule cuidadosamente su interior, sobre todo las zonas próximas a las aristas de salida, donde reinan las velocidades relativas más elevadas, obteniéndose así una mejora importante de rendimiento.

La fundición de las piezas de las TH de gran potencia está sujeta a grandes dificultades, dado el tamaño y las formas complicadas de las mismas. Las grandes piezas de acero fundido se someten a tratamiento térmico a fin de eliminar las tensiones internas.

El contenido de C se suele limitar hasta un máximo de 0,35% aproximadamente a fin de que los aceros sean fácilmente soldables.

Para los elementos relativamente pequeños, tales como los álabes del distribuidor Fink de las TH de reacción no muy grandes, anillos laberínticos, etc... basta utilizar aceros al carbono cementados o templados para endurecerlos contra la erosión.

Ejemplo de composición de chapa de acero fácilmente soldable en frío empleada en la construcción de las cámaras espirales de las TH de reacción de gran potencia con espesores hasta de 32 mm es la siguiente: C, 0,12%; Mn, 0,5–0,8; Si, 0,8–1,1; Cr, 0,6–0,9; Ni, 0,5–0,8; Cu, 0,4–0,65; S y P cada uno menos de 0,04%.

Las capas de revestimiento responden a la tendencia a reducir costes que obliga a emplear aceros al C corrientes con soldadura de una capa de acero inoxidable. Así, por ejemplo, se emplean actualmente en las piezas grandes (cubo del rodete, etc...) de las TF de gran potencia aceros de la siguiente composición: C 0,16–0,22%; Mn, 1,0–1,3; Si, 0,60–0,80; Cr, ⩽ 0,30; Ni, ⩽ 0,40% con ligeros aditivos de S y P. El revestimiento indicado sobre todo en las partes expuestas a la abrasión y erosión es de una capa de acero austenístico inoxidable cuya resistencia a estos efectos viene a ser el doble de la de los aceros al C corrientes.

He aquí otra composición de acero austenístico inoxidable para revestimiento: C, 0,12%; Cr, 17–20; Ni, 8–11; Si, 0,8; Mn, 2,0; Ti hasta 0,8%.

17.8.2. Materiales de los grupos bulbo

La *corrosión por el agua del mar* constituyó uno de los principales obstáculos que hubo que vencer para el desarrollo de la energía de las mareas (1) hasta la puesta en explotación en la Rance de la primera *central mareomotriz* del mundo.

El agua del mar, según Licheron, no es una simple solución de electrólitos; sino un medio que experimenta modificaciones provocadas por el metabolismo de los

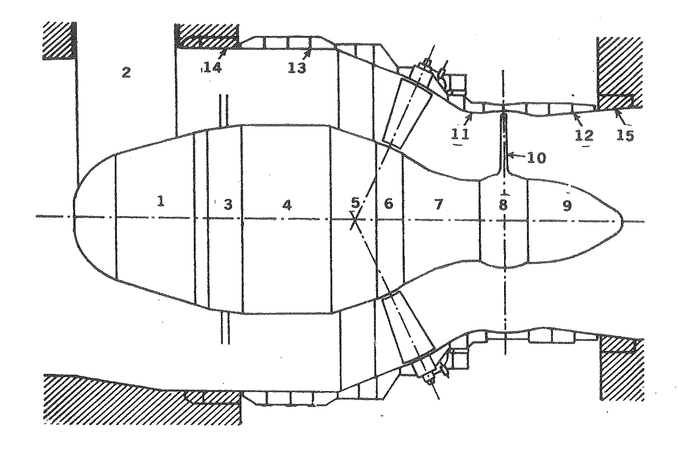


Fig. 17-47. –Materiales empleados en el *grupo bulbo* experimental de Saint Malo (los números en la figura hacen referencia a la tabla 17-1).

(1) Véase la revista "La Houille blanche" n. 2 (1962) 166-206.

organismos. Estas modificaciones son debidas a los vegetales (producción de oxígeno y elevación del pH), a los animales (consumo de oxígeno y producción de gas carbónico), y a las bacterias (formación de ácido sulfídrico). Una multitud de ensayos sistemáticos realizados a partir de 1.955 condujeron al hallazgo de aleaciones y pinturas protectoras resistentes, que fueron utilizados en el grupo experimental de Saint-Malo, previo a la instalación en el mismo lugar de los 24 grupos bulbos de 10 MW, que constituyen la primera instalación mundial de este género. La Fig. 17-47 muestra un esquema de este grupo bulbo experimental en el cual se previeron los materiales que figuran en la siguiente tabla: (1)

TABLA 17-1

Materiales empleados en el grupo bulbo experimental de Saint-Malo (Véase Fig. 17-47

Núm. en la Fig. 17-47)	Elemento de la turbina	Material
1	Ogiva	Chapa acero inoxidable 18/8
2	Brazo de ogiva	Acero ordinario pintado
3	Anillo de tirantes	,, ,, ,,
4	Carcasa alternador	,, ,, ,,
5	Predistribuidor	,, ,, ,,
6	Distribuidor	,, ,, ,,
7	Cono de la turbina	,, ,, ,,
8	Cubo del rodete	Revestimiento acero inox. 18/8
9	Punta del rodete	Acero ordinario pintado
10	Paletas	1 paleta acero inox. 17/4/4 pintado 1 ,, ,, ,, 16/4/4 2 paletas bronce de aluminio
11	Zuncho aguas arriba	Acero inoxidable 17/4/4
12	Zuncho aguas abajo	Revestimiento 18/8
13	Blindaje periférico	Acero ordinario pintado
14	Zuncho de cierre aguas arriba	,, ,, ,,
15	Zuncho de cierre aguas abajo	,, ,, ,,

17.8.3. Materiales de las B

En la selección de materiales empleados en la construcción de las B hay que tener en cuenta además de la resistencia a los esfuerzos mecánicos, la resistencia a la cavitación y la resistencia a la corrosión.

Estudio de la corrosión

La *corrosión* en el agua, que es el medio más frecuentemente bombeado, depende de muchos factores, que complican el análisis de este fenómeno y la defensa contra el mismo, como son, por ejemplo, el tipo de reacción del agua, sales y gases en ella disueltos y las características biológicas.

La corrosión del metal en el agua es un fenómeno electroquímico que se produce por la diferencia de potenciales o dicho con otras palabras a causa del par galvánico (1). Este se origina al introducir en una solución acuosa dos o más metales diferentes, como sucede, por ejemplo, en los elementos de una B construidos de acero y de una aleación no férrica, (macropar), o de un mismo metal de estructura heterogénea, como sucede, por ejemplo con el hierro Fe, y carburo de hierro Fe_3C, (micropar). En ambos casos los diversos elementos poseen potenciales negativos (ánodos), o positivos (cátodos) que originan una corriente eléctrica. Por ejemplo, en el macropar galvánico acero/bronce el acero constituye el ánodo y el bronce el cátodo. La destrucción del metal tiene lugar en forma de partículas anódicas, es decir, por tránsito de iones del metal a la solución. Los electrones libres desempeñan el papel de despolarizadores circulando del ánodo al cátodo, donde se descargan. En la corrosión de los metales en el agua y en soluciones acuosas el oxígeno disuelto en el agua actúa como despolarizador principal. La corrosión de los metales es, pues, el resultado de dos procesos relacionados entre sí: proceso anódico (tránsito de iones del metal a la solución) y proceso catódico (descarga de electrones); el primero transcurre mucho más rápidamente, por lo cual la corrosión viene determinada por la velocidad de despolarización. En la despolarización por el oxígeno la velocidad de corrosión viene determinada por la cantidad de oxígeno disuelto y por la velocidad de aproximación del mismo a la superficie del metal, es decir, por la velocidad media local de la corriente de agua.

Así se explica que la corrosión aumenta al aumentar dicha velocidad. El número pH, que oscila de 0,0 a 14,0 caracteriza la concentración de iones de oxígeno de una solución: si $pH = 7$, se tiene solución neutra; si $pH < 7$ solución ácida y si $pH > 7$ solución alcalina. El material anticorrosivo para las diferentes partes de la B se escogerá según el pH del agua sin aire disuelto, como se indica en la tabla número 17-2.

Factores que influyen en la corrosión.

1) Temperatura del agua. La acidez del agua y su capacidad corrosiva aumentan con la temperatura; porque la concentración de iones de hidrógeno en el agua es función de la misma; así por ejemplo, en el agua a 250° C dicha concentración es unas 26 veces mayor que en la misma agua a 25°, lo cual corresponde a una variación del pH de 5,6 (250° C) a 7,0 (25° C). Por eso los rodetes de las B de ali-

(1) Véase R. GIBRALT, *L'Energie des Marées*, Presses Universitaires de France, París 1966, 210 págs.

(1) Véase A.A. LOMAKIN, *Centrobežnye i osevye nasosy* (Bombas centrífugas y axiales) págs. 299-303, Mašinostroenie Moscú 1966, 364 págs.

mentación de calderas, que bombean agua a 150–200° C, suelen construirse de acero inoxidable.

TABLA 17-2

Material recomendado para las diferentes partes de la B según el PH

pH	Material
<3,5	acero inoxidable resistente a la corrosión
3,5 – 6,0	bronce
6,0–8,0	bronce para el rotor, fundición de hierro y acero para el estator.
>8	fundición de hierro y acero

2) *Velocidades de la corriente.* Si las velocidades en el interior de la B son moderadas puede formarse una capa de óxido insoluble, que retarda y hasta detiene por completo la corrosión. Esta capa no puede formarse si la velocidad es elevada. Esto obliga a utilizar con el mismo líquido impulsado materiales anticorrosivos, por ejemplo, en los álabes del rodete, y materiales ordinarios en otros órganos bañados por el líquido que fluye con velocidades más moderadas.

3) *Presencia de sales disueltas.* Estas aumentan la conductibilidad eléctrica del agua, y por tanto la corriente corrosiva de los pares galvánicos e influyen en la formación y destrucción de la capa protectora de óxido mencionada. Así, por ejemplo, el cloro disuelto en el agua del mar destruye esta capa, y activa la corrosión.

4) *Estado biológico del agua.* El gran influjo de éste se debe a que al descomponerse los hongos, bacterias y algas se produce ácido sulfúrico, que corroe el metal, formando sulfuro de hierro e intensificando la corrosión (véase la Sec. 17.8.2).

Selección del material del rodete.

Para esta selección se han de tener en cuenta los criterios siguientes:

1) resistencia a los esfuerzos mecánicos normales;
2) resistencia a los esfuerzos mecánicos y térmicos ocasionales (choque térmico, si hay cambios bruscos de temperatura);
3) resistencia al impacto de cuerpos extraños, para lo cual el material ha de ser no sólo resistente sino suficientemente plástico;
4) si el juego entre el rodete y la carcasa es pequeño y la velocidad de rotación elevada, podría producirse fricción, por lo cual los materiales que componen ambos elementos deben poseer buenas características mutuas de antifricción;
5) resistencia a la cavitación en las B simples o en el primer rodete de las B de varios escalonamientos;

6) resistencia a la corrosión y erosión activada con altas velocidades locales de la corriente;
7) facilidad de fundición, ya que el interior del rodete no puede mecanicarse, y los defectos de fundición repercuten en mal rendimiento hidráulico.

Los materiales utilizados más frecuentemente en la fabricación de los rodetes de las B son de acuerdo con estas especificaciones:

a) Los *bronces* con gran cantidad de estaño, si las temperaturas de trabajo no son elevadas. Los bronces son caros, pero responden bien a todas las anteriores exigencias.

b) Algunos *aceros inoxidables*, como los de composición C, 0,15%; Mn, 0,6; Si, 0,6; Cr, 13; Ni, 0,6; o bien con 0,2 C, se usan para los rodetes cuya fundición, sin embargo, constituye una operación delicada; también se usan para elementos forjados, que luego se sueldan entre sí; los aceros inoxidables, no responden a la condición 4, a no ser que reciban un tratamiento térmico adecuado.

c) Algunas *fundiciones especiales* (con números de dureza de Brinnel de 160–230) sobre todo "modificados", es decir, con la adición en la colada misma de pequeñas proporciones de aditivos adecuados, son excelentes materiales, si el peligro de corrosión es pequeño (pH > 8).

d) Los *aceros al Cr,* resistentes a los ácidos, encuentran aplicación en la industria química, aunque presentan el inconveniente de ser muy frágiles.

e) Los *materiales cerámicos y plásticos,* cuyas propiedades físicas y mecánicas dependen mucho de la tecnología de la fabricación, se emplean mucho actualmenmente.

f) Los *aceros al Mn* tienen excelentes propiedades antierosivas así como *aceros austenísticos* diversos de elevado precio, por ejemplo, uno de composición C, 0,12%; Si, 0,8; Mn, 2; Cr, 18; Ni, 9; Ti, 0,8.

g) Para aplicaciones especiales el rodete se construye de plomo, vidrio, o de cualquier otro material conveniente.

De ordinario el rodete se funde de una pieza y se fija al eje por medio de chavetas. Para conseguir buen rendimiento es menester controlar la rugosidad interior y exterior del rodete.

Selección del material del eje.

Para los ejes de las B se emplean aceros al C, aceros aleados diversos, y para el bombeo de líquidos corrosivos aceros inoxidables, con casquillos de acero al C en en los lugares de apoyo sobre los cojinetes.

Selección del material de la carcasa.

Para la carcasa de las B los materiales se escogen también por consideraciones de resistencia y corrosión. Para agua limpia se emplea la fundición de hierro o acero al C, si los esfuerzos a que está sometida la carcasa son más elevados. Para los

cuerpos internos y externos de las B de alimentación de calderas, que trabajan a presión y temperatura elevada, se utilizan aceros forjados con 5 % de Cr y aceros inoxidables para los álabes directrices fijos; en las B para agua de mar la carcasa suele fabricarse de bronce.

Para terminar esta sección aduciremos dos ejemplos:

En la B para ácidos de la Fig.17-28 la carcasa y el soporte son de fundición gris, el rodete de función esferoidal y va soldada sobre el eje de acero SM; el casquillo del eje es de un material resistente a la corrosión; finalmente todas las partes de la B que entran en contacto con el líquido están revestidas de caucho duro o blando sin costura.

En la B de la Fig. 17-33, de la firma Ruhrpumpen, Alemania, fipo ZM, de 1 escalonamiento y 2 flujos (doble admisión) para agua limpia y sucia, crudos de petróleo, etc. ..., utilizada en acererías, centrales térmicas, fábricas de azúcar, papel, etc. .. , los materiales standard son fundición especial de hierro para la carcasa y el rodete, anillos de desgaste y casquillos protectores del eje de bronce, y acero para el eje.

17.8.4. Materiales de los V

La moderna industria de los V se ha beneficiado mucho de la experiencia lograda en la aerodinámica: a) en el diseño aerodinámico de los álabes (véase Cap.10) b) en la utilización de materiales y aleaciones ligeras (1).

Los rodetes con álabes de perfil aerodinámico resultan, al ser más eficientes, de diámetro exterior más reducido para una misma relación de presiones, con la consiguiente reducción de esfuerzos centrífugos. Las modernas aleaciones ligeras al reducir la masa del álabe permiten para un mismo esfuerzo centrífugo emplear velocidades de rotación más elevadas.

Aleaciones ligeras

Las aleaciones ligeras empleadas en la fabricación de los V son aleaciones con 80% o más de Al, y se denominan así por su peso específico reducido. Las aleaciones fundidas se emplean modernamente en los V más que las aleaciones forjadas de Al, porque el proceso de fundición es más barato y los modernos métodos de fundición permiten la obtención de las mismas con características uniformes en toda la masa.

La resistencia del Al aumenta: a) según la naturaleza y proporción del aditivo, que se ha de procurar que sea de peso específico; b) según el tratamiento térmico.

Las aleaciones ligeras se convierten en aleaciones de alta resistencia, gracias en gran parte a tratamientos térmicos.

Algunos V están destinados a la circulación de gases calientes, y tienen que

(1) Véase C.M., TMT, Cap. 22.

funcionar a veces hasta 650°C, temperaturas excesivamente elevadas para las aleaciones ligeras; mientras que en otras aplicaciones se precisan V para temperaturas de −40 °C.

En los materiales destinados a los primeros es preciso tener en cuenta el comportamiento del material a la fluencia o comportamiento de un material sometido a un esfuerzo determinado, durante largo tiempo, y a elevada temperatura (1).

Las aleaciones de Al ocupan un lugar intermedio entre el Sn y Pb, que se reblandecen fácilmente al elevarse la temperatura, y las aleaciones de acero resistentes a altas temperaturas. Hay aleaciones de Al que se endurecen con la temperatura hasta cierto grado; pero se hacen también más frágiles. Las aleaciones de Al de alta resistencia suelen perder la resistencia adicional obtenida con tratamientos térmicos a los 250° C.

Las aleaciones ligeras pueden reducirse a tres grupos:

1) *Aleaciones Al-Mg.* Ejemplos: "Birmabright", "Hiduminiun", "Magnumium" (forjado).

2) *Aleaciones Al-Si.* (Si – 15%). Ejemplo: "Silumin" muy utilizado en los V de baja y media presión.

3) *Aleaciones Al-Cu.* Ejemplos: N.A. 244: Cu, 8%; Si, 2% y aleación "Y": Cu, 3,5% y pequeñas cantidades de Ni, Mg y Si.

Las aleaciones Al-Mg son más difíciles de fundir que las Al-Si o Al-Cu. Las Al-Si son más blandas; pero más dúctiles que las Al-Mg. Las aleaciones Al-Cu son menos resistentes a la corrosión que las otras dos y tienen un peso específico algo más elevado.

Las aleaciones Al-Si son las mejores desde el punto de vista de resistencia mecánica. Las aleaciones fundidas conocidas con el nombre de Hiduminio se distinguen entre todas por su elevada relación resistencia/peso, que es la magnitud característica de las aleaciones ligeras.

Las aleaciones Al-Si resisten bien a la corrosión, que puede constituir un problema en los V de minas, de barcos, etc.; aunque los aceros inoxidables presentan mejores propiedades anticorrosivas. A veces las aleaciones de Al se recubren de esmaltes y pinturas o reciben un tratamiento anódico, que consiste en aumentar electroquímicamente el grosor de la capa preventiva de óxido, o se someten a procesos tales como la metalización (deposición electroquímica), Aluminita o Granalita, que mejoran su resistencia a la corrosión.

Para aplicaciones especiales se utilizan aleaciones forjadas, no fundidas, de Al de gran resistencia y de precio elevado, tales como el Duraluminio e Hiduminio forjado.

(1) Véase C.M., TMT, Págs. 841–843.

18. Funcionamiento de las turbomáquinas hidráulicas fuera del punto de diseño

18.1. Introducción

En el funcionamiento de una TMH no siempre se mantienen constantes los tres valores fundamentales Q, n y H (alturas neta en las TH y altura efectiva en las B); ó Q, n, Δp_{tot} en los V); es decir, las TMH no siempre funcionan en el *punto nominal o de diseño*. Las condiciones de servicio exigen con frecuencia la variación de alguna de dichas variables con lo cual inevitablemente variará al menos otra de ellas.

La respuesta a preguntas tales como éstas: ¿Cómo varía el caudal de una B cuando la altura manométrica que se precisa aumenta en un 20% sin variar el número de revoluciones? ¿Qué potencia absorberá una B en el arranque con la válvula de impulsión totalmente cerrada? ¿Qué rendimiento total tendrá una TH si la carga se reduce a un 75%?; y otras muchas análogas, que pueden formularse, es de excepcional interés para el utilizador de la TMH.

Es posible hacer un estudio sistemático de una TMH o de una serie de TMH geométricamente semejantes, que permite dar una respuesta a las anteriores interrogantes; e incluso llegar a un conocimiento completo del *comportamiento de la TMH en cualesquiera condiciones de servicio*. Salta a la vista el interés extraordinario de este estudio: a) para el *ingeniero proyectista*, de cuyo diseño depende no sólo el comportamiento de la TMH en el punto de diseño, sino también fuera de él; b) para el *seleccionador* de una TMH, que necesita saber el comportamiento de la misma en las condiciones variables de servicio requeridas; y c) para el *utilizador* de la máquina.

Así, por ejemplo, el seleccionador de una B, teniendo delante el proyecto de la nueva instalación, las necesidades de servicio y las curvas características, que vamos a estudiar, selecciona tipo de B, dimensiones, determina la potencia de accionamiento necesaria, etc...

Ciertas cuestiones específicas relacionadas con la materia de este capítulo, tales como la altura geodésica de aspiración, o altura de suspensión de la T o B y el fenómeno de cavitación; el funcionamiento inestable con la aparición del fe-

nómeno de bombeo; la instalación de varias B en serie o en paralelo, etc... serán tratadas en otros capítulos.

Para un estudio sistemático del comportamiento de una TMH conviene empezar analizando las variables que intervienen en su funcionamiento.

18.2. Variables dependientes e independientes que intervienen en el funcionamiento de las TMH

Comenzaremos fijando el tipo de TMH, o lo que es igual, fijando el número específico de revoluciones, por lo cual no se considerará en adelante n_s como una variable.

Variables geométricas

a) *Diámetro del rodete* (véase Fig. 7-10). Caracteriza el tamaño de la TMH. Suele escogerse como diámetro característico: el diámetro de salida d_2 en las B; el máximo de entrada d_1 en las TF; aunque en las TF rápidas $d_2 > d_1$ (compárense Figs. 7-10,c con 11-12); el exterior $d_1 = d_2$ en las TK; y finalmente el diámetro del círculo tangente al eje del chorro en las TP.

b) *Parámetro de apertura del distribuidor* (sólo en las T; excepcionalmente en las B y V con álabes directrices orientables a la entrada). Este parámetro es $\frac{za}{d_1}$ en las T de reacción y s en las TP (véase Fig. 18-1,a y b). A veces en lugar del parámetro adimensional $\frac{za}{d_1}$ se utiliza el valor a en mm en el modelo, o sea a_m indicando simultáneamente el diámetro de la T del modelo ensayado, d_m.

c) *Angulo de giro de los álabes* del rodete φ (sólo en TK, excepcionalmente en las B con álabes del rodete orientables) (véase Fig. 18-1). El ángulo φ se mide a partir de $\varphi = 0$ para el punto nominal o de diseño, cerca aunque no necesariamente coincidente con el punto de óptimo funcionamiento: $\varphi < 0$, si es menor que el φ nominal y $\varphi > 0$ si es mayor.

Variables mecánicas e hidráulicas

Las principales son:

a) altura H (neta en las TH y efectiva en las B)

b) caudal Q (suministrado a la TH o por la B)

c) potencia en el eje P_a (útil en las TH y de accionamiento en las B)

d) número de revoluciones n

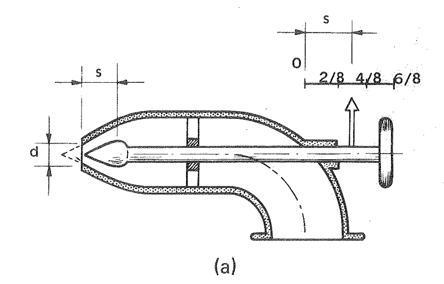
e) par mecánico M

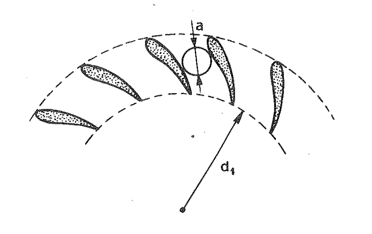
f) rendimiento total η_{tot}.

En las B entre las variables debería figurar la viscosidad cinemática ν, que caracteriza el líquido bombeado; no así en las TH donde el líquido siempre es agua.

Sin embargo, la costumbre es suponer también en las B que el líquido bombeado es agua, y aplicar las correcciones necesarias, cuando aquél es distinto del agua, o bien realizar el ensayo de la B para un líquido determinado.

La mutua relación entre las variables enumeradas, que constituye el objeto de este capítulo, fue ya estudiada al deducir las fórmulas de la semejanza (véase la Sec. 8.3), que se basan en la hipótesis simplificadora de igual rendimiento. Las relaciones que ligan entre sí estas variables teniendo en cuenta el rendimiento se denominan *curvas características*. Es posible deducir las curvas características analítica o al menos semiempíricamente (combinando la teoría con coeficientes empíricos). Las curvas así deducidas tienen la ventaja de permitir la predicción aproximada del comportamiento de una TMH aún no construída en diferentes condiciones de servicio; pero tienen el inconveniente de su carácter aproximado. *Las curvas características sólo pueden obtenerse experimentalmente, bien "in situ", bien en los bancos de prueba de los laboratorios, que se describirán más adelante* (Cap. 24).





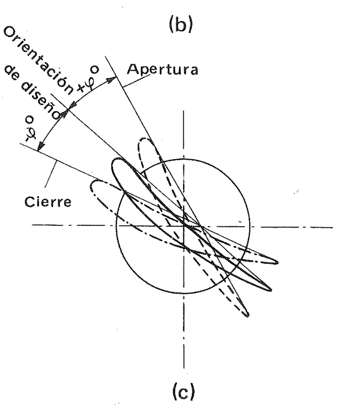


Fig. 18-1.—Parámetros de apertura: a) TP, s; b) T de reacción $\frac{za}{d_1}$; c) TK, φ.

De las variables que acabamos de enumerar sólo son *independientes* 3, en las B, 4 en las TH de álabes fijos (TF y TP) y 5 en las TH de álabes orientables (TK y TD); las restantes variables son funciones *dependientes* de aquéllas. En efecto fijando d se fija el tamaño, y en las B dos variables mecánicas o hidráulicas fijan el régimen de funcionamiento; luego en las B el número de variables independientes es 3. En las TH el distribuidor forma parte de la máquina y su orientación equivale a una alteración de la geometría de la misma, luego el parámetro que caracteriza la apertura del distribuidor es una nueva variable independiente. Finalmente en las TH de álabes orientables existe otra variable geométrica independiente más, ya que el ángulo φ de orientación de los álabes puede variar para una misma apertura del distribuidor.

18.3. Curvas características de las turbinas hidráulicas

18.3.1. Introducción

Según lo dicho en las TH pueden escogerse cualesquiera 4 (TH álabes fijos) o 5 (TH álabes orientables) variables independientes, y expresar cada una de las restantes variables en función de éstas.

Las variables geométricas d_1, $\frac{az}{d_1}$ (ó D,s en TP) y φ suelen tomarse siempre como variables independientes; es muy frecuente elegir también como variables independientes en las TH, H y n. En este caso se tendrá:

TF:

$$\begin{aligned} Q &= Q\,(d_1, a, H, n) \\ P_a &= P_a\,(d_1, a, H, n) \\ \eta_{tot} &= \eta_{tot}\,(d_1, a, H, n) \end{aligned} \qquad (18\text{-}1)$$

y ecuaciones similares para las restantes variables dependientes.

TP:

$$\begin{aligned} Q &= Q\,(D, s, H, n) \\ P_a &= P_a\,(D, s, H, n) \\ \eta_{tot} &= \eta_{tot}\,(D, s, H, n) \end{aligned} \qquad (18\text{-}2)$$

etc. ...

TK y TD:

$$\begin{aligned} Q &= Q\,(d_1, a, \varphi, H, n) \\ P &= P\,(d_1, a, \varphi, H, n) \\ \eta_{tot} &= \eta_{tot}\,(d_1, a, \varphi, H, n) \end{aligned} \qquad (18\text{-}3)$$

etc...

Las Ecs. (18-1) a (18-3), así como las que se obtendrían eligiendo variables distintas como variables independientes, no se prestan a la representación gráfica. En efecto la representación gráfica de una función de una sola variable independiente es una curva, y la de una función de dos variables independientes una superficie. La representación gráfica por medio de superficies es excepcional en el estudio de las TMH, aparte de que en dichas ecuaciones el número de variables independientes es aún mayor, 4 en las Ecs. (18-1) y (18-2) y 5 en las Ecs. (18-3).

En la práctica se mantienen constantes 3 (ó 4) variables independientes, reduciéndose al caso de una función de una variable; o se fijan sólo 2 (ó 3), utilizando la tercera variable independiente como parámetro de una familia de curvas. Es decir, se escoge un *plano hidráulico* cualquiera (obsérvese la analogía con el *plano termodinámico* empleado en el estudio de las turbomáquinas térmicas), y para cada valor constante de las restantes variables η_{tot}, a, etc... se trazan las isolíneas, o sea las curvas de η_{tot} = cte, a = cte, etc...

En el estudio de las TH los planos Q–n y P_a–n son los más frecuentemente empleados.

18.3.2. Curvas, características teóricas de las TH de reacción

En el punto de rendimiento óptimo de una TH la ecuación de Euler puede expresarse así

$$g\,H\,\eta_{h.0} = n_0\,(\Gamma_{1.0} - K_\Gamma\,\Gamma_{1.0}) \qquad (18\text{-}4)$$

donde el subíndice 0 indica condición de óptimo rendimiento y donde se ha expresado $\Gamma_{2.0}$ (circulación a la salida para óptimo rendimiento) en función de $\Gamma_{1.0}$, o sea $\Gamma_{2.0} = K_\Gamma\,\Gamma_{1.0}$. El valor de K_Γ de ordinario en las TH modernas está comprendido entre 0,1–0,2 (*idealmente* la circulación óptima a la salida es 0; pero *prácticamente* no). Luego la circulación óptima a la entrada será:

$$\Gamma_{1.0} = \frac{g\,H\,\eta_{h.0}}{(1 - K_\Gamma)\,n_0} \qquad (18\text{-}5)$$

Por otra parte siendo $\Gamma_{1.0}$ la circulación que tiene el fluído a la salida del distribuidor [en el espacio intermedio entre el distribuidor y rodete Γ = cte, véase Ec. (2-76)] se tendrá:

$$\Gamma_{1.0} = \pi\,d_1\,c_{1m}\,\mathrm{ctg}\,\alpha_{1.0}$$

donde c_{1m} tiene dirección radial y d_1, c_{1m} y α_1 a la salida del distribuidor tienen prácticamente los mismos valores que a la entrada del rodete. Ahora bien

$$c_{1m} = \frac{Q}{\pi\,d_1\,b_0}$$

donde b_0 – ancho del distribuidor a la salida; luego

$$\Gamma_{1.0} = \frac{Q}{b_0} \cdot \mathrm{ctg}\,\alpha_{1.0} \qquad (18\text{-}6)$$

Igualando los segundos miembros de las Ecs. (18-5) y (18-6) se tiene:

$$\frac{g\,H\,\eta_{h.0}}{(1-K_\Gamma)\,n_0} = \frac{Q_0}{b_0}\,\mathrm{ctg}\,\alpha_{1.0}$$

e introduciendo las magnitudes reducidas n_{11} y Q_{11} [Ecs. (8-26) y (8-32)] se obtiene finalmente:

$$Q_{11.0}\, n_{11.0} = \frac{g}{1 - K_\Gamma}\, \eta_{h.0}\, b_0 \cdot \operatorname{tg} \alpha_{1.0}$$

Para un régimen cualquiera de funcionamiento distinto del de óptimo rendimiento se procede así:

Del triángulo de velocidad de salida se deduce

$$c_{2u} = u_2 - c_{2m} \operatorname{ctg} \beta_2$$

luego la circulación a la salida del rodete Γ_2 será:

$$\Gamma_2 = \pi\, d_2\, (u_2 - c_{2m} \operatorname{ctg} \beta_2)$$

pero

$$u_2 = \pi\, d_2\, n \qquad c_{2m} = \frac{Q}{A_2}$$

donde A_2 — sección de salida del rodete normal al flujo; luego:

$$\Gamma_2 = \pi^2\, d^2\, n - Q \cdot \frac{\pi\, d_2}{A_2} \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 \tag{18-7}$$

e introduciendo los valores (18-6) y (18-7) en la Ec. (18-4) se obtiene finalmente:

$$g\, H\, \eta_h = n \left(\frac{Q}{b} \operatorname{ctg} \alpha_1 - \pi^2\, d_2^3\, n + Q \frac{\pi\, d_2}{A_2} \operatorname{ctg} \beta_2 \right) \tag{18-8}$$

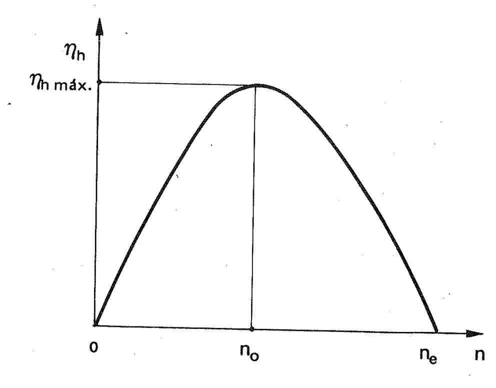


Fig. 18-2.—Rendimiento hidráulico en función del número de revoluciones de una TH de reacción (la curva se refiere a una TH de tamaño determinado y en el ensayo se mantiene H constante).

La Ec. (18-8) deducida teóricamente nos da la variación de η_h para los diferentes regímenes de funcionamiento. Es decir, con esta ecuación se obtiene la curva característica $\eta_h = f(n)$ de una TH de reacción representada en la Fig. 18-2. De la Ec. (18-8) se deduce que el rendimiento hidráulico es 0:

— cuando $n = 0$: T frenada

— cuando $n = n_e$, siendo n_e el valor de n que anula el paréntesis de la Ec. (18-8). Este valor de n_e se denomina velocidad de embalamiento, la cual se estudiará en la Sec. 22.1.

18.3.3. Curvas características de las TH de álabes fijos

18.3.3.1. Curvas características elementales

Con frecuencia interesa sólo saber como varía un parámetro y cuando varía otro cualquiera, x. En este caso se realiza "in situ" o en el banco de pruebas un ensayo elemental, es decir, se mantienen 3 parámetros fijos (o 4 en TK y TD) con lo cual sólo queda una variable independiente x, que se lleva al eje de abscisas; y se traza la característica elemental $y = f(x)$ que interesa. Esta representación tiene la ventaja de la claridad, y el inconveniente de contener información muy limitada.

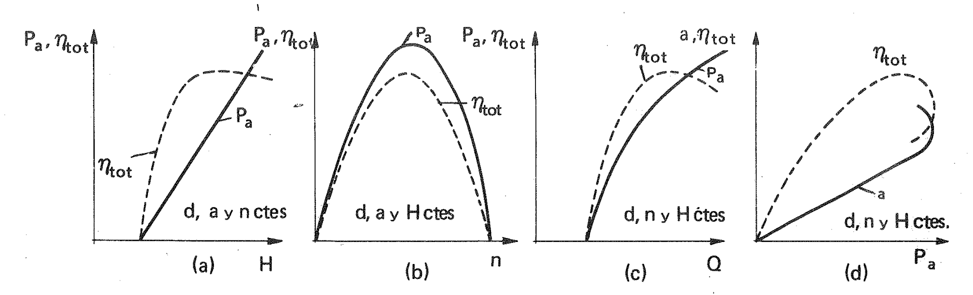


Fig. 18-3.—*Curvas características elementales.*

A título de ejemplo en la Fig. 18-3,a,b,c,d se traza la característica elemental del rendimiento total de una TH en función de H, n, Q o P_a respectivamente. Al pie de la figura se indican las 3 propiedades que permanecen constantes en cada representación. Es evidente que en cualquiera de los cuatro diagramas con el mismo eje de abscisas pueden llevarse dos o más ordenadas, como, a título de ejemplo, se hace en la Fig. 18-3,a en la que se ha representado P_a, y η_{tot} en función de H; así mismo podrían representarse $n = n(H)$, $Q = Q(H)$ etc..., e igualmente en los restantes diagramas.

18.3.3.2. Diagrama universal de curvas características de un tipo de TH

En cualquier plano hidráulico en particular en los cuatro de la Fig. 18-3 se puede trazar un diagrama universal de curvas características de un tipo de TH lo que demuestra la gran variedad posible de este tipo de representaciones.

Consideremos, por ejemplo, la Fig. 18-3,a y en ella la curva $P_a = f(H)$ obtenida experimentalmente manteniendo constantes d, a y n (ensayo elemental). Dando a continuación valores diversos a la apertura del distribuidor a se obtienen otras tantas curvas $P_a = f(H)$, una para cada valor de $a = cte$. El diagrama se completa trazando las curvas $\eta_{tot} = cte$, según se verá en la explicación que sigue de los dos diagramas de curvas características más frecuentemente empleados.

Estos son los trazados en el plano Q–n y P_a–n. Bastará explicar el primero, que a veces se denomina *diagrama principal.* Cualquier otro se trata de manera análoga.

Generalmente terminado el proyecto de una TH se construye un modelo a escala reducida de la T completa, por tanto con distribuidor y tubo de aspiración en las TH de reacción. Dicho modelo se instala en el banco de pruebas (véase Cap. 24), y se experimenta manteniendo constante en todo el ensayo completo, la altura neta H; manteniendo además constante za/d_1 (ó s TP) se realiza un primer *ensayo elemental,* variando n y midiendo Q para cada valor de n.

La curva Q = f (n) para una misma apertura del distribuidor (véase Fig. 18-4): a) en las TP es (aproximadamente) paralela al eje de abscisa, porque la velocidad de salida a la atmósfera y la sección de paso se mantienen constantes; b) en las TH de reacción rápidas tiene pendiente positiva (véase Sec. 12.1.6.1.); c) en las TH de reacción tiene pendiente negativa.

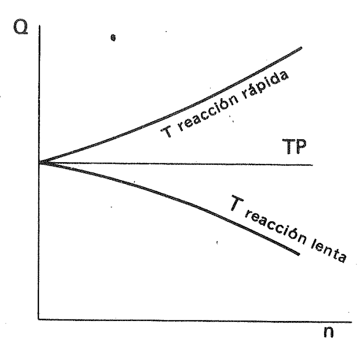


Fig. 18-4.–*Forma diversa de las curvas* Q = f (n).

Al llegar aquí se pueden seguir dos caminos: 1) utilizar como variables las magnitudes mismas de la máquina ensayada; el diagrama obtenido utilizando dichas variables se denomina *diagrama de curvas características particular de una TH;* 2) utilizar como variables las magnitudes reducidas definidas en la Sec. 8.4; el diagrama obtenido utilizando estas últimas variables se denomina *diagrama universal de curvas características de un tipo de TH.*

En las B el primer camino es más frecuente; en las TH el segundo. Utilizar como ordenadas n_{11} y Q_{11} [Ec. (8-26) y (8-32)], equivale a reducir los ensayos realizados en un modelo de diámetro cualquiera a una T "unitaria" geométricamente semejante al modelo, pero de diámetro 1 m y funcionando en condiciones homólogas en salto de 1 m.

El diagrama de curvas características que utiliza variables unitarias o reducidas a la unidad de diámetro y unidad de salto se denomina universal, porque es aplicable dentro de los límites impuestos por la teoría de la semejanza (véase el Cap. 8 y en especial la Sec. 8.1) a todas las series de TH geométricamente semejantes o sea del mismo n_s.

El uso de los parámetros reducidos, además de la ventaja principal de la validez del diagrama para todas las TH geométricamente semejantes, tiene la ventaja de corregir automáticamente las pequeñas variaciones de H, que son muy difíciles de evitar en el ensayo.

En la Fig. 18-5 se ha trazado el ensayo elemental de una TF realizado con un modelo de diámetro d_m = 450 mm, correspondiente a una apertura del distribuidor del modelo a_m = 22 mm.

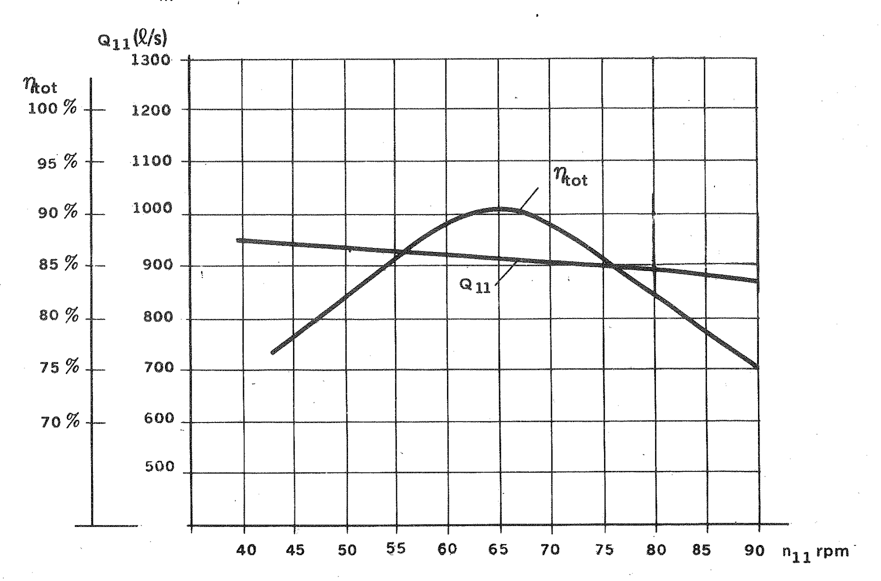


Fig. 18-5.– *Ensayo elemental de una TF* correspondiente a una apertura del distribuidor de la T modelo, a_m = 22 mm.

En el ensayo elemental es suficiente trazar las dos curvas $\eta_{tot} = \eta_{tot}\ (n_{11})$ y $Q_{11} = Q_{11}\ (n_{11})$, como se ha hecho en la Fig. 18-5. A continuación se marcan en la curva de Q_{11} los valores de esta variable correspondientes a valores enteros arbitrarios de η_{tot} que se estimen más convenientes, por ejemplo, a partir de η_{tot} en intervalos de 2%, a saber 76, 78, 80%, etc. ... A continuación se hacen ensayos elementales para otras aperturas del distribuidor, por ejemplo a_m = 14, 19, 26, 30, 34 mm, marcando en cada curva Q_{11} los mismos valores anteriores de η_{tot}. Llevando finalmente todas las curvas Q_{11} obtenidas en cada uno de los ensayos elementales a unos mismos ejes (n_{11}, Q_{11}) se obtiene el diagrama *universal principal* de la Fig. 18-6, en el cual se unen los puntos de igual rendimiento por isolíneas η_{tot} = cte.

Onservaciones

1) En el diagrama se debe siempre indicar el diámetro del modelo, aún en el caso en que el rendimiento se haya recalculado para d = 1m, H = 1m según alguna de las fórmulas aducidas en la Sec. 8.11.

2) Las curvas η_{tot} = cte. son las más importantes, de manera que a veces para hacer más diáfano el diagrama se omiten las líneas a_m = cte.

3) El diagrama de curvas características se denomina también de *curvas en concha, o colina de rendimientos.* En efecto para H = cte y d = cte:

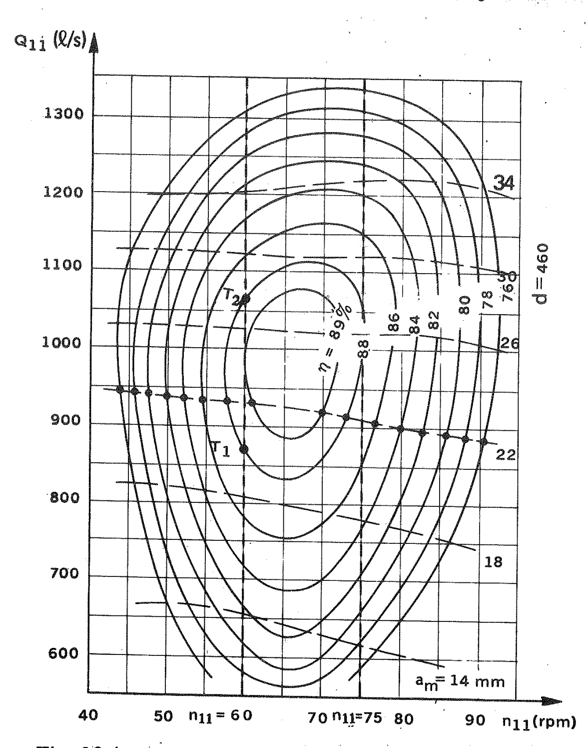


Fig. 18-6.– *Diagrama universal principal* de una TF obtenida en el ensayo de un modelo con diámetro $d_m = 460$ mm.

$$\eta_{tot} = \eta_{tot}\,(n_{11}, Q_{11})$$

que es la ecuación de una superficie. En un diagrama tridimensional utilizado raras veces, como hemos dicho, el valor de η_{tot} correspondiente a cada par de valores de n_{11}, Q_{11} se llevaría a un tercer eje; cortando ahora la superficie, (*colina de rendimientos)* resultante por planos paralelos al plano n_{11} Q_{11}, de ecuaciones $\eta_{tot} = 0{,}76$; $\eta_{tot} = 0{,}78$, etc. ..., y proyectando ortogonalmente las curvas obtenidas por la intersección de estos planos con la superficie de rendimientos se obtienen las curvas de rendimiento constante que según lo expuesto, no son más que las curvas de nivel de la colina de rendimientos.

4) Una T estará bien adaptada a un salto siempre que en el diagrama universal de curvas características el n_{11} del funcionamiento normal de la T corresponda (o esté próximo) al pico de la colina de rendimientos.

4) Las curvas características de una T manifiestan si la T es o no adaptable a unas condiciones de servicio determinadas. Así por ejemplo, la T cuyas curvas características son las de la Fig. 18-7 se adapta muy bien a una central de agua fluyente. En efecto, en dichas centrales sucede que al aumentar el caudal disminuye

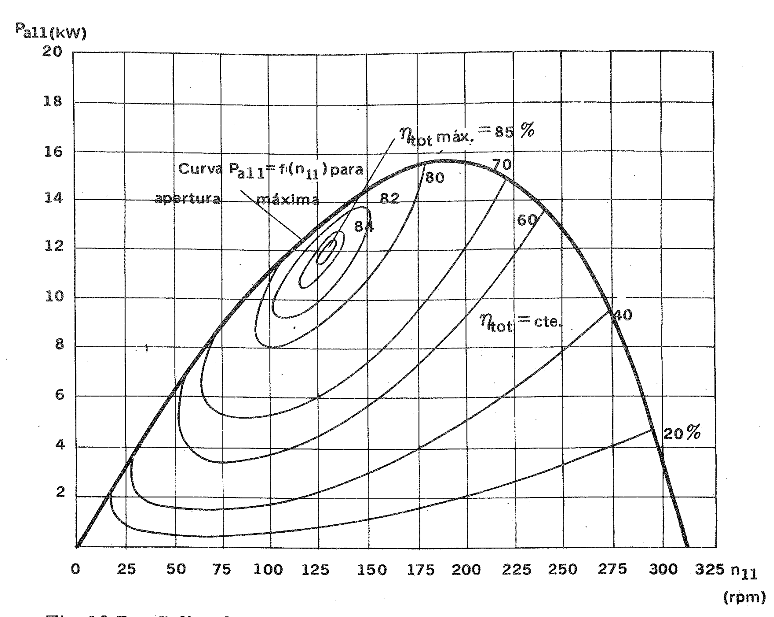


Fig. 18-7.– Colina de rendimiento de una T hélice apta para una central de agua fluyente.

el salto y el n_{11} aumenta [Véase: Ec. (8-26)]. En este caso disminuye el rendimiento, pero en virtud de la forma de las curvas características aumenta la potencia: lo segundo constituye una evidente ventaja; mientras que lo primero no es inconveniente porque en caso de crecida el agua que no aprovechan las T no puede embalsarse en este tipo de centrales.

6) Frecuentemente en el diagrama de las T lo mismo que en el de las B se trazan también las curvas σ = cte. (donde σ – coeficiente de cavitación, o bien las curvas de H_s (altura de aspiración) máxima admisible o en las B NPSH (véase la Sec. 23.4). Como estas curvas serán estudiadas en otro lugar, no nos ocuparemos de ellas en el presente capítulo (véase la Fig. 23-8).

7) En la Fig. 18-8, a puede verse el diagrama $Q_{11} - n_{11}$ de una TP y en la Fig. 18-8, b el de una TF. De la comparación de los diagramas de ambos tipos de T se deduce (teniendo en cuenta que al aumentar H disminuye n_{11} y viceversa) que las TP son mucho más sensibles a los cambios de H que las TF, en cuanto que estos cambios repercuten más intensamente en el rendimiento de aquellas que en el de éstas. En contraposición a la Fig. 18-8, a en la TH cuya colina tiene la forma de la Fig. 18-9, c, o con cresta paralela al eje de las abcisas, el rendimiento es afectado por la variación de caudal. La Fig. 18-9, d con una cresta plana correspondería a una TH cuyo rendimiento sería elevado para cargas y saltos variables.

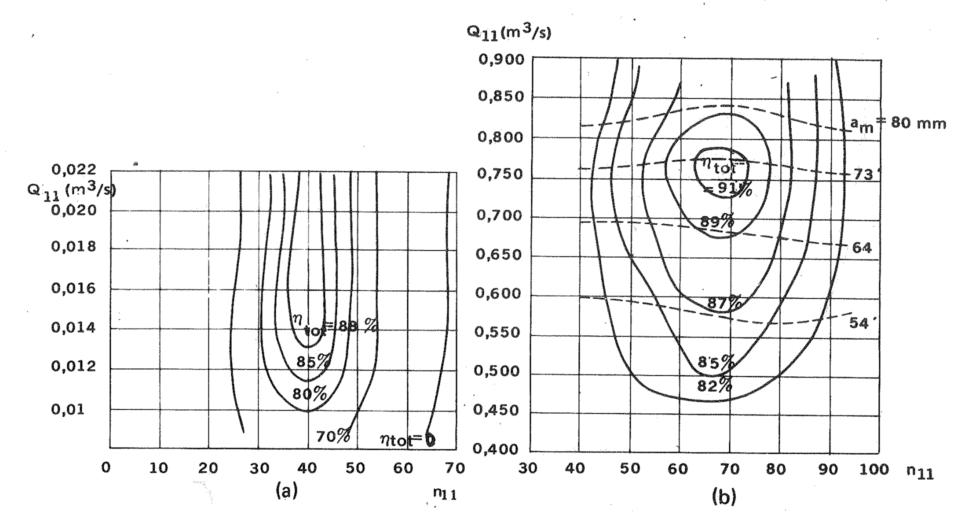


Fig. 18-8.– Curvas de rendimiento típicas obtenidas con ensayos de modelos: a) TP; b) TF (las isolíneas de puntos corresponden a la misma apertura del distribuidor).

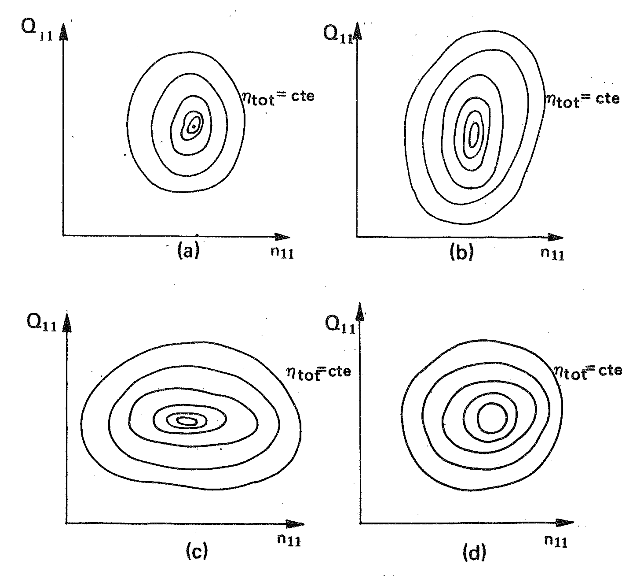


Fig. 18-9.– Tipos diversos de colinas de rendimiento: a) T cuyo rendimiento se mantiene máximo para una H y Q bien determinado; b) T cuyo rendimiento más favorable es afectado poco por la variación de Q y mucho por la variación de H; c) T cuyo rendimiento más vaforable es afectado poco por la variación de H y mucho por la variación de Q; d) T cuyo rendimiento máximo no es afectado mucho ni por la variación de Q ni por la variación de H (obsérvese que $n_{11} = nd/\sqrt{H}$).

18.3.3.3. Curvas características particulares de una TH: diagramas de explotación.

Digamos en primer lugar que es posible obtener un diagrama de curvas características como el diagrama universal expuesto en la sección precedente para una T particular de un tamaño determinado. Este se obtiene bien experimentalmente si la T es de poca potencia, bien mediante el ensayo de una T modelo y una transposición de rendimientos (véase Sec. 8.11). Por lo demás se procede como en la sección anterior pero se utilizan como variables Q, n, etc. ... en vez de Q_{11}, n_{11}, etc.

Sin embargo en la explotación de una TH se trata de saber el comportamiento de dicha T de diámetro bien determinado (d = cte.), en la cual el número de revoluciones (síncrono) se mantiene por medio de la regulación rigurosamente constante (n = cte).

No interesa, pues, al explotador un diagrama universal en coordenadas unitarias, ni con n variable. Por el contrario en la explotación la altura varía. Dos son los diagramas de explotación más interesantes:

1) *Diagrama altura neta–potencia.*– Este diagrama contiene las curvas $\eta_{tot} = f(P_a, H)$ para valores constantes de d y n. Así, por ejemplo, el de la Fig. 18-10 corresponde a una TF de d_1 = 6,3 m y n = 88,3 rpm. En él se lee fácilmente, para la altura de salto de que se dispone en un tiempo determinado en la central y la potencia o carga demandada a la T, el rendimiento que puede alcanzarse. El diagrama contiene además dos curvas límites dibujadas con trazo grueso en la figura.

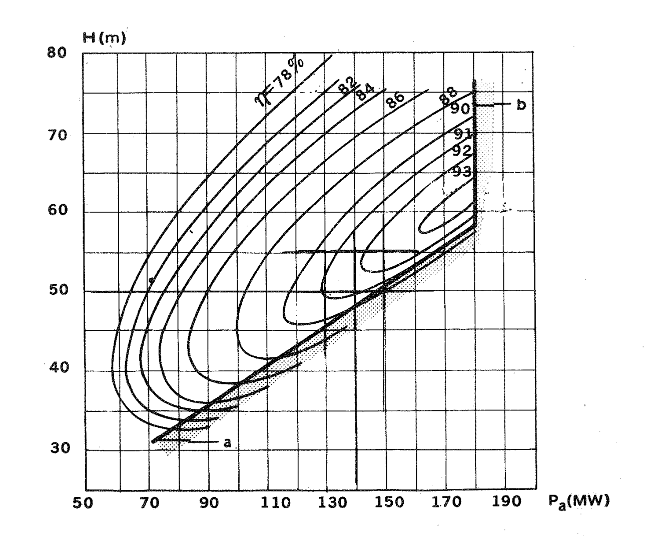


Fig. 18-10.– *Diagrama de explotación H = f(P$_a$) de una TF de 6,3 m de diámetro, que gira a 88,3 rpm.*

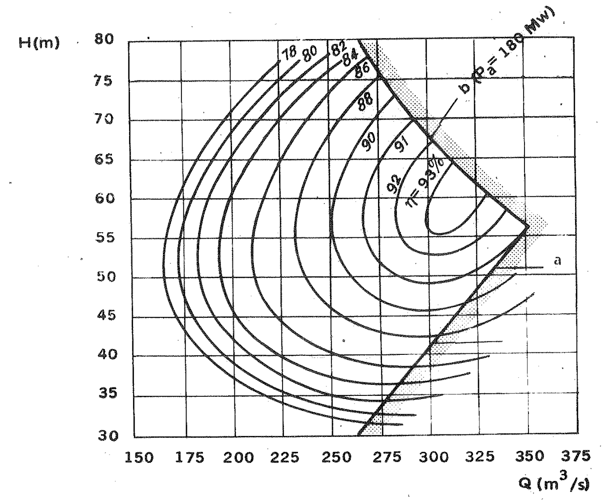


Fig. 18-11.– Diagrama de explotación H = f(Q) para la misma TF de la Fig. 18-10.

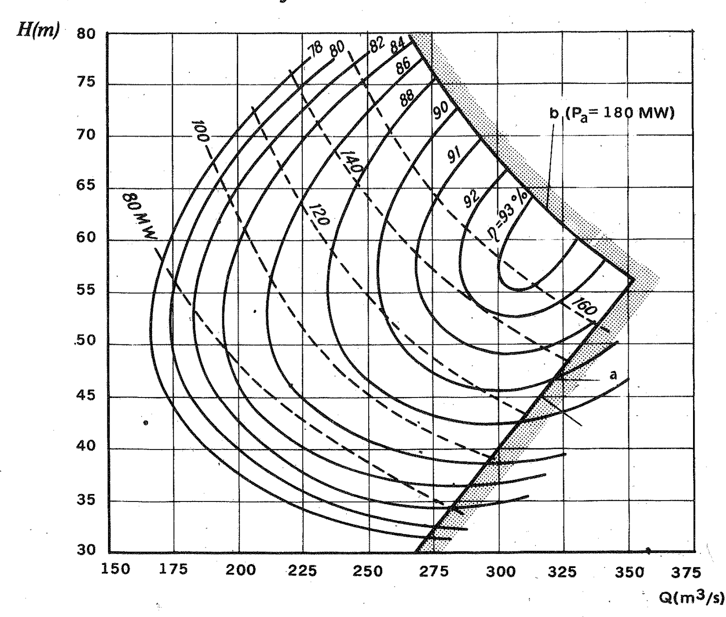


Fig. 18-12.– *Diagrama de explotación* H = f(Q) para la misma TF de las Figs. 18-10 y 18-11 con las isolíneas P_a = cte.

La línea a indica la $P_{a\ máx.}$ que puede desarrollar la T según la H de que se dispone. Así, por ejemplo, cuando el salto H = 45 m, la $P_{a\ máx.}$ que puede desarrollar la T es aproximadamente 130 MW. La región del plano en el cual puede funcionar la T se denomina su *campo característico*. La curva a es, pues, una curva límite del campo característico. La línea b representa la $P_{a\ máx.}$ que debe ser suministrada al alternador para no sobrecargarlo, que en nuestro caso es 180 MW; aunque la T en sí puede desarrollar mayor potencia.

2) *Diagrama altura neta-caudal.*–Se representa en la Fig. 18-11 para la misma T. La curvas límites a y b tienen el mismo significado que en la Fig. 18-10. Es claro que un diagrama como el de la Fig. 18-10 punto a punto puede obtenerse del diagrama universal respectivo, como el de la Fig. 18-6, realizando un cambio de coordenadas, procedimiento análogo al empleado en Termodinámica (paso de un plano termodinámico a otro), que se explicará más adelante. (Sec. 18.3.3.4).

Los diagramas de las Figs. 18-10 y 18-11 pueden fundirse en uno solo, que contiene simultáneamente la información de los dos diagramas anteriores. Para ello bastaría trazar en la Fig. 18-11 las isolíneas P_a = cte, como se ha hecho en la Fig. 18-12; las curvas límites a y b tienen un significado análogo al de las curvas a y b en la Fig. 18-10 (o, bien utilizando las coordenadas H, P_a trazar en la Fig. 18-10 las isolíneas Q = cte).

18.3.3.4. Cambio de plano hidráulico

Una vez obtenido el diagrama principal universal de la Fig. 18-6 mediante el ensayo de un modelo en el banco de pruebas, es fácil obtener a partir de él cualquier característica elemental, en particular las dos características de explotación estudiadas en la Sec. 18.3.3.3, y pasar de un plano hidráulico a otro.

En la explotación generalmente n = cte y d = cte (diámetro particular de la T en explotación). Por eso los planos hidráulicos preferidos son además del P_a–H (Figs. 18-3, a y 18-10) y Q–H (Fig. 18-11), los planos P_a (ó η_{tot} ó a) – Q (Fig. 18-3, c) y el η_{tot} (ó a) – P_a (Fig. 18-3-, d).

Así, por ejemplo, comparando la Fig. 18-3 con la 18-6 es fácil comprobar que cualquier característica:

– en función de H, para d, a y n constantes (Fig. 18-3, a); o en función de n, para d, a y H constantes (Fig. 18-3,b) se obtiene fácilmente de la característica principal universal siguiendo una curva a = cte.

– en función de Q ó a, para d, n y H constantes, (Fig. 18-3,c,d) se obtiene la intersección de la misma característica con la vertical n_{11} correspondiente a la T en explotación. Las características particulares de P_a, η_{tot} y a en función de Q (véase la Fig. 18-3,c), tiene especial importancia.

Veamos, a título de ejemplo, cómo se procede tabularmente para obtener una característica como la de la Fig. 18-3, c a partir del diagrama universal de la Fig. 18-6.

La T geométricamente semejante al modelo ensayado, cuyas curvas características universales se representan en la Fig. 18-6, tiene los datos siguientes:

$$d = 1150 \text{ mm.}$$
$$n = 500 \text{ rpm.}$$

y debe funcionar en un salto de 78,25 m.

Se procede ordenadamente de la manera siguiente:

1) Se calcula
$$n_{11} = \frac{n\,d}{\sqrt{H}} = \frac{500 \cdot 1{,}15}{\sqrt{78{,}25}} = 65{,}00$$

Todos los puntos de funcionamiento posibles de nuestra T se encuentran en la paralela al eje de ordenadas de ecuación $n_{11} = 65{,}00$; porque la T, si no varía H funciona siempre con n_{11} = cte (obsérvese, sin embargo, lo que se dice más adelante sobre la variación de n_{11} y Q_{11} con el rendimiento).

2) Para un número de puntos conveniente (8 ó 10) de dicha paralela se leen los valores $\eta_{tot.m}$, $Q_{11.m}$ y a_m de la T modelo y se rellena la mitad izquierda de la tabla siguiente:

TABLA 18-1

Obtención de las características particulares de una T (Fig. 18-3,c) a partir del diagrama universal (Fig. 18-6)

Punto	Valores de la T modelo leídos en la Fig. 18-6			Valores calculados de la T natural geométricamente semejantes cuyos datos son: d = 1150 mm; n = 500 rpm; H = 78,25 m			
	$\eta_{tot.m}$	$Q_{11.m}$ (ℓ/s)	a_m	η_{tot}	Q (ℓ/s)	a	P_a (kW)
1	0,82	625	13,6	0,82	7311,7	34,0	4602
2	0,84	680	15,5	0,84	7955,1	38,7	5130
3	0,86	753	17	0,86	8809,1	42,5	5815
4	0,88	830	19	0,88	9709,9	47,5	6559
5	0,89	880	20,5	0,89	10294,9	51,3	7033
6	0,89	1075	28	0,89	12576,1	70,0	8592
7	0,88	1110	29,4	0,88	12985,6	73,5	8772
8	0,86	1152	31,5	0,86	13476,9	78,8	8897
9	0,84	1200	33,6	0,84	14038,4	84,0	9052
10	0,82	1230	35	0,82	14389,4	87,5	9057

A continuación se hacen los cálculos necesarios para rellenar la mitad derecha de la tabla:

3) Se calculan los rendimientos η_{tot} de la T natural a partir del $\eta_{tot.m}$ del modelo (sólo si la Escala $E \geqslant 3$; si $E < 3$ puede hacerse $\eta_{tot} = \eta_{tot.m}$) por una de las fórmulas de paso aducidas en la Sec. 8.11. Si se recalcula sólo el η_h las pérdidas mecánicas pueden estimarse en un 1–1,5 %.

4) Se calculan los caudales Q de la T natural por la fórmula:

$$Q = d^2 \sqrt{H}\, Q_{11}$$

Si se tiene en cuenta la variación del rendimiento n_{11} no es cte y Q no se calcula por la fórmula $Q = Q_{11}\, d^2 \sqrt{H_n}$. En efecto (véase la Sec. 8.4.2):

$$n_{11} = \frac{d}{\sqrt{H}} \sqrt{\frac{\eta_{h \cdot m}}{\eta_{h \cdot p}}} \; ; \qquad Q_{11} = \frac{Q}{d^2 \sqrt{H}} \sqrt{\frac{\eta_{h \cdot m}}{\eta_{h \cdot p}}}$$

En la práctica en la mayoría de los casos no se tiene en cuenta la variación de η_{tot} excepto en el cálculo de P_a, como se indica a continuación.

5) Se calculan las potencias P_a de la T natural por la fórmula:

$$P_a = \rho\, g\, Q\, H\, \eta_{tot}$$

(donde η_{tot} son los valores recalculados según lo indicado en el apartado 2).

6) Se calculan las aperturas del distribuidor:

$$a = a_m \frac{d}{d_m}$$

Si se utiliza en vez de a, el parámetro $\frac{a\,z}{d}$ se tendrá:

$$a = a_m \frac{d}{d_m} \cdot \frac{z_m}{z}$$

(en las T geométricamente semejantes se rompe a veces la estricta semejanza geométrica dotando de mayor número de álabes a la T mayor).

La Fig. 18-11 puede obtenerse de manera análoga a partir del diagrama univer- correspondiente.

Las curvas de explotación de la Fig. 18-13, se obtienen utilizando las mismas fórmulas de paso a partir del diagrama universal de la Fig. 18-6. En este diagrama se lee inmediatamente el rendimiento que se puede esperar de la T en explotación, según la altura de salto de que se dispone en un momento determinado, y según la carga que se precisa.

18.3.4. Diagrama universal de curvas características y características particulares de las TH de álabes orientables (TK y TD).

En las TK Y TD no rigen las Ecs.(18-1) *sino las* (18-3), es decir, hay 5 en vez de 4 variables independientes. En estas T existen dos órganos reguladores del caudal: los álabes del distribuidor, cuya posición está caracterizada por el parámetro a (ó az/d); y los álabes del rodete, cuya posición está caracterizada por el ángulo φ (Para la

Fig. 18-13.– *Diagrama de explotación de una TF, geométricamente semejante a aquella cuyo ensayo se representa en el diagrama universal de la Fig. 18-6.* Este diagrama de explotación pertenece a una TF, cuyo diámetro es 2 m, que gira a 300 rpm y cuya altura neta puede variar de 64 a 100 ($n_{11} = nd/\sqrt{H}$ oscila, pues, entre 75 y 60, véanse líneas verticales de puntos en la Fig. 18-6). La escala de Q se deduce de $Q_{11} = Q/d^2\sqrt{H}$. $P_a = Q\rho gH \cdot 10^{-3}$ kW. Haciendo variar H en el intervalo $64 \leqslant H \leqslant 100$, es fácil obtener de la Fig. 18-6 con ayuda de las fórmulas mencionadas Q, P_a y η_{tot}, con los que se obtiene esta figura.

carga nominal o de diseño que puede no coincidir exactamente con la de $\eta_{máx.}$ puede hacerse $\varphi = 0$). De aquí que en estas T es posible, a diferencia de las TF y TP, que la T funcione en un mismo punto del campo característico con rendimientos distintos. Obviamente se trata de conseguir que la T funcione en cada punto con el óptimo rendimiento posible. En lugar de una sola colina de rendimientos como en las TF y TP, en una TK (1) se pueden trazar dos series distintas de colinas, de rendimientos: *1.ª serie:* fijando el rodete a un ángulo φ' se traza una colina regulando

(1) Por brevedad de ahora en adelante nos referiremos a las TK bien entendido que todo lo que se diga es también análogamente aplicable a las TD.

solo con el distribuidor no con el rodete (T hélice con distribuidor orientable); así mismo para ángulos distintos φ'', φ''', etc. ... se obtienen otras tantas colinas; *2.ª serie:* fijando el distribuidor a una apertura a' se traza una colina regulando el caudal solo con el rodete no con el distribuidor (TK con distribuidor fijo); así mismo, para aperturas distintas a'', a''', etc., se obtienen otras tantas colinas. Además de esta doble serie de colinas, hay una *colina singular,* cuyos rendimientos son los óptimos que se pueden alcanzar en el punto correspondiente del campo característico. En adelante nos referiremos a esta colina como la *colina de rendimientos de la TK,* o simplemente *colina de la TK.*

Trazado de las curvas características universales de la TK (colina de la TK).

1ᵉʳ. procedimiento.

Se explica en conexión con la Fig. 18-14.

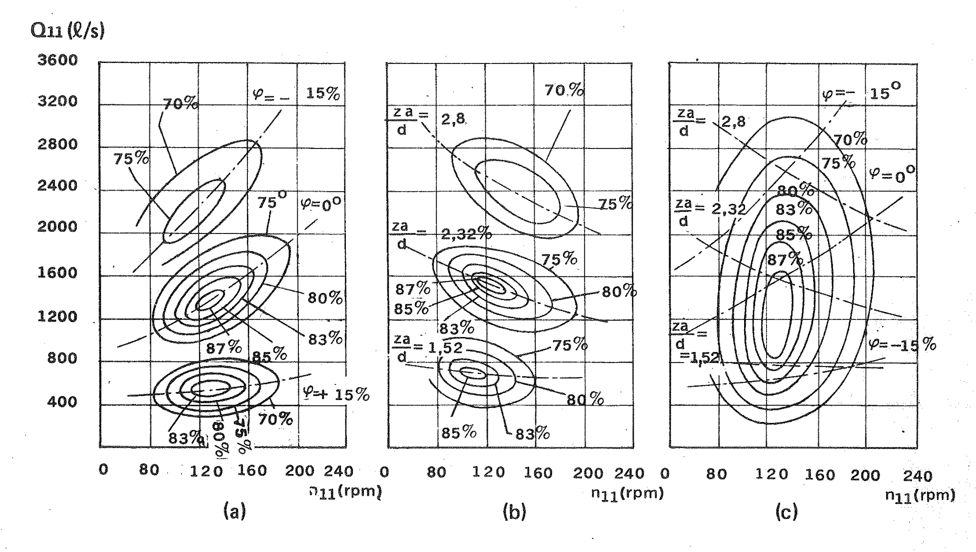


Fig. 18-14.– Trazado de la *colina de una TK.*

1) Se traza un número conveniente de colinas (6 colinas por ejemplo) de la primera serie (cada colina para un valor de $\frac{za}{d}$ = cte). El caudal se regula variando el ángulo φ de los álabes del rodete. En la Fig. 18-14,b, pueden verse, a título de ejemplo, tres de estas colinas.

2) Se traza un número conveniente de colinas (6 por ejemplo) de la 2.ª serie (cada colina para un valor de φ = cte). El caudal se regula variando la apertura del distribuidor. En la Fig. 18-14, a pueden verse, a título de ejemplo, tres de estas colinas.

3) Se llevan las dos series de colinas obtenidas experimentalmente con el ensayo de un modelo de TK a un mismo plano.

4) Se trazan las líneas del rendimiento máximo que puede alcanzarse con una combinación adecuada de la apertura del distribuidor y del ángulo de las paletas del rodete, lo cual obviamente se consigue trazando las envolventes de las isolíneas de rendimiento de las diversas colinas, ya que cualquier punto que quede en el interior de una de estas curvas podrá obtenerse con mejor rendimiento (por ese punto pasará una curva de nivel de la colina de la TK de rendimiento más elevado) (Fig. 18-14,c)

5) Se trazan las líneas de trazo y punto de pendiente negativa de $a = \text{cte}$, y las líneas de puntos de pendiente positiva de $\varphi = \text{cte}$, que completan el diagrama de la Fig. 18-14,c; ambas familias de líneas de puntos pasan por los puntos de contacto de cada una de las envolventes.

El significado de la colina de la TK de la Fig. 18-14, c es, según la explicación que precede, el siguiente: cada punto del campo característico puede realizarse con el $\eta_{tot.máx}$ correspondiente a la isolínea de $\eta_{tot} = \text{cte}$ que pasa por dicho punto, con la condición de que la apertura del distribuidor y el ángulo de los álabes del rodete sean los correspondientes a las líneas de puntos $a = \text{cte}$. $\varphi = \text{cte}$. que pasan por dicho punto. Es posible realizar el mismo punto del campo característico (o sea el mismo n_{11}, Q_{11}) con otro par de valores de a, φ pero el rendimiento total de la T sería menor.

2.° procedimiento

El segundo procedimiento (Figs. 18-15 a 18-17) es más sencillo que el primero (el trazado de las colinas de una de las dos series queda eliminado) y más preciso, por lo cual se recomienda su utilización con preferencia al primero:

1) Como en el primer procedimiento, apartado 1. En la Fig. 18-15, a título de ejemplo, se han trazado 5 colinas, obtenidas en la experimentación de un modelo, que se han desplazado a lo largo del eje vertical para evitar su superposición y confusión. También podrían trazarse colinas de la 2.ª serie (cada colina para un valor de la apertura del distribuidor $a = \text{cte}$. pero se prefiere el trazado de las colinas de la 1.ª serie porque es más fácil variar a que φ. En todo caso no se requiere más que el trazado de colinas de una serie (no de las dos, como en el procedimiento anterior). En la Fig. 18-15 se comprueba que al aumentar φ aumenta Q_{11} mientras que el valor óptimo de n_{11} varía poco, disminuyendo para ángulos φ elevados.

2) Se establece la condición de realizar cada punto del plano Q_{11} n_{11} con el óptimo rendimiento, obteniéndose así la colina de rendimientos de la TK (en lugar de esta condición podría establecerse cualquier otra, y la colina resultante sería distinta).

3) Se escoge un valor determinado de n_{11}, se traza la vertical $n_{11} = \text{cte}$, y se leen en las diferentes colinas (caracterizadas por valores distintos de φ) y en la in-

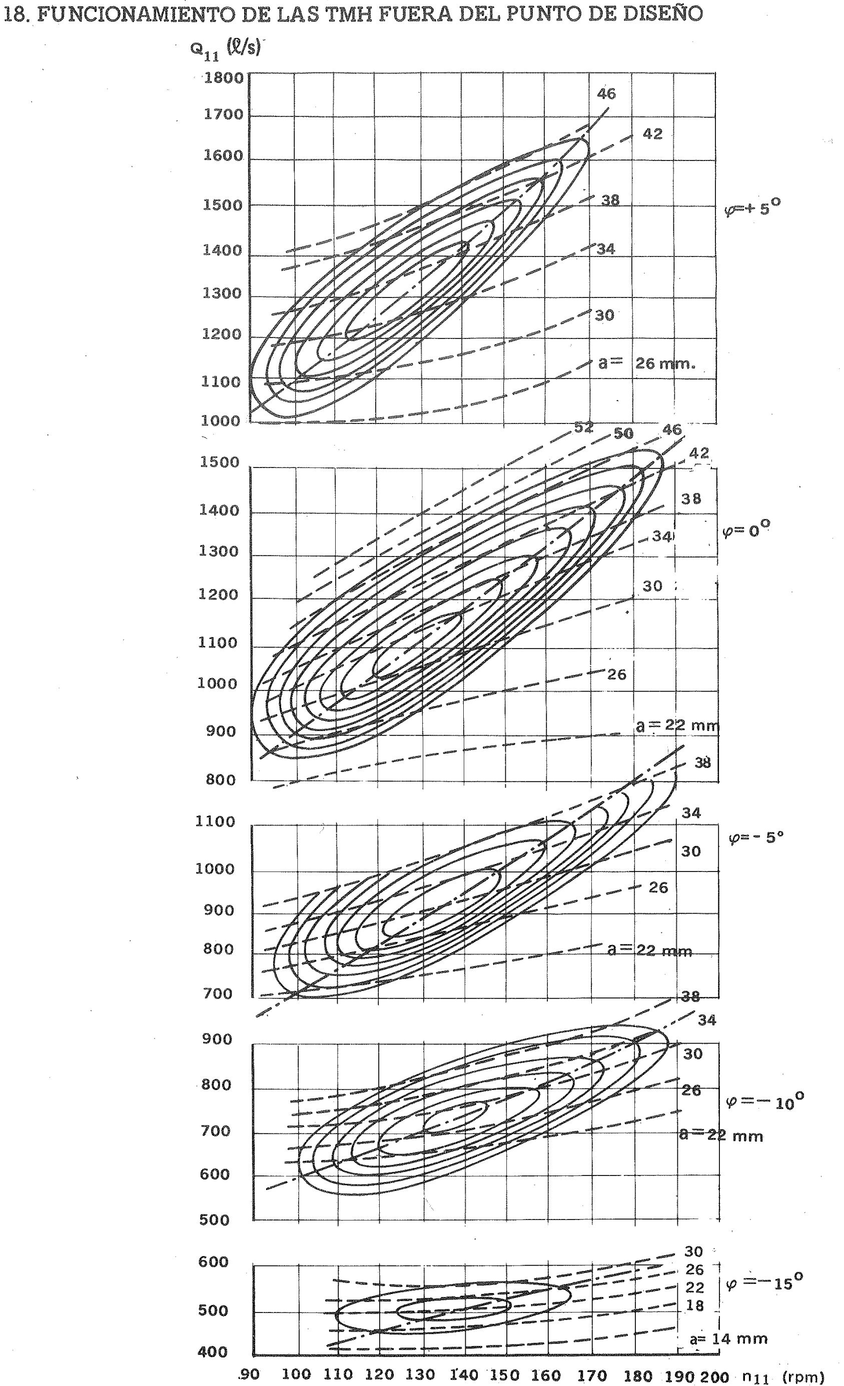


Fig. 18-15.– Colinas de rendimientos de una TK obtenidas con 5 valores del ángulo φ de posición de los álabes del rodete.

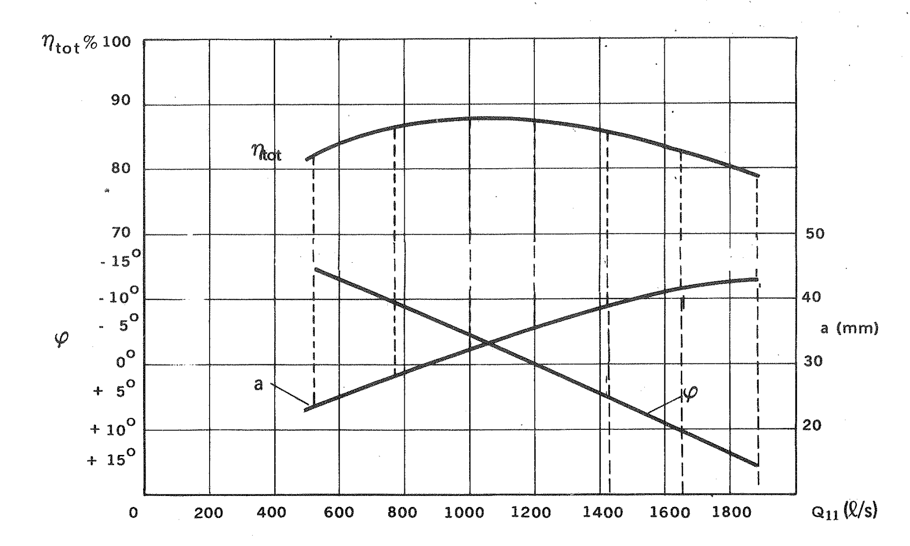


Fig. 18-16.– Curvas de η_{tot}, φ y a para un mismo valor de η_{11} obtenidas a partir de la Fig. 18-14.

tersección de la vertical n_{11} = cte con cuantos valores se deseen de Q_{11} los valores máximos alcanzables del rendimiento η_{tot}, en cada caso, anotándose también el valor de φ de la colina respectiva y el valor de a con el que se obtiene dicho rendimiento.

De esta manera se obtienen para cada valor de n_{11} tres curvas: $\eta_{tot} = \eta_{tot}(Q_{11})$, $a = a(Q_{11})$ y $\varphi = \varphi(Q_{11})$. La Fig. 18-16 corresponde a un valor determinado de n_{11}. A continuación se toma otro valor de n_{11} y se trazan otras tres curvas análogas a las de la Fig. 18-16. En las curvas $a = a(Q_{11})$ y $\varphi = \varphi(Q_{11})$, a y φ son los valores de la apertura del distribuidor con el cual se obtiene el rendimiento más favorable y en la curva $\eta_{tot} = \eta_{tot}(Q_{11})$, η_{tot} es dicho rendimiento más favorable obtenible en cada punto.

4) Ahora pueden ya trazarse las curvas características universales de la TK (Fig. 18-17). Para ello en cada punto del plano $Q_{11} - n_{11}$ se anotan los 3 valores de η_{tot}, φ y a (para ello se dispondrá de 6 u 8 figuras como la Fig. 18-16, que como se ha advertido corresponde a un solo valor de n_{11}), el diagrama de la TK se obtiene fácilmente.

– trazando las isolíneas de igual rendimiento, para lo cual se unen los puntos de igual rendimiento (interpolando).

– trazando las isolíneas φ = cte. (valores del ángulo del rodete con los que se obtienen los rendimientos máximos, es decir, los más favorables en cada caso).

–trazando las isolíneas a = cte. (valores de la apertura del distribuidor con los que se obtienen en combinación con los respectivos valores de φ los rendimientos máximos).

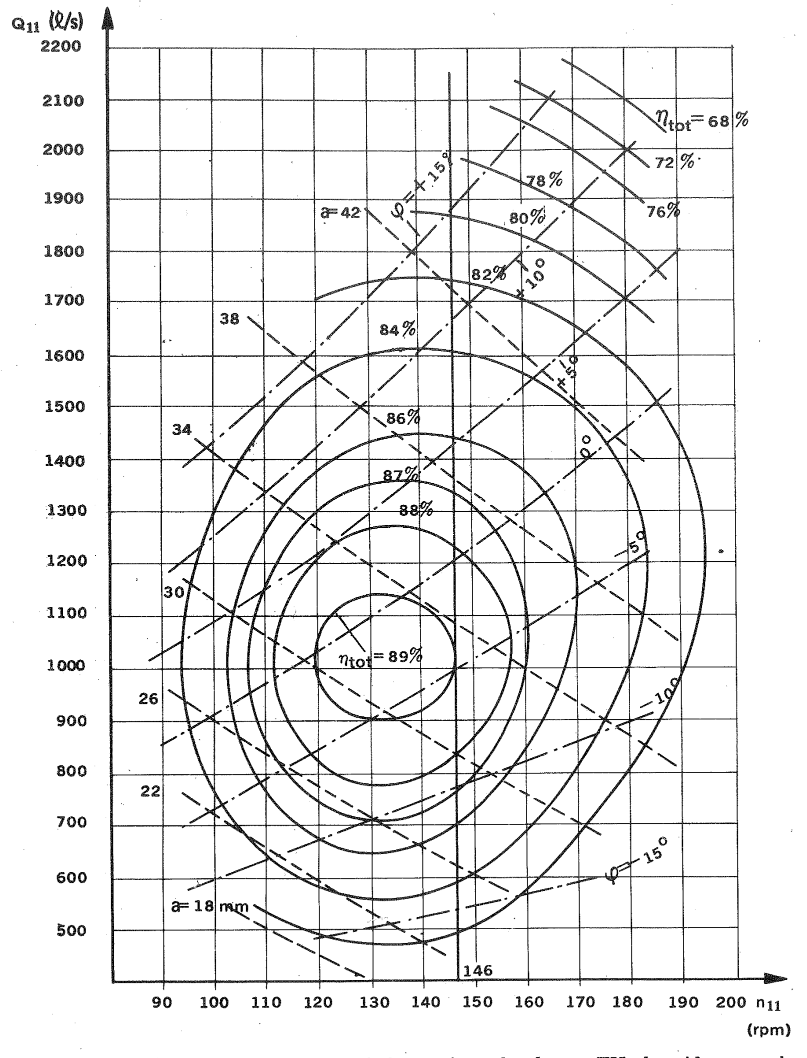


Fig. 18-17.– *Curvas características universales de una TK* obtenidas a partir de las Figs. 18-15 y 18-16.

Trazado de las curvas características particulares de una TK

Un diagrama universal, como el de la Fig. 18-17, es aplicable a toda la serie de TK geométricamente semejante a la T modelo ensayada. De él puede deducirse el

diagrama particular de una TK concreta de la serie, y cualquier curva elemental de explotación de la misma. La TK en explotación, que tiene la misma geometría que la TK ensayada, se caracteriza por un n, d y H determinados. Estos tres valores determinan el valor de n_{11} de dicha TK, siempre que H se mantenga constante ya que $n_{11} = \frac{n\,d}{\sqrt{H}}$ · Las características particulares de nuestra T se determinan meramente por la vertical que pasa por dicho valor de n_{11}. Esta recta nos da los valores máximos del rendimiento que es posible alcanzar para los diferentes caudales, y los pares de valores a y φ que es preciso adoptar para conseguir dichos rendimientos.

18.3.5. Cálculo hidráulico de la leva de regulación de una TK por medio de sus curvas características.

Un caso concreto de gran interés es la utilización de la característica universal para el cálculo hidráulico del perfil de la leva de regulación de una TK (véase La Fig. 19-29). Para ello en el diagrama universal (Fig. 18-17) en la paralela al eje Q_{11} de ecuación n_{11} = cte (la constante se determina con los datos de la T en explotación, como acabamos de decir) se leen para cada valor de Q_{11} los valores correspondientes de a y φ, y se trazan las dos curvas, $a = a\,(Q_{11})$ y $\varphi = \varphi\,(Q_{11})$, como se indica en la Fig. 18-18. A continuación escogiendo valores escalonados de

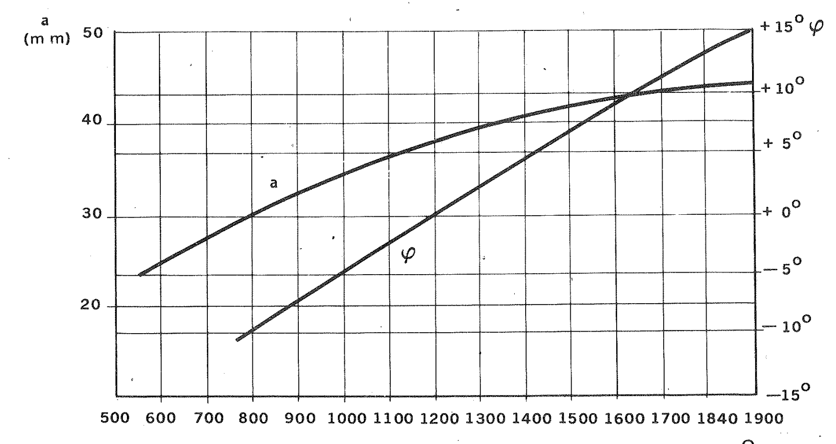


Fig. 18-18.–Obtención de las curvas $a = \varphi\,(Q_{11})$ y $\varphi = \varphi\,(Q_{11})$ a partir de la Fig. 18-17 para $n_{11} = 146$.

a, que se llevan en la Fig. 18-19 como abscisas, se leen en la Fig. 18-18 los valores correspondientes de φ, obteniéndose finalmente la curva $\varphi = \varphi$ (a). El significado de esta curva es el siguiente: para cada apertura del distribuidor a la posición de los álabes del rodete ha de ser la indicada por la curva de la Fig. 18-19, si la T ha de funcionar con óptimo rendimiento: esta curva determina pues el perfil de la leva de regulación.

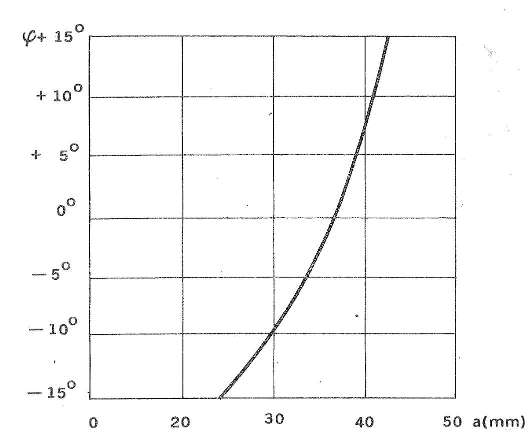


Fig. 18-19.– Curva para el cálculo de la *leva de regulación de una TK:* orientación de los álabes móviles de de un rodete de TK en función de la apertura del distribuidor.

Si H no permanece constante, lo que sucede frecuentemente en los saltos de pequeña altura, la TK funcionará en un intervalo de valores de n_{11}. Este intervalo puede dividirse en un cierto número de partes y obtener por el mismo procedimiento explicado una leva distinta para cada valor de n_{11}. Modernamente, en lugar de utilizar varias levas se emplea una sola leva con perfil de doble curvatura; de manera que con una sola leva se hace frente tanto a las variaciones de Q_{11} como a las variaciones de salto existente. (véase la Pág. 1072).

18.3.6. Curva característica global de varias TH que trabajan en paralelo.

En la Fig. 18-20 la curva 1 es la característica elemental $\eta_{tot} = \eta_{tot}\,(P_a)$ (véase la Fig. 18-3, d) de una TH. Para fijar ideas supondremos que en una central hidroeléctrica hay instaladas 3 T iguales, que tienen por tanto la misma característica de la Fig. 18-20. Supondremos también que, según la carga, se ponen en marcha 1, 2 ó 3 simultáneamente, y que finalmente en los dos últimos casos la carga se re-

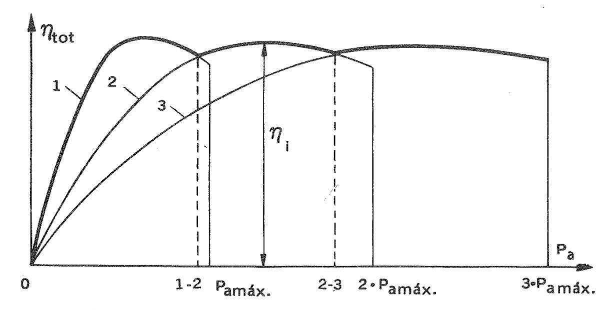


Fig. 18-20.– *Característica global* de 3 TH trabajando en paralelo.

parte por igual entre todas las T (se puede demostrar que el reparto óptimo de cargas entre TH iguales consiste en un reparto por igual de toda la carga). Siendo las tres iguales es fácil hallar la característica global de 2 T (curva 2) y la de 3 T (curva 3); bastando sumar para cada ordenada 2 veces la abscisa en el primer caso

y 3 en el segundo. Comparemos las tres características y supongamos que inicialmente funciona una sola T, porque $P_a < P_{a\,máx}$.: a) si la carga aumenta por encima del punto 1-2; aunque en el intervalo de 1-2 a $P_{a\,máx}$. solo una sola T podría hacer frente a toda la carga, convendrá poner en marcha 2 T, porque la característica 2 presenta mejor rendimiento: luego 1-2 debe ser el punto de transición de 1 a 2 T; b) si sigue aumentando la carga, aunque en el intervalo de 2-3 a 2 $P_{a\,máx}$ 2 T podrían hacer frente a toda la carga, convendría poner en marcha 3 T, porque la característica 3 presenta mejor rendimiento; luego 2-3 es el punto óptimo de transición de 2 a 3 T.

18.4. Curvas características de las B

18.4.1. Introducción.

Según lo dicho en la Sec. 18-2 en cada tipo de B determinado por una cierta geometría (o un cierto valor de n_s) generalmente hay solo 3 variables independientes. En las B el caudal se regula frecuentemente mediante la válvula de impulsión, órgano en cierto sentido análogo al distribuidor de una TH; pero *la válvula de impulsión no forma parte de la B; mientras que el distribuidor forma parte de la TH.* En las B axiales con álabes orientables, y en las B/T reversibles Dériaz existe una cuarta variable independiente, a saber el ángulo φ de orientación de los álabes.

Aunque cualesquiera 3 variables (4 en las B axiales y Dériaz de álabes orientables) pueden elegirse como variables independientes, las más corrientemente empleadas como tales son d, n y Q (d — diámetro exterior del rodete), expresando las restantes variables como función de dichas tres:

$$H = H\,(d, n, Q)$$
$$\eta_{tot} = \eta_{tot}\,(d, n, Q) \qquad (18\text{-}9)$$
$$P_a = P_a\,(d, n, Q)$$

etc. ...

y en las B con álabes orientables:

$$H = H\,(d, n, Q, \varphi)$$
$$\eta_{tot} = \eta_{tot}\,(d, n, Q, \varphi) \qquad (18\text{-}10)$$
$$P_a = P_a\,(d, n, Q, \varphi)$$

etc. ...

18.4.2. Curvas características teóricas de las B

Distinguiremos entre *características teóricas* y *características ideales.* Las segundas no tienen en cuenta las pérdidas, y se pueden deducir fácilmente a partir de la ecuación de Euler. Las primeras, tienen en cuenta las pérdidas, y se denominan teóricas porque son predichas por la *teoría, no* deducidas por el *experimento.* Nos limitaremos a indicar el camino por donde podría llevarse a cabo la predicción teórica de la característica H = H (Q) de una B a un número fijo de revoluciones [1.ª Ec. (18-9), haciendo $d = d_2$ = cte y n = cte.].

La altura efectiva puede expresarse así:

$$H = H_{u\infty}\,e_z - H_{r-int.} = H_u - H_{r-int.} \qquad (18\text{-}11)$$

Ahora bien, suponiendo entrada en los álabes sin circulación, y teniendo en cuenta que

$$c_{2u} = u_2 - c_{2m}\,\mathrm{ctg}\,\beta_2\,; \qquad c_{2m} = \frac{Q}{\pi\, d_2 b_2} \quad y \quad u_2 = \pi\, d_2\, n$$

se tiene

$$H_{u\infty} = \frac{u_2 c_{2u}}{g} = \frac{u_2^2}{g}\left(1 - \frac{Q}{\pi d_2 b_2 u_2}\,\mathrm{ctg}\,\beta_2\right)$$

y finalmente

$$H_{u\infty} = \frac{\pi^2 d_2^2 n^2}{g}\left(1 - \frac{Q\,\mathrm{ctg}\,\beta_2}{\pi^2 b_2 d_2^2\, n}\right) \qquad (18\text{-}12)$$

y siendo b_2, d_2 y n constantes se obtiene la característica ideal:

$$H_{u\infty} = a - b\,Q \qquad (a, b, \text{ctes.}) \qquad (18\text{-}13)$$

(Característica ideal de una B)

que es la ecuación de una recta de pendiente positiva, nula o negativa, según que [véase Ec. (18-12)] β_2 sea mayor (álabes curvados hacia adelante), igual (álabes de salida radial) o menor que 90° (álabes curvados hacia atrás). La *característica ideal* en los tres casos está dibujada en la Fig. 18-21.

El trazado de la *característica teórica* para el segundo caso $\beta_2 < 90°$ se realiza como se indica en la Fig. 18-22:

– curva 1: *característica ideal* de una B con infinitos número de álabes:

$$H_{u\infty} = f\,(Q)$$

– recta 2: representación de la función

$$H_u = f\,(Q)$$

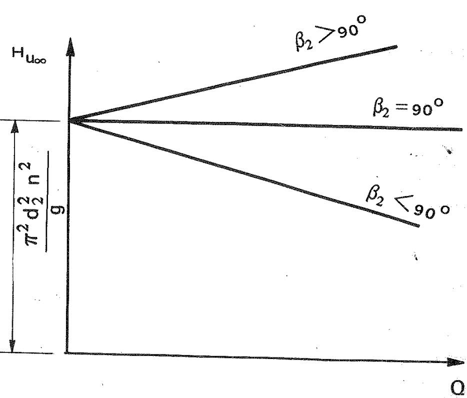


Fig. 18-21.– Curva H = f (Q), ideales de una B.

Para pasar de 1 a 2 se tiene en cuenta el factor de disminución de trabajo debido al número de álabes.

Las pérdidas internas en la B pueden expresarse así:

$$H_{r\cdot int} = H_{rr} + H_{rc}$$

donde H_{rr} –pérdidas de rozamiento

H_{rc} pérdidas de choque; en el punto de diseño o de rendimiento óptimo $H_{rc} = 0$,

H_{rr} y H_{rc} son funciones parabólicas del caudal. Según esto:

– curva 3: se obtiene sustrayendo de la curva 2 la ordenada respectiva de la curva a, o parábola:

$$H_{rr} = f(Q)$$

que tiene su vértice en el orígen de coordenadas.

– curva 4: *curva característica teórica:* se obtiene sustrayendo de la curva 3 la ordenada de la curva b o parábola

$$H_{rc} = f(Q)$$

que tiene su vértice en la abscisa correspondiente al punto de óptimo funcionamiento.

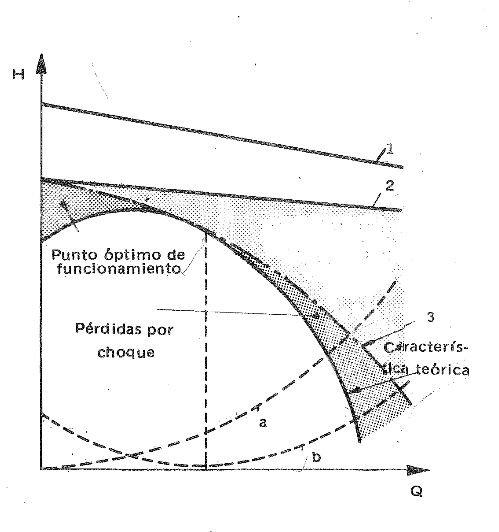


Fig. 18-22.–Obtención de la *característica teórica de una B* [$H = f(Q)$] a partir de la característica ideal [$H_{u\infty} = f(Q)$].

En el caso de $\beta_2 > 90°$ se obtendría análogamente la característica teórica (Fig. 18-23).

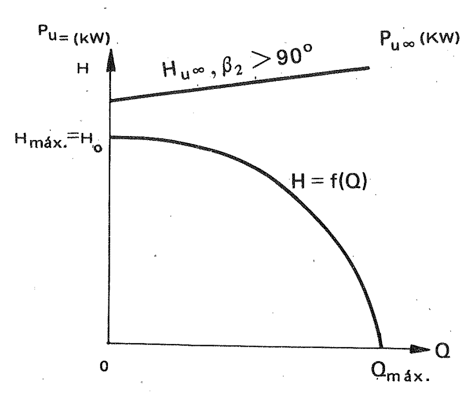


Fig. 18-23.– Característica $H = f(Q)$ de una B y característica ideal ($\beta_2 < 90°$).

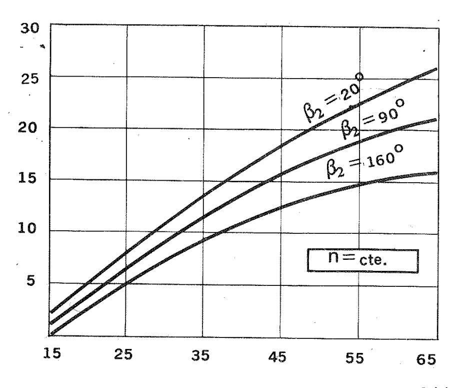


Fig. 18-24.– Características ideales de potencia.

Análogamente podría tratarse la característica teórica $P_a = f(Q)$, a partir de la característica ideal de una B con infinito número de álabes, la cual, teniendo en cuenta que $P_a = Q\rho gH$, en virtud de la Ec. (18-13), sería una parábola de ecuación

$$P_{u\infty} = c\,Q + d\,Q^2 \qquad (c, d \quad ctes)$$

En la Fig. 18-24 se ha trazado esta característica ideal para cada uno de los valores de β_2 allí indicados, para el caso particular siguiente: $\rho = 1000\,Kg/m^3$ (agua); $n = 1000$ rpm; $d_2 = 0{,}5$ m y $b_2 = 0{,}03$ m.m.

18.4.3. Curvas características elementales

En esta sección y en la siguiente consideraremos una B determinada, es decir no sólo un tipo, sino también un tamaño determinado. Siendo entonces d = cte, las Ecs. (18-9) y (18-10) se reducen a:

$$\begin{aligned} H &= H(n, Q) \\ \eta_{tot} &= \eta_{tot}(n, Q) \\ P_a &= P_a(n, Q) \\ &\text{etc. ...} \end{aligned} \qquad (18\text{-}14)$$

y para las B de álabes orientables (tipo Kaplan y Dériaz):

$$\begin{aligned} H &= H(n, Q, \varphi) \\ \eta_{tot} &= \eta_{tot}(n, Q, \varphi) \\ P_a &= P_a(n, Q, \varphi) \\ &\text{etc...} \end{aligned} \qquad (18\text{-}15)$$

Las curvas características elementales, de que tratamos en esta sección, se obtienen mediante un *ensayo elemental* en que n se mantiene constante. Estas características elementales son las características de explotación de una B, accionada por motor eléctrico o por cualquier otro tipo de accionamiento de velocidad constante.

El ensayo de una B se realiza *in situ* o en el banco de pruebas de los laboratorios que se describirán más adelante (véase Cap. 24).

Según esto, en el ensayo elemental, siendo n = cte, las Ecs. (18-14) se reducirán a las siguientes:

$$\begin{aligned} H &= H(Q) \\ \eta_{tot} &= \eta_{tot}(Q) \\ P_a &= P_a(Q) \\ &\text{etc. ...} \end{aligned}$$

En la Fig. 18-25 se ha representado el ensayo elemental de una B. En dicha figura se debe advertir:

- –el punto de funcionamiento óptimo que debe coincidir con $\eta_{tot\,máx.}$; los valo-

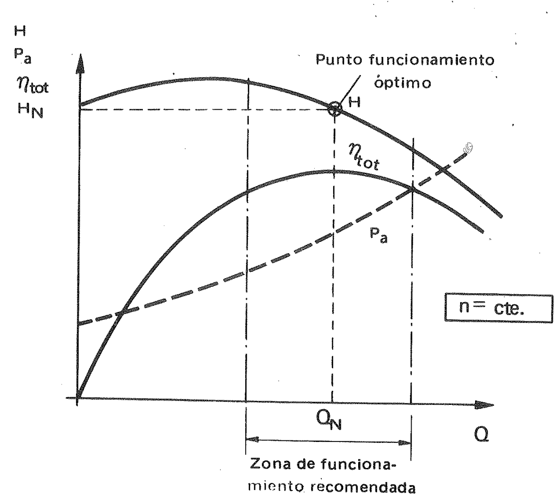


Fig. 18-25.– Ensayo elemental de una B

res Q_N, H_N se denominan valores nominales o de diseño;

– la potencia P_a para $Q = 0$, o potencia necesaria para el arranque;

– la zona de funcionamiento recomendada; en general la B no deberá funcionar en la región en la que η_{tot} disminuye más de un 5 a 10 %, ni tampoco con caudales excesivos si hay peligro de cavitación ($Q_{máx.}$ de funcionamiento).

Ensayo de una B de álabes orientables a n = cte.

En este caso, siendo n = cte, en lugar de las Ecs. (18-15) se tendrán las ecuaciones siguientes:

$$
\begin{aligned}
H &= H\,(Q, \varphi) \\
\eta_{tot} &= \eta_{tot}\,(Q, \varphi) \qquad (18\text{-}16) \\
P_a &= P_a\,(Q, \varphi) \\
&\text{etc. ...}
\end{aligned}
$$

La primera ecuación es especialmente interesante. Dicha ecuación muestra que a cada ángulo φ corresponde una curva H–Q. Cada punto experimental en el plano H–Q se ha obtenido con un η_{tot} bien determinado. Uniendo los puntos de igual rendimiento en las diferentes curvas (eligiendo valores arbitrarios exactos del rendimiento e interpolando, como se hizo en la Pág. 988) se obtiene la *colina de rendimientos a un cierto número de revoluciones.* Este tipo de colinas en las B sólo tienen lugar en las B de álabes orientables.

En la Fig. 18-26 puede verse el ensayo de una B axial para n = cte. En dicha figura se observa que las curvas H–Q de las B axiales presentan un cambio de pen-

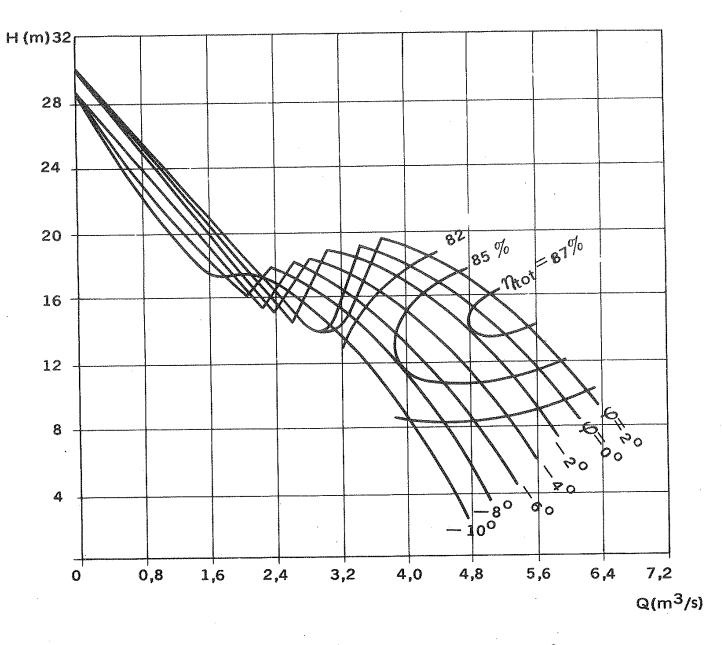


Fig. 18-26.–Curvas características de una *B axial tipo Kaplan* para n = cte.

diente: a partir de $Q = 0$ la H comienza a disminuir hasta que a un cierto caudal, que depende del ángulo φ, la pendiente se hace positiva para volverse a hacer negativa después; en esta última parte se encuentra la zona de trabajo recomendable de la B.

Observaciones sobre la curva H-Q de una B cualquiera

1) *Influjo de la variación de los triángulos de velocidad*

La variación de los triángulos de velocidad de salida del rodete (Fig. 18-27,a,b,c) y de entrada del mismo (Fig. 18-28,a,b,c) juegan un papel decisivo en la variación de la altura efectiva y en la disminución del rendimiento al funcionar la B con caudal distinto del caudal nominal. Al variar Q: a) no varían las velocidades u_2, u_1 ni el ángulo β_2 de salida de la corriente relativa; b) el ángulo β_1 de la corriente relativa a la entrada no coincide ya con el ángulo β_1 de los álabes; lo cual ocasiona pérdidas de choque y disminución del rendimiento; c) a la salida el ángulo α_2' de la corriente absoluta no coincide con el ángulo α_2 de los álabes directrices; lo cual ocasiona nuevas pérdidas de choque en dicho lugar.

En la Fig. 18-27 se observa:

a) *si el caudal disminuye* (Fig. 18-27,a):

– la componente meridional *disminuye* de c_{2m} a c_{2m}', y consecuentemente

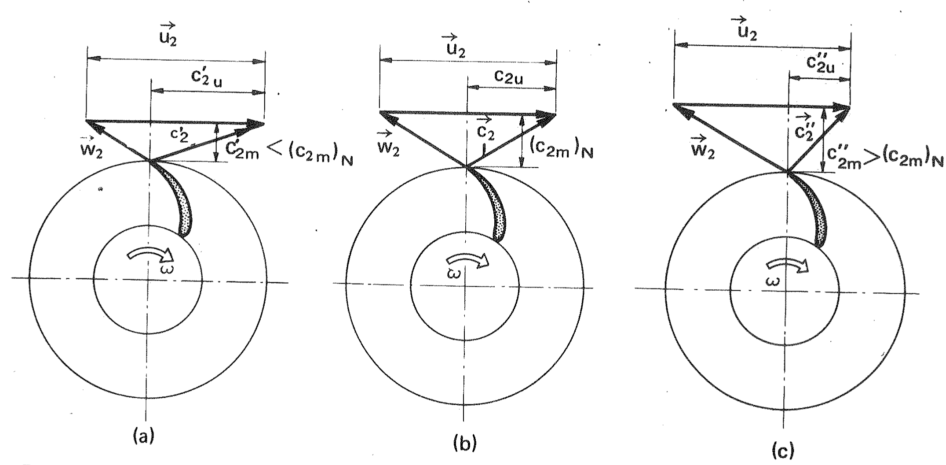


Fig. 18-27.—*Variación del triángulo de velocidades de salida* de una B centrífuga al disminuir o aumentar el flujo: a) flujo menor que el nominal; b) flujo nominal; c) flujo mayor que el nominal.

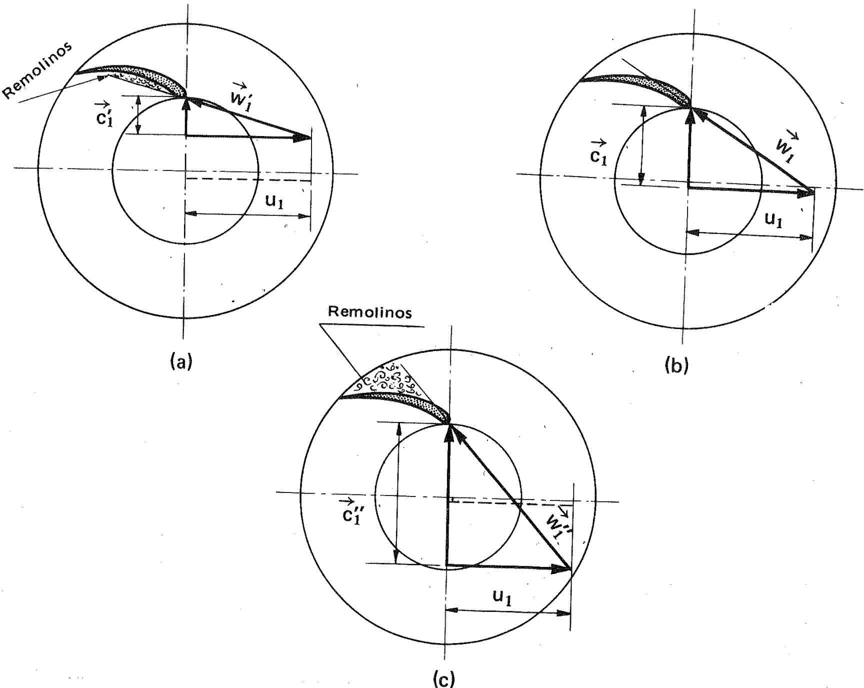


Fig. 18-28.— *Variación del triángulo de velocidades de entrada* de una B centrífuga: a) flujo menor que el nominal; b) flujo nominal; c) flujo mayor que el nominal. En los ensayos a y c hay choque y desprendimiento de la corriente.

– la velocidad absoluta aumenta de c_2 a c_2'

– la componente periférica de la velocidad absoluta aumenta de c_{2u} a c_{2u}';

b) *si el caudal aumenta* (Fig. 18-27,c):

– la componente meridional de la velocidad absoluta aumenta de c_{2m} a c_{2m}'', y consecuentemente

– la componente periférica de la velocidad absoluta *disminuye* de c_{2u} a c_{2u}'';

– la velocidad absoluta disminuye de c_2 a c_2''

Consideraciones análogas pueden hacerse respecto a los triángulos de entrada (Fig. 18-28).

2) *Válvula de impulsión totalmente cerrada*, $Q = 0$.

En este caso, aunque la potencia restituída de la B y el rendimiento son iguales a 0, la potencia absorbida, o potencia de accionamiento rara vez es menor que 1/3 de la potencia de accionamiento nominal, y a veces es incluso mucho mayor. Aunque aparentemente al ser $Q = 0$ las pérdidas hidráulicas deberían ser nulas, en realidad no lo son. En efecto, en el interior de la B el flujo tiene lugar, como muestra el corte longitudinal esquemático de la Fig. 18-29, a la derecha del rodete en la figura, el líquido circula hacia el exterior y a la izquierda hacia el interior,

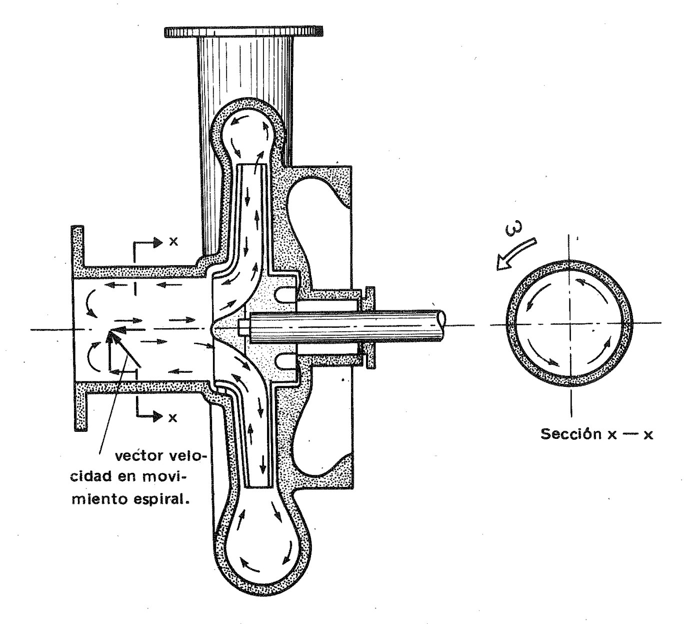


Fig. 18-29.—Circulación en el interior de la B con la válvula de impulsión cerrada o casi cerrada.

así mismo en la caja espiral; mientras que en la tubería de aspiración el líquido circula hacia la derecha junto al eje de la tubería, y hacia la izquierda en el contorno exterior. A este movimiento se superpone otro circulatorio transversal. No reinan, pues, condiciones estáticas en la B, y se producen también pérdidas hidráulicas. La energía correspondiente a estas pérdidas no puede ser evacuada en forma de calor, porque no sale caudal de la B, con lo cual la temperatura del líquido en la B se eleva hasta valores peligrosos; pudiendo llegar a la ebullición del líquido y al gripado del eje y deterioro de los cierres laberínticos de la B; mientras que en otros casos se llega a un equilibrio entre la energía absorbida por el líquido y el calor radiado al exterior a través de las paredes de la B.

3) *Dependencia de la curva* H-Q de n_s

La forma de la característica de una B depende de su geometría, y por tanto de su número específico de revoluciones n_s. La Fig. 18-30 puede servir para establecer una comparación. A fin de resaltar mejor las diferencias a la derecha se ha vuelto a dibujar cada figura expresando todas las variables en % de su valor de diseño respectivo. En dicha figura se observa que al aumentar n_s:

– *la H para* $Q = 0$ *aumenta:* En la Fig. 18-30,a' es ligeramente superior a la H de diseño, y en la Fig. 18-30,c' es casi tres veces superior a la misma.

– *la* P_a *para* $Q = 0$ *aumenta:* en la Fig. 18-30,a' es menor que la mitad de la de diseño, y en la Fig. 18-30,c' es mayor que el doble de esta potencia.

– *la curva de* η_{tot} *pasa gradualmente de curva plana a curva en gancho,* lo que significa que al aumentar n_s el η_{tot} de la B desciende rápidamente cuando el punto de funcionamiento se aparta del punto nominal.

18.4.4. Curvas características particulares de una B

La representación gráfica de las Ecs. (18-14) ó (18-15) se denomina diagrama de curvas características particulares de una B (d = cte). Este diagrama se obtiene mediante un *ensayo completo,* que se define como un conjunto completo de ensayos elementales. Dichas características constituyen las características de explotación de una B accionada con motor de velocidad variable o motor con variador de velocidad, que como veremos, es el accionamiento ideal de toda B cuyas condiciones de servicio están sujetas a gran variación.

El diagrama de curvas características de una B se puede presentar, lo mismo que el de las TH, de tres maneras distintas:

a) *Representación plana en planos distintos* uno para cada ecuación, a saber, representación en los planos H-Q (Fig. 18-31,a); P_a-Q (Fig. 18-31,b) y η_{tot}–Q (Fig. 18-31,c). En todos ellos el eje de abscisas suele ser siempre Q y n el parámetro de la familia de curvas que constituyen el diagrama.

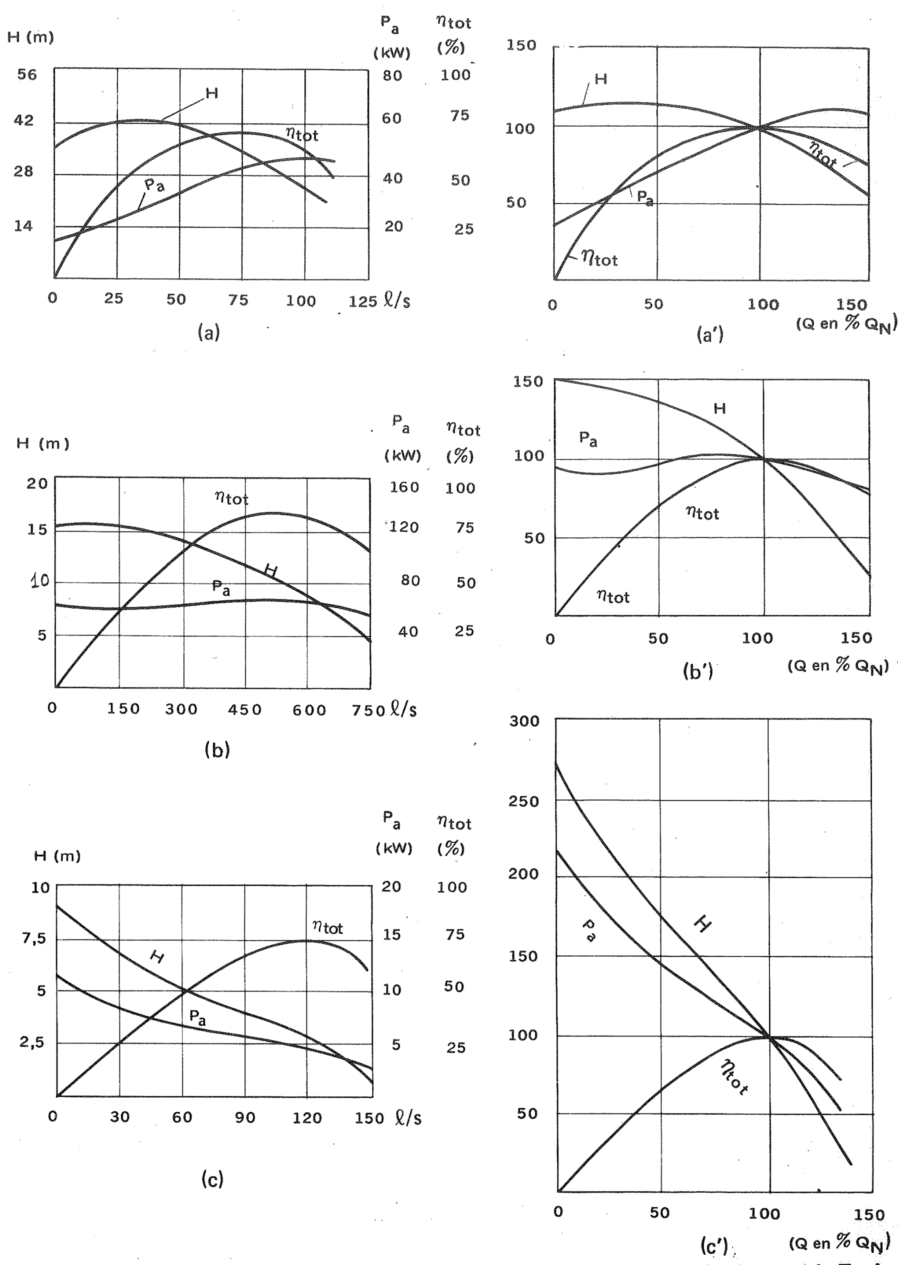
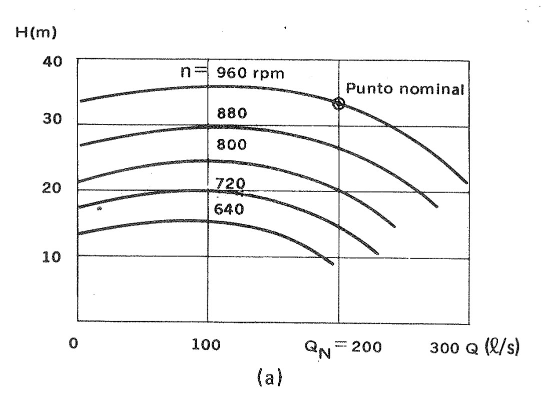
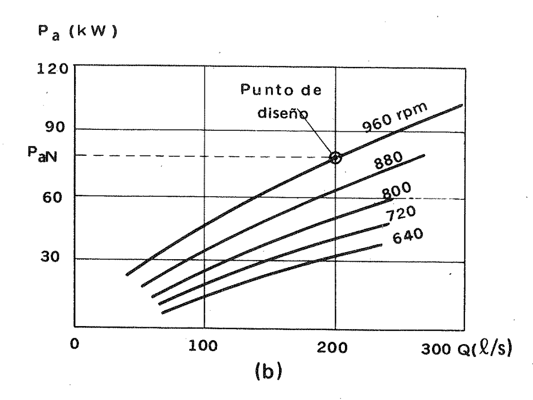


Fig. 18-30.–*Curvas características de una B:* a) B radial; b) B diagonal; c) B axial. En las Figs. a', b', c' las mismas curvas con los valores expresados en % de los valores nominales respectivos.





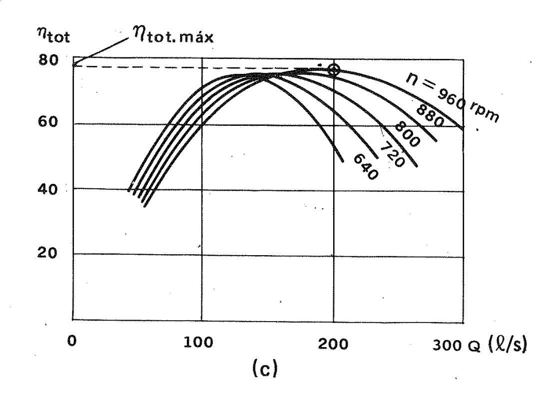


Fig. 18-31.–*Ensayo completo de una B* a diferentes números de revoluciones: a) curvas $H = f(Q)$; b) curvas $P_a = f(Q)$; c) curvas $\eta_{tot} = f(Q)$.

b) *Representación espacial* utilizando tres ejes coordenados, que pueden ser los correspondientes a tres variables cualesquiera. Los ejes preferidos son Q, H y η_{tot}. En el plano horizontal se conservan los dos ejes Q y H de la representación anterior (Fig. 18-32) y en el tercer eje vertical se llevan los valores de η_{tot}. Es decir, se trazan en el plano horizontal las mismas curvas $H = H(Q)$ de la Fig. 18-31,a para diversos valores de n. Al mismo tiempo en cada punto se eleva una ordenada vertical con el valor del η_{tot} obtenido en el ensayo. El lugar geométrico de los extremos superiores de estas ordenadas verticales es una superficie (colina de rendimientos) representación gráfica de la función explícita de dos variables independientes:

$$\eta_{tot} = \eta_{tot}(Q, H)$$

Igualmente utilizando los ejes Q, P_a y η_{tot} se trazan en el plano horizontal la familia de curvas $P_a = P_a(Q)$ de la Fig. 18-31,b y luego la superficie

$$\eta_{tot} = \eta_{tot}(P_a, Q)$$

La representación espacial se utiliza raras veces pero es útil para la explicación de la representación corrientemente utilizada que vamos a exponer a continuación.

c) *Representación compacta* (curvas en concha o colina de rendimientos).

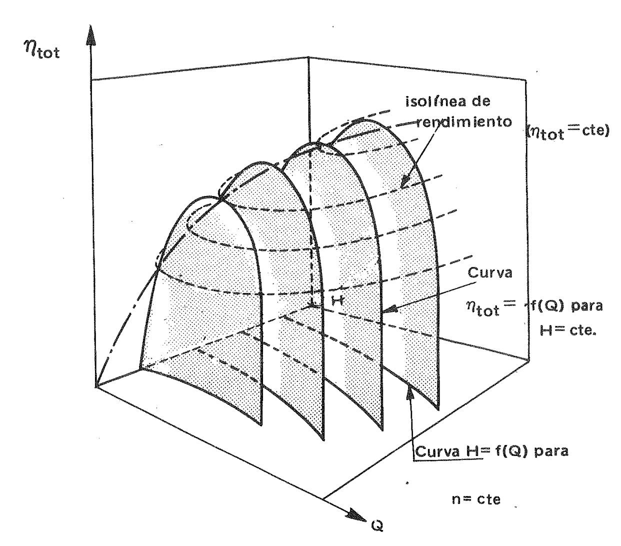


Fig. 18-32.–*Representación tridimensional* de un ensayo completo de B centrífuga.

Suele hacerse en el plano hidráulico favorito de las B, el plano H-Q. Cortando la colina de rendimientos representada en la Fig. 18-32 por planos horizontales de ecuación η = cte, y proyectando a continuación ortogonalmente sobre el plano horizontal Q-H las curvas de intersección de dichos planos con la colina de rendimientos se obtiene el diagrama universal de la Fig. 18-33, con las dos familias de isolíneas n = cte y η_{tot} = cte. Estas últimas son las *curvas de nivel* de la colina de rendimientos.

Análogamente puede construirse la colina $P_a = P_a(H, Q)$. (H, Q).

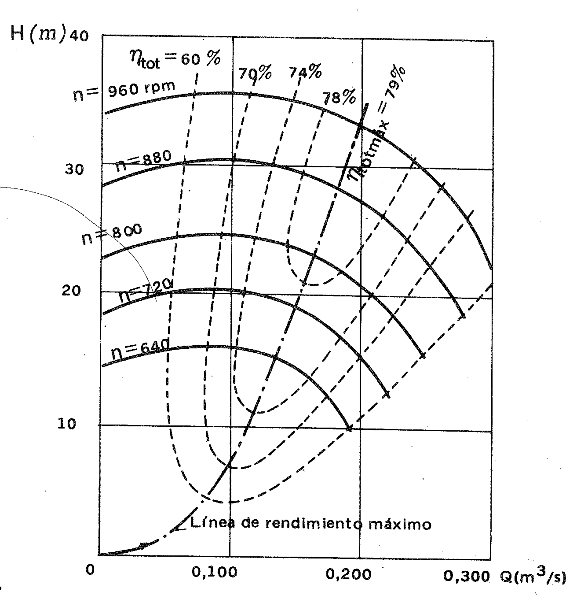


Fig. 18-33.–*Diagrama universal* típico de una B centrífuga

En la práctica la Fig. 18-33

no se obtiene nunca a partir de una colina espacial, como la de la Fig. 18-32, lo cual sería muy complicado; sino a partir del conjunto de *ensayos elementales* de las Figs. 18-31,a y c. Para ello basta elegir valores enteros del η_{tot} en %, comenzando, por ejemplo, por 60%, trazar la recta horizontal de ecuación $\eta_{tot} = 60$ en la Fig. 18-31,c, y leer en ella el caudal correspondiente a este valor de n_{tot} para cada valor de n; a continuación en la Fig. 18-31,a se escribe en el punto correspondiente a dichos valores de Q y n el valor de 60. A continuación se repite la operación para otros valores exactos de η_{tot} ($\eta_{tot} = 70$, 74, etc.) y finalmente uniendo los puntos marcados con el mismo valor del rendimiento se obtienen las isolíneas η = cte de la Fig. 18-33.

(Véase problema 45).

18.4.5. Características de una B en régimen de bombeo, frenado o turbinación, en uno u otro sentido de rotación.

Aunque la B está diseñada para un sentido único de rotación, de bombeo y de altura efectiva único, que en lo sucesivo designaremos como positivo, + n, +Q y +H respectivamente, el estudio del funcionamiento de la B bloqueada (n = 0, Q = 0), con sentido de rotación negativo (n < 0), con sentido de caudal invertido (Q < 0) y con altura negativa (H < 0) no es una cuestión académica, sino práctica, si se piensa, por ejemplo, en problemas tales como el comportamiento de una instalación de bombeo en los períodos de arranque y parada. Para este ensayo total de una B es conveniente disponer de una instalación como la representada esquemáticamente en la Fig. 18-34, en la cual pueden mantenerse constantes o variarse a voluntad los niveles de agua en los tanques superior e inferior; el banco debe estar instrumentado para medir pares positivos y negativos, y el motor deberá poder girar en ambos sentidos.

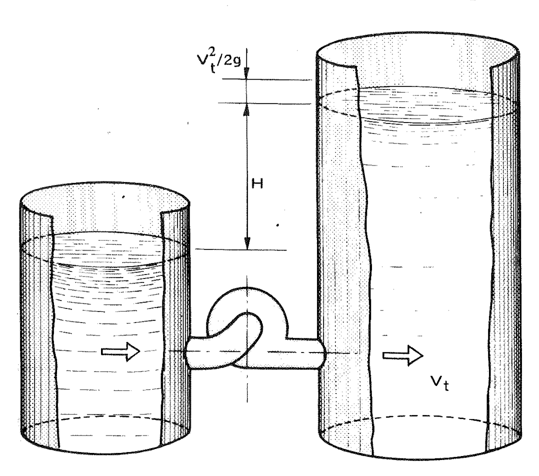


Fig. 18-34.–Esquema de circuito para ensayo de una B.

1) *Ensayo elemental con velocidad positiva*, n=*cte*

La característica dibujada en la Fig. 18-35,a no está limitada a los valores positivos de Q y H sino que se prolonga en el 2.° y 4.° cuadrante también. Si el desnivel de los depósitos disminuye, disminuye también H y aumenta Q. Si H < 0 la B tiene más energía específica (Y = gH) en la admisión que en la impulsión, y la máquina trabaja como

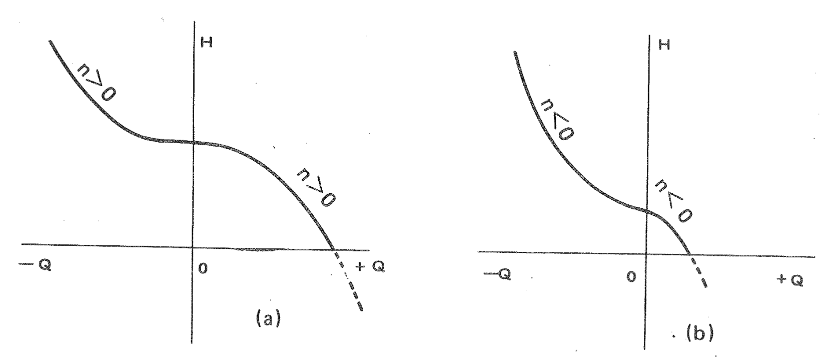


Fig. 18-35.–Característica de una B en régimen de bombeo, frenado o turbinación en rotación o contrarrotación.

T. Este último caso en el sentido normal de rotación no ofrece interés práctico alguno. Si por el contrario el desnivel H aumenta, el caudal disminuye hasta hacerse 0; si sigue aumentando H por encima del valor $H_{Q=0}$ el flujo se invierte, y funciona como freno, destruyendo no sólo la energía absorbida del motor de funcionamiento, sino también parte de la energía que poseía el agua al entrar en la máquina.

2) *Ensayo elemental con velocidad negativa*, n = *cte* (Fig. 18-35,b)

Procederemos como anteriormente variando H. En el primer cuadrante la B podría funcionar como tal con un desnivel de los tanques muy pequeño y con rendimiento bajo; pronto el caudal se reduce a 0, y, si sigue aumentando H, se invierte el sentido de Q; al mismo tiempo el par exigido por la B disminuye hasta hacerse 0, y luego cambia de signo, es decir la B proporciona par útil y trabaja como T.

3) *Ensayo completo con* n *variable*

Este ensayo, como hemos dicho, presenta gran interés práctico. Supongamos, por ejemplo, el caso de una avería en el motor de una B para una central de acumulación de bombeo de gran potencia, desprovista de válvulas de retención e impulsión. La velocidad de rotación disminuye y la B funciona rápidamente en frenado. Interesa, pues, trazar una serie de curvas para el sentido de rotación normal, como las de las Figs. 18-36,a. Esto se ha hecho en la Fig. 18-36,b. A continuación la B se para e invierte el sentido de rotación funcionando como T en régimen acelerado. Interesa, pues, también trazar otra familia de curvas en sentido de rotación invertido, como las de la Fig. 18-37,a. Esto se ha hecho en la Fig. 18-37,b.

18.4.6. Diagrama universal de curvas características de un tipo de B

En las B lo mismo que en las T (véase Sec. 18.3.3.2) se utiliza, aunque menos frecuentemente, el diagrama universal de curvas características. Lo contrario

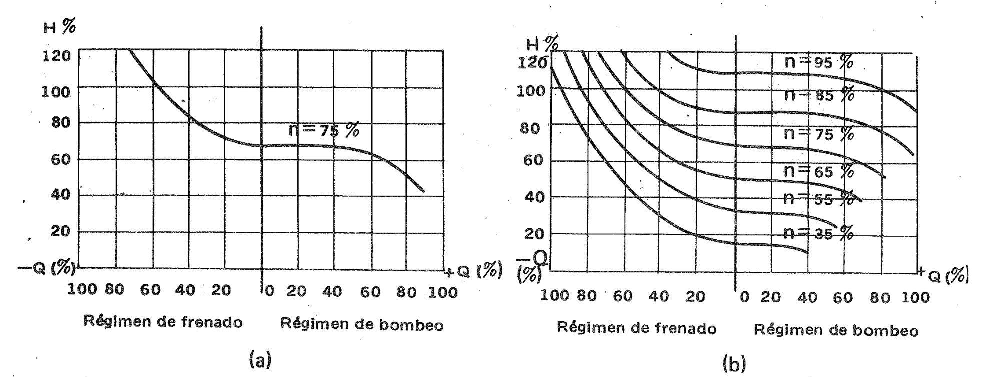


Fig. 18-36.–Características de una B de acumulación *en régimen de bombeo y de frenado.*

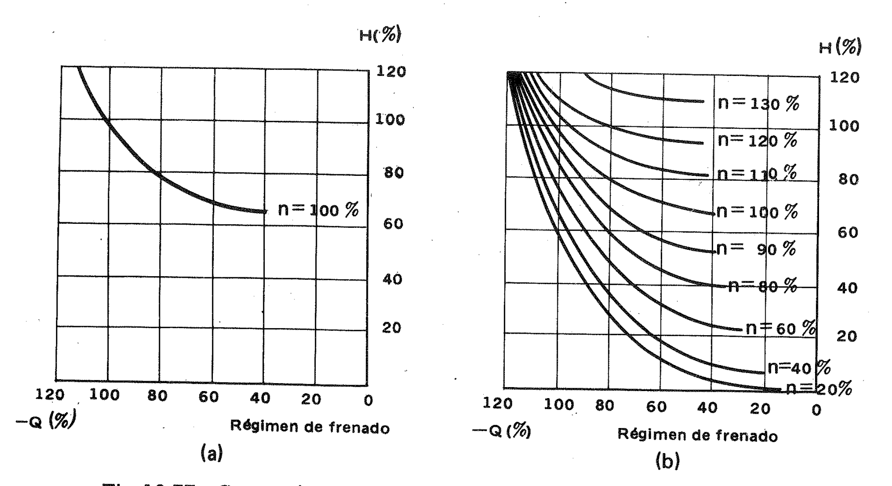


Fig. 18-37.–Características de una B de acumulación *en régimen de turbina.*

sucede con el diagrama de curvas características particulares, cuyo trazado es más frecuente en las B que en las T.

Todas las TMH geométricamente semejantes tienen los mismos n_{11}, Q_{11}, ψ y φ (véanse las Secs. 8.4.1. y 8.10). En las B, sin embargo, se utilizan más los coeficientes de presión y caudal ψ y φ que las magnitudes reducidas n_{11} Q_{11}, sucediendo lo contrario en las T.

Una curva trazada en el plano H-Q, de la manera explicada en la Sec. 18.4.1, representa, como se dijo en dicho lugar, el comportamiento de una B de un tamaño determinado a un número de revoluciones constante. Es posible transferir este ensayo elemental al plano ψ-φ, y condensar en una sola curva el comportamiento de una B de un tipo determinado de cualquier tamaño y a cualquier número

de rpm, *dentro de las limitaciones impuestas por la teoría de la semejanza* (véase Cap. 8 y en particular Sec. 8.1).

La experiencia enseña que en los puntos homólogos, o isógonos, caracterizados por semejanza de los triángulos de velocidad, las curvas H-Q son transferibles a las B geométricamente semejantes, aunque con un pequeño error, que habrá que tener en cuenta recalculando los rendimientos, si se precisa mayor exactitud.

Para cada valor de Q y H del ensayo elemental se calculan los coeficientes de presión y caudal, a saber:

$$\psi = \frac{H}{u^2/2g}$$

$$\varphi = \frac{Q}{\frac{n\,d^2}{4}\,u_2}$$

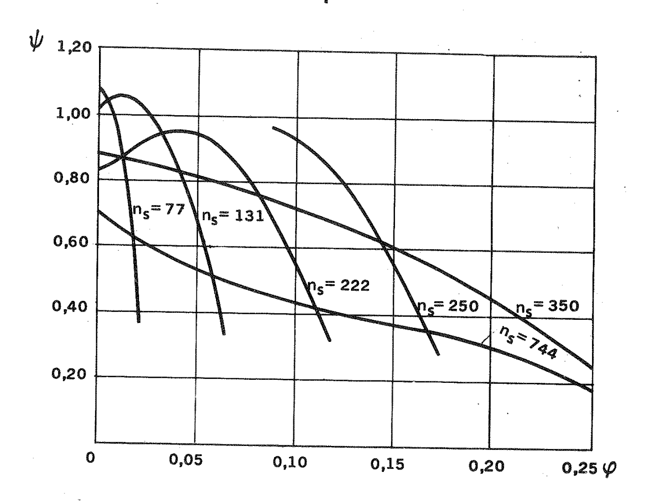


Fig. 18-38.–Curvas adimensionales [$\psi = f(\varphi)$ en lugar de $H = f(Q)$] de diferentes tipos de B caracterizados por su n_s (los n_s más bajos corresponden a B radiales; $n_s = 350$ ya es una B diagonal y $n_s = 744$ una B axial).

En la Fig. 18-38 se han obtenido varias curvas universales, adimensionales, cada una de ellas para un tipo distinto de B.

Un gráfico como el de la Fig. 18-38 representa un gran interés para comparar los diferentes tipos de B.

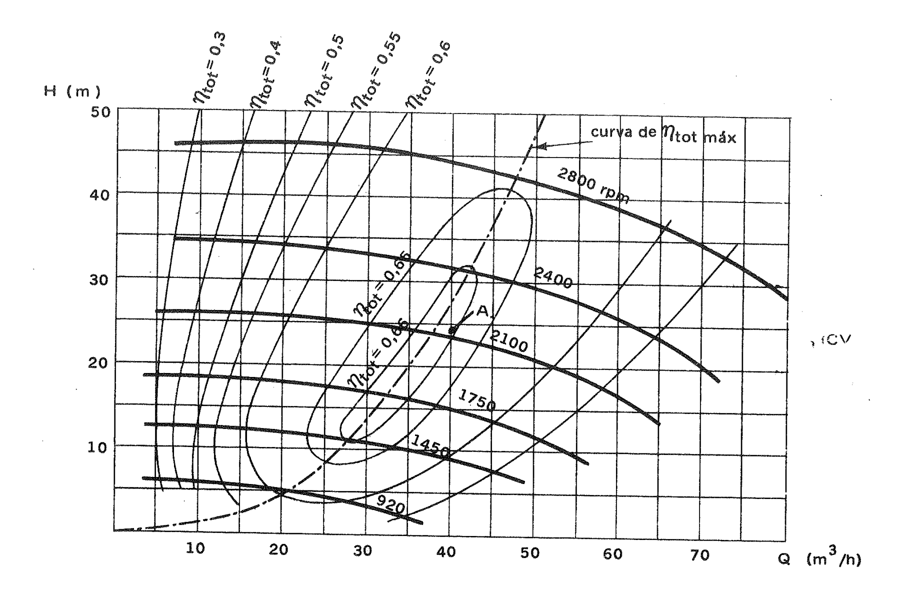
Problema 40.

Las curvas en concha de una B están representadas en la figura adjunta. A esta B se le pide suministrar un caudal de 40 m^3/h, venciendo un desnivel geodésico de 15 m, a través de una tubería (coeficiente λ de pérdida primaria = 0,028) de 304 m de longitud y 100 mm de diámetro; las pérdidas secundarias se estiman en un 15% de las primarias.

Calcular:

a) el punto de funcionamiento;

b) la potencia absorbida.



a) *Punto de funcionamiento*

El punto A de funcionamiento viene determinado en el plano H-Q de la figura por

$$Q = 40\ m^3/h = 0,01111\ m^3/s$$

y

$$H = \Delta z + 1,15\ \lambda \frac{L}{d}\frac{V^2}{2g} = 15 + 0,09502\ \lambda \frac{L}{d^5}\ Q^2 = 15 + 9,983 = 24,98\ m$$

Según la figura la velocidad de rotación debería ser aproximadamente 2150 rpm.

b) *Potencia absorbida*

En la figura se lee

$$\eta_{tot} = 0,66$$

luego

$$P_a = \frac{0,01111 \cdot 9,81 \cdot 24.98}{0,66} = 4,125\ kW$$

Problema 41.

Una B que gira a 1450 rpm tiene las curvas características representadas en la figura. Esta B se desea que suministre un caudal de 50 m^3/h de agua contra una altura efectiva de 17 m. La altura geodésica total de aspiración e impulsión ($\Delta z_a + \Delta z_i$) asciende a 10 m.

Calcular:

a) velocidad de rotación a que deberá girar la B;

b) potencia de accionamiento necesaria

a) *Velocidad de rotación*

Sobre el mismo diagrama de características de la figura se ha trazado la característica de la red, suponiendo la ecuación general:

$$H = a + b\,Q^2$$

siendo

$$a = 10 \qquad y \qquad b = \frac{17 - 10}{2500} = 0,028$$

En el punto C de intersección de la característica de la red y de la bomba:

$$n_C = 1450\ rpm.$$

luego [Ec. (8-22)] tratándose de la misma B se tendrá:

$$n_A = \frac{Q_A}{Q_C}\ n_C = \frac{50}{41} \cdot 1450 = 1768\ rpm$$

b) *Potencia de accionamiento*

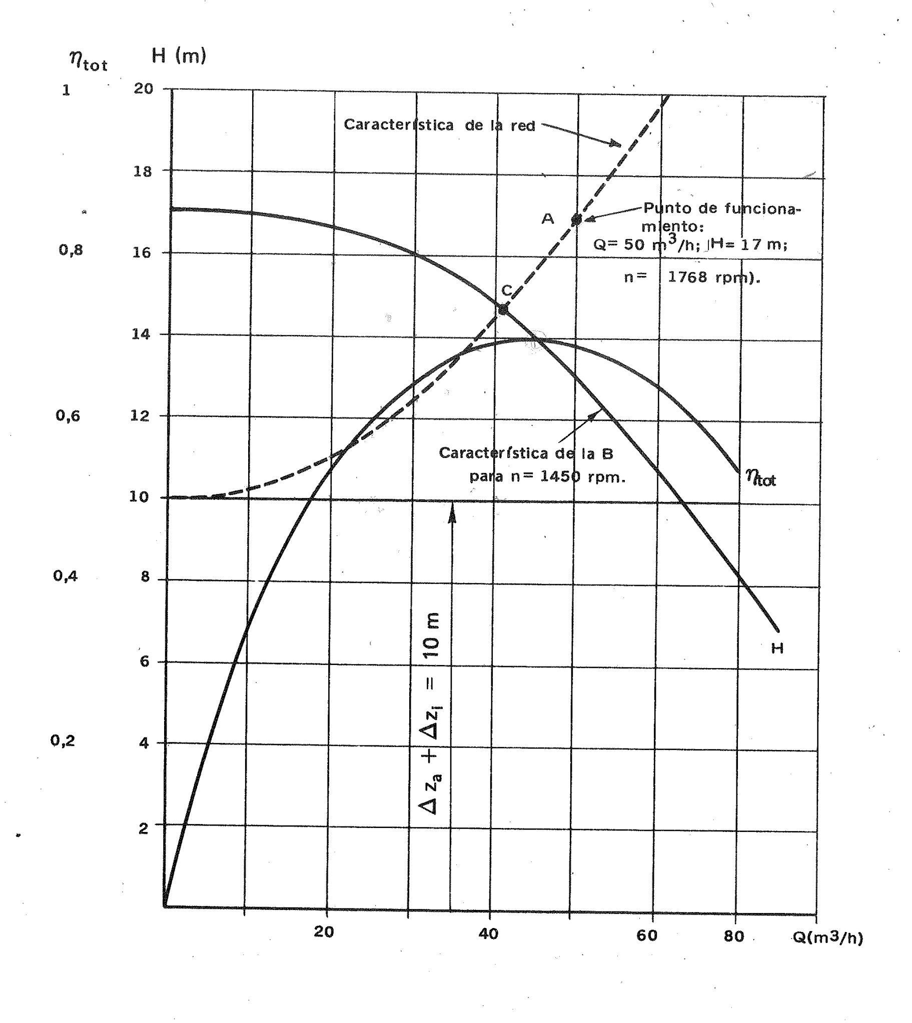
Suponiendo el mismo rendimiento en el punto A que en el punto C, en la figura se lee:

$$\eta_{tot\ B} = 0,69 = \eta_{tot\ C}$$

y siendo

$$Q_A = \frac{50}{3600} = 0,01388\ m^3/s,$$

$$P_{aA} = \frac{0,01388 \cdot 9,81 \cdot 17}{0,69} = 3,355\ kW$$



Problema 42

La Fig. 1 representa las curvas características de una B centrífuga, que gira a 2900 rpm.

Calcular:

Las curvas características de la misma B girando a 3500 rpm (1).

(1) Este problema podría presentarse al emplear una B, diseñada para motor de accionamiento eléctrico asíncrono europeo (f = 50 Hz), con motor norteamericano (f = 60 Hz) ambos de 1 par de polos.

Aplicando las Ecs. (8-21), (8-22) y (8-23) se tendrá:

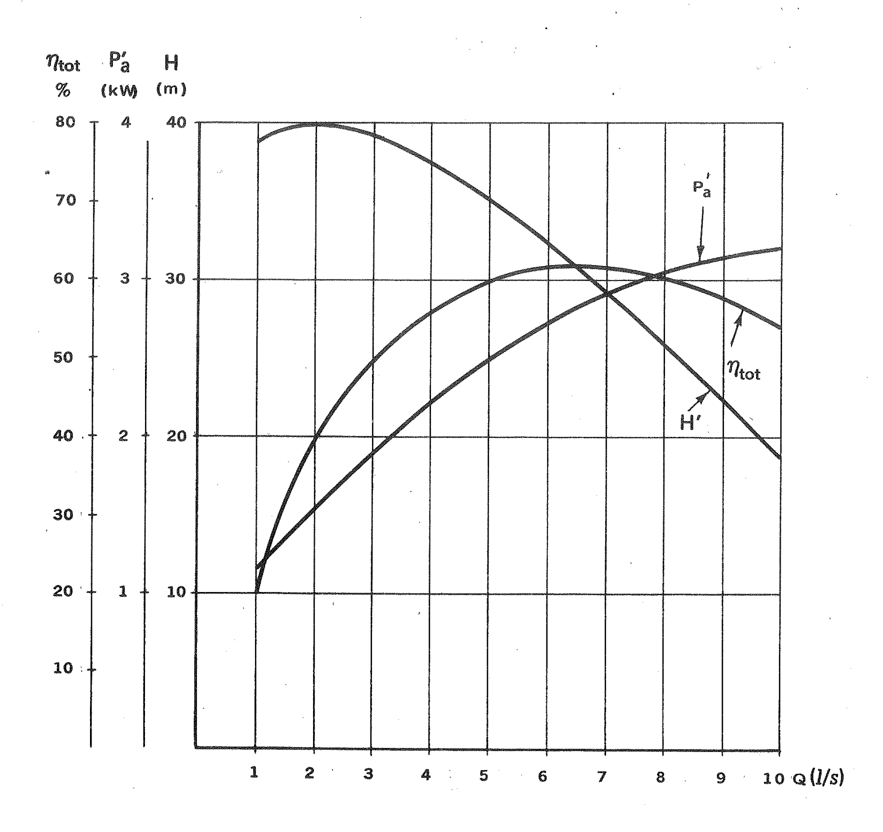
$$H'' = H' \left(\frac{n''}{n'} \right)^2 = 1,46\ H'$$

$$Q'' = Q' \left(\frac{n''}{n'} \right)^2 = 1,21\ Q'$$

$$P''_a = P'_a \left(\frac{n''}{n'} \right)^3 = 1,76\ P'_a$$

En la Fig. 1 se leen para Q' = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 ℓ/s, los valores correspondientes de H' y P'_a y luego, aplicando las ecuaciones anteriores, se obtiene la tabla siguiente:

Q' (ℓ/s)	H (m)	P'_a (kW)	Q'' (ℓ/s)	H'' (m)	P''_a (kW)
1	39	1,18	1,21	56,94	2,08
2	39,4	1,55	2,42	57,5	2,72
3	38,5	1,91	3,63	56,21	3,37
4	37	2,21	4,84	54,02	3,89
5	35,3	2,44	6,05	51,5	4,30
6	33	2,67	7,26	48,18	4,70
7	30	2,87	8,47	43,8	5,05
8	26,5	3,02	9,68	38,69	5,31
9	23	3,09	10,89	33,58	5,44
10	19	3,16	12,1	27,74	5,57



Problema 42 – Fig. 1

Con los nuevos valores

$$Q'', \ H'' \quad y \quad P_a''$$

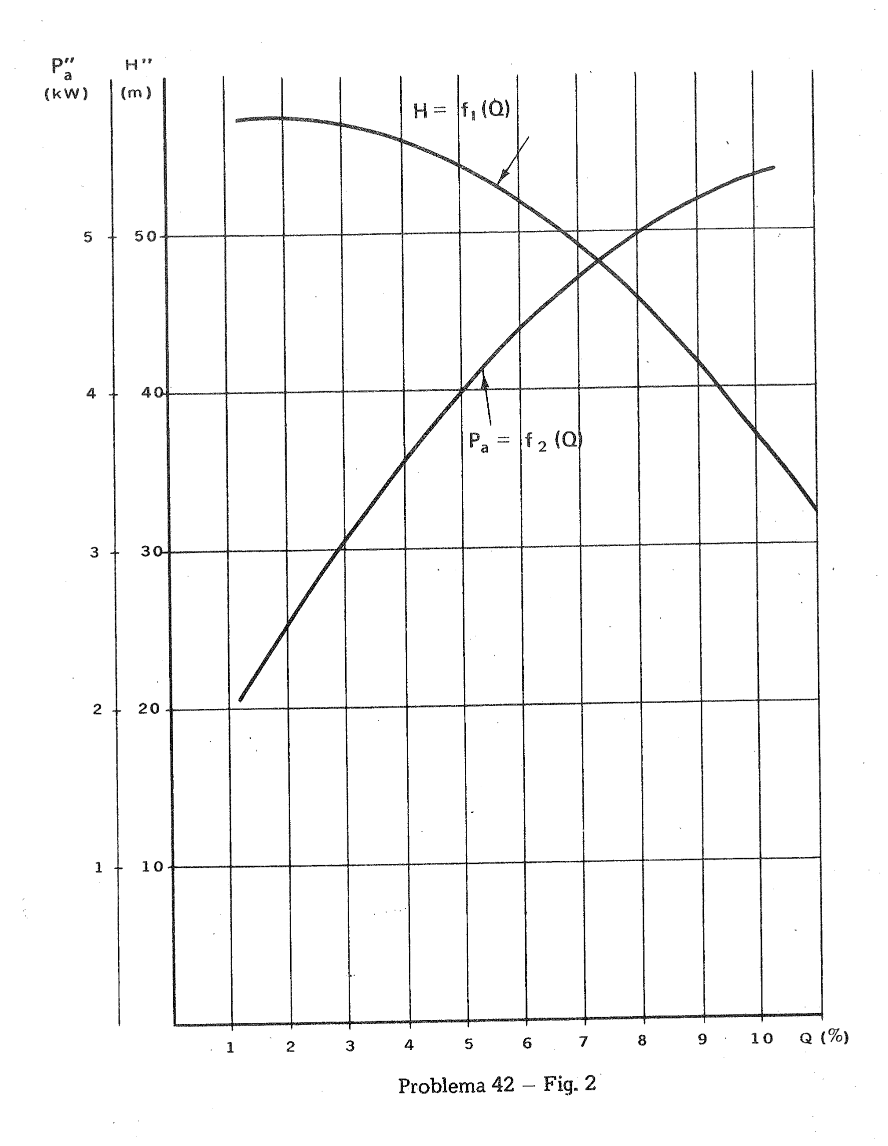
se pueden ya trazar las nuevas curvas:

$$H'' = f_1\,(Q) \quad y \quad P_a'' = f_2\,(Q),$$

como se ha hecho en la Fig. 2. Los valores de los rendimientos se suponen iguales, por lo cual la curva

$$\eta_{tot} = f_2\,(Q),$$

será la misma que en la Fig. 1.



Problema 42 – Fig. 2

Véase también el problema 46.

18.5. Curvas características de los ventiladores

Según lo dicho en la Sec. 14,1, siendo el V una B rotodinámica de gas el trazado de sus curvas características puede hacerse de la misma manera que el de las B. Sin embargo, paralelamente a lo expresado en dicho lugar se tendrán en cuenta en dicho trazado las observaciones siguientes:

1) Las curvas H–Q se sustituyen por las curvas Δp_{tot}–Q (donde Δp_{tot} — presión total suministrada por el V). Entre las variables H y Δp_{tot} existe la relación $\Delta p_{tot} = \rho g H$.

2) Los valores de Q y de Δp_{tot} medidos se suelen reducir a las condiciones normales o a condiciones standard (véase la Sec. 14-4), por las leyes de semejanza (Sec. 8.3.3). En un ensayo correctamente presentado se debe siempre indicar a qué condiciones normales se refiere el ensayo, o al menos a qué presión barométrica y a qué temperatura ambiente se ha realizado éste.

3) En un gran número de aplicaciones interesa al ingeniero más la presión estática del V que la presión total. En un V con un sistema difusor eficiente la presión dinámica es muy pequeña y Δp_{est} se acerca mucho a Δp_{tot}. Es frecuente incluir en las características del V dos curvas distintas de presiones:

$$\Delta p_{tot} = \Delta p_{tot}\ (Q)$$
$$\Delta p_{est} = \Delta p_{est}\ (Q)$$

así como dos curvas distintas de rendimientos:

$$\eta_{tot} = \eta_{tot}\ (Q)$$
$$\eta'_{tot} = \eta'_{tot}\ (Q)$$

donde η_{tot} y η'_{tot} — rendimientos totales referidos a las presiones totales y estáticas respectivamente [Ecs. (14-9) y (14-10)].

En la Fig. 18-39 se han trazado las características de cuatro tipos distintos de V de manera análoga a la empleada en la Fig. 18-30, a'–c' en las B; o sea expresando todas las variables en tanto por ciento del valor nominal o de diseño, a fin de establecer más fácilmente la comparación entre los distintos tipos.

Como puede comprobarse en esta figura:

a) La *potencia de accionamiento* en los V de álabes curvados hacia adelante (Fig. a) aumenta constantemente con el caudal *(característica de potencia con sobrecarga);* mientras que en los V con álabes curvados hacia atrás y en los V axiales la potencia no supera (Fig. d) o solo ligeramente (en un 10% aproximadamente en Fig. c) el valor en el punto nominal o de diseño. El nombre de *sobrecarga* se refiere al motor de accionamiento que en la Fig. a deberá tener una reserva de potencia, incluso hasta el 100 % de la potencia de accionamiento, si se prevé que la resistencia de la red en algún caso pudiera disminuir excesivamente. La caracterís-

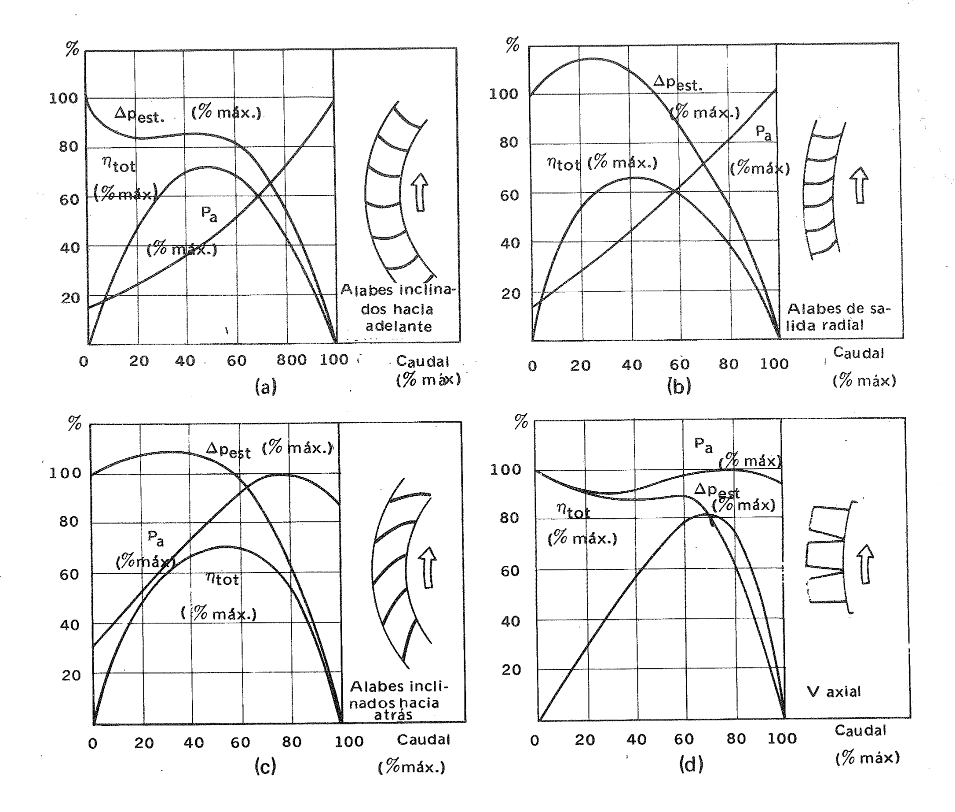


Fig. 18-39.– Curvas características típicas de V: a) con álabes curvados hacia adelante; b) de salida radial; c) curvados hacia atrás; d) axiales.

ticas de potencia de los V de salida radial (Fig. b) presenta un carácter intermedio entre las de los V con álabes curvados hacia adelante y hacia atrás, como era de esperar.

b) La *potencia absorbida en el arranque* es mínima en los V centrífugos (Figs. a, b y c) y máxima o casi máxima en los V axiales (Fig. d).

He aquí algunos ejemplos típicos de presentación de las curvas características de los V:

1) Las curvas de la Fig. 18-40 $\Delta p_{est} = f\ (Q)$ para n variable corresponden a un pequeño V, para instalación en el techo, de potencia inferior a 1 kW. Los números sobre las curvas indican los valores en Db del ruido del V cuando funciona en dicho punto.

2) Las curvas de la Fig. 18-41,a son curvas de Δp_{est}, Δp_{tot} y Δp_d, en función del caudal para 2800 rpm de un pequeño V axial. La intensidad del ruido tiene un valor medio de 58 Db. Estos pequeños V se accionan frecuentemente con motor de polos conmutables de 2 revolu-

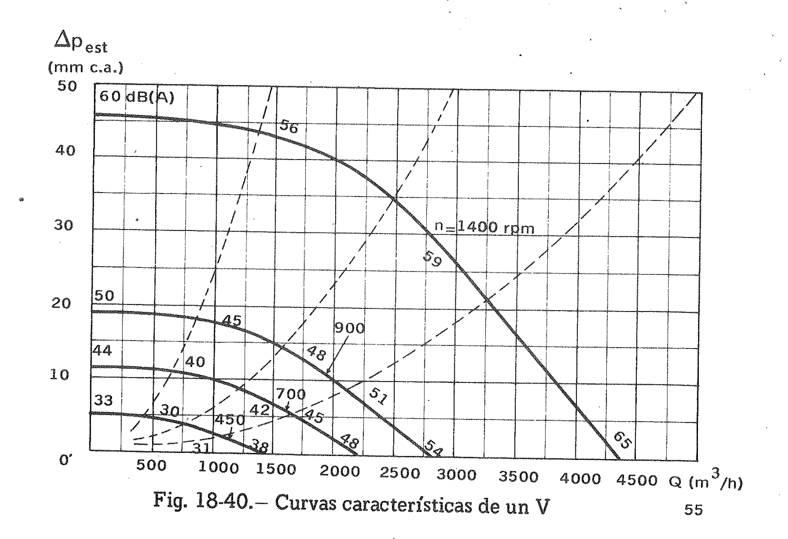


Fig. 18-40.– Curvas características de un V

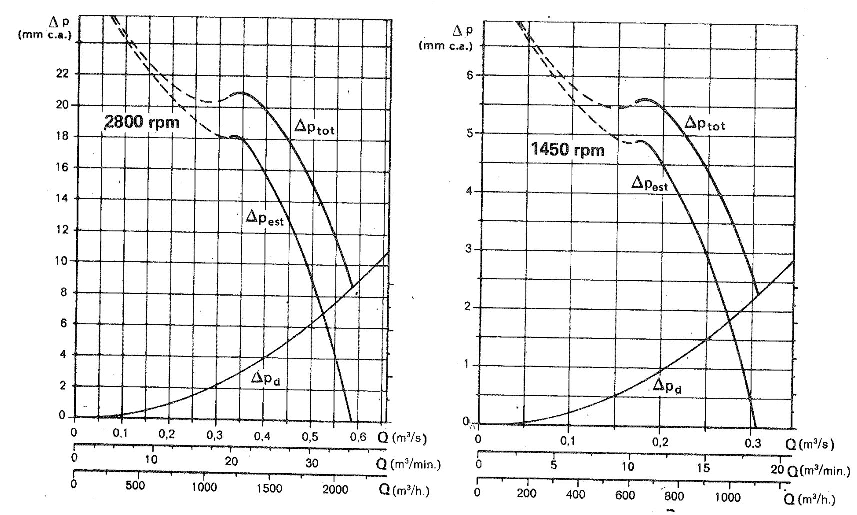


Fig. 18-41.– Curvas características de un V axial: a) a 2800 rpm; b) a 1450 rpm

nes. En la Fig. 18 - 41, b pueden verse las características del mismo V a 1450 rpm con una intensidad media de ruido de 42 Db.

3) Las curvas de la Fig. 18-42 pertenecen a un V Sirocco con 72 álabes en el rodete. La zona sombreada es la zona de funcionamiento recomendada, en la cual el el rendimiento conserva un valor aceptable.

4) En la Fig. 18-43 pueden verse las curvas de un V axial $\Delta p_{tot} = f(Q)$ para diferentes valores del ángulo φ del rodete. Según los tamaños este tipo de V ab-

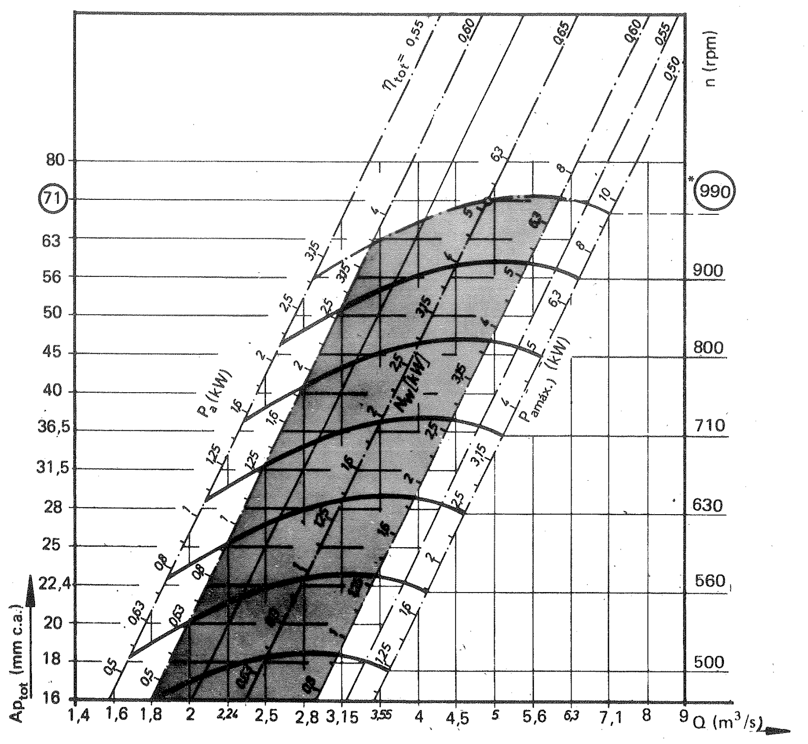


Fig. 18-42.– Curvas características de un V Sirocco de la firma Pollrich.

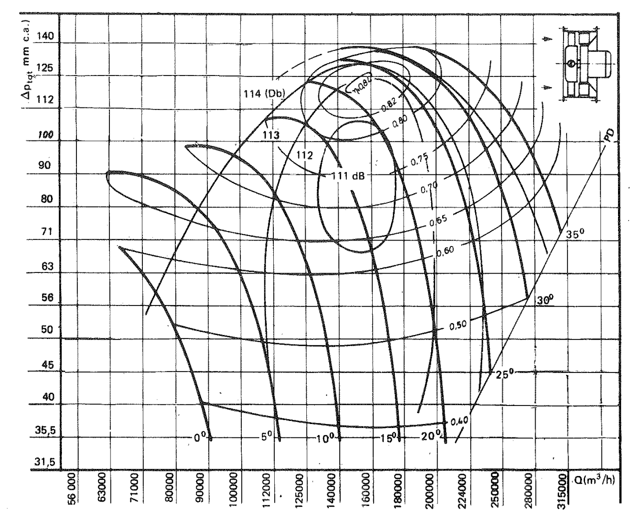


Fig. 18-43.– Curvas características de un V axial con álabes del rodete orientables (con V parado).

sorbe una potencia que oscila entre los 18 y 71 KW.

Los V axiales pueden construirse:

– con álabes del rodete fijos y álabes directrices orientables;
– con álabes del rodete fijos sin álabes directrices orientables;
– con álabes del rodete orientables y álabes directrices orientables;
– con álabes del rodete orientables sin álabes directrices orientables;

Los álabes pueden orientarse en marcha o estando el V parado. Lo primero es mucho más ventajoso pero es mucho más costoso. Las curvas de la Fig. 18-43 pertenecen a un V de este último tipo.

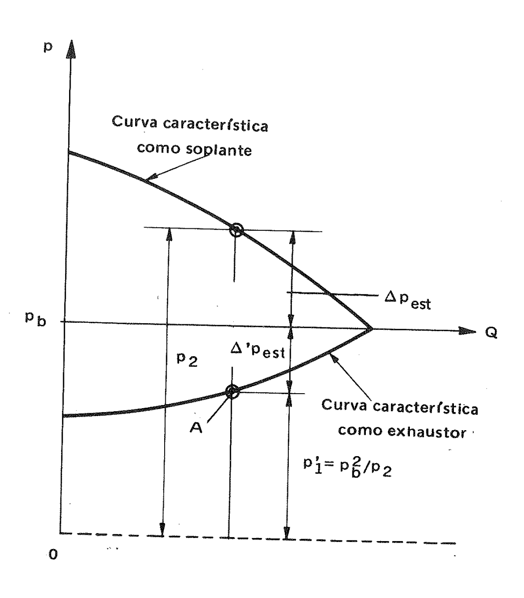


Fig. 18-44. – Características de un mismo V funcionando como *soplante* y como *exhaustor.*

Presión estática, dinámica y total de un V, según el modo de funcionamiento del mismo.

Un V puede trabajar de tres modos distintos:

– como *soplante*, aspirando gas a la presión atmosférica p_b y comprimiéndolo a mayor presión;
– como *exhaustor*, aspirando a presión inferior a la atmosférica y comprimiendo hasta la presión atmosférica;
– como *soplante* y como *exhaustor* al mismo tiempo.

En los tres casos la altura efectiva H (véase la Sec. 5.5), así como la altura dinámica y estática y el caudal Q desarrollado por el V en condiciones de óptimo rendimiento son idénticos; pero al variar la densidad en cada caso las presiones estáticas, dinámicas y totales serán distintas en cada caso también. Esto se ha de tener presente en el trazado de las curvas características, ya que, como hemos dicho, en los V no suelen utilizarse como variables las alturas sino las presiones.

Es fácil, sin embargo, conocido un punto cualquiera de la característica del V trabajando, por ejemplo, como soplante, hallar el punto correspondiente de la misma trabajando como exhaustor.

En efecto, se tiene:

$$H_{est} = \frac{\Delta p_{est}}{\bar{\rho} \cdot g} = \frac{\Delta p'_{est}}{\bar{\rho}' g}$$

donde los valores sin (') denotan soplante y con (') exhaustor, y $\bar{\rho}, \bar{\rho}'$ son los valores medios de las densidades en cada caso; se tiene, pues,

$$\underset{\text{(soplante)}}{\frac{p_2 - p_b}{\rho g}} = \underset{\text{(exhaustor)}}{\frac{p_b - p'_1}{\rho' g}} \qquad \text{y} \qquad \frac{p_2 - p_b}{p_b - p'_1} = \frac{\rho}{\rho'}$$

habiendo supuesto que

$$\frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}'} = \frac{\rho}{\rho'}$$

donde ρ, ρ' – valores iniciales de la densidad en cada caso.

Ahora bien por la ecuación de los gases perfectos

$$\frac{\rho}{\rho'} = \frac{p_b T'_1}{p'_1 T_b} \simeq \frac{p_b}{p'_1}$$

habiendo considerado la compresión aproximadamente isoterma. Luego:

$$\frac{p_2 - p_b}{p_b} = \frac{p_b - p'_1}{p'_1}$$

$$\frac{p_2}{p_b} = \frac{p_b}{p'_1}$$

y finalmente

$$p'_1 = \frac{p_b^2}{p_2} \qquad (18\text{-}17)$$

Esta fórmula permite obtener el punto de óptimo funcionamiento, punto A en la Fig. 18-44, como se indica allí mismo. O bien aplicando la misma Ec. (18-17), pasar fácilmente de una característica a otra.

Así por ejemplo, si un V funcionando como soplante aspira a la presión at-

mosférica p_b = 10000 mm c.a. un caudal de 3 m^3/s creando una presión estática Δp_{est} = 400 mm c.a. para calcular $\Delta p'_{est}$. se procederá así:

$$p_2 = 10.000 + 400 = 10.400 \text{ mm c.a.}$$

$$p'_1 = \frac{10.000^2}{10.400} = 9615 \text{ mm c.a.}$$

y finalmente

$$\Delta p'_{est} = p_b - p'_1 = 10.000 - 9615 = 385 \text{ mm c.a.}$$

19. Regulación de las turbomáquinas hidráulicas

19.1. Introducción

La potencia mecánica desarrollada por las TH, sobre todo las de media y alta potencia, solo excepcionalmente es aprovechada para accionamiento directo de otras máquinas; destinándose casi exclusivamente para accionamiento de alternadores en las centrales hidroeléctricas. Por eso en este capítulo nos referiremos exclusivamente a este tipo de aplicación

Las centrales hidroeléctricas modernas funcionan automáticamente con un mínimo de personal. El automatismo ha adquirido ya un alto grado de seguridad en la explotación; y la investigación continúa con miras a su perfeccionamiento y aplicación al mando a distancia, aplicación esta última aún poco extendida. Este automatismo comprende entre otras funciones:

1) Las *operaciones preliminares a la puesta en marcha:* suministro de aceite a los cojinetes, arranque de la bomba de aceite a presión, etc. ...

2) La *puesta en marcha:* apertura de la válvula general de admisión (de compuerta, de mariposa o esférica); sincronización y conexión del grupo a la red, etc..

En las centrales más automatizadas basta pulsar en el despacho de la central el botón de puesta en marcha para que se sucedan en su orden las operaciones comprendidas en los apartados 1 y 2, y para que un grupo de gran potencia quede sincronizado a la red en el tiempo mínimo de 1 a 2 minutos a partir de la pulsación del botón de puesta en marcha.

El tiempo mínimo de puesta en marcha constituye una de las principales ventajas de las centrales hidroeléctricas sobre las centrales térmicas de combustibles fósiles y nucleares, la cual ventaja solo es superada por los grupos de turbinas de gas.

3) El *funcionamiento* de la TH a frecuencia rigurosamente constante o variable entre límites predeterminados.

4) *Control del funcionamiento de los diversos elementos de la central:* presión de aceite en los cojinetes o en el sistema de regulación, temperatura de aceite en los mismos, amplitud de vibración del eje, presión de aceite en el tanque hidroneu-

neumático de aceite, funcionamiento del taquímetro, etc., etc. Dicho control se verifica mediante aparatos de alta precisión, que incluyen señalización óptica o acústica de anomalía, y que en caso de que no se hayan removido las causas de la anomalía mandan la parada automática y ordenada del grupo. Estos delicados y precisos instrumentos de control, cuyo estudio se sale de los límites de esta obra: aunque de elevado precio, reducen a un mínimo la posibilidad de una avería mucho más costosa.

5) *Parada normal* con las mismas operaciones de la puesta en marcha realizadas en orden inverso, que conducen al frenado total de la T, con la sola pulsación del botón de parada.

6) *Parada automática en caso de avería.*

Las ventajas de la automación de las centrales son: disminución de personal, reducción de averías y posibilidad de seleccionar el régimen más económico de explotación, y consiguientemente reducción del precio de venta de la energía eléctrica.

El estudio de la regulación de las TH se centra principalmente en el apartado 3. Modernamente la gran mayoría de las TH de media y gran potencia funcionan en paralelo. En todo caso el consumo de energía en la red independiente o común suele variar entre amplios límites, y las T deben estar equipadas con un sistema de regulación conveniente.

La teoría de la regulación modernamente se estudia unificadamente, es decir, independientemente de la variable que se quiere regular: velocidad, tensión, presión, temperatura, nivel de un embalse, etc., etc.; considerando abstractamente la magnitud de entrada (en nuestro caso la variación del número de revoluciones) y la de salida (en nuestro caso cambio de posición del distribuidor o de los álabes del rodete de la T). Para este estudio, así como para el desarrollo matemático del problema de la estabilidad de la regulación, etc. remitimos al lector a la bibliografía especializada (1).

Muchos de los conceptos que vamos a exponer son también comunes a todo sistema de regulación.

19.2. Problema fundamental de la regulación

Para fijar ideas supongamos un grupo turboalternador único, que alimenta una red eléctrica de iluminación, calefacción y fuerza. La frecuencia de la corriente eléctrica suministrada a la red es [Ec. (7-2)].

$$f = pn \quad (n \text{ en rps})$$

(1) Un resumen de la moderna teoría de la regulación, y de la estabilidad de la misma, con aplicación a la regulación de las TH puede verse en G. HUTAREW, *Regelungstechnik, kurze Einführung am Beispiel der Drehzahlregelung von Wasserturbinen*[3] (Técnica de la regulación, breve introducción, tomando como ejemplo la regulación del número de revoluciones de las turbinas hidráulicas), Springer, Berlín, 1969.

Como se requiere que esta frecuencia se mantenga constante, o al menos que sus variaciones sean muy pequeñas y se mantengan dentro de límites admisibles, según la Ec. (19-1), n se ha de mantener de igual modo constante.

1) *Régimen estacionario.* Una vez acelerado el grupo éste funciona en régimen estacionario, siempre que el par suministrado por la T, que constituye, el *par resistente,*

$$M_r = \frac{P_a}{\omega}$$

(donde P_a — potencia en el eje o potencia útil) sea igual al *par motor*

$$M_m = \frac{\rho\, gQH \cdot \eta_{tot}}{\omega} = Q\,\rho\,(r_1 c_{1u} - r_2 c_{2u})\,\eta_v \eta_m \qquad (19\text{-}2)$$

porque entonces en la ecuación fundamental de la dinámica del movimiento de rotación

$$I\alpha = M \qquad (19\text{-}3)$$

al ser $M = M_m - M_r = 0$, se tendrá:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = 0 \qquad \omega = cte \qquad \varphi = \omega t \qquad (19\text{-}4)$$

donde α, ω, φ — aceleración, velocidad y desplazamiento angular del grupo respecticamente.

2) *Régimen perturbado* (variación de la carga de la red alimentada por el alternador de la TH):

a) *El consumo de la red aumenta:* M_r aumenta y se hace $M_r > M_m$, porque M_m no varía mientras no se varíe Q ó H [Ec. (9-2)]. Entonces, siendo $M = M_m - M_r < 0$, según la Ec. (19-3), $\alpha < 0$ y ω disminuye.

b) *El consumo de la red disminuye:* M_r disminuye, y $M = M_m - M_r > 0$, con lo cual $\alpha > 0$ y ω aumenta.

c) *El consumo de la red se anula* (o se anula el M_r del grupo por apertura del interruptor general): entonces la aceleración del grupo, según la Ec. (19-3), adquiere re el valor máximo $\alpha_{máx.} = M_m/I$ para cada valor del par motor M_m.

En los dos casos considerados en a) y b) el grupo después de un intervalo de tiempo de régimen perturbado, podría pasar por sí sólo, sin regulación alguna manual o automática, a un nuevo estado de régimen estacionario distinto del inicial (o autoregulación). Para demostrar ésto consideremos en la Fig. 19-1 el régimen estacionario inicial, en que el punto de funcionamiento es el punto A, caracterizado por una velocidad n_1; la curva del par en función de la potencia para un cierto caudal y altura neta tiene una forma parabólica tal como la curva $M'_m = f(n)$. La experiencia demuestra que la potencia absorbida por el alternador crece aproximadamente en razón directa del número de revoluciones, y por tanto el par resistente permanece aproximadamente constante: de ahí que la curva $M'_r = f(n)$ sea aproxima-

damente paralela al eje n. De la forma de las curvas de M_m y M_r para los diferentes grados de admisión y respectivamente cargas de la T se desprende que, si la carga disminuye de manera que la curva M_r' pasa a ser la M_r'' (véase figura) el grupo se acelera ($\Delta n > 0$) pasando el número de revolu-

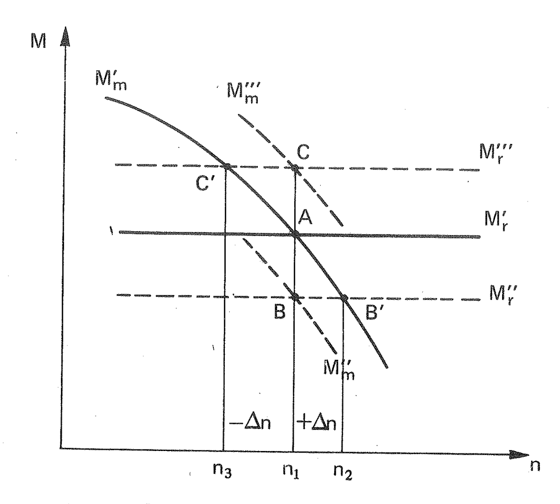


Fig. 19-1. Regímenes de equilibrio o igualación de par motor y par resistente.

ciones de n_1 a n_2, pasando al nuevo régimen estacionario con el punto de funcionamiento B', donde se verifica $M_r'' = M_m'$. Lo contrario sucede si la carga aumenta; de manera que la curva de par resistente pasa a ser $M_r''' = f(n)$: la velocidad disminuye ($\Delta n < 0$) pasando de n_1 a n_3 y al nuevo régimen estacionario con punto de funcionamiento C', donde se verifica $M_r''' = M_m'$. Los puntos de funcionamiento tales como los puntos B' y C' son estables. El inconveniente de la autorregulación es que para toda carga que difiere mucho de la carga normal el Δn de ordinario es excesivo (oscilaciones inadmisibles de la frecuencia de la corriente). La intervención de un operario, en el primer caso cerrando la admisión de la T, y en el segundo abriéndola modifica la curva de M_m', reduciendo el valor de Δn, y con un cierre/apertura juicioso las nuevas curvas pasarán a ser M_m'' o M_m''', reduciéndose a 0 los Δn respectivos, y siendo los nuevos puntos ideales de funcionamiento B y C (regulación isódroma. Véase la Sec. 19-3).

El problema fundamental de la regulación de velocidad es mantener automáticamente, sin intervención de operario de velocidad de rotación constante o con una pequeña variación que no exceda un límite máximo admisible predeterminado.

La *regulación manual* descrita anteriormente no suele utilizarse hoy día ni en las pequeñas TH, aunque las TH dotadas de regulación automática suelen estar dotadas también de regulación manual.

La regulación manual puede conseguirse de dos maneras:

a) *Por regulación de la carga.* En este caso al aumentar o disminuir el consumo de energía eléctrica de la red se disminuye o aumenta la carga de la T sin actuar sobre su admisión; utilizando por ejemplo, una resistencia variable, donde se disipa la diferencia de energía (1). Este modo de regulación es antieconómico y sólo se emplea excepcionalmente, si interesa, por ejemplo, que todo el caudal de agua de la central pase a través de la T.

b) *Por regulación de la T.* Para ello se varía la potencia suministrada a la turbina o potencia neta,

$$P = \rho\, g\, Q\, H$$

lo cual podría lograrse variando H o variando Q. como la variación de H, además de ser técnicamente difícil, es evidentemente antieconómica, en la práctica la regulación de la T se realiza siempre regulando el caudal. No se debe olvidar, sin embargo, que al aumentar o disminuir el caudal aumentan o disminuyen las pérdidas en la conducción, disminuyendo o aumentando algo H. En adelante solo trataremos de la regulación de la TH mediante la regulación del caudal.

La regulación del caudal en las TH corresponde a la regulación cuantitativa de las TMT (2), ya que en el distribuidor Fink de las TH de reacción y en el inyector de las TH de acción el estrangulamiento resultante es muy pequeño, formando además el distribuidor parte integral de la TH, La regulación cualitativa (3), actuando sobre la válvula de admisión exterior a la TH, en las TH nunca se emplea; mientras que las centrales térmicas modernas vuelven a emplear este tipo de regulación.

Los reguladores de las TH pueden clasificarse en reguladores hidráulicos y reguladores electrohidráulicos.

Una *señal de entrada,* proveniente de la magnitud perturbada, produce en unos y otros un desplazamiento lineal, que convenientemente transmitido y amplificado causa el movimiento de cierre o apertura del distribuidor o la orientación de los álabes del rodete.

Como magnitud física perturbada, puede utilizarse φ, ω, ó α, que sólo cumplen las Ecs. (19-4) en régimen estacionario, dando lugar a los siguientes tipos de regulación:

a) regulación cronométrica;
b) regulación taquimétrica;
c) regulación acelerométrica;
d) regulación acelerotaquimétrica.

En las centrales hidroeléctricas se emplea siempre el segundo o cuarto tipo.

(1) Esto equivale, por ejemplo (Fig. 19-1), si el par resistente disminuye hasta M_r'' a crear un par resistente M_{rs} tal que $M_r'' + M_{rs} = M_r'$, con lo cual el punto de funcionamiento seguirá siendo el punto A.
(2) Véase CM., TMT, Sec. 24.2.2.2.
(3) Véase CM., Sec. 24.2.2.1.

19.3. Estabilidad de la regulación

La regulación puede ser *isódroma* o *no isódroma,* según se mantenga o no la velocidad del grupo rigurosamente constante. Por otra parte la regulación puede ser *estable* o *no estable,* según que las oscilaciones inevitables de los órganos de regulación y de la velocidad, consecuentes a un cambio de régimen, sean o no de corta duración. La regularidad de marcha (marcha estable) no excluye una variación permanente de la velocidad y frecuencia (marcha no isódroma).

El taquigrama de la Fig. 19-2, a corresponde a una *regulación isódroma ideal,* en la que se mantiene la velocidad nominal n_N rigurosamente constante. El de la Fig. 19-2, b corresponde a una *regulación no isódroma ideal,* sin oscilación alguna de la velocidad en el cambio de régimen: esta regulación, sería, pues, estable aunque no isódroma. Los taquigramas de las Figs. c y d corresponden a un regulador real, y en ellos se acusan inestabilidades e irregularidades. El taquigrama de la Fig. 19-2,c es más estable que el de la Fig. 19-2,d porque el intervalo de las oscilaciones $t_2 - t_1$ es menor pero menos regular, porque el Δn permanente es mucho mayor.

Las exigencias modernas no permiten que estas oscilaciones permanentes lleguen nunca a 0,2%. En la industria textil, por citar un ejemplo, oscilaciones mayores podrían provocar la rotura de los hilos en los telares. Así un incremento permanente (positivo o negativo) de la velocidad respecto de la velocidad nominal no

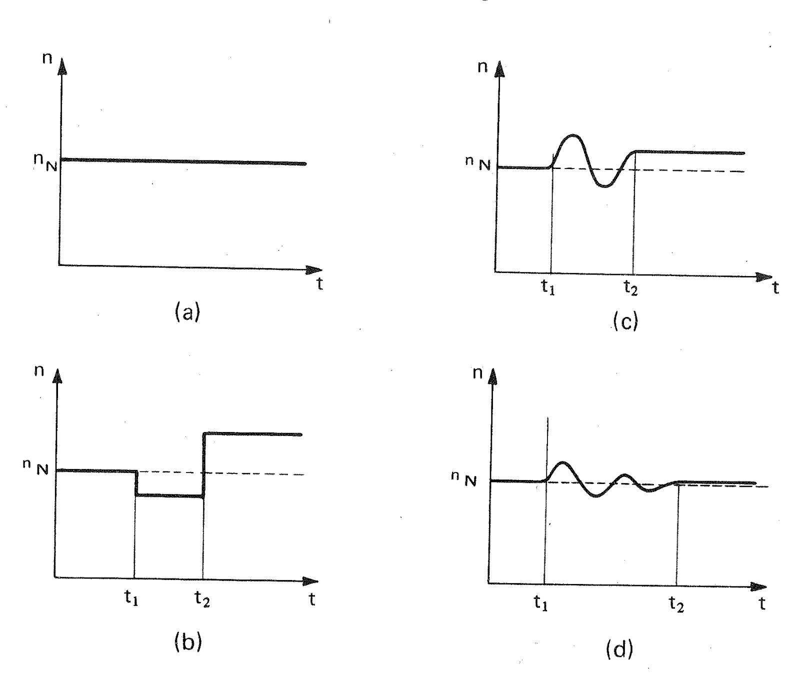


Fig. 19-2.– Taquigramas diversos (n_N –número de revoluciones nominal o de marcha normal.

implica inestabilidad de la regulación. Más aún, si este incremento se reduce excesivamente el regulador *bombea,* es decir, los órganos del regulador oscilan a uno y otro lado de su posición de equilibrio. Se denomina *estatismo* a la relación entre la diferencia del número de revoluciones máximo (que corresponde a la marcha en vacío de la máquina) y el mínimo (que corresponde a la marcha a plena carga) y el número de revoluciones nominal n_N de la máquina:

$$n_N \simeq \frac{n_{máx.} + n_{mín.}}{2};$$

y el estatismo:

$$\delta = \frac{n_{máx.} - n_{mín.}}{n_N} = 2\,\frac{n_{máx.} - n_{mín.}}{n_{máx.} + n_{mín.}},$$

que generalmente se expresa en % de la velocidad nominal, o sea:

$$\delta = \frac{n_{máx.} - n_{mín.}}{n_N} \cdot 100$$

En los sistemas de regulación modernos el estatismo rara vez excede el 4%. La regulación directa, por ejemplo, (véase la Sec. 19.4) es tanto más estable cuanto mayor es el estatismo de la máquina: de ahí el nombre de estatismo con que se designa este parámetro.

19.4. Regulación hidráulico-mecánica directa

Regulación directa es aquélla en la cual toda la energía necesaria para el accionamiento del órgano regulador del caudal proviene de la fuerza centrífuga del taquímetro, sin necesidad de otra fuente auxiliar de energía. En la Fig. 19-3 puede

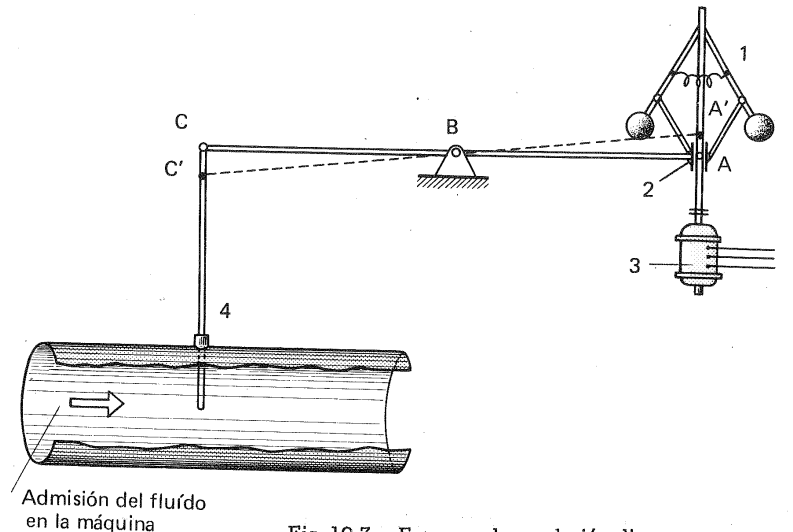


Fig. 19-3.– Esquema de regulación directa

verse un esquema de regulación directa. Este esquema hoy día, por las razones que veremos, no se aplica o muy rara vez a las TH; pero sí se aplica a la regulación de los pequeños motores de combustión interna. En este sistema de regulación, como en todos los demás, el elemento esencial es el taquímetro, 1, cuyo estudio se hará en la Sec. 19.6.1. El eje del taquímetro gira accionado por el motor 3, cuya corriente proviene de un pequeño generador, accionado a su vez por el eje del motor regulado. El taquímetro gira, pues, en cada instante exactamente a la velocidad del motor o un múltiplo fijo del mismo ("medidor proporcional"). Al disminuir la carga y aumentar con ello la velocidad del motor regulado a partir de un cierto estado de equilibrio, las bolas del taquímetro se separan en virtud de la fuerza centrífuga, el manguito (1) 2 del taquímetro se desplaza hacia arriba, y el balancín ABC gira alrededor del punto B, y ocupa la nueva posición A'BC', dibujada de puntos en la Fig. 19-3. Al bajar el punto C se cierra la válvula 4, con lo cual

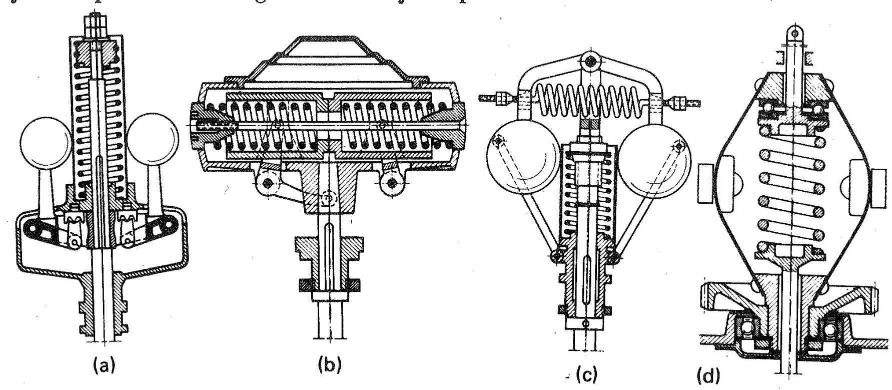


Fig. 19-4.– Algunos tipos de *reguladores mecánicos de velocidad:* a) con resorte longitudinal; b) con resorte transversal; c) con resorte longitudinal y transversal; d) con resorte de lámina y resorte longitudinal sin articulaciones.

disminuye la admisión de fluido (agua en la TH o mezcla de aire y combustible en el motor de combustión interna), con lo que se alcanza un nuevo estado de equilibrio, en el cual las bolas están más separadas, es decir, la velocidad del motor es mayor y consecuentemente *la regulación directa no es isódroma.* Si la carga del motor aumenta se verifica el mismo proceso pero en sentido contrario. La regulación directa tiene la ventaja de su sencillez; pero presenta los dos inconvenientes siguientes:

1) *estatismo relativamente elevado,* para evitar el bombeo;
2) *fuerza disponible muy pequeña,* para la apertura o cierre del distribuidor de la T o de la válvula de mariposa del motor, salvo que las bolas del taquímetro adquieran proporciones prohibitivas. Ahora bien las TH de mediana

(1) Por brevedad hablamos siempre del "manguito", del regulador, refiriéndonos al órgano, que puede variar según los tipos (véase Fig. 19-4) cuyo desplazamiento provoca la regulación.

y gran potencia requieren fuerzas extraordinariamente elevadas. Modernamente incluso las TH pequeñas se suelen equipar con un sistema de regulación indirecta.

El esquema de regulación directa puede completarse con dos mecanismos análogos a los que figurarán más adelante en otros esquemas: a) *mecanismo de variación del estatismo*; esto se consigue mediante el desplazamiento manual del punto B a la derecha o izquierda; b) *mecanismo de variación de la velocidad* de régimen de la máquina; esto se consigue con una relación de transmisión variable a voluntad entre la máquina y el taquímetro. Dada la escasa aplicación de este regulador en las TH no entraremos en estos detalles. En la Sec. 19.6.1 veremos cómo puede variarse de una manera sencilla la velocidad de la máquina regulada actuando sobre el taquímetro mismo.

19.5. Regulación hidráulico-mecánica indirecta sin retroalimentación

Este tipo de regulación se representa en el esquema de la Fig. 19-5 que conviene comparar con el de la Fig. 19-3.

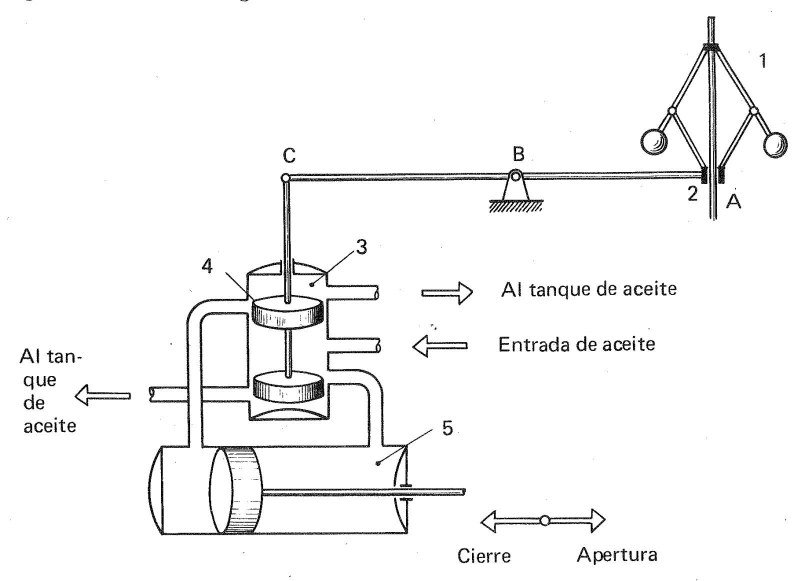


Fig. 19-5.–Esquema de regulación *sin retroalimentación.*

Supongamos, por ejemplo, que la carga disminuye: el grupo se acelera, las bolas del taquímetro 1 se separan, y sube el manguito 2; el punto C baja. Aquí la fuerza del manguito no mueve directamente por medio de la palanca ABC a la válvula de admisión o distribuidor de la T, sino tan sólo a la válvula 3 denominada *válvula de distribución.* La válvula de distribución, cuya descripción y tipos se

verán más adelante (Sec. 19.6.2), es una válvula amplificadora hidráulica, que desempeña un papel análogo al de una válvula amplificadora electrónica. En los reguladores indirectos de las TH de mediana y gran potencia, la fuerza disponible en el punto C (Fig. 19-5) es solo de algunos gr-f, y la necesaria para mover el distribuidor de varias toneladas. Al bajar, pues, el punto C el aceite a presión pasa por la entrada situada en la parte central de la válvula de distribución al lado derecho del cilindro 5, denominado servomotor; mientras que el aceite del lado izquierdo del servomotor 5, pasa a través de la válvula 4, al tanque de aceite. Al desplazarse el servomotor hacia la izquierda se cierra el distribuidor de la T. Al aumentar la carga de la T se verifica el mismo proceso en sentido inverso, desplazándose ahora el servomotor 5 a la derecha, con lo cual se abre el distribuidor.

Este esquema de regulación indirecta no se aplica jamás porque, con él no puede regularse la T. Para convencerse de ello conviene observar: 1.°) que la válvula de distribución sólo puede estar cerrada para una velocidad determinada de la T, que supondremos es su velocidad nominal, por ejemplo, 1000 rpm. Esto supone que la regulación no podrá ser *isódroma,* lo cual podría ser aceptable, si fuera estable; y 2.°) que en el esquema de la Fig. 19-5 la posición de las bolas del taquímetro (velocidad de la T) es independiente de la posición del émbolo del servomotor (carga de la T); mientras que en el esquema de la Fig. 19-3 de la regulacion directa a cada posición de la válvula de admisión (o distribuidor) correspondía una sola posición de las bolas del taquímetro, lo que permitía una *regulación estable aunque no isódroma;* mientras que con el esquema de la Fig. 19-5 tampoco es posible la regulación estable. El taquigrama de la Fig. 19-6, que corresponde al esquema de la Fig. 19-5, y ha de estudiarse simultáneamente con ella, demuestra que este sistema de regulación no es estable. En efecto: *antes del instante* 0 el régimen es estacionario: $\alpha = 0$ y $\omega = \omega_N$ (donde ω_N – velocidad angular nominal).

Instante 0: la carga de la máquina ha disminuido, y empieza el régimen perturbado: nace una aceleración $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$; la velocidad aumenta hasta un valor máximo en el instante 1. La aceleración en el intervalo 0-1 disminuye; pero

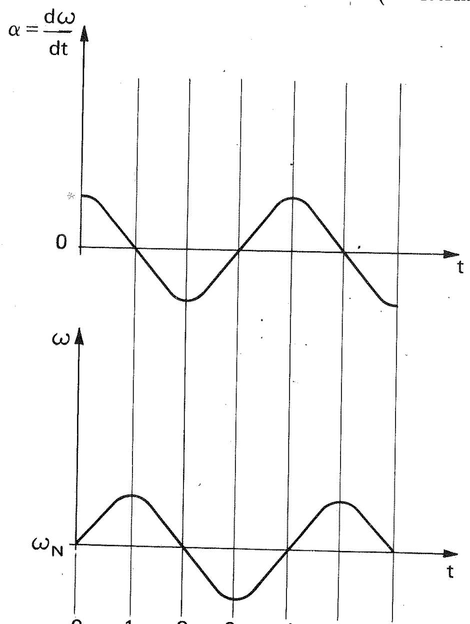


Fig. 19-6.—Taquigrama de regulación según el esquema de la Fig. 19-5.

ción. De ahí que a veces se le llama regulador, expresión que, sin embargo, es conveniente emplear, como lo hacemos nosotros, como sinónimo del sistema de regulación completo.

El taquímetro es el *medidor de la magnitud regulada,* que en nuestro caso es la velocidad. Su función es medir el número de revoluciones, establecer el valor exacto de la desviación, en el caso de la Fig. 19-3 mediante la desviación del manguito que puede suponerse proporcional a la variación de la velocidad, y de esta manera provocar directa (Fig. 19-3) o indirectamente (Fig. 19-5) la regulación.

Existen tres tipos principales de taquímetros: mecánicos, hidráulicos, y eléctricos. Algunos de los tipos más usuales de taquímetros mecánicos pueden verse en la Fig. 19-4. El de la Fig. 19-4,d, que carece de varillas y articulaciones, es el más empleado hoy día.

Relegando el estudio detallado del taquímetro y su cálculo a los libros de Mecanismos y Mecánica Aplicada, resumiremos aquí tan sólo sus características principales.

Sensibilidad

Un taquímetro muy sensible es aquél en el cual con un Δn muy pequeño se produce un desplazamiento bastante grande del manguito. Para poder cuantificar la medida de la sensibilidad definiremos el *coeficiente de insensibilidad.* Es conveniente definir el coeficiente de insensibilidad general, o coeficiente de insensibilidad simplemente tal, que mide la respuesta del regulador a un Δn, y el coeficiente de insensibilidad interna del aparato mismo.

a) *Coeficiente de insensibilidad*

Si a partir de un estado de equilibrio, aumenta (o disminuye) la fuerza centrífuga C el manguito se desplazará siempre que

$$\Delta C = F + R$$

donde F – fuerza útil = resistencia que ofrece el órgano que el taquímetro debe mover (en la Fig. 19-3 la válvula 4; en la Fig. 19-5 la corredera 4 de la válvula de distribución).

R – resistencia debida a la fricción interna del taquímetro, que se opone al desplazamiento del mismo.

El coeficiente de insensibilidad ϵ se define así:

$$\epsilon = \frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta F_k}{F_k}$$

donde F_k – fuerza del resorte, que equilibra en cada instante a la fuerza centrífuga.

Ahora bien, si λ es un coeficiente de proporcionalidad, e Δn el incremento de

como se mantiene aún positiva la velocidad no cesa de aumentar. El servomotor se desplaza hacia la izquierda, las bolas se separan. En toda esta discusión conviene advertir que de la curva $\omega = \omega$ (t) se deduce la posición del taquímetro en cada instante y que de la curva $\alpha = \alpha$ (t) se deduce la posición del servomotor en cada instante también.

Instante 1: velocidad máxima. Bolas del taquímetro en su posición más abierta; válvula de distribución abierta; entra aceite al espacio de la derecha del servomotor. Aceleración nula; servomotor en la posición exacta correspondiente a la carga (par motor = par resistente). Si en el instante 1 se cerrase la válvula de distribución (posición central) el grupo quedaría regulado, aunque a una velocidad más alta (*regulación estable no isódroma*); sin embargo, como la válvula está abierta, el servomotor cierra aún más el distribuidor (sobrerregulación) y nace una aceleración negativa (par motor deficitario), que aumenta a medida que el servomotor se desplaza en el mismo sentido.

Instante 2: velocidad 0. Bolas del taquímetro en la posición inicial, válvula de distribución momentáneamente cerrada. Aceleración mínima (aceleración negativa máxima); servomotor en la posición extrema de la izquierda (par motor deficitario). Al ser la aceleración negativa la velocidad empieza a disminuir.

Instante 3: velocidad mínima. Bolas del taquímetro en su posición más baja; válvula de distribución abierta; entra aceite al espacio de la izquierda del servomotor: la aceleración empieza a aumentar; en este instante, aceleración 0 (de nuevo par motor = par resistente); pero como la válvula de distribución sigue abierta la aceleración aumenta.

Instante 4: la posición de las bolas y del servomotor son idénticas que en el instante 0 y los fenómenos se repiten periódicamente, siendo el período de este fenómeno oscilatorio $t_4 - t_0$.

Se observará que la velocidad lleva un retraso de 1/4 de período con relación a la aceleración, es decir, (velocidad y aceleración en cuadratura). Con lo que acabamos de exponer queda claro que el esquema de la Fig. 19-5 no es estable, y en régimen perturbado se produce una oscilación permanente de las bolas y del servomotor entre sus posiciones extremas. Para que el regulador se estabilizara sería preciso que en los instantes tales como el 1 y 3, en que la aceleración es nula, y por tanto el grupo está en equilibrio, se cerrara la válvula de distribución, lo cual se consigue mediante un nuevo mecanismo, que realiza una función denominado *retroalimentación,* mandado por el servomotor mismo. Las dos funciones que constituyen un servomecanismo son la amplificación y la retroalimentación las cuales no cumple el esquema de la Fig. 19-5; pero sí el que se estudiará en la Sec. 19.7.

19.6. Aparatos de regulación

19.6.1. Taquímetros

El taquímetro es, como hemos dicho, el elemento más importante de la regula-

velocidad correspondiente a ΔC se tiene:

$$\epsilon = \frac{\Delta C}{C} = \frac{\lambda (n + \Delta n)^2 - \lambda n^2}{\lambda n^2} = \frac{2 \Delta n}{n} + \left(\frac{\Delta n}{n}\right)^2$$

o bien

$$\epsilon \simeq \frac{2 \Delta n}{n}$$

ya que Δn siempre es muy pequeño, e $\left(\frac{\Delta n}{n}\right)^2$ puede despreciarse en comparación con $\frac{2 \Delta n}{n}$.

Luego aproximadamente:

$$\Delta n = \frac{1}{2} \epsilon \cdot n$$

Así, por ejemplo, si $n = 1500$ rpm y $\epsilon = \frac{1}{30}$ el regulador es insensible (el manguito no se mueve) para la gama de velocidades $1475 < n < 1525$; pero si ϵ disminuye a $\frac{1}{300}$ el regulador es insensible sólo en la gama $1497{,}5 < n < 1500{,}5$. Los taquímetros de los sistemas de regulación indirectos (Sec. 19.5) tienen un coeficiente de insensibilidad muy pequeño y difícilmente medible; siendo con frecuencia $\epsilon < \frac{1}{1000}$.

b) *Coeficiente de insensibilidad interna*

Se tiene:

$$\epsilon = \frac{\Delta C}{C} = \frac{F}{C} + \frac{R}{C} = \frac{F}{C} + \epsilon_r$$

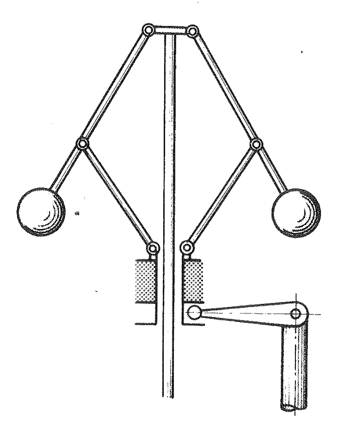
El parámetro ϵ_r se denomina coeficiente de insensibilidad interna,

$$\epsilon_r = \frac{R}{C}$$

que depende del rozamiento en el taquímetro mismo.

Los taquímetros modernos tienen frecuentemente un coeficiente de insensibilidad interna $\epsilon_r < \frac{1}{10.000}$, gracias al empleo de articulaciones de cuchilla; como en las básculas de precisión, o de láminas elásticas, en el de la Fig. 19-4,f, que, como dijimos, es modernamente el más empleado.

Los taquímetros antiguos, como el de la Fig. 19-7, para equilibrar la fuerza


Fig. 19-7.—Taquímetro de bolas.

centrífuga, utilizaban pesas en lugar de resortes. La inercia de las pesas no permitía el amortiguamiento de las oscilaciones. Posteriormente se añadió un amortiguador de aceite, el cual, sin embargo, aumentaba la insensibilidad del aparato.

Estabilidad de un taquímetro

El concepto de estatismo, definido en la Sec. 19.3, se aplica tanto al taquímetro cuanto al regulador completo. Un taquímetro es estable cuando puede estar en equilibrio en cualquier posición comprendida entre las dos posiciones extremas; de manera que a cada velocidad del taquímetro (y de la máquina regulada) corresponde una posición del taquímetro; correspondiendo la velocidad mínima a la distancia r mínima del centro de masa del taquímetro al eje del mismo, y la velocidad máxima a la máxima distancia.

Investiguemos la condición que se ha de cumplir para que un taquímetro sea estable.

La fuerza centrífuga C es función de la velocidad ω y de la distancia r. En la Fig. 19-8 se han trazado las características $C = f(r)$ para distintos valores de ω, que son rectas que pasan por el origen de coordenadas. En la parte superior de la Fig. 19-9,b y c se han trazado las características del resorte del taquímetro entre los puntos 1, 2, que es siempre una recta de ecuación $F_k = kr$. En régimen permanente para cada velocidad ω se ha de verificar que $F_k = C$. En la parte inferior de la Fig. 19-9,a,b, y c se suman vectorialmente las características del resorte y de la fuerza centrífuga.

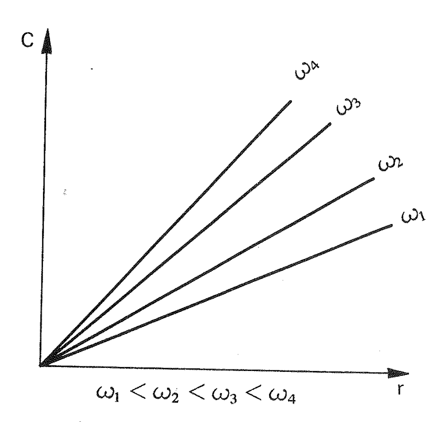


Fig. 19-8.—Características $C = f(r)$ para diferentes valores de ω.

Fig. 19-9,a: taquímetro estable. Al punto 1 corresponde la velocidad mínima y al 2 la máxima, y los puntos a, b, c... son otros tantos puntos de equilibrio posible.

Fig. 19-9,b: taquímetro astático. Sólo para una velocidad ω_1 se produce el equilibrio, el cual además es indiferente (para cualquier posición de las bolas, o cualquier valor de r) $\omega < \omega_1$, $F_k > C$ y el resorte empuja a las bolas hacia la posición mínima; si $\omega > \omega_1$, $C > F_k$ y las bolas ocupan la otra posición extrema.

Fig. 19-9,c: *taquímetro inestable.* El taquímetro permanece siempre en una u

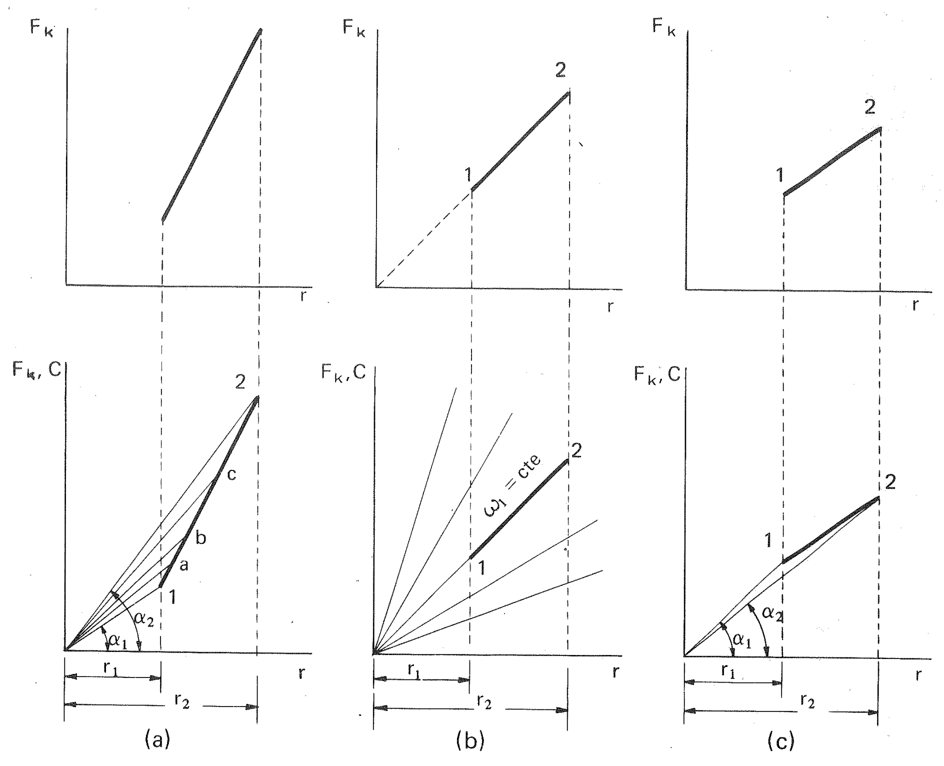


Fig. 19-9.—Características del resorte del taquímetro y suma vectorial con las de la fuerza centrífuga: a) taquímetro estable; b) taquímetro astático; c) taquímetro inestable.

otra de sus posiciones extremas. Estos taquímetros, que al llegar a una velocidad determinada pasan bruscamente de una posición extrema a la otra, encuentran una aplicación importante en ciertos tipos de *limitadores de velocidad.*

Se observará que el taquímetro estable tiene un estatismo positivo, el inestable un estatismo negativo y el astático, un estatismo nulo.

Ahora resulta inmediata la deducción de la condición de estabilidad. En efecto

$$C = mr\,\omega^2 \qquad (19\text{-}5)$$

y

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{m}}\;\sqrt{\frac{C}{r}} = \text{cte}\sqrt{\text{tg}\,\alpha}$$

El taquímetro es:

– estable si α aumenta al aumentar r

– ástático si α = cte

– inestable si α disminuye al aumentar r (véase Fig. 19-9,c).

Variación del estatismo y de la velocidad de la máquina en el taquímetro mismo

El estatismo δ puede incrementarse por dos procedimientos que se explican en la Fig. 19-10, en la cual se ve cómo un taquímetro inicialmente astático, $\delta = 0$ (Fig. 19-10,a) puede convertirse en un taquímetro estable, $\delta > 0$.

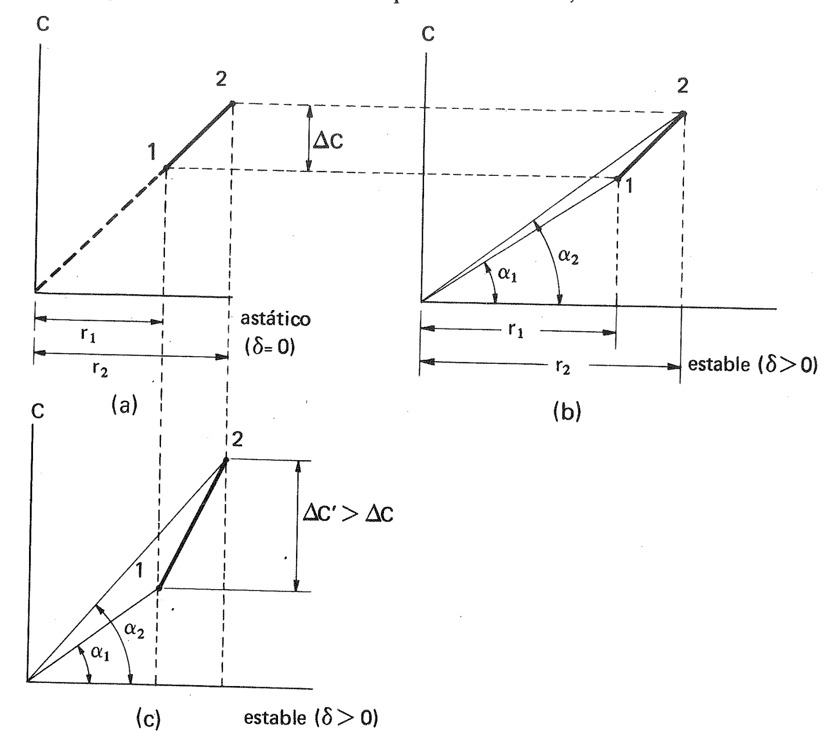


Fig. 19-10.–Procedimientos para variar el estatismo.

El primer procedimiento (Fig. 19-10,b) consiste en aumentar la distancia media r del centro de masa al eje del taquímetro.

El segundo procedimiento (Fig. 19-10,c) consiste en aumentar la rigidez del resorte (reduciendo el número de espiras etc...) a fin de aumentar el ΔC entre las posiciones extremas del taquímetro.

Veamos ahora cómo es posible variar la velocidad de la máquina regulada. En la Fig. 19-11 las curvas del resorte cortan el haz de líneas características de la fuerza centrífuga (del cual sólo se han dibujado en la figura las 4 que interesan al

caso) en las curvas ω_1 = cte y ω_2 = cte; siendo éstas por tanto las velocidades en los puntos extremos del taquímetro 1 y 2. Si se comprime el resorte (lo cual puede hacerse mediante un tornillo regulable) la nueva característica del resorte es 1'–2', que corta en 1' y 2' a las curvas $\omega_1' > \omega_1$ y $\omega_2' > \omega_2$. Correspondientemente en los puntos intermedios del segmento 1'–2' la velocidad es mayor que en los puntos homólogos del segmento 1–2. Como, según lo dicho, al modificar la velocidad se modifica el estatismo, prácticamente la velocidad por este procedimiento no se podría variar más que en un 6 a 8%.

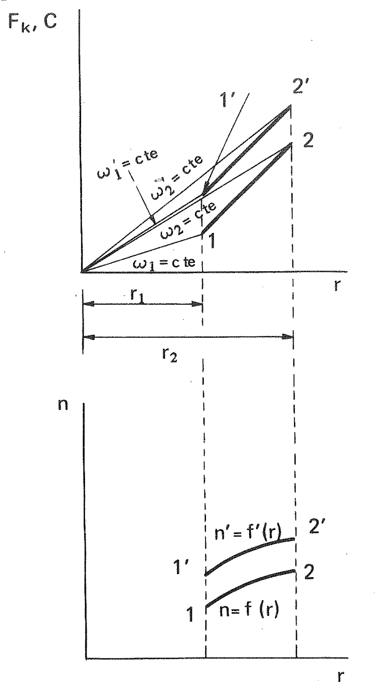


Fig. 19-11.– Procedimiento para variar la velocidad de la máquina regulada.

Siendo C función lineal de r, en virtud de la Ec. (19-5) la característica n = f(r) es una parábola, que se ha dibujado en la parte inferior de la Fig. 19-11.

Frecuencia de un taquímetro

Si m es la masa de las piezas en movimiento del taquímetro e ΔF_k, y ΔF_c la variación de la fuerza elástica del resorte y de la fuerza centrífuga respectivamente correspondiente a un desplazamiento en una unidad de longitud del centro de masa de m, la frecuencia del taquímetro, o sea el número de oscilaciones por segundo de las masas en movimiento será:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\Delta F_k - \Delta F_c}{m}} \qquad (19\text{-}6)$$

La Ec. (19-6) demuestra que para aumentar la frecuencia del taquímetro basta disminuir la masa m. Como la fuerza centrífuga necesaria para mover el manguito ΔC, que en general será una función del desplazamiento x del mismo, tiene un valor ya determinado, al disminuir m deberá aumentar n. En resumen:

1) *Los taquímetros de baja frecuencia* (2 Hz por ejemplo) son pesados y giran lentamente (200 rpm por ejemplo).
2) *Los taquímetros de alta frecuencia (40 ó 50* Hz por ejemplo) son ligeros y giran rápidamente (1500 rpm, por ejemplo).
3) *Los taquímetros son tanto más estables* (es decir, las oscilaciones en el cambio de régimen se amortiguan tanto más rápidamente) *cuanto mayor es su frecuencia,* como enseña la experiencia.
4) En general conviene escoger taquímetros cuya frecuencia no sea mucho me-

nor de 10 Hz (1).

19.6.2. Válvulas de distribución

Las válvulas de distribución son de tipo corredera, y admiten gran variedad de diseños. Las válvulas, como la de la Fig. 19-12, a, en la cual $h < h'$, es decir, los émbolos de la corredera tienen una altura inferior a las vías de entrada o salida al o del servomotor, se emplean en los reguladores con sistemas de energía sin acumulador (véase Sec. 19.6.5.1). En la posición central el aceite a presión pasa a través de las holguras existentes hacia el tanque de aceite. Al elevarse la corredera el paso el tanque de aceite a presión queda obturado, con lo cual éste pasa por la apertura superior a un espacio del servomotor, mientras que el aceite contenido en el espacio opuesto del mismo pasa al tanque a través de la válvula. Al descender la válvula se invierte el sentido de los flujos al y del servomotor.

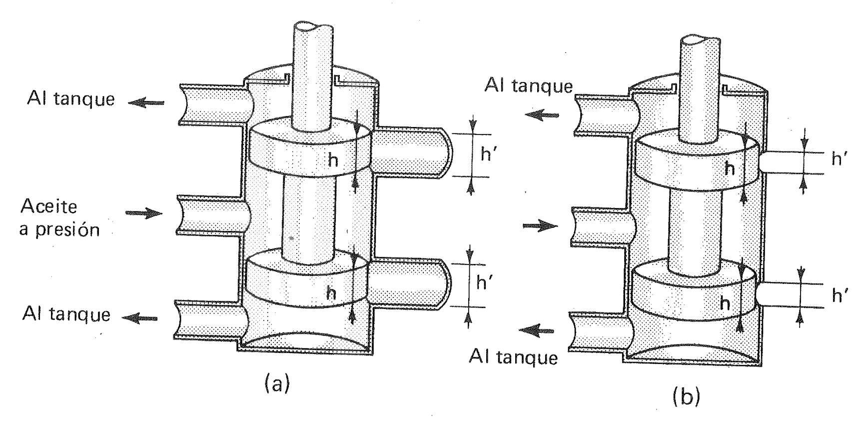


Fig. 19-12.– Esquemas de *válvulas de distribución*

Las válvulas de la Fig. 19-12 en la cual $h > h'$ se emplean en los reguladores con sistema de energía con acumulador (véase la Sec. 19.6.5.2). Estando la válvula en la posición central el aceite que viene por el conducto central izquierdo en la figura queda detenido. Al elevarse la corredera entra aceite a presión por la apertura superior al servomotor y sale por el espacio opuesto del servomotor al tanque y recíprocamente en la posición inferior. Al aumentar las dimensiones del servomotor, para la misma presión y velocidad del mismo, aumentan las dimensiones de la válvula, con diámetros superiores a los 300 mm. En este caso la fuerza engendrada por el taquímetro no bastará para mover la corredera de la válvula y entonces se provee ésta de un relé hidráulico, como puede verse en la válvula de distribución de la Fig. 19-13. El conjunto es un amplificador análogo al conjunto de la válvula normal sin relé y servomotor; pero se diferencia de ésta no sólo en que las fuer-

(1) Los cuentarrevoluciones de los laboratorios con una gama de medición muy amplia son taquímetros provistos de una diminuta caja de cambio y cuadrante de graduación múltiple, para aumentar la sensibilidad del aparato.

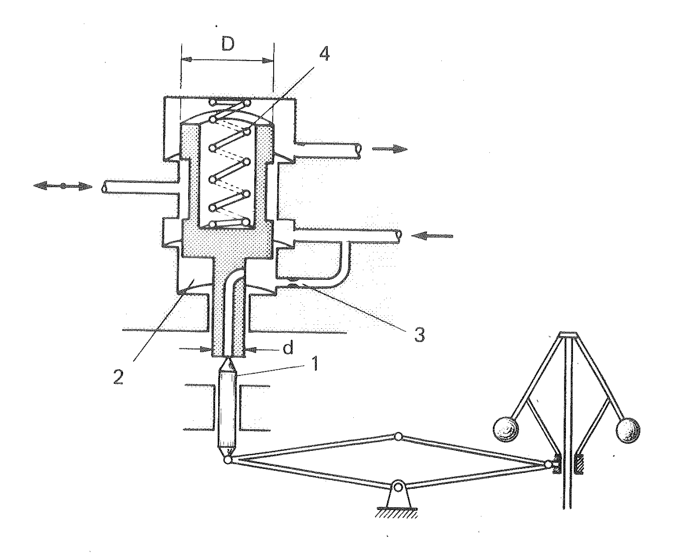


Fig. 19-13.– Válvula con *relé hidráulico* amplificador

zas en juego y las dimensiones son menores; sino también en que la velocidad y desplazamiento del servomotor son totalmente independientes; la corredera sigue sin decalaje de tiempo ni espacio los movimientos del mando, que en este caso es un pequeño puntero 1, mandado por el taquímetro. La corredera está totalmente en equilibrio por la fuerza de la presión F_p del aceite que actúa de abajo a arriba en la parte inferior 2 de la válvula igual a

$$F_p = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) p_2 .$$

y la compresión del resorte, que actúa de arriba a abajo. La presión de aceite puede ser ajustable en el estrangulamiento 3 y es variable. El aparato funciona con una pérdida permanente de aceite a través del puntero 1. Si éste se eleva por la acción del taquímetro se obtura en parte la salida del aceite, su presión crece, la corredera se eleva, y la fuerza del resorte aumenta, hasta que se consigue una nueva posición de equilibrio. Al descender el puntero mandado por el taquímetro sale más aceite del espacio 2, desciende la presión de aceite y baja la corredera, que de esta manera fielmente sigue el mando del taquímetro; pero con amplificación.

19.6.3. Servomotores

Los servomotores se emplean para el desplazamiento del *distribuidor Fink* de las TH de reacción, de la *válvula de aguja* del inyector de las TP y también para el movimiento del *deflector* en las TP y de los *álabes del rodete* en las TK y TD. También cumplen la misión de inmovilizar estos órganos en la posición que les co-

rresponde en cada momento, sin que oscilen a un lado y otro. Los servomotores amplifican la fuerza mínima engendrada por el taquímetro, utilizando una fuente exterior de energía, generalmente proveniente de la presión de aceite; aunque puede utilizarse también presión de aire y energía eléctrica.

La aplicación más frecuente de los servomotores es el accionamiento del distribuidor Fink utilizado casi siempre en las TH de reacción, por lo cual nos referimos principalmente a esta aplicación.

Para potencias no muy grandes se emplea un sólo servomotor, como puede verse en el esquema de la Fig. 19-14. El anillo de regulación 1 es accionado por dos brazos 2 (en otros esquemas se emplea un sólo brazo), los cuales por el otro extremo se articula a la palanca 3, que es movida por el eje 4, apoyado en los cojinetes 5 y 6; dicho eje es movido por el vástago 7 de un servomotor único 8. Este esquema tiene la ventaja de permitir la colocación del servomotor fuera del pozo de la T, como se ve claramente en la misma figura.

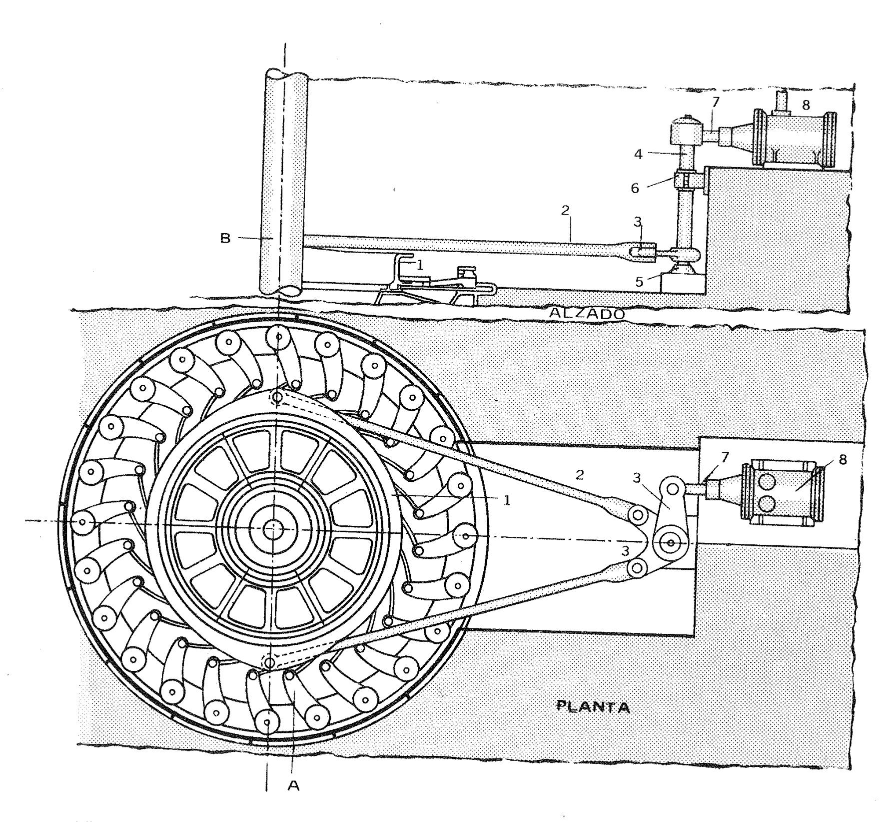


Fig. 19-14.– Esquema de regulación del distribuidor de una T de reacción con *un solo servomotor y dos barras.*

Los servomotores se clasifican en *servomotores de doble efecto* y de *simple efecto.*

El tipo más corriente de servomotor es el de la Fig. 19-15, de eje recto, de doble efecto, empleándose normalmente 2 por turbina.

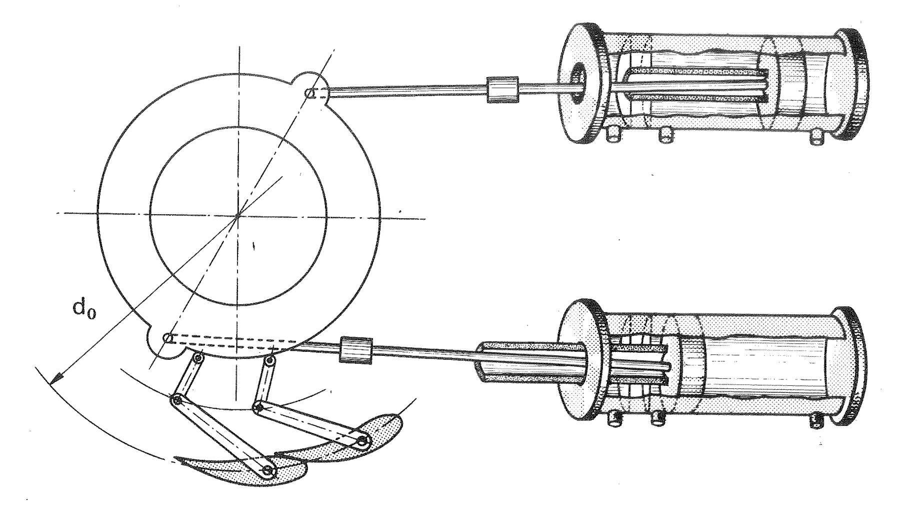


Fig. 19-15.– Accionamiento del distribuidor Fink con *dos servomotores* de doble efecto

La Fig. 19-16 contiene otros tipos de servomotores:

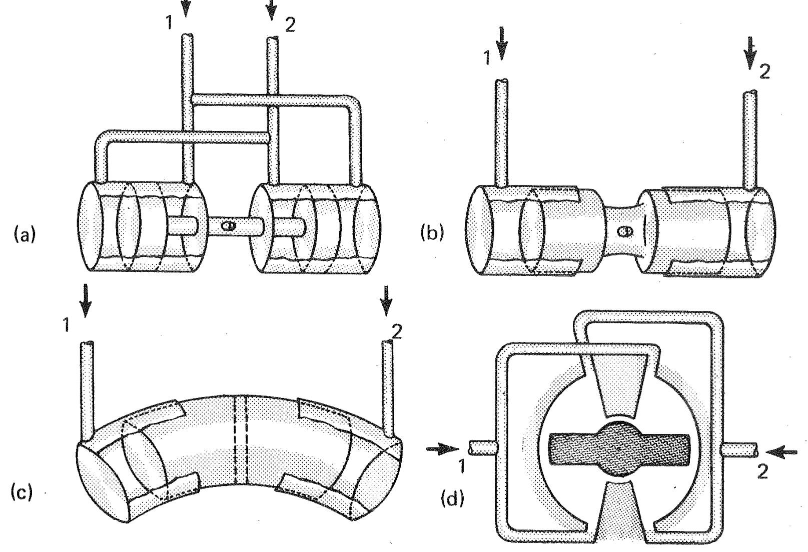


Fig. 19-16.– Tipos de *servomotores*

a) de eje recto, dos émbolos, ambos de doble efecto (Fig. 19-16, a).
b) de émbolo buzo doble (Fig. 19-16, b).
c) anular o toroidal (Fig. 19-16, c).
d) de paletas (Fig. 19-16, d).

Del tipo a se instalan 2 por turbina, mientras que del tipo c suelen emplearse hasta 6 por unidad. Los de los tipos, a, b, c suelen instalarse en el armazón que forma el techo de la turbina. El tipo de la Fig. 19-16,d presenta gran interés para el accionamiento individual de cada álabe directriz del distribuidor, al cual se tiende modernamente en las modernas turbinas de gran potencia, como se verá en la Sec. 19.12.5.

En la Fig. 19-16,a,d los conductos 1 y 2 se ponen en comunicación con la entrada de aceite a presión o con el tanque de aceite, según el sentido del movimiento del servomotor, mediante la válvula de distribución mandada por el taquímetro.

La Fig. 19-17, a, b, c contiene los tres tipos principales de servomotor de simple efecto. En todos ellos el movimiento en un sentido es realizado por la presión de aceite y en el sentido opuesto: a) por presión de aceite o agua, cuya toma se hace en un punto de la tubería forzada o de la T antes de la caja espiral, generalmente a través de un estrangulamiento regulable (Fig. 19-17, a); b) por la fuerza de la gravedad de un peso 3 (Fig. 19-17, b) ó c) por la fuerza elástica de un resorte (Fig. 19-17, c). El servomotor de la Fig. 19-17, a es de émbolo diferencial. En él la cámara de la izquierda del servomotor está en comunicación bien con el aceite a presión, bien con el tanque de aceite, según la posición de la válvula de distribución mandada por el taquímetro. Esto mismo sucede con la cámara de la izquierda en las Figs. 19-17, b y c. En la Fig. 19-17, a, si se utiliza agua a presión en la cámara derecha del servomotor se emplean normalmente émbolos separados para evitar la mezcla de líquidos. Los sermotores de simple efecto generalmente se construyen de tal manera que (Fig. 19-17 a-c), si falla la presión de aceite, la presión del agua, el peso o el resorte mueven hacia la izquierda el servomotor en el sentido del cierre del distribuidor.

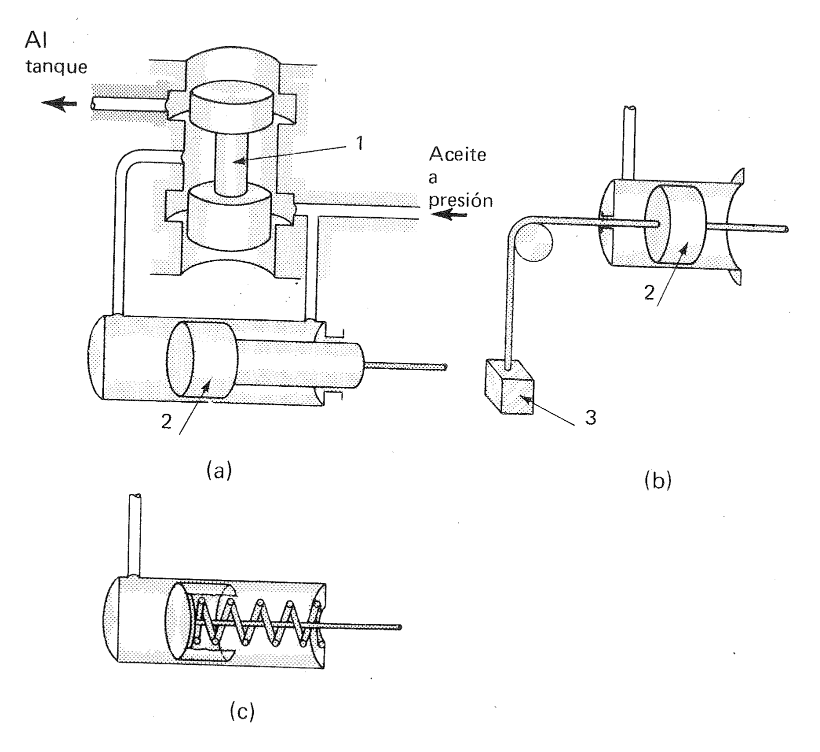


Fig. 19-17.– Tipos de servomotores de *simple efecto*

Entre los servomotores de simple efecto los de la Fig. 19-17,c son los más empleados. Hay que tener presente que la cilindrada de estos servomotores es justo el doble que la de los de doble efecto, porque, cuando el émbolo se desplaza hacia la derecha en la Fig. 19-17, c la energía necesaria para comprimir el resorte y prepararle para la carrera de vuelta proviene también del aceite. Ahora bien esta energía es igual a pV, siendo V el volumen de la cilindrada. Por el contrario el caudal de la bomba en los sistemas de energía directa puede ser igual o incluso menor, si se aumenta al doble o más la carrera que comprime al resorte. Los servomotores de resorte no se construyen generalmente para energías superiores a 15.000 N.m por las dificultades con que se tropieza.

Par necesario para el giro de los álabes directrices

Este par puede estimarse por la fórmula:

$$M = 1{,}6\, k_r\, (M_h + M_r)$$

donde M_h – momento hidráulico o momento de las fuerzas de presión del agua sobre todos los álabes directrices, calculado anteriormente (véase Sec. 11.11.4.4);

M_r – momento de rozamiento de los pivotes de los álabes;

k_r – coeficiente que tiene en cuenta el rozamiento en las articulaciones de los álabes y en los prensaestopas.

En la fórmula se ha adoptado además un coeficiente de seguridad de 1,6.

Presión de aceite

Hasta hace unos años la presión de aceite de los reguladores se mantenía siempre inferior a los 20 bar, a fin de proteger los órganos delicados sometidos a esta presión, y de aminorar los problemas de estanqueidad. Modernamente, al aumentar grandemente las potencias de las T, se suelen emplear presiones de trabajo de 25-40 bar; más aún en la actualidad se investiga sobre el empleo de presiones de trabajo mucho mayores, comprendidas entre 64-100 bar.

Fuerza máxima de los servomotores

$$F_{máx.} = \psi_s \, p_0 \, \frac{\pi}{4} \, d_s^2 \, z_e$$

donde p_0 – presión de aceite
d_s – diámetro del servomotor
z_e – número de émbolos del servomotor
ψ_s – coeficiente de reducción del área del émbolo debido al área del vástago.

Diámetro del servomotor

Los fabricantes suelen tener los valores de d_s normalizados. Se puede escoger el valor más próximo que resulte de aplicar la siguiente ecuación empírica:

$$d_s = \alpha \, d_1 \sqrt{\frac{b_0}{d_1} H_{máx.}}$$

donde α – coeficiente que depende del número de álabes y del número de servomotores
d_1 – diámetro máximo de entrada del rodete
b_0 – ancho del distribuidor

Para 2 servomotores, y en función del número de álabes directrices z_d, pueden tomarse para α los valores siguientes:

z_d	α
16	0,034
24	0,03
32	0,028

Carrera del émbolo, s_e

Esta se determina por las condiciones cinemáticas del mecanismo completo del distribuidor (biela, manivela, anillo de giro de los álabes), es decir, la carrera ha de ser tal que produzca el giro necesario de los álabes desde el cierre total hasta la apertura máxima a_0 (véase la Fig. 18-1,b).

Para la carrera s_e se pueden adoptar los valores

$$s_e = (1{,}4 - 1{,}8) \, a_0$$

Los valores menores para TH con $d_1 < 5$ m

Volumen de los servomotores

El volumen total de todos los servomotores será:

$$V_s = \psi_s \, \frac{\pi}{4} \, d_s^2 \, z_s \, s_e$$

Energía de los servomotores

a) La *energía teórica* que pueden suministrar todos los servomotores es:

$$E_s = F_{máx.} \, s_e = \psi_s \, p_0 \, \frac{\pi}{4} \, d_s^2 \, z_s \, s_e = p_0 \, V_s$$

b) La *energía real* suministrada es bastante menor, ya que durante la regulación parte del aceite se escapa por los intersticios indebidamente al tanque sin producir trabajo (rendimiento volumétrico $\eta_v < 1$).

Servomotores de los álabes del rodete de las TK.

a) La *presión* de trabajo se escoge en función de la altura del salto y oscila entre 25-40 bar.

b) El *tiempo completo de cierre* de los álabes, o sea el tiempo que tarda el émbolo del servomotor en recorrer la carrera completa de abajo a arriba suele ser de unos 40 s; en cambio el *tiempo completo de apertura* aproximadamente la mitad.

c) El *diámetro del servomotor del rodete* según los datos estadísticos de TK construidas es:

$$d_{sr} = (0{,}71 - 0{,}75) \, d_{ce} \quad \text{y} \quad d_{sr} = (0{,}78\text{–}0{,}82) \, d_{cc}$$

donde d_{sr} – diámetro del servomotor
d_{ce} – diámetro del cubo en la construcción esférica
d_{cc} – diámetro del cubo en la construcción cilíndrica

d) La *carrera del servomotor* suele hacerse

$$s_{sr} = (0{,}12\text{–}0{,}16) \, d_{sr}$$

e) El *coeficiente de reducción de área* ψ_{sr} ocasionada por el vástago del émbolo es del orden $\psi_{sr} = 0{,}96$.

19.6.4. Bielas elásticas

La biela elástica BC (Fig. 19-18) se llama así porque su longitud es variable, según la posición del émbolo de la misma. En la Fig. 19-18 a y b la biela tiene la longitud máxima y mínima respectivamente. Para pasar de la primera y segunda posición ha sido preciso ejercer sobre sus extremos una fuerza de compresión, para que el aceite pase a través del estrangulamiento del émbolo de la cámara superior a la inferior del cilindro. Este movimiento es lento y su velocidad depende de la viscosidad (por esta razón la temperatura del aceite juega un papel importante en el correcto funcionamiento de una biela elástica) y de la geometría del estrangulamiento. La biela de la Fig. 19-18,c tiene un estrangulamiento regulable, con lo cual puede variarse la velocidad de desplazamiento de la biela. La biela de la Fig. 19-18, d lleva incorporada una pequeña válvula de retención, y sólo en compresión trabaja con movimiento lento controlado por la velocidad del aceite, que tiene que

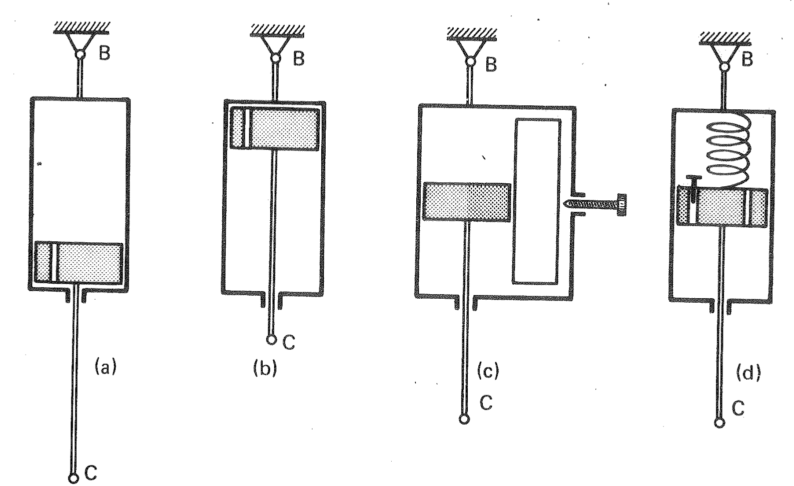


Fig. 19-18.– Tipos de biela elástica

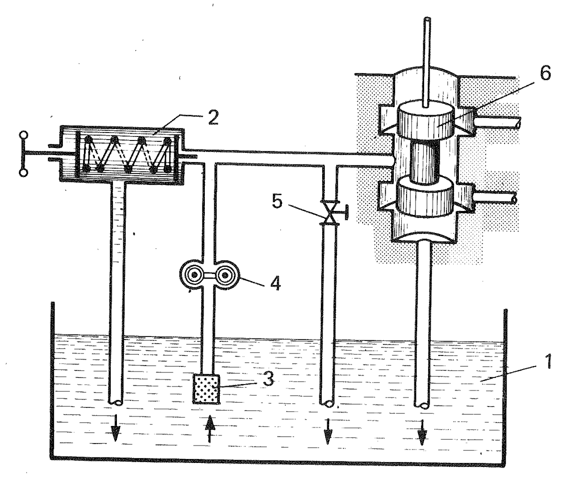


Fig. 19-19.– Esquema de un sistema de energía hidráulica *sin acumulador*

pasar de la cámara superior a la inferior a través del estrangulamiento; pero en tracción el movimiento es rápido porque el aceite puede pasar de abajo a arriba sin prácticamente resistencia alguna. La biela elástica de la Fig. 19-18,d muestra como por medio de un resorte la biela temporalmente comprimida recobra la longitud inicial gracias a la compresión del resorte.

19.6.5. Sistemas de energía hidráulica

El sistema de energía hidráulica constituye una unidad independiente del regu-

lador, pero necesaria para el funcionamiento del mismo. Este sistema se puede realizar de dos maneras: sin acumulador y con acumulador. El primer sistema es más barato; pero menos económico en funcionamiento.

19.6.5.1. Sistemas de energía hidráulica sin acumulador

Este sistema, que se representa en la Fig. 19-19, consta del tanque de aceite, 1, de donde aspira una bomba 4 de tornillo o de engranajes, a través de un filtro 3. El aceite es bombeado directamente a la corredera de distribución 6. A fin de que no se eleve peligrosamente la presión en la línea se instala en ella la válvula de seguridad, 2, en la que se puede regular la presión máxima. La válvula 5 permite la descarga del circuito, y facilita la regulación manual de la TH. La bomba funciona ininterrumpidamente, de manera, que en régimen normal, en que la válvula de distribución se encuentra en la posición central, el aceite pasa directamente a través de la válvula (gracias a la construcción especial de la Fig. 19-12, a) al tanque. El refrigerador de aceite y el circuito de refrigeración se ha omitido en la figura.

Las TH de gran potencia requieren para el accionamiento de los servomotores energías muy grandes, superiores a veces a los 500.000 N·m. Para suministrar esa energía en pocos segundos haría falta una bomba cara de grandes dimensiones, y en los tiempos de régimen estacionario la energía perdida por estrangulamiento en la válvula de distribución sería muy grande. Entonces se recurre al segundo esquema, que se explica a continuación.

19.6.5.2. Sistemas de energía hidráulica con acumulador

Este sistema es totalmente automático, y está dotado de múltiples relés con señalizaciones acústicas y ópticas, etc. ... pudiendo revestir formas muy diversas. La Fig. 19-20 se ha de considerar sólo como un esquema simplificado, en el cual únicamente figuran los elementos más importantes.

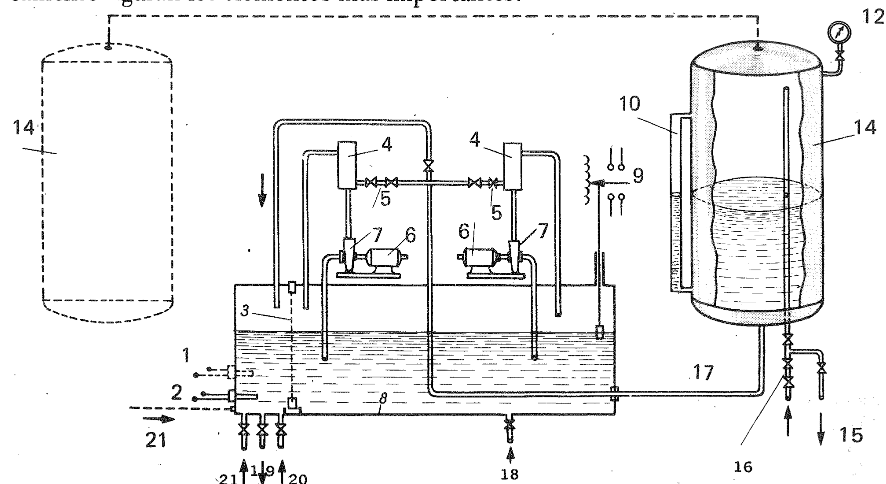


Fig. 19-20.– Esquema de sistema de energía hidráulica *con acumulador*

El *tanque de aceite* 8, que figura también en el esquema anterior, está dotado del nivel 9 con relé de contactos para indicación a distancia, del filtro 3, que divide el tanque en dos zonas de aceite sucio y aceite filtrado, del termómetro de resistencia 2 y del manómetro de electrocontactos 1. Por el conducto 21 vuelve el aceite de los diferentes puntos del sistema de regulación. En él pueden verse además las siguientes conexiones o conductos: 17, vaciado del acumulador 14; 18, entrada del refrigerador de aceite, no dibujado en la figura; 19, vaciado del tanque; 20, llenado del tanque.

Las *bombas* 7, generalmente de engranajes o de tornillo, accionadas por los motores eléctricos 6, aspiran del tanque. En algunos sistemas sólo existe una *bomba principal,* que funciona intermitentemente gracias a un manostato con regulación de presión mínima y máxima situado en el acumulador 14 en la zona del aire, cuya presión baja o sube en función del volumen de aceite almacenado; y una *bomba secundaria* mucho más pequeña, accionada frecuentemente por la TH, que sirve sólo para compensar las fugas del sistema. Otros sistemas con acumulación tienen una sola bomba, que funciona continuamente, de menores proporciones que en el sistema sin acumulador a igualdad de energía suministrada, y que, al alcanzar el aceite su nivel máximo, se pone automáticamente en comunicación directa con el tanque, bien por medio de una válvula especial, bien por descarga automática de la válvula de seguridad misma. En la disposición de la Fig. 19-20 una bomba funciona continuamente y la otra está siempre en reserva. Las dos bombas están provistas de válvulas de retención 5, que las protegen, cuando no están en funcionamiento, contra la presión del acumulador 14, y de las válvulas de seguridad 4, que limitan la presión.

La puesta en marcha de las bombas se realiza mediante relés en función del gasto de aceite de maniobra. Si la presión desciende por debajo de un mínimo, en que es peligroso el funcionamiento de la T, un relé de presión manda un impulso que ordena la parada de la misma.

El acumulador 14 es un recipiente lleno parcialmente de aceite en la parte inferior (30 a 40%), y de aire comprimido en la parte superior (60 a 70%). En la figura por simplificar no se ha dibujado el compresor ni su sistema automático de funcionamiento. A causa de las fugas de aire inevitables a través de las juntas, y sobre todo a causa de su dilución en el aceite, que se intensifica cuando aumenta el trabajo de regulación de la TH, el nivel del aceite en el depósito a presión para una misma presión aumenta gradualmente, disminuyendo la almohada de aire, lo que lleva consigo una mayor complicación en la instalación. En la Fig. 19-21 puede verse un esquema de instalación automática.

En algunas centrales el sistema de energía es único para el accionamiento de la válvula general de admisión de la TH (de mariposa o esférica), accionamiento del distribuidor (Fink o inyector), accionamiento de los álabes del rodete (TK y TD), etc. En los sistemas de las TH de potencia muy grande se emplea a veces en paralelo un segundo acumulador, que se ha dibujado de puntos en la Fig. 19-20. En la misma figura pueden verse también en el acumulador 14 el manómetro 12, el

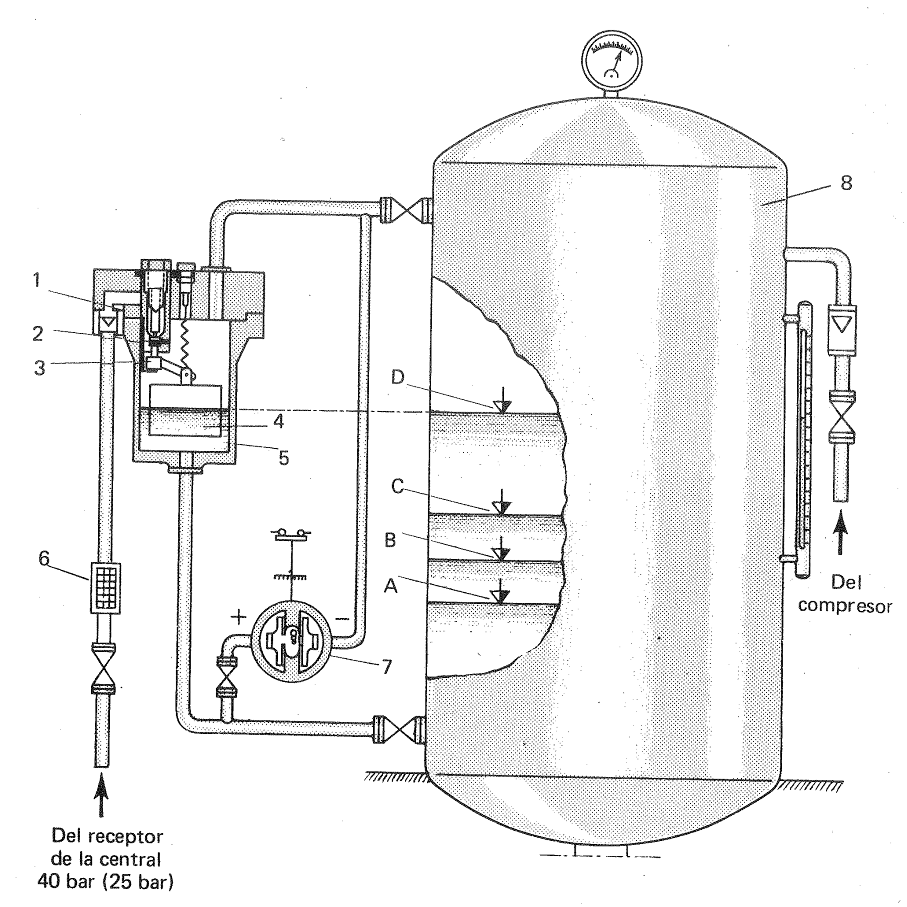


Fig. 19-21.—Esquema de suministro de aire a presión al calderín de aceite: 1. Válvula.- 2. Varilla.- 3. Palancas articuladas.- 4. Flotador.- 5. Caja del regulador de nivel de aceite.- 6. Filtro.- 7. Relé de mínimo nivel en el calderín.- 8. Calderín hidroneumático de aceite.- A. Nivel de avería.- B. Nivel de enganche del relé.- C. Nivel de arranque de la bomba de reserva.- D. Nivel normal de aceite.

nivel de aceite, 10, la salida de descarga de aire 15, y la admisión del aire 16 del compresor, así como las dos descargas de las bombas de alimentación del acumulador.

El volumen de aceite del acumulador V_a se calcula de manera que, teniendo en cuenta las pérdidas volumétricas en el sistema, después de realizados con su ayuda dos carreras y media completas de todos los servomotores del distribuidor, con la presión de aceite a un 40% de la normal, aún puedan realizar una carrera completa de emergencia para el cierre del mismo, quedando aún cierto remanente de

aceite en el depósito. La experiencia y los cálculos realizados demuestran que estas condiciones se cumplen sobradamente en las TH de reacción siempre que se escoja

– para turbinas con distribuidor Fink solamente $V_a = (18\text{-}20)\,\Sigma\ V_s$
– para turbinas con distribuidor Fink y orificio compensador .... $V_a = (18\text{-}20)\,\Sigma\ V_s + (9\text{-}10)\ V_{OC}$
– para turbinas Kaplan .... $V_a = (18\text{-}20)\,\Sigma\ V_s + (4\text{-}5)\ V_p$

donde V_{OC} – volumen de aceite del acumulador

$\Sigma\ V_s$ – volumen útil de los servomotores del distribuidor

V_p – volumen útil del servomotor de las paletas o álabes móviles.

Los sistemas de presión de aceite suelen trabajar a una presión que suele estar comprendida entre 25-40 bar. Actualmente se trata de subir la presión de trabajo a 64-100 bar.

19.7. Regulación hidráulico-mecánica con amplificador y retroalimentación rígida: servorregulación con estatismo

En el esquema de la Fig. 19-5 la válvula de corredera no se cerraba más que para una posición perfectamente determinada del taquímetro, por tanto para una velocidad determinada de la máquina regulada. De ahí provienen, como vimos en la Sec. 19.5, las oscilaciones no amortiguadas de todo el sistema de regulación al variar la carga. En el sistema de la Fig. 19-22 se obvia este inconveniente con la introducción de la retroalimentación, en este caso mecánica, consistente en la palanca angular 5, mediante la cual al moverse el servomotor, tanto en dirección del cierre como en dirección de la apertura del distribuidor, cierra la válvula de corredera. El funcionamiento de este sistema es el siguiente: supongamos que disminuye la carga de la T, la velocidad del grupo aumenta, las bolas del taquímetro se separan, el manguito A sube; la palanca ABC gira en torno del punto B *momentaneamente* fijo, el punto C desciende, entra aceite por la cámara derecha del servomotor que cierra el distribuidor; simultáneamente actúa el *mecanismo de retroposición o retroalimentación:* la palanca angular 5 gira en sentido de las agujas del reloj, y la palanca ABC gira ahora en torno al punto A *momentáneamente* fijo, es decir, el punto B ocupa la nueva posición B', y la válvula de corredera vuelve a la posición central. En este esquema, pues: a) en cualquier posición del taquímetro y para cualquier carga puede estar cerrada la válvula; b) a cada posición del servomotor, o sea a cada carga, corresponde una posición del taquímetro: se trata, pues, de una *regulación no isódroma;* c) a cada carga corresponde una posición distinta del punto B. En este sistema el nuevo estado de equilibrio no se adquiere tampoco sino después de algunas oscilaciones; pero éstas, a diferencia de las del sistema de la Fig. 19-5, se amortiguan pronto. En efecto, la Fig. 19-23, análoga a la 19-6, representa las curvas del par motor M (o la aceleración) y de la velocidad n en función del tiempo; a las cuales se ha añadido para más

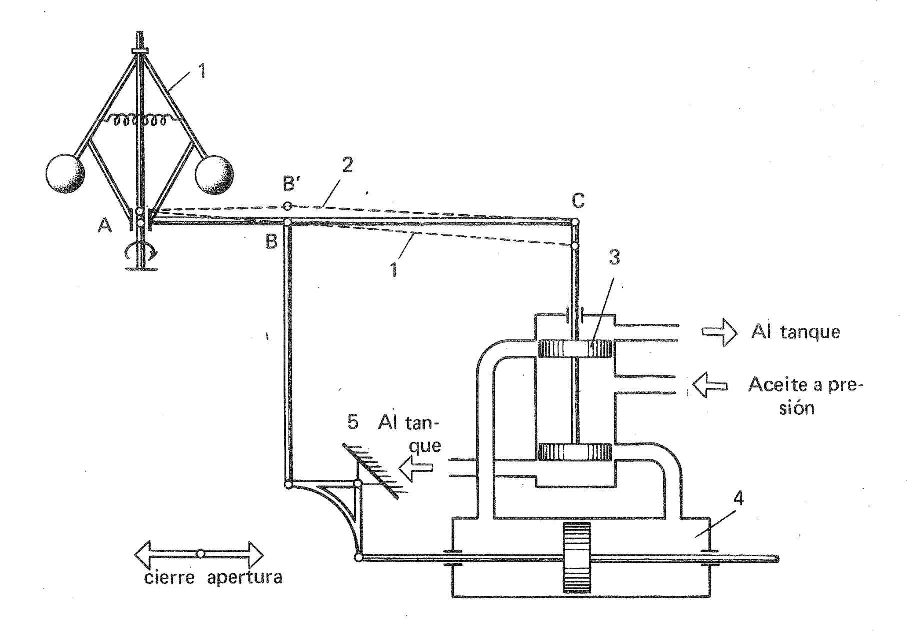


Fig. 19-22.–Esquema de regulación hidráulico-mecánica con amplificación y retroalimentación rígida.

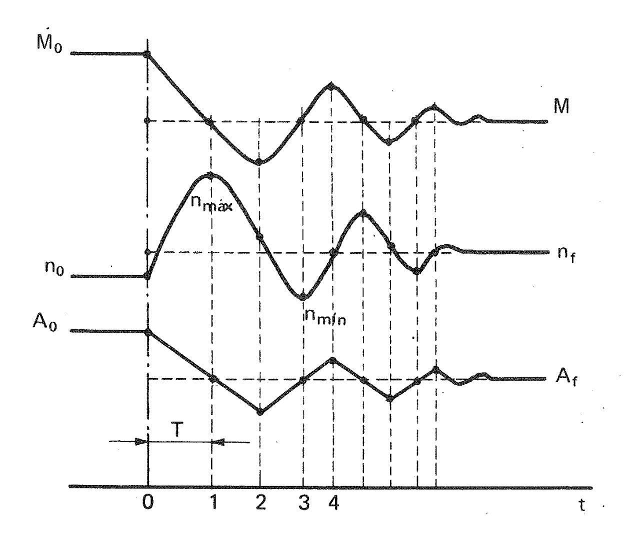


Fig. 19-23.–Marcha de la regulación según el esquema de la Fig. 19-22 al disminuir bruscamente la carga.

claridad la curva de la apertura A del distribuidor en función del tiempo también. En el tiempo 0 tiene lugar una disminución de la carga con la cual $M_m > M_r$, $\alpha > 0$ y la velocidad empieza a aumentar. El distribuidor empieza a cerrarse.

Tiempo 1. $M_m = M_r$; $n = n_{máx}$; bolas separadas en su posición más extrema; servomotor y distribuidor en la posición final que le corresponde (apertura final A_f). El par sigue disminuyendo porque, si bien la retroalimentación ha actuado y cerrado en parte la válvula de aguja, sigue pasando aceite a la misma cámara del servomotor, porque la velocidad n es superior a la final.

Tiempo 2. Cesa el cierre del distribuidor, porque en este instante la velocidad tiene un valor tal que la combinación de posición del manguito del servomotor y de la retroalimentación es tal que la corredera de la válvula ocupa la posición central, y cesa el cierre del distribuidor; pero la velocidad sigue disminuyendo porque el par motor es deficitario, con lo cual se abre la válvula; pero ahora en sentido contrario de manera que el servomotor abre el distribuidor. El momento motor aumenta, pero la velocidad sigue disminuyendo porque el momento total es negativo.

Tiempo 3. Apertura del distribuidor la final que le corresponde A_f. Momento nulo. El número de revoluciones alcanza su valor mínimo de manera que $n_{mín} < n_f$.

Tiempo 4. Vuelve de nuevo la corredera a su posición central. Sin embargo, como el momento es positivo la velocidad sigue aumentando, y empieza de nuevo el cierre del distribuidor. Y así sucesivamente.

También en este esquema los órganos que intervienen en la regulación oscilan a uno y otro lado de su posición final; pero en contraposición con el esquema de la Fig. 19-5, que carecía de retroalimentación, las oscilaciones se amortiguan rápidamente.

Este esquema que estamos estudiando tiene, sin embargo, el inconveniente de que las oscilaciones se amortiguan rápidamente sólo cuando el estatismo final es grande, el cual resulta muchas veces inadmisible. Por eso este esquema se utiliza muy poco y sólo en instalaciones de pequeña potencia. En las TH conectadas a una red general se trabaja con un estatismo final comprendido entre el 2-4% solamente.

19.8. Regulación hidráulico-mecánica con amplificación y retroalimentación elástica: servorregulación isódroma

El esquema de la Fig. 19-24 es análogo al de la Fig. 19-5; pero tiene además una biela elástica 1, que se compone de un cilindro o catarata lleno de aceite, en cuyo interior se mueve el émbolo provisto de uno o varios taladros de estrangulamiento.

La biela elástica en la Fig. 19-24 constituye un *mecanismo isódromo.* En efecto, supongamos una disminución de la carga. Entonces el punto B se mantiene prácticamente fijo, porque al ser el movimiento rápido la catarata 1 funciona casi como una biela rígida. El punto C baja, el servomotor cierra el distribuidor. Análogamente a la Fig. 19-22, el mecanismo de retroalimentación eleva el punto B comprimiendo más el resorte 2 y cerrando la válvula de corredera; pero gracias a la compresión del resorte, lentamente cede el émbolo de la catarata, y baja el punto B, abriendo de nuevo la válvula de distribución, y cerrando más el distribuidor, con lo cual la velocidad baja y el manguito del taquímetro vuelve eventualmente a la posición inicial, realizando una *regulación isódroma.* En efecto, al final del proceso el punto B ocupará, gracias al resorte la posición inicial, y, debido a que la válvula de distribución deberá permanecer cerrada en el nuevo régimen de equilibrio, el punto C ocupará también su posición inicial. En la práctica la sucesión de los movimientos indicados es tan breve que se realiza casi simultáneamente, llegándose al ajuste final a través de ajustes parciales, y realizándose en cada ajuste parcial la complejidad de los fenómenos descritos.

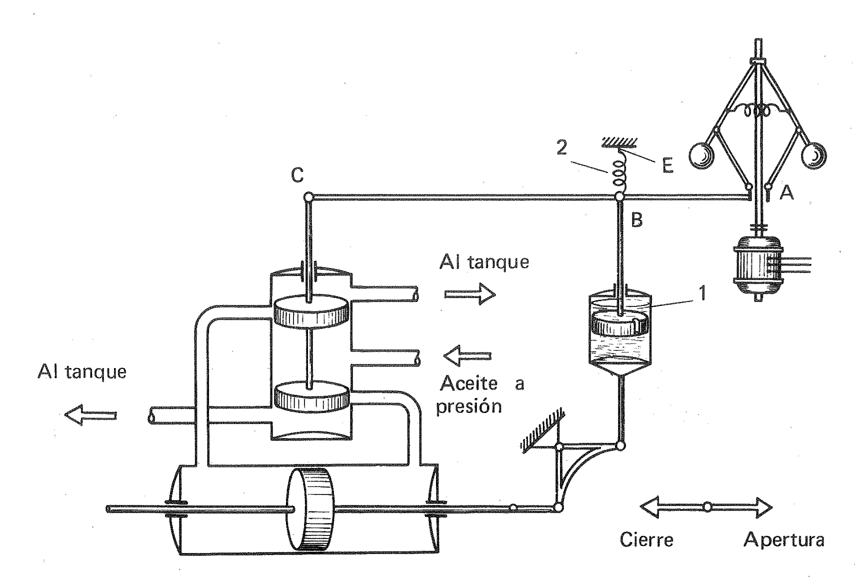


Fig. 19-24.—Esquema de regulación hidráulico-mecánica con amplificación y retroalimentación elástica.

Este tipo de regulación isódroma a primera vista parece el ideal, ya que con ella se consigue mantener rigurosamente constante la frecuencia de la red. Por esto se aplica a los grupos turbogeneradores que alimentan una red individual. Al funcionar varios grupos turbogeneradores en paralelo, como se hace modernamente, la distribución económica de las cargas exige como veremos enseguida, trabajar con un pequeño estatismo, del orden del 2 al 4%.

19.9. Regulación acelerotaquimétrica

En muchos sistemas de regulación se utiliza un acelerómetro, que detecta y mide la aceleración angular, de la misma manera que un taquímetro la velocidad angular. El acelerómetro, reviste formas muy diversas. El acelerómetro mecánico, de la Fig. 19-25, por ejemplo, consta de dos discos a y b unidos entre sí elásticamente por las barras elásticas c. El disco a tiene una gran masa y momento de inercia muy elevado y el disco b sigue fielmente el movimiento del eje de la T.

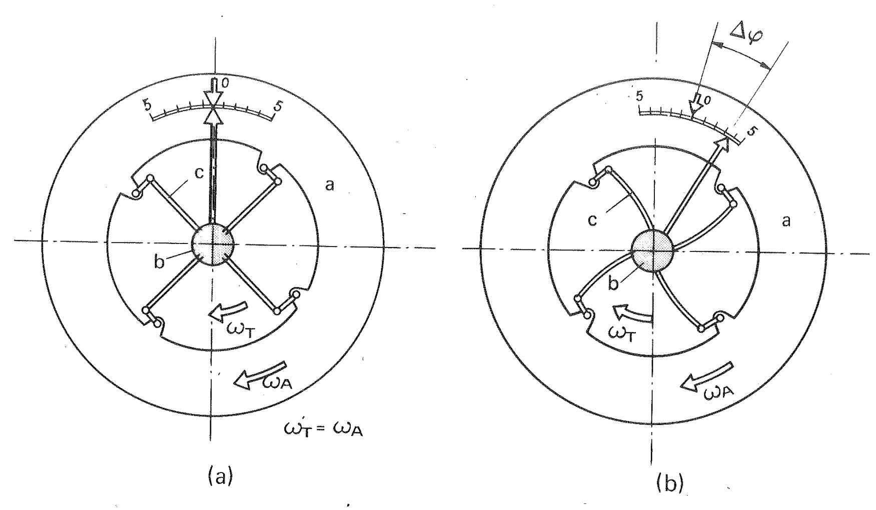


Fig. 19-25.–*Acelerómetro:* a) régimen normal; b) régimen perturbado.

En regimen permanente ambos discos giran a la misma velocidad de la T. Al aumentar ésta hasta la velocidad de ω_T el disco a de mayor inercia se retrasa y gira a la velocidad ω_A; y, por el contrario, al disminuir la velocidad se adelanta el disco a; alcánzanse en uno y otro caso, después de algunas oscilaciones un nuevo equilibrio relativo gracias a la rigidez de la barra. Hay pues un decalaje angular que puede provocar el movimiento de un órgano de regulación, por ejemplo, de la corredera de una válvula. El desplazamiento angular del acelerómetro sólo existe en régimen perturbado, a diferencia del manguito en la regulación con estatismo, que queda permanentemente desplazado, según la carga.

En la Fig. 19-26 puede verse otro esquema análogo, en el que el disco a' está unido rígidamente al disco a mientras que el b lo está elásticamente, siendo el desplazamiento angular entre los discos a' y b lo que provoca la regulación.

El principio de funcionamiento del acelerómetro en la regulación se basa en que según la Fig. 19-23, en el instante 0, en que se produce la disminución de la carga, la aceleración (y el par) adquiere el valor máximo; mientras que la velocidad necesita el intervalo de tiempo 0-1 para alcanzarlo. También se ve en dicha figura que la acción del acelerómetro se opone a la del taquímetro (por ejemplo, en el instante 3, $\alpha = 0$ y $n = n_{min}$). Por todo lo cual el acelerómetro sirve:

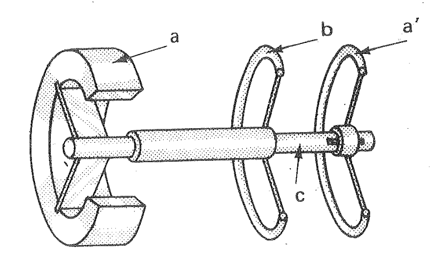
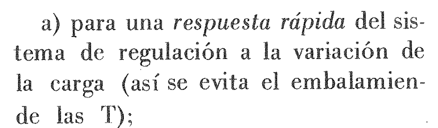


Fig. 19-26.–Esquema de acelerómetro de *barra elástica.*



a) para una *respuesta rápida* del sistema de regulación a la variación de la carga (así se evita el embalamiende las T);

b) para un *amortiguamiento rápido* y mayor estabilidad de la regulación. Todo esto puede conseguirse por una combinación adecuada de las características del acelerómetro y del taquímetro, lo que constituye la regulación *acelero-taquimétrica.*

19.10. Doble regulación

En algunas TH es preciso regular dos órganos simultáneamente a velocidades distintas. Los movimientos de estos dos órganos deben seguir una ley preestablecida, es decir existe entre ellos una ley de dependencia que se consigue realizar en la práctica con un elemento denominado combinador, que suele ser una leva. Esto sucede en las TP, en las TF instaladas en saltos de gran altura y en las TK. Estudiemos sucesivamente cada uno de estos tres casos.

19.10.1. Doble regulación de las TP

Las TP se destinan a saltos de gran altura. Como consecuencia la longitud de la tubería forzada es muy grande, a veces de varios km. En estas T el sistema de regulación debe mover el deflector rápidamente (repuesta inmediata), a fin de que cuando aumenta la carga no se embale la T. Por el contrario la aguja del inyector debe moverse lentamente, a fin de no provocar en la instalación un golpe de ariete, en el que el aumento de presión es tanto mayor cuanto mayor es la longitud de la tubería forzada y *cuanto menor es el tiempo de cierre* (1).

En la Fig. 19-27 puede verse un esquema de regulación doble de una TP realizada por la casa Charmilles. Este esquema, además de la doble regulación, incorpora dos sistemas de seguridad, mandados por las válvulas de aceite A, B y C cuya posición de equilibrio es A_1, B_1 y C_1 y la posición perturbada A_2, B_2, C_2. *Si falla la presión de aceite* en el circuito de regulación entran en juego las válvulas A y B, ésta última hace bajar el deflector quedando sin par motor la T. *Si la velo-*

(1) Véase CLAUDIO MATAIX, *Mecánica de Fluídos y Máquinas Hidráulicas.* Ediciones del Castillo, S.A., Madrid 1970, p. 294, Ec. (15-14)

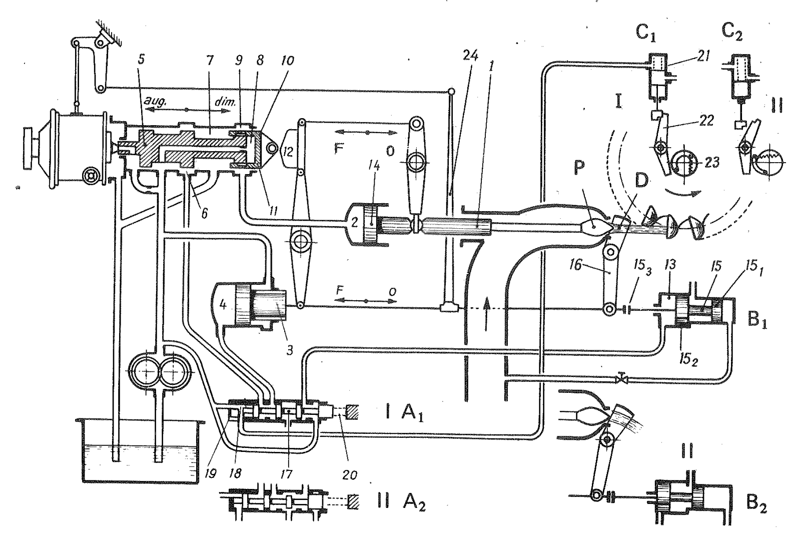


Fig. 19-27.–Esquema de la firma Charmilles de *doble regulación de una TP* (inyector y pantalla deflectora).

cidad excede un valor máximo prefijado, entran en juego las válvulas C, A y B, ésta última hace bajar el deflector, quedando también sin carga la T.

Este esquema tiene una válvula de distribución 5 única para los dos regulaciones. Un servomotor 14 para el movimiento del inyector. Otro servomotor diferencial, 3 (es decir, con émbolo de dos secciones transversales distintas), para el movimiento del deflector. La leva 12 coordina los movimientos de los dos servomotores. La retroalimentación 24 actúa sobre el regulador.

Régimen permanente: a la derecha del émbolo 3 actúa la presión de aceite; pero el émbolo 3 no se mueve, ni el deflector tampoco, porque el aceite que llena el espacio 4 no puede escapar, ya que el orificio 6 obtura la salida a través de la válvula de distribución 5. La válvula de aguja del inyector tampoco se mueve porque, aunque la presión del agua que actúa en 1 tiende a abrir el inyector, para que éste se moviera debería salir el aceite que se encuentra en el espacio 2; pero éste tiene obturada también la salida por la posición que ocupa en este momento la válvula de distribución 5.

Régimen alterado por variación de carga: si, por ejemplo, disminuye bruscamente la carga, aumenta la velocidad y el regulador de velocidad desplaza la corredera del distribuidor 5 hacia la izquierda. El aceite encerrado en 4 logra escapar por 6 y el conducto a la derecha de 6 al tanque de aceite; y el aceite a presión que sigue actuando sobre la cara derecha del cilindro 3 baja instantáneamente el deflector y *la turbina no se embala.* Por otra parte el aceite a presión de la bomba entra, a velocidad controlada por el orificio estrangulador 10 en la cara izquierda

2 del émbolo 14 y la válvula de aguja P se mueve *lentamente* obturando el inyector, con lo cual se ha evitado el *golpe de ariete.*

Fallo de la presión de aceite: A la derecha del émbolo 15_1 de la válvula B actúa la presión del agua de la turbina. Si falla la presión de aceite en el punto 18 de la válvula A el resorte 20 desplaza la corredera hacia la izquierda, y el espacio a la izquierda del émbolo 15_2 queda en comunicación con el depósito de aceite a través de la válvula A, como se ve en la posición A_2. El espacio 4 queda también en comunicación con el tanque a través de la misma válvula A como se ve en la posición A_2. La presión de agua a la derecha de 15_1 desplaza la válvula a la posición B_2 y la pantalla deflectora cae.

Embalamiento de la turbina: En la válvula C al vencer el resorte de la polea 23 la fuerza centrífuga se desconecta la parte superior de la palanca 22. El resorte 21 desplaza la corredera a la nueva posición C_2. El punto 18 de la válvula A queda sin presión al ponerse en comunicación con el tanque de aceite a través de la válvula C, como se muestra en la posición C_2. Estando la válvula A de nuevo en la posición A_2, entra en juego, como antes, la válvula B, que pasa a la posición B_2, y baja el deflector, lo mismo que cuando falla la presión de aceite. El segundo sistema de seguridad está, pues, subordinado al primero.

La válvula de distribución 5 está provista de relé hidráulico análogo al descrito anteriormente (véase la Fig. 19-13). El vástago del motor 1 arrastra en su movimiento la palanca de retroalimentación convencional situada a la derecha del émbolo. La palanca de la izquierda está acoplada a la parte inferior de la leva 12 que desempeña el papel de *combinador* en este esquema.

Aunque los constructores europeos prefieren la doble regulación de las TP mediante un deflector, también se utiliza a veces en las TP en lugar del deflector, el orificio compensador, que se utiliza sobre todo en las TF, y estudiaremos en la sección siguiente.

19.10.2. Doble regulación de las TF de salto grande

La regulación de las TF destinadas a saltos muy grandes debe evitar también los dos peligros enumerados en la sección anterior: el embalamiento de la T y el golpe de ariete. Para ello se utiliza en esta T el *orificio compensador.* La doble regulación, que se ilustra en la Fig. 19-28 regula el distribuidor Fink por una parte y por otra el orificio compensador. En caso de disminución brusca de carga el distribuidor se cierra aquí, contrariamente al caso expuesto en la sección anterior *rápidamente;* pero simultáneamente se abre rápidamente también el orificio compensador. Un cierre *lento* del distribuidor no es necesario porque al abrirse el orificio compensador el agua sigue circulando con la misma velocidad. Sin embargo, es necesario, para evitar el golpe de ariete, un cierre *lento* del orificio compensador solo con la lentitud precisa, mirando siempre a que la pérdida de agua se reduzca a un mínimo. En la regulación de las TP sucedía lo contrario. Se desplazaba rápidamente el deflector y lentamente el distribuidor. El combinador en este caso es simplemente el balancín 3; mientras que en el caso anterior era una leva, ya que

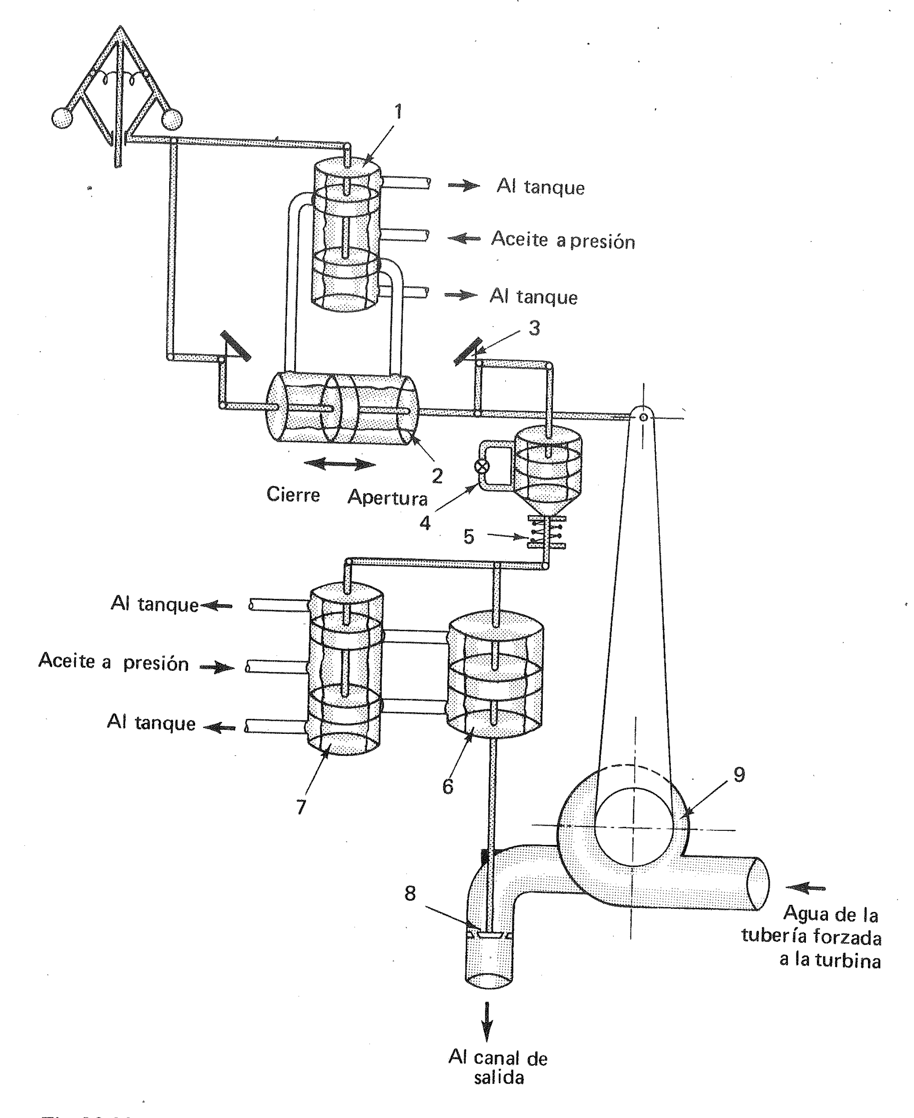


Fig. 19-28.– Esquema de *doble regulación de una TF* (distribuidor y orificio compensador)

aquí el orificio compensador sólo se abre en régimen perturbado por descarga de la T; mientras que en el caso anterior a cada posición del inyector correspondía una posición determinada del deflector.

Para estudiar el funcionamiento de este esquema supongamos, por ejemplo, que la carga de la T disminuye bruscamente. La válvula de regulación

baja, y entra el aceite en el servomotor 2 del distribuidor; mientras sale el aceite de la cámara a través de la válvula al tanque. Al desplazarse el servomotor 2 a la izquierda, el balancín de la izquierda (retroalimentación) repone la válvula en su posición cerrada central; mientras que el balancín de la derecha (combinador) baja el cilindro de la biela elástica 4 (que funciona como rígida en los movimientos rápidos como el presente); y al mismo tiempo, por una parte sube la corredera de la válvula 7, entrando aceite en la cámara superior del servomotor 6, que abre el orificio compensador y por otra comprime el resorte 5 contra el plato inferior fijo. Luego lentamente, con lo cual se evita el golpe de ariete, la compresión del resorte vuelve el cilindro a su posición primitiva. El cilindro se desplaza con relación al émbolo fijo. De esta manera se cierra el orificio compensador para evitar pérdida de agua.

Si por el contrario la carga de la T aumenta, el servomotor 2 se desplaza hacia la derecha, y el cilindro 4 no se mueve porque el balancín 3 levanta el émbolo fácilmente, ya que el aceite puede fluir libremente de la parte superior a la inferior a través de la válvula de retención (de la parte inferior a la superior el flujo es lento a través del estrangulamiento).

19.10.3. Doble regulación de las TK

Para cada carga de la TK, y por tanto para cada caudal suministrado, hay una combinación óptima de la apertura del distribuidor y del ángulo de los álabes del rodete, con la cual se obtiene el óptimo rendimiento posible en cada caso. El sistema de doble regulación de las TK consta de un regulador de serie para la apertura del distribuidor, y de una válvula de distribución y servomotor para la orientación de los álabes móviles. Ambos movimientos se interrelacionan mediante una leva (combinador) caldulada hidráulicamente (véase la Sec. 18.3.5).

En la Fig. 19-29 puede verse un esquema realizado por la firma Escher Wyss, que tiene doble regulación. El servomotor 25 mueve los álabes del distribuidor. En la figura se ha omitido el regulador de velocidad, así como la válvula de corredera de este distribuidor. El segundo servomotor 11 alojado en el interior de la misma T mueve los álabes del rodete. 27 es la válvula de corredera de este último servomotor, 26 es una leva *calculada hidráulicamente*, que relaciona el movimiento de los álabes del distribuidor, y por tanto la carga de la T, con el de los álabes del rodete, para que la T funcione siempre con el óptimo rendimiento.

Supongamos que disminuye bruscamente la carga de la T. La velocidad tiende a aumentar, el servomotor 25 se desplaza hacia la derecha. El distribuidor 3 se cierra, la leva 26 gira hacia la izquierda. La corredera de la válvula 27 sube, y el aceite a presión entra a través de 27 al *conducto anular interior* concéntrico con el eje de la T, y de allí pasando por la cámara 12a, a la cara inferior del pistón 11a. El aceite que se encuentra encima del ámbolo 11a puede escapar por el conducto anular exterior concéntrico al eje de la T y la cámara 12b al tanque a través de la válvula 27. El émbolo 11a sube y arrastra la cruceta 16, que orienta simultáneamente todos los álabes del rodete.

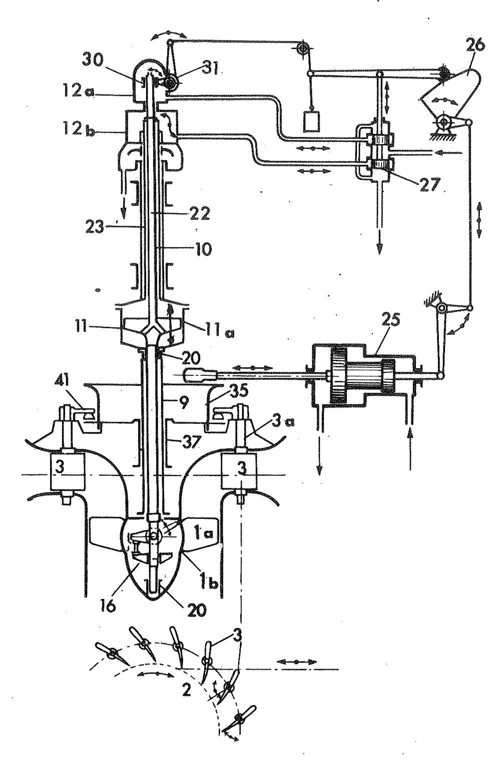


Fig. 19-29.– Esquema de *doble regulación de una TK* (álabe del distribuidor y álabes del rodete).

La leva 26 es el *combinador.* Al variar H la función $\alpha = f\left(\frac{a\,z}{d}\right)$ varía, y por tanto varía también el perfil de la leva. En este caso se debe disponer de varias levas correspondientes a diferentes alturas, que cubren suficientemente la gama de variación de la misma. Modernamente se utiliza una sola leva con doble curvatura de manera que su perfil en planos perpendiculares al del dibujo varía según la altura neta. En funcionamiento al variar la altura neta se desplaza la leva perpendicularmente al plano del dibujo, lo cual se puede realizar automáticamente mediante motor eléctrico mandado por dos flotadores situados en los niveles de agua superior e inferior. También se utiliza en lugar del combinador de la figura una excéntrica que se desplaza axialmente al variar H.

19.11. Regulación de los grupos turbogeneradores en paralelo

19.11.1. Introducción

Los grupos turbogeneradores eléctricos no suelen trabajar aisladamente, sino en paralelo alimentando una red común. En las redes de consumo se tiende en todos los países a conseguir una frecuencia constante con oscilaciones iguales o menores a 0,1%. De ahí se sigue que las velocidades de todas las T conectadas a una red de consumo de este tipo han de mantenerse prácticamente constante. Aunque la regulación isódroma descrita en la Sec. 19-8 parece responder plenamente a esta exigencia, en la práctica no se emplea, porque, como veremos en seguida, en una regulación sin estatismo o "astática", el reparto de la carga total de la red sobre cada uno de los grupos no podría ser realizada según un criterio económico, sino que quedaría totalmente al azar. He aquí algunos ejemplos sencillos en que un criterio económico aconseja un reparto predeterminado de las cargas:

1) Un grupo con TK está conectado en paralelo con varios grupos de T hélice: los últimos deberán trabajar a su carga nominal constante y el grupo con TK, que mantiene buen rendimiento a cargas intermedias, deberá hacer frente a las variaciones de carga.

2) Un grupo de una central de acumulación por bombeo en paralelo con varios grupos de una central de agua fluyente. Si hay excedente de agua en la última estos grupos deberán funcionar a plena carga y el grupo de acumulación deberá permanecer parado, o funcionando a carga variable.

19.11.2. Curva característica de un regulador y mecanismos de variación de la misma.

Todo regulador tiene una curva característica, la cual puede variarse dentro de ciertos límites mediante mecanismos muy sencillos, de que suelen estar provistos los reguladores modernos; porque como veremos, precisamente jugando con las características de los reguladores de las T se logra el reparto de carga más adecuado. Al estudio de estos mecanismos añadiremos el mecanismo de limitación de la velocidad, que juega también un papel importante en la regulación.

Característica de un regulador es la curva que representa el número de revoluciones, expresado generalmente en % del número de revoluciones nominal, en función de la potencia. Esta curva es aproximadamente una recta, si se prescinde por el momento de la insensibilidad del taquímetro.

La Fig. 19-30,A representa la característica de un regulador de T siendo

$$\delta = \frac{n_{máx.} - n_{mín.}}{n_N}$$

Variando la pendiente de la característica, en la forma que se ha hecho en la Fig. 19-30,A,b, se varía el estatismo y viceversa. Esto es posible, así como trasladar la característica del regulador paralelamente a sí misma, mediante los mecanismos que a continuación se describen.

Mecanismo de variación del estatismo

El esquema sencillo de la Fig. 19-30,B correspondiente a la regulación de una

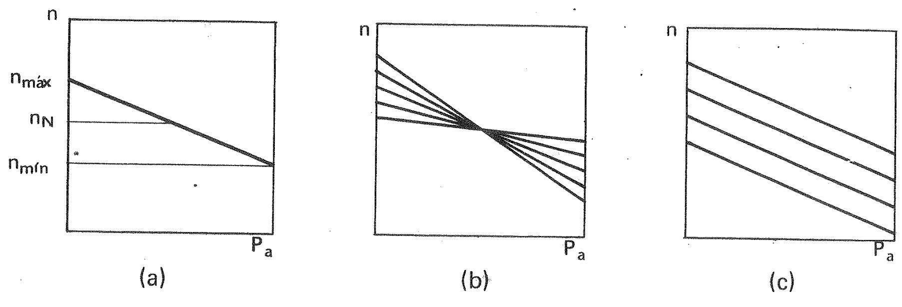


Fig. 19-30,A.– Características de un regulador

TP está dotado de una leva, cuya inclinación variable permite modificar el estatismo de la máquina.

Mecanismo de variación de la velocidad

Este mecanismo es indispensable: a) para "enganchar" a la red un turbogenerador que ha de poseer rigurosamente la velocidad de sincronismo, y b) para conseguir el reparto de cargas que se desee (por ejemplo el más económico) entre los grupos conectados, y no se haga este reparto al azar.

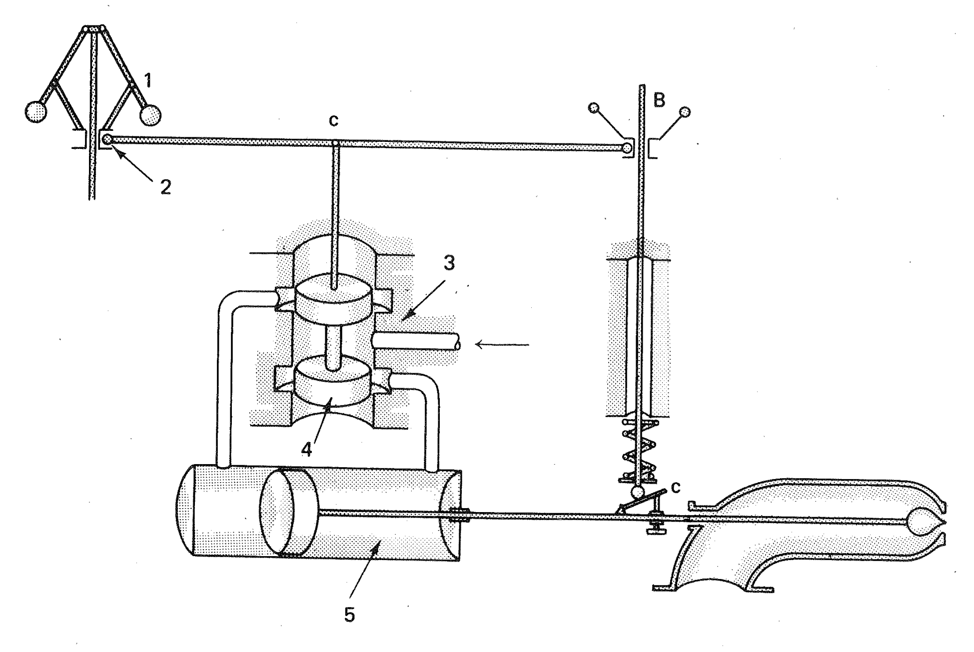


Fig. 19-30,B.–Esquema de regulación de TP *con mecanismo de variación del estatismo.*

El tornillo V de la Fig. 19-31 permite variar la velocidad de la máquina regulada, conservando el estatismo inicial, es decir, trasladar la característica del regulador paralelamente a sí misma, como se indica en la Fig. 19-30,A,c. El mecanismo en cuestión consta del tornillo V y de las palancas de transmisión DEF y BE. En régimen permanente al subir con el tornillo el punto D, sube el punto E, y el B y el C, entra aceite a presión por la cámara izquierda del servomotor y el distribuidor se abre aumentando la velocidad del grupo. Lo contrario sucede al bajar con el tornillo el punto D. Al final del proceso en uno y otro caso el punto C volverá a la posición inicial (válvula de distribución a su posición central cerrada), y en el primer

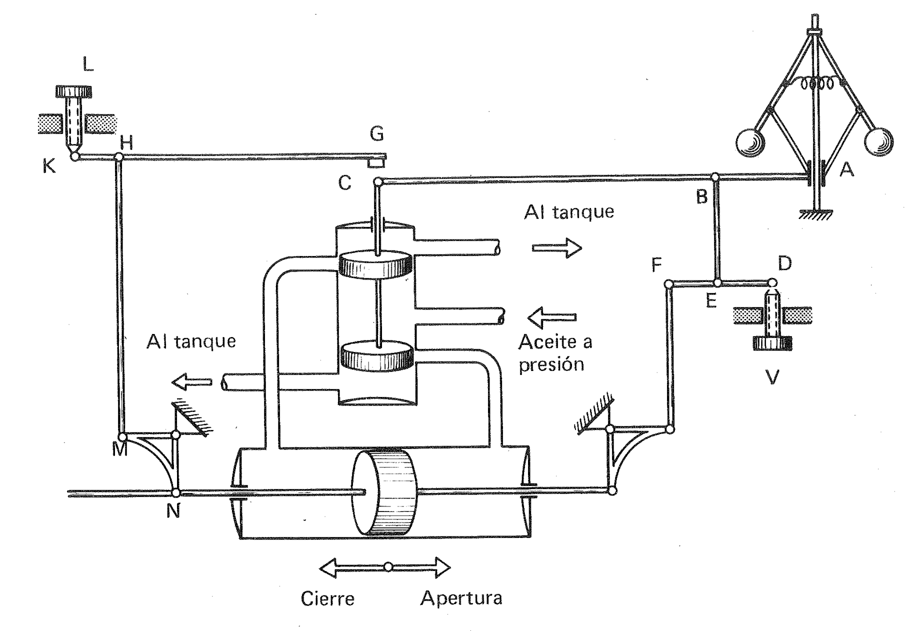


Fig. 19-31.– Sistemas de regulación con mecanismos de variación y limitación de la velocidad

caso el punto A del manguito del regulador estará más elevado que inicialmente para toda carga, y consecuentemente todas las velocidades habrán recibido el mismo incremento. Lo contrario sucederá al bajar el punto D. Tanto este mecanismo como el de variación del estatismo suele estar accionado por un motor reversible, accionado a distancia desde el despacho de la central.

Mecanismo de limitación de la velocidad

En el esquema de la Fig. 19-31 este mecanismo está constituido por el tornillo L, que al subir o bajar desplaza hacia abajo o hacia arriba el punto G de la palanca GHK, cuyo punto H se desplaza a su vez con el movimiento del servomotor mediante el balancín MN. Si inicialmente, por ejemplo, la T trabaja en vacío, y la carga va aumentando al desplazarse el servomotor hacia la derecha baja el punto H y

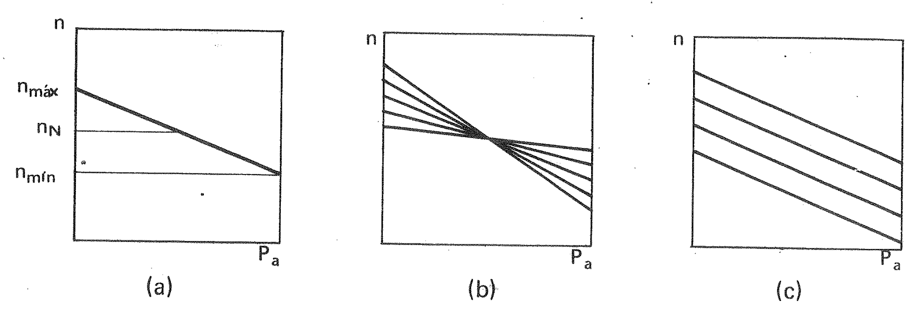


Fig. 19-30,A .– Características de un regulador

TP está dotado de una leva, cuya inclinación variable permite modificar el estatismo de la máquina.

Mecanismo de variación de la velocidad

Este mecanismo es indispensable: a) para "enganchar" a la red un turbogenerador que ha de poseer rigurosamente la velocidad de sincronismo, y b) para conseguir el reparto de cargas que se desee (por ejemplo el más económico) entre los grupos conectados, y no se haga este reparto al azar.

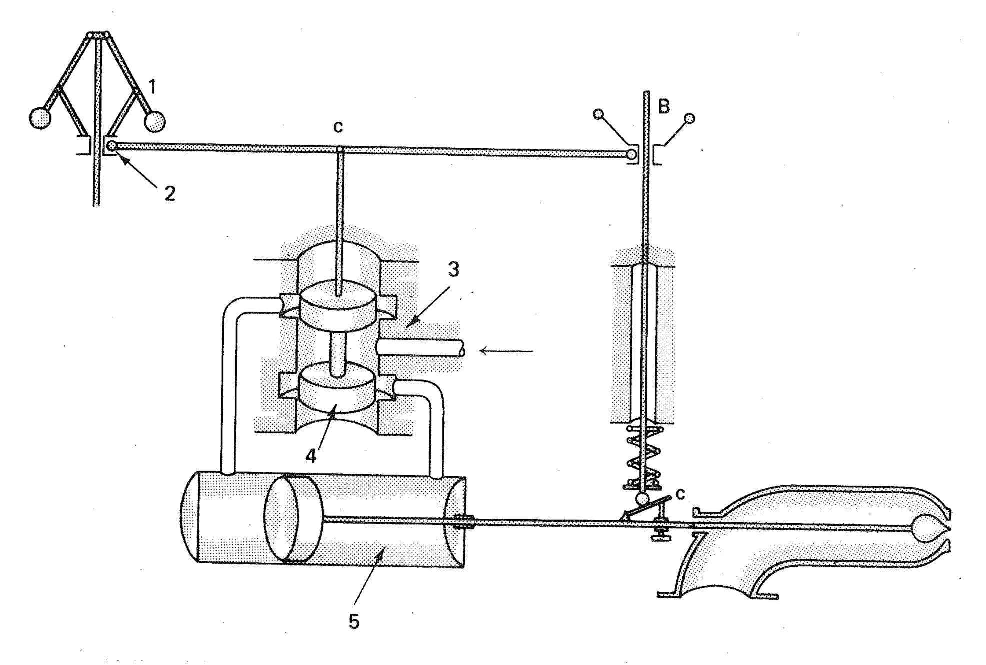


Fig. 19-30,B.–Esquema de regulación de TP *con mecanismo de variación del estatismo.*

El tornillo V de la Fig. 19-31 permite variar la velocidad de la máquina regulada, conservando el estatismo inicial, es decir, trasladar la característica del regulador paralelamente a sí misma, como se indica en la Fig. 19-30,A,c. El mecanismo en cuestión consta del tornillo V y de las palancas de transmisión DEF y BE. En régimen permanente al subir con el tornillo el punto D, sube el punto E, y el B y el C, entra aceite a presión por la cámara izquierda del servomotor y el distribuidor se abre aumentando la velocidad del grupo. Lo contrario sucede al bajar con el tornillo el punto D. Al final del proceso en uno y otro caso el punto C volverá a la posición inicial (válvula de distribución a su posición central cerrada), y en el primer

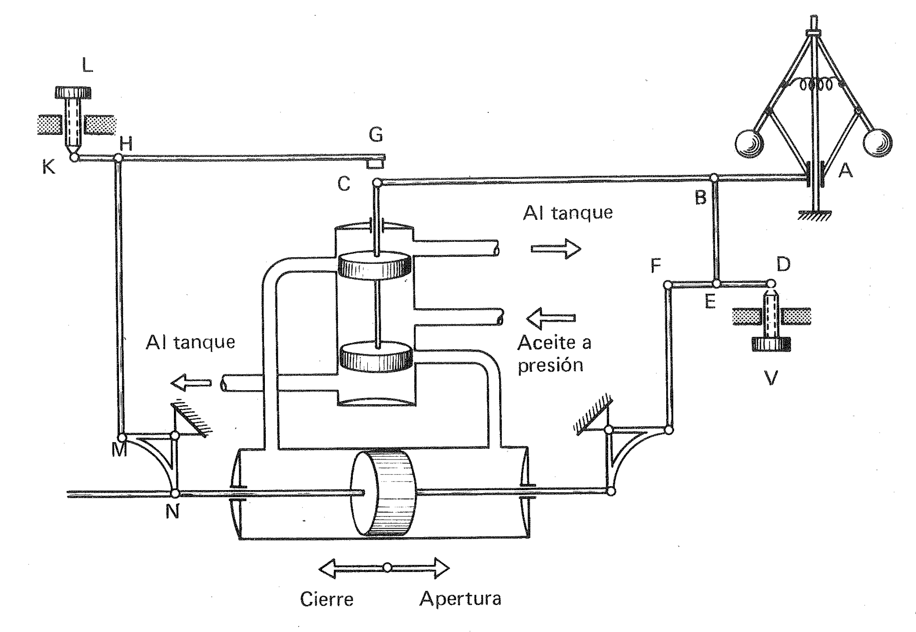


Fig. 19-31.– Sistemas de regulación con mecanismos de variación y limitación de la velocidad

caso el punto A del manguito del regulador estará más elevado que inicialmente para toda carga, y consecuentemente todas las velocidades habrán recibido el mismo incremento. Lo contrario sucederá al bajar el punto D. Tanto este mecanismo como el de variación del estatismo suele estar accionado por un motor reversible, accionado a distancia desde el despacho de la central.

Mecanismo de limitación de la velocidad

En el esquema de la Fig. 19-31 este mecanismo está constituido por el tornillo L, que al subir o bajar desplaza hacia abajo o hacia arriba el punto G de la palanca GHK, cuyo punto H se desplaza a su vez con el movimiento del servomotor mediante el balancín MN. Si inicialmente, por ejemplo, la T trabaja en vacío, y la carga va aumentando al desplazarse el servomotor hacia la derecha baja el punto H y

también el G, con lo cual llega un momento en que la válvula de distribución no puede abrirse hacia arriba, para dejar pasar aceite a la cámara del servomotor, porque el punto C entra en contacto con el G: desde este momento no es posible una apertura ulterior del distribuidor. Elevando o bajando el punto G mediante el tornillo L aumenta o disminuye respectivamente la apertura máxima del distribuidor. Este mecanismo, que muchas veces es movido por un motor reversible accionado a distancia, es muy útil para el arranque, para caudales reducidos, para accionamiento automático en caso de avería (se cierra el distribuidor y se impide el embalamiento de la T), etc.

19.11.3. Regulación isódroma con estatismo remanente

Comparando el esquema de la Fig. 19-32 con el de la Fig. 19-24 correspondiente a la regulación isódroma, se ve que mientras en esta última figura el punto E del extremo del resorte del mecanismo isódromo es fijo, o sea como si hiciéramos coincidir en la Fig. 19-32 el punto E con el F, en la Fig. 19-32 el punto E y por consiguiente el punto B ocupa una posición variable, que depende de la posición del servomotor, y por tanto del distribuidor. Así en la posición final de equilibrio

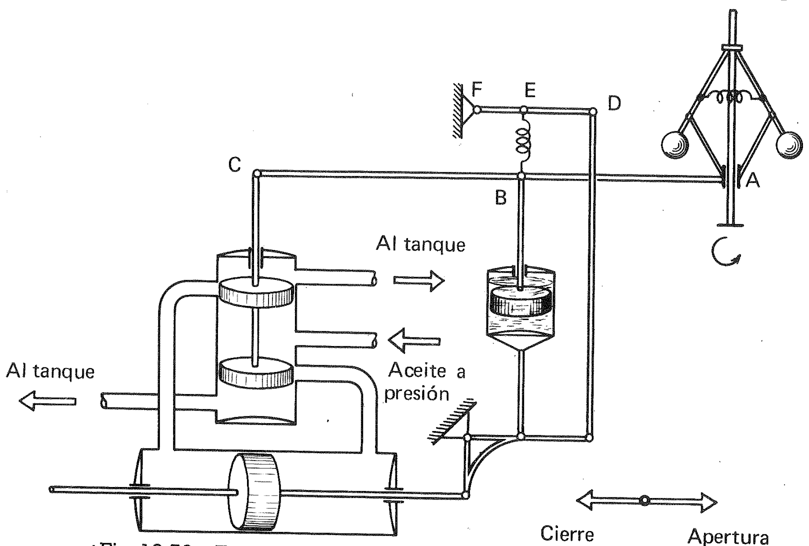


Fig. 19-32.—Esquema de regulación isódroma con estatismo remanente

estando el distribuidor abierto las bolas del taquímetro estarán más caídas que estando el distribuidor cerrado. Es decir, el sistema funciona con un estatismo remanente, que puede variarse si se desplaza el punto E de derecha e izquierda. Si se desplaza en cambio el punto E de abajo a arriba se varía la velocidad. Es decir, por el primer procedimiento se varía la inclinación de la característica, y por el segundo se desplaza ésta paralelamente a sí misma. Denominamos a este sistema isódromo, porque en la práctica el estatismo remanente servirá para el reparto de las car-

gas a velocidad constante. Los sistemas modernos suelen permitir la variación del estatismo entre 0 y 4-6%.

19.11.4. Comportamiento de los grupos turbogeneradores en paralelo según las características de sus reguladores

La característica horizontal AB, Fig. 19-33,a de un regulador se denomina *astática*, y la característica inclinada CD se denomina *estática*. La pendiente de la característica, según se ha dicho anteriormente es función del estatismo.

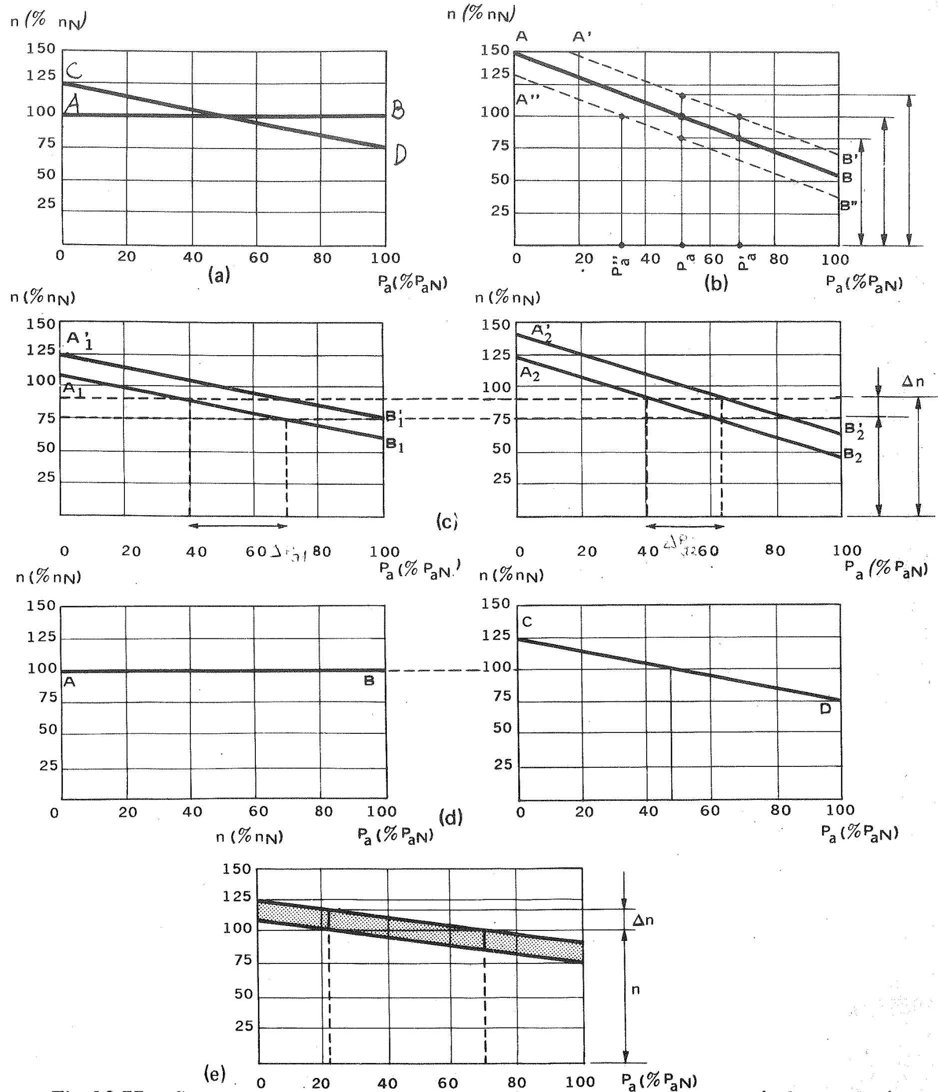


Fig. 19-33.– Comportamiento de los grupos turboalternadores en paralelo según la *característica* de sus reguladores.

Desplazamiento de la característica paralelamente a sí misma

Supongamos que en una T, cuyo regulador estático tiene la característica AB de la Fig. 19-33,b, la carga inicial es P_a y la velocidad n. Si mediante el mecanismo de variación de velocidad, explicado en la Sec. 19.11.2, la característica se desplaza hacia arriba paralelamente a sí misma en la posición A'B' pueden suceder dos cosas: a) la carga permanece constante; entonces la velocidad del grupo será $n' > n$; b) la velocidad se mantiene constante: entonces la potencia del grupo aumenta hasta $P'_a > P_a$. Si se desplaza la característica hacia abajo hasta A''B'' en el caso a) $P_a = \text{cte}$ y $n'' < n$; y en el caso b) $n = \text{cte}$ y $P''_a < P_a$.

Si el grupo trabaja en una red de gran potencia, de manera que la potencia del grupo es una parte muy pequeña del total, sucederá el caso b. Si por el contrario todos los grupos conectados constituyen una parte importante del total al mismo tiempo que varía la potencia variará la velocidad.

Variación del estatismo

Al variar la carga de la red todo grupo conectado a la misma experimenta un incremento en tanto por ciento de la carga máxima del grupo en cuestión, que está en razón inversa del grado de estatismo de su regulador. Así en la Fig. 19-33,c los grupos 1 y 2, cuyas características iniciales son A_1B_1 y A_2B_2 respectivamente, siendo el estatismo $\delta_2 > \delta_1$, tienen una carga inicial P_{a1} y P_{a2} de manera que la carga total

$$P_a = P_{a1} + P_{a2}$$

con la velocidad inicial n. Al aumentar la carga se observa que ambas T reciben un incremento de carga inversamente proporcional a su estatismo, siendo

$$\Delta P_{a2} < \Delta P_{a1}$$

e

$$\Delta P_a = \Delta P_{a1} + \Delta P_{a2} \tag{19-7}$$

Al mismo tiempo la velocidad del grupo disminuye en un $\Delta n < 0$. Observando la figura se tiene

$$\frac{\Delta n}{\Delta P_{a1}} = \frac{n_{1\,máx} - n_{1\,mín}}{P_{a\,máx}} = \delta_1$$

$$\frac{\Delta n}{\Delta P_{a2}} = \frac{n_{2\,máx} - n_{2\,mín}}{P_{a\,máx}} = \delta_2$$

De estas dos últimas ecuaciones se deduce:

$$\frac{\Delta P_{a1}}{\Delta P_{a2}} = \frac{\delta_2}{\delta_1} \tag{19-8}$$

Despejando ΔP_{a1} e ΔP_{a2} en las Ecs. (19-7) y (19-8) se tiene:

$$\Delta P_{a1} = \frac{\delta_2}{\delta_1 + \delta_2} \Delta P_a$$

$$\Delta P_{a2} = \frac{\delta_1}{\delta_1 + \delta_2} \Delta P_a$$

que constituye la ley del reparto de carga entre los dos grupos.

Actuando sobre el mecanismo de variación de velocidad, y desplazando las características a las posiciones $A'_1B'_1$ y $A'_2B'_2$, el grupo funciona a la velocidad inicial.

En resumen la Fig. 19-33,c demuestra: 1) que actuando sobre el mecanismo de variación del estatismo se puede aumentar o disminuir la participación de un grupo en la carga total; 2) que, en la marcha isódroma de la red, actuando sobre el mecanismo de variación de la velocidad, se puede aumentar o disminuir la carga de un grupo cualquiera.

Papel del grupo con regulación astática

De lo dicho se desprende que si la característica de todos los reguladores fuera estática y horizontal (regulación isódroma de la Fig. 19-24) no sería posible una distribución estable de la carga. La carga pasaría de un grupo a otro totalmente al azar. Si suponemos para mayor sencillez que la red consta de dos grupos, uno con característica astática y otro con estatismo como se ve en la Fig. 19-33,d, al variar la carga el grupo astático se haría cargo de todas las oscilaciones de la misma.

En la práctica interesa que un grupo moderno de gran potencia y de óptimo rendimiento haga frente a las variaciones de carga de la red, y los restantes participen en mayor o menor grado, según una ley óptima. De lo dicho se desprende que esto puede conseguirse dando al primer grupo una regulación astática y a los demás un estatismo conveniente, actuando sobre el mecanismo de variación de la velocidad, siempre que se desee alterar la carga de estos últimos grupos.

Todo lo dicho hasta aquí supone una sensibilidad perfecta del regulador. En la práctica a causa de la insensibilidad del regulador, de los puntos muertos de los diferentes mecanismos etc..., en lugar de *curva característica* se ha de considerar una *banda característica* tal como la rayada en la Fig. 19-33,e. Si la marcha es isódroma esta irregularidad llevará consigo una oscilación de la carga (con la correspondiente oscilación del servomotor, distribuidor, etc.); o en una marcha a carga constante una oscilación de la velocidad y de la frecuencia. Es evidente que el regulador es tanto más perfecto cuanto la banda indicada es más estrecha.

19.12. Regulación electrohidráulica

Las redes eléctricas de distribución modernas con frecuencia no están servidas

por una T aislada ni tan sólo por una T principal de gran potencia que soporta la carga base y otras T pequeñas secundarias, entre las cuales se distribuye la potencia según el estatismo de cada grupo. Las redes eléctricas por una parte se amplían y ramifican cada vez más, y por otra se automatizan más aún, incluyendo mando a distancia, puesta en marcha y parada totalmente automática, etc... Hoy se precisa una regulación en grupo extraordinariamente compleja, que mantenga con variación insignificante, prácticamente nula, la frecuencia, y que distribuya la carga sobre las T no según un estatismo invariable, sino según un programa económico, que tenga en cuenta la curva de carga, las pérdidas en la red, la altura neta disponible, etc... Se exigen sistemas de máxima sensibilidad y exactitud que permitan una rápida y cómoda variación de la característica de los reguladores de las diversas T, etc.

El regulador mecánico-hidráulico permite en verdad variar el estatismo y la velocidad para cierto ajuste de la carga según un programa económico; pero la variación manual es a toda vista inadecuada, y la motorizada exige aún servomecanismos que complican el sistema de regulación.

Por todas estas razones surgió el sistema electro-hidráulico de regulación que se aplica cada vez más, y la tendencia es a usarlo casi exclusivamente en todas las T de mediana y gran potencia. Este sistema, que permite introducir fácilmente en la parte eléctrica del regulador las órdenes provenientes de la red en forma de corrientes o tensiones de intensidad y fase determinadas, garantiza una regulación automática y estable en los regímenes siguientes: a) *regulación individual:* en vacío, con carga, con conexión a la red; b) *regulación en grupo:* con carga aislada o con carga de la red. Además permite las siguientes operaciones automáticas: puesta en marcha, parada en cualquier régimen, tránsito de regulación individual a regulación en grupo y viceversa y cierre de la T en caso de anulación de la carga. Para realizar las funciones automáticas el regulador está equipado de los relés necesarios. Finalmente este sistema permite la distribución de las cargas según un programa económico óptimo, variando fácilmente a distancia la característica de la regulación, y manteniendo en la red una frecuencia prácticamente constante.

19.12.1. Esquema general básico

Un esquema simplificado, en el que se encuentran los elementos básicos de cualquier sistema de regulación electrohidráulica, puede verse en la Fig. 19-34.

Todo sistema electrohidráulico consta de dos subsistemas uno eléctrico y otro puramente hidráulico y un elemento de conexión entre ambos, que denominaremos *actuador*. En general la parte eléctrica realiza la función detectora, constituida por todas las funciones relacionadas con la variación de la velocidad, comenzando por captar el valor "es" para compararlo con el valor "debe"; así como las funciones relacionadas con la retroalimentación isódroma, con el cambio de velocidad y de estatismo, es decir con la variación de la característica y con el reparto de las cargas. Para ello consta de instrumentos de gran sensibilidad,

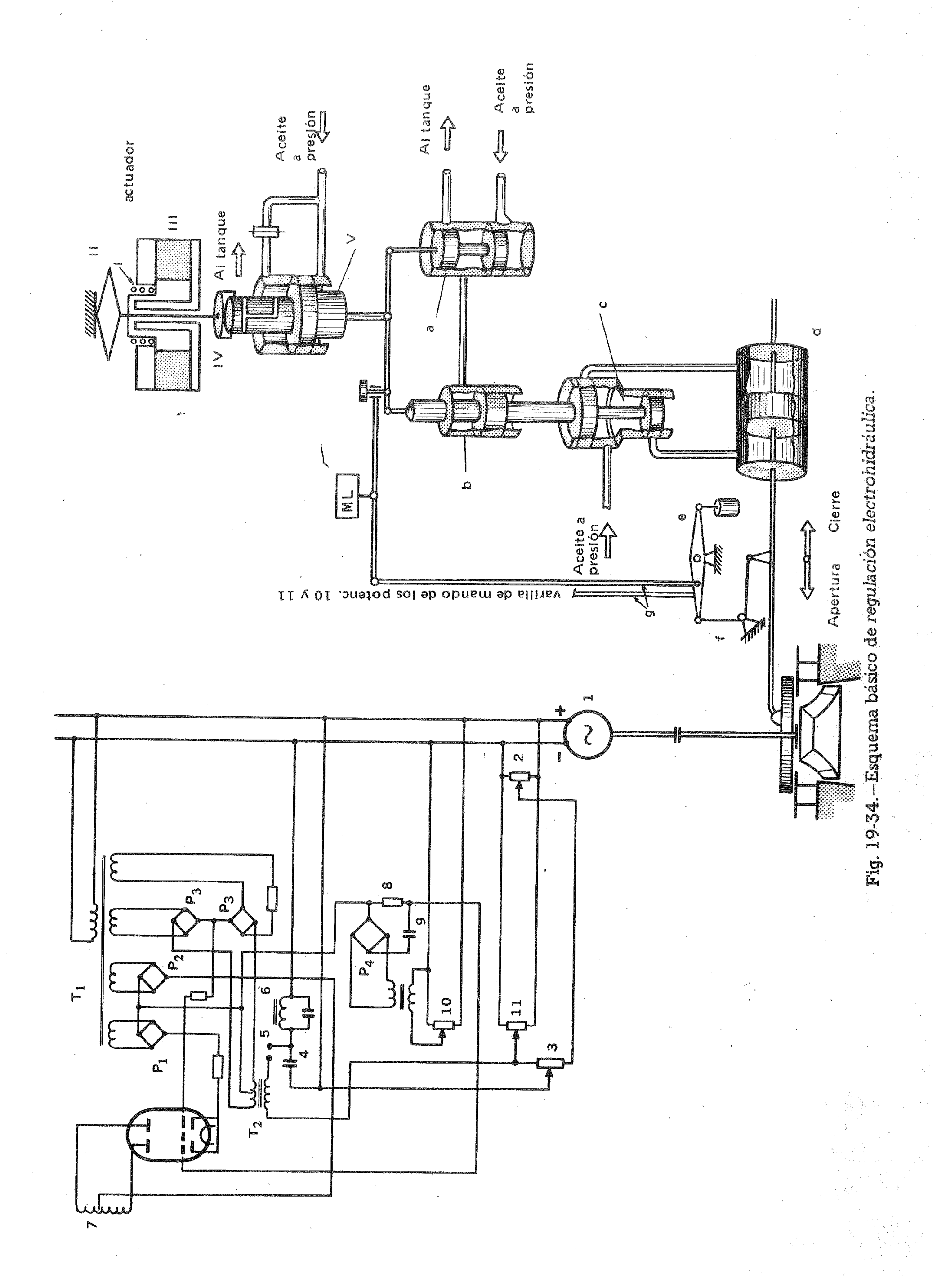


Fig. 19-34.—Esquema básico de *regulación electrohidráulica.*

tales como condensadores, resistencias, transistores, etc., que relacionan a la variación más insignificante de los parámetros controlados.

La parte mecánica realiza la *función dinámica* y constituye por así decirlo los músculos de la regulación.

La interconexión entre ambos sistemas se realiza por medio del *actuador.*

A continuación describiremos rápidamente cada una de las partes, cuya interacción mutua puede verse en el diagrama de regulación de la Fig. 19-35.

A. Sistema eléctrico

El *tacogenerador* 1, accionado por el grupo regulado a la velocidad rigurosa de sincronismo produce una corriente de 110 V y 50 ciclos, y al variar la velocidad varía la frecuencia aumentando con aquélla; está unido eléctricamente con el péndulo eléctrico.

El péndulo *eléctrico* (Fig. 19-34) consta del circuito de resonancia 6 integrado por una bobina y un condensador en paralelo y del condensador 4. Los parámetros del circuito de resonancia se escogen de manera que al recibir del tacogenerador una corriente de 50 ciclos entre en resonancia, crezca teóricamente hasta el infinito la impedancia, y no pase corriente alguna al condensador 4. Al aumentar la velocidad del grupo regulado, y por tanto la frecuencia, pasa una

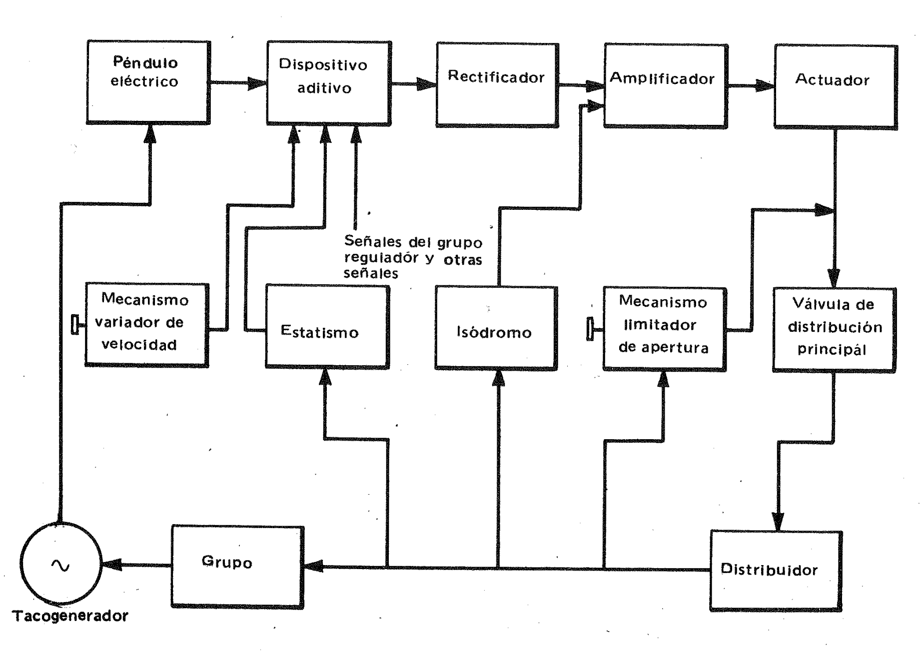


Fig. 19-35.-Diagrama de flujo de la *regulación electrohidráulica* según el esquema de la Fig. 19-34.

corriente capacitativa, y al disminuir la velocidad del grupo una corriente inductiva, produciendo en el condensador 4 una caída de tensión, que corresponde exactamente en magnitud y signo (fase) a la desviación de la velocidad. Esta señal en forma de una tensión de corriente alterna (correspondiente en el esquema hidráulico-mecánico a la señal del desplazamiento del manguito del taquímetro) se envía al dispositivo aditivo.

El *dispositivo aditivo* está constituido por el primario del transformador aditivo T_2. A este transformador llegan todas las señales provenientes del dispositivo de variación de velocidad, que se describirá más adelante, del dispositivo del estatismo y de otros dispositivos diversos de regulación, como el de regulación general de la red, etc... La señal suma elaborada por el transformador en forma de tensión de corriente alterna en el primario de T_2 pasa al rectificador.

El *rectificador sensitivo de fase* consta a) de los puentes rectificadores P_3 y P_4 de diodos de cuarzo; b) del secundario del transformador T_2 y del transformador T_1, cuyo primario está siempre a la tensión del tacogenerador. La señal rectificada pasa al circuito de la izquierda de la lámpara del amplificador.

El *amplificador electrónico* es una lámpara de doble triodo alimentada por la tensión del tacogenerador rectificada por los rectificadores P_1 y P_2. Desde el ánodo del amplificador parte la señal de regulación en el punto 7 hacia la bobina I del actuador.

Además forman parte del sistema eléctrico, como ya se ha indicado, los dispositivos eléctricos isódromos y de variación de velocidad que sustituyen a los mecanismos descritos en la Fig. 19-31.

Dispositivo isódromo. Consta de la resistencia 8 del condensador 9 y del potenciómetro 10. Por este circula constantemente la corriente del tacogenerador a través del puente rectificador P_4, cuya conexión deslizante está mandada por la posición del servomotor principal d, a través de la varilla izquierda g. Según la dirección del movimiento del servomotor circulará una corriente de carga o descarga del condensador 9, que al detenerse el servomotor se reducirá a cero según una ley exponencial, de manera análoga al funcionamiento de la catarata en el mecanismo isódromo mecánico.

Dispositivo de variación de la velocidad. Consta de los tres potenciómetros 2, 3 y 11. La corredera de este último está mandada por la barra de la izquierda g, de manera que la tensión entre las correderas de los potenciómetros 2 y 11 es proporcional al desplazamiento del servomotor d. Para variar la velocidad se manda una tensión suplementaria al secundario del transformador aditivo T_2, moviendo las correderas de los potenciómetros 2, 3 y 11. Desplazando la corredera del potenciómetro 3 se puede variar el estatismo. A los terminales 5 se manda la señal de la regulación en paralelo.

La *retroalimentación* se realiza desde el vástago del servomotor d a través del cable f y del balancín e.

A partir de e la transmisión es eléctrica por medio de los potenciómetros. La retrotransmisión al mecanismo de limitación de apertura (MLA), igual al descrito en la Fig. 19-31, es mecánica, como puede verse en la figura.

B. Interconexión entre el sistema eléctrico y el hidráulico

Esta se realiza por medio del aparato denominado *actuador*, que puede verse en la parte superior derecha de la Fig. 19-34. Es un instrumento mixto, que consta de elementos eléctricos y mecánico-hidráulicos, a saber: la bobina I, por la que circula la corriente formada por el detector. Esta bobina se encuentra en el interior de un campo magnético creado por el imán permanente anular III. El imán II mantiene a la bobina en la posición central, moviéndose aquélla hacia arriba o hacia abajo, según la intensidad y signo de la corriente que circula por la bobina proveniente del detector. En su movimiento arrastra a la caperuza IV, que obtura y abre el paso del aceite proveniente del sistema de aceite a través de un estrangulamiento controlado. Al bajar la caperuza IV, se cierra el paso del aceite al tanque, aumenta la presión en la parte superior del pistón diferencial del servomotor auxiliar V: mientras que por la parte inferior actúa una presión constante y el émbolo baja. Este movimiento se transmite al sistema hidráulico del regulador; o sea inmediatamente a través de la palanca que se ve en la figura a la válvula de corredera a.

C. Sistema hidráulico

Consta de la válvula auxiliar de distribución a, del servomotor auxiliar b, de la válvula principal del distribuidor c, del servomotor principal del distribuidor d, del balancín e, de las barras de transmisión g y del mecanismo de limitación de la apertura MLA.

Veamos ahora el funcionamiento del esquema electro-hidráulico de la Fig. 19-34. Supongamos, por ejemplo, que la carga disminuye; la velocidad del grupo aumentará, y aumentará también la frecuencia de la corriente engendrada por el tacogenerador. En el sistema eléctrico esta corriente es transformada de la manera indicada en una señal que de 7 pasa al actuador, que de la manera arriba indicada hace bajar el émbolo V y la corredera de la válvula auxiliar a, entrando aceite a presión por encima del émbolo del servomotor b, con lo cual éste baja, y hace descender a la válvula de distribución principal c, con lo cual pasa aceite a presión a la cámara izquierda del servomotor d, que provoca el cierre del distribuidor, actuando la parte mecánica del mecanismo de retroalimentación de la manera arriba indicada. Al aumentar la carga el proceso se realiza en orden inverso.

Advirtamos finalmente que en la figura no se han dibujado para simplificar los relés electromagnéticos, que sirven para todas las funciones automáticas de arranque, parada, variación del régimen de funcionamiento, etc...

19.12.2. Reguladores rusos

En la actualidad los reguladores electro-hidráulicos rusos se construyen en dife-

rentes tamaños, con un tipo fundamental en variantes diversas, según se destine a la regulación de TF, TK o TP. El sistema eléctrico, que incluye también los relés, se aloja en un armario separado, y el sistema hidráulico junto con el realizador en una especie de campana. El sistema hidráulico trabaja con una presión de 25-40 bar. El tacogenerador tiene una potencia de 1000 W. El sistema eléctrico se alimenta de corriente continua a 220 V y de la corriente alterna para usos especiales a 220 y 110 V.

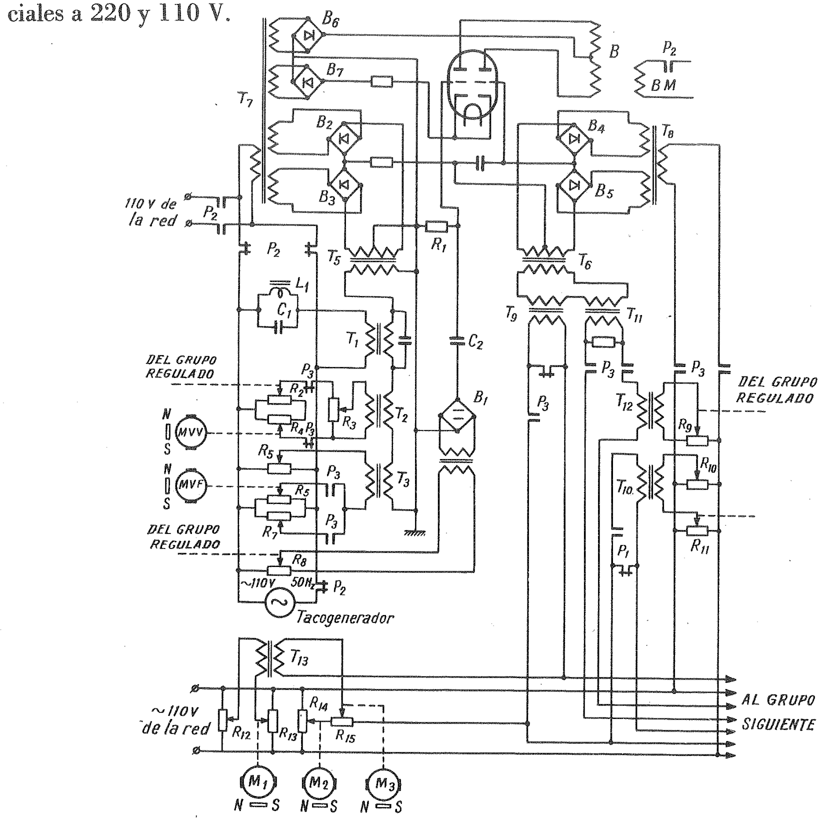


Fig. 19-36.—Esquema del sistema eléctrico del regulador soviético ЭГР. *Transformadores*: T_1 - Péndulo eléctrico; T_2 - del estatismo individual; T_3 - de la fijación individual de la frecuencia; T_4 - del mecanismo isódromo; T_5 y T_6 - rectificadores sensitivos de fase de entrada, T_7 y T_8 - rectificadores de tensión; T_9 y T_{10} - del estatismo en grupo; T_{11} y T_{12} de la igualación de la apertura, T_{13} - de la fijación en grupo de la potencia; L_1 y C_1 - bobina y condensador del circuito de frecuencia; C_2 - condensador del mecanismo isódromo. Resistencias: R_1 - del mecanismo isódromo; R_2 - de la retroalimentación rígida; R_4 - de la variación de potencia; R_5 y R_7 - dispositivo del circuito de potencia; R_6 - de la variación de velocidad de giro; R_8 - de la retroalimentación isódroma; R_9 - de la igualación de apertura; R_{10} - dispositivo de apertura; R_{11} - de la variación de apertura (potencia); R_{12} - dispositivo de la frecuencia en grupo; R_{13} - de la fijación de la potencia en grupo; R_{14} - instrumento de la apertura aditiva (potencia) en grupo; R_{15} - del estatismo en grupo; R_3 - potenciómetros del estatismo; B_1 - rectificador del isódromo; B_2-B_5 - rectificadores sensitivos de fase; B_6 y B_7 - rectificadores del amplificador; P_1 - Contactos del relé del repetidor del interruptor del generador; P_2 y P_3 - relé de régimen de calentamiento y de regulación en grupo; B - Bobina del realizador; BM - Bobina de puesta en marcha del realizador; MVV - Mecanismo de variación de la velocidad; MVF - Mecanismo de variación de la frecuencia; M_1 - Motor de la frecuencia en grupo; M_2 - Motor de la potencia en grupo; M_3 - Motor del estatismo en grupo.

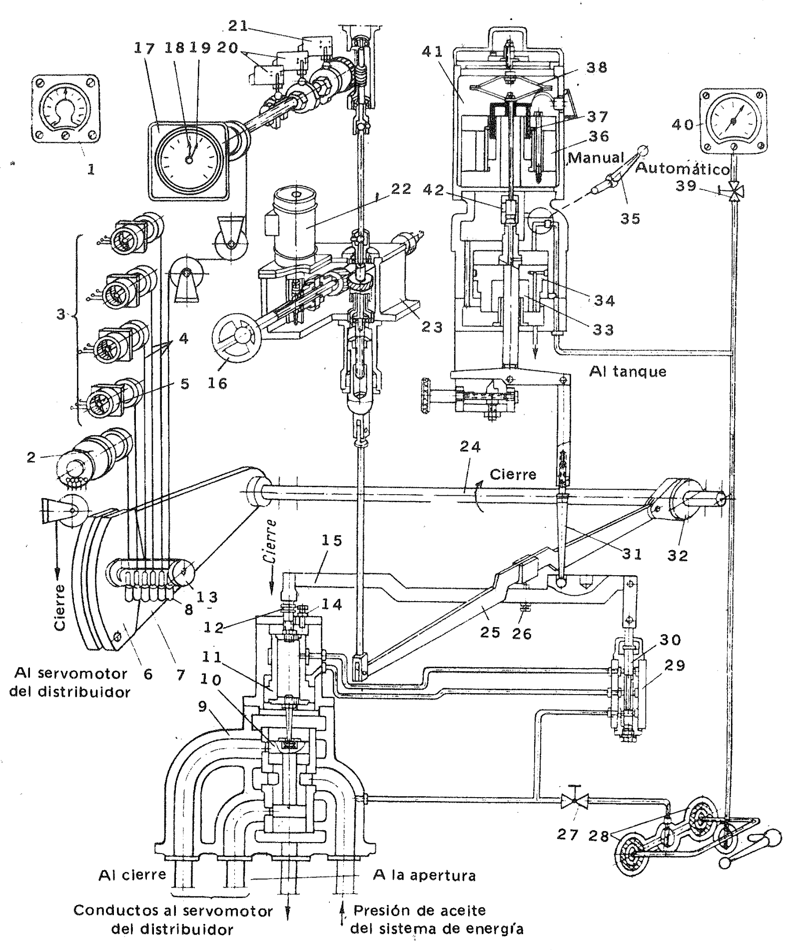


Fig. 19-37.—Esquema del sistema hidráulico del regulador É.G.R: 1. Electrotacómetro.- 2. Trasmisor del mecanismo de variación de frecuencia (MVF).- 3. Mecanismo de las retroalimentaciones.- 4. Cables.- 5. Potenciómetro.- 6. Contrapeso.- 7. Palanca.- 8. Tope.- 9. Válvula de distribución principal.- 10. Cuerpo de la válvula.- 11. Embolo del servomotor auxiliar.- 12. Tuerca de limitación del tiempo de cierre del distribuidor.- 13. Contador.- 14. Perno de limitación del tiempo de apertura del distribuidor.- 15. Palanca.- 16. Volante del mecanismo de limitación de apertura.- 17. Indicador principal.- 18. Aguja del indicador de posición del distribuidor.- 19. Aguja del indicador de la posición del mecanismo de limitación de velocidad.- 20. Interruptores finales.- 21. Interruptor intermedio.- 22. Motor eléctrico del mecanismo de limitación de velocidad.- 23. Reductor del mecanismo de limitación de apertura.- 24. Eje de interruptor.- 25. Puente.- 26. Tornillo de regulación.- 27. Válvula.- 28. Filtro de aceite.- 29. Válvula de distribución.- 30. Corredera de la válvula de distribución.- 31. Palanca.- 32. Palanca.- 33. Parte hidrodinámica del realizador.- 34. Embolo del servomotor auxiliar del realizador.- 35. Manivela de desviación del realizador.- 36. Imán.- 37. Bobina.- 38. Resorte.- 39. Válvula de tres vías.- 40. Manómetro.- 41. Parte eléctrica del realizador.- 42. Casquete.

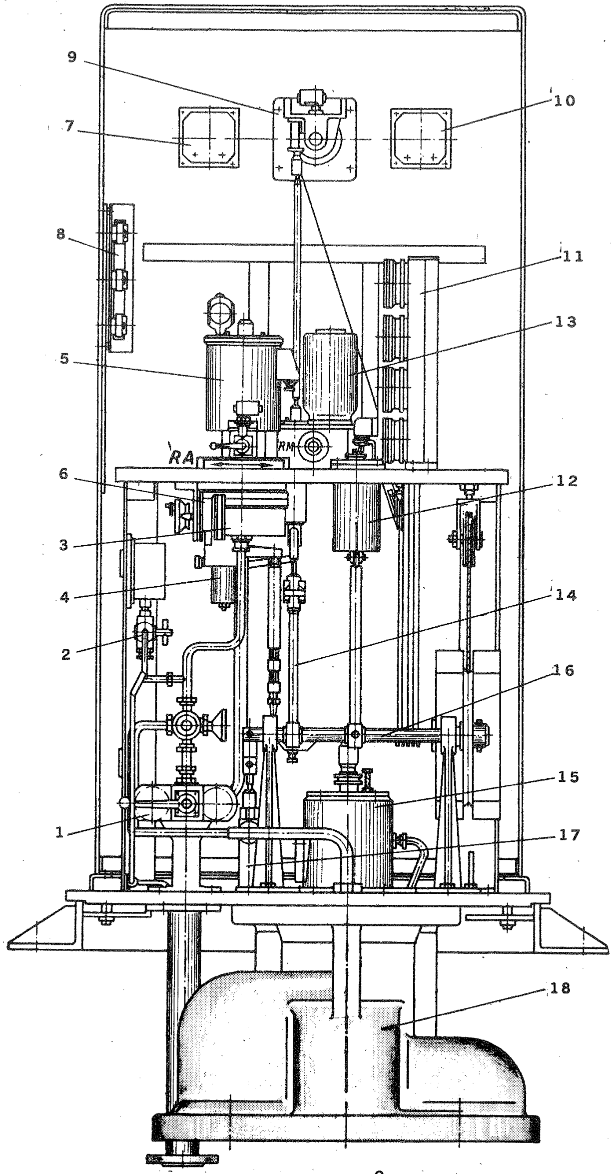


Fig. 19-38.– *Corte por la campana delregulador É.G.R.:* 1. Filtro doble de aceite; 2. Estrangulamiento; 3. Amplificador eléctrico; 4. Limitador de carrera; 5. Transformador electromagnético; 6. Mecanismo de retroalimentación; 7. Instrumento de equilibrado; 8. Terminal; 9. Indicador de la apertura del distribuidor y de la posición del limitador con contactos; 10. Tacómetro eléctrico; 11. Mecanismo de retroalimentación (potenciómetro); 12. - Catarata de la retroalimentación; 13. Motor eléctrico del mecanismo de limitación de apertura; 14. Palanca de transmisión; 15. Servomotor auxiliar; 16. Eje del interruptor; 17. Válvula auxiliar; 18. Válvula de distribución principal; R.A. Regulación automática; R.M. Regulación manual.

El esquema eléctrico puede verse en la Fig. 19-36, el esquema hidráulico en las Figs. 19-37 y 19-38. En la Fig. 19-39 puede verse un esquema soviético de regulación de una TF, y en la Fig. 19-40 otro de una TK.

Los reguladores soviéticos se clasifican según el tamaño de la válvula de distribución principal. La selección del tipo adecuado se hace teniendo en cuenta el caudal de aceite necesario en el servomotor para conseguir la velocidad adecuada de los órganos regulados.

Como se ve en estos esquemas, los reguladores modernos garantizan el funcionamiento totalmente automático de la central hidroeléctrica. Así a título de ejemplo, en la Fig. 19-41, se aduce la secuencia de operaciones que realiza una puesta en marcha totalmente automática. De análoga manera se automatizan las restantes operaciones especiales de la T: parada en caso de avería, cambio de régimen manual a automático, etc...

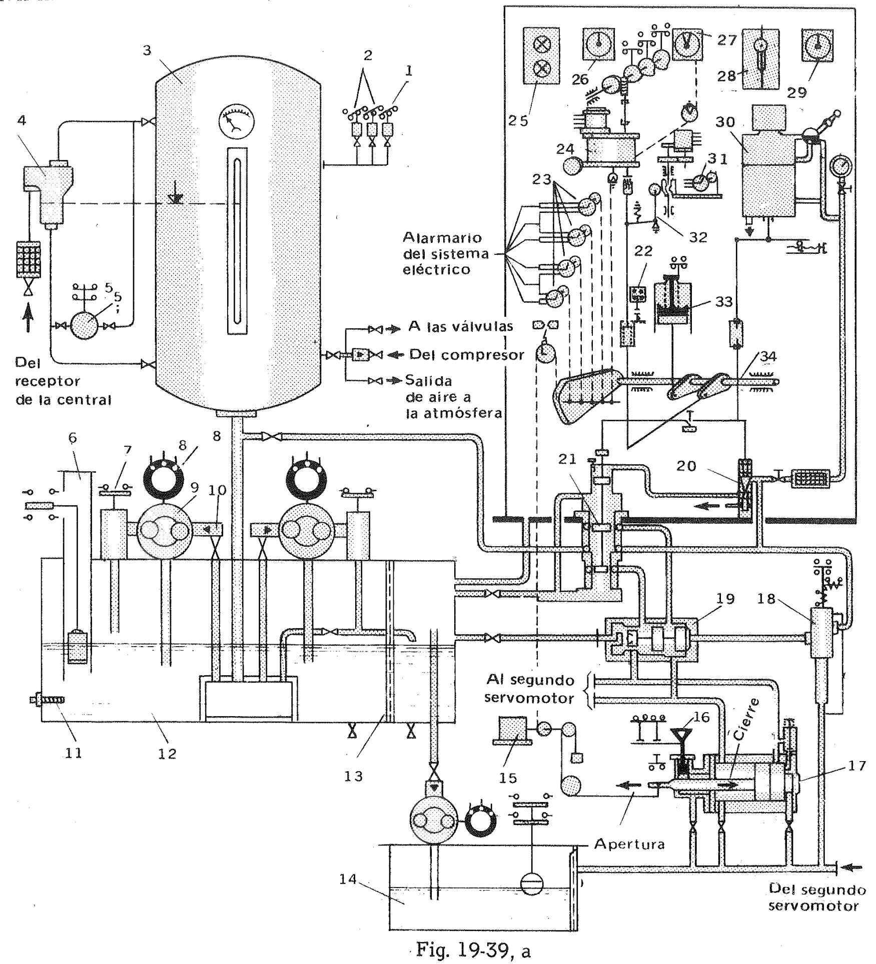


Fig. 19-39, a

Fig. 19-39,b.- Esquema de la regulación automática de un grupo hidroeléctrico con TF: 1. Relé de presión mínima anormal.- 2. Relé de presión de las bombas.- 3. Calderín hidroneumático.- 4. Dispositivo de suministro automático de aire.- 5. Relé de control de nivel mínimo en el calderín.- 6. Indicador de nivel de aceite en el tanque con contactos.- 7. Válvula de retención-seguridad.- 8. Motor eléctrico de la bomba.- 9. Bomba de aceite de tornillo.- 10. Válvula de retención.- 11. Termómetro de resistencia.- 12. Tanque de aceite.- 13. Filtro.- 15. Aparato de mando. 16. Tope del servomotor con contactos.- 17. Servomotor del distribuidor.- 18. Válvula de cierre en caso de avería.- 19. Válvula de distribución de la válvula 18.- 20. Válvula de distribución secundaria del regulador.- 21. Válvula de distribución principal del regulador.- 22. Interruptor del sistema de variación de velocidad.- 23. Mecanismo de las retrotransmisiones.- 24. Reductor del mecanismo de limitacion de apertura.- 25. Lámparas de señalización de la posición de tope.- 26. Tacómetro eléctrico. 27. Indicador de apertura del distribuidor.- 28. Mando del mecanismo de variación de velocidad.- 29. Instrumento de equilibrado.- 30. Transformador electrohidráulico.- 31. Mecanismo de retroalimentación.- 32. Limitador de recorrido.- 33. Catarata de la retroalimentación.- 34. Eje del interruptor.- 35. Dispositivo para insuflar aire en el rodete.- 36. Válvula de admisión de aire.- 37. Válvula de distribución de la válvula 36.-

Alarmario del sistema eléctrico
Del calderín hidroneumático
Al tanque del sistema de aceite a presión
Cierre
Al servomotor del rodete
Al anillo de regulación del distribuidor
Al regulador servomotor
Apertura
Cierre
Del segundo servomotor

Fig. 19-40, a

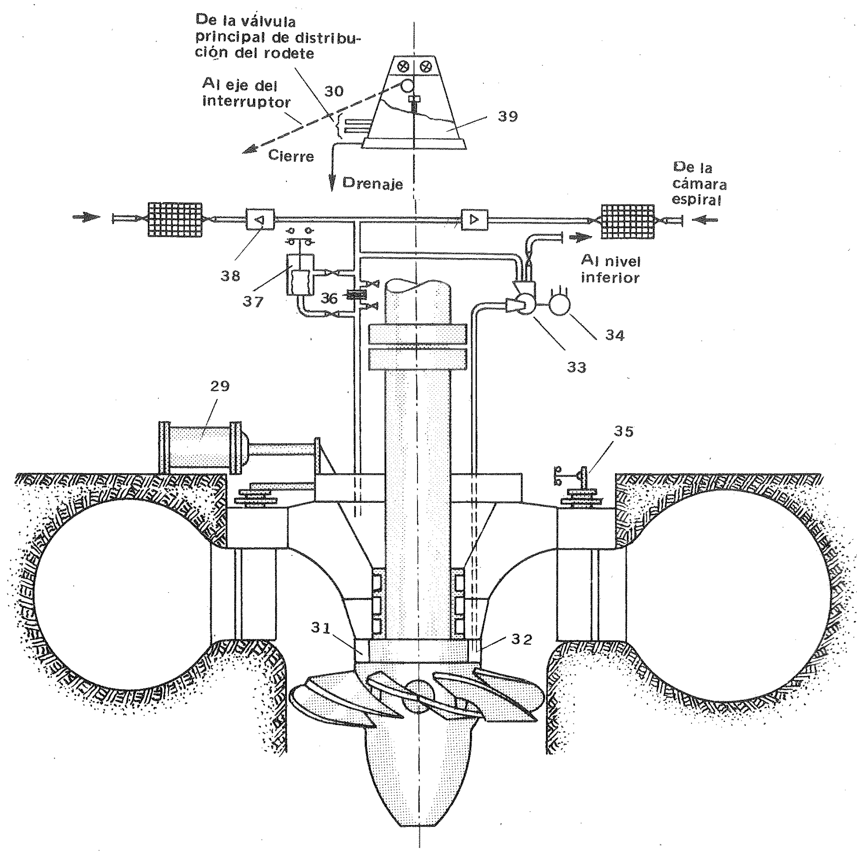


Fig. 19-40,b.– Esquema de la regulación automática de un grupo hidroeléctrico con TK: 1. Amplificador hidráulico; 2. Transformador electromagnético; 3. Manómetro; 4. Tacómetro eléctrico; 5. Dispositivo de contactos del mecanismo de limitación de apertura; 6. Indicador de apertura del distribuidor y de la posición del limitador de apertura; 7. Instrumento de equilibrado; 8. Indicador de la posición de las paletas del rodete; 9. Lámparas señalizadoras de tope; 10. Mando del mecanismo de variación de velocidad de rotación; 11. Mecanismo de retroalimentación; 12. Mecanismo de limitación de apertura; 13. Eje del limitador de apertura; 14. Mecanismo de sintonización de la retroalimentación con altura neta; 15. Mecanismo de giro de los álabes; 16. Motor eléctrico para la sintonización del combinador con la altura neta; 17. Válvula de distribución para el giro automático de los álabes; 18. Amplificador hidráulico para la sintonización del combinador con la altura neta; 19. Leva del limitador según la altura neta; 20. Catarata de la retroalimentación; 21. Válvula principal de distribución del regulador; 22. Válvula secundaria de distribución del regulador; 23. Eje del interruptor; 24; Válvula principal de distribución del combinador; 25. Válvula secundaria de distribución del combinador; 26. Aparato de mando; 27. Válvula de distribución del cierre por avería; 28. Válvula de cierre por avería; 29. Servomotor del distribuidor; 30. Tope del servomotor por contacto; 31. Relé del nivel de agua en el techo de la del dispositivo de control del distribuidor; 36. Collarín de estrangulamiento; 37. Relé de presión diferencial dinámica; 38. Válvula de retención; 39. Colector de aceite.

Mando del regulador en la posición "arranque"

Entra en juego el relé de arranque

El transformador electrohidráulico en posición de apertura de arranque

Se acopla el motor eléctrico del mecanismo de limitación de apertura hasta la posición de máxima apertura

El distribuidor se abre hasta la apertura de puesta en marcha y la turbina empieza a girar

El motor eléctrico desengancha el interruptor final

Aumenta la velocidad del grupo y al alcanzar el 80 % del valor normal se engancha al relé del regulador

Entra en funcionamiento la regulación automática

El grupo en sincronismo con la red se engancha a la misma

El regulador sintoniza el grupo con la red

Se desengancha el relé de punta en marcha

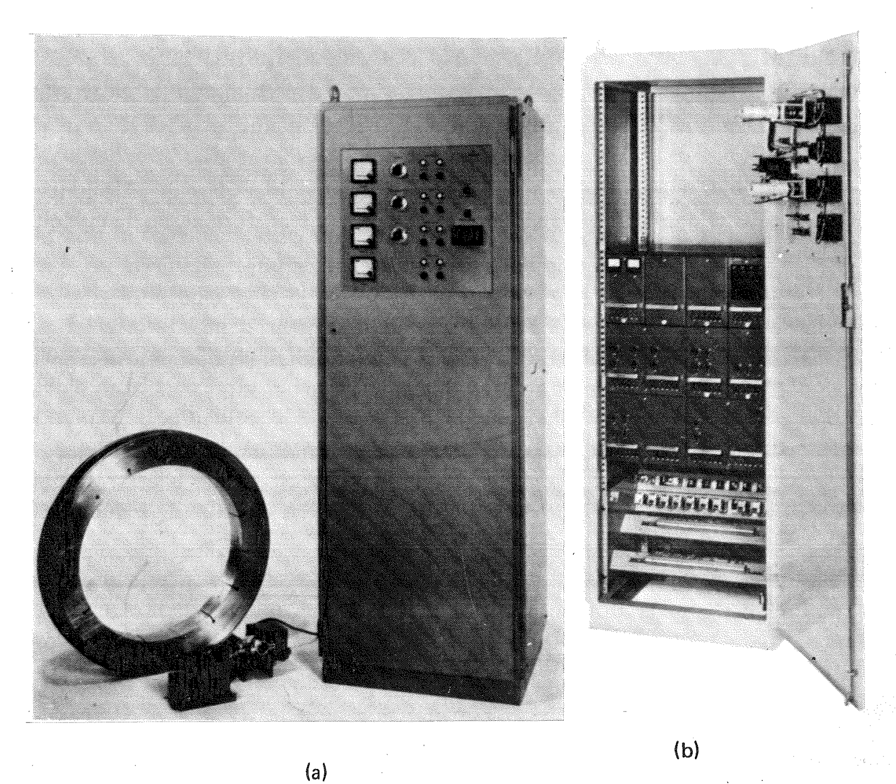
Fig. 19-41.–Secuencia de operaciones en la puesta en marcha totalmente automática de una turbina. *Antes de pulsar el mando de arranque debe estar: a) el mecanismo de limitación de velocidad en posición de cierre; b) el sistema de aceite a presión en carga; c) el regulador se alimenta de la red especial de la central; d) el mando de regímenes en posición de "funcionamiento individual"; e) el limitador de carrera levantado.*

19.12.3. Regulador electro-hidráulico Voith-Siemens

Características principales

Las características principales del regulador Voith-Siemens, muchas de las cuales son comunes a todos los sistemas electro-hidráulicos, son las siguientes:

1. Sistema eléctrico totalmente transistorizado. Las ventajas de la regulación electrónica conocidas ya antes de 1940 no pudieron emplearse hasta 20 años más tarde, a causa de la falta de seguridad de funcionamiento que ofrecían los tubos electrónicos, dificultad que ha sido superada con el advenimiento de los transistores. Hoy la regulación eléctrica juega un papel extraordinariamente importante en la regulación de las turbinas de vapor, y está empezando a tenerlo en la de las TH sobre todo desde que hace 3 años se ha introducido en los reguladores el sistema de construcción en paneles, que permite localizar y reparar una avería en un tiempo mínimo. En el regulador Siemens se han utilizado los sistemas de construcción en paneles Transidyn-B y Simatic-N. El sistema eléctrico o regulador propiamente tal está alojado en un armario de 600 × 550 × 2250 mm. (véase Fig. 19-42).



(a) (b)

Fig. 19-42.– *Regulador electrohidráulico Voith-Siemens:* a) armario del regulador con el emisor digital de rpm.; b) aspecto interior del mismo.

2. Amplificador de bobina móvil de gran sensibilidad (realizador).

3. Tacogenerador con emisor digital del número de revoluciones, de gran sencillez y sensibilidad.

4. Alimentación del regulador con la batería de la central; independiente, pues, de la tensión de la red o del generador.

5. Los ajustes de la regulación (o sea del número de revoluciones, de la apertura y de la potencia) pueden hacerse en el armario mismo, accionando los mandos que se ven en la Fig. 19-42, b); o a distancia, si se desea, y se hacen en ambos casos mediante potenciómetros de precisión motorizados.

6. El regulador constructivamente está integrado por los reguladores individuales de apertura, número de revoluciones y potencia. Este último solo en la realización 2 (véase más adelante).

7. Todas las retroalimentaciones son eléctricas, con lo cual se eliminan los problemas de rozamiento y desgaste inherentes a las transmisiones mecánicas.

8. El dispositivo taquimétrico es más barato, tiene menos desgaste y mayor sensibilidad que el utilizado en el sistema mecánico-hidráulico.

9. El valor "debe" de la potencia puede ser prescrito fácilmente por otro sistema de regulación superpuesto (por ejemplo por el regulador de la red), sin necesidad de añadir dispositivos de regulación de la máquina.

10. Se presta fácilmente a la combinación con cualquier clase de automatismo suplementario, a causa de la facilidad de captación y transformación de cualquier señal por vía eléctrica.

11. El armario eléctrico puede colocarse donde se desee, ya que todas las conexiones con el sistema hidráulico y con la T son eléctricas.

El regulador se suministra en dos versiones. La *primera versión* consta esencialmente del regulador del número de revoluciones, que permite la apertura o cierre del distribuidor en función de la variación del número de revoluciones, en conexión a una red individual; o la variación de la carga en función del estatismo, en conexión a la red general. La variación de la potencia puede hacerse también por medio de otro regulador superpuesto (regulador de la red, regulador de nivel).

La *segunda versión* dispone además de una regulación de la potencia que permite que la T dé en cada momento la potencia presente, independientemente de la altura neta.

Descripción de los aparatos principales.

Solo describiremos con algún detalle los dos aparatos principales: el tacómetro y el amplificador de bobina móvil.

Tacómetro. El tacómetro es un emisor digital giratorio, que puede verse en la Fig. 19-42, a), y está constituido esencialmente por un disco acoplado directamente al eje de la T y un "pickup" de consulta. El disco lleva unos imanes permanentes con los polos norte y sur alternados. La cabeza de consulta dispuesta a una distancia del disco de 1 a 3 mm está equipada de un generador Hall. Este es un elemento de semiconductores, en el cual el campo magnético creado por los imanes que giran contínuamente con el disco crea una tensión alterna. Lo fundamental aquí no es la ley general de la inducción, sino el llamado efecto Hall, en virtud del cual la amplitud de la tensión producida, que en nuestro caso es del orden de 100 a 150 mV, y aproximadamente sinusoidal, es independiente del número de revoluciones, y depende solo de la intensidad del campo magnético, y por tanto en primer lugar de la distancia entre el generador Hall y el disco. La frecuencia de la tensión es proporcional al número de revoluciones de la T, y su valor para una misma velocidad depende del número de pares de polos magnéticos; suele escogerse $f_1 \simeq 1300$ Hz para el número de revoluciones normal de la T, escogiéndose en cada caso en función de éste el número de polos. Los ceros de tensión del generador Hall se detectan con un indicador de cero sensible, originándose así, mediante un generador de impulsos dispuesto junto al generador Hall, una serie de impulsos, cuya frecuencia es igual a la de la tensión generada. Esta es la señal de entrada en el armario del regulador. Allí un convertidor frecuencia-tensión transforma la frecuencia de los impulsos f_1 en una tensión análoga continua $V_{A1} = k_1 f_1$, que siendo proporcional a la frecuencia, lo es también al número de revoluciones. Esta tensión es equivalente en el sistema mecánico al desplazamiento del manguito del taquímetro. Este valor "es" de la frecuencia así transformado se transmite al frecuencímetro del armario, pero no se utiliza directamente para la regulación, a fin de aumentar la sensibilidad de la misma. Para ello se compara la frecuencia f_1 con la frecuencia muy constante f_2 de un oscilador de cuarzo, utilizando para ello un modulador anular, según la práctica empleada en telecomunicación. Esta *diferencia de frecuencias* determina exactamente el número de revoluciones de la T. Un convertidor frecuencia-tensión transforma esta frecuencia en una tensión continua proporcional V_{A2}. Al conectar el regulador el oscilador de cuarzo empieza a vibrar, y sólo cuando la vibración alcanza una determinada amplitud se emite el aviso de "regulador dispuesto para el servicio". Otras características técnicas del taquímetro descrito son:

Zona de medida	84–120% del número de revoluciones nominal.
Tensión de salida	1,63–10,0 V
Tensión de salida a 50 Hz	5,35 V
Frecuencia de la tensión del oscilador de cuarzo	$f_2 = 1000$ Hz

Este sistema permite además emitir desde el disco magnético cuanta información se necesite sobre el número de revoluciones (parada, embalamiento, etc. ...) para el control de la T.

Los reguladores

El elemento constructivo central de todos los reguladores está constituido por

un amplificador regulador de transistores normalizado, cuyo comportamiento cronológico se ajusta con el correspondiente empalme a la red en su retroalimentación, formada por resistencias y condensadores. Los módulos, formando unidades funcionales, están dispuestos en cajones enchufables. En la placa frontal de estos cajones se encuentran los botones giratorios, con los cuales se puede ajustar el comportamiento cronológico que corresponda.

Datos relativos a los ajustes de los valores "debe".

Ajuste del número de revoluciones "debe" ... ... 45 a 55 Hz, lo que corresponde al 90% –100% del valor nominal.

Ajuste de la potencia "debe" ... ... 0-110% de la potencia nominal del generador.

Ajuste de la limitación de la apertura ... ... 0–100% de la apertura máxima.

Tiempo necesario para el ajuste ... ... unos 20 s.

2. *Amplificador de bobina móvil (realizador).*

El esquema de la Fig. 19-43 se entenderá fácilmente, teniendo en cuenta lo di-

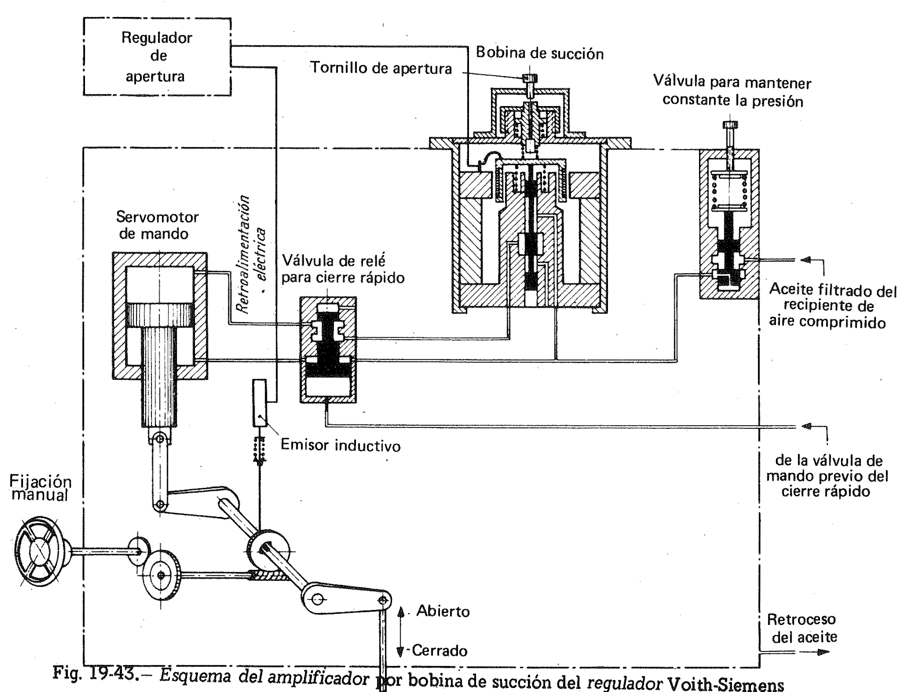


Fig. 19-43.– *Esquema del amplificador por bobina de succión del regulador* Voith-Siemens

dicho sobre este amplificador en la Sec. 19.12.1. Una foto del amplificador puede verse en la Fig. 19-44. Como dijimos es el elemento de conexión entre el sistema eléctrico y el sistema mecánico que transforma la señal eléctrica en mecánica. Todas las partes deslizantes están fabricadas de material resistente a la fricción. Los cojinetes de apoyo del eje de la corredera son cojinetes de bolas. Para reducir al mínimo el rozamiento, y aumentar al máximo la sensibilidad del aparato, se transmite eléctricamente una vibración constante. En este sistema, como puede verse en la Fig. 19-43, el movimiento del punzón provoca el giro del eje hasta que el emisor inductivo, colocado en el eje de mando, emita una señal que esté en concordancia con la señal de ajuste de apertura transmitida por el regulador eléctrico (retroalimentación). La señal mecánica transmitida por el amplificador de bobina móvil es muy débil (24 mkp en la dirección de cierre y 12 mkp en la de apertura) y es amplificada después por la válvula de distribución hidráulica. Asi se logra, junto con una gran exactitud en la regulación, un tiempo de ajuste extraordinariamente reducido, del orden de 0,6 para la totalidad de la carrera. Como ya dijimos en la Sec. 19.12.1 en este sistema hay un flujo contínuo de aceite, en nuestro caso un máximo de 0,1 l/min, y el volumen de aceite necesario para una carrera completa es de 0,2 litros.

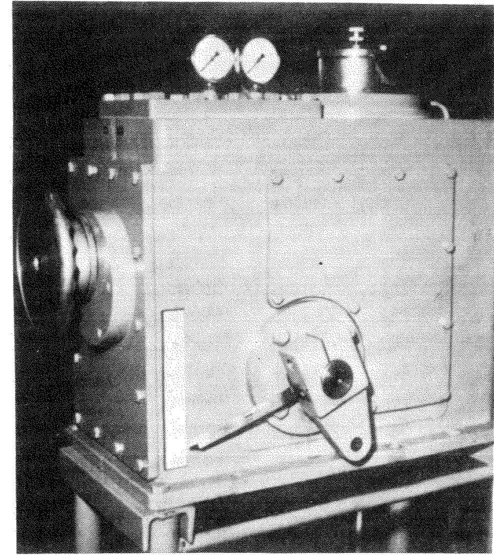


Fig. 19-44.–*Amplificador* de bobina móvil del regulador electrohidráulico Voith-Siemens

Armario de señalización y control

El esquema de este armario puede verse en la Fig. 19-45.

19.12.4. Regulador hidráulico Voith-EHR 68 para TH de pequeña y mediana potencia

El regulador Voith EHR 68 se ofrece también en versión doble para la doble regulación de las TH, y se denomina entonces EHR.D 68. En la Fig. 19-46 puede

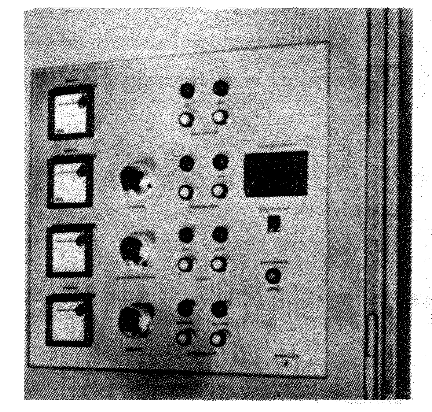


Fig. 19-45.–*Panel de instrumentos del regulador. Voith-Siemens.*

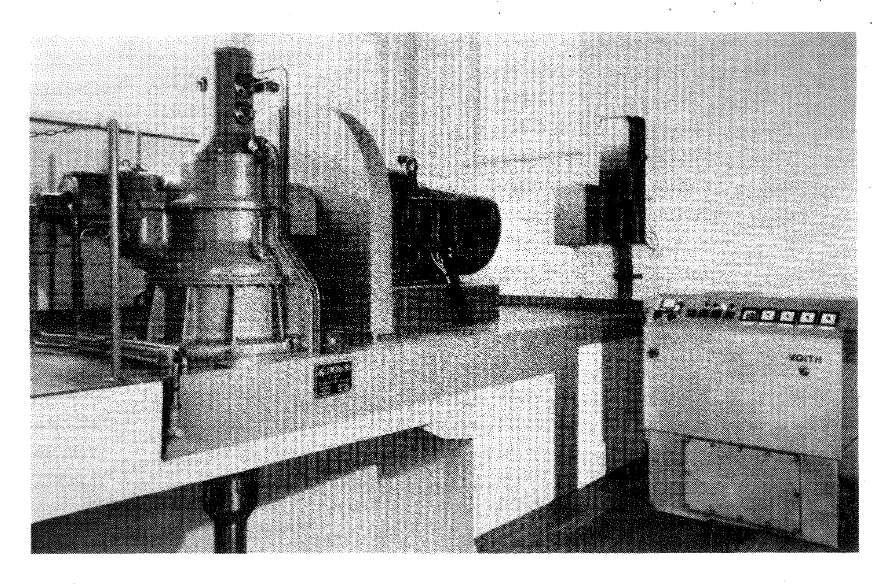


Fig. 19-46.– Regulador hidráulico Voith EHR D.68. de una TK

verse a la derecha el pequeño pupitre del regulador, que contiene todo el sistema eléctrico e hidráulico, incluso el tanque oleoneumático, y que puede colocarse a cualquier distancia de la T, ya que carece de retroalimentaciones y transmisiones mecánicas, y todas las conexiones con la máquina son eléctricas o hidráulicas por cable o tubería. A la izquierda de la figura puede verse la transmisión de engranajes para el dispositivo tacométrico y la bomba de aceite.

El regulador permite seleccionar tres tipos de regulación:

1. Regulación de la apertura del distribuidor (regulación manual).
2. Regulación por nivel de agua.
3. Regulación del número de revoluciones.

La T puede regularse individualmente o en conexión a la red.

El regulador pasa automáticamente de los dos primeros tipos de regulación mencionados al tercero, o sea a la regulación del número de revoluciones, al desviarse la frecuencia de la máquina de un valor "debe" ajustado previamente.

En caso de anomalía en el funcionamiento la parada de la T es automática.

El esquema en funcionamiento, según los tres tipos de regulación indicados, puede verse en la Fig. 19-47.

Todos los mandos del regulador pueden ser instalados, si se desea, para accionamiento a distancia desde uno o varios puntos distintos, motorizando los potenciómetros e instalando los relés adecuados.

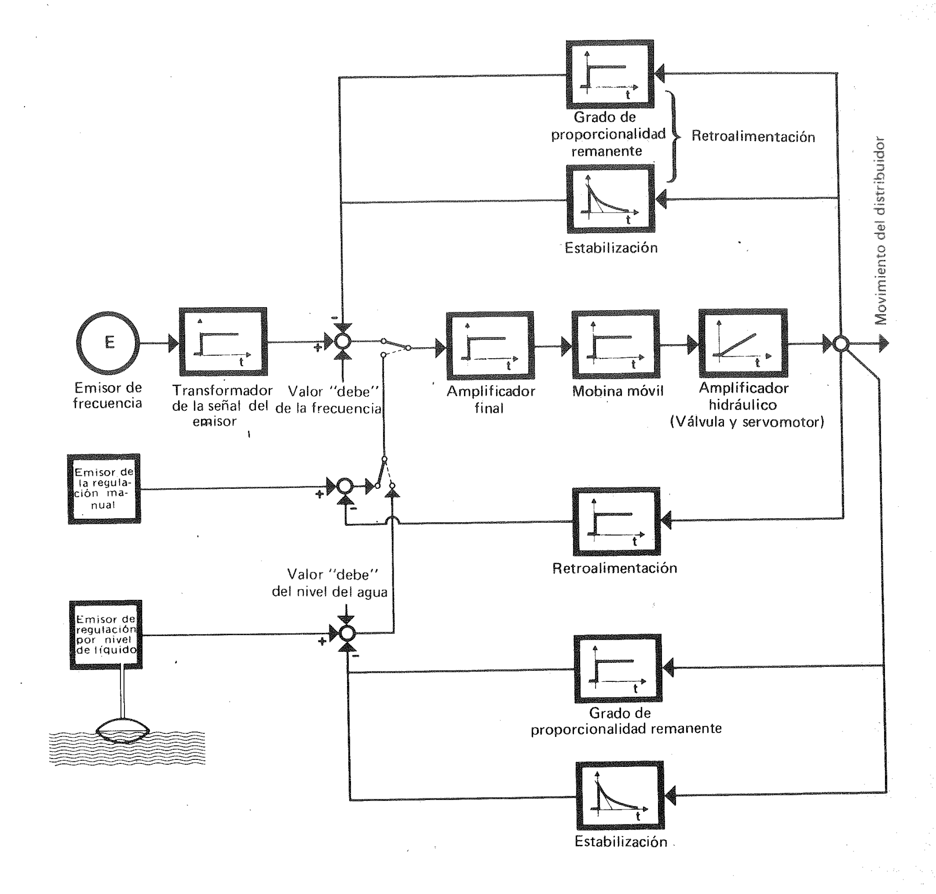


Fig. 19-47.– Esquema del regulador electrohidráulico de la Fig. 19-46

El transmisor del número de revoluciones puede ser un tacómetro comercial corriente o un emisor rotativo digital, como el descrito en la Sec. 19.12.3.

Tanto para la retroalimentación del distribuidor y del rodete como para el emisor del flotador en la regulación por nivel se utilizan potenciómetros de placas de campo sin contactos.

Características de la regulación por número de revoluciones

Gama de ajuste del valor "debe"	(–10) a 6%
Grado de proporcionalidad remanente	0–6%
Grado de proporcionalidad transitorio	0–120%
Tiempo de ajuste del nuevo estado de equilibrio.	2-25 s.

El panel de mando puede verse en la Fig. 19-48.

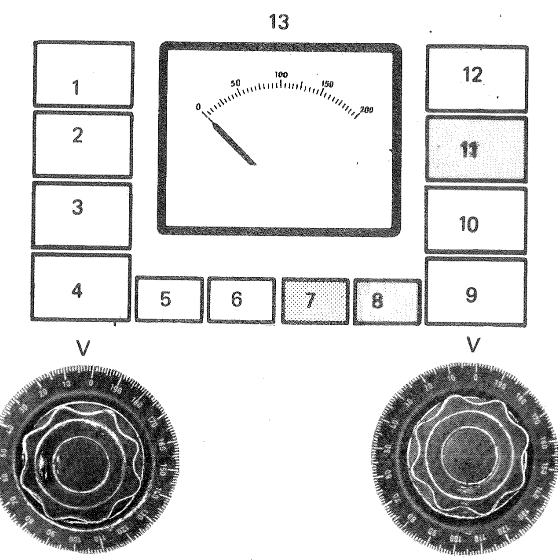


Fig. 19-48.–*Panel de mando del regulador de la Fig. 19-46:* 1. regulación manual conectada; 2. regulación por nivel de agua conectada; 3. regulación por número de revoluciones conectada; 4. comprobación de lámparas; 5. regulación manual; 6. regulación por nivel de agua; 7. apertura del rodete; 8. cierre rápido; 9. apertura del rodete desconectada; 10. Apertura del rodete conectada; 11. desconexión del cierre rápido; 12. reparación del cierre rápido; 13. tanto por ciento número de revoluciones; 14. regulación manual; 15. ajuste del número de revoluciones.

Sistema hidráulico

1. Utiliza aceite de 5 °E de viscosidad a 50 °C.

2. *Recipiente de aceite a presión.* Al poner en servicio el sistema de aceite a presión se llena el recipiente de nitrógeno para formar la almohada de gas a una presión determinada. A continuación entra en servicio la bomba de arranque accionada por motor de alterna o de continua, cuya misión es llenar el depósito de aceite hasta la presión fijada. Además la bomba puede ponerse en marcha y pararse automáticamente cuando la T no está en servicio, para reponer las pérdidas y mantener la presión en el depósito entre los límites establecidos. Además de la bomba de arranque hay una bomba de servicio, que puede ser doble, con circuito independiente, en el caso de la doble regulación, y suele ser de engranajes. El circuito (o los circuitos) están protegidos contra la sobrepresión y el retorno de aceite con válvulas de seguridad y de retención respectivamente. La bomba de servicio es pequeña y funciona ininterrumpidamente; en caso de régimen normal desarrolla únicamente la presión necesaria para vencer la resistencia en el conducto de aceite al tanque. Además el sistema lleva una válvula de mano para el arranque en caso de que falle el suministro de potencia a la bomba de arranque.

3. Todo el sistema hidráulico salvo los servomotores está alojado en el mismo pupitre de mando de la Fig. 19-46, como puede verse en la Fig. 19-49. En la Fig. 19-50 puede verse el servomotor del distribuidor de una TK con la leva que desempeña el papel de combinador. El servomotor es oscilante apoyado en el extremo de-

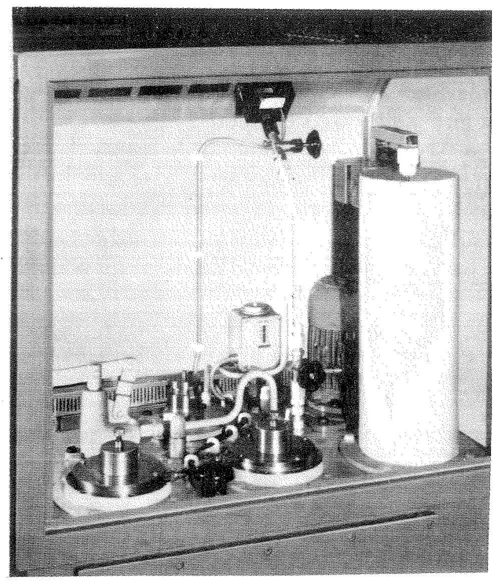


Fig. 19-49.–Aspecto posterior del pupitre de mando con el sistema de aceite a presión. Delante los dos amplificadores de bobina móvil, a la derecha el tanque de aceite, a la derecha detrás el motor de la bomba de aceite.

recho en cojinete de bolas y en el izquierdo conectado con articulación de bolas también a la palanca del álabe directriz.

4. Sólo en los casos en que el trabajo del servomotor es pequeño, o respectivamente el tiempo de desplazamiento grande, el amplificador de bobina móvil constituye la única válvula de distribución. En los demás casos además del amplificador hay una válvula de distribución principal.

5. El circuito secundario para la orientación de los álabes móviles no necesita tiempos cortos de maniobra y por eso la presión de trabajo proviene directamente de la bomba, que trabaja ininterrumpidamente, sin recurso al acumulador o recipiente de presión.

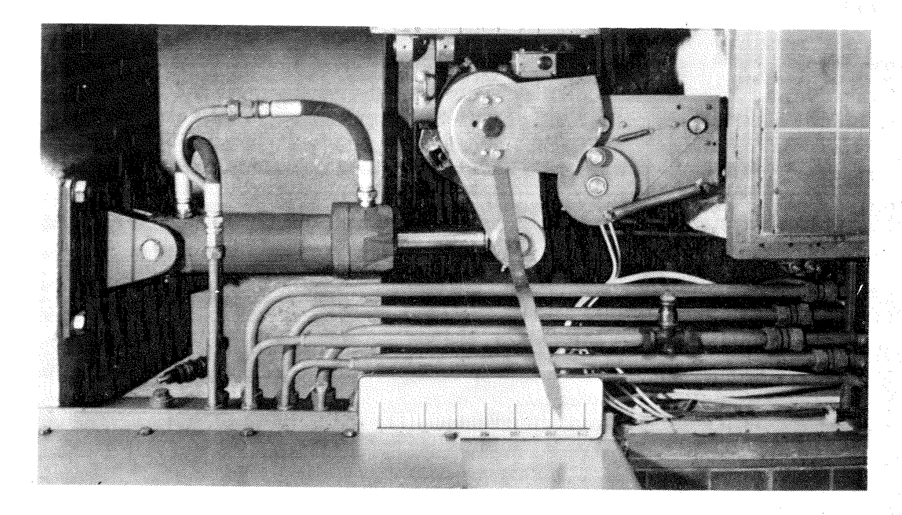


Fig. 19-50.–Servomotor del distribuidor y leva (combinador) de una TK.

19.12.5. Regulación mecánico-hidráulica y electrohidráulica individual de los álabes directrices del distribuidor Fink

La regulación clásica del distribuidor Fink mediante el giro de un anillo, que provoca mediante palancas y bielas el giro simultáneo de todos los álabes, se ha utilizando y sigue utilizándose con éxito. El giro de este anillo puede realizarse con un solo servomotor o con dos como en la Fig. 19-51. La ventaja de este sistema es su sencillez constructiva; el inconveniente surge al crecer la potencia y las dimensiones de la T, porque entonces resulta difícil diseñar un anillo indeformable capaz de transmitir la fuerza total necesaria para el desplazamiento de todos los álabes.

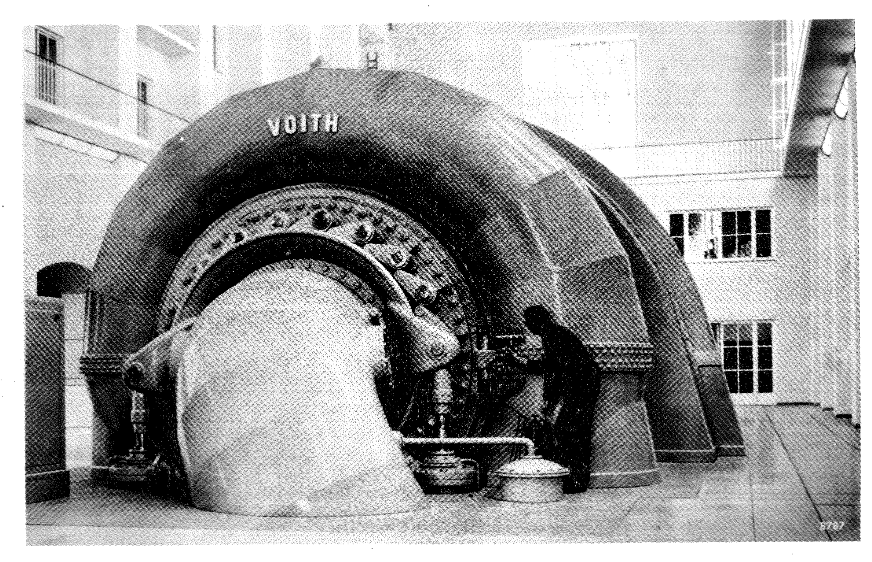


Fig. 19-51.– Anillo regulador del distribuidor con dos servomotores de una TF de la cencentral de acumulación por bombeo de Reisach–Robenleite. Las TF son de eje horizontal para una altura neta de 166–186 m, un caudal (unitario) de 22,5 m³/s y 333 rpm, con cámara espiral de chapa de acero soldada y rodete de acero al cromo fundido.

Para obviar este inconveniente se desarrolló en primer lugar el sistema de regulación puramente hidráulica de los álabes directrices con servomotores individuales y posteriormente la versión electrohidráulica del mismo.

Sistema hidráulico

La Fig. 19-52 contiene el esquema de realización de la casa Voith, según el cual se han construido ya algunas instalaciones en funcionamiento.

El regulador hidráulico o electrohidráulico 1, mediante el servomotor 2, mueve el anillo o la barra, 4, la cual transmite una fuerza relativamente pequeña. En él se encuentran las levas 5, que por medio de rodillos y palancas transmiten el movimiento a los servomotores individuales 7, precedidos de las convenientes válvulas

de distribución 6, de manera que se realiza una correspondencia bien determinada entre la posición del anillo o barra 4 y la posición de los álabes directrices. Por tanto cada regulación individual de cada uno de los álabes constituye con relación al anillo o barra 4 un sistema cerrado. A consecuencia de que la retroalimentación 8 es puramente mecánica todo el dispositivo de regulación debe colocarse en las proximidades de los álabes, lo cual complica mucho la instalación. Para obviar este inconveniente se recurre a la solución electrohidráulica, que estudiaremos después.

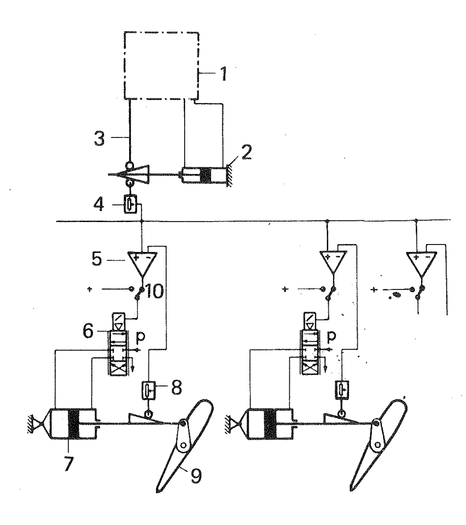


Fig. 19-53.–*Regulación electrohidráulica individual de los álabes* del distribuidor: 1. Regulador hidráulico de la T; 2. Servomotor del regulador de la T; 3. Retroalimentación del regulador de la T; 4. Fijador del valor "debe"; 5. Amplificador eléctrico; 6. Amplificador de la bobina móvil; 7. Servomotor del álabe del distribuidor; 8. Fijador de la retroalimentación; 9. Alabe del distribuidor; 10. Relais de contacto del cierre rápido.

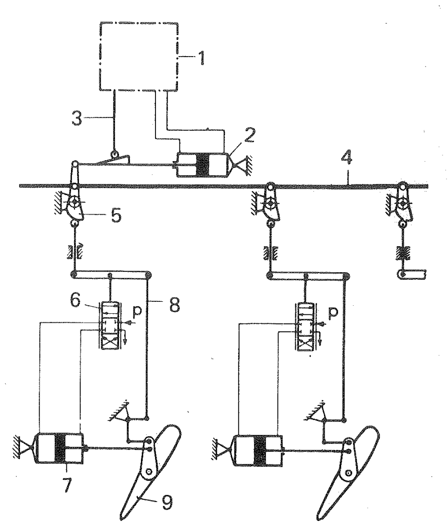


Fig. 19-52.–*Regulación hidráulica individual* de los álabes del distribuidor: 1. Regulador hidráulico o electrohidráulico de la T; 2. Servomotor del regulador de la T; 3. Retroalimentación del regulador de la T; 4. Barra de regulación (anillo de regulación); 5. Leva de regulación; 6. Válvula de regulación; 7. Servomotor de un álabe del distribuidor; 9. Alabe del distribuidor.

El lugar disponible para alojar a los servomotores individuales es tanto mayor cuanto el diámetro del rodete es mayor y el salto neto más pequeño, ya que entonces el espacio disponible aumenta y el trabajo de la regulación disminuye. La utilización de servomotores individuales tiene entre otras ventajas la siguiente:

Si un cuerpo extraño impide el cierre hermético puede éste abrirlo el o los álabes afectados, independientemente de los demás, para cerrarlos de nuevo una vez eliminado el obstáculo.

Sistema electro-hidráulico

El esquema electrohidráulico de la Fig. 19-53 constituye el punto de partida de los diversos sistemas electro-hidráulicos considerados por la casa Voith (1), uno de los cuales se instala por primera vez en la central Waldeck.

Se trata de una central de bombeo con dos TF, cuya entrada en funcionamiento estaba prevista para el año 1974, y cuyas características son las siguientes:

$H = 336$ m; $Q = 80$ m^3/s; $n = 375$ rpm; $P_a = 239$ MW; $z = 20$ álabes directrices;

En este esquema hay algunas simplificaciones constructivas, a saber, no existe ni el anillo de regulación 4 de la Fig. 19-52 ni las barras 8 de retroalimentación, porque ésta en nuestro sistema es eléctrica, con lo cual los dispositivos de regulación pueden colocarse a cualquier distancia de los álabes directrices. Aquí también cada regulación individual constituye un sistema cerrado, que consta esencialmente de amplificador eléctrico, amplificador de bobina móvil, servomotor del álabe directriz, emisor eléctrico de retroalimentación y emisor eléctrico de la posición "debe" común a todas las regulaciones.

(1) K. HASENMATER, *Elektrohydraulische Einzelleitschaufelregelung bei Wasserturbine*, (Regulación individual electrohidráulica de los álabes directrices de las turbinas hidráulicas), "Voith".

20. Funcionamiento de una B en la red. Normalización de las bombas. Torneado del rodete. Funcionamiento de varias bombas en paralelo y serie y en serie

20.1. Característica de la bomba y característica de la red: punto nominal y punto de funcionamiento

En las B rotodinámicas, a diferencia de las B de desplazamiento positivo, el caudal depende de la altura efectiva; mientras que en estas últimas es teóricamente independiente de la misma. Según eso el caudal que suministrará una B rotodinámica sólo puede conocerse por la superposición de las dos características H-Q de las B y la H_{red}-Q de la red. Las características de las B fueron estudiadas en el Cap. 18 (Sec. 18.4 y siguientes).

Se llama *característica de la red* a la representación gráfica de la ecuación

$$H = \left(\frac{p_Z - p_A}{\rho g} + z_Z - z_A\right) + H_{rA-E} + H_{rS-Z} = f(Q) \qquad (20\text{-}1)$$

[véase la tercera expresión de la altura efectiva Ec. (4-17)]. El primer término $\frac{p_Z - p_A}{\rho g} + z_Z - z_A$ es independiente del caudal (ordenada en el origen de la curva). Los términos $H_{rA-E} + H_{rS-Z}$, representativos de las pérdidas en la aspiración e impulsión, respectivamente, son función del cuadal y de las *características de la conducción o de la red* (metros de tubería, accesorios, válvulas y *grado de apertura de las mismas*, etc...).

La intersección de la característica de la red en el plano H-Q con la vertical de ecuación Q = caudal requerido determina el punto requerido de funcionamiento de la B. Este punto forma parte de la información mínima que necesita el constructor para suministrar la B adecuada. Sin embargo, para un estudio completo del funcionamiento de la B cuando se halle instalada en la red, es conveniente trazar la característica de la red superpuesta a la característica de la B en el mismo plano H-Q. La característica de la red es una parábola con la ordenada en el origen ya indicada. En efecto la Ec. (20-1) puede escribirse así:

$$H = H_{est} + (k' + k'')\,Q^2 = H_{est} + k\,Q^2 \qquad (20\text{-}2)$$

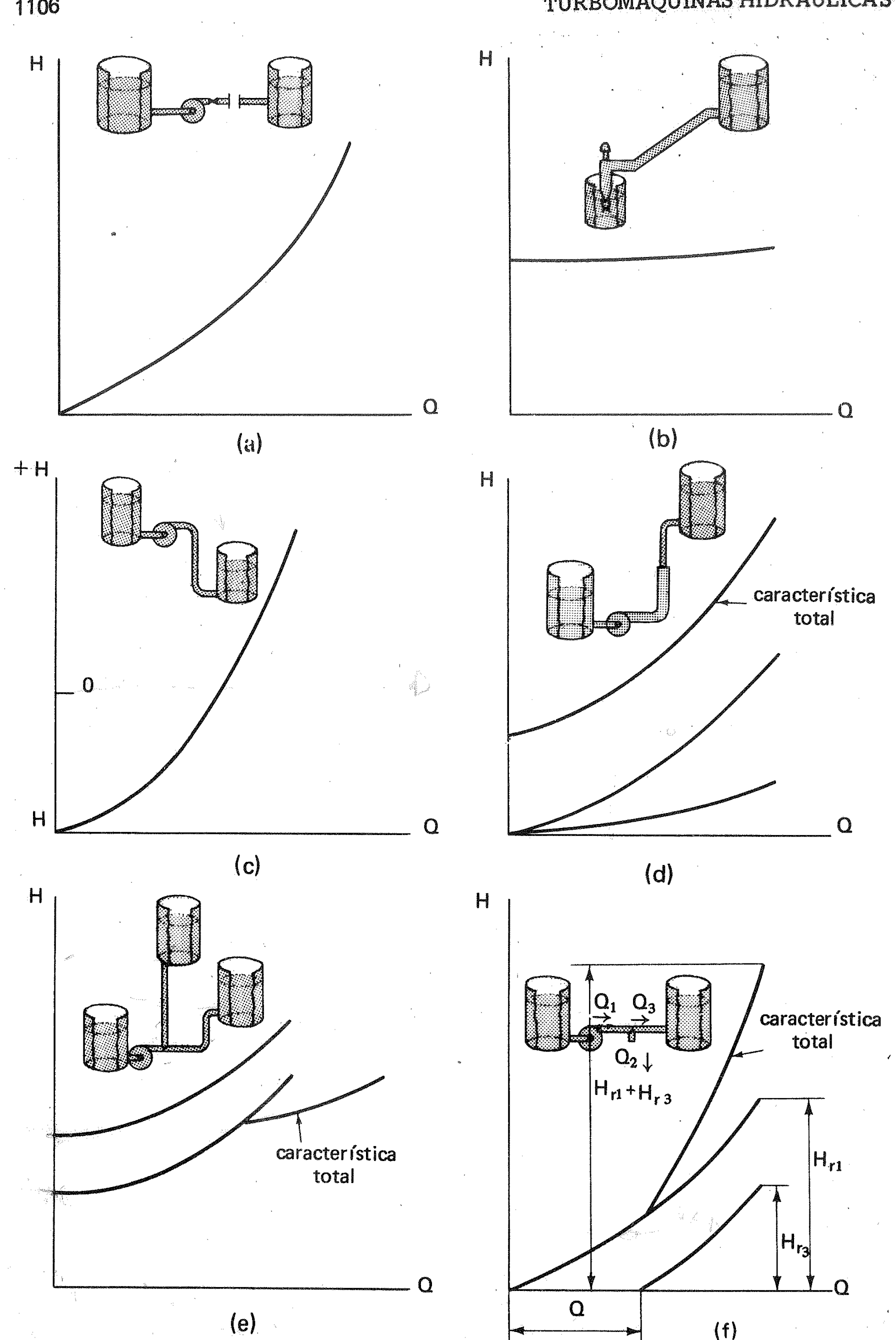


Fig. 20-1.–Tipos diversos de características de la red o de la instalación.

donde

$$k' = \frac{16}{2g\,\pi^2}\,\Sigma\,\lambda_I \frac{\ell_I}{d_I^5}$$

$$k'' = \frac{16}{2g\,\pi^2}\,\Sigma\,\zeta_I \frac{1}{d_I^4}$$

$$k = \frac{16}{2g\,\pi^2}\left(\Sigma\,\lambda_I \frac{\ell_I}{d_I^5} + \Sigma\,\zeta_I \frac{1}{d_I^4}\right)$$

λ_I, ζ_I – coeficientes de pérdidas primarias y secundarias respectivamente.

ℓ_I, d_I – longitudes y diámetros respectivamente de los tramos de tubería (1).

La Fig. 20-1 ilustra los tipos más frecuentes de características de la red, que se encuentran en la práctica:

– *Fig. 20-1,a:* altura estática prácticamente nula; altura de pérdidas elevada. Curva de gran pendiente que pasa por el origen de coordenadas. Caso frecuente en los V.

– *Fig. 20-1,b:* altura manométrica casi igual a la altura estática; altura de pérdidas pequeña; curva de pequeña pendiente, casi horizontal.

– *Fig. 20-1,c:* altura estática negativa (B instalada en carga). El caudal fluye por gravedad. La B intensifica el caudal.

– *Fig. 20-1,d:* diámetros de tubería distintos. Se han trazado las curvas características de altura de pérdida en función del caudal, parciales para cada tramo de tubería de $d = $ cte. La característica total se traza sumando para cada caudal las coordenadas de las características parciales.

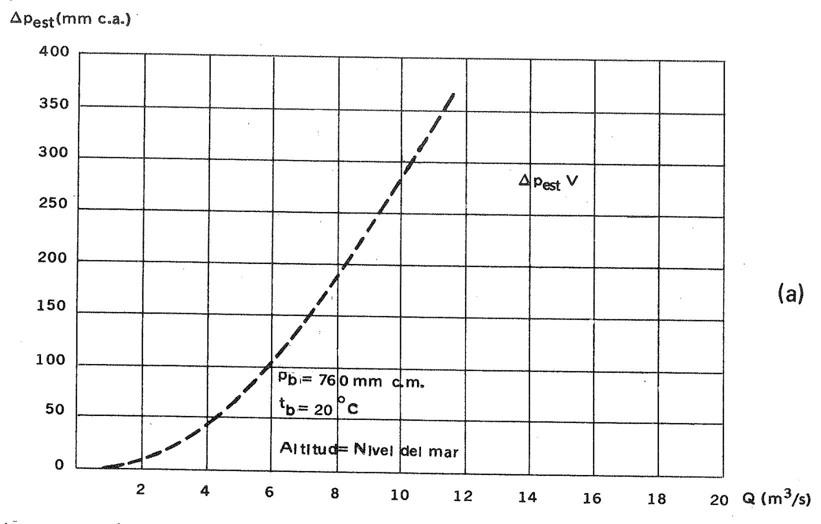
– *Fig. 20-1,e:* ramificación con dos alturas estáticas distintas. Se trazan las características parciales y luego la característica total, sumando los caudales de cada rama para una misma altura total (altura estática más altura de pérdidas).

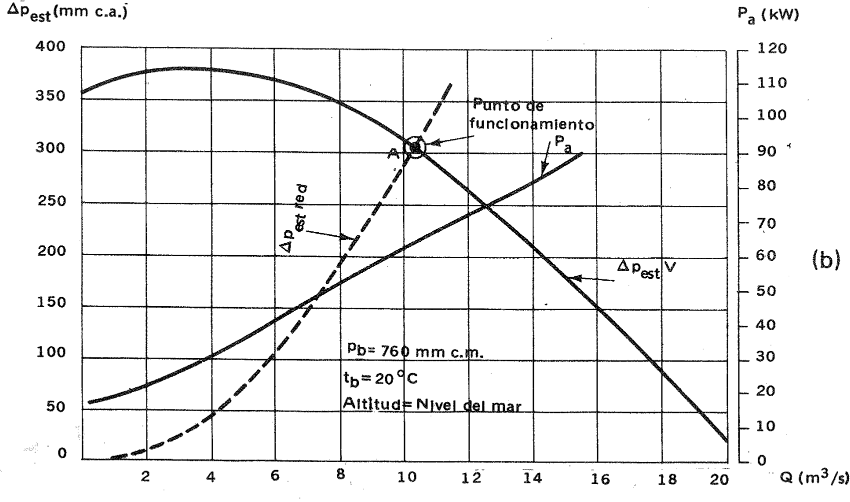
– *Fig. 20-1,f:* extracción de parte del caudal de la rama principal (se supone constante el caudal extraído Q_2). Se traza la característica particular de la línea 1. La característica del conducto 3 se desplaza a la derecha un valor igual a Q_2 (pues este caudal circula por 1 y 2 pero no por 3). La característica total se obtiene por adición para cada caudal de las alturas de pérdidas de 1 y 3.

Al llegar aquí es necesario distinguir atentamente entre el punto nominal o de diseño y el punto de funcionamiento. *El punto nominal* es aquel punto de la curva

(1) En general, como es sabido, los coeficientes λ_I y ζ_I, sobre todo los primeros, son función del número de Reynolds y por lo tanto del caudal, y el exponente final de Q podrá en general estar comprendido entre 1 y 2. En primera aproximación al menos generalmente puede suponerse que la característica de la red es una parábola de segundo orden.

H-Q de la B para el cual la B está diseñada, que generalmente será el punto en el cual el rendimiento total de la B es máximo. El *punto de funcionamiento* es aquel punto de la curva H-Q de la B, en el cual de hecho la B está funcionando. Este punto se debe encontrar en la curva H-Q, porque para un número fijo de revoluciones la B no puede funcionar fuera de esa curva y se debe encontrar en la característica de la red, que determina para cada Q la H necesaria; luego *el punto de funcionamiento es el punto de intersección de las características de la B y de la red.* El cliente, una vez proyectada la instalación debe trazar cuidadosamente la característica de la red y determinar en ella el punto correspondiente al caudal requerido y el constructor o suministrador de la B se esforzará en suministrar en cuanto





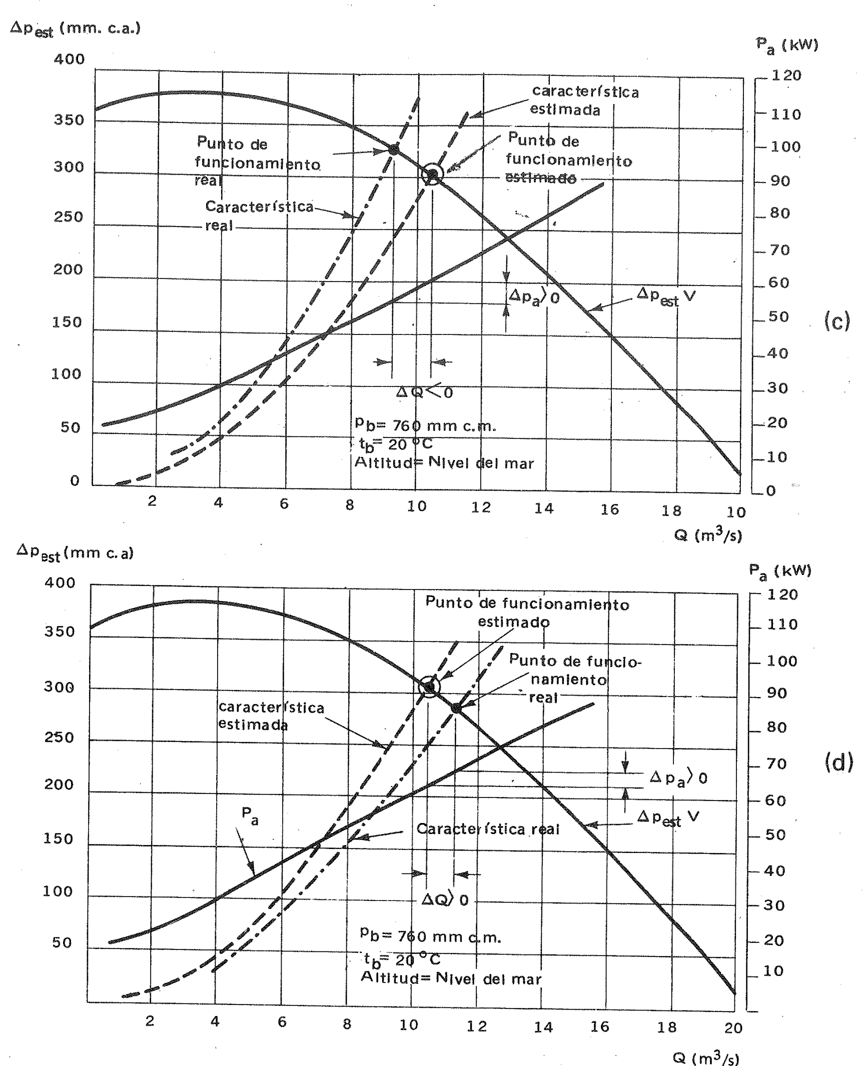


Fig. 20-2.- Característica de un V y característica de la red; punto de funcionamiento real y punto ideal de funcionamiento.

sea posible, aquella B cuyo punto de diseño coincida con el de funcionamiento deseado. Si el cálculo de la característica de la red o al menos el punto de funcionamiento deseado de la misma no es el requerido por la instalación se presentarán anomalías en el funcionamiento. Lo que acabamos de decir se confirma con el siguiente ejemplo.

En la Fig. 20-2,a se dibuja la característica estimada de la red de un V con el *punto de funcionamiento requerido* en la misma, correspondiente al caudal que se precisa obtener. En la Fig. 20-2,b se ha superpuesto dicha curva sobre la característica del V a un número de revoluciones determinado. El V funcionará en el punto A intersección de ambas curvas (ya que, como hemos visto, dicho punto se ha de hallar simultáneamente en ambas curvas). Dicho punto A es, pues, el *punto de funcionamiento real.* El fabricante se esfuerza en suministrar para la característica de la red con el punto de funcionamiento deseado en la misma por el cliente el V más adecuado en el cual el susodicho punto de funcionamiento coincida a ser posible con el punto de óptimo rendimiento. Las Figs. 20-2,c y d explican lo que sucede si el cliente ha infraestimado o sobreestimado las pérdidas respectivamente. En el primer caso (Fig. 20-2,c) el V suministrará menos caudal, absorbiendo también menos potencia. Para corregir esta anomalía y obtener el caudal deseado, se deben disminuir las pérdidas en la conducción, si es posible (por ejemplo, utilizando un codo de radio de curvatura mayor o con álabes directrices en su interior etc...); y si no es posible se deberá aumentar el número de revoluciones del motor (cambio de la característica del V). En el segundo caso (Fig. 20-2,d) el V suministra más caudal y absorbe más potencia. La reducción al valor requerido se consigue en este caso fácilmente estrangulando la salida. Esto puede ser necesario para evitar que se caliente el motor. El estrangulamiento, sin embargo, produce pérdidas adicionales.

Si las B son de gran potencia (por ejemplo las B para centrales hidroeléctricas de acumulación por bombeo con grupos ternarios) se justifica el diseño de una B para una red determinada, buscando que el punto de diseño coincida con el de óptimo rendimiento. Sin embargo, generalmente las B son máquinas de serie (véase la Sec. 20.3), por lo cual, si entre las B disponibles no existe una que cumpla exactamente dicha exigencia se puede recurrir a

- adaptar lo mejor posible alguna B de serie (véase torneado del rodete en Sec. 20.2);
- aumentar el caudal requerido, parando más frecuentemente la B, si ésta alimenta intermitentemente un depósito;
- acoplar varias B en serie o en paralelo;
- variar el número de revoluciones.

*

Problema 43.

La curva H-Q de una B centrífuga de agua para un número de revoluciones constante de 2000 rpm es una parábola de eje vertical y la potencia de accionamiento crece aproximadamente linealmente en función del caudal. En el ensayo se han medido los valores siguientes:

- *la altura efectiva máxima es 65 m y tiene lugar a un caudal de 20 l/s*
- *la altura efectiva es cero a un caudal de 52 l/s*

- *la potencia de accionamiento con la válvula de impulsión cerrada asciende a 8,7 kW*
- *la potencia de accionamiento correspondiente a la altura máxima es 18,5 kW.*

Esta B se instala primeramente para elevar agua, venciendo un desnivel geodésico de 30 m; siendo la longitud total de las tuberías de aspiración e impulsión 450 m y el diámetro 180 mm. Para el coeficiente de pérdida de carga en la tubería puede tomarse un valor medio de 0,033. En segundo lugar se instala para alimentar un depósito a presión de 3,8 bar, siendo las pérdidas en la conducción despreciables en este caso.

Calcular:

a) caudal de la B, potencia de accionamiento y rendimiento en el primer caso;

b) idem en el segundo.

La ecuación de una parábola de eje vertical es:

$$(x-x_0)^2 = 4p\,(y-y_0)$$

es decir

$$(Q - Q_0)^2 = 4p\,(H - H_0)$$

igualando $\frac{dH}{dQ}$ a 0 se obtiene $Q_0 = 20$ l/s (dato) con las otras dos condiciones:

$$H = 65 \text{ m} \quad \text{para} \quad Q = 20 \text{ l/s}$$
$$H = 0 \text{ m} \quad '' \quad Q = 52 \text{ l/s}$$

se determina

$$H_0 = 65 \qquad 4p = -15{,}75$$

y

$$(Q - 20)^2 = -15{,}75\,(H - 65)$$

Además para la potencia de accionamiento tenemos:

$$P_a = 8{,}7 + 0{,}49\,Q$$

La pérdida de carga secundaria (en codos, válvulas, etc...) no habrá que tenerla en cuenta dado el valor elevado de la relación

$$\frac{\ell}{d} = \frac{450}{0{,}180} = 2500 \qquad (1)$$

Así pues

$$H_{r\text{-}ext} = \lambda\,\frac{\ell}{d}\,\frac{V^2}{2g} = \frac{0{,}033 \cdot 450 \cdot 16}{0{,}180^5 \cdot 2 \cdot 9{,}81\,\pi^2}\,Q^2 = 6494 \cdot 10^{-6}\,Q^2 \quad (Q \text{ en l/s})$$

Con ayuda de estas fórmulas se obtiene la tabla siguiente:

---

(1) Véase CLAUDIO MATAIX, *Mecánica de Fluídos y máquinas hidráulicas*, Ediciones del Castillo, Madrid, 1970, pág. 225.

Q (ℓ/s)	H (m)	P (kW)	P_a (kW)	η_{tot} (%)	$H_{r\text{-}ext}$ (m)
0	39,6	0	8,7	0	0
5	50,7	2,487	11,15	0,2230	0,1624
10	58,7	5,758	13,6	0,4234	0,6494
15	63,4	9,329	16,05	0,5812	1,461
20	65	12,75	18,5	0,6892	2,598
25	63,4	15,55	20,95	0,7422	4,059
30	58,7	17,28	23,4	0,7385	5,845
35	50,7	17,41	25,85	0,6735	7,955
40	39,6	15,54	28,3	0,5491	10,390
45	25,3	11,17	30,75	0,3633	13,15
50	7,9	3,875	33,2	0,1167	16,24
52	0	0	34,18	0	17,56

Con esta tabla se trazan las curvas de la Fig. 1.

a) *Primer caso: la B se utiliza para trasvase de agua de depósito inferior a superior* (Fig. 2). En la Fig. 1 se lee (punto de funcionamiento P_1)

$$Q_1 = 39{,}7 \text{ l/s}$$
$$H_1 = 40{,}25 \text{ m}$$
$$P_{a1} = 28{,}2 \text{ kW}$$
$$(H_{r\text{-}ext})_1 = 10{,}25 \text{ m}$$
$$\eta_{totB} = 55{,}6\%$$

El rendimiento global del conjunto B y conducción.

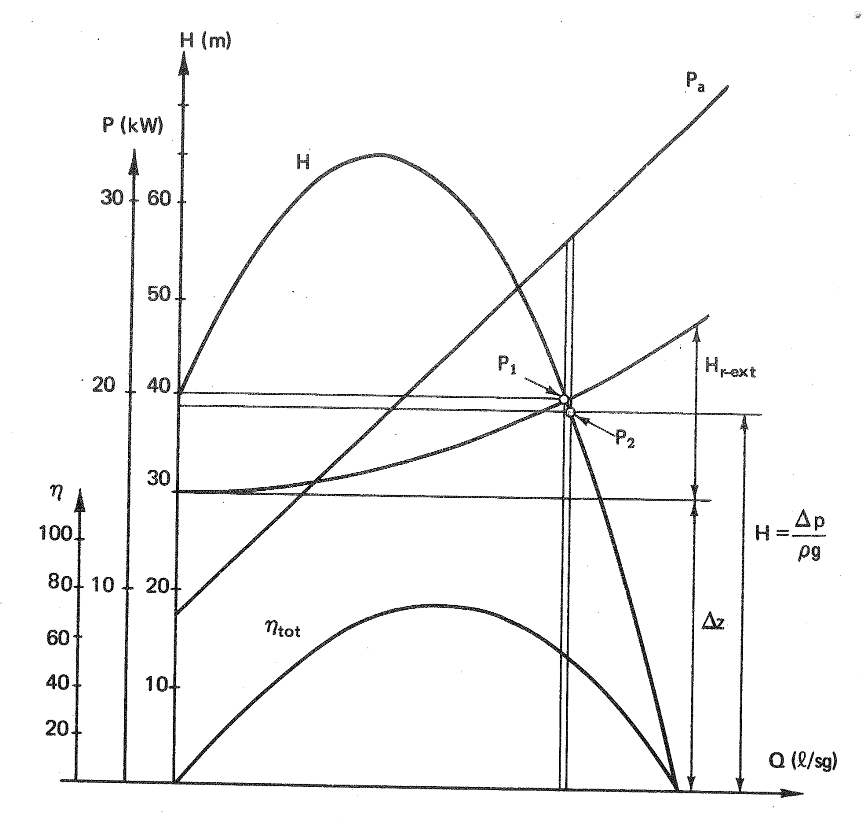
$$\eta_g = \frac{30 \cdot Q\,(\text{l/s}) \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}81}{P_{a1}} \cdot 100 = 41{,}43\%$$

El rendimiento de la conducción es:

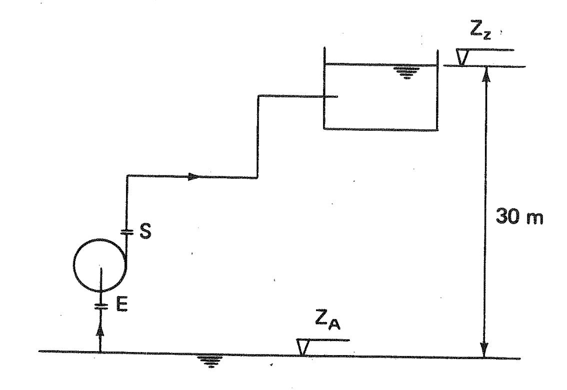
$$\eta_c = \frac{30 \cdot 100}{30 + (H_{r\text{-}ext})_1} = 74{,}53\ \%$$

comprobándose que

$$\eta_g = \eta_{tot\,B} \cdot \eta_c$$



Problema 43. Fig. 1.

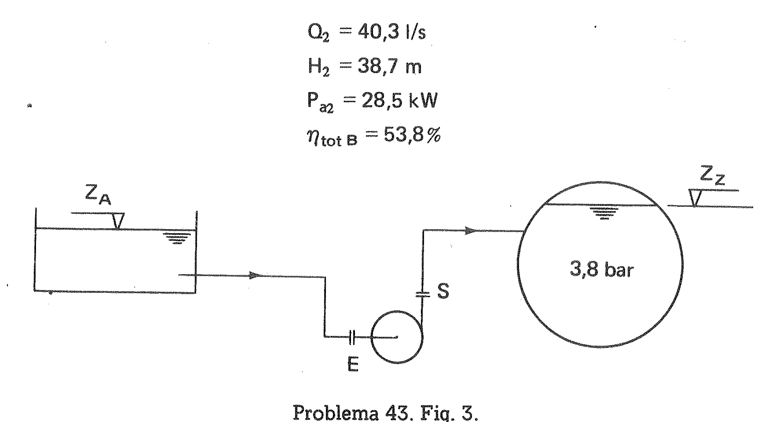


Problema 43. Fig. 2.

b) *Segundo caso: la B se utiliza para alimentar un depósito a presión* (Fig. 3).

En la misma Fig. 1 se lee (punto de funcionamiento P_2):

$$Q_2 = 40{,}3 \text{ l/s}$$
$$H_2 = 38{,}7 \text{ m}$$
$$P_{a2} = 28{,}5 \text{ kW}$$
$$\eta_{tot\ B} = 53{,}8\%$$



Problema 43. Fig. 3.

*

20.2. Torneado del rodete

Es corriente utilizar una misma B no sólo en el punto de óptimo rendimiento, sino con valores de H y Q distintos del de diseño, aún sin variar el número de revoluciones, es decir, utilizar no un punto sino un segmento de la característica de la B. Como interesa mantener siempre un rendimiento aceptable, dicho segmento será mayor o menor, según el tipo de B.

Las B axiales, que pueden construirse con orientabilidad de los álabes en marcha (solución cara) o con la B parada (solución mucho más económica) (véase Fig. 21-14) son adaptables a una gama grande de H y Q conservando un elevado rendimiento. Así la B de la Fig. 18-26 con orientación de los álabes de +2 a −10° puede utilizarse eficientemente para caudales desde 3,2 a 6,2 m³/s y alturas manométricas de 10 a 16 m.

Las B centrífugas (radiales y diagonales), sacrificando algo el buen rendimiento (en un 5-10%), pueden funcionar en un segmento más o menos extenso de su característica (véase la zona recomendada de funcionamiento en la Fig. 18-25). Esta zona *lineal* puede transformarse en *plana*, es decir, en la superficie de un cuadrilátero curvilíneo (véase uno cualquiera de los cuadriláteros de las Figs. 20-6 y 20-7), variando la característica sin variar el número de revoluciones, mediante el torneado del rodete, que pasamos a explicar a continuación.

El *torneado del rodete* consiste en rebajar en el torno el diámetro exterior del rodete, hasta un máximo de 10-15%. De esta manera se logra una variación considerable de H sin disminuir sensiblemente η. Las leyes de semejanza [Ecs. (8-21) y

(8-22)] no son aplicables al caso, porque al tornear las superficies exteriores del rodete, junto con la parte de los álabes correspondiente, no se disminuye en proporción al ancho, rompiéndose entonces la semejanza geométrica. En este caso se ha comprobado experimentalmente que se verifican aproximadamente las relaciones

$$\frac{Q_t}{Q} = \frac{d_{2t}}{d_2} \tag{20-3}$$

$$\frac{H_t}{H} = \left(\frac{d_{2t}}{d_2}\right)^2 \tag{20-4}$$

donde el subíndice t se refiere a los valores del rodete torneado. De las Ecs. (20-3) y (20-4) se deduce, eliminando la relación de diámetros:

$$\frac{H_t}{H} = \frac{Q_t^2}{Q^2} \qquad \frac{H}{Q^2} = \frac{H_t}{Q_t^2} = a$$

$$H = a\,Q^2$$

que es la ecuación de una parábola.

En la curva característica (véase Fig. 18-25) se acota la zona de funcionamiento recomendable. A continuación es fácil obtener con ayuda de la última ecuación un cuadrilátero curvilíneo como los de la Fig. 20-6.

El valor del torneado se mide en %:

$$\frac{d_2 - d_{2t}}{d_2}\ \%$$

Este % admisible en las B es tanto mayor cuanto menor es el número n_s.

La Fig. 20-3 muestra los valores de H, η_{tot} y P_a de un rodete de diámetro inicial $d_2 = 395$ mm, torneado primero hasta un diámetro $d_2 = 432$ mm y finalmente hasta un diámetro de 355 mm. En ella se ve que, mientras las H y P_a varían considerablemente, los rendimientos no varían mucho. La técnica del *torneado del rodete* de empleo corriente en los constructores de B permite obtener un cuadrilátero curvilíneo para cada B, limitado por 4 curvas: las curvas superior e inferior son los segmentos de características antes y después del torneado máximo permisible, y las dos curvas laterales limitan la zona de funcionamiento recomendable para que el rendimiento no descienda excesivamente.

Si llamamos Δd al valor que es preciso eliminar en el torneado para conseguir el H_t requerido, el valor de Δd no será igual a $d_2 - d_{2t}$ [donde d_{2t} se deduce de la Ec. (20-4)] sino

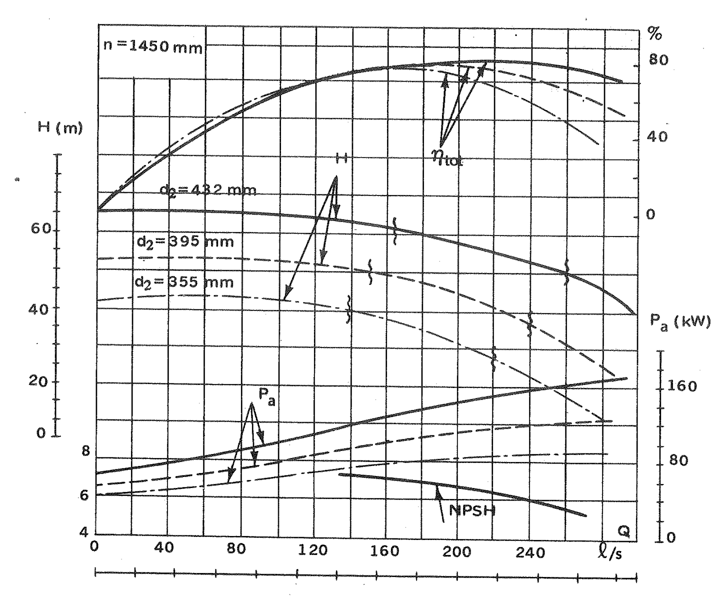


Fig. 20-3.–Influjo del *torneado del rodete* sobre las características de una B.

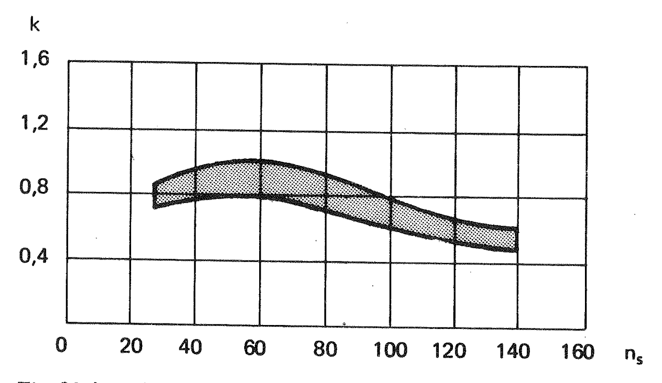
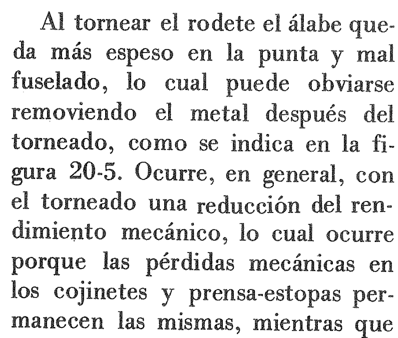


Fig. 20-4.–Influjo de n_s sobre el coeficiente k de *torneado del rodete*.

$$\Delta d = k\,(d_2 - d_{2t})$$

La figura 20-4 muestra que este coeficiente de corrección k varía con el n_s del rodete. Por ejemplo para $n_s = 100$ vale 0,7 a 0,8.

Reducir el diámetro original hasta 75% no es prudente porque resulta una gran disminución de rendimiento.



Al tornear el rodete el álabe queda más espeso en la punta y mal fuselado, lo cual puede obviarse removiendo el metal después del torneado, como se indica en la figura 20-5. Ocurre, en general, con el torneado una reducción del rendimiento mecánico, lo cual ocurre porque las pérdidas mecánicas en los cojinetes y prensa-estopas permanecen las mismas, mientras que la potencia útil disminuye como el cubo de los diámetros de los rodetes.

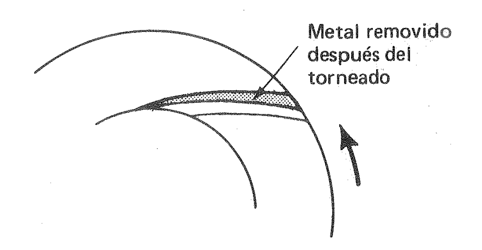


Fig. 20-5.–*Afilamiento* de los álabes después del torneado del rodete.

20.3. Normalización de las bombas

El mercado de las pequeñas B es muy grande, siendo la B después del motor eléctrico la máquina más frecuentemente fabricada. Con el fin de abaratar la producción se recurre a la fabricación en serie. La fabricación de B para todos los regímenes posibles de funcionamiento óptimo caracterizados por un par de valores H, Q es imposible. Afortunadamente el caudal y la altura efectiva de una B puede variar entre ciertos límites sin que el rendimiento quede fuertemente afectado; gracias a eso un fabricante puede cubrir una superficie bastante extensa del plano H-Q con un número de tipos y tamaños relativamente reducido. El criterio para la selección de estos tamaños, o lo que es lo mismo para la *normalización de las B* fabricadas, consiste en pasar a otro tipo o tamaño cuando el rendimiento baja de manera que los gastos de fabricación de un tipo distinto sean compensados con una mejora del rendimiento. La nueva B será más cara; pero el coste de la energía anual ahorrada será mayor que la diferencia de costos reducida a una base anual.

Una práctica frecuente entre los fabricantes consiste en construir una serie de B con el mismo diámetro de entrada, escalonando juiciosamente los diámetros de salida. Para el cálculo de estas series las leyes de semejanza prestan una ayuda valiosa.

En 1947 Rütschi publicó un trabajo (1) sobre la normalización de las B rotativas, que constituyó el fundamento para las normas ulteriores elaboradas por Europump y la ISO (International Standards Organisation). Con estas últimas normas la firma de Suiza que lleva el mismo nombre de Rütschi ha elaborado su serie ISO-Normpumpen 16 bar del tipo CN, que estudiaremos a título de ejemplo. La Fig. 20-6 representa el campo característico (plano H-Q) cubierto por una serie para una velocidad de rotación de 2900 rpm, y la Fig. 20-7 para el mismo tipo a 1450 rpm. Este tipo de representación es hoy día corriente en los fabricantes de

(1) K. RÜTSCHI, *Normung von Kreiselradmaschinen* (normalización de máquinas rotativas), "Schweizerische Bauzeitung n.4 (1947)".

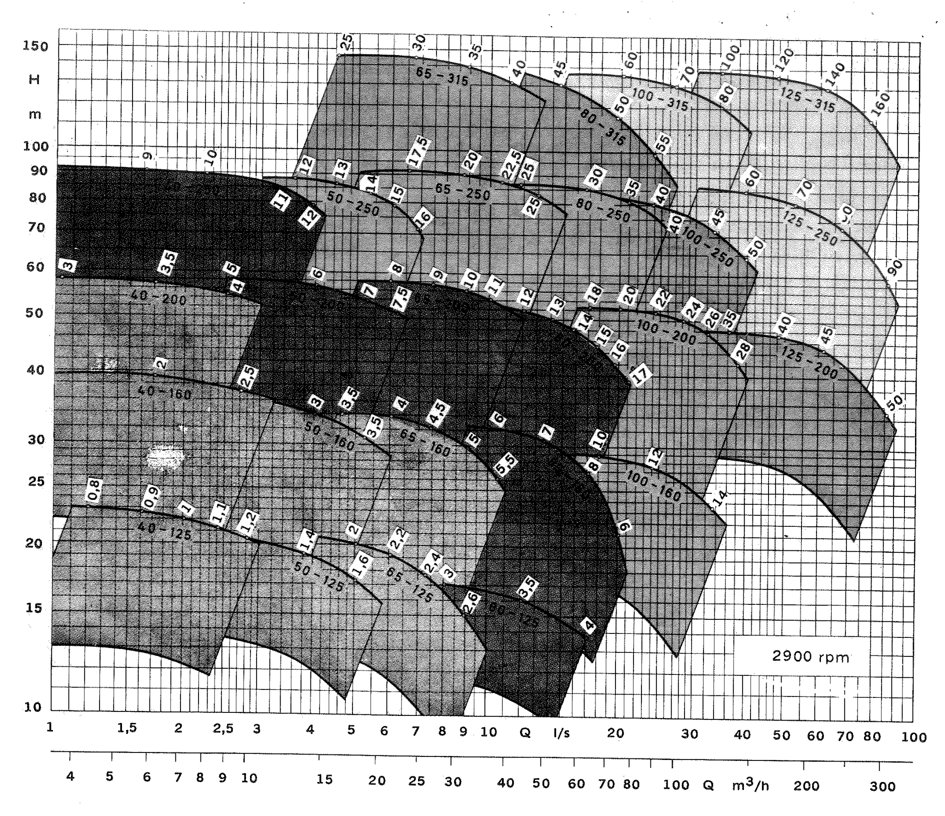


Fig. 20-6.–*Campo característico* cubierto por las B normalizadas CN de la firma Rütschi, Suiza, para 2900 rpm.

B. En la especificación de la B que figura en el interior de cada cuadrilátero curvilíneo el primer número representa en mm el diámetro de la brida de aspiración y el segundo el diámetro exterior del rodete también en mm. Para la misma altura efectiva, es decir, para el mismo diámetro exterior, la serie consta de una serie de tamaños de caudal creciente, es decir, doble (relación de caudales igual a 2, o razón de la progresión geométrica de caudales igual a 2). Así, por ejemplo, a 2900 rpm (Fig. 20-6):

Tipo CN	40–160	50–160	65–160	80–160	100–160
Q (*aproximados*) m^3/h	6,3	12,5	25	50	100

Al mismo diámetro de entrada en el rodete, es decir, al mismo diámetro en la brida de aspiración, corresponde aproximadamente el mismo caudal, y para el mismo caudal se disponen la serie de alturas efectivas crecientes en progresión

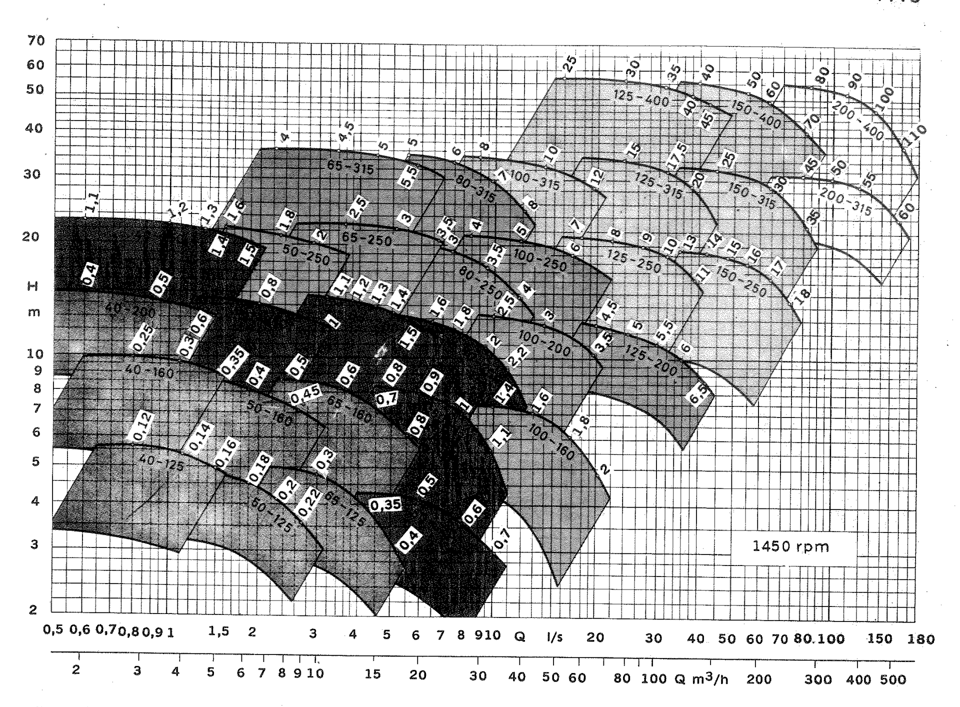


Fig. 20-7.–*Campo característico* cubierto por las B normalizadas CN de la firma Rütschi, Suiza, para 1450 rpm.

geométrica de razón $1{,}6 \simeq \sqrt[5]{10}$, así por ejemplo (Fig. 20-6):

Tipo CN	65–125	65–160	65–200	65–250	54–315
H (*aproximado*) *m*	20	32	50	80	125

Los números sobre las curvas límites superiores de los cuadriláteros curvilíneos indican las potencias de accionamiento para $\delta = 1$ $\eta = 1°$ E.

Los diámetros exteriores siguen la proporción geométrica de razón $1{,}25 \simeq \sqrt[10]{10}$.

Como se ve en esta serie se han escalonado los caudales y los diámetros en progresión geométrica utilizando las razones $\sqrt[5]{10}$ y $\sqrt[10]{10}$ respectivamente. En general los numeros

$$\sqrt[5]{10}, \quad \sqrt[10]{10}, \quad \sqrt[20]{10}, \quad \sqrt[40]{10}, \quad \sqrt[80]{10}$$

propuestos por primera vez por el ingeniero francés Renard, de valores aproximados 1,6; 1,25; 1,12; 1,06; y 1,03 respectivamente, se designan abreviadamente R5, R10, R20, R40 y R80 en atención a su inventor, y también con el nombre de

números de preferencia. Las normas ISO recomiendan la normalización de las B eligiendo números R apropiados en cada caso, y su uso es muy frecuente entre los constructores de B. Según se tome como base un número R u otro los diferentes elementos de la serie suponen un incremento respecto al anterior de 60% (R5), 25% (R10), 12% (R20), 6% (R40), ó 3% (R80). En particular en las Figs. 20-6 y 20-7 los caudales se van incrementando en un 60% y los diámetros en un 25%, porque se han tomado como base para estas series los números R5 y R10.

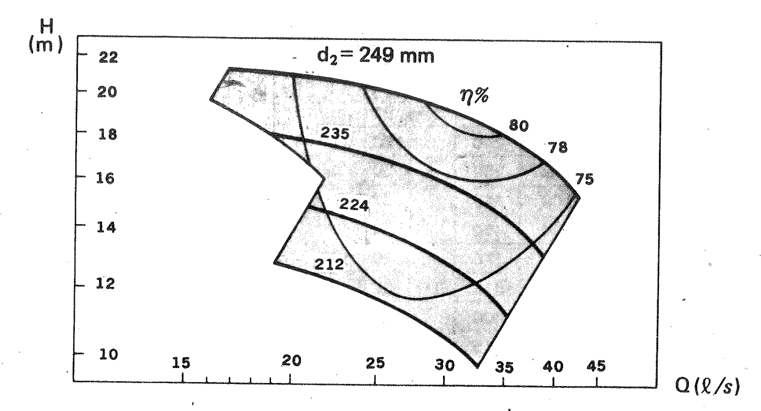


Fig. 20-8.–*Campo de aplicación* de la B normalizada CN 125-250 (véase la figura anterior) con las isolíneas de rendimiento y las curvas H-Q.

En la Fig. 20-8 se reproduce ampliado el cuadrilátero curvilíneo correspondiente al tamaño CN 125-250 para 1450 rpm de la Fig. 20-7, con tres torneados sucesivos a $d_2 = 235$, 224, 212 respectivamente, y las curvas H-Q correspondientes a cada torneado con las isolíneas de rendimientos. En la Fig. 20-9 se representan para las B de las Figs. 20-6 y 20-7 los valores del NPSH en función del caudal (el NPSH depende fundamentalmente de la entrada de la B; si el diámetro de entrada no varía y consiguientemente no varía el caudal el NPSH es el mismo); en el torneado de la B el NPSH se mantiene constante, como se ve en la Fig. 20-9.

Si las características de H y Q requeridas no caen dentro de ningún cuadrilátero hay que recurrir a otra serie, o elegir la que más se le acerque, o bien, como se estudia a continuación, conectar dos o más B en serie o en paralelo.

20.4. Funcionamiento de dos o más B en paralelo

Con frecuencia resulta conveniente hacer funcionar dos o más B en paralelo, porque se aumenta la capacidad de una instalación ya existente y se instala una

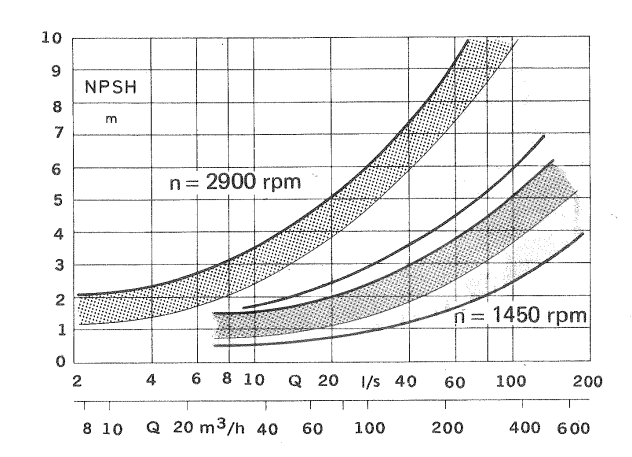


Fig. 20-9.–Valores medios del NPSH en función del caudal y del número de revoluciones para las B de las Figs. 20-6 y 20-7.

máquina más, o porque el tamaño de una sola máquina sería excesivo para el local de que dispone, o porque resulta más económico tener la posibilidad de funcionar con una o más B según el consumo en la red.

Supongamos, por ejemplo, que una central de bombeo deba cubrir el gráfico de trabajo diario representado en la Fig. 20-10. Según dicho gráfico la instalación debe suministrar de 4 a 6 de la mañana un caudal mínimo de 1/4 Q y de 10 a 12 de la mañana un caudal máximo de Q. Si la central está dotada de un solo grupo éste deberá ser dimensionado para este caudal máximo, y deberá regularse en una gama amplia hasta el caudal mínimo, lo que no se podrá lograr sino a expensas del rendimiento de la instalación. Será preciso muchas veces para asegurar el suministro del caudal máximo disponer de un grupo de reserva de igual potencia. Si se instalan dos grupos, la potencia del grupo de reserva y la gama de regulación podrán reducirse en un 50%, y si se instalan 4 grupos el grupo de reserva tendrá sólo un 25% de potencia y la regulación podrá realizarse más económicamente.

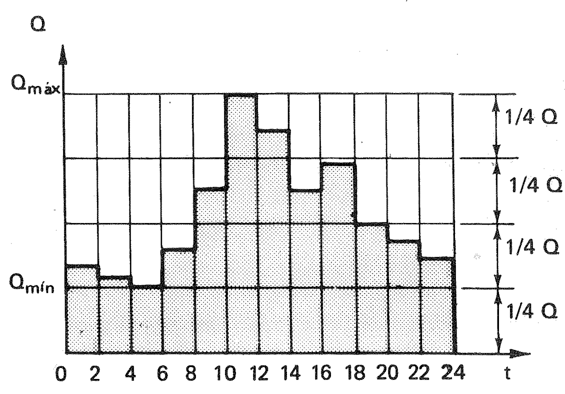


Fig. 20-10.–*Gráfico de carga* de una estación de bombeo.

El influjo mutuo de las máquinas en el funcionamiento en paralelo es evidente: el caudal, la presión, la potencia y el rendimiento dependen de los valores de dichas variables en las otras máquinas conectadas en paralelo. Es preciso, pues, estudiar con detención, por medio de las curvas características el comportamiento de las máquinas conectadas en paralelo.

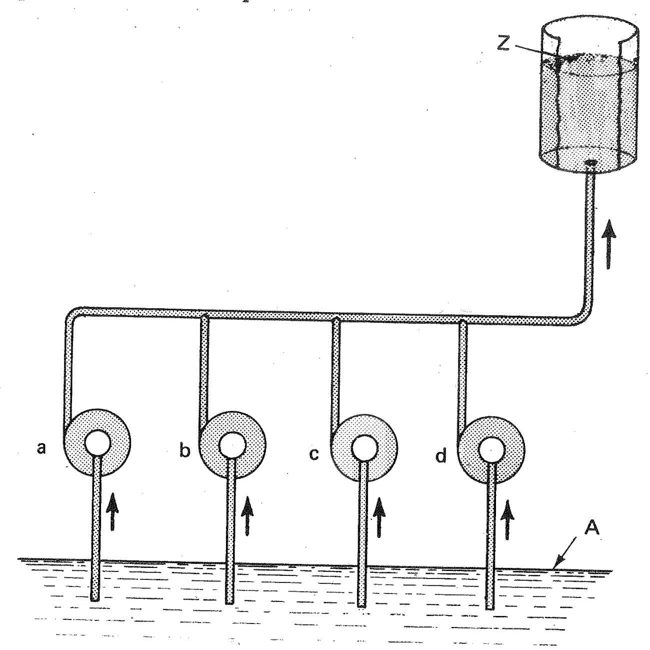


Fig. 20-11.—Esquema de *B conectadas en paralelo* a un depósito común.

En el esquema de las B conectadas en paralelo de la Fig. 20-11 se ve fácilmente que siendo la energía en A y Z igual en todas las bombas, prácticamente la altura efectiva es la misma si funciona una sola B ó 2 ó 3 ó 4; mientras que el caudal total en cada caso será igual a la suma de los caudales suministrados por cada bomba, de manera que

$$H_p = H_1$$

$$\sum_{i=1}^{n} Q_{pi} = n\, Q_1$$

(donde el subíndice p se refiere a la conexión en paralelo).

Teniendo esto presente es fácil trazar la característica total de varias B trabajando en paralelo, conociendo la característica particular de cada una de ellas.

1) *Dos B en paralelo iguales*

Sea H_1 (Fig. 20-12) la característica de una B que será también la de la otra, porque las dos B son iguales.

La característica H_{1+2} de las dos B se traza simplemente duplicando la abscisa (el caudal Q) para cada altura H. De la misma manera se obtiene la curva $\eta_{tot\ 1+2} = f\,(Q)$ a partir de la curva $\eta_{tot\,1} = \eta_{tot\,2} = f\,(Q)$.

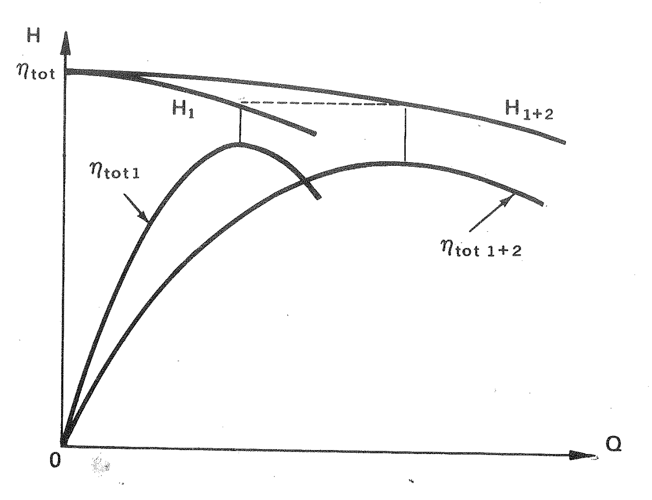


Fig. 20-12.—*Trabajo en paralelo* de dos B iguales.

Es fácil ver que la *zona de utilización recomendable* (o zona en que el rendimiento no desciende por debajo de un valor aceptable prefijado) se duplica según el eje de abscisas en el caso del funcionamiento de las dos B en paralelo (véase Fig. 20-14).

En la Fig. 20-13 se estudia el comportamiento de dos V en paralelo. Para ello, además de la curva de presión estática en función del caudal para un V solo, y de la misma curva para el funcionamiento simultáneo de 2 V iguales, se ha superpuesto la característica de la red, y se ha trazado también la curva $P_a = f\,(Q)$ de un V. Funcionando los 2 V a la vez el punto de funcionamiento es A, y el grupo doble dará un caudal de 11 m^3/s. Cada V funciona en el punto B de su característica absorbiendo una potencia de 26 kW.

En el funcionamiento en paralelo se deben tener en cuenta las tres consideraciones siguientes:

a) Si se necesita menos caudal desconectando un V y funcionando con el otro sólo, el caudal es 7,5 m^3/s, correspondiente al punto D, absorbiendo una potencia mayor correspondiendo al punto E, o sea 37 kW. De esta manera la instalación funciona con flexibilidad, hora con 1 (hasta un caudal igual al 70% del $Q_{máx}$)

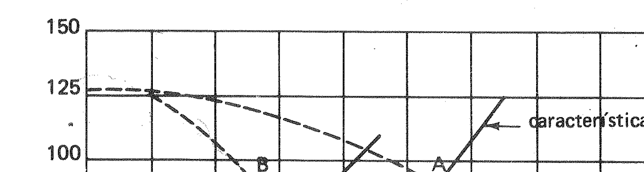


Fig. 20-13.–Funcionamiento de dos V en paralelo.

hora con 2 V. Para ello, sin embargo, se ha de prever un motor de más potencia, ya que 1 V sólo funcionará en el punto E y

$$P_E > P_C$$

b) Al conectar el 2 V a la red el caudal obtenido es siempre menor que el doble del proporcionado por un solo V. En la Fig. 20-13,

$$Q_{1+2} < 2\,Q_1$$

y en general

$$\sum_{1}^{n} Q_i < n\,Q_1$$

La explicación de este hecho importante es obvia dada la curvatura de la característica de la red. También es obvio que cuanto mayor sea la pendiente de esta curva, es decir, cuanto mayores sean las pérdidas en la red, tanto menor será el incremento de caudal obtenido con dos o más V o B con respecto al caudal de una sola.

c) A veces no es conveniente trabajar con una sola máquina, aún cuando ella sola pueda proporcionar el Q necesario. Esto se muestra en la Fig. 20-14. Trabajando una sola B el punto de funcionamiento cae fuera de la *zona recomendable*,

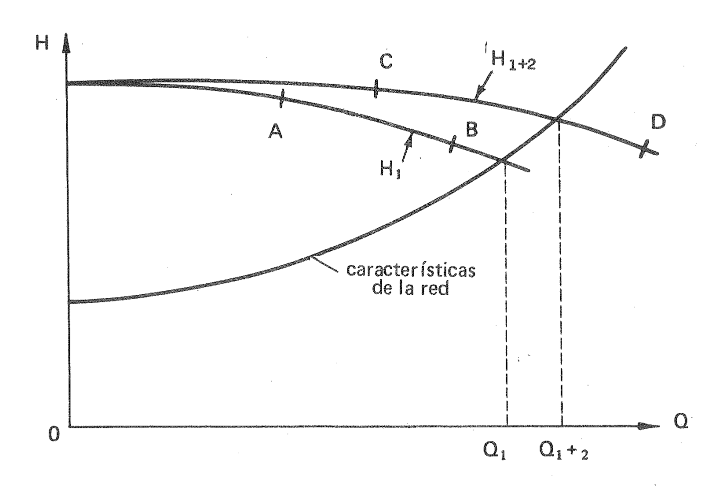


Fig. 20-14.–Trabajo de dos B en paralelo en la zona de funcionamiento recomendable. Fuera de los segmentos AB y CD el rendimiento de una B o de las 2 en paralelo respectivamente es bajo y su funcionamiento fuera de esos segmentos no es recomendable.

lo cual no sucede cuando trabaja el grupo completo integrado por las dos B, en paralelo.

2) *Dos B en paralelo distintas*

Sea 1 la característica de un V (Fig. 20-15) y 2 la del otro. La característica 1 + 2 de los V distintos trabajando en paralelo comienza en este caso en el punto

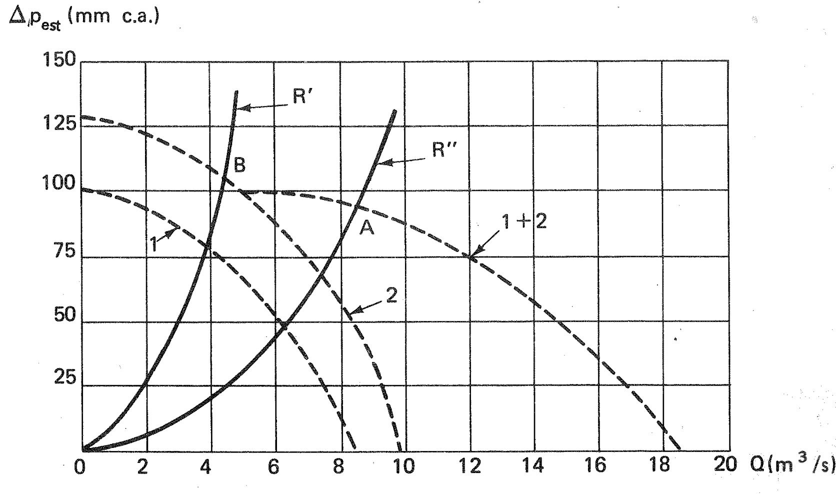


Fig. 20-15.–Funcionamiento en paralelo de dos V de *características distintas.*

en que la curva 2 corta a la isobara correspondiente a la presión que da el V1 para $Q=0$. Entonces el trabajo en paralelo con la red R′ es imposible; mientras que es posible con la red R″.

En ciertos casos con el funcionamiento en paralelo puede originarse el fenómeno de bombeo, según el tipo de característica de los V, lo cual se estudiará más adelante (Véase la Sec. 22.3 y las Figs. 22-19 y 22-20).

Si las máquinas conectadas en paralelo son distintas el rendimiento del grupo con conexión en paralelo $\eta_{tot\,p}$ se obtendrá para cada valor del caudal total $\Sigma\, Q_i$ por la fórmula siguiente:

$$\eta_{tot\,p} = \frac{\Sigma\, Q_i\, \eta_{tot\,i}}{\Sigma\, Q_i}$$

De todo lo dicho se deduce que para el trabajo en paralelo se deben escoger B, cuyas alturas nominales sean aproximadamente iguales (aunque los caudales nominales y los diámetros de las tuberías de admisión e impulsión sean muy diversos).

*

Problema 44.

En el ensayo de una B centrífuga de agua a la velocidad constante de 1470 rpm se obtuvo la tabla siguiente:

Q (*l/s*)	H (*m*)	P_a (*kW*)	η_{tot} (%)
0	552	0	0
10	594	198,2	29,4
20	608	229,4	52
30	600	264,7	66,7
40	588	302,4	76,3
50	552	338,9	79,9
55	539	357,3	81,4
60	516	375,9	80,8
70	468	420,6	76,4

La B eleva 50 l/s de agua venciendo un desnivel geodésico de 144 m.

Calcular:

a) coordenadas del punto de funcionamiento en el plano H-Q y potencia de accionamiento de la bomba;

b) trazar la curva de las pérdidas de carga exteriores (aspiración e impulsión), que se supondrá obedece a la ecuación

$$H_{r\text{-}ext} = a\, Q^2$$

c) si se precisa aumentar el caudal, y se disponen dos B idénticas en paralelo, calcular el tanto por ciento de aumento de caudal conseguido, rendimiento total de cada una de las B y tanto por ciento de aumento de potencia requerido para ese aumento de caudal;

d) si se dispone un nuevo conducto igual en paralelo con el primero, y se utiliza una sola B, determinar el nuevo punto de funcionamiento, el tanto por ciento de aumento de caudal obtenido y el tanto por ciento de aumento de potencia requerido, y comparar con el caso c.

a) Con los datos que tenemos hemos trazado las curvas 1, 2, 3 y 4 de la figura adjunta:

curva 1: parábola H-Q de una sola B.
curva 2: recta horizontal H = 144 m.
curva 3: $P_a = f(Q)$
curva 4: $\eta_{tot} = f(Q)$

El punto de funcionamiento A, lo tenemos definido para $Q_A = 50$ ℓ/s y $H_A = 552$ m. La B absorbe una potencia $P_{aA} = 338{,}9$ kW, funcionando con un rendimiento total $\eta_{tot\,A} = 79{,}9\,\%$.

La instalación y la bomba deberán ser tales que el punto de funcionamiento fuera el de rendimiento óptimo.

b)

$H_{r\text{-}ext} = a\,Q^2$ tenemos que para $\begin{cases} Q = 0 \ldots\ H_{r\text{-}ext} = 0 \\ Q = 50\ \ell/s \ldots\ H_{r\text{-}ext} = H - \Delta z = \\ \quad = 552 - 144 = 408 \text{ m.}\end{cases}$

luego:

$$a = \frac{408}{50^2} = 0{,}1632$$

y por consiguiente la ecuación de las pérdidas exteriores será:

$$H_{r\text{-}ext} = 0{,}1632\, Q^2$$

El valor de H que nos dará la bomba será

$$H = \Delta z + H_{r\text{-}ext} = 144 + 0{,}1632\, Q^2 \qquad (1)$$

Llevando esta ecuación al gráfico obtenemos la curva 5.

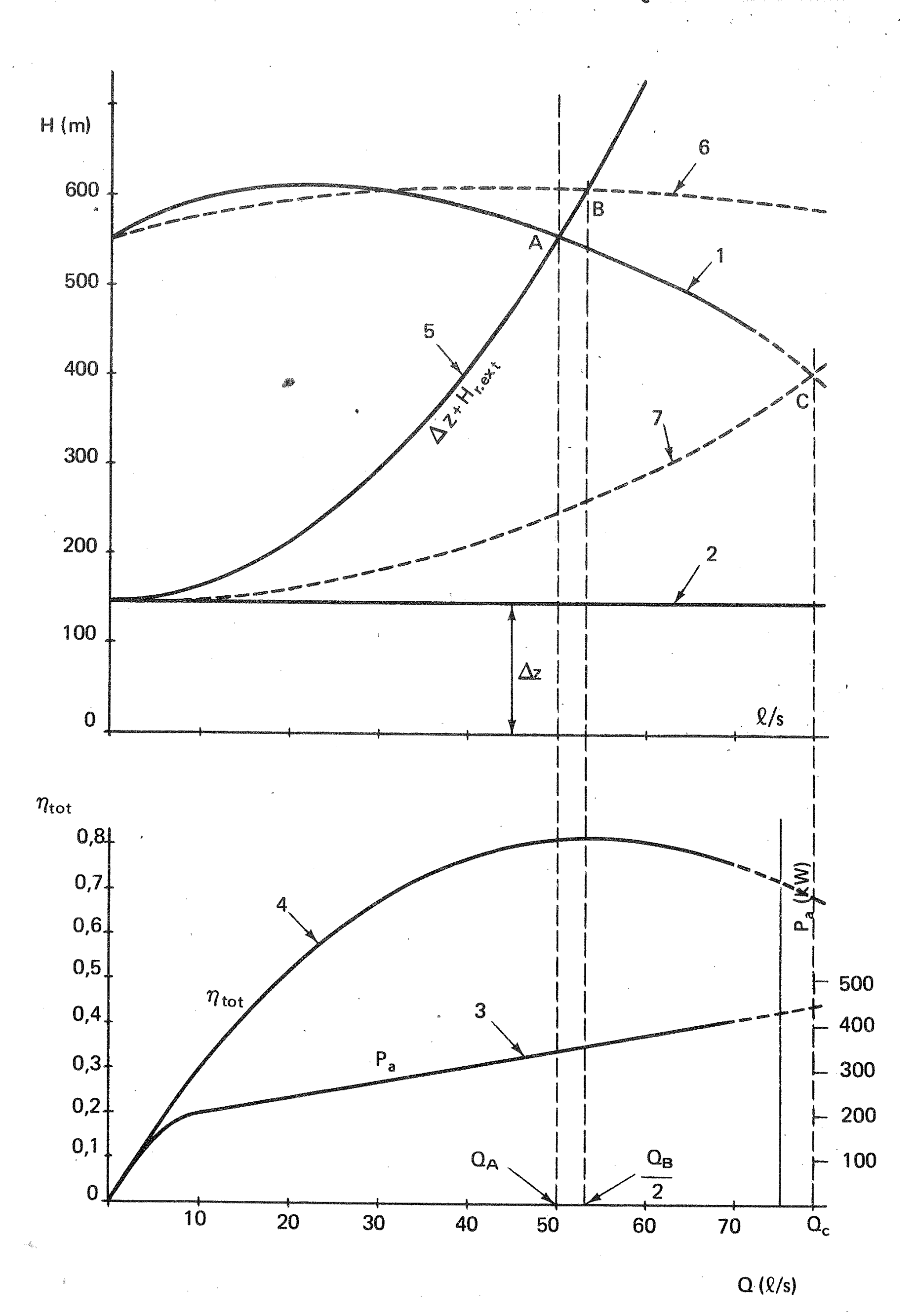
c) La curva H-Q de ambas bombas en paralelo se obtiene duplicando los caudales para cada ordenada (curva 6).

El nuevo punto de funcionamiento será el B determinado por la intersección de las curvas 5 y 6.

De la figura obtenemos:

$$Q_B = 106{,}6\ \ell/s\,; \qquad H_B = 608\ \text{m}\,; \qquad \eta_{tot\,B} = 81{,}5\,\%$$

El caudal de una bomba será $\frac{Q_B}{2} = 53{,}3$ ℓ/s con un $\eta_{total} = 81{,}5\%$. La potencia absorbida por cada bomba es 350 kW y entre las dos 700 kW.



De donde el aumento de caudal y potencia en % será:

$$\frac{Q_B - Q_A}{Q_A} \cdot 100 = 113{,}2\% \; ; \qquad \frac{P_{aB} - P_{aA}}{P_{aA}} \cdot 100 = 106{,}4\%$$

Lógicamente, el aumento de caudal debiera ser justo el doble con las dos B en paralelo, sin embargo, existe una pequeña variación y lo mismo sucede con el aumento de potencia, siendo esto debido a la influencia del aumento de caudal en el aumento de las pérdidas exteriores. En este caso tendremos las dos B trabajando en su punto óptimo de funcionamiento según los resultados obtenidos en el ensayo.

d) La curva $H_{r\text{-}ext} = f\,(Q)$ del conjunto de los dos conductos, se obtiene duplicando las abscisas para cada ordenada. La nueva ecuación será:

$$H = 144 + 0{,}0405\, Q^2$$

Representando esta ecuación, obtenemos la curva 7 y el nuevo punto de funcionamiento será el C.

$$Q_C = 79\ \ell/s \; ; \quad H_C = 400\ m \; ; \quad P_{aC} = 439\ kW \; ; \quad \eta_{tot} = 69{,}5\%$$

El aumento de caudal ha sido en %:

$$\frac{Q_C - Q_A}{Q_A} \cdot 100 = \frac{79 - 50}{50} \cdot 100 = 58\%$$

y el aumento de potencia en % será:

$$\frac{P_{aC} - P_{aA}}{P_{aA}} \cdot 100 = \frac{439 - 338{,}9}{338{,}9} \cdot 100 = 29{,}49\%$$

Observamos que el aumento de caudal en % de este último caso respecto al anterior es aproximadamente la mitad, mientras que el aumento de potencia está aproximadamente en la relación 1/3. El elegir uno u otro sistema dependería del caudal o altura que precisamos y de los costos que supondrían cada una de las instalaciones en cada caso.

*

20.5. Funcionamiento de dos o más B en serie

Se dice que dos o más B funcionan en serie (Fig. 20-16) cuando la impulsión de una está conectada con la admisión de la siguiente y así sucesivamente. Por lo tanto las B conectadas en serie proporcionan el mismo caudal; mientras que la altura efectiva total es la suma de las alturas efectivas parciales:

$$Q_s = Q_1$$

$$\sum_1^n H_{si} = n\, H_1$$

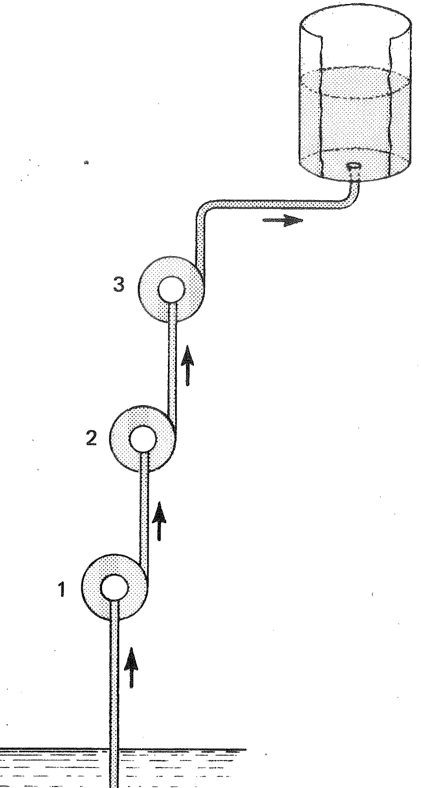


Fig. 20-16.—Esquema de funcionamiento de tres *B en serie*.

(donde el subíndice s se refiere a las B conectadas en serie).

Análogamente a la conexión en paralelo las B pueden ser iguales o distintas. En el primer caso la característica total se obtiene a partir de la característica de una B, duplicando para cada caudal la altura efectiva de una B; mientras que el rendimiento del grupo es el mismo para cada caudal. (En la conexión en paralelo el rendimiento es el mismo para cada altura efectiva).

Con ello es fácil trazar la característica total de funcionamiento en cada caso, y no será preciso entrar en detalles. Así, por ejemplo, en la Fig. 20-17 la característica total de un grupo de dos bombas desiguales conectadas en serie se ha obtenido sumando para cada caudal las alturas parciales, mientras que los rendimientos para cada caudal se obtienen por la fórmula:

$$\eta_{tot\ s} = \frac{\Sigma\ \eta_{tot\ i}\ H_i}{\Sigma\ H_i}$$

Fig. 20-17.—Obtención de la *característica global* de dos B desiguales conectadas en serie a partir de las características particulares de las dos B.

Finalmente para la conexión en serie se deben elegir B que tengan aproximadamente el mismo caudal de diseño (dimensiones de las tuberías de admisión e impulsión iguales) aunque las alturas efectivas sean diversas.

Es frecuente instalar un grupo de B con las tuberías y válvulas necesarias para que puedan funcionar en serie cuando se desea aumentar H o en paralelo, cuando se desea aumentar Q.

*

Problema 45.

Una B centrífuga de agua de 6 escalonamientos en serie gira a 3000 rpm. Todos los rodetes son iguales de diámetro exterior 450 mm, con una relación $\frac{d_2}{d_1} = 2$, *ancho a la salida de 22 mm y coeficiente de obstrucción de los álabes a la salida 0,92; ángulo de salida de los álabes 35°. Se supondrá que el rendimiento hidráulico coincide con el manométrico. Se sabe que 1) a caudal nulo el rendimiento hidráulico es igual a 50% y 2) el punto nominal de la B corresponde a un rendimiento hidráulico de 91%, siendo el triángulo de velocidades de entrada rectángulo en α y el de salida isósceles en el punto nominal,* $|c_2| = |w_2|$. *El rendimiento volumétrico se supondrá iual a 1 y el mecánico constantemente igual a 0,92.*

Calcular:

a) altura a la que subirá el agua en la tubería de aspiración estando la B descebada;

b) altura efectiva nominal de la B;

c) caudal nominal;

d) potencia de accionamiento nominal;

e) trazar la curva aproximada H-Q*;*

f) trazar las curvas η_{tot}–Q *y* P_a–Q*;*

g) caudal y potencia de accionamiento para H = 0*;*

h) rendimiento máximo;

i) número específico de revoluciones correspondiente al punto nominal.

a) *Altura del agua en la tubería de aspiración*

La altura efectiva de la B no depende del fluído, y en virtud de la Ec. (3-17) y Pág. 428 será para un solo rodete:

$$H = \eta_{man} \left(\frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} \right)$$

con la B llena de aire (B descebada) ésta será la altura en m col.aire. Además a caudal nulo:

$$c_1 = 0 \qquad c_2 = u_2$$
$$w_1 = u_1 \qquad w_2 = 0$$

luego

$$H = \eta_{man} \cdot 8 \frac{u_2^2}{g} \text{ m col.aire} = \eta_{man} \frac{\rho_{aire}}{\rho_{agua}} 6 \frac{u_2^2}{g} \text{ m. col.agua}$$

$$u_2 = \pi\, d_2\, n = \frac{\pi \cdot 0{,}450 \cdot 3000}{60} = 70{,}69 \text{ m/s}$$

y haciendo $\rho_{aire} = 1{,}293$ kg/m³ (densidad normal).

$$H = 0{,}50 \cdot \frac{1{,}293}{1000} \cdot 6 \cdot \frac{70{,}69^2}{9{,}81} = 1{,}976 \text{ m col.agua}$$

El agua ascenderá aproximadamente a 2 m a partir del nivel del pozo de aspiración.

b) *Altura efectiva nominal*

Del triángulo de velocidades para el punto de funcionamiento nominal ($\alpha_2 = \beta_2 = 35°$) se deduce

$$c_{2u} = \frac{u_2}{2}$$

$$H_N = \eta_{man}\, H_{u\infty} = 0{,}91 \frac{u_2\, c_{2u}}{g} = 0{,}91 \frac{u_2^2}{2g} = \frac{0{,}91 \cdot 70{,}69^2}{2 \cdot 9{,}81} = 232$$

y la altura efectiva de toda la B será 1392 m.

c) *Caudal nominal*

$$Q_N = \tau_2\, \pi\, d_2\, b_2\, c_{2m}$$

$$c_{2m} = \frac{u_2}{2} \text{ tg } 35° = \frac{70{,}69 \cdot \text{tg } 35°}{2} = 24{,}75 \text{ m/s}$$

$$Q = \pi\, 0{,}92 \cdot 0{,}450 \cdot 0{,}022 \cdot 24{,}75 = 0{,}7082 \text{ m}^3/\text{s}$$

d) *Potencia de accionamiento nominal*

$$P_{aN} = \frac{Q \rho g H}{\eta_h\, \eta_m} = \frac{708{,}2 \cdot 9{,}81 \cdot 1392}{0{,}91 \cdot 0{,}92} = 11.550 \cdot 10^3 \text{ W} = 11.550 \text{ kW}$$

d) *Curva H-Q*

Siguiendo el método indicado en la Sec. 18.4.2 se tendrá:

1.° La ecuación $H_{u\infty} = f(Q)$ es una recta de ecuación

$$H_{u\infty} = b + m\, Q$$

cuyos coeficientes b y m se determinan por las condiciones

– para $Q = 0$ $\quad H_{u\infty} = 6 \cdot \dfrac{70{,}79^2}{9{,}81} = 3056$ m

– para $Q = 0{,}7082$ ℓ/s $\quad H_{u\infty} = \dfrac{1392}{0{,}91} = 1530$ m

$$H_{u\infty} = 3056 - 2155\, Q \tag{1}$$

2.° Las pérdidas por rozamiento crecen con el cuadrado del caudal, según la parábola

$$H_r = A\, Q^2$$

ya que para $Q = 0$, $\quad H_r = 0$

Además para $Q = 0{,}7082 \quad H_r = H_{u\infty} - H = \dfrac{1392}{0{,}91} - 1392 = 137{,}7$ m

luego

$$H_r = 274{,}6\, Q^2 \tag{2}$$

3.° Las pérdidas por choque varían también parabólicamente y se anulan para el caudal nominal. O sea:

– para $Q = 0{,}7082 \quad H_{rch} = 0$

– para $Q = 0 \quad H_{rch} = (1 - \eta_m)\, H_{u\infty} = 0{,}5 \cdot 3056 = 1528$ m

obteniéndose la ecuación

$$H_{rch} = 1528 \left(\frac{Q}{0{,}7082} - 1 \right)^2 \tag{3}$$

Finalmente

$$H = H_{u\infty} - H_r - H_{rch}$$

y teniendo en cuenta las Ecs. (1) a (3):

$$H = 3056 - 2155\, Q - 274{,}6\, Q^2 - 1528 \left(\frac{Q}{0{,}7082} - 1 \right)^2 \tag{4}$$

Las Ecs. (1) a (4) se han representado gráficamente en la Fig. 1.

f) *Curvas* $P_a - Q$, $\eta_{tot} - Q$

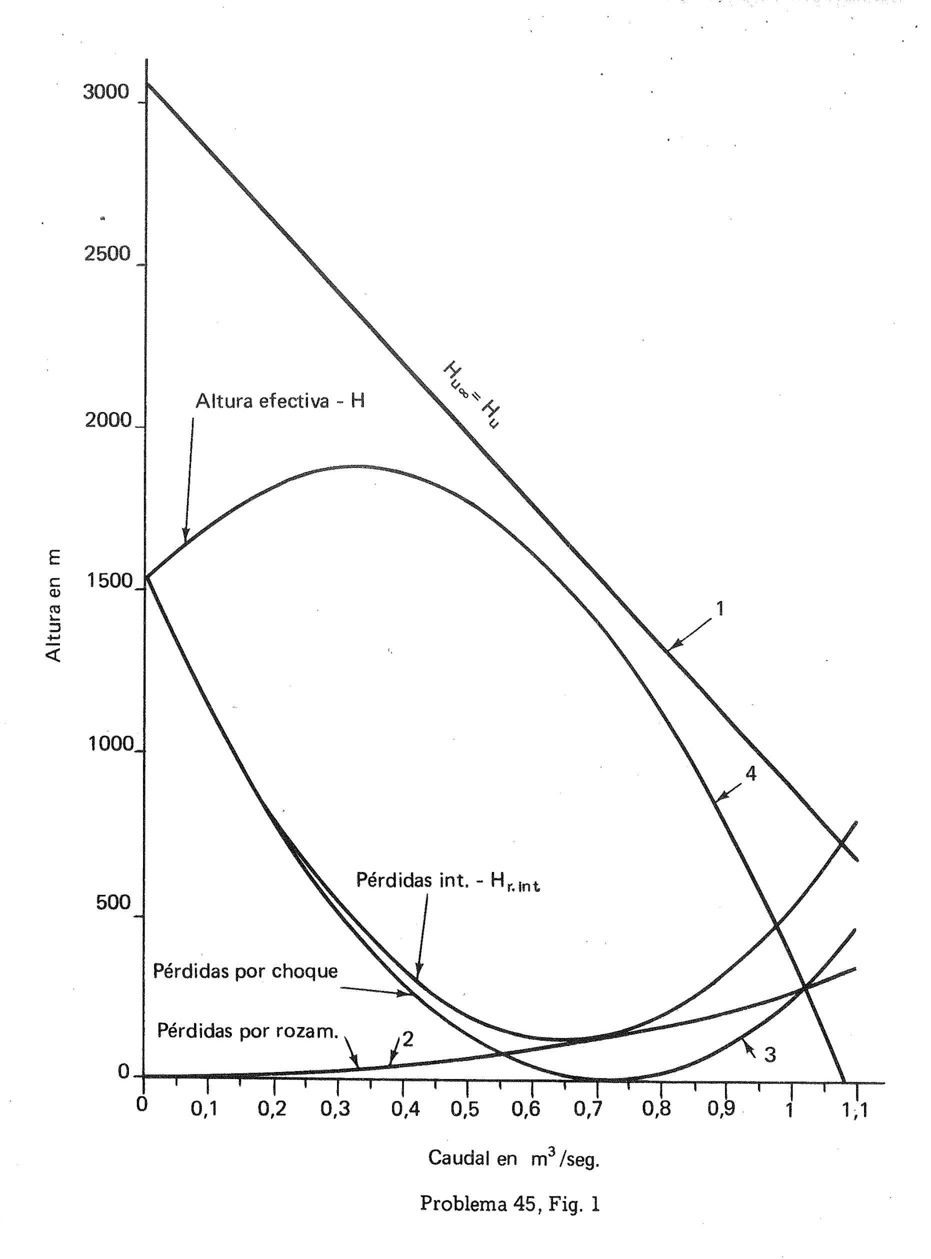
$$P_a = \frac{Q \rho g H_{u\infty}}{\eta_m}$$

Luego

$$P_a = 32.590\, Q - 23.000\, Q^2 \quad (Q \text{ en m}^3/\text{s}, P \text{ en kW}) \tag{5}$$

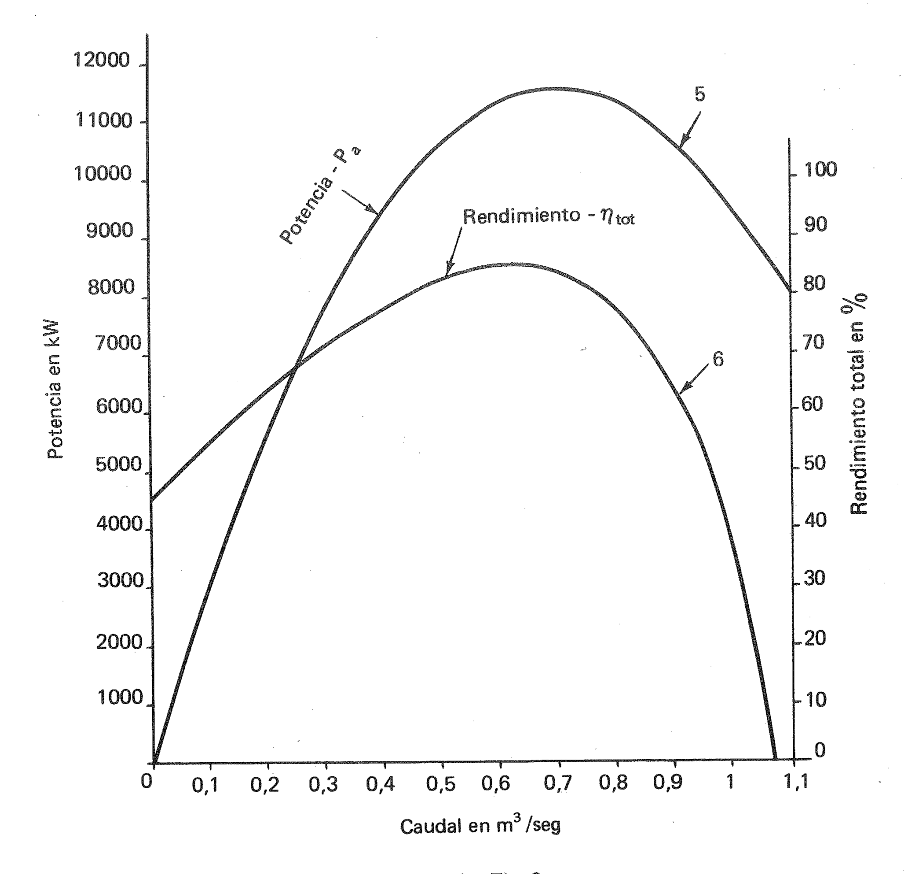
$$\eta_{tot} = \eta_h\, \eta_m \qquad \text{ya que} \qquad \eta_v = 1$$

$$\eta_h = \frac{H}{H_u} = \frac{H}{H_{u\infty}} = \frac{3066 - 2155\, Q - 274{,}5\, Q^2 - 1528 \left(\frac{Q}{0{,}7082} - 1 \right)^2}{3056 - 2155\, Q} \tag{6}$$



Problema 45, Fig. 1

Así mismo de las Ecs. (5) y (6) se obtienen las ecuaciones de las curvas $P_a = f_1(Q)$ y $\eta_{tot} = \eta_h \, \eta_m = f_2(Q)$ que se han representado en la Fig. 2.



Problema 45. Fig. 2.

h) *Rendimiento máximo*

En la Fig. 2 se lee

$$\eta_{max} = 85\% \text{ que tiene lugar para } Q = 0{,}6 \text{ m}^3/\text{s}$$

i) *Número específico de revoluciones*

En el punto nominal la altura efectiva de un solo rodete será $1392 : 6 = 232$ m

luego el número específico de revoluciones del rodete será:

$$n_s = 3{,}65 \cdot 3000 \cdot 0{,}7082^{1/2} \cdot 232^{-3/4} = 155$$

g) *Caudal y potencia de accionamiento para* $H = 0$

De la Ec. (4) para $H = 0$ obtenemos $\qquad Q_{max} = 1{,}077 \text{ m}^3/\text{s}$

*

21. Regulación de las bombas hidráulicas.

Con mucha frecuencia las exigencias de servicio de una B no son siempre las mismas. Es decir el *punto de funcionamiento de una B* se apartará, poco o mucho según las exigencias del servicio, del *punto nominal* o punto de diseño. Siendo el punto nominal el de máximo rendimiento, al apartarse de él el punto de funcionamiento el rendimiento en general habrá disminuido. Prácticamente las exigencias de servicio de una B para su estudio pueden reducirse a una sola, a saber: la variación del caudal. El problema de la regulación económica de una B consistirá pues en adaptar el caudal a las exigencias de servicio en cada instante con el mayor rendimiento posible de la instalación, es decir, empleando la mínima potencia de accionamiento.

Como, según se vió la en Sec. 20.1, la B trabaja siempre en el punto de intersección de la característica de la B y de la característica de la red, y a ese punto corresponde normalmente un solo caudal y una sola altura efectiva, todos los procedimientos para variar Q se podrán reducir a tres: variación de la característica de la red, variación de la característica de la B y variación simultánea de las características de la red y de la B. El cuarto procedimiento, que consiste en una variación del número de bombas en funcionamiento conectadas en paralelo, no necesita ulterior explicación (véase la Sec. 20.4). Estudiamos a continuación los seis procedimientos más corrientemente empleados, que se pueden agrupar en los tres indicados. La evaluación de un sistema de regulación con el fin de seleccionar el mejor ha de tener presente entre otros factores los siguientes: coste de instalación, coste de funcionamiento, gama de control requerida, velocidad de respuesta, simplicidad de funcionamiento, seguridad de marcha, durabilidad y entretenimiento.

21.1. Regulación del caudal por variación de la característica de la red: 1.er método de regulación ($n = cte$): estrangulando la válvula de impulsión

Este procedimiento es el más barato y el más sencillo de instalación y funcionamiento; por eso es corrientemente empleado, y en instalaciones de poca potencia con preferencia a ningún otro. Sin embargo su rendimiento es más bajo que el de los restantes sistemas de regulación; por lo cual allí donde la economía

de la explotación prepondera se recurre a otro de los métodos de regulación que estudiaremos más adelante.

El estrangulamiento se logra en las B con una válvula generalmente de compuerta (a veces de aguja o de cualquier otro tipo de forma interior más aerodinámica) colocada siempre en la impulsión (en la aspiración no por el peligro de cavitación); mientras que en los V generalmente por medio de una válvula de persiana múltiple en disposición paralela u opuesta (Fig. 21-1,a y b) colocada en la succión (en los V no hay peligro de cavitación) o más frecuentemente en la impulsión.

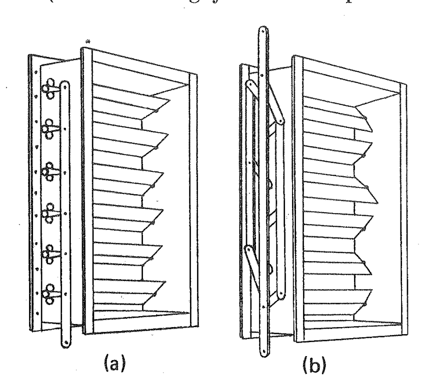


Fig. 21-1.– *Persiana* de un V: a) disposición paralela; b) disposición opuesta.

Sea $H = f(Q)$ la característica de la B para $n = cte$ (Fig. 21-2). La característica de la red [Ec. (20-2)] será:

$$H = H_{est} + (k' + k'')\,Q^2$$

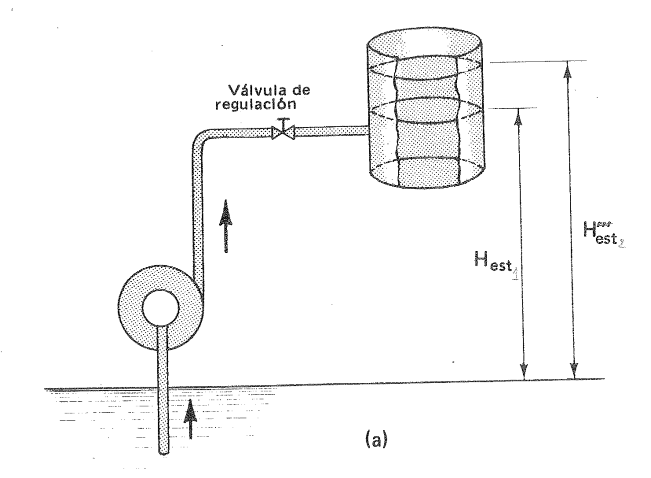
Esta característica puede variar, y a título de ejemplo se han trazado tres con líneas de puntos en la figura. Si no se modifica la instalación k' es invariable. H_{est} varía al variar uno o los dos niveles de los depósitos inferior y superior o las presiones en los mismos (compárense las características I a III con la IV); k'' aumenta al cerrar la válvula (compárense las características I, II y III). Con la válvula totalmente abierta la B funciona en el punto A' proporcionando el caudal máximo. En la figura el punto A' coincide con el de óptimo rendimiento; pero esto no es necesario. Si el denominado *factor de carga* de la instalación es elevado (es decir, si se requiere funcionamiento frecuente a caudal máximo) convendrá que así sea; pero si la B rara vez deberá proporcionar el caudal máximo, el punto de óptimo funcionamiento debería corresponder a un caudal medio juiciosamente elegido. Si el caudal requerido disminuye se va cerrando la válvula y la bomba funcionará en los puntos A'', A''', etc... con caudales decrecientes

$$Q''' < Q'' < Q' = Q_{máx}$$

y así sucesivamente.

También puede suceder que, sin actuar sobre la válvula, porque el caudal de la B es mayor que el que se saca del depósito, la característica varía, siendo ahora ésta la curva IV y el caudal disminuye también. Si la H_{est} llegara a ser mayor que la altura de la B para caudal O la B dejaría de funcionar.

En la Fig. 21-3 dimensionando adecuadamente el depósito regulador se puede conseguir un caudal variable a la salida del depósito, caudal regulado por la válvula



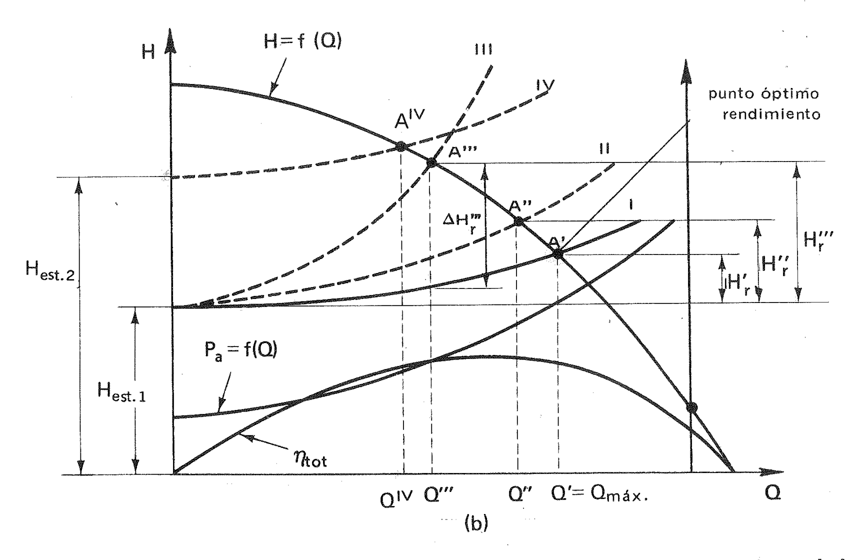


Fig. 21-2.–a) Esquema de B funcionando en una red; b) Curvas de funcionamiento de la B en la red.

de la figura, sin válvula alguna en la impulsión. La B funciona intermitentemente mediante un interruptor de flotador oscilando ligeramente el caudal y la altura, por lo tanto muy cerca siempre del punto de óptimo rendimiento.

Influjo de la forma de la característica

La Fig. 21-4 muestra una vez más cómo hay que atender a la forma de la carac-

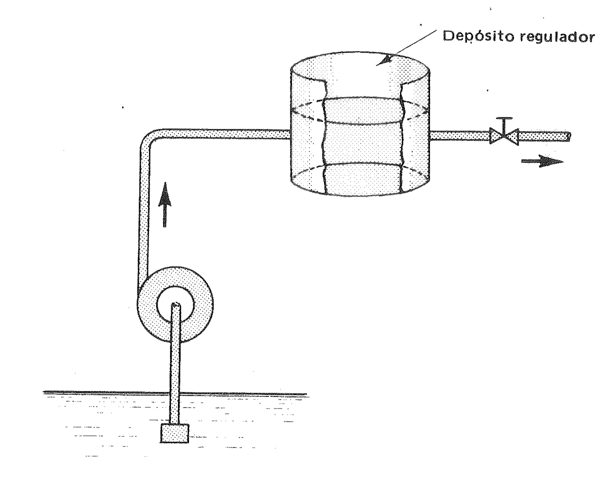


Fig. 21-3.–B instalada con *depósito regulador.*

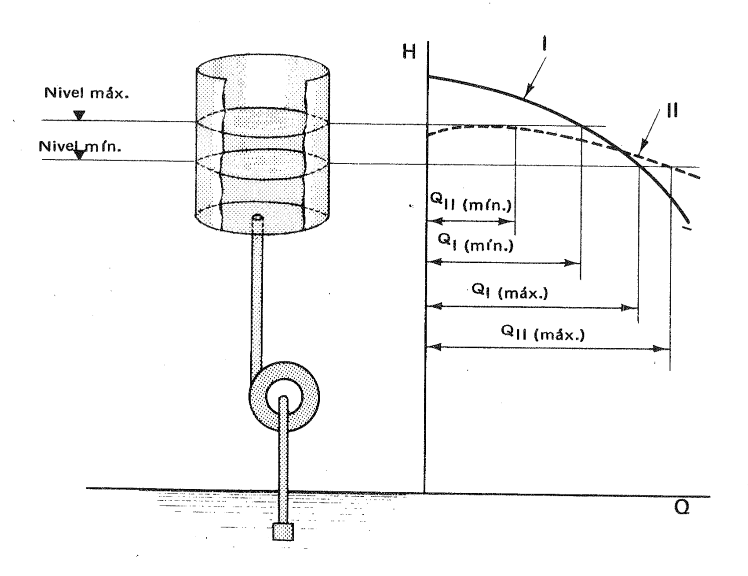


Fig. 21-4.–Con la característica I se logra una menor *oscilación del caudal* que con la característica II en el esquema de instalación adjunto.

terística para predecir el comportamiento de la B en regulación. En efecto para el tipo de aplicación que estamos estudiando eligiendo una B con característica más inclinada I puede obtenerse una oscilación menor del caudal, y generalmente también del rendimiento, que con otra B de característica II. Para más sencillez se supone la curva de rendimiento igual en ambos casos.

La característica $P_a = f(Q)$ de la B de la Fig. 21-2 tiene constantemente pendiente positiva ($dP_a/dQ > 0$). Este es el caso de las *B centrífugas;* así la potencia de accionamiento disminuye al disminuir el caudal lo cual es favorable. En las *B axiales,* sin embargo, muchas veces la curva $P_a = f(Q)$ tiene pendiente negativa ($dP_a/dQ < 0$), y la regulación por estrangulamiento resulta muy desfavorable. Ellas se prestan, sin embargo, muy bien al 4.° método de regulación, que estudiaremos más adelante.

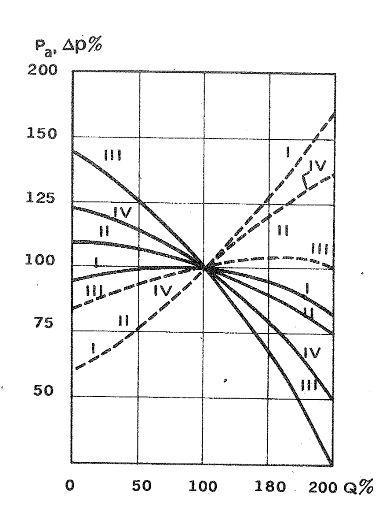


Fig. 21-5.–Características de V (valores expresados en % de los valores nominales): I) álabes inclinados hacia adelante; II) álabes de salida radial; III) álabes inclinados hacia atrás; IV) álabes radiales.

El influjo del tipo de rodete en la economía de este procedimiento de regulación que estamos estudiando se hace patente en la Fig. 21-5, que muestra las curvas Δp-Q y P_a-Q de cuatro tipos de ventiladores con álabes: I curvados hacia adelante; II de salida radial; III curvados hacia atrás y IV radiales. Estas curvas están trazadas en % del caudal de η_{tot}, que en este caso no es el máximo. Al disminuir el caudal en un 50% la potencia de accionamiento disminuye sólo un 8% en el rodete III; mientras que en los 3 restantes se reduce al 20% de la potencia nominal. Al aumentar el caudal el aumento es menor en los ventiladores II, III y IV que en el I. Como la regulación por estrangulamiento se emplea generalmente para reducir el caudal, se deduce de esta figura que los ventiladores con álabes curvados hacia atrás no se prestan a este tipo de regulación.

Se advertirá que en la regulación por estrangulamiento hay una doble pérdida, a saber, en la B y en la válvula. Por ejemplo, si el punto de funcionamiento en la Fig. 21-2 es A''' pérdida de potencia en la válvula será:

$$\Delta P_{rv} = \frac{Q''' \rho g \Delta H_r'''}{\eta_{tot}'''}$$

y mientras el rendimiento de la B es

$$\eta_{tot\,B} = \frac{\rho g Q''' H'''}{P_a}$$

menor que en el punto de diseño, el rendimiento de la instalación es

$$\eta_{inst} = \frac{\rho\, g\, Q'''H_{est\ 1}}{P_a}$$

evidentemente mucho menor aún.

En general las pérdidas inherentes a este tipo de regulación son tanto mayores cuanto la regulación es más intensa (cuanto más disminuye el caudal). Los grupos motobomba, en los cuales la B es accionada por un motor eléctrico de inducción de corriente alterna son muy frecuentes, sobre todo en potencias pequeñas y, no permitiendo variación de la velocidad, se prestan mucho al tipo de regulación estudiado.

21.2. Regulación del caudal por variación de la característica de la B

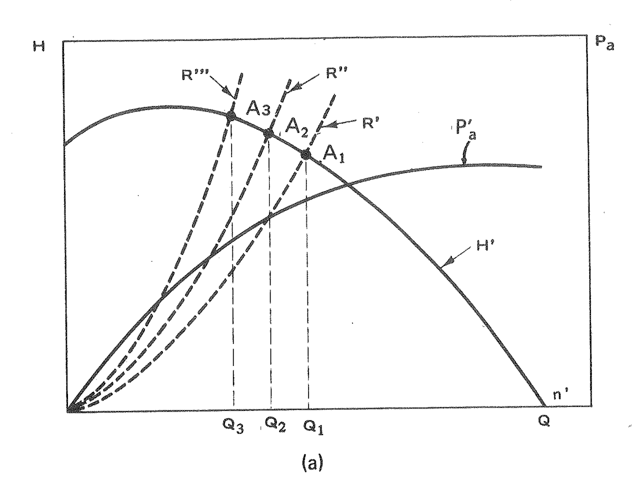
La característica de la B se puede variar variando el número de revoluciones o manteniendo éste constante.

21.2.1. 2.° método de regulación: variando el número de revoluciones

Este procedimiento en contraposición al anterior es costoso de instalación; pero reduce los gastos de explotación a un mínimo. Además, en contraposición al primer método, permite regular el caudal en ambos sentidos, por encima y por debajo del caudal nominal. La distinción entre ambos métodos queda patente en la Fig. 21-6. En dicha figura H, P_a, R, representan respectivamente las dos características de la bomba H-Q y P_a-Q y la característica de la red respectivamente. En la regulación por estrangulamiento (Fig. 21-6,a) se reduce el caudal $Q_1 > Q_2 > Q_3$ ... variando por estrangulamiento la característica de la red R', R'', R'''... Los puntos de funcionamiento A_1, A_2, A_3 ... se encuentran sobre la misma característica H' de la bomba. La característica P'_a no varía. En la regulación por variación del número de revoluciones (Fig. 21-6,b) se reduce el caudal $Q' = Q_1 > Q_2 > Q_3$ ... reduciéndose el número de revoluciones del motor $n' > n'' > n'''$..., variando así la característica de la bomba H', H'', H'''. Los puntos de funcionamiento A', A'', A''' ... se encuentran sobre la misma característica de la red. La curva P_a-Q es también distinta en cada caso, reduciéndose con el caudal la potencia de accionamiento, lo que manifiesta la ventaja evidente de este tipo de regulación. A cada caudal el V (o la B) desarrolla una presión o altura efectiva justamente igual y nunca mayor a la resistencia de la red.

Accionamiento de las B

Los sistemas más corrientemente empleados para el accionamiento de las B son los siguientes:



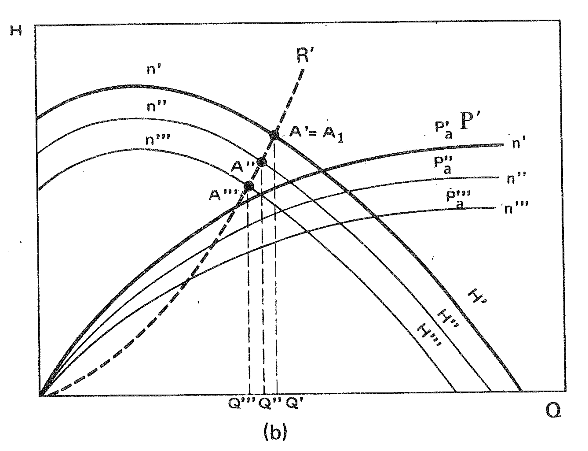


Fig. 21-6.—*Regulación* de una B: a) por estrangulamiento; b) por variación del número de revoluciones.

a) *Velocidad constante*

1) *Motor síncrono de corriente alterna*

Estos motores con corriente de 50 Hz según el número de pares de polos de 1 a 6 permite el accionamiento de B a 3000, 1500, 1000, 750, 600, 500. La velocidad en este caso se mantiene rigurosamente constante.

2) *Motor de inducción de corriente alterna*

Las velocidades disponibles en estos motores dependen también del número de

pares de polos y son menores que en los anteriores por el deslizamiento: 1450, 2900 etc... Ventajas: buen precio, buen rendimiento y sencillez de funcionamiento.

Los motores 1) y 2), sin embargo, tienen dos inconvenientes: 1.°) salto excesivo de 3000 a 1500 rpm (el inconveniente radica en que esta gama es especialmente interesante en las B centrífugas); 2.°) velocidad máxima: 3000 rpm. Sin embargo, modernamente en algunas aplicaciones (B de alimentación de calderas) se tiende a emplear velocidades más elevadas en las B centrífugas, a fin de reducir las dimensiones del grupo.

b) *Velocidad variable*

3) *Motor de corriente continua*

La regulación de velocidad se hace normalmente con control reostático del circuito shunt; pero puede hacerse también manteniendo la corriente de excitación constante, si la alimentación es por corriente alterna a través de un rectificador, y variando el voltaje aplicado a la armadura, controlando el circuito del rectificador.

4) *Motor de corriente alterna de anillo deslizante con variación de resistencia del rotor*

Inconvenientes: pérdida de energía en el motor, cuya resistencia se aumenta para disminuir la velocidad, y variación de la velocidad para una misma resistencia.

5) *Motor de corriente alterna de colector*

Gama amplísima de variación de la velocidad.

6) *Turbinas de vapor*

Constituye el mejor tipo de accionamiento allí donde se dispone de vapor (B de alimentación de calderas, B industriales, etc...). Permite en acoplamiento directo el funcionamiento hasta más de 10.000 rpm, y amplia regulación de velocidad variando la admisión de vapor. Las grandes B empleadas en la industria química, centrales térmicas, etc... suelen accionarse con TV.

7) *Turbinas de gas*

Hoy día se emplean cada vez más tanto en pequeñas unidades muy compactas (bombas de incendio o de emergencia, etc...) como en grandes unidades.

8) *Motores de combustión interna con o sin trasmisión*

Los motores de gasolina y Diesel son frecuentemente empleados y permiten una variación de velocidad de un 10%.

En general en las B centrífugas se prefiere el acoplamiento directo de la B al motor con el fin de eliminar la trasmisión. Sin embargo, cualquier motor de velocidad constante de los arriba enumerados, junto con un variador de velocidad, constituye un accionamiento de velocidad regulable que en muchos casos, en las tres versiones que se indican a continuación, constituyen una solución frecuentemente aceptada.

9) *Motor de velocidad constante y variador mecánico*

10) *Motor de velocidad constante y variador hidráulico*

La velocidad se varía regulando el espesor del anillo de aceite en el acoplamiento, y aumentando así el desplazamiento. Con el acoplamiento lleno el deslizamiento es mínimo y la velocidad de la B se aproxima a la del motor (Véase la Sec. 16.6.).

11) *Motor de velocidad constante y variador eléctrico*

Es la versión eléctrica del tipo anterior, en la cual el deslizamiento se consigue eléctricamente aumentando la intensidad de las corrientes parásitas.

Con el método de regulación por variación de velocidad se elimina totalmente la pérdida en la válvula; pero el rendimiento en la regulación disminuye, lo cual sucede también en la regulación por estrangulamiento; si bien aquí, como puede verse en la Fig. 21-7 al variar la curva H-Q con el número de revoluciones varía también la curva η_{tot}-Q. En la B de la Fig. 21-7 por debajo de 0,7 n la B deja de impulsar.

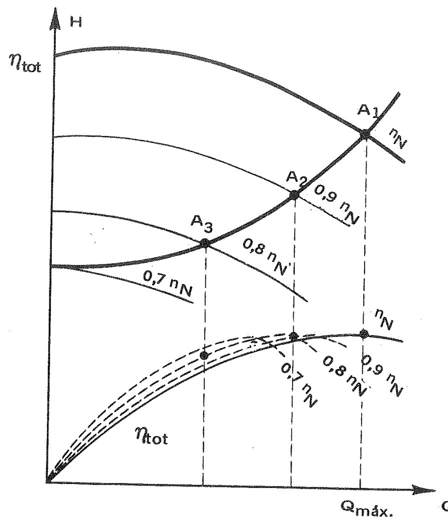


Fig. 21-7.—Regulación de una B por *variación del número de revoluciones* (en la figura n_N velocidad nominal).

Aunque el rendimiento disminuye la ley de variación en este sistema de regulación suele ser muy favorable, sobre todo si la H_{est} es prácticamente despreciable. Esto sucede con frecuencia en los V, como muestra la Fig. 21-8, en los cuales la característica de la red coincide prácticamente con la parábola que une los puntos de rendimiento óptimo para cada número de revoluciones. Si H_{est} no es despreciable la desviación de ambas curvas en la zona de trabajo de la B suele ser también pequeña.

Según la Ec. (8-29):

$$\frac{P'_a}{P''_a} = \left(\frac{n'}{n''}\right)^3 \qquad (21\text{-}1)$$

la potencia de accionamiento disminuye con el cubo del número de revoluciones. Así, por ejemplo, si n se reduce a la mitad sólo se requerirá para el accionamiento 1/8 de la potencia inicial; lo cual demuestra la gran ventaja de este método de re-

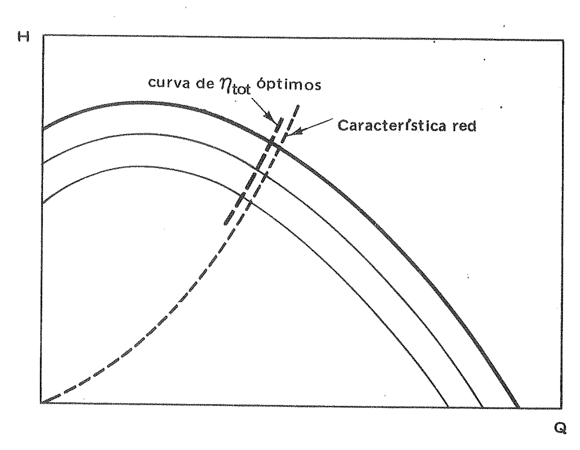


Fig. 21-8.—Característica de la red muy próxima a la curva de rendimientos óptimos.

gulación. La Ec. (21-1) no tiene en cuenta la variación del rendimiento. En la práctica el exponente de la Ec. (21-1) oscila entre 2,5 y 3.

Influjo de la forma de la característica

En general en este tipo de regulación resulta más favorable, en contraposición a la regulación por estrangulamiento (véase la Fig. 21-4), una característica con pendiente más pronunciada ya que la característica con poca pendiente muestra una excesiva sensibilidad a pequeños cambios de velocidad.

Veremos en la sección siguiente otros métodos de regulación por variación de la característica de la red, manteniendo n = cte.

*

Problema 46.

Una B centrífuga de agua tiene las curvas características de la figura. La B debe suministrar un caudal de 60 l/s contra una altura efectiva de 18 m.

Comparar el funcionamiento de esta B en las condiciones requeridas regulando

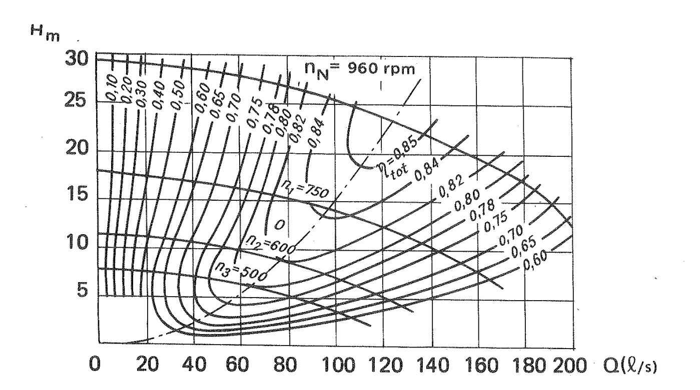
a) por estrangulamiento de la válvula de impulsión a número de revoluciones constante e igual a 960 rpm;

b) por variación del número de revoluciones del motor de accionamiento.

a) *Regulación por estrangulamiento*

En este caso en la figura se lee para Q = 60 l/s y n = 960 rpm; H = 28 m, $\eta_{tot} = 0{,}69$; luego la potencia absorbida en este caso es

$$P_a = \frac{60 \cdot 9{,}81 \cdot 28 \cdot 10^{-3}}{0{,}69} = 23{,}89 \text{ kW}$$



y la potencia hidráulica perdida en la válvula de estrangulamiento será:

$$P_{rV} = 60 \cdot 9{,}81\ (28 - 18) \cdot 10^{-3} = 5{,}886 \text{ kW}$$

lo que supone una potencia perdida adicional del motor de

$$P_{ra} = \frac{5{,}886}{0{,}69} = 8{,}530 \text{ kW}$$

b) *Regulación por variación de velocidad*

Según la figura para Q = 60 l/s y H = 18 m se podrá reducir la velocidad hasta aproximadamente 795 rpm obteniéndose un rendimiento total de 0,74%.

La potencia de accionamiento se habrá reducido a

$$P'_a = \frac{60 \cdot 9{,}81 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{0{,}74} = 14{,}32 \text{ kW}$$

En este caso no sólo la potencia efectiva que necesita la B es mucho menor, sino también mejora el η_{tot}, con lo que se obtiene una disminución de la potencia de accionamiento de

$$P_a - P'_a = 23{,}89 - 14{,}32 = 9{,}57 \text{ kW}$$

*

21.2.2. 3.er método de regulación: por orientación de una corona directriz a la entrada

Este método de regulación se utiliza bastante en los V y poco en las B, y consiste en imprimir una rotación o contrarrotación a la corriente a la entrada del rodete por medio de una corona directriz de álabes orientables instalada inmediatamente antes del rodete. El fundamento del método queda patente con el estudio

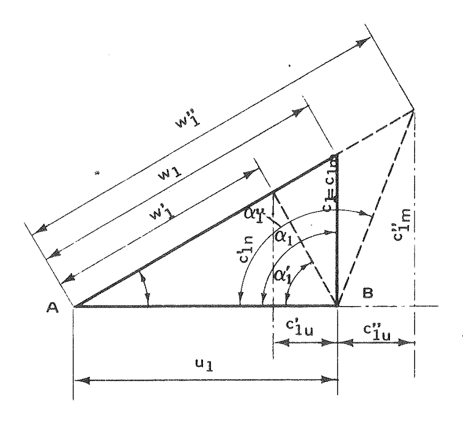


Fig. 21-9.—Variación del triángulo de velocidades de entrada de un V en la regulación por corona directriz a la entrada.

de los triángulos de velocidad de la Fig. 21-9. Al variar la orientación de los álabes directrices el ángulo normal de la corriente absoluta $\alpha_1 = 90°$ se hace $\alpha_1' < 90°$ o bien $\alpha_1'' > 90°$. En el primer caso $c_{1m}' < c_{1m}$ y Q disminuye y en el segundo caso $c_{1m}'' > c_{1m}$ y Q aumenta. En el primer caso $c_{1u}' > 0$ y la energía específica absorbida por el rodete según la ecuación de Euler disminuye; en el segundo caso aumenta. Sólo en el primer caso (disminución del caudal) esta regulación es aceptable, porque en el segundo caso la potencia de accionamiento puede incluso aumentar, lo cual evidentemente es desfavorable.

La realización práctica de este método de regulación se efectúa mediante una corona directriz constituida bien por álabes cuyo eje de giro es radial, que se denomina *axial*, por ser axial la corriente de aire que la atraviesa (Fig. 21-10), bien por álabes, cuyo eje de giro es axial, y que se denomina corona directriz *radial*

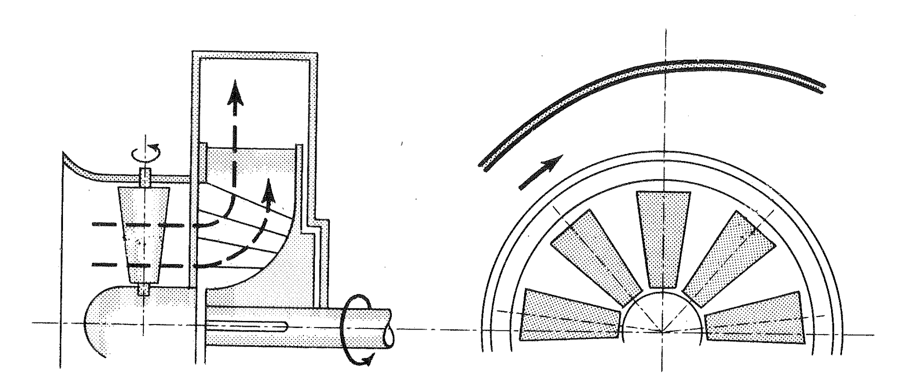


Fig. 21-10.—V centrífugo con *corona directriz axial* a la entrada.

(Fig. 21-11) por ser radial la corriente que lo atraviesa. Generalmente se prefiere la primera, que permite conexión directa a un conducto de aspiración normal, en que la dirección de la corriente es axial también.

Nótese que esta corona directriz forma parte del V, y *al variar su orientación*

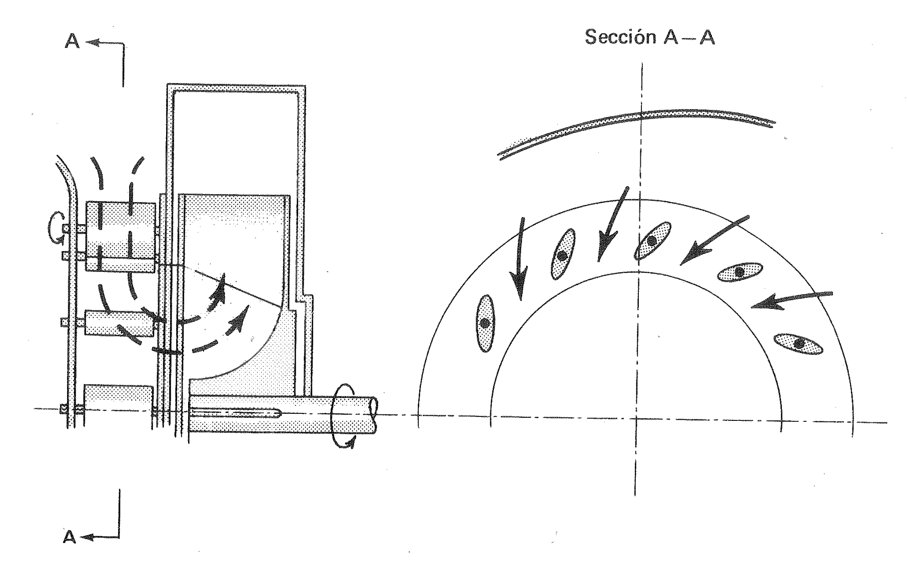


Fig. 21-11.—V centrífugo con *corona directriz radial* a la entrada.

se cambia la característica de la máquina; mientras que una válvula o persiana de estrangulamiento tanto a la entrada como a la salida, no forma parte del V y *hace variar la característica de la red, pero no la de la máquina.*

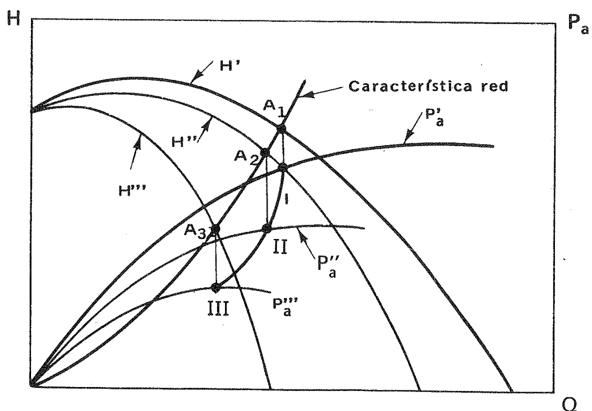


Fig. 21-12.—Regulación de un V por *corona directriz orientable* a la entrada.

En la Fig. 21-12 al ocupar la corona directriz las posiciones I, II, III..., la característica de la red es la misma, mientras que la del ventilador pasa a ser: H', H'', H'''...; también varían las curvas de la potencia de accionamiento P_a' P_a'' P_a'''. El V trabaja sucesivamente en los puntos A_1 A_2 A_3... absorbiendo la potencia correspondiente a los puntos I, II, III... Uniendo estos puntos se obtiene la curva de la potencia absorbida en función del caudal que queda por debajo de la curva P_a', que sería la correspondiente a la regulación por estrangulamiento, con lo que

queda patente la ventaja de este sistema de regulación. Otras ventajas de este sistemas además del coste reducido de explotación mencionado son: coste inicial moderado, amplia gama de regulación, simplicidad de funcionamiento y larga duración.

Antes de estudiar los restantes métodos de regulación será conveniente comparar los tres primeros métodos desde el punto de vista de los costos de funcionamiento. Esto se ha hecho en la Fig. 21-13 para un mismo V. Esta figura, que no necesita ulterior explicación, evidencia la ventaja del tercer método sobre el primero y la del segundo sobre los dos restantes.

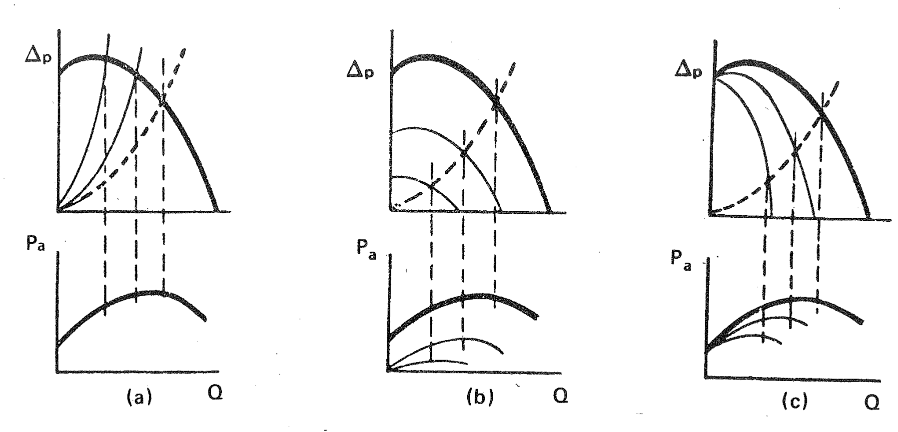


Fig. 21-13.—Comparación de tres métodos de regulación del caudal de un V: a) por estrangulamiento a la salida; b) por variación del número de revoluciones; c) por estrangulamiento a la entrada.

No se debe olvidar, sin embargo, que en algunos de los métodos enumerados para variación de velocidad existen pérdidas exteriores a la B que hay que incluir en la valoración de la economía de la explotación y que disminuyen su ventaja. Así por ejemplo, si se utiliza un variador hidráulico las pérdidas en el variador aumentan con el deslizamiento..

21.2.3. 4.° método de regulación: por orientación de los álabes móviles

Este método es muy costoso, pero de gran rendimiento. Se utiliza en las B con posibilidad de accionamiento en marcha. En los V la firma alemana Turbon, por ejemplo (véase Fig. 21-14), construye V con álabes orientables con el rodete parado, lo que permite su ajuste a las condiciones de funcionamiento. La ventaja de este sistema son excepcionales cuando la altura permanece constante y hay que variar el caudal. En la Fig. 21-15, correspondiente a una B centrífuga de

álabes orientables, a cada ángulo de posición de los álabes del rodete corresponde una curva H-Q y una curva η_{tot} – Q. Si la altura permanece constante (en la Fig. H = 5 m) la B está trabajando siempre con rendimiento muy elevado.

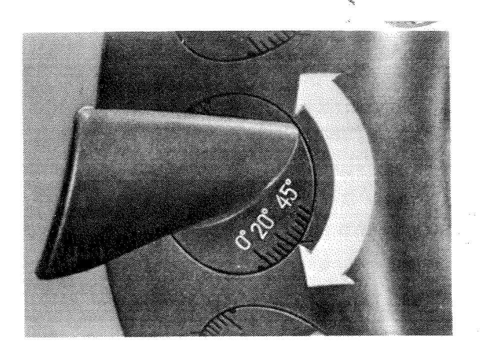


Fig. 21-14.—Orientación de los álabes de los V Turbon, Alemania (con el V parado). El ángulo de los álabes se fija de modo continuo con ayuda de la escala inscrita en el pie del mismo (intervalo en la escala 5°). En fábrica se fija y se marca con rojo la orientación óptima que convendrá variar "in situ" si se varían las condiciones de funcionamiento.

21.2.4. 5.° método de regulación: por estrangulamiento con válvula de by-pass

La apertura de una válvula colocada en un by-pass, conectado antes de la sección S de salida de la B sirve para reducir el caudal impulsado; permaneciendo invariable la característica de la B (curvas H–Q y η_{tot} – Q). El by-pass con su válvula forma parte integral de la B, cuya característica es distinta para cada grado de cierre 25%, 50%, etc... de la misma. Para trazar estas características se trazan en el

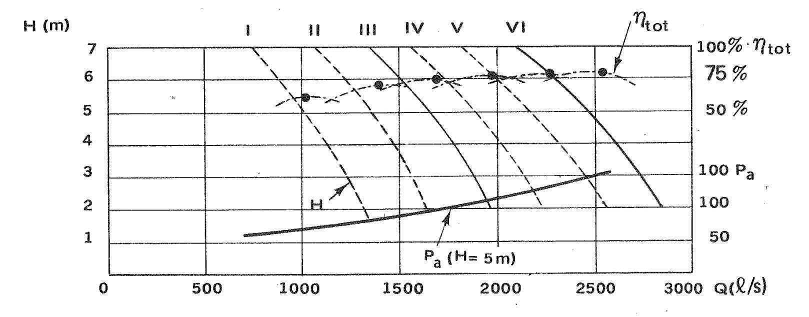


Fig. 21-15.—Característica de una B axial de paletas del rodete orientables a n = cte.

segundo cuadrante las parábolas auxiliares H = f (Q_b) (donde Q_b – caudal que atraviesa el by-pass) para cada grado de cierre. A continuación basta trasladar cada punto de la curva inicial H–Q horizontalmente hacia la izquierda una magnitud correspondiente al caudal de by-pass correspondiente leído en las curvas del segundo cuadrante.

Influjo de la forma de la característica

A primera vista este método de regulación análogo al de la regulación por estran-

gulamiento es más favorable que aquél; sin embargo, teniendo en cuenta que en la regulación por estrangulamiento el punto de funcionamiento en la curva $H-Q$ al disminuir el caudal se traslada hacia la izquierda, y en la regulación por by-pass el punto de la misma curva se traslada hacia la derecha, la conclusión es evidente: si en la curva $P_a-Q, dP_a/dQ > 0$ (bombas centrífugas) es preferible utilizar la regulación por estrangulamiento, si $dP_a/dP < 0$ (algunas B axiales) es preferible la regulación por by-pass.

21.3. Regulación del caudal por variación simultánea de las características de la red y de la B

Con frecuencia la combinación de dos métodos de control constituye la solución más económica. El uso de estas soluciones mixtas es frecuente en la práctica de los V. He aquí dos ejemplos: combinación de dos velocidades distintas con álabes directrices orientables, y combinación de un accionamiento de velocidad variable con una válvula de persiana, que permite la utilización de un motor mucho más pequeño.

El procedimiento que sigue es muy empleado en la práctica.

21.3.1. 6.° método de regulación: variación escalonada de velocidad y estrangulamiento

Los accionamientos arriba estudiados, que permiten una variación continua de la velocidad, son de coste elevado. Es posible conseguir una variación escalonada de la velocidad de alguna de las 3 maneras siguientes: a) en los V con accionamiento dotado de trasmisión por correa trapezoidal se utiliza mucho la *polea múltiple* que permite conseguir velocidades distintas; b) muy frecuente también es el *motor eléctrico de polos conmutables,* que permite dos o tres velocidades mediante un sistema sencillo de conmutación; c) montando *dos motores en el mismo eje* con número de polos distintos.

Sea un V con tres velocidades (Fig. 21-16), siendo n_1 la velocidad nominal, A_1 el punto óptimo de funcionamiento, R' la característica de la red con la válvula de estrangulamiento totalmente abierto y Q' el caudal. Si se quiere obtener el caudal $Q'' > Q'$ se pasará a la velocidad superior n_2 y el V funcionará en el punto A'_2 (variación de la característica del V); a continuación se estrangula convenientemente la impulsión, o la admisión según los casos (variación de la característica de la red R'') y el V funcionará en el punto A_2 con el caudal Q'' deseado. Así mismo, si se quiere obtener el caudal $Q''' < Q'$ se pasará a la velocidad inferior n_3 y el V funcionará en el punto A'_3; a continuación se estrangula convenientemente la impulsión o la admisión (característica de la red R''') y el V funcionará en el punto A_3 con el caudal deseado Q'''. En la regulación mixta por estrangulamiento y *variación escalonada de n,* tiene lugar una pérdida menor que la que ocurre en la regulación pura por estrangulamiento; mientras que en la regulación por *variación continua de n* la estrangulación por cierre de la válvula sería 0.

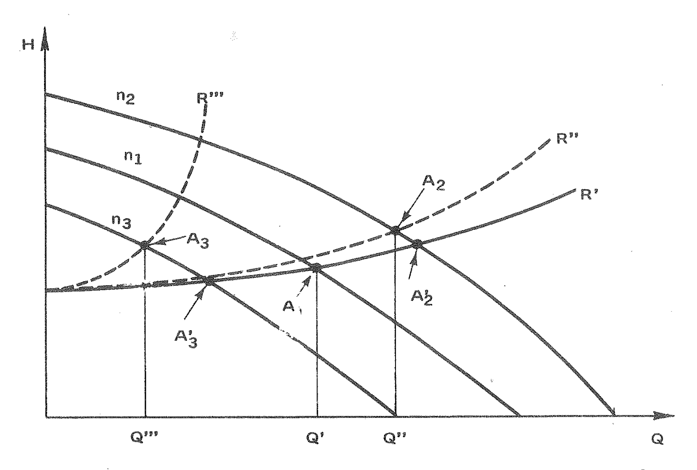


Fig. 21-16.–Regulación de un V con *variación escalonada de número de revoluciones y estrangulamiento.*

El estudio comparativo de los sistemas de regulación se hace mejor en el plano P_a-Q ya que la potencia absorbida P_a da una medida exacta de la economía de la explotación. En la Fig. 21-17 se han trazado las curvas P_a-Q para un V que supondremos dotado en primer lugar de dos velocidades $n_1 = 1450$ y $n_2 = 975$ rpm (curvas características P_{1a} y P_{2a} respectivamente). En el punto A'_1 de funcionamiento óptimo el V absorbe el 100% de la potencia nominal. Estrangulando la impulsión (o la admisión) el V puede funcionar en el punto A''_1 absorbiendo sólo un 70% de la potencia nominal y proporcionando un caudal de 67,5%; pero este mismo caudal puede obtenerse pasando a la segunda velocidad más lenta $n_2 = 975$ rpm, y haciendo funcionar el V en el punto A''_2, donde la potencia absorbida es sólo el 30,5%. Finalmente si el V estuviera dotado de tres velocidades 1450, 975 y 725 (véase figura) un caudal 50% del caudal nominal podría conseguirse de tres modos:

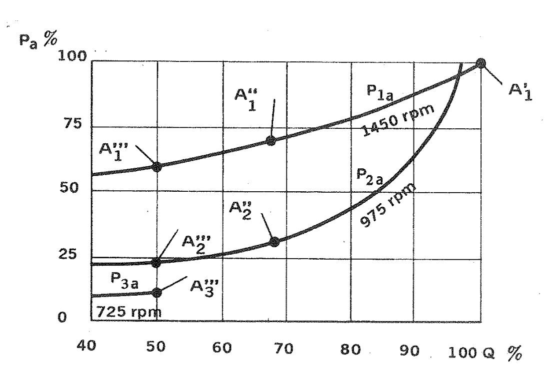


Fig. 21-17.–*Comparación* de diferentes medios de regulación de un V.

– con mero estrangulamiento (punto A'''_1): potencia absorbida 60% (a 1450 rpm)

– con cambio de velocidad y estrangulamiento (punto A_2'''): potencia absorbida 25% (a 975 rpm)
– con mero cambio de velocidad sin estrangulamiento (punto A_3'''): potencia absorbida 12,5% (a 725 rpm).

La economía de potencia sería:

– en el 2.° caso con relación al 1.°: $\frac{60-25}{60} \cdot 100 = 58\%$.

– en el 3.er caso con relación al 1.°: $\frac{60-12,5}{60} \cdot 100 = 79\%$.

– en el 3.er caso con relación al 2.°: $\frac{25-12,5}{25} \cdot 100 = 50\%$.

22. Fenómenos anormales en el funcionamiento de las turbomáquinas hidráulicas

Trataremos en este capítulo de la velocidad de embalamiento en las TH, del golpe de ariete en las TMH y del fenómeno de bombeo en las B, para terminar con la investigación de averías en las B. Además de los fenómenos anormales aquí tratados existe uno, el más importante de todos, que es el fenómeno de *cavitación,* a cuyo estudio consagraremos el capítulo siguiente.

22.1. Velocidad de embalamiento de las turbinas hidráulicas

En el funcionamiento normal de una TH acoplada a un alternador eléctrico el par motor $M_m = Q\rho\ (r_1\ \ c_{1u})$ se mantiene siempre igual gracias al sistema de regulación [véase la Sec. 19.2, y Ec. (19-2)] al par resistente originado por las resistencias pasivas y la carga útil del alternador. Si la TH queda sin carga, y fallan los mecanismos de seguridad, que complementan normalmente todo sistema de regulación, la velocidad del grupo aumenta, aumentando el par de las resistencias pasivas hasta que se hace igual al par motor y la aceleración se reduce a 0. Si no existiesen las resistencias pasivas la aceleración nunca se reduciría a 0 y teóricamente se haría infinita, sobreviniendo antes fatalmente la destrucción del grupo. A la velocidad máxima que adquiere la T en marcha en vacío se denomina *velocidad de embalamiento.* Esta velocidad es distinta para cada apertura del distribuidor. El rotor del grupo, incluyendo el rotor del alternador, ha de estar diseñado para resistir la velocidad de embalamiento. De aquí la importancia del presente estudio.

Utilizaremos el coeficiente de embalamiento, que se define así:

$$\nu_e = n_e/n_N$$

donde n_e – velocidad de embalamiento máxima (para cada apertura del distribuidor)

n_N – velocidad nominal de la TH.

La velocidad de embalamiento n_e (y el coeficiente ν_e) depende del tipo de TH,

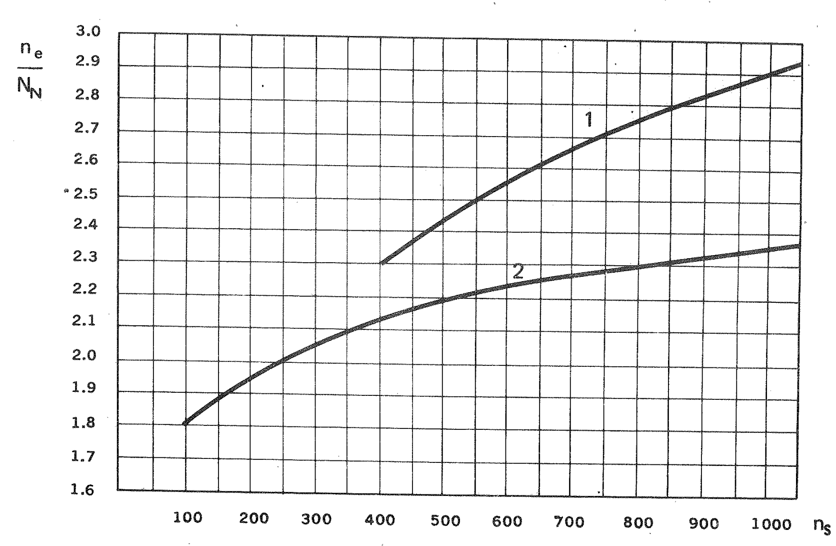


Fig. 22-1.–Relación de la *velocidad de embalamiento* a la velocidad nominal en función del n_s. Curva 1: TK; curvas 2 TF y T hélice.

por tanto del n_s como muestran las curvas de la Fig. 22-1 referentes a las TH de reacción.

TH de acción (TP)

En ellas teóricamente (es decir, suponiendo pérdidas hidráulicas nulas, $w_2 = w_1 = c_1 - u$), con lo cual se tiene:

$$\eta_h = \frac{2\,u}{g\,H}(c_1 - u)$$

Si la T se embala, $\eta_h = 0$ (par útil nulo); luego

$$u_e = c_1$$

y

$$n_e = \frac{c_1}{\pi\, d} \text{ (rps)}$$

(velocidad de embalamiento teórica de las TP)

TH de reacción

La velocidad de embalamiento de una TH de reacción será: (véase Ec. 18-8)]

$$n_e = \frac{Q}{\pi\, d_2}\left(\frac{\text{ctg}\,\beta_1}{\pi\, b\, d_2} + \frac{\text{ctg}\,\beta_2}{A_2}\right) \text{ (rps)}$$

que demuestra que n_e:

– depende de la forma del rodete y de la apertura del distribuidor
– aumenta al disminuir β_2, es decir aumenta al aumentar n_s (véase la Sec. 11.6).

Características de embalamiento de las TF.

Se denominan así las curvas $n_e = n_e\,(a_0)$. Las curvas se suelen trazar referidas a la T unitaria ($d_1 = 1$ m; $H = 1$ m), indicando siempre el tamaño del modelo (para valorar las divergencias por efecto de escala en la T natural). Así la Fig. 22-2 representa la característica $n_{11e} = f\,(a_0)$, de una T muy parecida a la de la Fig. 18-6. Estas curvas son experimentales, y se obtienen en el banco de pruebas ensayando la T sin carga. La Fig. 22-2 muestra que n_e aumenta con la apertura del distribuidor, como era de esperar. De esta curva se deduce para toda la serie de T geométricamente semejantes la información importante siguiente:

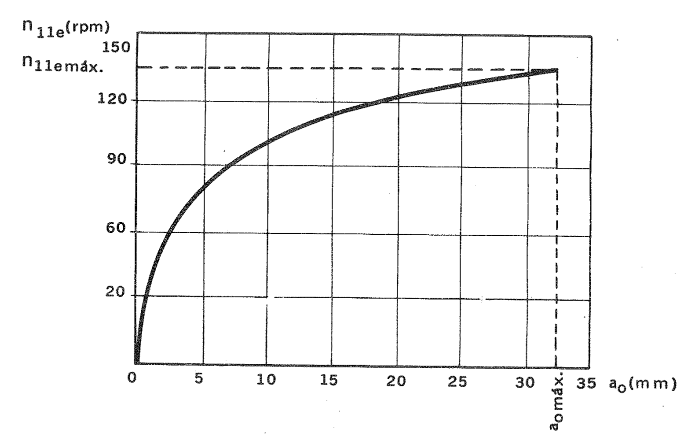


Fig. 22-2.–*Velocidad de embalamiento* (reducida a d = 1 m; H = 1 m) de una TF en función de la apertura del distribuidor modelo ensayado (d_m = 460 mm).

1) *la velocidad de embalamiento máxima* para la apertura máxima (en la figura $a_{0\,máx}$ en el modelo = 32 mm). Así para una T geométricamente semejante con diámetro d y salto neto H, según la Ec. (8-31) se tendrá:

$$n_{e\,máx} = n_{11\,e\,máx}\,\frac{\sqrt{H}}{d}$$

(en la figura $n_{11\,e\,máx} = 135$).

2) *el coeficiente de embalamiento máximo* (para apertura máxima):

$$\nu_e = \frac{n_{11e}}{n_{11}}$$

Así, por ejemplo, si $n_{11} = \frac{nd}{\sqrt{H}}$ de la T natural = 70, se tendrá:

$$\nu_e = \frac{135}{70} = 1{,}9$$

según la Fig. 22-1 ν_e oscila en las TF de 1,6 a 2,35 en función del n_s, aumentando con este;

3) *la apertura de la marcha en vacío*, a_{0v}. Para esta apertura la velocidad n_{11} de la T considerada coincide con la n_{11e}. La característica para este valor da el a_{0m} (apertura del distribuidor en el modelo). Supongamos que el diámetro de la T es 2 veces el modelo o sea $d = 2\ d_m = 2 \cdot 460 = 920$ mm y que su $n_{11} = 70$. En la Fig. 22-2 se lee $a_{0vm} = 3{,}5$ mm (apertura de la marcha en vacío del modelo). Entonces

$$a_{0v} = a_{0vm} \frac{d_0}{d_{0m}} \frac{z_{0m}}{z_0}$$

En nuestro caso suponiendo $z_0 = z_{0m}$ se tendrá

$$a_{0v} = 3{,}5 \cdot 2 = 7 \text{ mm}$$

Características de embalamiento de las TK (1)

Debido a los dos órganos de regulación que poseen las TK la característica de ecuación

$$n_{11e} = f\,(a_0, \varphi)$$

consistirá en el plano $n_{11e} - a_0$ en una familia de curvas de parámetro φ, o sea una curva para cada valor del ángulo φ de orientación de los álabes del rodete. En la Fig. 22-3 puede verse la característica (líneas de trazo continuo) correspondiente a la TK de la Fig. 18-17. De dicha figura se desprende:

1) en general la velocidad de embalamiento aumenta al aumentar a_0 y disminuir φ; sin embargo

2) para valores muy bajos de φ (curva para $\varphi = -15°$ en la figura), la curva pasa por un máximo y disminuye después; esto sucede también para valores muy grandes de φ. La utilización de este comportamiento de la T para reducir n_e no es fácil, ya que para valores negativos de φ hay que pasar por los valores máximos de n_e (véase la curva para $\varphi = -10°$ en la figura) y en el otro extremo (φ positivos elevados) tienen lugar vibraciones intensas.

(1) Lo que se dice a continuación se aplica también análogamente a las TD.

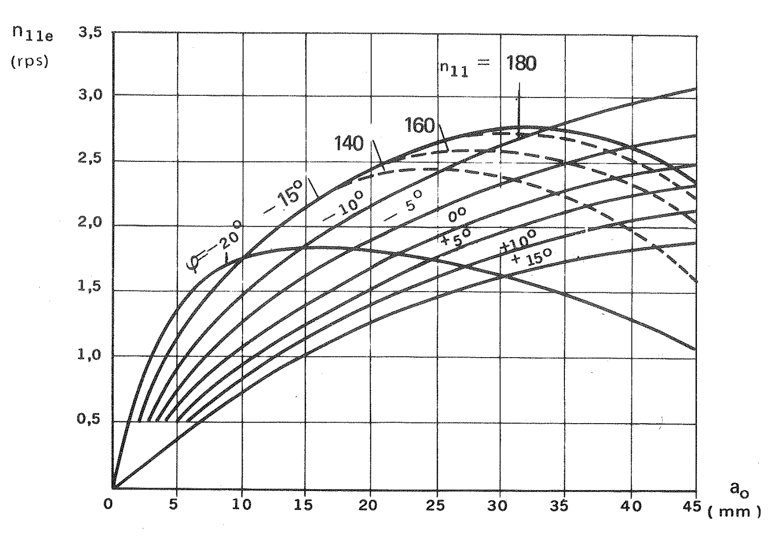


Fig. 22-3.—*Velocidad de embalamiento* (reducida a d = 1 m; H = 1 m) de una TK en función de la apertura del modelo ensayado (d_m = 460 mm) para diferentes ángulos de orientación de los álabes.

Afortunadamente la TK no funciona con valores arbitrarios de a_0, φ, sino con aquéllos con los que se obtiene para cada carga el rendimiento máximo posible. Como se ve en la Fig. 18-19 al aumentar a_0 aumenta también φ, lo cual, según la Fig. 22-3, resulta muy favorable. A cada valor de n_{11} corresponde una curva $\varphi = f(a_0)$ distinta. Las líneas de puntos de la Fig. 22-3 constituyen una familia de curvas, cuyo parámetro es n_{11}, ya que para cada valor de a_0 el φ viene determinado por el valor óptimo de la manera explicada. Estas curvas son mucho más favorables que las curvas continuas.

22.2. Golpe de ariete en las TMH

22.2.1. Golpe de ariete en las TH

Con este nombre de designan los fenómenos de elevación (*golpe de ariete positivo*) o disminución (*golpe de ariete negativo*) de la presión provocados por el cierre o apertura rápidos de la válvula general de admisión de una TH o del distribuidor Fink (TH de reacción) o del inyector (TH de acción). En el cierre de estos órganos, que designaremos en adelante abreviadamente con el nombre de válvula, puede producirse una elevación anormal de la presión en el conducto que precede al órgano de cierre o regulación, y un descenso anormal de la presión en el tubo de aspiración conectado después; mientras que en la apertura puede producirse el fenómeno contrario, a saber, descenso excesivo de la presión aguas arriba del

mencionado órgano, y elevación excesiva de la presión aguas abajo. Fundamentalmente la sobrepresión, positiva o negativa no es más que la reacción (fuerza de inercia) del agua contra los órganos que provocan su aceleración o deceleración.

Esta sobrepresión depende de los siguientes factores:

– longitud, diámetro, espesor y material de la tubería;
– velocidad del agua en dicha tubería, y característica de la variación de la misma en el proceso de regulación;
– tiempo o duración del cierre o apertura de los órganos de regulación.

De aquí se desprende la importancia del estudio del fenómeno del *golpe de ariete* para

– el proyecto de la longitud, diámetro, espesor y material de la tubería forzada;
– la selección del tiempo de cierre de los órganos de regulación, a fin de que no se produzca un golpe de ariete peligroso;
– el cálculo de resistencia de ciertos órganos de la TH;
– el proyecto del sistema electrohidráulico de regulación.

El estudio detallado de este tema altamente complejo requeriría mucha mayor extensión que la que podemos dedicarle en esta obra, y nos remitiremos al lector a la extensa bibliografía existente sobre el tema (1), contentándonos con aducir los resultados más importantes, que serán suficientes para el lector que suponemos ya iniciado en esta materia (2). En lo que sigue utilizamos la notación siguiente:

T_s – tiempo de cierre o apertura completa de la válvula u órganos de regulación;

t_x – tiempo de cierre o apertura parcial de los mismos;

t_r – tiempo empleado por la onda acústica en su propagación desde la válvula u órgano de regulación al embalse o a la cámara de equilibrio, reflejándose allí, y volviendo al punto de partida;

t_0 – tiempo total de cierre o apertura de los órganos de regulación desde una cierta posición inicial caracterizada por una velocidad de la tubería;

a – velocidad de propagación de la onda acústica;

ϵ – módulo de elasticidad de volumen del agua;

E – módulo de elasticidad del material;

(1) Véanse por ejemplo, L. ALLIEVI, *Teoría generale del moto perturbato dell'acqua nei tubi in pressione,* "Ann. Soc. Ing. Arch. Ital., Milán 1903; L. BERGERON, *Du coup de bélier en hydraulique au coup de foudre en électricité,* Dunod, Paris, 1949; CH. JAEGER, *Present trends in surge tank design,* "Proc. Inst. Mech. Eng. 168,2 (1954)"; J. PARMAKIAN, *Waterhammer Analysis,* Prentice Hall, New York, 1955.

(2) Véase C.M., MF, Cap. 15.

L, D, δ – longitud total, diámetro y espesor de la tubería forzada respectivamente;

V, v_0, v, v_x – velocidad del agua en la tubería: para la apertura plena, al comienzo y fin de la regulación y en una apertura parcial cualquiera respectivamente;

A, A_0, A_x – sección transversal al flujo para la apertura plena, al comienzo de la regulación y en una apertura parcial cualquiera;

$\zeta, \zeta_1, \zeta_2, ..., \zeta_{máx}$ – aumento relativo de presión en el cierre $\left(\frac{\Delta H}{H_0}\right.$; H_0 – presion en m c.a. al comienzo de la regulación) en un instante cualquiera, al fin de la primera, segunda fase..., o incremento máximo respectivamente;

σ, ρ – características adimensionales de la tubería forzada:

$$\sigma = \frac{L\,V}{g\,H_0\,T_s}\,; \qquad \rho = \frac{a\,V}{2\,g\,H_0}$$

τ_0, τ_x – grado de apertura de la válvula u órgano de regulación siendo

$$\tau_0 = \frac{A_0}{A} = \frac{v_0}{V}\,, \qquad \tau_x = \frac{A_x}{A} = \frac{v_x}{V}$$

$\eta, \eta_1, \eta_2, ..., \eta_{máx}$ – disminución de presión relativa en la apertura $\left(-\frac{\Delta H}{H_0}\right)$ en los mismos casos referidos en conexión con los valores de ζ.

La velocidad de propagación del sonido en el agua es 1425 m/s.

La velocidad de propagación del sonido en una tubería es menor, y depende del material, diámetro y espesor de la tubería, calculándose por la fórmula de Jukowski:

$$a = \frac{\sqrt{\epsilon/\rho}}{\sqrt{1 + \frac{\epsilon}{E}\frac{D}{\delta}}} \tag{22-1}$$

El módulo de elasticidad volumétrico ϵ del agua es 2000 MN/m^2.

El módulo de elasticidad del acero E es 200.000 MN/m^2 (diez veces mayor que el del hormigón).

El espesor de la tubería, según el material empleado, depende de la presión, y por tanto de la altura del salto; luego la velocidad de propagación de la onda acústica en la tubería es tanto mayor cuanto mayor es la altura del salto, oscilando generalmente entre 700 m/s (H = 50 m) y 1200 m/s (H = 500 m).

El tiempo de cierre de la tubería se suele escoger según la potencia de la T:

2 a 3 s (T pequeñas); 3 a 6 s (T medianas); 5 a 10 s (T grandes).

El valor admisible de ζ disminuye al aumentar la altura neta y oscila entre 0,70 para $H_0 < 40$ m y 0,20 aproximadamente para $H_0 > 100$ m.

Distinguiremos los casos siguientes:

1) *Golpe de ariete positivo* originado por el cierre de la válvula.

2) *Golpe de ariete negativo* originado por la apertura de la válvula.

En cada uno de los casos distinguiremos entre cierre rápido y lento. En el primero el tiempo de cierre T_s es igual o menor y en el segundo mayor que el tiempo t_r que necesita la onda acústica en propagarse por la tubería desde la válvula hasta el embalse o chimenea de equilibrio y volver a la válvula. Evidentemente

$$t_r = \frac{2\,L}{a}$$

Por tanto

– en el cierre rápido:

$$T_s \leqslant t_r = \frac{2\,L}{a}$$

– en el cierre lento:

$$T_s > t_r = \frac{2\,L}{a}$$

Golpe de ariete positivo (cierre de la válvula)

a) *Cierre rápido*

$$\Delta H = \frac{a\,(v_0 - v)}{g} \quad \text{cierre parcial}$$

$$\Delta H = \frac{a\,v_0}{g} \quad \text{cierre total}$$

$$\zeta = \frac{\Delta H}{H_0} = \frac{a\,v_0}{g\,H_0}$$

b) *Cierre lento* ($T_s > t_r$)

ΔH es menor que en el cierre rápido. Se simplifica el estudio si se supone que el cierre de la válvula sigue una ley lineal. Pueden ocurrir dos casos, para cuya distinción dividiremos el tiempo de cierre en dos fases cada una igual al tiempo $t_r = \frac{2\,L}{a}$. En el primer caso al final de la primera fase la elevación de la presión ζ_1 adquiere el valor máximo $\zeta_{máx}$, y durante el tiempo restante disminuye; en el segundo caso $\zeta_1 < \zeta_{máx}$, adquiriéndose este valor $\zeta_{máx}$ sólo al final de la regulación. Estos dos casos se representan en la Fig. 22-4. El valor de ζ_1 viene

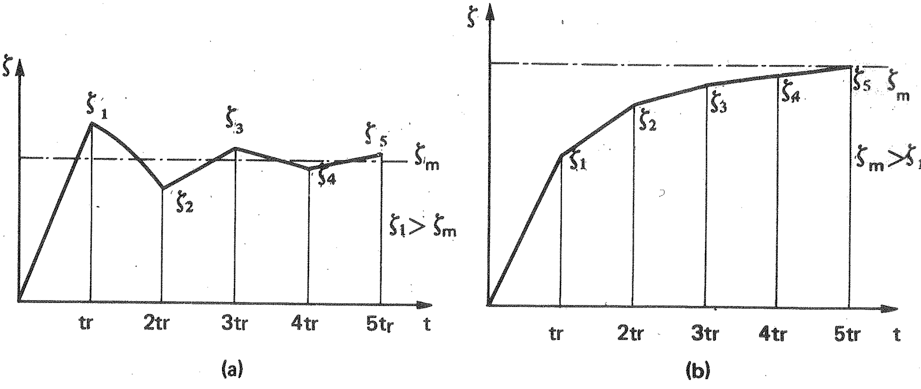


Fig. 22-4.–Variación de la presión en el golpe de ariete en función del tiempo de cierre (*cierre lento*).

dado por la siguiente ecuación

$$\frac{a\,v_0}{g\,H_0} - \zeta_1 = \left(\frac{a\,v_0}{g\,H_0} - \frac{2\,L\,V}{g\,H_0\,T_s}\right)\sqrt{1+\zeta_1}$$

o bien en forma adimensional, utilizando las variables adimensionales definidas anteriormente:

$$2\,\rho\,\tau_0 - \zeta_1 = (2\,\rho\,\tau_0 - 2\,\sigma)\,\sqrt{1+\zeta_1} \qquad (22\text{-}2)$$

Para valores pequeños de ζ_1 (del orden de $\zeta_1 < 0{,}5$), desarrollando en serie $\sqrt{1+\zeta_1} = 1 + 1/2\,\zeta_1 + \ldots$, y despreciando los restantes términos, se obtiene de la Ec. (22-2) la ecuación siguiente:

$$\zeta_1 = \frac{2\,\sigma}{1 + \rho\,\tau - \sigma} \qquad (22\text{-}3)$$

Por otra parte el valor máximo de la presión relativa vendrá dado por la ecuación

$$\zeta_{máx} = \frac{L\,V}{g\,H_0}\,\sqrt{1+\zeta_{máx}}$$

o bien

$$\zeta_{máx} = \frac{\sigma}{2}\,(\sqrt{\sigma^2 + 4} + \sigma)$$

o aproximadamente, desarrollando en serie $\sqrt{1+\zeta_{máx}}$ y haciendo $\sqrt{1+\zeta_{máx}} \simeq$ $\simeq 1 + \frac{1}{2}\,\zeta_{máx}$, se obtiene:

$$\zeta_{máx} = \frac{2\,\sigma}{2 - \sigma} \qquad (22\text{-}4)$$

De la comparación de las Ecs. (22-3) y (22-4) se deduce que

$$\zeta_1 = \zeta_{máx} \qquad \text{para } \rho\ \tau_0 = 1$$

$$\zeta_1 > \zeta_{máx} \qquad \text{en los restantes casos.}$$

El valor máximo ζ_1 se obtiene cuando la válvula queda cerrada totalmente en el tiempo $t_r = \frac{2\,L}{a}$, o sea en la primera fase. Este es el caso del cierre rápido estudiado anteriormente; entonces

$$\tau_0 = \frac{t_r}{T_s} = \frac{2\,L}{a\,T_s} = \frac{\sigma}{\rho}$$

y

$$\zeta_{1\,máx} = \frac{a\,v_0}{g\,H_0} = \frac{2\,L\,V}{g\,H_0\,T_s} = 2\,\sigma = 2\,\rho\,\tau_0$$

donde

$$\tau_0 = \frac{t_0}{T_s} = \frac{v_0}{V}$$

De lo dicho se desprende que en cargas pequeñas pueden ocurrir incrementos de presión mayores que en cargas grandes. Por eso los cálculos suelen realizarse para cargas diversas, escogiendo como presión de trabajo la más desfavorable, o sea la más elevada.

Detengámonos ahora en la disminución de la presión (onda de presión negativa) en el tubo de aspiración que provoca el cierre de la válvula. El vacío total en el tubo de aspiración será:

$$H_{v.t.a.} = H_s + \eta_{t.a}\,\frac{c_3^2}{2g} + \Delta\,H_{g.a} \qquad (22\text{-}5)$$

donde H_s — altura de suspensión

$\eta_{t.a}$ — rendimiento del tubo de aspiración

$\Delta\,H_{g.a}$ — vacío producido por el golpe de ariete.

El valor máximo de $c_3^2/2g$ coincide con el comienzo del cierre, y no coincide con el máximo de $\Delta\,H_{g.a}$, por lo cual el vacío real, que no debería exceder los 8-9 m c.a. es menor que el dado por la Ec. (22-5). Para proteger la T contra los efectos de la onda de retroceso en el tubo de aspiración se utiliza una válvula aliviadora. En la Fig. 22-5 puede verse una de estas válvulas instaladas en una TF.

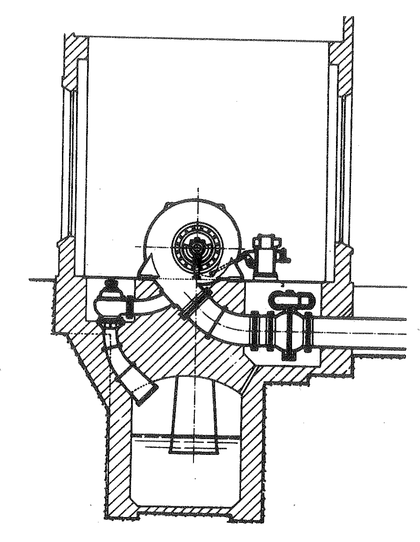


Fig. 22-5.—TF prevista de *orificio compensador* para protección contra el golpe de ariete. (Dibujo de la firma Vevey, Suiza).

Golpe de ariete negativo (apertura de la válvula)

a) *Cierre rápido*

Apertura parcial (inicialmente $\tau = 0$). El valor de $\eta = -\frac{\Delta\,H}{H}$ viene dado por la ecuación:

$$\eta = \frac{a\,V}{g\,H_0}\,\sqrt{1 - \eta}$$

Apertura total (estado final $\tau = 1$). En este caso el valor de η es máximo, y viene dado por la ecuación:

$$\eta_{máx} = \frac{a\,V}{g\,H_0}\,\sqrt{1 - \eta_{máx}} = 2\,\rho\,\sqrt{1 - \eta_{máx}}$$

El límite superior de $\eta_{máx}$ es 1; porque para $\eta_{máx} = 1$, $\rho = \infty$

b) *Cierre lento*

Válvula en el estado inicial totalmente cerrada ($\tau_0 = 0$). El valor de $\eta_1 = \eta_{máx}$ se deducirá de la ecuación

$$\eta_1 = \frac{2\,L\,V}{g\,H_0\,T_s}\,\sqrt{1 - \eta_1} = 2\,\sigma\,\sqrt{1 - \eta_1}$$

o sea

$$\eta_1 \simeq \frac{2\,\sigma}{1+\sigma}$$

Válvula en el estado inicial parcialmente abierta ($\tau_0 \neq 1$). En este caso η_1 puede ser menor o igual que $\eta_{máx}$. En todo caso el valor de η_1 se deberá deducir de la ecuación

$$\tau_1\,\sqrt{1-\eta_1} = \tau_0 + \frac{\eta_1}{2\,\rho}$$

donde

$$\tau_1 = \tau_0 + \frac{t_r}{T_s}$$

y aproximadamente

$$\eta_1 \simeq \frac{2\,\sigma}{1+\rho\,\tau_0+\sigma}$$

mientras que el valor máximo se deduce de

$$\eta_{máx} = \frac{L\,V}{g\,H_0\,T_s}\,\sqrt{1-\eta_{máx}} = \sigma\,\sqrt{1-\eta_{máx}}$$

y aproximadamente

$$\eta_{máx} \simeq \frac{2\,\sigma}{2+\sigma}$$

En la práctica los cálculos son más complicados porque la tubería forzada está compuesta de elementos de diámetro y espesor variable, y a veces de material también variable, y la cámara espiral y el tubo de aspiración tienen sección transversal variable dictada por el diseño de la T. Es decir la velocidad del agua V y la de la onda acústica a es variable a lo largo del conducto. Para calcular la elevación (o disminución) de la presión teniendo en cuenta los factores enumerados, se recurre a métodos aproximados, cuyo estudio dejamos a la bibliografía especializada.

22.2.2. Golpe de ariete en las B

En una B la tubería de impulsión, la válvula de estrangulamiento V la tubería de aspiración constituyen un sistema análogo al de la tubería forzada, válvula de admisión y tubo de aspiración respectivamente de una T. Por lo tanto, sobre todo en la puesta en marcha y parada de la B, y en los cambios de régimen, es decir siempre que la válvula de estrangulamiento (o la válvula de retención y de pie) se abra o se cierre podrán producirse sobrepresiones (positivas o negativas) anormales. La energía elástica acumulada en la B en la compresión del líquido o en la expansión de las paredes de la tubería, interaccionando con la energía cinética del líquido que se destruye (cerrado de la válvula) o se crea (apertura), puede originar fenómenos violentos, cuyas causas es preciso estudiar, para proteger a la B y la instalación contra ellos, y estudiar el procedimiento a seguir en la puesta y marcha y parada de la B para evitar el *golpe de ariete*. Todo lo dicho respecto a las T es, pues, aplicable a las B, y sólo necesitaremos detenernos en las peculiaridades de estas últimas.

Aunque el fenómeno del golpe de ariete es esencialmente un fenómeno de *régimen transitorio* y las curvas características de las B son curvas experimentales obtenidas en los bancos de ensayo en condiciones de régimen permanente, la experiencia confirma la suposición de que las curvas características conservan su validez en el primer caso. Ellas ayudarán a esclarecer estos fenómenos.

Golpe de ariete en el arranque de una B

a) *B centrífugas*

Las *B centrífugas* se deben arrancar con la válvula de impulsión totalmente cerrada; a continuación se abre ésta lentamente. Con ello se evita el riesgo de cargar excesivamente el motor de arranque, ya que en estas B la curva $P_a = f\,(Q)$ tiene su mínimo valor para $Q = 0$. Tampoco existe peligro de sobrepresión, porque la curva $H = f\,(Q)$ tiene para $Q = 0$ un valor que puede o no coincidir con $H_{máx}$; pero en todo caso no excesivo. Al abrir la válvula lentamente la onda de presión, que se origina al ponerse el líquido situado detrás de la válvula en movimiento es imperceptible.

Si por el contrario se abre la válvula totalmente y se impulsa el líquido en el arranque contra la válvula de retención, al abrirse ésta, y ponerse el líquido en movimiento, la onda de presión puede ser excesiva, sobre todo si el par impartido por el motor es grande.

b) *B axiales*

Las *B axiales* se deben arrancar con la válvula de impulsión totalmente abierta. Con esta medida se evita la sobrecarga del motor, porque estas B para $Q = 0$ absorben la potencia máxima. Aunque la presión, lo mismo que en las B centrífugas nunca puede exceder el valor máximo para $Q = 0$; pero mientras que en las B centrífugas el valor de $H = 0$ no es muy superior al valor máximo, en las B axiales es a veces 3 veces mayor que en el punto nominal o de diseño (compárense las Figs. 18-30, a', b' con la 18-30, c').

En el arranque de las B axiales, aún con la válvula de impulsión totalmente abierta, si la tubería de impulsión es larga, puede originarse una onda de presión peligrosa. Para evitarlo se puede recurrir a dos procedimientos: a) escalonar la velocidad en el arranque con una transmisión de engranajes; b) instalar una válvula de seguridad como en la Fig. 22-11,a . En general se prefiere el segundo medio, que es más sencillo y económico. Con esta válvula no se pretende proteger la B y la tubería, porque la presión en valor absoluto no es nunca excesiva, sino proteger el motor.

Golpe de ariete en la parada de una B

Para evitar el golpe de ariete en la parada de una B se recomienda uno de los procedimientos siguientes: 1) cerrar lentamente la válvula de impulsión hasta que toda la columna de líquido ha quedado inmovilizada, y sólo entonces parar el motor; o bien si es posible 2) reducir gradualmente la velocidad del motor hasta pararlo por completo.

Si no se sigue este procedimiento, o si el motor se para automáticamente, a causa, por ejemplo, de un fallo de la corriente, la deceleración será mayor o menor según el momento de inercia del rotor, y según las características hidráulicas de la B. Para hallar la deceleración puede aplicarse la fórmula siguiente:

$$a = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{g}{2\pi} \frac{Q \rho H}{\eta_{tot}\, n\, I_p}$$

donde I_p — momento polar de inercia del rotor (eje, B y motor)

Q, H, n, η_{tot} — valores del caudal, altura efectiva, número de revoluciones y rendimiento total de la B en el intervalo de tiempo considerado.

Con ayuda de esta fórmula, y utilizando el método de las aproximaciones sucesivas, puede trazarse la curva de la onda de presión con la aproximación que se desee, eligiendo intervalos de tiempo convenientes. Esta curva puede presentar,

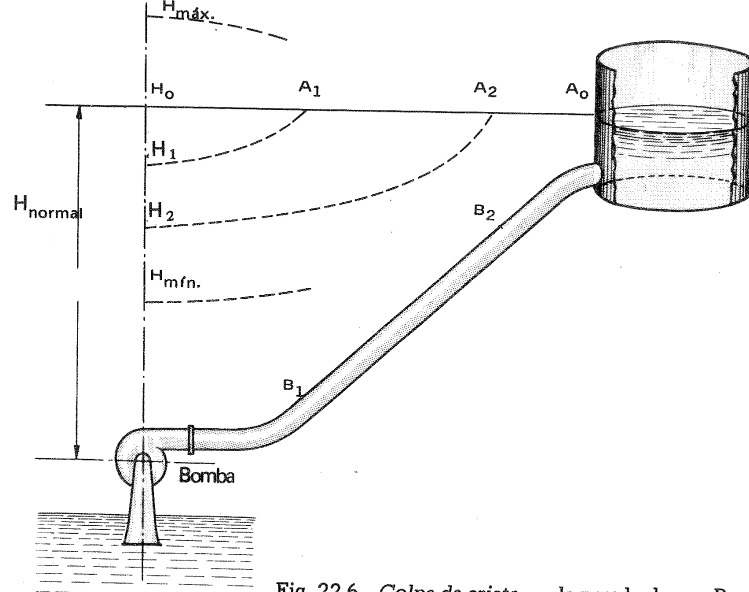


Fig. 22-6.—*Golpe de ariete*, en la parada de una B centrífuga.

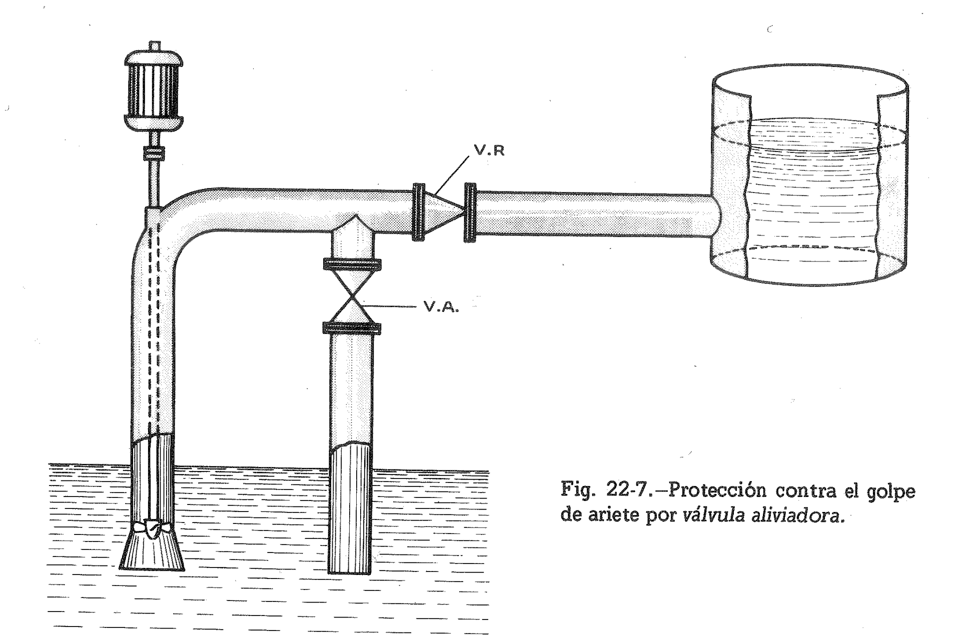


Fig. 22-7.—Protección contra el golpe de ariete por *válvula aliviadora.*

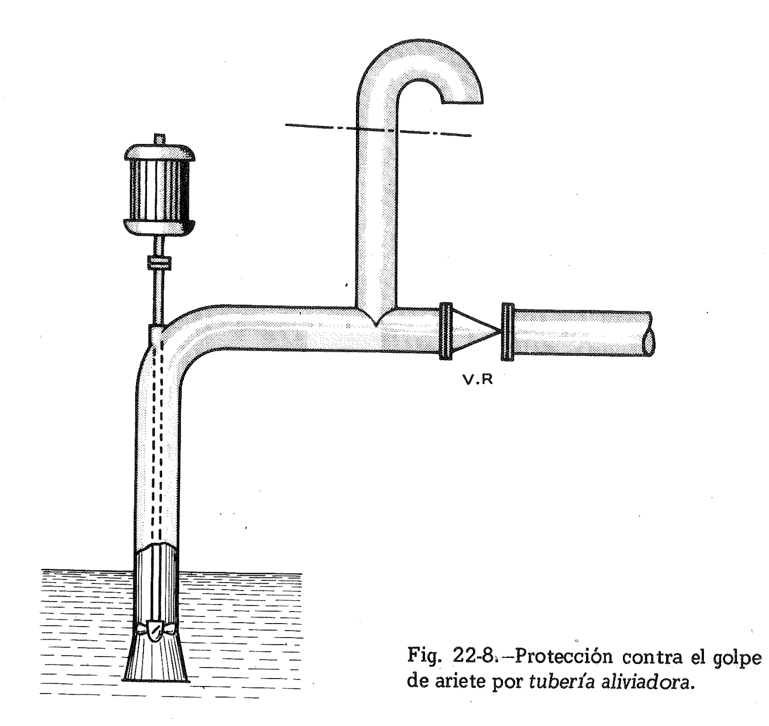


Fig. 22-8.—Protección contra el golpe de ariete por *tubería aliviadora.*

como en las T, cualquiera de las formas de la Fig. 22-4. Generalmente son especialmente peligrosas la primera onda de presión negativa y la segunda positiva.

¡Los fenómenos que tienen lugar en la B y en la tubería pueden explicarse con ayuda de la Fig. 22-6.

Al no suministrar energía al motor, éste comienza a decelerarse hasta que se para en seguida en uno, dos o pocos segundos. Mientras que la presión en la brida de impulsión disminuye desde H_0 hasta un valor mínimo $H_{mín}$, adquiriendo el valor que le corresponde en cada instante de acuerdo con las curvas $Q = f(H)$ correspondientes a cada velocidad del motor que se va decelerando. Esta disminución de la presión se transmite por la tubería al fluído que por ella circula; pero no instantáneamente, sino con una velocidad que depende de la elasticidad del fluído y de la tubería [Ec. (22-1)]. En la Fig. 22-6 la curva $H_0 A_0$ representa la distribución inicial de presiones (sería posible también utilizar la variable adimensional ζ como en las T) en la tubería en régimen permanente; si se desprecian las pérdidas en la tubería, como se ha hecho en la figura, dicha curva es una recta horizontal. Las curvas $H_1 - A_1$, $H_2 - A_2$... muestran las mismas curvas cuando la perturbación se ha propagado por la tubería hasta los puntos B_1, B_2... Cuando la onda se refleja en el depósito superior y retrocede, la presión empieza a aumentar y así sucesivamente, hasta que la energía se disipa en el líquido y la tubería y el sistema queda en equilibrio. Generalmente la sobrepresión es más peligrosa si el sistema está dotado de válvula de retención, sobre todo si la válvula de retención es la válvula de pie que estará sometida en el momento de la sobrepresión a la presión estática de toda la columna líquida. La válvula de retroceso que suele colocarse en la impulsión evita el que en la parada el líquido retroceda y la B funcione como T; pero generalmente la sobrepresión es más intensa en este caso.

Dispositivos para reducir el golpe de ariete

En los esquemas de las Figs. 22-7 a 22-12 pueden verse algunos de los dispositivos corrientemente empleados:

1) *Válvula aliviadora* (Fig. 22-7). Se instala en derivación con la tubería de impulsión, se abre manualmente y se cierra lentamente después del arranque;

2) *Tubería de descarga* (Fig. 22-8). Este sistema es sencillo y funciona automáticamente. En el arranque la presión no adquiere un valor excesivo gracias a que, al elevarse ésta, el líquido fluye por la tubería aliviadora. Cuando la presión adquiere el valor normal deja de derramarse el líquido.

3) *Instalación de la B en carga y con salida al depósito aireada* (Fig. 22-9). Esta instalación es extraordinariamente sencilla y se presta para arranque y parada totalmente automáticos, sin peligro de la sobrepresión creada por la válvula la retención y válvula de pie, que se han eliminado. La B permenece siempre en carga y no necesita por tanto ser cebada en el arranque. Al pararse la B se vacía automáticamente la tubería, y cesa al instante el flujo, porque la salida de la tubería de impulsión queda siempre por encima del nivel superior del líquido. La energía

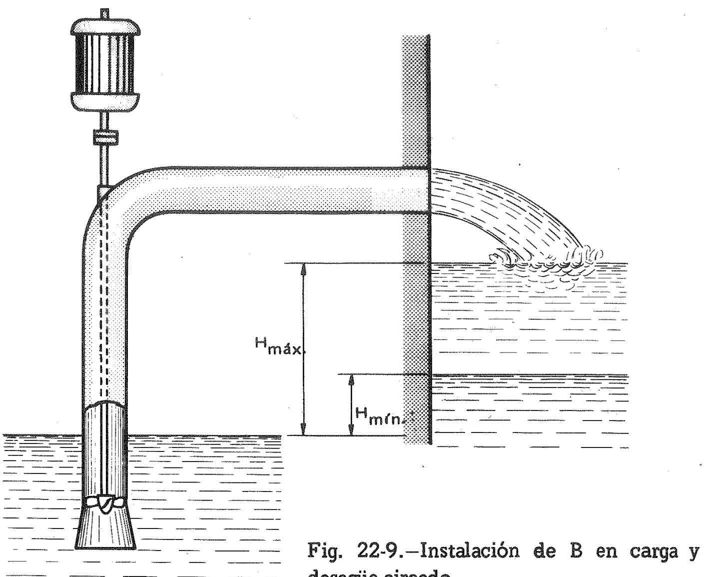


Fig. 22-9.—Instalación de B en carga y con desagüe aireado.

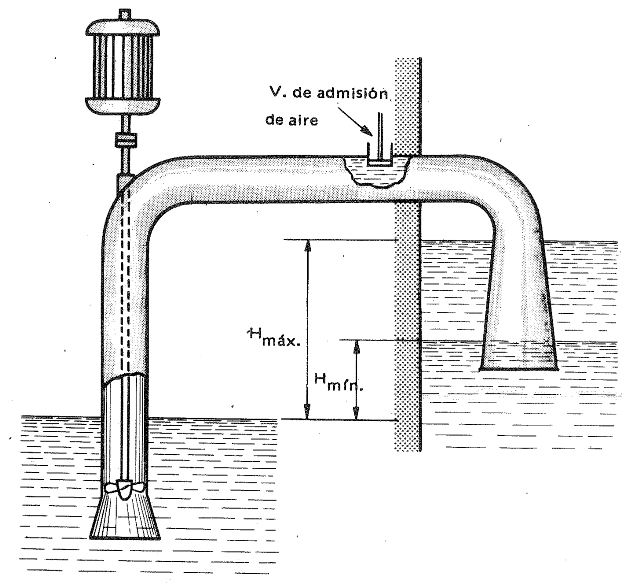


Fig. 22-10.—Protección contra el golpe de ariete por *válvula de admisión de aire.*

perdida en la salida, sin embargo, puede ser relativamente muy grande, lo que en muchos casos aconsejará utilizar otro esquema.

4) *Instalación de B en carga, con salida al depósito sumergida y con válvula de admisión de aire* (Fig. 22-10). En este sistema no se pierde energía gravitatoria del fluído, al quedar la salida sumergida; se reduce además la pérdida de energía cinética con el difusor de salida; y se evita el reflujo del agua con la válvula de admisión de aire, que se abre automáticamente en la parada de la B, destruyendo el vacío e interrumpiendo el flujo. Los cuatro sistemas hasta ahora mencionados se pueden emplear en instalaciones de bombeo de pequeña altura.

5) *Cámara de aire* (Fig. 22-11). Se debe instalar lo más cerca posible de la B. Es más eficiente en la parada de la B. El aire a presión provoca un flujo suplementario de agua en la tubería que evita la depresión en la misma. En el arranque el aire se comprime con la sobrepresión, y pueden originarse en la cámara misma perturbaciones de baja frecuencia, tanto mayores cuanto menor sea el volumen de aire contenido en el recipiente, que se amortiguan con la válvula amortiguadora, que figura también en el esquema.

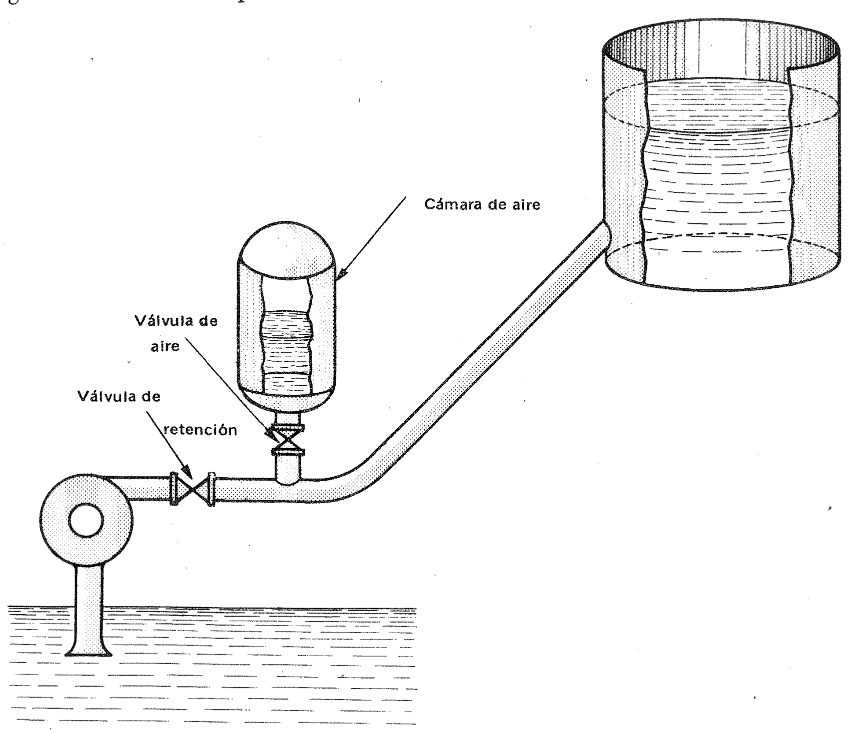


Fig. 22-11.–Protección contra el *golpe de ariete* con válvula amortiguadora y cámara de aire.

6) *Chimenea o cámara de equilibrio* (Fig. 22-12). Estructura cilíndrica abierta por la parte superior, en la cual el nivel del agua puede oscilar libremente en contacto con la atmósfera. Desempeña el mismo papel y se comporta análogamente al recipiente de la Fig. 22-11 en las sobrepresiones positivas y negativas, aminorando el golpe de ariete tanto en el arranque como en la parada de la B.

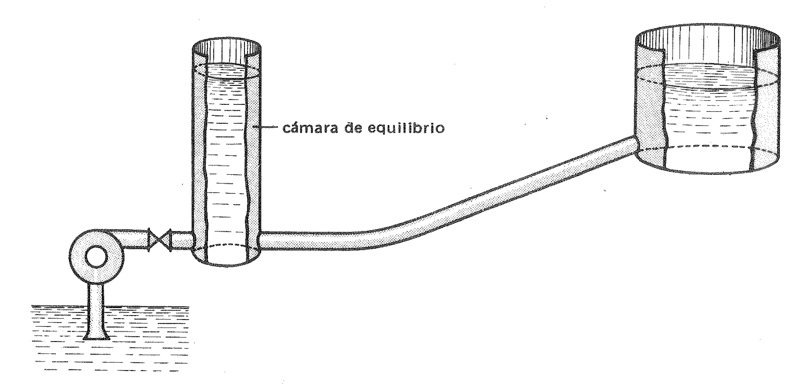


Fig. 22-12.–Protección contra el golpe de ariete por cámara o *chimenea de equilibrio*.

El estudio de cada sistema dictará en cada caso las medidas a adoptar. Así, por ejemplo, en las modernas instalaciones de B de pozo profundo a veces hará falta dimensionar el pozo más ampliamente para aminorar las oscilaciones que en el arranque de la B pueden producirse en el nivel del agua en el pozo e interferir con su funcionamiento, si el arranque y la parada se producen por un interruptor de nivel (*hidronivel*). También se utiliza frecuentemente un volante, que aumenta la inercia del rotor y disminuye la aceleración positiva o negativa del grupo, aminorando el efecto arriba indicado en relación con la Fig. 22-6.

22.3. Bombeo

El fenómeno de bombeo es característico de todas las TMG. En los TC ha sido ya estudiado en el volumen de nuestra obra consagrado a las turbomáquinas térmicas (1). En las TMH puede presentar características más violentas en las B; en los V, en donde la violencia del fenómeno se aminora a causa de las menores presiones existentes, puede conducir a anomalías y perturbaciones que es preciso conocer, para poder evitar.

La característica H-Q de una B puede ser de dos tipos: en el primero (Fig. 22-13,a) la curva H-Q es relativamente plana y la curva P_a-Q es una curva *con sobrecarga;* es decir, la potencia absorbida aumenta considerablemente más allá del punto de funcionamiento: esta característica se denomina *estable*. En el

(1) Véase C.M., TMT, Págs. 469,864 y 884.

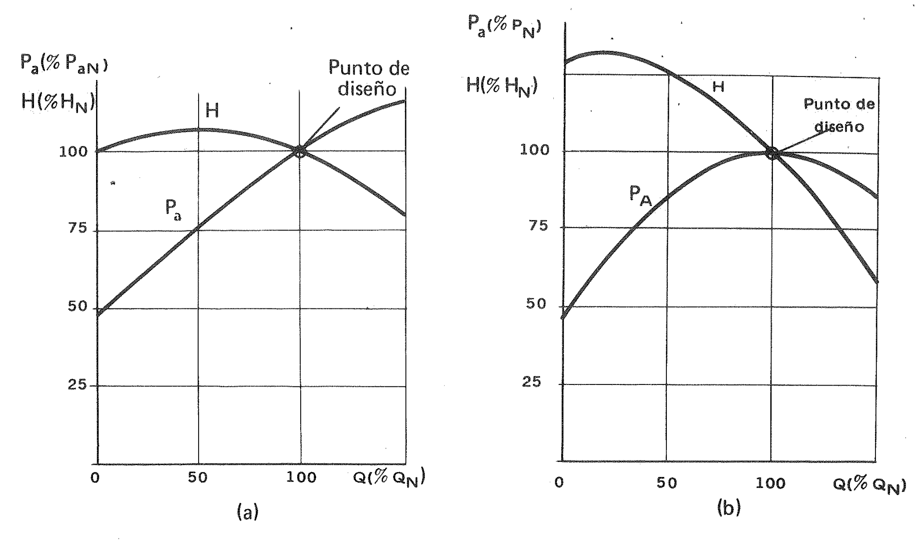
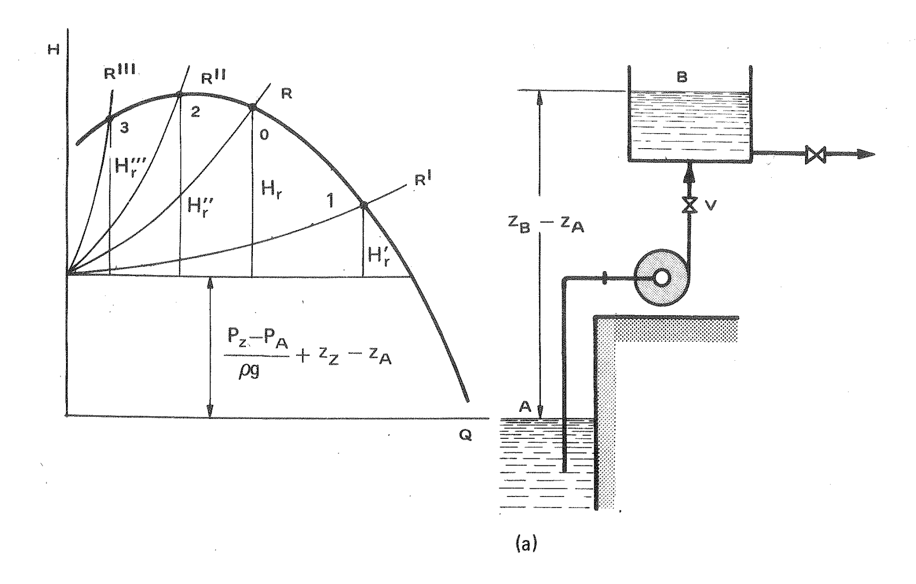


Fig. 22-13.—Características de B centrífugas: a) *estable;* b) *inestable.*

segundo (Fig. 22-13,b) la pendiente de la curva H-Q es relativamente grande, y la curva P_a-Q es una curva *sin sobrecarga,*ya que $P_{a\,máx}$ no se diferencia mucho del valor de P_a en el punto nominal: esta característica se denomina *inestable;*la rama ascendente de la curva se denomina *rama inestable* y la descendente *rama estable.* El máximo de la curva es el punto divisorio de ambas ramas.

Una B con una característica inestable, como la de la Fig. 22-14, no siempre sino en condiciones determinadas de servicio, trabajará con inestabilidad. Según la Ec. (4-17) (3.ª expresión de la altura efectiva) la altura efectiva se compone de un término estático $H_{est} = \dfrac{p_Z - p_A}{\rho g} + z_Z - z_A$ y un término dinámico $H_r = H_{rA\text{-}E} + H_{rS\text{-}Z}$, que es función de Q. En la Fig. 22-14,a la bomba está acoplada a una red en la que supondremos que $H_{est} \simeq$ cte. El caudal de la B se regula según las necesidades de servicio mediante la válvula V; pero el nivel del depósito superior no varía sensiblemente. Con la válvula V casi abierta la B funciona en el punto de diseño (intersección de la característica de la red R con la de la B) punto 0. Si se abre totalmente la válvula aumenta el caudal y disminuye la resistencia de la red (característica de la red R′). Así mismo la B puede funcionar al disminuir el caudal en todos los puntos 2, 3, ... de la característica de la B *sin perturbación alguna.*

La red de la Fig. 22-14,b tiene un *elemento elástico,* que implica siempre, como vamos a ver, el peligro de funcionamiento inestable. El elemento elástico en el caso de la figura es el depósito superior cuyo nivel no es constante, como en el caso anterior, sino variable. Otras veces el elemento elástico será, por



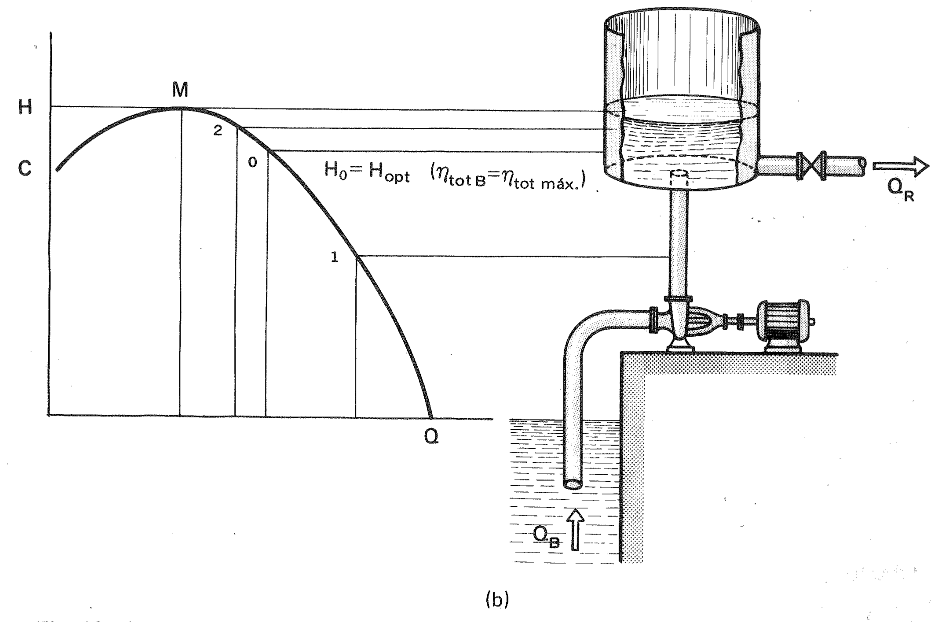


Fig. 22-14.—Funcionamiento de una B con *característica inestable:* a) sin problema; b) con problema (red con elemento elástico).

ejemplo, una caldera, cuya presión varía, y a la cual llega la impulsión de la B. Para simplificar supondremos que en este caso la resistencia de la tubería (sin válvulas, tuberías de gran diámetro, etc...) es despreciable. El caudal de la bomba Q_B no tiene por qué coincidir con el caudal de la red, Q_R. Sin embargo, cuando $Q_R = Q_B$ el sistema está en equilibrio. Supongamos que inicialmente el sistema está en equilibrio, cuando el nivel del depósito $H_{est} = H_{opt}$. Si Q_R aumenta H_{est} disminuye, hasta que de nuevo $Q_B = Q_R$, y se obtiene otro nuevo equilibrio, por ejemplo, en el punto 1. Si $Q_R < Q_{B\,opt}$ el nivel del depósito aumenta y se obtiene un nuevo equilibrio en el punto 2. También en el punto M correspondiente al máximo de la curva característica es posible el equilibrio; pero si el caudal Q_R sigue disminuyendo, el nivel del depósito aumenta por encima de $H_{máx}$. En este caso el caudal en la B retrocede (la B funciona como freno porque su sentido de giro no varía). El fenómeno en detalle puede seguirse por medio de la Fig. 22-15 en el momento en que el desnivel es superior a H_M la bomba deja de impulsar, es decir funciona en el punto C. Pero siendo el desnivel mayor que H_C la B funciona en la rama negativa de Q, disminuyendo el desnivel con lo que el caudal negativo –Q disminuye. Al llegar al punto B la presión aumenta y pasa a la rama positiva AM, de manera que el depósito vuelve a llenarse y el fenómeno se repite.

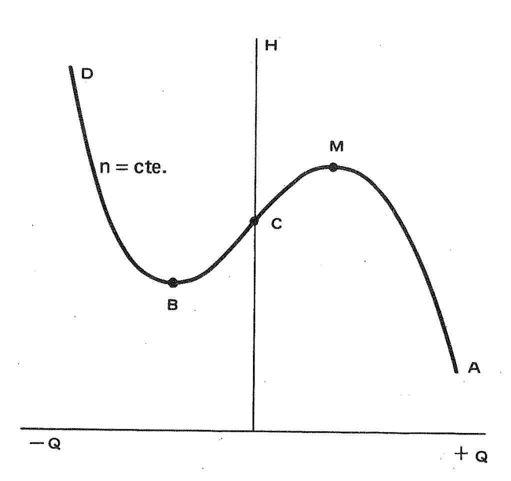


Fig. 22-15.–Curva característica de una B en régimen de bombeo y frenado.

A este fenómeno de funcionamiento inestable se conoce en la técnica con el nombre de *fenómeno de bombeo*.

Si la curva característica de la B de alimentación de una caldera de vapor es inestable, como lo demuestra la Fig. 22-16, y el caudal de vapor extraído de la caldera disminuye, aumentará la presión y disminuirá el caudal, siempre que el punto de desplazamiento se desplace por la rama ascendente de la curva, y si el caudal de la B coincide con el caudal extraído podrá haber un nuevo estado de equilibrio, en la rama estable. Si el caudal disminuye de manera que $Q < Q_M$ (Q_M – caudal correspondiente al máximo de la curva) la presión en la caldera aumentará, y siendo ya mayor que la presión que puede proporcionar la B se iniciará el fenómeno de bombeo, y el funcionamiento en la rama inestable se hará imposible. La analogía con el caso anterior es manifiesta.

La Fig. 22-17 muestra que si se tiene en cuenta el término dinámico, es decir, si no se desprecian las pérdidas la zona de inestabilidad se reduce, lo que ofrece un medio sencillo de amortiguar el bombeo mediante la instalación de una válvula estranguladora.

El fenómeno de bombeo no se produce:

a) cuando la característica de la red no corta en ningún caso a la característica de la B, aunque ésta tenga una rama inestable, en más de un punto. Esto se verifica siempre que el término estático de la altura manométrica exigida por la red se mantiene inferior a la altura manométrica para $Q = 0$, como puede verse en la Fig. 22-18.

Fig. 22-16.–Funcionamiento estable e inestable (bombeo) de una B de alimentación de calderas con *rama inestable*.

b) Cuando la característica de la B es estable, es decir cuando la $H_{máx}$ tiene lugar para $Q = 0$. La misma característica ideal de la Fig. 18-21 muestra que esto se verifica cuando el ángulo de salida de los álabes $\beta_2 < 0$ (álabes curvados hacia atrás). Otros factores que intervienen en la forma de la característica además de un ángulo β_2 pequeño son: reducido número de álabes, etc...

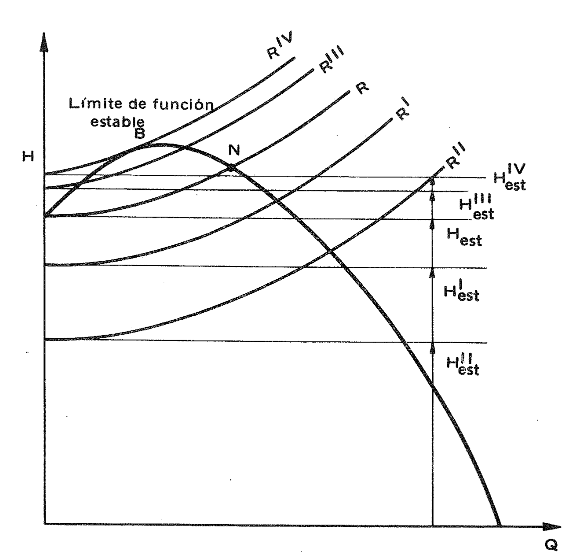


Fig. 22-17.–La pérdida de carga en la tubería de impulsión *amplía* la gama estable de funcionamiento de la B. (N – punto de funcionamiento nominal).

Mientras que en los TC el elemento elástico siempre existe gracias a la compresibilidad del fluído, por lo cual son más sensibles al bombeo que las B (además la rama inestable suele ser más larga en ellos, a causa de que los ángulos β_2 suelen ser mayores); en los V, donde esta compresibilidad es despreciable, el fenómeno de bombeo es menos violento, ya que en todo caso las presiones son muy pequeñas. Sin embargo, en los V

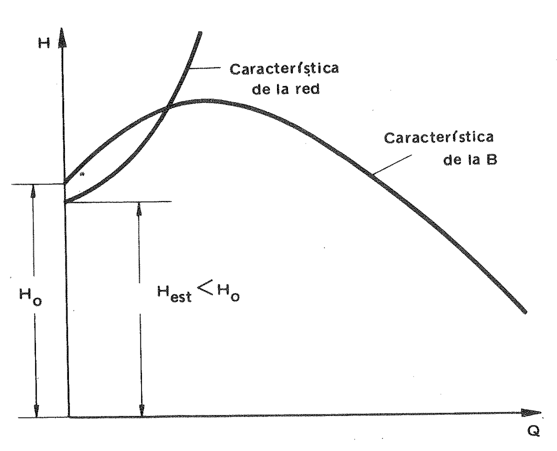


Fig. 22-18.- Condición de *estabilidad* $H_{est} < H_0$

de alta presión ($\Delta p_{tot} > 300$ mm c.a.) si el punto de funcionamiento se encuentra en la rama inestable de su característica, se observa una oscilación pulsatoria de la presión. La frecuencia de estas oscilaciones es de ordinario elevada, y no influye prácticamente en el caudal proporcionado por el V, pero puede originar un ruido molesto. Si la resistencia de la red es grande la zona de trabajo del V caerá en la zona de bombeo, y entonces se recomienda el uso de V con álabes curvados hacia atrás, donde este fenómeno en los V o no existe, o es apenas imperceptible.

El fenómeno de bombeo e inestabilidad de funcionamiento puede presentarse tanto en las B como en los V en funcionamiento en paralelo. En las Figs. 22-19 y 22-20 se estudian dos casos de *funcionamiento en paralelo* de dos V. En los dos casos supondremos que los dos V que integran el grupo son exactamente iguales y giran a la misma velocidad, y tienen por tanto la misma curva característica

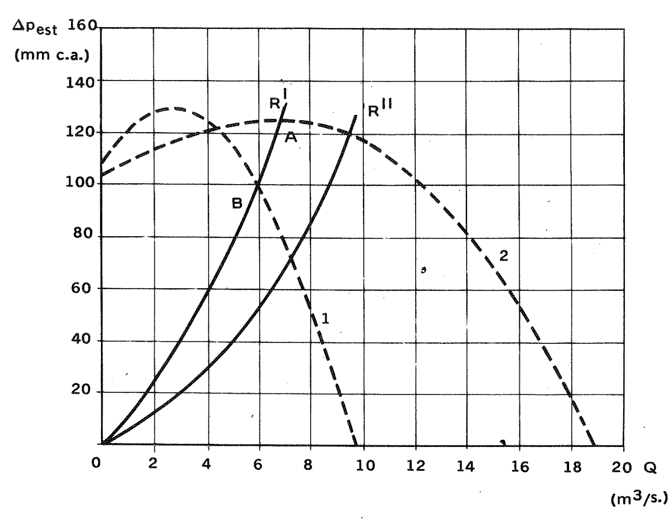


Fig. 22-19.—Funcionamiento en paralelo de dos V con rama inestable en su característica.

(como característica se tomará en este caso la presión estática del V en función del caudal). La curva 1 en una y otra figura es la característica de un V solo: se advertirá que en ambas figuras las características presentan una rama inestable. En ambas figuras las curvas 2 constituyen las características combinadas de ambos V, obtenidas como se explicó en la Sec. 20.4, y las curvas R', R'', ... son diversas características de la red, a que puede estar acoplado el grupo. En la red R' el punto de funcionamiento es el punto A, donde se cortan las curvas R' y 2. Sin embargo, un V funcionando sólo en esta red trabaja en el punto B, cuya presión puede llegar a ser superior a la presión a caudal O. Si esto sucediera y suponemos que el segundo V estuviera girando con la impulsión cerrada, y ésta se abriera, el V no puede empezar a impulsar aire, y pueden surgir dificultades en el funcionamiento adecuado del grupo.

En la Fig. 22-20 dada la forma de la característica de un V puede suceder que según la característica de la red cada uno de los V funcione en un punto distinto de la característica, funcionando uno de ellos en la rama inestable. En este caso el grupo funcionará con bajo rendimiento, mucho ruido y con carga desigual en los dos motores de accionamiento. En estos casos se deberá alterar la red, si es posible, o de lo contrario recurrir a otro tipo de V.

También cuando dos BH idénticas funcionan en paralelo puede suceder que las dos BH no funcionen equilibradamente, sino que se origine un bombeo pulsatorio

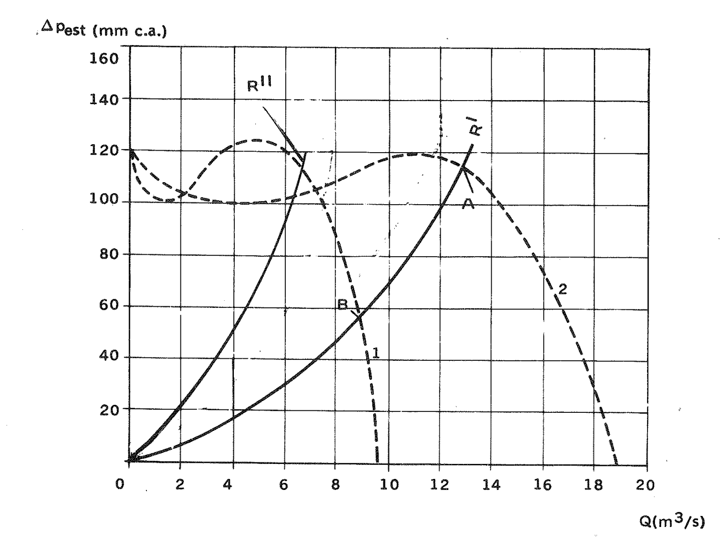


Fig. 22-20.—Estabilidad del funcionamiento en paralelo de dos V según la característica de la red y del V.

violento, participando unas veces una BH y otras veces la otra en gran parte de la carga, vibrando simultáneamente todo el sistema (tubería, válvula, etc...). A veces basta estrangular ligeramente la impulsión de una de las BH para evitar por completo estas pulsaciones.

22.4. Investigación de averías en las B

Las TH no presentan problemas importantes en la puesta en marcha, explotación y parada, y son máquinas de gran duración. Por ello se prestan a la explotación totalmente automática más que cualquier otro motor, y si esta explotación es adecuada pueden funcionar 15 ó 20 años seguidos sin ser sometidas a una revisión. Se han de seguir estrictamente las instrucciones del fabricante particularmente en lo referente al sistema de lubricación de los cojinetes. El control de marcha (temperatura de cojinetes, vibraciones, etc... se realiza siempre automáticamente en las grandes instalaciones; así como la parada automática del grupo, en caso de avería o anomalía importante (excesiva temperatura del cojinete, por ejemplo). Por el contrario el entretenimiento de los grupos de bombeo y ventilación requiere una atención y entretenimiento a veces poco especificado, sobre todo en los grupos de potencia no muy elevada. Por ello en esta sección nos ocuparemos exclusivamente de las B y V.

Gran número de las averías y daños por ellas ocasionados en las B pueden evitarse si se siguen las rutinas de puesta en marcha, parada, entretenimiento y revisiones indicadas por el fabricante de las mismas. Esto es especialmente importante en grupos de bombeo de gran potencia, de gran presión o por cualquier otro motivo de características peculiares. Si bien estas instrucciones particulares pertenecen al fabricante de cada B juzgamos interesante reunir aquí algunas anomalías más frecuentes y sus posibles remedios. Las precauciones en la instalación, puesta en marcha y parada para evitar el bombeo, golpe de ariete y cavitación han sido indicadas en los respectivos lugares.

1) *Anomalías en la succión*

Las B en su funcionamiento (sobre todo las B centrífugas de pequeño tamaño), y también en su duración (posibilidad de cavitación) son sumamente sensibles a la correcta instalación y funcionamiento de todo el sistema de succión. Supongamos que la B desde el punto de vista de succión está bien elegida, bien instalada (pérdida de carga no excesiva en la succión, etc...) y que ha sido cuidadosamente cebada antes de arrancarse (es decir procurando que el aire en el interior de la B pueda escapar por el grifo de purga; si la B se ha descebado conviene hacerla girar a mano durante el subsiguiente cebado para ayudar al aire acumulado en el rodete a escapar de la B). En estas circunstancias, si sucede que la B arranca bien y después de un cierto tiempo deja de funcionar se deberá a que entra aire en el sistema. Aunque el flujo mismo no es normalmente visible al funcionamiento de la B puede detectarse por el descenso rápido de la lectura del manómetro en la impulsión, del amperímetro, etc... En efecto, el control de la B se hace por medio de dos manómetros colocados en la succión y en la impulsión y por un caudalímetro, que puede ser un diafragma, un venturi, o un caudalímetro de tipo turbina, instalado a veces en el colector en el que confluyen las impulsiones de varias B; la potencia se controla por medio de amperímetros, voltímetros y a veces de watímetros. Otras veces la admisión de aire en la B es tal que ésta ni siquiera conseguirá arrancar.

Remedios:

a) Las juntas en la brida de succión deben ser *juntas herméticas.*

b) *Alejar la succión* de donde existen remolinos creados, por ejemplo, por una descarga cercana tumultuosa de líquido, lo cual facilita la entrada de aire en la B.

c) Mantener una *sumergencia razonable* de la tubería de succión para evitar la entrada de aire.

2) *Anomalías en las características de funcionamiento*

a) La B no da ni H ni Q aunque gira a su n de régimen. Esto se debe probablemente a defecto en la succión, y se corrige según lo dicho en el apartado 1.

b) La B no da el Q debido; aunque n y H son correctos. En este caso debe ante todo comprobarse si el sentido de rotación de la B es correcto. Verificado esto, para aumentar Q (según las leyes de semejanza) es preciso aumentar n (actuando sobre el motor) o disminuir H (actuando sobre la instalación).

c) La B no da la H que debe; aunque n y Q son correctos. Comprobado como en b) el sentido de rotación, para aumentar H (según las leyes de semejanza) es preciso aumentar n (actuando sobre el motor) o pasar cambiando de rodete a un diámetro superior, si es posible, utilizando la misma carcasa.

d) La B absorbe excesiva P_a. La causa puede ser *mecánica*, a saber, empaquetadura demasiado hermética, eje flexionado, roce del rotor con la carcasa, etc... o *hidráulica.* El remedio en este último caso está dictado también por las leyes de semejanza, y por la forma de la curva característica $P_a = f(Q)$; es decir para disminuir P_a se puede disminuir n, disminuir d_2, aumentar (B centrífuga) o disminuir (B axial) H.

3) *Anomalías debidas a desgaste por funcionamiento prolongado*

El desgaste o deterioro parcial de una B, que exige reposición o reparación de algunos de sus elementos, se hace patente en las revisiones periódicas, que previenen otras averías más serias; o se manifiestan en el recalentamiento del eje y cojinetes, en vibraciones, o en disminución de H o Q. Entonces será preciso reponer anillos de desgaste o anillos de cierre, casquillos de los ejes o de los gorrones de los cojinetes, reparar el rodete o carcasa, deteriorado por la cavitación; así como limpiar la alcachofa y válvula de pie y el rotor y la carcasa de cuerpos extraños, etc...

Instrucciones normales para la puesta en marcha y parada de un grupo de bombeo.

Regla general: seguir instrucciones del fabricante. Se comprobará, girando el rotor manualmente, que éste puede girar libremente: se comprobará también que las llaves del manómetro y vacuómetro están abiertas; se cebará la B con su tubería de aspiración: se abrirá la entrada del agua de refrigeración de los cojinetes, si éstos están dotados de este tipo de refrigeración; se verificará el nivel de aceite en los cojinetes (en los cojinetes de lubricación por aceite): se cerrará (B centrífuga) o se abrirá (B axial) la válvula de impulsión. Hecho esto se pondrá en marcha el motor, y cuando la B ha adquirido ya su velocidad de régimen se abrirá lentamente la válvula de impulsión y las llaves del agua de refrigeración de los prensaestopas (si éstos llevan este tipo de refrigeración). En funcionamiento se ha de comprobar la temperatura de la bomba, que normalmente no debe exceder los 60°, la de los cojinetes y la de los prensaestopas. (Un pequeño goteo de agua a través de los prensaestopas se considera normal, y sirve para la refrigeración de los mismos).

En la parada se cierra la válvula de impulsión, se para el motor, se cierra la válvula de aspiración, así como la refrigeración de prensaestopas y cojinetes.

En el estado actual de la técnica es posible la total o parcial automatización de un grupo de bombeo (puesta en marcha, control completo de funcionamiento —temperatura de los cojinetes, vibraciones, medición del caudal etc...- y parada) y se emplea cada vez más frecuentemente (estaciones de bombeo de gran potencia, grupos de B para la industria química, etc. ...).

Particularidades de los V

En general se ha de suponer que si la B o el V no funciona bien la causa probable está en la instalación, tanto de la máquina como de la red. Si la empresa suministradora es una firma de garantía la presunción es que la máquina es capaz de funcionar en las condiciones para las cuales ha sido encargada y ha sido suministrada. He aquí algunos controles que pueden detectar las causas del mal funcionamiento.

a) *Control de las pérdidas de carga* realizado tramo a tramo en la instalación. que se puede improvisar fácilmente y puede detectar las causas de algunas anomalías. A veces puede suceder que un V no proporciona el caudal debido, siendo así que la instalación está correctamente realizada. En este caso puede suceder que la indicación externa de la apertura de la persiana reguladora de caudal marque apertura completa, aunque en realidad exista una estrangulación debida a un objeto extraño (trapo, pedazo de papel, etc...). Una medición de pérdida de carga a través de la válvula hubiera detectado esta anomalía. No está fuera de lugar observar que las persianas de admisión o impulsión de los V suelen ser muy sensibles, y desplazadas ligeramente de su posición de máxima apertura producen un estrangulamiento grande.

b) *Control de fugas.* Una pequeña fuga de aire al exterior o entrada de aire al interior, por ejemplo, en un V exhaustor de humos de una gran caldera, no tiene importancia, pero una fuga o entrada de gas importante repercute perjudicialmente en el funcionamiento del V, porque

- al entrar aire frío disminuye la temperatura del gas impulsado, aumenta la densidad y también la potencia absorbida,
- al aumentar el caudal del V, el punto de funcionamiento se desplaza hacia zona de peor rendimiento.

En los V pequeños estas fugas (o entradas de gas) pueden ser fatales para el funcionamiento del V.

*

23. Altura de suspensión y cavitación

23.1. Introducción

La Norma DIN 24260 define así la cavitación: "Formación de vapor de agua a causa del descenso local de la presión por debajo de la presión de saturación del líquido, y condensación brusca subsiguiente". Se distinguen pues en la cavitación dos fases. *Primera fase:* liberación del aire disuelto en el líquido junto con formación de vapor y colapso de las partículas de vapor formadas; al iniciarse este fenómeno se forman *cavernas* o *cavidades* llenas de vapor (de ahí el nombre con que se designa a este fenómeno en todas las lenguas) en el interior de un líquido que se mueve en torno a un cuerpo sólido, o de un líquido en reposo, en cuyo seno se mueve un sólido. *Segunda fase:* al alcanzar el líquido en algún punto o zona de la corriente la presión de saturación el líquido se evapora, creando las cavidades de vapor ya mencionadas. Sin embargo, las cavidades de vapor en la cavitación aumentan a expensas de la disminución de la presión en el interior de la cavidad misma. En ello estriba la diferencia entre la cavitación y la ebullición, donde el crecimiento de las cavernas tiene lugar a expensas de la elevación de la presión en la caverna misma, reduciéndose todo en el último caso a fenómenos termodinámicos.

La cavitación constituye un fenómeno universal de la hidráulica, que puede presentarse tanto en las estructuras fijas (Venturis, sifones, etc. ...) como en las máquinas. La cavitación afecta adversamente al funcionamiento de una TMH, produciendo pérdida de potencia (disminución de la potencia útil en las TH y aumento de la potencia de accionamiento en las B), disminución de rendimiento, vibraciones, ruidos y erosión, con frecuentes reparaciones subsiguientes y reposición de piezas de elevado precio.

En las grandes TH a veces la cavitación origina sacudidas en los cimientos y en todo el edificio de la central.

Las primeras observaciones del fenómeno de la cavitación, intuido ya por el mismo Euler (1) en 1754, fueron advertidas en las hélices de los barcos. Así en

(1) L.EULER, *Theorie plus complete des machines qui sont mises in mouvement par la reaction de l'eau*, "Histoire de l'Academie Royal, Berlin, 1754".

1895 en las pruebas del barco HMS Daring se atribuyó a la formación de cavidades. que tendían a llenarse de vapor. la pérdida de potencia y otras anomalías; y dos años después el genial inventor de la turbina de vapor de reacción A. Persons en las pruebas del S.S. Turbinia atribuyó a la cavitación ciertas pérdidas de potencia observadas (1).

El primer report sobre erosión por cavitación fué publicado en 1907 por W. Wagenbach, quien describe cómo en pocas semanas en 1890 quedó destruido prácticamente por erosión cavitativa un rodete Francis de la central de Jaice (2). Aunque a este report siguieron otros muchos sobre cavitación en TH y hélices marinas, sin embargo, el estudio sistemático de la resistencia de los materiales a la cavitación no se empezó hasta veinte años más tarde. Los ensayos se hicieron primero sobre TH en funcionamiento, cuyos álabes se recubrían con placas de distintos materiales. y luego en máquinas de ensayo, acelerando artificialmente la producción de este fenómeno. En un aparato desarrollado en el Massachusetts Institute of Technology se hace vibrar longitudinalmente un tubo de Ni dispuesto verticalmente, variando el campo magnético producido por un circuito oscilante, en el que se varía la frecuencia hasta que entre en resonancia; la probeta de ensayo del material se fija al extremo del tubo y se sumerge en el agua o en cualquier otro líquido de ensayo (3). Junto con estas máquinas de ensayo de cavitación se construyen bancos de ensayo de cavitación en gran número de laboratorios de hidráulica de las empresas constructoras y centros de enseñanza técnica. cuya descripción reservamos para el capítulo siguiente. La investigación continúa en la actualidad, porque los complejos problemas que constituyen este fenómeno aun no están suficientemente aclarados, a pesar de los éxitos logrados en estos últimos años. Por lo que respecta al desarrollo de la construcción de TMH podemos decir que éste en gran parte está asociado con la investigación de dicho fenómeno, porque la tendencia tanto en la construcción de B como de TH es a máquinas de mayor número específico de revoluciones, a fin de reducir el tamaño de la máquina; ahora bien la cavitación, como veremos, es tanto más peligrosa cuanto mayor es n_s. Por tanto, el "techo tecnológico" en la construcción de TMH más rápidas es con frecuencia el problema de la cavitación, que es preciso resolver.

A esto se añade que, para evitar obras de excavamiento costosas, es preciso instalar las B con alturas geodésicas grandes con relación al NI en el depósito de aspiración, lo que conduce a depresiones grandes a la entrada del rodete con posibilidades de cavitación; mientras que la necesidad de recuperar la altura geodésica

(1) CH. A. PARSONS, *The application of the compound steam turbine to the purpose of marine propulsion,* Trans. Inst. Naval Arch., London, 38 (1897).

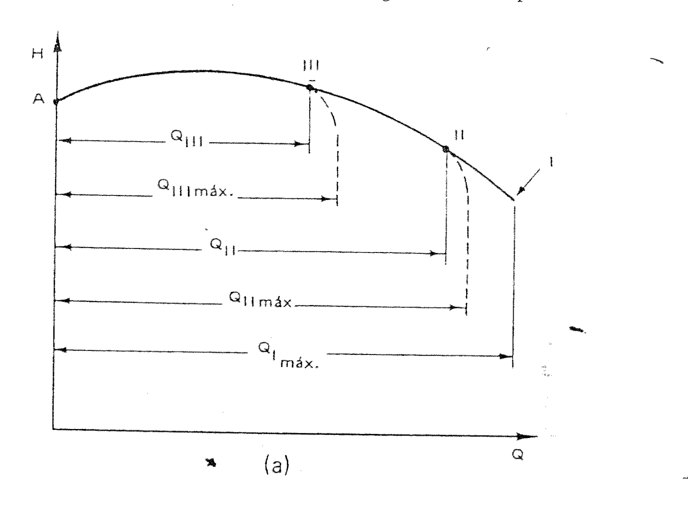
(2) W. WAGENBACH, *Beitrag zur Berechnung und Konstrucktion von Wasserturbinen* (Aportación al cálculo y diseño de turbinas hidráulicas), "'Zeitschrft für das gesamte turbinenwessen (Berlin), n.18 (1907)".

(3) Más detalles sobre este aparato pueden verse en W.J. RHEINGANS, *Accelerated Cavitation Research,* "A.S.M.E. Transactions, Julio (1950)."

y de velocidad a la salida del rodete obliga en las TH a elevar la altura geodésica de instalación de la TH, creándose a la salida del rodete una depresión que puede ser igualmente peligrosa.

He aquí algunos fenómenos que es fácil observar:

1) A la B de la Fig. 23-1.b que aspira del pozo al nivel I, se le hace funcionar a un número constante de revoluciones, y regulando el caudal con la válvula en la impulsión V_i se obtiene la característica I de la Fig. 23-1.a. Repitiendo el ensayo



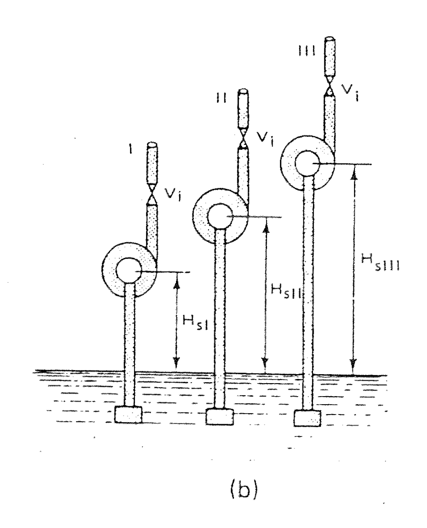


Fig. 23-1.– Funcionamiento anormal de la B al aumentar la altura de aspiración.

con la misma B al mismo n, pero con el nivel de agua más bajo a la cota II, abriendo la válvula V_i, inicialmente se obtiene la misma característica hasta el punto II, en el cual la altura efectiva empieza a disminuir, y el caudal pronto cesa de aumentar, reduciéndose el caudal máximo

$$Q_{II\ máx.} < Q_{I\ máx.}$$

Si se repite el ensayo con el nivel del depósito de aspiración a la cota III la coincidencia con la curva característica inicial se reduce ahora a la porción AIII. En el punto III desciende rápidamente H, siendo

$$Q_{III\ máx.} < Q_{II\ máx.} < Q_{I\ máx.}$$

En el caso I no hay cavitación, en el caso II se inicia ésta en el punto II, y en el caso III se inicia la misma a un caudal menor, en el punto III. Diremos que en el caso II, $H_{S\,II}$ es la altura de la aspiración máxima para el Q y H correspondiente al punto B y análogamente en el caso III) (1). La *conclusión es que cuanto mayor es el caudal tanto menor es la altura de aspiración máxima de la B.*

2) La misma depresión a la entrada de la B puede lograrse cerrando una válvula instalada en la admisión; es decir, aumentando la pérdida de carga en el conducto de admisión. *La conclusión es que cuanto mayor es la pérdida de carga en la aspiración menor es la altura de aspiración máxima de la B.*

3) Si ahora se hace funcionar la misma B variando el número de revoluciones de tal manera, que aumentando la altura efectiva H funcione siempre la B con el máximo rendimiento, y elevando para cada altura efectiva la H_s hasta que se produzca la cavitación, o sea llegando en cada caso hasta la altura de aspiración máximá, se observa que ésta última disminuye. *La conclusión es que cuanto mayor es la altura manométrica menor es la altura de aspiración máxima de la B.*

4) Se pueden ahora ensayar varias B de diferentes n_s con la misma H en el punto de óptimo rendimiento, aumentando la H_s (bajando el nivel de aguas abajo o cerrando la válvula de aspiración). La *conclusión es que cuanto mayor es el* n_s *menor es la altura de aspiración máxima admisible.*

Las experiencias podrían multiplicarse; pero bastan las cuatro mencionadas para apreciar la complejidad de los factores que pueden influir en la cavitación, si se tiene en cuenta, por ejemplo, que si la cavitación depende según el caso 4 del n_s depende por lo mismo de muchos elementos de diseño como es del ángulo β_1 de

(1) La B en condiciones de cavitación puede funcionar con el mismo caudal y alturas efectivas diferentes, como indica la porción vertical de las curvas II y III, si estas alturas se miden en m de columna de líquido bombeado. En realidad al iniciarse la cavitación la densidad del líquido disminuye en el interior de la B. La altura, según la ecuación de Euler, medida en m de columna del fluido bombeado, es siempre la misma; pero al traducir a m de columna de líquido, suponiendo constante la densidad del fluido e igual al valor que éste tiene en el exterior de la B, la H expresada es menor.

entrada del rodete en la B (1). Hechos análogos ocurren en las TH.

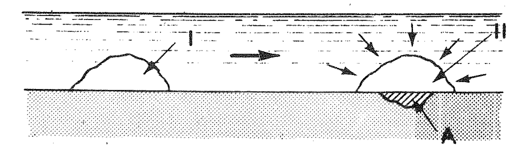
De lo que acabamos de decir se desprende que tanto el diseño, cuanto la instalación de las TMH (sobre todo lo referente a la altura geodésica de aspiración máxima admisible) demandan: a) un conocimiento lo más profundo posible del fenómeno; b) un estudio sistemático de los factores que intervienen en él; c) definición de un parámetro característico del mismo (o coeficiente de cavitación) que servirá para predecir el comportamiento de las TMH en cuanto a la cavitación. De todo ello nos ocuparemos en este capítulo, reservando, como se ha dicho, para el capítulo siguiente la descripción de los métodos experimentales que se emplean en la práctica para el estudio de este fenómeno, y para la determinación experimental del parámetro de cavitación arriba indicado.

23.2. Orígen, descripción y explicación del fenómeno de la cavitación.

La presión de saturación p_s del vapor es función de la temperatura t_s y aumenta con la misma. Los valores respectivos de t_s y p_s para el agua se encuentran en las tablas del vapor de agua saturado, que pueden verse en el Apéndice VIII.

A 100 °C la presión de saturación es aproximadamente igual a la atmosférica; pero el agua puede hervir a cualquier temperatura, con tal de que la presión descienda convenientemente. Así, según dicha tabla, si la presión desciende entre 0,0127 y 0,0245 bar el agua hierve entre los 10 y 20 °C.

En la Fig. 23-2 pueden verse las dos fases de la cavitación indicadas al comienzo de este capítulo. En I al descender la presión local por debajo de la presión de saturación del vapor se forman bolsas de vapor que son arrastradas por la corriente, junto al contorno del sólido en contacto con el líquido. En II la presión exterior a la bolsa es superior a la presión del vapor, y las bolsas de vapor colapsan violentamente, condensándose casi instantáneamente y martilleando las partículas de líquido la pared sólida con elevada frecuencia. El material queda sometido a elevados esfuerzos que provocan su erosión en A. La erosión del material a su vez acelera la cavitación al acelerarse localmente el líquido en dichas irregularidades. (De ahí que las superficies incluso las de los materiales más resistentes a la cavitación deben ser cuidadosamente pulimentadas para evitar irregularidades que provocan aceleraciones locales). Simultáneamente se observan los efectos siguientes:



23-2.– *Cavitación:* I. Formación de la cavidad; II. Colapso de la cavidad; A. Erosión cavitativa del metal.

(1) Véase C. PFLEIDERER y H. PETERMANN, *Strömungsmaschinen* (Turbomáquinas), Berlin 1964 (se ha publicado ya una 4.ª edición de esta excelente obra), pág. 82 ss.

a) *audibles:* trepidación o golpeteo del líquido sobre la pared sólida, semejante a un martilleo irregular, o al ruido de un chorro de grava sobre una chapa metálica. Estos golpes pueden convertirse en verdaderas detonaciones cuando entra toda la masa líquida en ebullición.

b) *visibles:* se forman nubes blancas, no transparentes con fuerte efervescencia, que ocupan un volumen mayor o menor del líquido, según la intensidad de la cavitación.

c) *sensibles:* en ocasiones pueden producirse vibraciones peligrosas en las máquinas e incluso en las estructuras.

d) *energéticos:* a causa de la disminución de la sección transversal útil y del constante intercambio de velocidad en presión, en régimen variable y con gran turbulencia, se perturba la configuración de la corriente, más o menos, según se muestra en la Fig. 23-3, desciende el caudal, aumentan las pérdidas de potencia y disminuye el rendimiento.

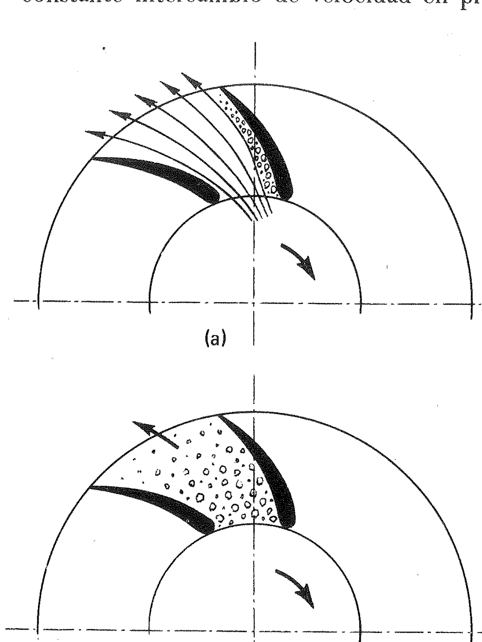


Fig. 23-3.– *Cavitación* en el rodete de una B centrífuga: a) fase inicial; b) fase final.

Las pequeñas partículas sólidas o gaseosas que tiene el agua, así como las pequeñas cantidades de aire disuelto en la misma, constituyen puntos débiles o *núcleos de cavitación*. La cantidad de aire disuelto en el agua viene determinada por la ley de Henri y es igual a cp, donde c – coeficiente de solubilidad que para el agua es aproximadamente igual a (2–3) 10^{-2}. Al descender la presión del aire disuelto en el agua pasa a estado libre en forma de pequeñas e innumerables burbujas. Así, por ejemplo, al descender la presión de 1 a 0,5 bar el volumen total de estas burbujas viene a ser del 2–3% del volumen total del líquido. Al descender la presión por debajo de la presión de saturación del vapor correspondiente a la temperatura del líquido empieza una intensa ebullición alrededor de los núcleos de cavitación mencionados, iniciándose la cavitación. Después de formarse las cavidades, la presión no desciende más, sino que se intensifica la cavitación.

Las moléculas de agua tienen gran cohesión entre sí de manera que los líquidos ideales pueden soportar esfuerzos elevados de tracción, no así los líquidos reales,

cuya cohesión se rompe fácilmente a presiones cercanas a la de saturación del vapor. Aunque la resistencia del agua viene determinada por la cantidad y dimensiones de las burbujas de gas o de aire, núcleos de cavitación existentes, pero en el agua normal, no especialmente tratada, la cavitación tiene lugar para tensiones muy próximas a la de saturación del vapor. De ahí se deduce el hecho, generalmente admitido, de que la cavitación da comienzo cuando en un punto cualquiera la presión se hace igual a la presión de saturación (1).

En régimen turbulento la presión en cada punto fluctua con el tiempo en correspondencia con las fluctuaciones de velocidad (véase la Fig. 2-10) verificándose en cada instante la ecuación:

$$\left(\frac{p}{\rho g}\right)_i = \frac{\bar{p}}{\rho g} + \left(\frac{p}{\rho g}\right)_t$$

donde $\left(\frac{p}{\rho g}\right)_i$ – altura de presión instantánea en un momento determinado.

$\frac{\bar{p}}{\rho g}$ – altura de presión media en el tiempo

$\left(\frac{p}{\rho g}\right)_t$ – altura de presión pulsatoria debida a la turbulencia.

En la Fig. 23-4 puede verse un *barigrama*, o registro de la presión instantánea en función del tiempo. Supongamos que la altura de presión media $\bar{p}/\rho g$ se aproxima a la presión de saturación del vapor. Entonces puede suceder que en un instante de tiempo $\frac{p_i}{\rho g} < \frac{p_s}{\rho g}$, formándose cavidades de vapor, y una fracción de segundo después en el mismo punto del espacio la cavidad se condensa porque $\frac{p_i}{\rho g} < \frac{p_s}{\rho g}$; además con la cavitación la turbulencia de la corriente se intensifica. Si la presión

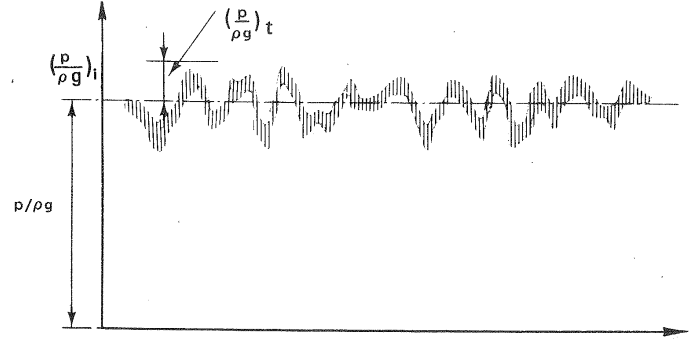


Fig. 23.4.– Pulsación de la presión en *régimen turbulento.*

(1) Véase I. Vuškovič, *Recherches concernat l'influence de la teneur en air sur la cavitation et la corrosion* "Bulletin Escher Wyss 13 (1940)".

media en un punto desciende aún más, ese punto se convierte en un centro permanente de formación de cavidades, las cuales son arrastradas por la corriente y colapsan en otros puntos donde la presión es más elevada, o en el mismo punto donde se han formado, al elevarse la presión, la cual como hemos dicho fluctúa en cada punto.

El fenómeno de la cavitación *es fundamentalmente mecánico*; la erosión es debida fundamentalmente a los golpes, que se originan en la condensación de las cavidades de vapor en las proximidades del contorno, de alta frecuencia (ultrasónica) de 20.000 a 50.000 golpes por segundo, con lo cual el material rompe por fatiga, desgarrándose los cristales de la superficie, que toma con la erosión un aspecto poroso. La intensidad de esta destrucción puede alcanzar en el acero los 10 a 40 mm por año. Se debe advertir que el deterioro de los álabes es una causa más de pérdida adicional de rendimiento.

La cavitación, sin embargo, *no es un fenómeno meramente mecánico* sino extraordinariamente complejo. Así en el comienzo de la cavitación, como ya se ha indicado, influye el contenido de aire libre y en disolución del líquido, y la cavitación puede en parte depender también de los procesos termodinámicos ligados con la ebullición y condensación del vapor, y de fenómenos químicos y eléctricos, cuya importancia aún no se ha podido dilucidar.

Al condensarse el vapor en el interior de las cavernas el líquido circundante se dirige hacia el centro de las mismas con enorme velocidad, a consecuencia de lo cual las paredes de las cavernas se cierran. Las partículas de líquido se frenan y tiene lugar un golpe de ariete local, es decir una enorme elevación de la presión, que según una teoría aproximada puede llegar a un valor instantáneo de 1470 bar; con sondas piezométricas se han llegado a medir presiones medias hasta de 980 bar, lo que demuestra la buena aproximación de la teoría a que nos hemos referido. Al mismo tiempo la temperatura asciende; se han llegado a medir temperaturas hasta de 230 °C; y tienen lugar finalmente también descargas eléctricas.

Estas compresiones que se originan en los golpes mencionados, y las subsiguientes expansiones de la mezcla de aire y de vapor de la caverna, originan vibraciones elásticas de las partículas de líquido vecinas de frecuencia sónica o ultrasónica.

En la erosión del metal intervienen también, aunque en mucho menor grado, fenómenos químicos. En efecto, el oxígeno del aire en el instante de su desprendimiento del agua, reaccionando con el vapor, gas y metal sólido en condiciones de cambios bruscos de altas presiones y temperaturas, es especialmente químicamente activo. No obstante *el hecho experimentalmente comprobado de que la erosión cavitativa tiene lugar en materiales químicamente inatacables como vidrio, ágata y oro, demuestran que la causa de la erosión es fundamentalmente mecánica.*

La erosión *en las TH* tiene lugar generalmente en las aristas de salida de los álabes, en el dorso de los mismos y también en las zonas contiguas de la carcasa. Si la cavitación es intensa la erosión se verifica en todo el rodete hasta su destrucción

total en las partes fijas contiguas. *En las B*, por el contrario, los lugares de presiones más bajos se encuentran a la entrada de los álabes del rodete.

23.3. Altura de aspiración y coeficiente de cavitación en las TH.

Para mayor claridad deduciremos separadamente el parámetro de cavitación en las TH y B, porque aunque fundamentalmente las condiciones son iguales en todas las TMH, en las T el tubo de aspiración no tiene como en las B meramente la función de conducción del agua de la máquina al nivel inferior (o del nivel inferior a la máquina en las B); sino también la función de recuperación de energía cinética (en las T de elevado número específico de revoluciones, como es sabido, esta última función desempeña un papel muy importante en el balance energético). Finalmente el tubo de aspiración forma parte de la T, y sus pérdidas son imputables a la misma; sucediendo lo contrario en las B.

Definición preliminar de un coeficiente de cavitación.

En la Fig. 23-5 sea x el punto de la T en que la presión alcanza el valor mínimo.

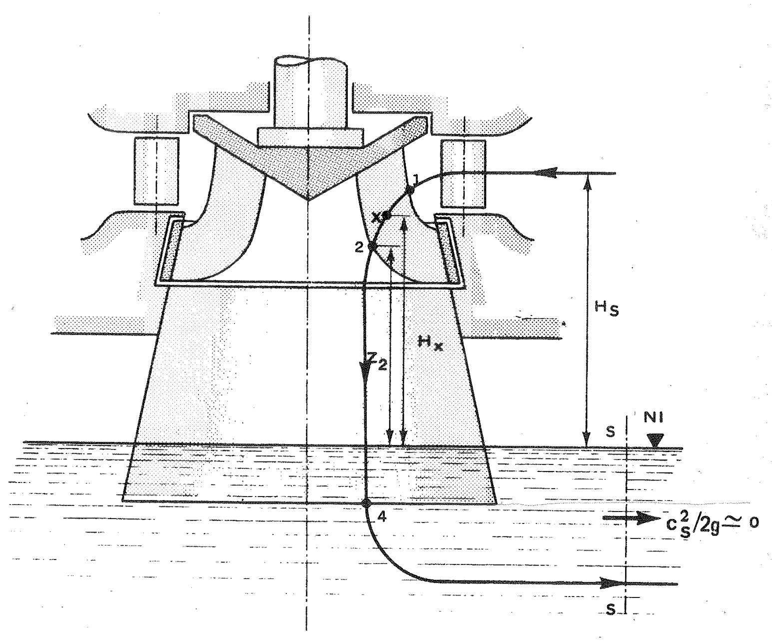


Fig. 23-5.– Determinación del *coeficiente de cavitación* de una TH.

Escribiendo la *ecuación de Bernoulli para el movimiento relativo* entre el punto x y el punto 2 en la arista de salida del rodete (ambos puntos situados en la misma línea media de la corriente, representativa de todo el flujo en la teoría unidimensional que estamos aplicando) se tendrá (en lo sucesivo se tomará como plano de

referencia el NI en el canal de salida en la T):

$$\frac{p_x}{\rho g}+\frac{w_x^2}{2g}-\frac{u_x^2}{2g}+H_x-H_{rx\text{-}2}=\frac{p_2}{\rho g}+\frac{w_2^2}{2g}-\frac{u_2^2}{2g}+z_2 \qquad (23\text{-}1)$$

donde H_x — altura geodésica del punto x

$H_{rx\text{-}2}$ — pérdidas hidráulicas entre x y 2.

Escribamos la *ecuación de Bernouilli para el movimiento absoluto* entre el punto 2 y el 4, situado a la salida del tubo de aspiración:

$$\frac{p_2}{\rho g}+\frac{c_2^2}{2g}+z_2-H_{r2\text{-}4}=\frac{p_4}{\rho g}+z_4+\frac{c_4^2}{2g}=\frac{p_b}{\rho g}+\frac{c_4^2}{2g} \qquad (23\text{-}2)$$

habiendo hecho $\frac{p_4}{\rho g}+z_4=\frac{p_b}{\rho g}$, ya que escribiendo la ecuación de Bernoulli entre el punto 4 y el NI del canal de salida, donde la cota es 0 y la energía cinética es prácticamente nula, y teniendo en cuenta que las pérdidas entre 4 y el NI son equivalente a $c_4^2/2g$ se tendrá:

$$\frac{p_4}{\rho g}+z_4+\frac{c_4^2}{2g}-\frac{c_4^2}{2g}=\frac{p_4}{\rho g}+z_4=\frac{p_b}{\rho g}+0+0\,.$$

Todas las ecuaciones anteriores, a partir de la Ec. (23-1) son válidas tanto si se expresan las presiones en presiones absolutas como si se expresan en presiones relativas. En todo este capítulo las presiones se supondrán absolutas.

Despejando $\frac{p_2}{\rho g}+z_2$ en la Ec. (23-2) se tendrá:

$$\frac{p_2}{\rho g}+z_2=\frac{p_b}{\rho g}-\left(\frac{c_2^2-c_4^2}{2g}\right)+H_{r2\text{-}4}$$

Sustituyendo este valor de $\frac{p_2}{\rho g}+z_2$ en la Ec. (23-1), y despejando $\frac{p_x}{\rho g}$, se tiene:

$$\frac{p_x}{\rho g}=\frac{p_b}{\rho g}-H_x-\left(\frac{c_2^2-c_4^2}{2g}-H_{r2\text{-}4}\right)-\left(\frac{w_x^2-w_2^2+u_2^2-u_x^2}{2g}-H_{rx\text{-}2}\right) \qquad (23\text{-}3)$$

que puede escribirse también así:

$$\frac{p_x}{\rho g}=\frac{p_b}{\rho g}-H_x-H_d'-H_d''$$

donde $\frac{p_b}{\rho g}$ — altura de presión barométrica

H_x — depresión estática, causada por la altura geodésica del punto x

H_d' — depresión dinámica, causada por la forma y dimensiones del tubo de aspiración.

H_d'' — depresión dinámica, causada por la forma y dimensiones de los álabes móviles.

Restando a los dos miembros de la Ec. (23-3) $\frac{p_s}{\rho g}$ (donde $\frac{p_s}{\rho g}$ presión de saturación del vapor), dividiendo ambos miembros por la altura neta de la turbina H, se tiene la siguiente ecuación:

$$\frac{\frac{p_x}{\rho g}-\frac{p_s}{\rho g}}{H}=\left(\frac{\frac{p_b-p_s}{\rho g}-H_x}{H}\right)-\left(\frac{\frac{c_2^2-c_4^2}{2g}-H_{r\,2\text{-}4}+\frac{w_x^2-w_2^2+u_2^2-u_x^2}{2g}-H_{r\,x\text{-}2}}{H}\right) \qquad (23\text{-}4)$$

Evidentemente la cavitación tiene lugar cuando $\frac{p_x}{\rho g}=\frac{p_s}{\rho g}$, es decir, cuando el primer miembro se hace cero, en cuyo caso en el segundo miembro el segundo, paréntesis se hace igual al primero.

El *primer paréntesis* de la Ec. (23-4) depende sólo de factores de la instalación misma y lo llamaremos *coeficiente de cavitación de la instalación* $\sigma_{inst.}$ que se define por tanto, así:

$$\sigma'_{inst.}=\frac{\frac{p_b-p_s}{\rho g}-H_x}{H} \qquad (23\text{-}5)$$

En un cierto lugar, en el que se instala una T con una presión barométrica, temperatura del agua y altura de salto dadas, $\sigma'_{inst.}$ depende de la altura de aspiración H_x del punto x, disminuyendo σ'_{inst} al aumentar H_x.

El *segundo paréntesis* de la Ec. (23-4) puede transformarse así: en primer lugar se tiene:

$$H_{r\,x\text{-}2}+H_{r\,2\text{-}4}=H_{r\,x\text{-}4}=\zeta\frac{c^2}{2g}$$

Habiendo hecho las pérdidas entre el punto x y 4 proporcionales al cuadrado de una velocidad cualquiera del fluido, escogida arbitrariamente en la T. Además según la Sec. 8.2 cualquier velocidad de la T podrá expresarse en función del coeficiente de velocidad correspondiente, es decir, $\zeta\frac{c^2}{2g}=\zeta\,k_c^2H$, y de manera análoga las restantes velocidades que figuran en el segundo paréntesis de la Ec. (23-4), con lo cual el segundo paréntesis de la Ec. (23-4) se podrá escribir así:

$$(k_{c2}^2-k_{c4}^2+k_{wx}^2-k_{w2}^2+k_{u2}^2-k_{ux}^2-\zeta\,k_c^2)$$

que depende únicamente de la geometría de la T, y que denominaremos *coeficiente de cavitación de la turbina* σ'_T, que se define por tanto así:

$$\sigma'_T=k_{c2}^2-k_{c4}^2+k_{wx}^2-k_{w2}^2+k_{u2}^2-k_{ux}^2-\zeta\,k_c^2 \qquad (23\text{-}6)$$

El coeficiente σ'_T es igual para todas las T geométricamente semejantes en iguales condiciones de funcionamiento; de estas condiciones la más interesante es la correspondiente al óptimo rendimiento. De las Ecs. (23-4) y (23-6) se deduce que, cuando se presenta la cavitación, $\left(\frac{p_x}{\rho g} = \frac{p_s}{\rho g}\right)$,verificándose entonces:

$$\sigma'_T = \sigma'_{inst} \tag{23-7}$$

de manera que la condición para evitar la cavitación vendrá expresada por:

$$\sigma'_{inst.} > \sigma'_T \tag{23-8}$$

Cada T, mejor dicho cada geometría de T independientemente de su tamaño, tiene pues un σ'_T determinado. Cuanto mayor es el n_s mayor es el σ'_T.

Dada una TH queda fijada σ'_T, y la Ec. (23-7), teniendo en cuenta la Ec. (23-5), nos da la altura máxima de aspiración con que puede instalarse esa T, a saber:

$$\sigma'_T = \sigma'_{inst.} = \frac{\frac{p_b}{\rho g} - H_{x\ máx.} - \frac{p_s}{\rho g}}{H} = \frac{\frac{p_b - p_s}{\rho g} - H_{x\ máx.}}{H} \tag{23-9}$$

La Ec. (23-9) puede servir para definir el coeficiente de cavitación de una TH con preferencia a la (23-6), que es más abstracta; el coeficiente de cavitación es por definición el expresado por la Ec. (23-9), donde aparece el $H_{x\,máx.}$ cuando se inicia la cavitación, y esta fórmula es la que se aplica como veremos más adelante a la obtención experimental de σ.

Nótese que las expresiones (23-5) para σ'_{inst} y (23-9) para σ'_T solo se diferencian en que en σ'_T hay que poner $H_{x\ máx.}$; de ahí que en la práctica no se distinguen los dos coeficientes, y se habla en general del coeficiente de cavitación σ' sin subíndice alguno, tomándose H_x ó $H_{x\ máx.}$ según el caso lo requiera.

De la Ec. (23-9) se deduce:

$$H_{x\,máx} = \frac{p_b - p_s}{\rho g} - \sigma'_T H$$

Recíprocamente, si se fija la altura de suspensión, la Ec. (23-9) nos dará $\sigma'_{T\ máx.}$ y por tanto el tipo de TH más rápida (de mayor n_s) que puede instalarse en dicho lugar.

Definición definitiva del coeficiente de cavitación

Los coeficientes de cavitación que acabamos de definir, designados con ('), no suelen emplearse por la imposibilidad práctica de determinar la posición del punto x en el interior de la TH. En su lugar se emplea en lugar de la definición (23-5) la siguiente definición:

$$\sigma_{inst.} = \frac{\frac{p_b - p_s}{\rho g} - H_s}{H} \tag{23-10}$$

y en lugar de la definición (23-9), la siguiente:

$$\sigma_T = \frac{\frac{p_b - p_s}{\rho g} - H_{s\ máx.}}{H} \tag{23-11}$$

o simplemente

$$\sigma = \frac{\frac{p_b - p_s}{\rho g} - H_{s\,máx.}}{H} \tag{23-12}$$

En la Escs. (23-10) a (23-12) la denominada *altura de succión o aspiración* H_s o altura de succión o aspiración máxima $H_{s\,máx}$ se mide con relación al NI del agua, desde una cota que se debe determinar con exactitud. La Norma DIN 4323 para la altura de aspiración con referencia a la Fig. 23-6 es la siguiente:

- *turbina de eje vertical*: TF arista inferior del distribuidor, o mitad de la caja espiral; TK y T hélice plano que pasa por los ejes (de rotación en las TK) de los álabes.
- *turbinas de eje horizontal:* el eje de la máquina.
- *turbinas de eje inclinado:* cota del punto de intersección del eje de la máquina con el plano de referencia de las T de eje vertical.

H_s es negativa cuando la cota de referencia que acabamos de definir cae por debajo del NI del agua.

Para calcular al altura de aspiración máxima $H_{s\ máx.}$ prácticamente se puede proceder así:

- Dado que $p_s/\rho g$ para el agua fría es muy pequeña, del orden de 0,09 a 0,24 m c.a., el término $p_s/\rho g \simeq 0$.
- La presión barométrica decrece con la altitud A en m sobre el nivel del mar en un valor suficientemente aproximado para los fines prácticos igual a A/900; por tanto:

$$\frac{p_b}{\rho g} = 10 - \frac{A}{900}$$

- Se toma un margen de seguridad $\Delta\sigma$, que según la altura nominal del salto H_N puede tomarse de la Fig. 23-7 (a veces se hace simplemente $\Delta\sigma = 0,1$), a fin de que siempre se verifique la desigualdad (23-8):

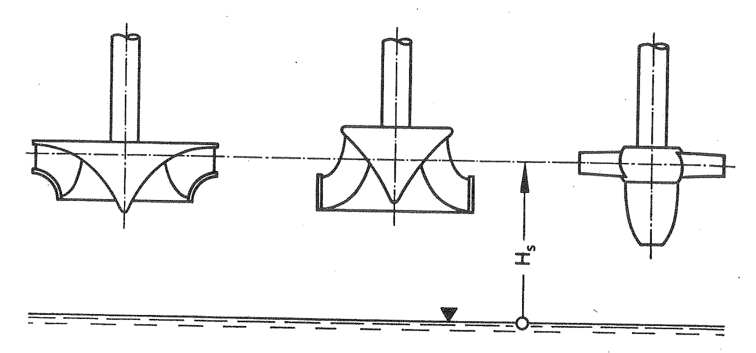
$$\sigma_{inst} > \sigma_T$$

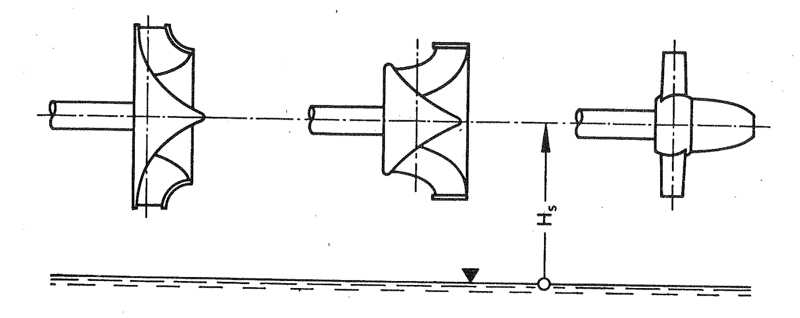
- Teniendo en cuenta lo dicho y la fórmula (23-12), se tendrá:

$$H_{s\,máx.} = 10 - \frac{A}{900} - (\sigma + \Delta\sigma)\,H \text{ (}\Delta\sigma \text{ leído en la Fig. 23-7)} \quad (23\text{-}13),$$ o

bien:

$$H_{s\,máx.} = 10 - \frac{A}{900} - 1{,}1\ \sigma H \text{ (aproximadamente)}$$





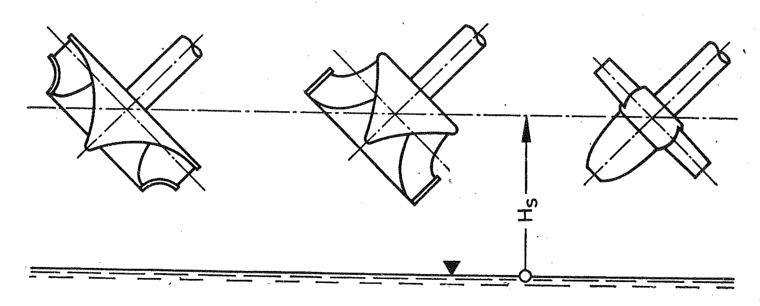


Fig. 23-6.– *Norma DIN 4323* para la definición de la altura de aspiración de una TH de reacción

Aunque, cuando se habla del coeficiente σ de una T sin especificación ulterior se entiende el correspondiente al punto de diseño (salto y caudal nominal), el coeficiente σ no tiene un valor constante en cada T, sino que varía cuando varía la al-

tura neta H y el caudal Q. En la explotación de la T estos dos factores varían. Para el conocimiento completo del comportamiento de la T en cuanto a la cavitación

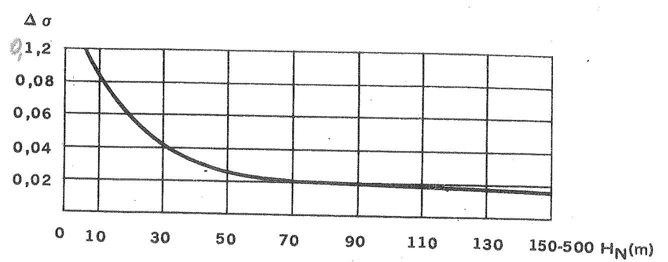


Fig. 23-7.– *Corrección en el coeficiente de cavitación* en función de la altura de salto nomimal.

se obtiene experimentalmente el valor de σ para diferentes valres de n_{11} y Q_{11} los cuales se llevan a las curvas características en forma de una familia de curvas de parámetro σ = cte. En la Fig. 23-8 se han trazado dichas curvas referentes a la misma T a que se refieren las Figs. 18-5 y 18-6.

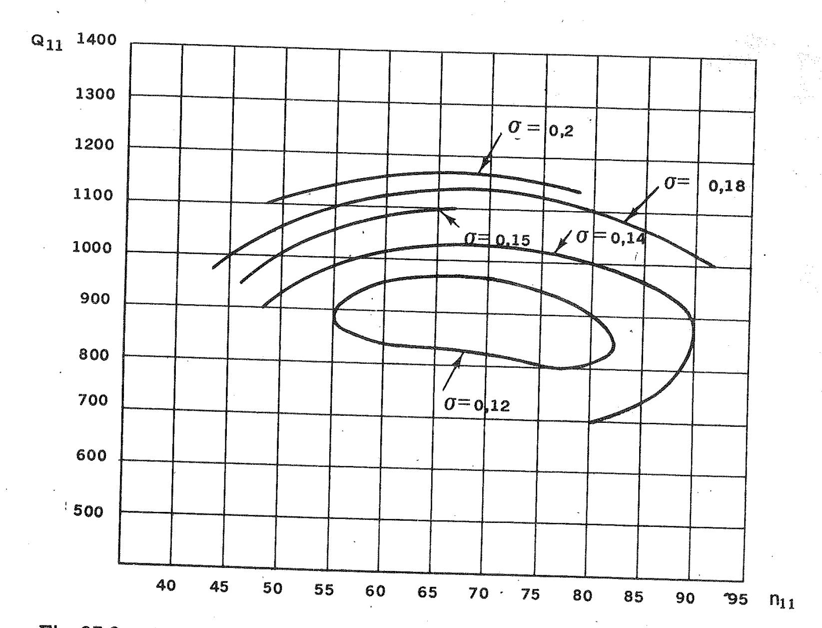


Fig. 23-8.– Curvas de σ = cte en el plano $Q_{11} - n_{11}$ correspondientes a la misma TH de las Figs. 18-5 y 18-6.

Lo mismo que σ_T', σ_T depende de la n_s de la T, verificándose aproximadamente:

$$\sigma_T = \frac{n_s^{4/3}}{5500 \text{ a } 4400}$$

Naturalmente esto se aplica a las T bien diseñadas, según el estado actual del arte de la construcción (véase problema 31).

23.4. Altura de aspiración, energía en la aspiración disponible, energía en la aspiración necesaria y coeficiente de cavitación en las B.

La construcción de las bombas rápidas (de n_s elevada) hizo que se estudiara también en las B el fenómeno de cavitación, antes poco conocido.

La altura total representativa de la energía a la entrada de una B, como la representada en la Fig. 23-9, o sea *la altura en la aspiración* referida a un plano que pasa por el centro de la brida de aspiración será:

$$H_E = \frac{p_E}{\rho g} + \frac{c_E^2}{2g}$$

En la boca de aspiración, ya en el interior de la B, el fluído se acelera a expensas de esta energía, parte de la cual también se consume en vencer los rozamientos en el interior de la B, disminuyendo simultáneamente la presión, según la ecuación de Bernoulli. Como el valor mínimo de la presión no es 0 sino $p_s/\rho g$, si se quiere evitar la cavitación la *altura en la aspiración disponible* (para vencer los rozamientos y acelerar el fluido hasta la velocidad máxima que puede darse en un punto del interior de la B) será:

$$H_{Ed} = \frac{p_E}{\rho g} + \frac{c_E^2}{2g} - \frac{p_s}{\rho g} \qquad (23\text{-}14)$$

Por otra parte aplicando la ecuación de Bernoulli entre A y E (Fig. 23-9), tomando como plano de referencia z = 0 el indicado en la figura, y despreciando la energía cinética en el pozo de aspiración $c_A^2/2g \simeq 0$ se tiene:

$$\frac{p_A}{\rho g} - H_s - H_{rA-E} = \frac{p_E}{\rho g} + \frac{c_E^2}{2g} \qquad (23\text{-}15)$$

donde $\frac{p_A}{\rho g} = \frac{p_b}{\rho g}$ en el caso de la figura que es el más frecuente; pero en el caso general $p_A/\rho g$ puede tener cualquier valor.

De las Ecs. (23-14) y (23-15) se deduce que la *altura en la aspiración disponible* será:

$$H_{Ed} = \frac{p_b - p_s}{\rho g} - H_s - H_{rA-E} \qquad (23\text{-}16)$$

(caso normal, pozo de aspiración a la presión barométrica)

o bien

$$H_{Ed} = \frac{p_A - p_s}{\rho g} - H_s - H_{r\,A-E} \qquad \textit{(caso general)}\ (23\text{-}17)$$

Esta altura es la misma que se expresa por el concepto nacido en USA de $NPSH_{disponible}$ (véase DIN 24620, Junio 1971, p.7). Antiguamente se definió $H_{Ed} = \frac{p_A - p_s}{\rho g}$; pero a ésta se la debe llamar *altura estática en la aspiración disponible* (Así DIN 24260).

Para evitar la cavitación:

$$H_{Ed} \geqslant \Delta h \qquad (23\text{-}18)$$

donde Δh es un parámetro de excepcional importancia en el estudio de la cavitación de las B, que se denomina *caída de altura presión en el interior de la B.* Se tiene pues

$$\Delta h = H_{Ed\ mín.} \qquad (23\text{-}19)$$

altura en la aspiración disponible mínima o altura en la aspiración necesaria (1).

De las Ecs. (23-14), (23-17) y (23-19) se deducen dos definiciones de la *altura en la aspiración necesaria.*

$$NPSH_{necesaria} \equiv \Delta h = \left(\frac{p_E - p_s}{\rho g} + \frac{c_E^2}{2g}\right)_{mín.} \qquad (23\text{-}20)$$

$$NPSH_{necesaria} \equiv \Delta h = \left(\frac{p_A - p_s}{\rho g} - H_s - H_{rA-E}\right)_{mín.} \qquad (2)\ (23\text{-}21)$$

Insistimos de nuevo en que el Δh definido en la Ec. (23-20) o en la equivalente (23-21) es igual al expresado por el concepto de $NPSH_{necesaria}$ (NPSH = Net Positive Suction Head). Antiguamente se denominaba *altura en la aspiración necesaria* a $\left(\frac{p_E - p_s}{\rho g}\right)_{mín.}$; pero hoy es preferible llamarla *altura estática en la aspiración necesaria.* En las Ecs. (23-20) y (23-21) puede verse que Δh no es una constante para cada B, sino que es función del caudal. Muchas veces, sin embargo, se define Δh como el valor correspondiente al caudal nominal, o caudal de óptimo rendimiento de la B. Teóricamente no es posible determinar Δh; pero puede hallarse fácilmente su valor experimentalmente, como veremos más adelante.

El instalador de una B deberá tener presente la Ec. (23-21) para instalar correctamente la aspiración de la misma, de lo cual puede depender el buen funcionamiento y vida de la B. Para valores determinados de $p_A/\rho g$, $p_s/\rho g$ y H_{rA-E} el valor mínimo del segundo miembro de la Ec. (23-21) corresponderá al máximo de la

(1) Δh = "Haltedruckhöhe" en la moderna bibliografía alemana (según DIN 24620) = $NPSH_{disponible}$ en la bibliografía USA difundida también en otros países.

(2) La *altura en la aspiración disponible* (Ec. (23-17)] es un valor característico de cada instalación y la *altura en la aspiración necesaria* es un valor característico de cada B [Ec. (23-21)]. Para evitar la cavitación la primera tiene que ser mayor que la segunda [Ec. (23-18)]. Se observará el paralelismo entre la Ec. (23-18) de las B y la Ec. (23-8) de las TH.

altura de aspiración, de lo cual se deduce que

$$H_{s\,máx} = \frac{p_A - P_s}{\rho g} - H_{r\,A\text{-}E} - \Delta h \qquad (23\text{-}22)$$

De la Ec. (23-22) se deduce que la altura de aspiración, o distancia en vertical desde el N.I al eje de la B, deberá ser tanto menor cuanto:

– $\frac{p_A}{\rho g}$ *sea menor.* Si la B aspira de la atmósfera $\frac{p_A}{\rho g} = \frac{p_b}{\rho g}$, y cuanto mayor es la altitud sobre el nivel del mar del lugar de la instalación la H_s máxima admisible será menor.

– $\frac{P_s}{\rho g}$ *sea mayor.* Las B que aspiran líquidos calientes cavitan más fácilmente.

– $H_{r\,A\text{-}E}$ *sea mayor.* Para disminuir las pérdidas en la tubería de aspiración se han de evitar los codos, aumentar el diámetro, e incluso eliminar la válvula de pie y alcachofa, cebando la B con bomba de vacío (véase la Sec. 5.5).

– Δh *sea mayor.* Para una misma B, cuanto mayor sea n_s mayor es Δh. Si se precisa aumentar H_s se deberá instalar una B de menor n_s, lo cual para un mismo Q y H requeridos equivale a emplear una B menos revolucionada.

– Q *sea mayor.* Al aumentar Q aumentan Δh y $H_{r\,A\text{-}E}$ y con ello aumenta el peligro de cavitación. *Si una B cavita, a menudo basta reducir el caudal para que deje de cavitar.*

Coeficiente de cavitación de las B

A fin de expresar mejor la analogía entre el coeficiente de cavitación de las B y el de las T, antes de definir el primero, consideremos las T esquematizadas en la Fig. 23-10.

Aplicando le Ec. de Bernoulli entre el punto E (el punto o la sección E se tomará en el plano definido en la norma para la altura de aspiración establecida en la Fig. 23-6) y el punto A se tendrá (1):

$$\frac{p_E}{\rho g} + \frac{c_E^2}{2g} + H_s - H_{2\,E\text{-}A} = \frac{p_A}{\rho g}$$

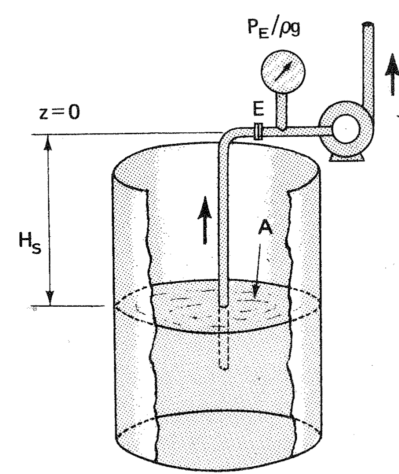
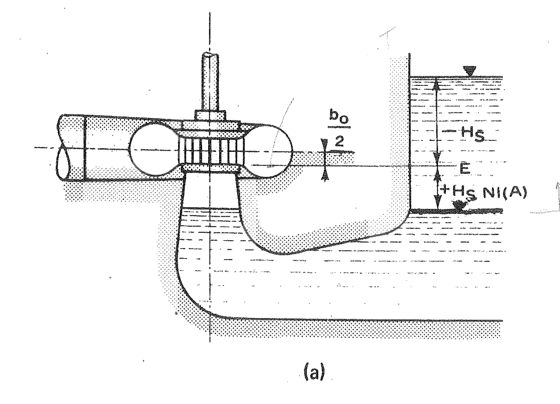
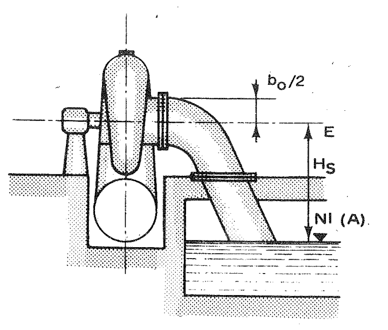


Fig. 23-9.–Determinación de la *altura de aspiración* de una B.

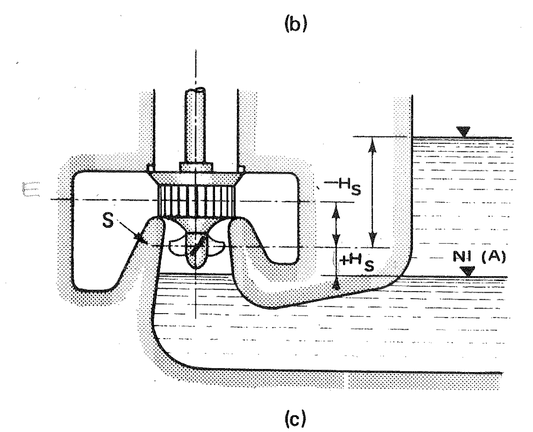
(1) Para resaltar más la analogía hemos designado con las letras E y A en las Figs. 23-9 y 23-10 secciones homólogas.



(a)



(b)



(c)

Fig. 23-10.–Determinación de la *altura de aspiración* según el tipo de T y esquema de instalación: a) TF y TD verticales; b) TF horizontal; c) TK vertical.

o sea

$$\frac{p_A}{\rho g} - H_s + H_{r\,E\text{-}A} = \frac{p_E}{\rho g} + \frac{c_E^2}{2g}$$

Se observa que esta última ecuación es la misma que la Ec. (23-15) establecida en las B con una diferencia: el término de las pérdidas figura con signo distinto debido a la inversión del sentido del flujo (la depresión a la salida del rodete es tanto menor cuanto mayor sean las pérdidas en las T y lo contrario sucede en las B). H_s será máxima cuando $\frac{p_E}{\rho g} = \frac{P_s}{\rho g}$. Por tanto

$$H_{s\,máx} = \frac{p_A - P_s}{\rho g} - \frac{c_E^2}{2g} + H_{r\,E\text{-}A} \qquad (23\text{-}23)$$

pero $\frac{c_E^2}{2g} - H_{r\,E\text{-}A}$ es la depresión dinámica Δh en el interior de la máquina, causada por las pérdidas del tubo de aspiración, que ahora son internas, y el rozamiento; es decir

$$\Delta h = \frac{c_E^2}{2g} - H_{r\,E\text{-}A} \qquad (23\text{-}24)$$

y

$$H_{s\,máx} = \frac{p_A - P_s}{\rho g} - \Delta h \qquad (23\text{-}25)$$

Comparando la ecuación (23-22) con la (23-25) se observa que en esta última no figuran explícitamente las

pérdidas, ya que en la T las pérdidas en el tubo de aspiración son interiores a la máquina, sucediendo lo contrario en las B.

El coeficiente de cavitación σ de las TH [Ec. (23-12)] teniendo en cuenta la Ec. (23-25) puede expresarse también así

$$\sigma = \frac{\Delta h}{H} = \frac{\frac{p_b - p_s}{\rho g} - H_{s\,máx}}{H} \qquad (23\text{-}26)$$

(turbinas hidráulicas)

Resulta ahora fácil definir el coeficiente de cavitación σ de las B, que será el mismo que en las T; pero tomando el valor de Δh de la Ec. (23-22):

$$\sigma = \frac{\Delta h}{H} = \frac{\frac{p_A - p_s}{\rho g} - H_{s\,máx} - H_{r\,A\text{-}E}}{H} \qquad (23\text{-}27)$$

(bombas hidráulicas)

El Δh de una B depende de la forma geométrica de la B; aunque casi exclusivamente de la forma de la boca de entrada del rodete, así como de la curvatura del álabe. El estudio aerodinámico de un perfil muestra en qué lugar del álabe tiene lugar la zona de máxima depresión en el álabe de una B. Esta depresión adicional puede hacer descender la presión por debajo de la presión de saturación del vapor y provocar la cavitación. Lo mismo sucede en los perfiles de las T. En la Fig. 23-11 puede verse la distribución de presiones absolutas en una paleta de TK al comienzo de la cavitación.

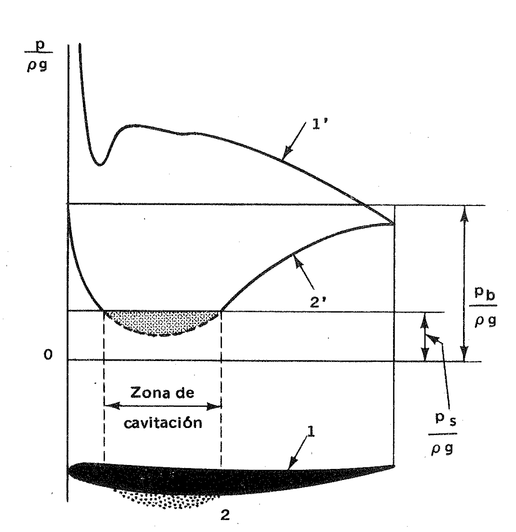


Fig. 23-11.–Distribución de presiones absolutas en una paleta de TK al comienzo de la cavitación: 1. Cara del álabe.- 2. Dorso del álabe.- 1'. Distribución de presiones en 1.- 2'. Distribución de presiones en 2.

Se ha comprobado experimentalmente que Δh en las B geométricamente semejantes es proporcional a H, lo cual equivale a decir que σ en dichas B es constante, y varía sólo al variar la geometría de la B, es decir que σ es función de n_s. Un valor pro-

bable del coeficiente de cavitación de una B en función de n_s puede obtenerse mediante la Fig. 23-12. (Una figura análoga puede trazarse para las TH). El valor probable del n_s caerá entre las dos curvas dentro de la zona sombreada.

Para un cálculo aproximado de la altura de aspiración máxima, si no se dispone del valor de Δh o de σ, que suele suministrar el fabricante de la B, se puede proceder así:

– De la Fig. 23-12 se obtiene en función del valor de n_s de la B el valor de σ;

– De la Ec. (23-27) se obtiene el valor de Δh;

– Finalmente de la Ec. (23-22) se obtiene la H_s.

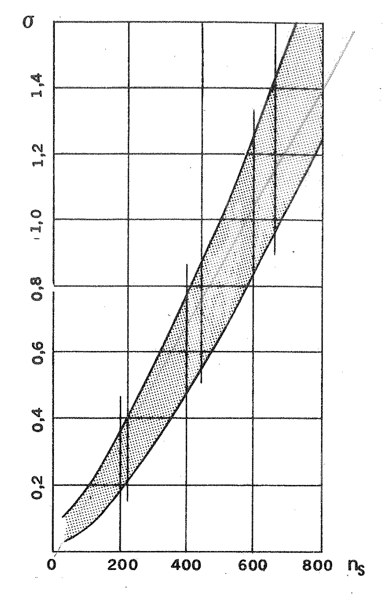


Fig. 23-12.– El *coeficiente* σ de una B en función de n_s

Los objetivos actuales en la lucha contra la cavitación en las TH son los siguientes:

– Conseguir formas de los álabes tales que en los regímenes diversos de funcionamiento de la máquina se evite la cavitación; o en algunos casos se reduzca a un mínimo tolerable; o que la segunda fase (condensación de las cavidades, véase la Pág. 1185) trasmigre a lugares menos peligrosos.

– Selección de la altura de aspiración de manera que se evite la cavitación o se reduzca a un valor admisible.

–Selección de materiales resistentes a la cavitación.

Problema 47.

Las características nominales de una B radial, cuya tubería de aspiración tiene un diámetro interior de 100 mm, son las siguientes: Q = 1980 l/min; H = 30 m; n = 1500 rpm. Se ha hecho un ensayo de cavitación a una presión atmosférica de 743 mm c.m. a una temperatura del agua de 15 °C, aumentando gradualmente la altura de aspiración; iniciándose la cavitación el vacuómetro conectado a la entrada de la B indica una presión de –528 mm c.m.

Calcular:

a) *coeficiente de cavitación de la B;*

b) *altura de aspiración máxima de esta B, si se utiliza para bombear el mismo caudal de agua a la misma temperatura y a la misma presión barométrica, y la tubería de aspiración tiene una*

pérdida total de 1,2 m;

c) *suponiendo la misma pérdida de carga y la misma temperatura del agua y presión barométrica que en el apartado b, calcular la altura de aspiración máxima de una B geométricamente semejante a la anterior pero con una altura efectiva de 49 m.*

a) *Coeficiente de cavitación*

Aplicando la Ec. (23-15), y teniendo en cuenta que en este caso $\frac{p_A}{\rho g} = \frac{p_b}{\rho g}$ se tendrá:

$$\frac{p_b}{\rho g} - H_S - H_{r\ A-E} = \frac{p_E}{\rho g} + \frac{c_E^2}{2g}$$

Ahora bien

$$\left(\frac{p_E}{\rho g}\right)_r = -\frac{\frac{528}{750}\cdot 10^5}{1000\cdot 9{,}81} = -7{,}176 \text{ m}; \qquad \frac{p_b}{\rho g} = \frac{\frac{743}{750}\cdot 10^5}{1000\cdot 9{,}81} = 10{,}1 \text{ m.}$$

$$\frac{p_E}{\rho g} = 2{,}924 \text{ m} \qquad Q = \frac{1{,}980}{60} = 0{,}033 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\frac{c_E^2}{2g} = \frac{1}{2g}\ \frac{16\cdot 0{,}033^2}{\pi^2\cdot 0{,}1^4} = 0{,}8998 \text{ m.}$$

luego

$$\frac{p_b}{\rho g} - H_s - H_{r\ A\text{-}E} = 2{,}924 + 0{,}8998 = 3{,}824 \text{ m}$$

además

$$\frac{p_s}{\rho g} = \frac{0{,}017039\cdot 10^5}{1000\cdot 9{,}81} = 0{,}1737 \text{ m};$$ (el valor 0,017039 leido en las tablas de vapor saturado)

y siendo en nuestro caso $H_s = H_{s\,máx.}$ aplicando la Ec. (23-27):

$$\sigma = \frac{3{,}824 - 0{,}1737}{30} = 0{,}1217$$

b) *Altura de aspiración máxima de la misma B modelo.*

Conocido σ, de la Ec. (23-27) con $p_A = p_b$ (presión barométrica), se deduce:

$$H_{s\ máx.} = \frac{p_b - p_s}{\rho g} - H_{r\ A\text{-}E} - \sigma H \qquad (1)$$

$$H_{s\ máx.} = 10{,}1 - 0{,}1737 - 1{,}2 - 0{,}1217\cdot 30 = 5{,}075 \text{ m.}$$

c) *Altura de aspiración máxima de la B de H = 49 m.*

Aplicando de nuevo la Ec. (23-27), y teniendo en cuenta que por ser la B geométricamente semejante a la primera tendrá el mismo σ (véase la Pág. 1204), se tendrá:

$$H_{s\ máx.} = 10{,}1 - 0{,}1737 - 1{,}2 - 0{,}1217\cdot 49 = 2{,}763 \text{ m}$$

El tamaño de esta B dependerá de Q y éste a su vez de n, estando ya fijo el n_s. El apartado c demuestra que la altura de aspiración máxima depende fundamentalmente para una misma B de H, disminuyendo al aumentar esta última.

*

Problema 48.

En una bomba radial de agua el diámetro exterior del rodete es igual a 250 mm, el área efectiva disponible para el flujo a la salida del rodete es igual a 165 cm², y el ángulo que forman los álabes curvados hacia atrás con la dirección de la velocidad periférica a la salida del rodete es igual a 150°.

Al funcionar la bomba a 1450 rpm en su punto de funcionamiento nominal con entrada radial se mide con precisión en la sección situada junto a la brida de aspiración un caudal igual a 32 l/s; se estima que el caudal perdido al exterior, a causa del mal estado de los prensaestopas, asciende a 3% del caudal útil y que el rendimiento volumétrico de la B es de 88%. Se mide también, mediante un torsiómetro, en el eje de la B un par de 48,1 m.N. La verdadera componente periférica absoluta a la salida de los álabes se estima en un 0,7 de la teórica dada por la teoría unidimensional. Mediante un vacuómetro y un manómetro conectados respectivamente a la entrada y salida de la B en puntos situados a la misma cota se miden presiones relativas de −330 mm c.m. y 12,2 m.c.a. respectivamente. La presión barométrica es de 750 mm c.m. y la temperatura del agua 10 °C (presión de saturación de vapor 0,01227 bar).

El coeficiente adimensional de pérdida de carga primaria para las tuberías de aspiración e impulsión de 150 y 100 mm de diámetro respectivamente es λ = 0,027. La tubería de aspiración de 6 m de longitud no tiene ningún codo y sólo tiene instalada una válvula de pie de alcachofa, cuyo coeficiente global adimensional de pérdida de carga puede tomarse igual a 6,5. No se tengan en cuenta las pérdidas por rozamiento del disco en el rodete.

—

Calcular:

a) *rendimiento manométrico*
b) *rendimiento hidráulico*
c) *coeficiente de Stodola*
d) *rendimiento total*
e) *ángulo de los álabes directrices a la entrada*
f) *número de álabes estimado suponiendo que la B ha sido calculada por el procedimiento de Stodola*
g) *NPSH de la B*
h) *altura de la suspensión máxima admisible*
i) *potencia interna de la B*
j) *rendimiento mecánico de la B.*

—

a) *Rendimiento manométrico*

$$\eta_{man} = \frac{H}{H_{u\infty}}$$

$$H=\left(\frac{p_S}{\rho g}+z_S+\frac{V_S^2}{2g}\right)-\left(\frac{p_E}{\rho g}+z_E+\frac{V_E^2}{2g}\right)\quad \text{[véase Ec. (4-15)]}$$

$$V_S=\frac{4Q}{\pi^2 d_S^2}\qquad V_E=\pi\,\frac{4\,Q}{\pi\, d_E^2}$$

El caudal en la tubería de aspiración Q_a (véase Fig. 4-6,b), será:

$$Q_a=0{,}032=1{,}03Q$$

de donde

$$Q=\frac{0{,}032}{1{,}03}=0{,}03106\ m^3/s$$

y

$$\frac{V_S^2}{2g}=\frac{16\cdot 0{,}03106^2}{2\cdot 9{,}81\cdot\pi^2\cdot 0{,}100^4}=0{,}7971\ m$$

$$\frac{V_E^2}{2g}=\frac{16\cdot 0{,}03106^2}{2\cdot 9{,}81\ \pi^2\cdot 0{,}150^4}=0{,}1574\ m$$

$$\frac{p_S}{\rho g}=12{,}2\ m.$$

$$\frac{p_E}{\rho g}=-0{,}330\cdot 13{,}6=-4{,}488\ m.$$

$$z_S=z_E$$

y la altura efectiva de la B será:

$$H=12{,}2+0{,}7971-(4{,}488+0{,}1574)=17{,}33\ m$$

$$H_{u\infty}=\frac{u_2\,c_{2u}}{g}\quad \text{(entrada radial)}$$

$$u_2=\pi\,d_2\,n=\frac{\pi\cdot 0{,}250\cdot 1450}{60}=18{,}98\ m/s$$

$$c_{u2}=u_2-\frac{c_{2m}}{tg\,\beta_2}\quad \text{(del triángulo de velocidad de salida).}$$

Siendo $\frac{Q}{\eta_v}$ el caudal bombeado por el rodete, y suponiendo álabes afilados a la salida , se tiene:

$$c_{2m}=\frac{Q}{\eta_v\cdot 165\cdot 10^{-4}}=2{,}203\ m/s$$

y

$$c_{2u}=18{,}98-\frac{2{,}203}{tg\ 30^o}=15{,}16\ m/s$$

Luego

$$H_{u\infty}=\frac{18{,}98\cdot 15{,}16}{9{,}81}=29{,}33\ m.$$

$$\eta_{man}=\frac{17{,}33}{29{,}33}=0{,}5908$$

b) *Rendimiento hidráulico*

$$\eta_h=\frac{H}{H_u}$$

$$e_z=\frac{H_u}{H_{u\infty}}=\frac{u_2\,c'_{2u}/g}{u_2\,c_{2u}/g}=\frac{c'_{2u}}{c_{2u}}=0{,}7$$

$$H_u=0{,}7\cdot H_{u\infty}=0{,}7\cdot 29{,}33=20{,}53\ m$$

$$\eta_h=\frac{17{,}33}{20{,}53}=0{,}8441$$

c) *Coeficiente de Stodola*

$$\Lambda_S=\frac{1}{e_z}=\frac{1}{0{,}7}=1{,}428$$

d) *Rendimiento total*

$$\eta_{tot}=\frac{P}{P_a}$$

$$P=Q\rho gH=0{,}03106\cdot 1000\cdot 9{,}81\cdot 17{,}33=$$
$$=5440=5{,}44\ kW.$$

$$P_a=M\,\omega=M\cdot 2\pi n=\frac{48{,}1\cdot 2\pi\cdot 1450}{60}=7303\ W=7{,}303\ kW$$

$$\eta_{tot}=\frac{5440}{7303}=0{,}7449$$

e) *Angulo α_3*

$$\alpha_3=\text{arctg}\,\frac{c_{2m}}{c'_{2u}}=\text{arctg}\,\frac{c_{2m}}{0{,}7\cdot c_{2u}}=\text{artg}\,\frac{2{,}203}{0{,}7\cdot 15{,}16}=11^0\ 43'\ 39''$$

f) *Número de álabes*

De

$$w_u^{**}=c_{2u}-c'_{2u}\qquad \text{(véase Pág. 426)}$$

y teniendo en cuenta la Ec. (9-19) se tiene:

$$z=\frac{\pi\,\text{sen}\,\beta_2\,u_2}{c_{2u}-c'_{2u}}=\frac{\pi\ \text{sen}\ 30^o\cdot 18{,}98}{15{,}16-0{,}7\cdot 15{,}16}=6{,}555$$

luego

$$z=7\ \text{álabes.}$$

g) *NPSH*

El número específico de revoluciones de la B es:

$$n_s = 3{,}65\ n\ Q^{1/2}\ H^{-3/4} = 3.65 \cdot 1450 \cdot 0{,}03106^{1/2} \cdot 17{,}33^{-3/4} = 111{,}5$$

Con este valor de n_s se lee en la Fig. 23-12:

$$\sigma = 0{,}21$$

y finalmente de la Ec. (23-27)

$$\sigma = \frac{\Delta h}{H}$$

se deduce:

$$\Delta h = \text{NPSH} = \sigma \cdot H = 0{,}21 \cdot 17{,}33 = 3{,}639 \text{ m}$$

h) *Altura máxima de suspensión.*

Siguiendo el procedimiento indicado en la Pág. 1202 y aplicando la Ec. (23-22) se tendrá:

$$H_{s\,máx.} = \frac{p_b - p_s}{\rho g} - H_{r\,E\text{-}A} - \Delta h$$

$$\frac{p_b}{\rho g} = 0{,}750 \cdot 13{,}6 = 10{,}2 \text{ m}$$

$$H_{r\,E-A} = \left(\frac{0{,}027 \cdot 6}{0{,}150} + 6{,}5\right) \cdot 0{,}1574 = 1{,}193 \text{ m}$$

y finalmente

$$H_{s\,máx.} = 10{,}2 - \frac{0{,}01227 \cdot 10^5}{9{,}81 \cdot 1000} - 1{,}193 - 3{,}639 = 5{,}2424$$

i) *Potencia interna.*

$$P_i = \frac{Q \cdot H_u \cdot \rho g}{\eta_v} = \frac{0{,}03106 \cdot 20{,}53 \cdot 1000 \cdot 9{,}81}{0{,}88} = 7108 \text{ W} =$$

$$= 7{,}108 \text{ kW}$$

j) *Rendimiento mecánico.*

$$\eta_m = \frac{P_i}{P_a}$$

$$P_a = 2\pi\, n\, M = \frac{2\pi \cdot 1450 \cdot 48{,}1}{60} = 7303 \text{ W} = 7{,}303 \text{ kW}$$

$$\eta_m = \frac{7{,}108}{7{,}303}\, 100 = 97{,}32\ \%$$

*

Problema 49.

Una B de alimentación de calderas compuesta de 8 escalonamientos en serie está destinada a una central térmica instalada en un lugar en el cual la presión atmosférica media se estima en 850 mbar. La B debe impulsar agua a 140 °C y la presión en la caldera es de 150 bar.

Un ensayo de cavitación con modelo de B cuyos rodetes son geométricamente semejantes a la nuestra pero de sólo 3 rodetes, en el que se ha conservado la semejanza dinámica, referido a la presión atmosférica normal (= 1,013 bar) y temperatura 20 °C dió una altura efectiva de 150 m, una altura de aspiración máxima de 5,5 m y una pérdida de carga en la aspiración de 2 m funcionando con agua fría.

Calcular:

la altura de aspiración máxima en la B prototipo para que no se produzca la cavitación.

Según el ensayo realizado el coeficiente σ de la B será [Ec. (23-27)]:

$$\sigma = \frac{\dfrac{p_A - p_s}{\rho g} - H_{s\,máx} - H_{r\,A\text{-}E}}{H}$$

$$\frac{p_A}{\rho g} = \frac{p_b}{\rho g} = \frac{1{,}013 \times 10^5}{1000 \cdot 9{,}81} = 10{,}33 \text{ m}$$

$$\frac{p_s}{\rho g} = \frac{0{,}02383 \times 10^5}{998{,}23 \times 9{,}81} = 0{,}25 \text{ m} \quad \text{(véase Apéndice VIII)}$$

$$H = \frac{150}{3} = 50 \text{ m}$$

luego

$$\sigma = \frac{10{,}33 - 0{,}25 - 5{,}5 - 2}{50} = 0{,}0516$$

Siendo los rodetes de la B prototipo geométricamente semejantes a los de la B modelo, se tendrá para la B prototipo:

$$\sigma = 0{,}0516 = \frac{\dfrac{p'_b - p'_s}{\rho' g} - H'_{s\,máx} - H'_{r\,A\text{-}E}}{H'}$$

$$\frac{p'_b}{\rho'_g} = \frac{0{,}850 \cdot 10^5}{916{,}8 \cdot 9{,}81} = 9{,}45 \text{ m agua caliente}$$

$$\frac{p'_s}{\rho'_g} = \frac{4{,}760 \cdot 10^5}{916{,}8 \cdot 9{,}81} = 52{,}93 \text{ m agua caliente}$$

(los valores de p'_s y ρ' se han tomado del Apéndice VIII).

$$H' = \frac{150 \cdot 10^5}{916{,}8 \cdot 9{,}81}\,\frac{1}{8} = 208{,}5 \text{ m agua caliente}$$

porque la B prototipo consta de 8 rodetes.

Por tanto

$$0{,}0516 = \frac{9{,}45 - 52{,}93 - (H'_{s\,máx} + H'_{r\,A\text{-}E})}{208{,}5}$$

de donde

$$H'_{s\,máx} = 9{,}45 - 52{,}93 - 0{,}0516 \cdot 208{,}5 - H_{r\,A\text{-}E} = -54{,}23 \text{ m} - H'_{r\,A\text{-}E}$$

El resultado anterior indica que la B debería ser instalada aproximadamente 55 m por debajo del nivel del líquido en el tanque de aspiración, aún sin tener en cuenta las pérdidas en la tubería de aspiración. Como esto no es posible se instala una B previa que eleve la presión de manera que a la entrada de la B de alimentación la altura de presión alcance el valor conveniente para que no se produzca la cavitación (véase pág. 1264).

Problema 50.

Se estudian cinco instalaciones de bombeo en lugares en que la presión atmosférica es de 765 mm c.m. de las siguientes características:

1.ª instalación: *la B aspira de un depósito abierto a la atmósfera, que contiene un líquido en ebullición. La B está instalada en carga, estando su eje 5 m por debajo del nivel del líquido en el depósito; la pérdida total de carga en la aspiración asciende a 2,5 m.*

2.ª: *la B con las mismas pérdidas y la misma altura de aspiración que en la primera instalación aspira de un depósito hermético parcialmente lleno de propano (densidad relativa $\delta = 0{,}58$; presión de saturación a la temperatura del líquido $p_s = 13$ bar) habiéndose extraído el aire de la parte superior.*

3.ª: la B aspira de un depósito que contiene líquido $\delta = 0{,}7$; p_s a la temperatura del líquido en el depósito 2,2 bar, cota de aspiración y pérdidas como en los dos primeros casos, y una atmósfera de aire y vapor a una presión absoluta de 3 bar.

4.ª: *la B está en carga de 12 a 6 m por debajo del nivel del líquido según el grado de llenado del depósito; el depósito de aspiración abierto a la atmósfera; el líquido es gasolina ($\delta = 0{,}740$; p_s a la temperatura del líquido 0,46 bar); las pérdidas son equivalentes a 3 m col. gasolina.*

5.ª: *la B está en aspiración de 3 a 5 m por encima del nivel de la gasolina en el depósito abierto a la atmósfera (δ y p_s como en la 4.ª instalación) según el grado de llenado del depósito; las pérdidas ascienden a 1,5 m col. gasolina.*

Calcular:

a) NPSH disponible en cada caso.

b) NPSH requerido en cada caso.

a) *NPSH* disponible

1.ª instalación

Según la Ec. (23-16) (1).

(1) Las Ecs. (23-16) y (23-17) las escribiremos en m col. líq. bombeado en cada caso (propano, gasolina, etc...)

$$NPSH_{disponible} = H_{Ed} = \frac{p_b - p_s}{\rho g} - H_s - H_{r\,A\text{-}E}$$

Estando el líquido en ebullición $p_s = p_b$ y el NPSH es independiente de la naturaleza del líquido bombeado. Por tanto

$$NPSH_{disponible} = -H_s - H_{r\,A\text{-}E} = -(-5) - 2{,}5 = 2{,}5 \text{ m}$$

2.ª *inst.*

El propano líquido está en equilibrio con el propano gaseoso que llena la parte superior del depósito. Luego en este caso también

$$p_s = p_b$$

y

$$NPSH_{disponible} = 2{,}5 \text{ m}$$

3.ª *inst.*

Según la Ec. (23-17), haciendo $p_A = 3$ bar, se tendrá:

$$NPSH_{disponible} = \frac{(3 - 2{,}2)\,10^5}{700 \cdot 9{,}81} - (-5) - 2{,}5 = 14{,}15 \text{ m}$$

4.ª *inst.*

Siendo 1 bar equivalente a 750 mm c.m.

$$p_b = \frac{765}{750} = 1{,}02 \text{ bar}$$

y aplicando la Ec. (23-16), se tendrá para $H_s = -12$ m.

$$NPSH_{disponible} = \frac{(1{,}02 - 0{,}46)\,10^5}{740 \cdot 9{,}81} - (-12) - 3 = 16{,}71 \text{ m}$$

para $H_s = -6$ m

$$NPSH_{disponible} = 10{,}71 \text{ m}$$

5.ª *inst.*

Para $H_s = 3$ m.

$$NPSH_{disponible} = \frac{(1{,}02 - 0{,}46)\,10^5}{740 \cdot 9{,}81} - 3 - 1{,}5 = 3{,}214 \text{ m}$$

para $H_s = 5$ m

$$NPSH_{disponible} = 1{,}214 \text{ m}$$

b) *NPSH* requerido

El NPSH requerido, que es una característica de la B, debe ser inferior al $NPSH_{disponible}$ en

cada instalación considerada. Además en las dos últimas instalaciones en que el nivel del depósito oscila, el $NPSH_{requerido}$ deberá ser menor que el valor mínimo del $NPSH_{disponible}$.

23.5. La erosión producida por la cavitación

Con frecuencia en la explotación de las TMH la cavitación se presenta porque:

a) la altura de aspiración de la instalación es mayor que la máxima admisible. Esto ocurre hoy rara vez en las TH, no así en las B, donde desgraciadamente se constata ser un caso relativamente frecuente una instalación negligente;

b) la altura de aspiración fue elegida de acuerdo con el coeficiente de cavitación previamente determinado; pero no habiendo empleado el margen de seguridad suficiente [$\Delta\sigma$ en la Ec. (23-13)]. Este margen de seguridad es necesario porque el coeficiente se determina para el instante en que el rendimiento de la máquina baja. Ahora bien, antes de ese instante puede producirse la cavitación, sin que éste se acuse aún en un empeoramiento del rendimiento, lo cual hay que tener muy en cuenta en la práctica. De ahí la importancia de los métodos estroboscópicos que acusan la formación de burbujas, antes de que la cavitación repercuta en una disminución del rendimiento.

c) en la construcción de una central eléctrica el instalar la TH por debajo de la $H_{s\,máx}$ a fin de evitar la cavitación aumenta en ocasiones los gastos de excavación etc... hasta el punto que resulta más económico tolerar una cierta cavitación en la TH, que obligará a revisiones y reparaciones periódicas, cuyo coste anual puede ser inferior al interés anual del capital requerido por los gastos de excavación indicados. Hoy día el fenómeno de cavitación es tan conocido, y las técnicas de reparación tan dominadas, que es posible, y se hace frecuentemente, admitir una cavitación que exigirá reparación parcial de la TH cada dos años, con tal de que el desmontaje no sea total, cuyo coste es siempre muy elevado.

Con el aumento de la erosión por cavitación o también por abrasión producida por arenas y otros cuerpos extraños, baja el rendimiento. En caso de cavitación puede temerse un deterioro de rendimiento del 5% anual y aún mayor.

En las B centrífugas, por ejemplo, la erosión por cavitación (C) tiene lugar en las zonas C′, C″ y C‴ indicadas en la Fig. 23-13, donde la presión suele alcanzar los valores más bajos: a saber la zona de entrada en los álabes del rodete, en la parte cóncava o dorso del álabe, C′; en la superficie o cara interior del rodete, C″ y en el laberinto intersticial C‴. La abrasión (A), por el contrario tiene lugar también en los bordes de salida de los álabes. En la foto de la Fig. 23-14 puede verse un rodete de TF totalmente destrozado por la cavitación.

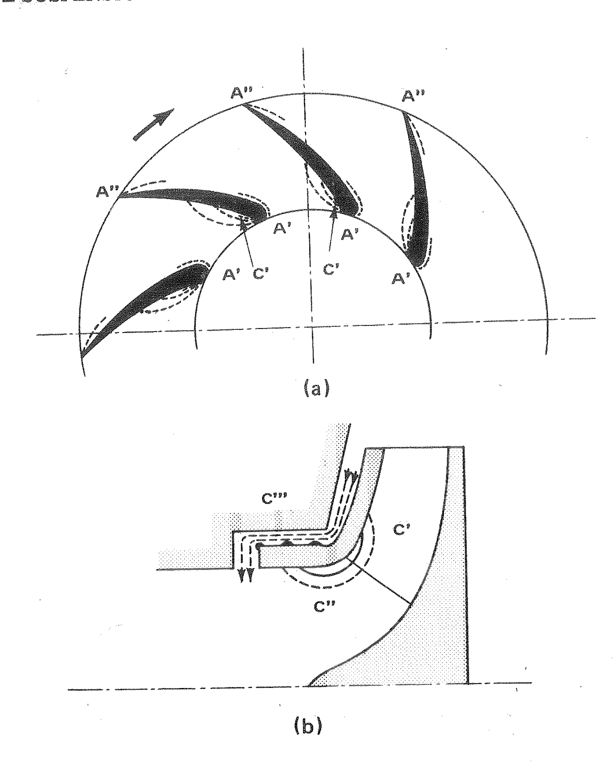


Fig. 23-13.—Lugares de erosión cavitativa en una B centrífuga.

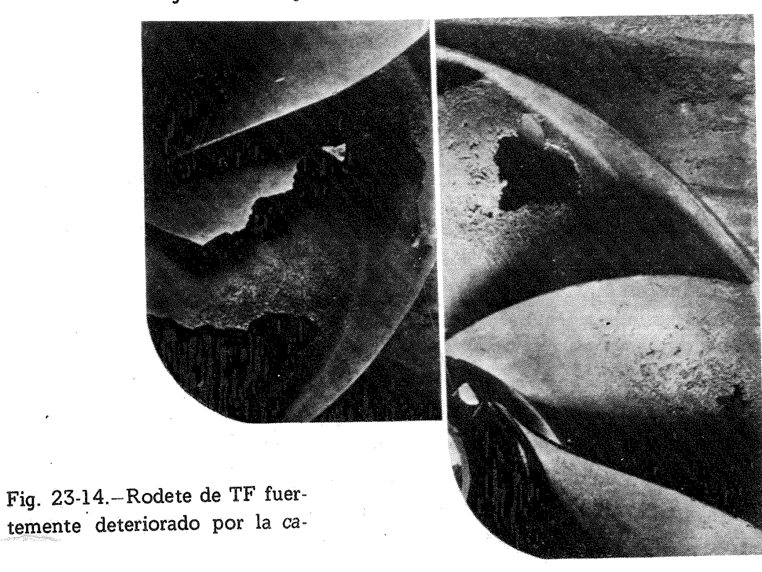


Fig. 23-14.—Rodete de TF fuertemente deteriorado por la ca-

A continuación se exponen tres métodos empleados hoy día en la lucha contra la cavitación. Entre ellos no figura la mejora en el diseño, lo cual hoy día apenas es posible. Prácticamente todas las TH del mismo n_s construídas por los diferentes constructores tienen análogas características de cavitación. Sin embargo, la tendencia al empleo de TH aún más rápidas (la investigación de n_s más elevados) suele ir acompañada con la investigación de las formas más favorables para evitar la cavitación.

1) Empleo de materiales resistentes a la cavitación. He aquí una tabla de la velocidad de erosión (masa de material erosionado en la unidad de tiempo) relativa de algunos materiales, tomando como referencia la erosión del acero inoxidable soldado (velocidad de erosión relativa 1).

Material	Velocidad de erosión relativa
Acero inoxidable soldado, 17% Cr-7% Ni	1
Fundición de acero inoxidable 12% Cr	3
Acero inoxidable soldado 18% Cr-8% Ni	5
Bronce de Al	13
Fundición de acero 0,33C	37
Bronce al Mn	80
Fundición de Fe	224–375

Esta tabla, aunque incompleta, muestra por qué la fundición de hierro no es empleada para las partes de la máquina expuestas a la cavitación, y muestra también la prioridad del acero inoxidable. Entre todas las propiedades del material que favorecen la resistencia a la corrosión, resistencia a la tracción, dureza, etc..., la resistencia a la corrosión por fatiga es la más importante. Las presiones producidas en el colapso de las burbujas del vapor pueden ser, como ya se ha dicho, del orden de 1470 bar y se destruyen a una frecuencia de 20.000 a 50.000 por segundo, lo cual explica que la fatiga sea la causa preponderante del fallo del material por cavitación.

El buen comportamiento del acero inoxidable a la fatiga, unido a sus excelentes propiedades contra la corrosión química y abrasión por arenillas y partículas sólidas extrañas, explica que el acero inoxidable sea un material favorito en la construcción de los rodetes de las TMH. Los anillos de desgaste, los álabes del distribuidor, y en general aquellas partes expuestas a grandes velocidades y/o presiones reducidas se construyen con frecuencia de acero inoxidable. El *acero inoxidable* se utiliza: a) a veces *en todo el rodete;* aunque muchas veces no, porque su precio es muy elevado; b) *recubriendo con soldadura de acero inoxidable* las zonas críticas más expuestas a la cavitación; método muy utilizado en las TH que se instalan por economizar obra civil por encima de la cota máxima impuesta por la cavitación; rellenando en periódicas revisiones con la misma soldadura los lugares deteriorados. Sobre la reparación de rodetes por soldadura y las diversas

técnicas desarrolladas para su aplicación se ha escrito mucho. Por el contrario, la técnica que consiste en rellenar los lugares deteriorados por la erosión con un "spray" de acero inoxidable, aunque mucho más cómoda de practicar que la soldadura, no ha dado hasta el presente resultados muy satisfactorios; c) *soldando bandas de acero inoxidable* en las superficies de los álabes del rodete.

La búsqueda de nuevas aleaciones y materiales resistentes a la cavitación sigue siendo en la actualidad objeto de intensa investigación en la que se emplean técnicas y aparatos muy diversos, de cuya descripción no podemos ocuparnos en este lugar (1).

Cuanto más pulimentada esté la superficie del material expuesto a la cavitación, mayor será su resistencia a la misma.

En la actualidad además del recubrimiento con soldadura o chapa se investiga en recubrimientos poliméricos para protección de los lugares más peligrosos.

Para la construcción de las B se emplean además del acero inoxidable otros materiales, entre ellos algunos plásticos y cauchos, que poseen una gran resistencia a la abrasión, empleándose en forma de superficie protectora de los elementos construídos de acero. La dificultad principal es conseguir una adhesión perfecta del acero con dicha capa protectora.

2) A veces la cavitación va acompañada con la formación de un remolino central a la salida del rodete y entrada en el tubo de aspiración, que provoca una fuerte vibración en el grupo turbogenerador. Para evitarlo se admite aire atmosférico o bajo cierta presión en una región lo más próxima posible al eje del grupo debajo del rodete. Con esto disminuye el vacío en el interior del torbellino y disminuye o se elimina del todo la cavitación.

3) Aumentando de cualquier modo las pérdidas en el tubo de aspiración en una TH disminuye el peligro de cavitación, como se deduce fácilmente de la Ec. (23-24). En las B por el contrario, como se deduce de la Ec. (23-22), para disminuir la cavitación hay que disminuir las pérdidas. La vaciación del coeficiente de cavitación con la variación del rendimiento del tubo de aspiración se calcula por la fórmula siguiente:

$$\sigma'' = \sigma' \left(1 - \frac{\Delta\eta}{\eta'}\right) - \Delta h$$

donde σ'' – coeficiente de cavitación de la TH dotada de tubo de aspiración de peor rendimiento

σ' – idem. con tubo de aspiración mejor

η' – rendimiento de la TH con el tubo de aspiración mejor.

(1) Véase, por ejemplo, V.M. MALJIŠEV *Model'ou'nye issledovanija gidroturbin* (Experimentación de turbinas con modelos), Moscú, Mašinostroenie 1971, 288 págs (págs. 235-248) .

η" – rendimiento de la TH con el tubo de aspiración peor

$\Delta\eta = \eta" - \eta'$

Al tomar esta medida paradójicamente es probable que el rendimiento de la T con el tubo de aspiración peor sea igual o más elevado que el de la T con el tubo de aspiración mejor; a causa de que con el primero se elimina la cavitación, con la mejora de rendimiento subsiguiente.

*

24. Investigación y ensayos experimentales de las TMH

24.1. Introducción

En este capítulo no pretendemos sino dar una vista de conjunto de los laboratorios de investigación, bancos de prueba e instrumentos de medida empleados en la actualidad en la investigación experimental de las TMH, remitiendo al lector interesado en esta materia a la bibliografía especializada.

Aunque los estudios teóricos han progresado notablemente en estos últimos años, y el empleo de las modernas calculadoras permitirá cada vez más resolver ciertos problemas analíticamente; en el estado actual de la técnica la experimentación es absolutamente necesaria para la investigación en este campo.

Las grandes fábricas de BH modernizan sus laboratorios de investigación, y los grandes constructores de TH crean nuevos bancos de prueba y nuevas instalaciones para abordar nuevos problemas. La necesidad de la experimentación queda evidenciada por los hechos siguientes:

1) A pesar de los avances de la teoría, es imposible sin ayuda de la experimentación construir un rodete de TH con valores determinados de Q_{11} n_{11} y rendimiento comparable con los que se obtienen actualmente; y eso aún dentro de los valores hoy día alcanzables y dentro de las n_s hoy día obtenibles.

2) Mucho menos es posible, a pesar de los avances en el cálculo teórico de perfiles y enrejados, construir una TH que tenga una característica previa determinada $\eta_{tot} = f(Q)$.

3) No existe un método teórico para cálculo de las fuerzas que actúan sobre el distribuidor de una TF. Incluso el paso de los ensayos del modelo al prototipo exige perfeccionamiento ulterior.

4) Los fenómenos transitorios de las TH y los esfuerzos por ellos originados no pueden estudiarse satisfactoriamente más que por vía experimental. Estos fenómenos son especialmente interesantes en las modernas TH de gran potencia entre 250 y 500 MW con alturas de salto de 100 a 200 m.

Podría parecer a primera vista que estando por una parte la técnica de la

construcción de las TH ya muy avanzada y experimentada y por otra estando en algunos países los saltos más rentables ya muy explotados, la experimentación haya cesado. Sin embargo, ésta continúa activamente en los grandes fabricantes de TH, pocos en número, que construyen TH para el mundo entero. El volumen de inversión de los grandes proyectos hidroeléctricos justifica los gastos considerables en la modernización de los laboratorios, que continuamente se está llevando a cabo en los mismos.

Los laboratorios de los constructores de TH, aunque pocos en número, ocupan un lugar preferente en el campo de la experimentación de las TMH. Además en la actualidad con el desarrollo creciente de las centrales de acumulación por bombeo se necesitan nuevos datos experimentales tanto sobre máquinas reversibles como sobre B de gran potencia.

La universalidad e importancia de estas instalaciones es la causa de que concentremos más nuestro estudio sobre ellas, ya que los instrumentos de medida suelen ser similares en los grandes laboratorios de los constructores de TH, y en los pequeños laboratorios de los constructores de B de pequeña y mediana potencia. De los ensayos realizados con las B de gran potencia, cuyo costo elevado queda en ellas perfectamente justificado se benefician las B pequeñas, en las cuales los gastos experimentales no serían muchas veces rentables.

En los laboratorios de los grandes constructores mundiales de TH se abordan en la actualidad los siguientes problemas:

1) *Elevación de rendimientos, seguridad de marcha y distanciamiento del tiempo entre revisiones.*

2) *Elevación del número específico de revoluciones,* lo que equivale a la creación de nuevos tipos de máquinas junto con la mejora de la tecnología de fabricación de las mismas. En los últimos quince años, por ejemplo, en el dominio de las TF para alturas comprendidas entre los 50 a 115 m se ha conseguido elevar considerablemente el número específico de revoluciones a expensas de un aumento de las secciones de paso del 20 al 30%, y del número de revoluciones del 15 al 20%, consiguiendo para un mismo diámetro del rodete aumentar notablemente la potencia de la TH. A título de ejemplo las investigaciones llevadas a cabo en la URSS para la construcción de la *central de Bratska* permitieron elevar en 1 m la altura de suspensión de las TH, y aumentar la potencia de 217 a 230 MW, disminuyendo en 1 m el diámetro de rodete sin disminución alguna del rendimiento.

3) Resolución de los problemas de proyecto, construcción e instalación de TH cada vez de *mayor potencia,* que en la actualidad exceden los 500 MW.

4) A los *ensayos de modelos* se exige en la actualidad mayor precisión al elevarse el rendimiento de la máquina y al perfeccionarse los instrumentos de medida; junto con eso se presentan problemas de selección de escala (aumento del tamaño de modelo), pudiéndose predecir de esta manera, utilizando fórmulas empíricas de paso, el rendimiento del prototipo con precisión no menor del 0,5%. Las leyes que rigen los ensayos de modelos fueron ya estudiadas en el Capítulo 8.

5) Investigación de las *TMH reversibles.*

6) Resolución de problemas de *resistencia.*

7) Investigación de *nuevos materiales.*

8) Mejoras ulteriores del sistema de *regulación.*

9) Mejora de la *tecnología de la fabricación,* sobre todo en los nuevos grupos de gran potencia.

10) Aumento de la altura de salto para las *TK hasta unos 80 m.*

11) Mejoras en el proyecto y construcción de los *tubos de aspiración.*

12) Investigación de *turbinas bulbo,* que se construyen actualmente con diámetro del rodete de 7,5 m.

13) Investigación sobre *turbinas Dériaz,* que se llevan a cabo actualmente con gran extensión en la URSS (véanse las Sec. 12.2 y ss.).

14) Ampliación del $n_{s\,máx}$ de las *TP hasta* $n_s = 55$, destinadas a aquellos saltos en que puede resultar aún ventajoso el empleo de estas turbinas con preferencia a las TF.

15) Ampliación del *tamaño de los modelos.*

16) Investigación de la frecuencia y modos de *vibración* de los rodetes e influjo de las diversas partes del mismo sobre la vibración.

17) Resolución de los problemas extraordinariamente complejos relacionados con el proyecto de las nuevas *cámaras espirales,* para alturas mayores de 100 m y potencias mayores de 200 MW.

18) Investigación mejorada sobre *erosión por cavitación* y materiales resistentes a la cavitación y a la *abrasión,* junto con el tratamiento térmico adecuado de los mismos. Esto incluye *investigación de nuevos materiales* y mejora de los aceros inoxidables ya existentes, investigación de *capas protectoras* no metálicas y aplicación de métodos electroquímicos de defensa contra la cavitación.

19) Investigación sobre *empaquetaduras y cierres laberínticos* del distribuidor, rodete y eje de la TH.

20) Investigación sobre nuevos *casquillos* para el giro de los álabes del distribuidor con materiales poliméricos, ensayados con diferentes presiones específicas y a diferentes velocidades, para distanciar los períodos de revisiones de estos elementos.

Las citadas investigaciones pueden reducirse a tres grupos principales:

a) *Desarrollo de las TMH* teórico y experimental y sus componentes.

b) *Experimentación en modelos reducidos* para la obtención de sus *curvas características* y muchas veces para deducir de estos ensayos las *curvas de garantía* de los prototipos.

c) Investigación en modelos de máquinas o de componentes de las *solicitaciones estáticas y dinámicas,* es decir de esfuerzos y deformaciones y dictamen sobre el comportamiento del prototipo a partir de estos ensayos.

No solamente en las B de gran potencia de las centrales de acumulación; sino también en las B de las grandes instalaciones de riego, en las bombas de alimentación de calderas de las centrales térmicas, en las B para tratamiento de aguas residuales etc... las potencias en juego, justifican las grandes inversiones realizadas en el desarrollo experimental de estas máquinas. Así, por ejemplo, las B modernas de alimentación de calderas a) trabajan con presión por escalonamiento cada vez mayor; b) deben ser diseñadas con gran precisión por las altas exigencias impuestas a las mismas; c) exigen estrechas tolerancias de construcción, para conseguir B de idéntica curva característica, ya que estas máquinas funcionan prácticamente siempre en paralelo; d) requieren máxima seguridad de servicio; e) exigen un rendimiento lo más elevado posible. Todo ello abre un gran campo a la experimentación.

24.2. Laboratorios de ensayo de TH y BH

El aumento de dimensiones y potencias unitarias de las TH, la creación de nuevos tipos de TH, sobre todo las turbinas Dériaz iniciadas en Inglaterra e investigadas ulteriormente sobre todo en la URSS, las turbinas bulbo y las bombas-turbinas reversibles, han presentado y presentan como hemos dicho nuevos y complicados problemas. La competencia entre las grandes firmas constructoras de TH en el mundo ha sido un acicate para la modernización de sus laboratorios de ensayo.

Un buen laboratorio de TH debe ser capaz de

- reproducir en los ensayos de modelos lo más exactamente posible condiciones semejantes a las existentes en las centrales hidroeléctricas;
- flexibilidad máxima en la instalación de los modelos;
- posibilidad de crear depresión en la salida del rodete de las TH o en la aspiración de las BH en los ensayos de cavitación;
- posibilidad de ensayar simultáneamente varios modelos, o al menos poder montar uno mientras el otro se está ensayando;
- conseguir exactitud máxima en las medidas, para lo cual el laboratorio deberá estar dotado de la instrumentación apropiada.

He aquí clasificados por orden alfabético de naciones algunos de los laboratorios más importantes de TH en el mundo, muchos de ellos, no todos, diseñados, construidos y explotados por los grandes constructores de TH.

Alemania: J.M. VOITH CmbH, Heidenheim, Brenz.
Austria: ANSTALT FÜR STRÖMUNGSMASCHINEN, Graz-Andritz.
Canadá: DOMINION ENG. WORKS, Montreal.
Checoslovaquia: Fábrica de TH ČKD, Blansk.
Francia: ELECTRICITÉ DE FRANCE, Chatou (1); SOGREAH, Grenoble.
Inglaterra: ENGLISH ELECTRIC CO., Rugby
MECHANICAL ENGINEERING RESEARCH LABORATORY, East Kilbride.
Italia: FRANCO TOSI, Legnano (2).
Japón: HITACHI LTD, Tokyo.
MITSUBISI, Kobe.
Rumanía: INSTITUTO POLITECNICO, Timisoar.
Suecia: KMW, Kristinehamn (3).
NOHAB, Trollhettan.
Suiza: ATS. DE CHARMILLES, SA, Ginebra
ESCHER WYSS, AG, Zürich (4)
ATS. DE CONSTRUCTION MECHANIQUES DE VEVEY, S.A., Vevey.
USA: NEWPORT NEWS SHIPBUILDING AND DRY DOCK CO., Newport News.
URSS: NOVAJA LABORATORIJA GIDROTURBIN LMZ, Leningrado.
LABORATORIJA GIDROTURBIN XAR'KOVSKOGO (Charkow) TURBINNOGO ZAVODA.
Yugoslavia: INSTITUT ZA TURBINSKE STROJE, Ljublijana.

Para nuestro propósito bastará describir algunas de estas instalaciones junto con algunos de sus bancos de prueba, ya que sustancialmente no se diferencian mucho unas de otras.

Los laboratorios de ensayo de B constan de un conjunto de tuberías, válvulas, canales y depósitos, que constituyen uno o varios circuitos cerrados.

(1) Véase el folleto *Station d'essais de turbines,* Electricité de France, Centre de Recherches et d'Essais de Chatou; y también *Installation d'une plataforme d'essais sur modele de turbine,* Centre de Recherches..., 1966, HE 1/700/6.

(2) Véase el folelto *New Laboratory FRANCO TOSI for Hydraulic machine testing,* publicado por dicha firma.

(3) Véase el folleto *KMW Hydraulic turbine laboratory,* publicado por dicha firma.

(4) Véase H. GREIN, *Die hydraulischen Versucheintichtungen der Escher-Wyss-Gruppe* (Instalaciones de ensayos hidráulicos del Grupo Escher-Wyss).

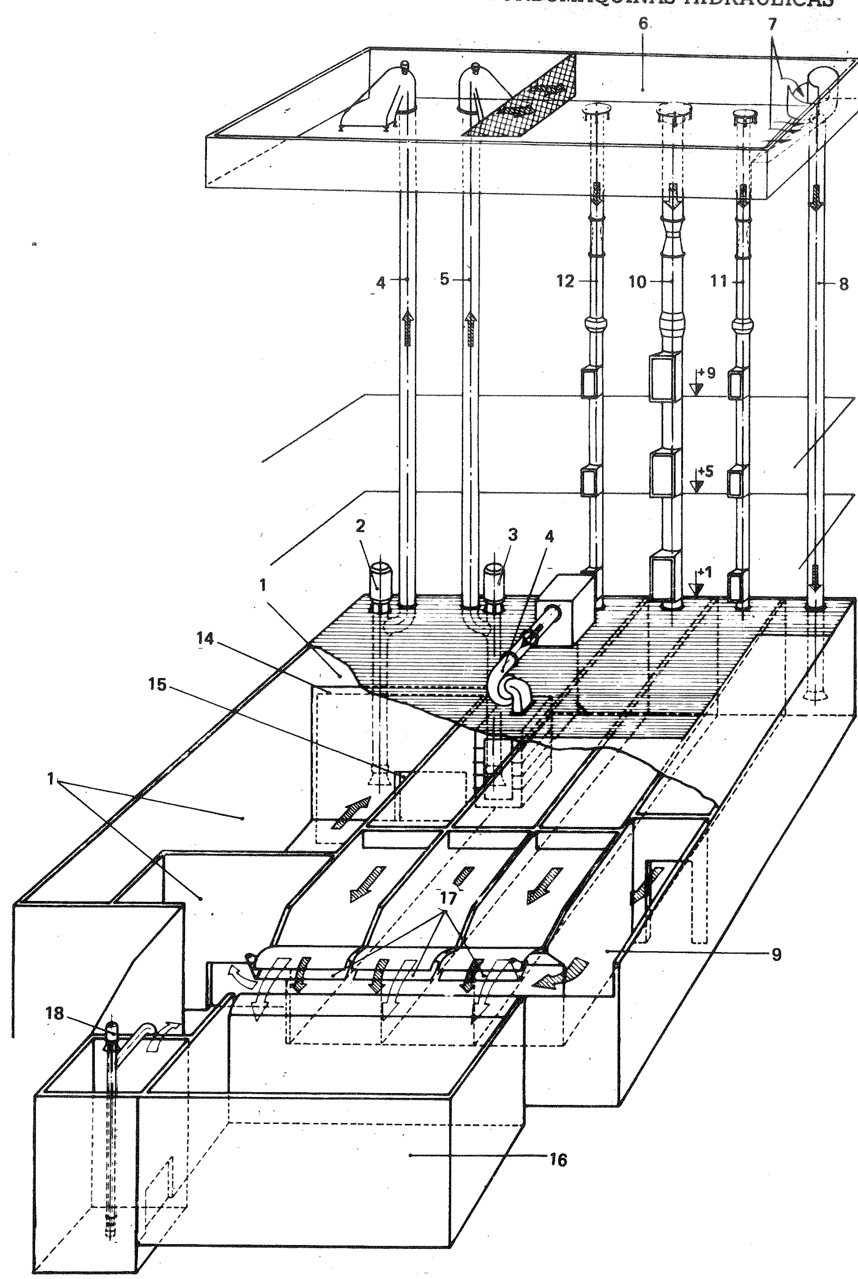


Fig. 24.1.– Circuito hidráulico del laboratorio de la firma Franco Tosi, Italia: 1. Depósito principal de agua; 2,3. B accionada eléctricamente; 4,5. Tuberías de impulsión; 6. Depósito superior; 7. Vertedero; 8. Tubería de desagüe; 9. Canales de retorno; 10,11,12. Tuberías de alimentación; 13. Turbina modelo en experimentación; 14. Vertedero; 15. Compuerta; 16. Tanque calibrado; 17. Vertederos instantáneos; 18. Bomba de drenaje.

Los laboratorios de ensayo de TH suelen contener circuitos cerrados de alta presión para las TP y de baja presión para las TF o también circuitos abiertos.

Laboratorios de Franco Tosi, Italia

En la Fig. 24-1 puede verse el sistema hidráulico de este laboratorio de ensayo de TMH, que entró en funcionamiento el año 1965.

Las B 2 y 3, con caudal por unidad de 600 l/s aspiran agua del depósito principal 1 situado en el sótano del edificio, y la impulsan a través de las tuberías 4 y 5 al depósito superior 6 colocado en la parte superior del edificio, en el cual se mantiene constante el nivel, gracias a un vertedero de torbellino 7, por donde vierte el agua a través de la tubería 8 del canal de retorno 9, que actúa también como tranquilizador.

Las tuberías 10, 11 y 12 de 800, 500 y 500 mm de diámetro respectivamente con salidas a los tres pisos del laboratorio sirven para alimentar los modelos de TH ó BH, que pueden ser instaladas en cualquiera de los 3 pisos del laboratorio cotas + 1 m, + 5 y + 9 m respectivamente), según los requisitos del ensayo. Las 3 turbinas están dotadas de Venturis para medidición de caudal, y de válvulas que producen la depresión deseada en la admisión del modelo. La presión a la salida de la TH modelo se regula escogiendo el piso adecuado para el ensayo, ajustando además la apertura de la compuerta a la salida del tanque de descarga.

Los modelos de TF y de TK se ensayan con salto natural, gracias a la disposición en circuito abierto, regulable hasta un máximo de 21,7 m, con un caudal máximo de 100 l/s. El modelo de TH puede instalarse con una altura de aspiración máxima de 9 m para investigación de los fenómenos de cavitación.

Las B pueden ensayarse en aspiración, conectando la entrada con el depósito superior; o en carga, conectando la admisión con el depósito inferior, variando además la altura de aspiración a voluntad para los ensayos de cavitación.

Los caudales se miden con Venturis calibrados periódicamente con un tanque de medida calibrado, el cual también puede utilizarse para medición directa del caudal. La medición puede realizarse siempre con error menor de 1/1000. A través de la compuertas de apertura instantánea 17 se puede enviar al tanque un caudal máximo de 1200 l/s.

Laboratorio de KMW Suecia.

El canal de ensayo de TF y TK de la firma sueca KMW, representado en la Fig. 24-2 es una instalación un tanto diferente de la anterior en circuito abierto también; pero con menor amplitud de alturas de salto y mayor gama de caudales hasta un máximo de 2800 l/s.

Laboratorio de Escher Wyss, Suiza

La firma Escher Wyss, Suiza es una de las más antiguas y acreditadas constructoras de TMH del mundo (Su programa de fabricación incluye también las TMT). A mantener este prestigio contribuye el laboratorio de ensayos hidráulicos de

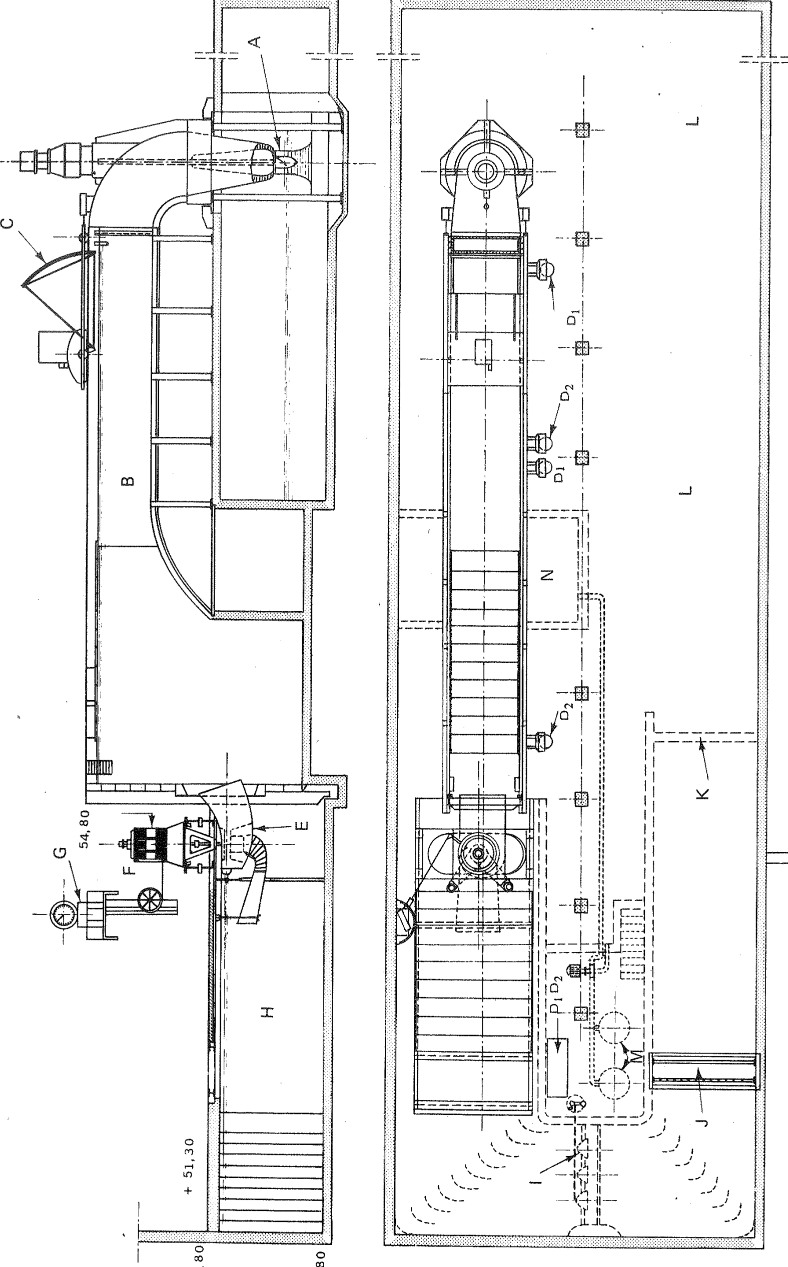


Fig. 24-2.— Canal de ensayos de la firma KMW, Suecia, adaptado a la experimentación de TF y TK: A. Bomba de circulación; B. Canal de medidas; C. Pantalla hidrométrica; D. Medidores de nivel y transductores; E. TH modelo; F. Dinamómetro eléctrico; G-Balanza; H. Tanque volumétrico y canal de salida; I. Válvulas para control de nivel aguas abajo; J. Pantallas tranquilizadoras; K. Vertedero de medida; L. Depósito principal de agua; M. Filtros de agua; N. Depósito de agua filtrada.

Zürich sometido a un proceso de renovación constante.

La Tabla 24-1 contiene los bancos de prueba de que actualmente dispone el laboratorio. De ellos unos son en circuito abiertos y otros en circuito cerrado.

TABLA 24-1

Banco de ensayo n.º	Designación	Tipo de banco de ensayo	Modelos que pueden ensayarse	Tipo de ensayo	Diámetros del rodete (mm)	Potencia (Kw) Régimen de turbina T	Potencia (Kw) Régimen de bomba B	n (rpm)	$H_{máx.}$ (m) T	$H_{máx.}$ (m) B	$Q_{máx.}$ (l/s)
1	Banco de cavitación grande	Circuito cerrado	TK, T hélice, TF, TD eje vertical	Curvas características, cavitación, ensayos generales	$d_1 \doteq 300$ TK T hélice $d_s = 300$ TF $d_s = 250$ TD	350		600–4000	100		1100
2	Banco de cavitación de baja presión	Circuito cerrado o abierto	TK, T hélice, TF, TD T bulbo B/T	Curvas características, cavitación, T, B/T ensayos generales	$d_1 = 308$ T hélice, TB $d_s = 300$, TK	50	50	250–3200 (500–6400 transmisión)	12	20	700
3	Banco de baja presión	Circuito abierto	TK, T hélice, T bulbo eje vertical	Curvas características, ensayos generales	$d_1 = 3616$ TK, T hélice $d_s = 600$ TF	35		80–1000 (transmisión)	1,9–3,5		1800
4	Banco de bombas radiales I	Circuito abierto	B/T, B, TF, TD, eje horizontal	Curvas características, cavitación de BH, ensayos generales	$d_2 = 344$	300	300	1000–3000	90	200	650
5	Banco de bombas radiales II	Circuito abierto o cerrado	”	”	”	150	240	1000–2800	90	20	430
6	Banco de bombas radiales III A	Circuito abierto	”	”	”	”	”	1200–2000	”	”	650
7	Banco de bombas radiales III B	Circuito abierto	”	”	”	600	600	”	”	”	”
8	Banco de bombas verticales V	Circuito cerrado	B/T, B, TK, T hélice, TF, TD eje horizontal	Curvas características, cavitación, T, B, B/T, ensayos generales	”	500	1200	800–5200 (transmisión)	140	500	1100
9	Banco de bombas radiales VI	Circuito abierto	B, B/T radial, axial y semiaxial, eje horizontal o vertical	Ensayos de cebado y puesta en marcha	$d_2 = 344$		75	800–1500			

Un banco de ensayo de *circuito abierto*, es según la terminología corriente, aquél en el cual el líquido tanto en el extremo de la succión como en el extremo de la impulsión es contenido en tanques con superficie libre abierta a la atmósfera.

La instrumentación empleada en los bancos de prueba de la Tabla 24-1 es la siguiente:

TABLA 24-2

Medida	Instrumento	Calibración
H, H_s contrapresión	a) Manómetro diferencial de émbolo, tipo ASTRÖ. b) Manometro en U de Hg, con escala de flotador, tipo BETZ, para mayor exactitud. c) Manómetro en U invertido de agua.	El instrumento aislado o en funcionamiento con columnas de H_2O ó Hg, también tarador de pesas
Caudal	a) Venturímetro b) Toberas y diafragmas c) Medidor magnético de flujo. Indicación de diferencia de presiónes con los instrumentos arriba indicados.	*in situ* con pantalla hidrométrica ANDERSON o tanque volumétrico.
Momento de torsión	a) Dinamómetro de torsión óptico y eléctrico; transmisión de datos por cámara detelevisión b) Directo con brazo de palanca y pesas; con posible transmisión por cámara de televisión.	Brazo de palanca y pesas
Número de revoluciones	Contador digital con base de tiempo, de cuarzo	Cuentarevoluciones mecánico o eléctrico con reloj de cuarzo
Oscilaciones de la presión	Cajas de medición de presión bandas extensométricas o cuarzo	Eléctrica y con presión de agua
Fuerzas, deformaciones	Bandas o rosetas extensométricas.	Brazo de palanca y pesas

Una foto del banco de B verticales (n.8 en la tabla 24-1) puede verse en la Fig. 24-3.

A continuación pasamos a describir el moderno banco universal en circuito cerrado del mismo laboratorio de la firma Escher Wyss, cuyas características principales figuran en el n.2 de la misma tabla 24-1, en el cual se ha ampliado el margen

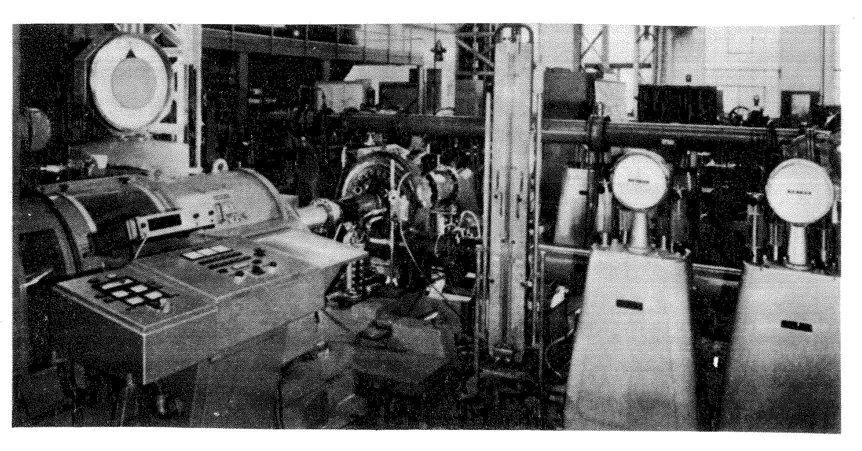


Fig. 24-3.– Banco de ensayos (incluida cavitación) para B radiales de los laboratorios de Escher Wyss en Zürich, Suiza.

de potencias y número de revoluciones, de manera que las TMH de uno o dos escalonamientos pueden ensayarse a su altura correspondiente, evitándose así la distorsión del ensayo, y las de más de dos escalonamientos a una escala reducida. Este banco, en el que puede ensayarse una TMH en los 4 cuadrantes (véase la Fig. (24-4), es especialmente apropiado para el ensayo de B y B/T.

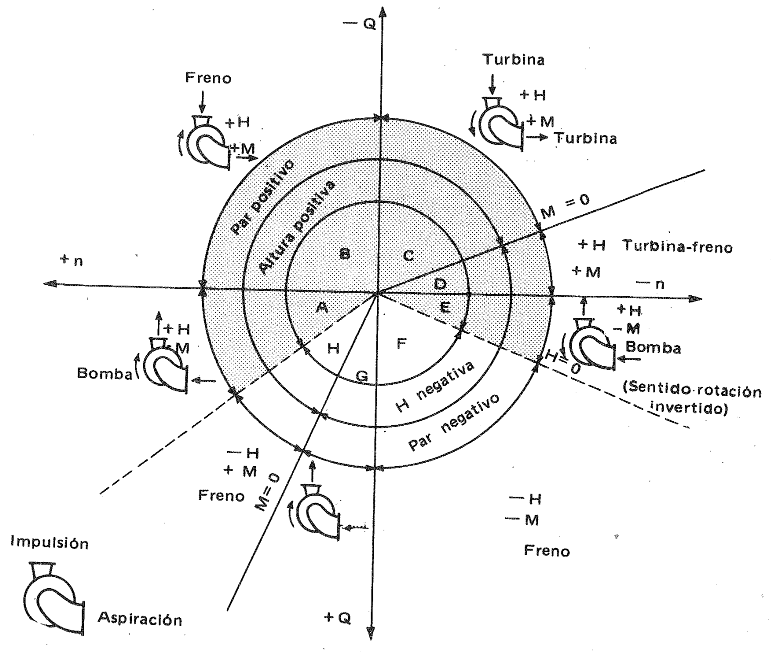
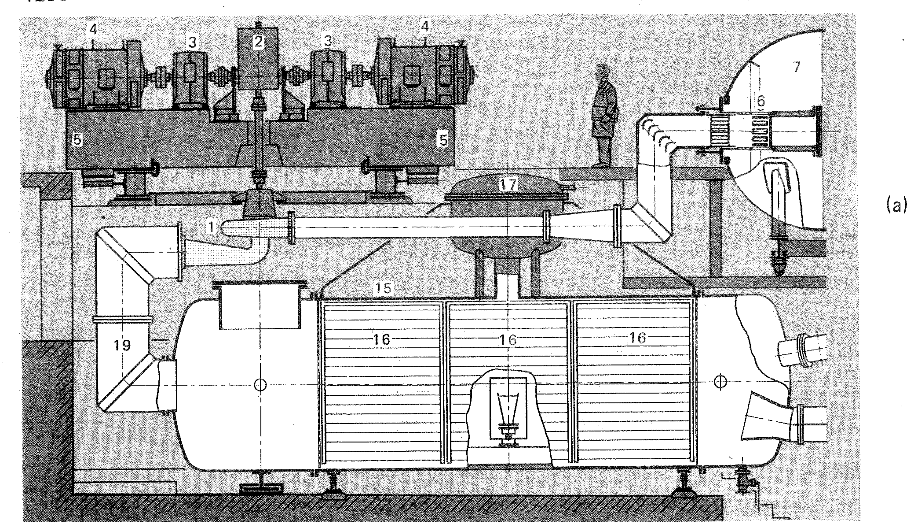


Fig. 24-4.– *Campo característico total* de una bomba/turbina (dibujo de Escher-Wyss).



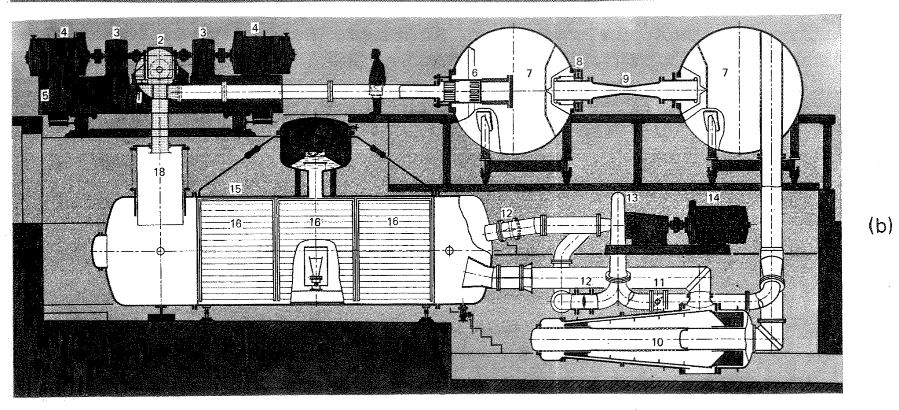


Fig. 24-5.– Banco universal para ensayo de TMH de la firma Escher Wyss: a) Modelo de eje vertical; b). Modelo de eje horizontal: 1. Modelo; 2. Accionamiento en ángulo recto; 3. Acoplamiento de corrientes parásitas, usado también como freno; 4. Motores asíncronos de 600 kW cada uno; 5. Placa de fundición para 2, 3 y 4; 6. Válvula de tambor para regulación tosca de la altura de bombeo; 7. Tanques de equilibrio (volumen – 17. m^3 cada uno); 8. Conexión compensadora de presión; 9; Tubos de Venturi simétricos, intercambiables para gamas de caudales diversos; 10. Convertidor de energía para regulación fina. Aparato de expansión de cuatro escalonamientos con liberación de aire mínima; 11. Válvula de mariposa para regulación tosca del salto de la T; 12. Válvula de mariposa para conectar las bombas de circulación en serie, en paralelo o en funcionamiento individual; 13. Dos bombas de circulación conectables en serie, en paralelo o en funcionamiento individual; 14. Motores asíncronos para B, de 400 kW cada uno; 15. Depósito de aguas abajo (volumen $\simeq$ 60 m^3); 16. Placas angulares para captación de las burbujas grandes de aire no disueltas; 17. Cúpula del tanque de agua inferior con conexiones al aire comprimido de servicio y a bombas de vacío para variación de la presión entre –8 y 52 m; equipada con válvula de flotador para regulación de nivel; 18. Tubería axial ajustable para instalación de tubos de aspiración diversos; 19. Tubería de conexión con el tubo de aspiración con compensación por deformación.

Al pie del esquema de la instalación de la Fig. 24-5, a y b puede verse una descripción de cada uno de sus componentes. En la Fig. 24-6 se ven los tubos de Venturi intercambiables y simétricos para medición de caudales en ambos sentidos, junto con uno de los dos tanques tranquilizadores de 17 m^3 de volumen cada uno aproximadamente y de forma esférica para mayor resistencia, que se mantienen a alta presión. Estos tanques desempeñan dos funciones: primera asegurar flujo estacionario a la entrada del Venturi (por esto hay dos tanques porque los Venturi son bidireccionales), y segundo volver a disolver el aire, que se desprende en las zonas de baja presión del circuito. Inmediatamente después de llenado el circuito el agua está normalmente saturada de aire. En funcionamiento este aire se desprende en las zonas de baja presión del circuito formando burbujas finas, dando como una coloración lechosa al agua que impide la observación. De ahí la necesidad de un medio de eliminación de estas burbujas.

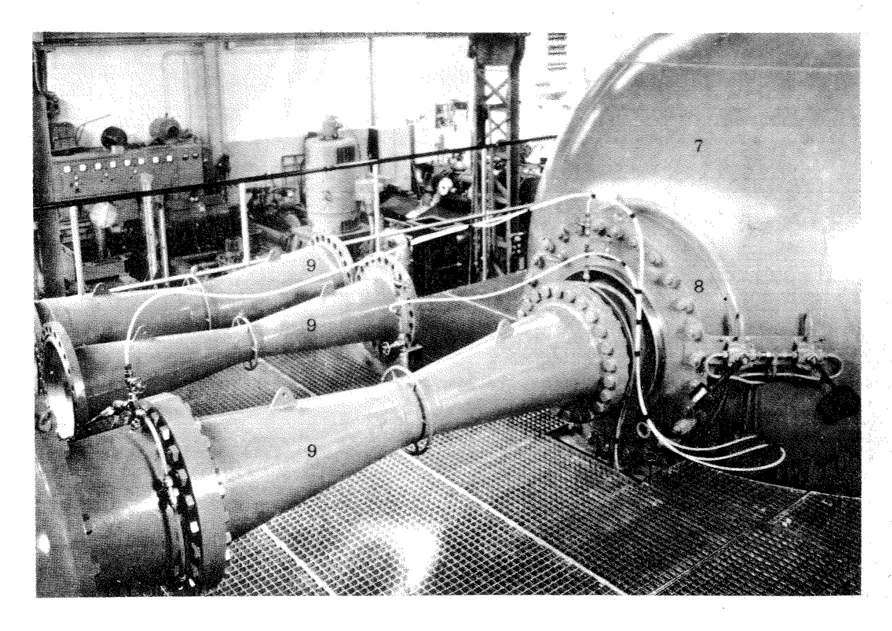


Fig. 24-6.– *Tubos Venturi* intercambiables de la instalación de ensayos de la Fig. 24-5 7. Tanque de equilibrio; 8. Conexión compensadora de presión; 9. Tubos de Venturi para $Q_{máx.}$ = 1,13/0,60/0,30 m^3/s.

En la Fig. 24-7 puede verse el pupitre de mando y control, donde se han centralizado todos los instrumentos de medida, a fin de que el ensayo pueda ser realizado por un solo ingeniero. Algunas de sus características son:

- transmisión del par, medido por un torsiómetro óptico, por cámara de televisión a un monitor en el pupitre;

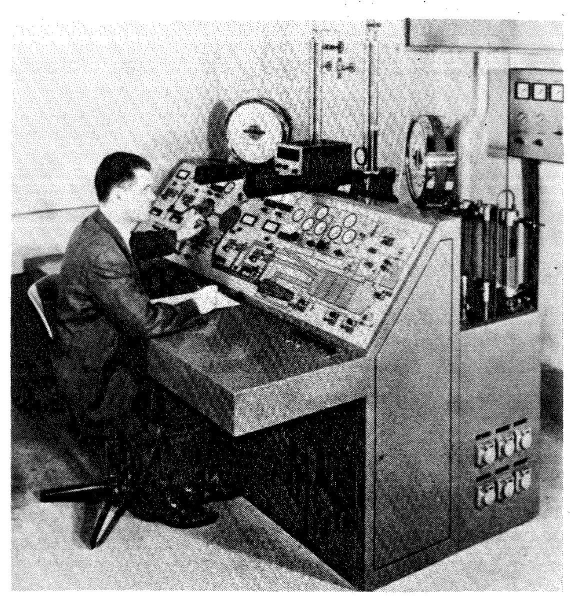


Fig. 24-7.–*Pupitre* centralizado con los aparatos de medida y control de la estación de ensayos de la Fig. 24-5.

- monitores en varios puntos del circuito (presiones en diferentes puntos del circuito, presión del aire de alimentación, etc...), conectados a relais con bombillas en el panel de control; si uno de estos monitores es energizado el banco de ensayos deja de funcionar, y se enciende la bombilla respectiva indicadora de la avería;
- interruptores de límite conectados a bombillas indican la posición de todos los dispositivos de estrangulamiento.

Los aparatos de medida utilizados en esta magnífica estación de ensayos que ocupa una superficie de 6 x 24 m, son del tipo descrito en la tabla 24-2.

Funcionamiento de la estación de ensayos en régimen de B

Refiriéndonos a la Fig. 24-5 el agua fluye del depósito inferior 15 al modelo 1 a través del conducto de presión y de la válvula 6 al primer tanque tranquilizador 7. La válvula 6 no sirve para una regulación fina, y sólo se utiliza como válvula reguladora cuando la presión en el conducto es superior a los 180 m, o en caudales muy pequeños. El agua fluye a través del Venturímetro 9 al segundo tanque tranquilizador 7, y por una tubería vertical al convertidor de energía 10, que consiste en un dispositivo de expansión de 4 etapas que sirve para una regulación fina de la presión de impulsión. De allí el agua vuelve al depósito inferior 15.

Funcionamiento de la estación de ensayos en régimen de T.

Para ello la estación de ensayos posee dos bombas de circulación 13, que pueden utilizarse aisladamente, en serie o en paralelo, según la velocidad específica del modelo ensayado, utilizando para ello las válvulas 12. El agua fluye del depósito inferior 15, a través de las bombas de circulación 13 y las válvulas de mariposa 11, al segundo tanque tranquilizador 7. De allí fluye a través del Venturi 9 al primer tanque tranquilizador 7 y a través de la válvula de tambor, que se mantiene ahora totalmente abierta, al modelo, de donde el agua vuelve a través del tubo de aspiración al depósito inferior 15. La regulación gruesa se realiza con las válvulas de mariposa 11 y la fina con el convertidor de energía utilizado como by-pass.

Ensayo de las TP

Para el ensayo de las TP se requieren instalaciones de alta presión especiales. La misma firma Escher Wyss junto con su asociada la Bell Maschinenfabrik ha instalado recientemente un nuevo banco de pruebas en Kriens (Lucerna). Un esquema general del mismo puede verse en la Fig. 24-8. La $H_{máx}$ del modelo es de 170 m para los modelos de TP de un inyector y 100 m para los modelos de TP de seis inyectores, con una potencia máxima de freno de 330 kW. El salto se consigue con dos B en serie, y la variación del mismo variando el número de revoluciones de la B de alta presión. La instrumentación de este banco y de los anteriormente descritos, debe ser de gran calidad para acusar pequeñas variaciones de rendimiento debidas a las variaciones introducidas en el modelo. En la Fig. 24-9 puede verse una foto de un modelo de seis inyectores. El bloque de la T, con el cual forman un conjunto el eje, el cojinete, la trasmisión y el freno,

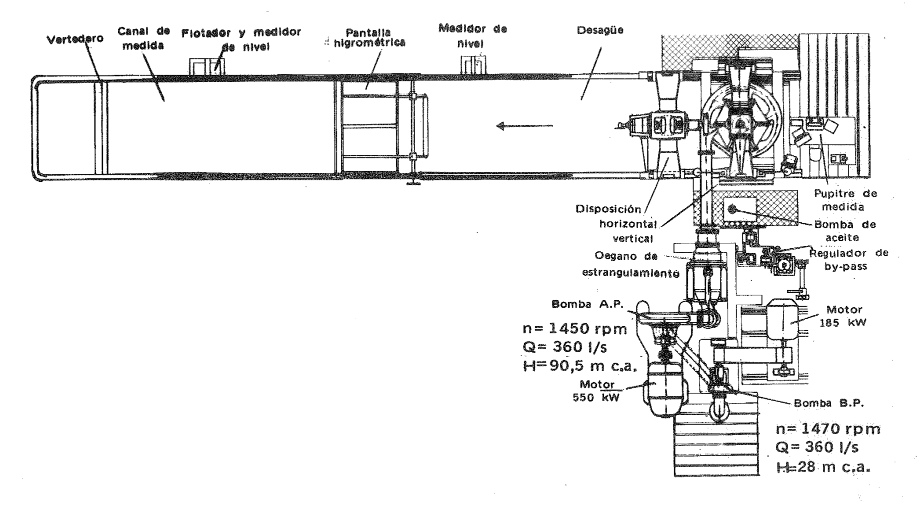


Fig. 24-8.–Esquema de la *estación de ensayos de TP* de la firma Escher Wyss.

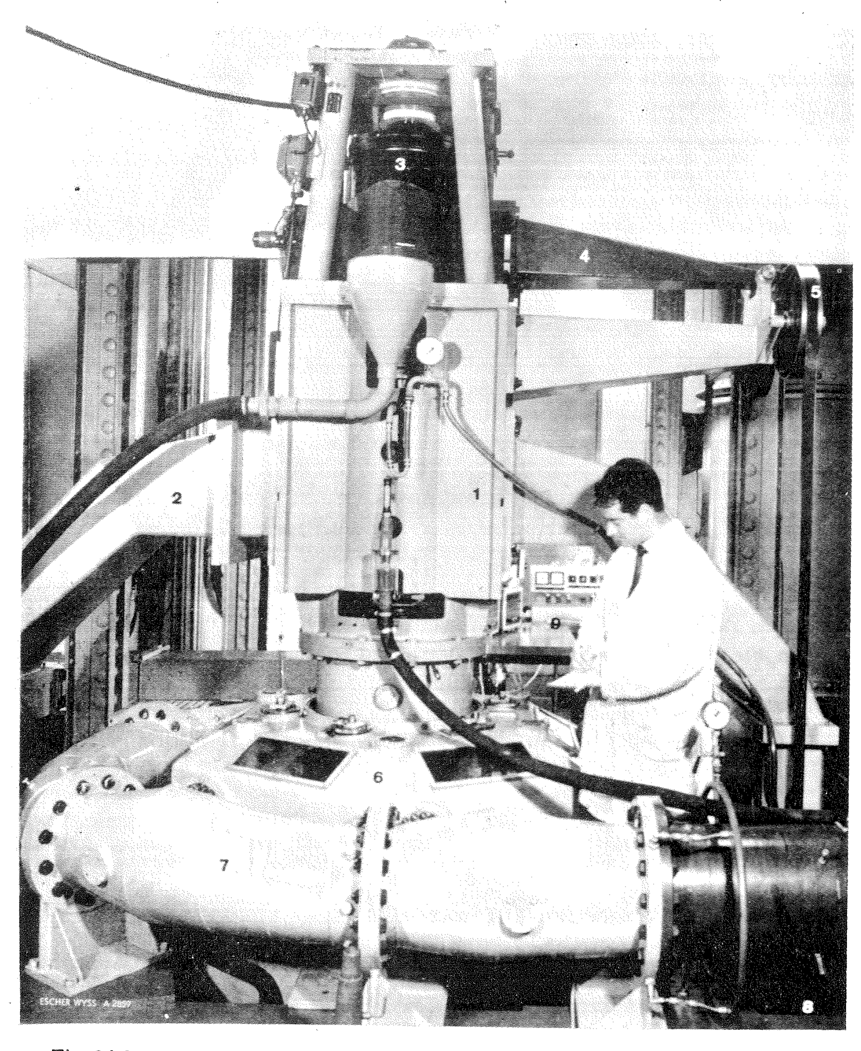


Fig. 24-9.– Bloque de TP (en el que el eje, los cojinetes, el engranaje elevador y el freno forman una unidad montada en el yugo portante) montado en la estación de ensayos de la Fig. 24-8: 1. Bloque de la turbina.- 2. Yugo portante.- 3. Freno hidráulico de remolino.- 4. Brazo de palanca.- 5. Elevador mecánico de velocidad 5:1.- 6. Caja de la T modelo con ventana de observación.- 7. Conducto anular de alimentación de un modelo de 6 inyectores.- 8. Conducto anular de medida de la altura de salto.- 9. Pupitre de mando.

descansa sobre un yugo portante libre, lo que permite entre otras cosas variar la posición del eje y reducir el tiempo de montaje.

Laboratorio de Charkow, URSS

En la Fig. 24-10 puede verse un esquema de un banco destinado a ensayos energéticos y de cavitación de modelos de T bulbo horizontales del laboratorio de la fábrica de TH de Charkow en la URSS. La altura neta de los ensayos creada por dos bombas centrífugas es de 4 m, el caudal máximo sobre el modelo, que puede tener hasta 1 m de diámetro, alcanza el valor de 3600 l/seg. El banco es de circuito cerrado. El caudal se mide mediante vertederos tarados volumétricamente. Este laboratorio de creación bastante reciente (1960-1965), uno de los más importantes de la URSS, está dotado también de otros bancos para ensayos energéticos, de cavitación, de resistencia y ensayo de válvulas.

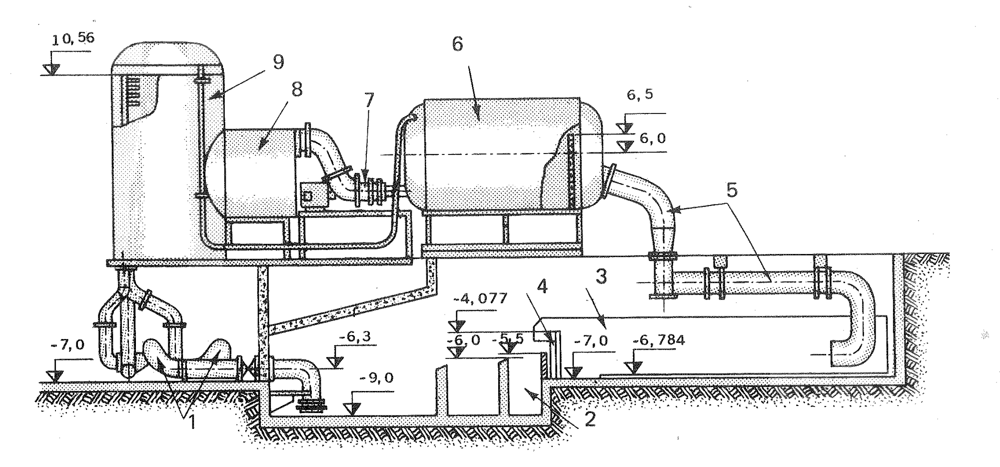


Fig. 24-10.–Estación de ensayos energéticos y de cavitación de la fábrica de TH de Charkow, URSS: 1. Bombas.- 2. Depósito de medida.- 3. Lámina del vertedero.- 4. Coronación del vertedero.- 5. Conducto de 1200 mm de diámetro.- 6. Recipiente del NI.- 7. TH modelo; 8. Cámara de aguas arriba.- 9. Recipiente de presión.

Otro esquema para ensayo de TP de uno o dos inyectores del mismo laboratorio puede verse en la Fig. 24-11. El salto es creado por dos bombas 5, que dispuestas en serie pueden proporcionar un salto máximo de 600 m con un caudal de 100 l/s.

Laboratorio de los Talleres Metalúrgicos de Leningrado, URSS.

El nuevo laboratorio de los LMZ (Talleres Metalúrgicos de Leningrado) terminado de construir en el año 1965, es uno de los más importantes del mundo. Posee 27 bancos de ensayo diversos para ensayos energéticos de cavitación, de resistencia de materiales, etc... En el banco más grande de los cuatro destinados a ensayos de cavitación se pueden ensayar modelos de diámetros hasta de 600 mm

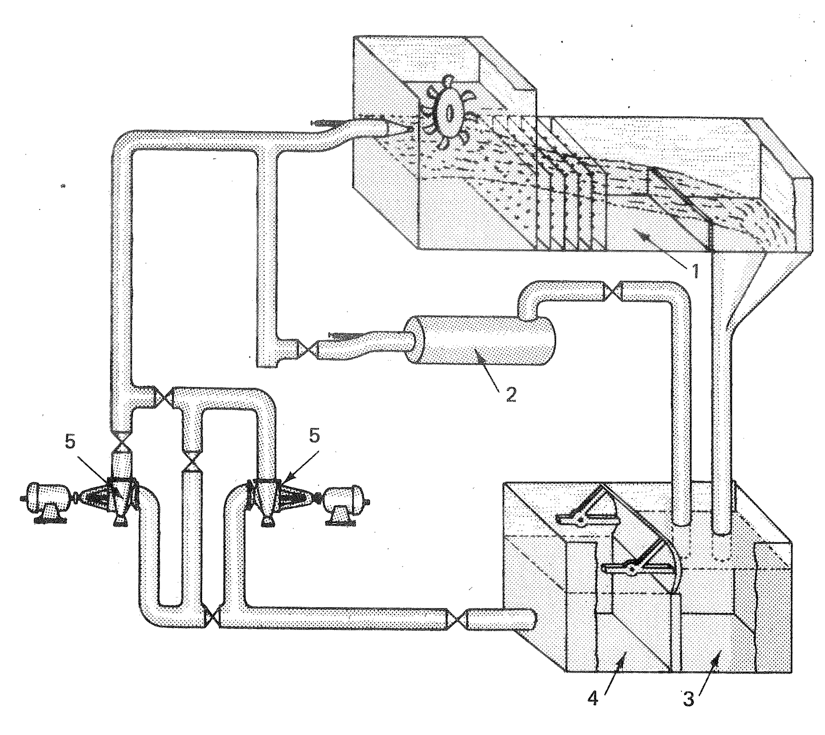


Fig. 24-11.–Esquema de *banco de ensayos de TH alta presión:* 1. Vertederos de medida de caudal.- 2. By-pass de agua sobrante.- 3. Depósito de agua.- 4. Depósito de regulación de nivel.- 5. Bombas.

con altura neta hasta de 60 m y caudales hasta de 2600 l/s. El laboratorio posee también dos bancos de prueba para TP, que demuestra el interés reciente de la URSS en estas T para la explotación de sus propios saltos de 100 a 120 m con potencias de 100 a 200 MW. Un esquema de uno de estos bancos de prueba puede verse en la Fig. 24-12.

Nota final

La construcción de un banco de pruebas de B puede simplificarse, si sólo se trata de ensayos corrientes para la obtención de curvas características de pequeñas B, como es el caso de las estaciones de ensayo que poseen los innumerables constructores de B de pequeña potencia, o los pequeños bancos que poseen para demostración de ensayos rutinarios los laboratorios de las Escuelas Técnicas. Un tipo de banco de B simplificado en circuito abierto puede verse en la Fig. 24-13. La B se monta sobre una plataforma que sirve de techo al depósito inferior. El caudal por medio de un codo oscilante se envía directamente al depósito inferior

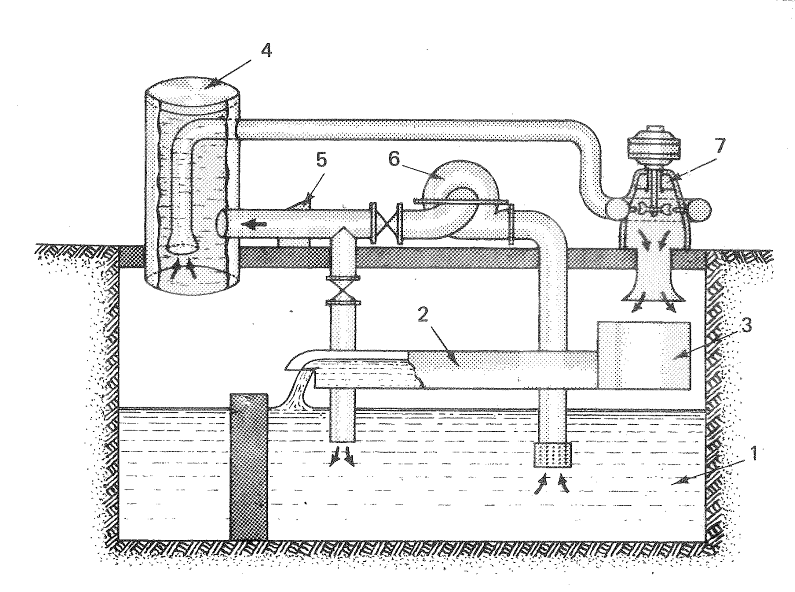


Fig. 24-12.–Esquema de una *estación de ensayos de TP:* 1. Depósito de agua abierto a la atmósfera.- 2. Vertedero de medida de caudal.- 3. Cámara de desagüe.- 4. Depósito de tranquilización.- 5. Pupitre de mando.- 6. Bomba.- 7. TH modelo.

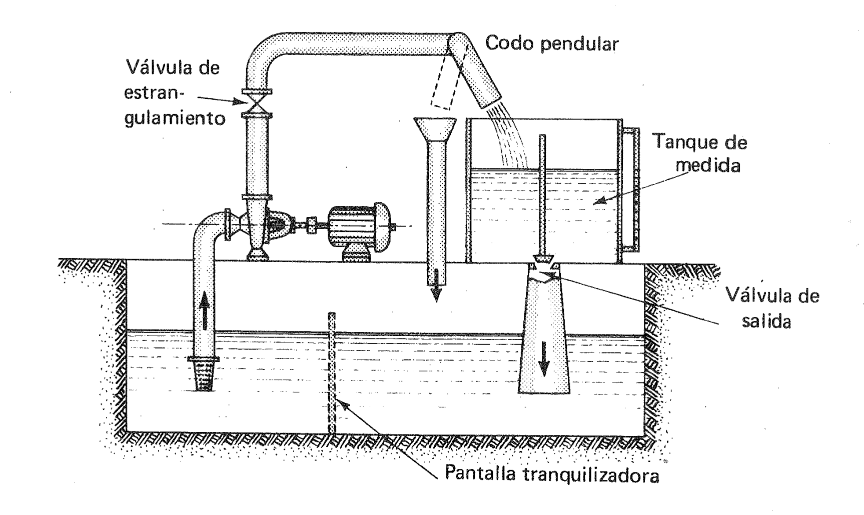


Fig. 24-13.–Esquema de banco de ensayos de B.

o al tanque de medición calibrado. El banco debe poseer un motor de accionamiento de tamaño adecuado para las potencias en juego, mejor de velocidad regulable. Si éste es de corriente continua basculante, él mismo sirve para medir el par; de lo contrario se ha de utilizar un torsiómetro. La medición de presiones en las secciones de entrada y salida de la B no ofrece dificultad.

24.3. Bancos de ensayo de cavitación de las TH y BH

En la tabla 24-2 figuran algunos de estos bancos. Por el interés y actualidad del tema describiremos en esta sección algunas instalaciones, indicando someramente el procedimiento que en ellos se sigue para realizar los ensayos de cavitación.

En los bancos de cavitación se lleva a cabo la determinación del coeficiente de cavitación σ de las TMH correspondiente a su punto de diseño, o a cualquier otro punto de su campo característico. El fundamento del ensayo consiste en ir variando las condiciones de funcionamiento hasta que se inicie la cavitación, y en ese momento medir todos los parámetros que intervienen en la Ec. (23-26) para las B o la (23-27) para las T; la aplicación de una u otra fórmula nos dará el coeficiente de cavitación buscado.

Según las Ecs. (23-26) y (23-27) un procedimiento podría ser, por ejemplo, ir aumentando la temperatura del agua, con lo cual aumenta $\frac{p_s}{\rho g}$, hasta que se produzca la cavitación. Sin embargo, el método más sencillo, y más frecuente empleado en la práctica, consiste en ir disminuyendo la presión $\frac{p_b}{\rho g}$ $\left(\frac{p_A}{\rho g}\text{ en las B}\right)$, para lo cual el banco de cavitación debe ser de circuito cerrado. Se fija, pues, un punto de funcionamiento (así, por ejemplo, en el ensayo de una B se fija Q, H y n) y se varía gradualmente $\frac{p_b}{\rho g}$ ($p_A/\rho g$ en las B), que es la presión más baja del circuito, hasta que se inicia la cavitación.

Recuérdese que el coeficiente σ es el mismo en el modelo que en el prototipo.

Para conseguir la semejanza dinámica del modelo y el prototipo en los ensayos de cavitación se recomienda:

- Si la anchura de los álabes del rodete (dimensión vertical en las T de eje vertical) supera el 25% de la altura (dimensión horizontal en las T de eje vertical, lo cual suele suceder en las TK de gran potencia), conservar la igualdad de los números F de Froude en el modelo y prototipo.
- Mantener la misma rugosidad relativa en las superficies expuestas a la cavitación en el modelo y el prototipo.
- Mantener las mismas propiedades físicas del agua (por el influjo que los núcleos de cavitación tienen, según se dijo en su propio lugar, en el origen de este fenómeno).

En la Fig. 24-14 puede verse el esquema básico de un banco de cavitación de B. En el depósito 2 con una B de vacío no dibujada se varía la presión más baja del circuito cerrado. La altura efectiva, que se mide con los manómetros 3 y 5, y el caudal de la B, que se mide con el Venturi 6, se fijan variando el número de revoluciones de la B ensayada 4 (el motor de c.c. basculante permite variar las revoluciones de la B y medir el par) y cerrando la válvula de estrangulamiento 7. Un banco de cavitación de TH no se diferencia esencialmente del esquema de la Fig. 24-14 más que en la inclusión de una B en serie en el circuito para producir la altura de salto requerida.

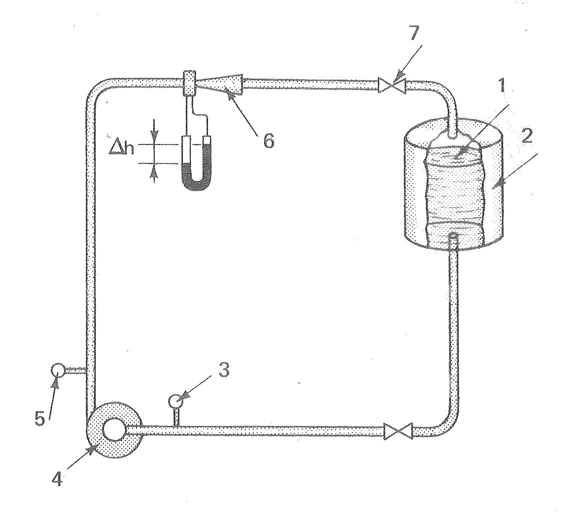


Fig. 24-14.–Esquema de un *banco de ensayo de cavitación* para B.

Los detalles de realización del esquema indicado pueden ser muy diversos.

La Fig. 24-15 muestra un esquema del banco de cavitación grande del laboratorio de Escher Wyss, cuyas características principales pueden verse en el n.1 de la tabla 24-1, y en el mismo pie de la figura y en la Fig. 24-16 una foto de la parte superior del circuito con el pupitre de mando y la cámara de ensayo donde se instala el modelo. En este banco se investigaron entre otras las TH de la central de Angostura, Méjico, de 184 MW. En él pueden ensayarse TF y TK de alta presión, con caudales en el modelo hasta de 1,1 m^3/s y alturas netas del modelo de 100 m. En la Fig. 24-3 se aduce también un banco de pruebas de B radiales de la misma firma adaptado también para ensayos de cavitación.

En la Fig. 24-17 puede verse el esquema en circuito cerrado del banco de alta presión para ensayos energéticos y de cavitación de la firma Mitsubisi, Japón. Sus características son las siguientes:

- diámetro del modelo: 350–500 mm (diámetro standard 400 mm)
- altura en el modelo: 30–100 m
- caudal en modelo: 1350 l/s
- velocidad de rotación: 300–5360 rpm
- potencia del freno: 750 kW como generador y 500 kW como motor.

La circulación se consigue mediante dos B, que en paralelo dan un caudal de

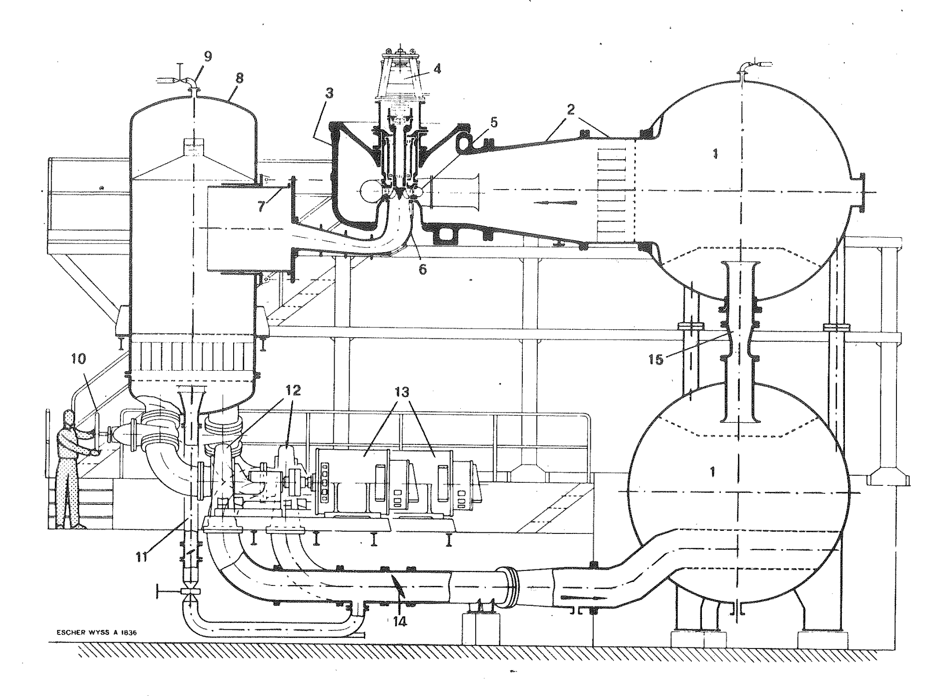


Fig. 24-15.–*Instalación de cavitación* en circuito cerrado de la firma Escher Wyss, Suiza, para investigación de curvas características con y sin influjo de cavitación, observación de la configuración de flujo de cavitación y mediciones de potencias y deformaciones: 1. Calderín de presión de forma esférica.- 2. Conducto de admisión y transición con rectificador de flujo incorporado.- 3. Gran cámara de T con capacidad para alojar cualquier modelo de TF y TK con su cámara espiral.- 4. Freno hidráulico de remolino.- 5. T modelo con cojinetes de rozamiento mínimo.- 6. Tubo de aspiración con ventana de observación.- 7. Tubería axial desplazable para instalación de tubos de aspiración diversos.- 8. Calderín de aguas abajo.- 9. Conexiones a la red de presión y de servicio y a la bomba de vacío para variar el coeficiente de cavitación.- 10. Válvulas para selección de funcionamiento individual, en paralelo o en serie de las bombas.- 11. By-pass.- 12. Bombas radiales.- 13. Motores de accionamiento de 300 kW de potencia unitaria.- 14. Válvulas de estrangulamiento para regulación del salto de la T.- 15. Venturímetros de tres tamaños distintos.

2700 l/s y en serie 1350 l/s a 100 m de altura. Las B del banco están instaladas, como es corriente en todos los bancos de cavitación, en la parte baja, a fin de que no sufran daños por cavitación. La presión en el tanque de vacío se regula con bombas de vacío y compresores. En los bancos de cavitación son muy empleados los métodos visuales basados en la observación estroboscópica, que permiten detectar el comienzo de la cavitación, cuando el banco de pruebas no acusa aún disminución del rendimiento.

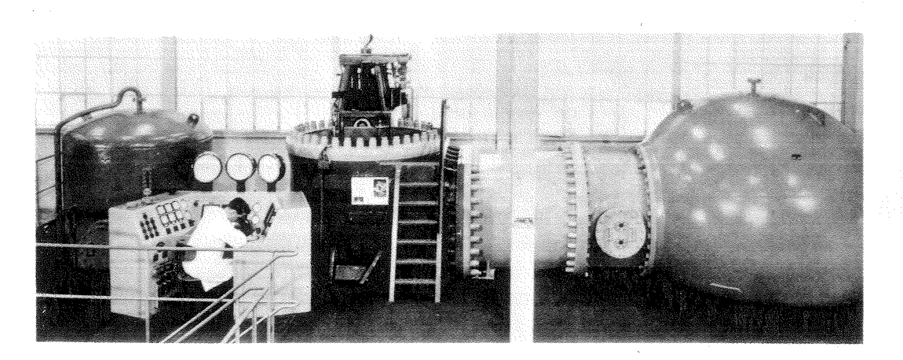


Fig. 24-16.–Parte superior del túnel de cavitación de la Fig. 24-15.

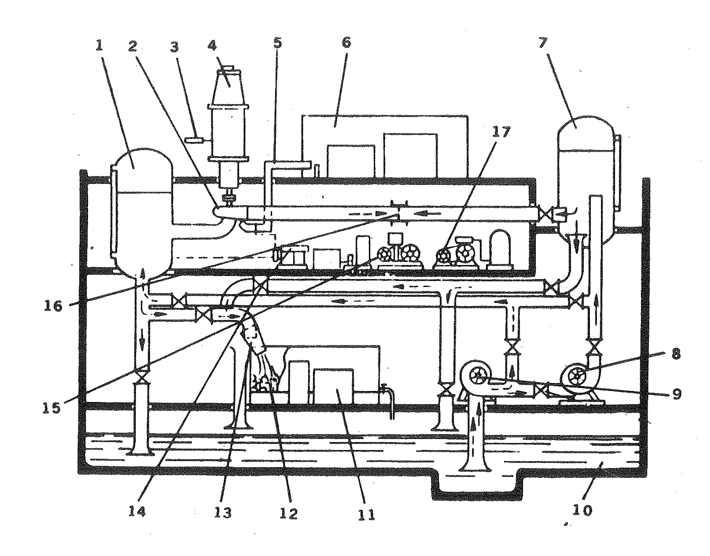


Fig. 24-17.–*Estación de ensayos de modelos de TH de la firma Mitsubisi, Japón:* 1. Recipiente de vacío.- 2. TH modelo.- 3. Dispositivo de medida de momento.- 4. Freno de corriente continua.- 5. Observación óptica.- 6. Punto de control.- 7. Recipiente de presión.- 8. Bomba de circulación (segunda etapa).- 9. Bomba de circulación (primera etapa).- 10. Depósito de agua.- 11. Balanza de pesadas.- 12. Depósito gravimétrico.- 13. Dispositivo de desviación del flujo.- 14. Instalación de medición de altura de salto.- 15. Bomba de vacío.- 16. Diafragma.- 17. Compresor de aire.

La Fig. 24-18 muestra el procedimiento seguido en el ensayo mismo de una B. Como hemos dicho el punto de funcionamiento es el mismo en cada ensayo. Se

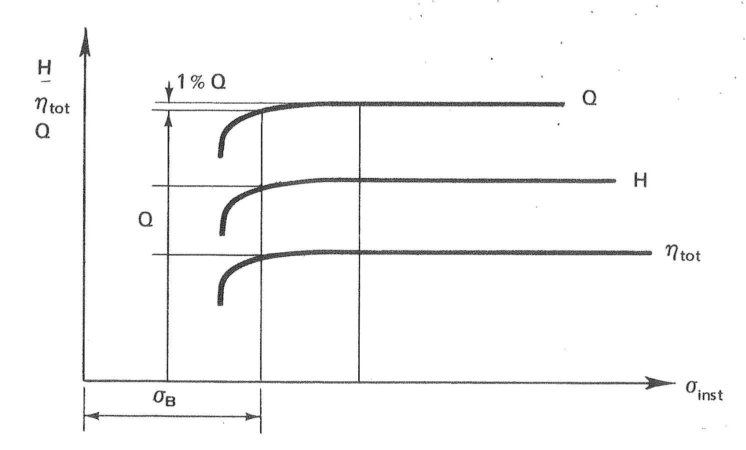


Fig. 24-18.–Iniciación de la *cavitación* en una B reflejada en el descenso rápido de sus valores característicos.

varía σ_{inst} y se obtienen las curvas Q, H, que son rectas horizontales hasta que comienza la cavitación. Al iniciarse ésta, se oye un ruido característico; pero el η_{tot} no sólo no disminuye, sino que a veces hasta aumenta ligeramente. Si sigue disminuyendo el σ_{inst} de la instalación, acercándose al σ_B de la B, bajan Q, H y η. La observación no es muy precisa, y por eso se toma convencionalmente como σ_B de la B aquel valor para el cual el caudal Q ha disminuido en un 1% del valor inicial. Las curvas de la T son análogas, expresándose generalmente en magnitudes unitarias, es decir P_{a11}, Q_{11} y η_{tot} en función del σ de la instalación. Estas curvas se mantienen constantes igualmente hasta que $\sigma_T = \sigma_{inst}$.

24.4. Laboratorios de ensayo de V

Los ensayos de V pueden clasificarse en dos grupos:

- *ensayos de investigación* y desarrollo de nuevos tipos
- *ensayos rutinarios*, para obtención de curva o curvas características, comprobación de garantías, etc....

En lo que sigue nos referimos exclusivamente a estos últimos. Son muchas las instituciones y firmas constructoras que poseen instalaciones de ensayo apropiadas para este fin. Describiremos tan sólo someramente las instalaciones de uno de estos centros de ensayo, altamente representativo de esta rama de la industria. Nos referimos al Centro de Ensayo de V de la AMCA (Air Moving and Conditioning Association) situado en Arlingon Heights, Illinois, USA. La AMCA fundada en 1965, agrupa a una gran mayoría de los fabricantes de V de Estados Unidos y Canadá. Su misión es entre otras: a) elaborar standards de ensayo, revisados periódicamente, que han sido adaptados también por otros muchos países; b) expedir certificados

AMCA, previo ensayo periódico de una muestra y control de características por el personal de la asociación, en los bancos de ensayo propios o en un laboratorio aprobado, que se confrontan con las publicadas en los catálogos.

La instalación de ensayo de V consta de dos cámaras de ensayo con toberas múltiples, de 19 m^2 de superficie aproximadamente cada una, utilizada una para la admisión y la otra para la impulsión. Un V axial de álabes orientables puede conectarse a una cualquiera de las cámaras como V auxiliar en caso necesario (véase Fig. 24-19,c). Además estos laboratorios poseen un local acústicamente aislado para los ensayos de ruido, que se incluyen generalmente en los ensayos de garantía. En estos laboratorios pueden ensayarse toda clase de V, los centrífugos hasta $d_{máx}$ = 900 mm y los axiales hasta $d_{máx}$ = 1500 mm. El motor de accionamiento del V ensayado es un motor basculante de c.c., que sirve simultáneamente para la medición del par.

Para completar esta sección haremos un resumen de los procedimientos standard más frecuentes empleados para la obtención de las características de los V, según normas AMCA, que han adquirido con ligeras modificaciones gran difusión en el mundo entero.

La instrumentación necesaria en un banco de ensayo de V comprende:

- dinamómetro y cuentarrevoluciones para medición de potencia de accionamiento
- barómetro de mercurio en la sala de ensayo y psicómetro de ampolla húmeda y seca para determinar la densidad del aire
- sonda estática con manómetro de líquido para medición de presión estática
- sistema de medición de caudal y presión dinámica.

Los métodos más corrientemente empleados para la medición del caudal y de la presión dinámica son los siguientes:

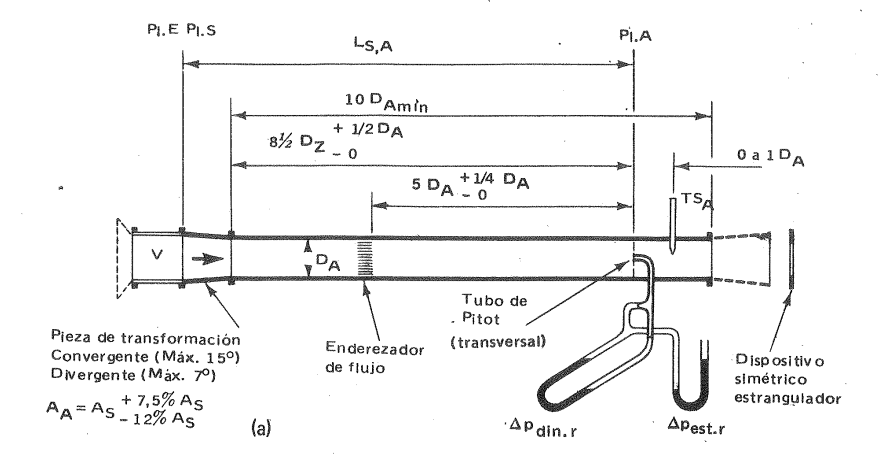
1 – diafragmas, toberas y venturis normalizados

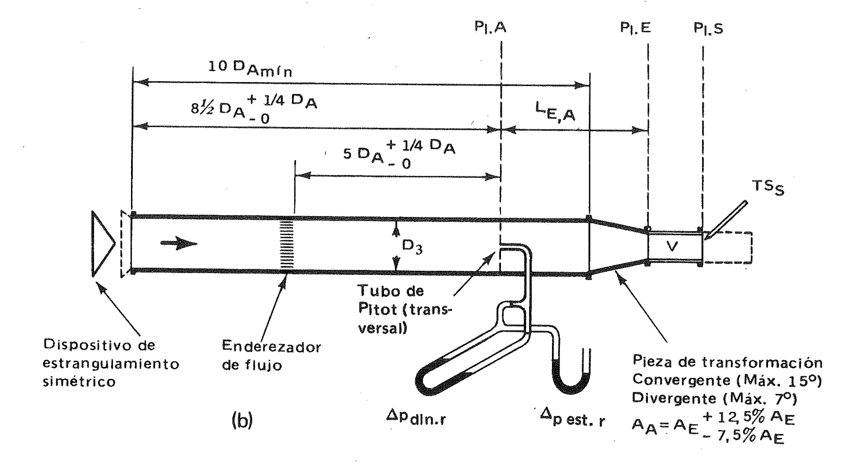
2 – diafragmas, y toberas no normalizados; pero convenientemente tarados

3 – mediciones normalizadas con tubo de Prandtl en una sección transversal

4 – anemómetros.

En los ensayos rutinarios de laboratorio los métodos 1 y 2 son los más empleados, y por cierto según las cuatro disposiciones representadas esquemáticamente en la Fig. 24-19. La primera (Fig. 24-19,a) se emplea para el ensayo de V con conducto en la impulsión, con o sin conducto en la aspiración; la segunda (Fig. 24-19,b) se emplea para el ensayo de V con conducto en la admisión, con o sin conducto en la impulsión. En las disposiciones a y b puede ser necesaria una pieza de transformación convergente o divergente según los diámetros del V al conducto, como se indica en las mismas figuras. El dispositivo simétrico estrangulador de la Fig. 24-19,a consiste frecuentemente en una serie de discos obturadores intercam-





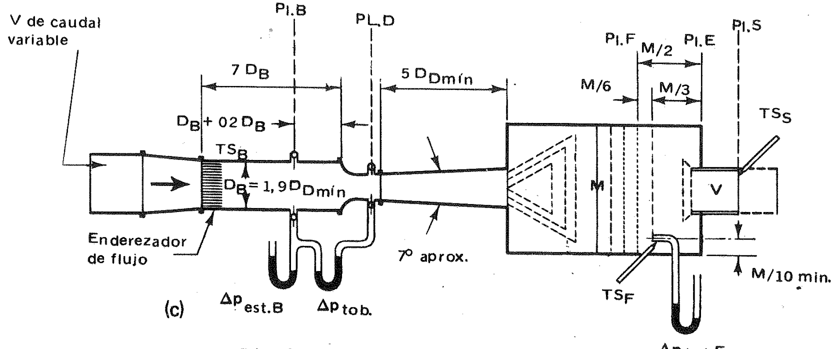


Fig. 24.-19.– (a), (b) (c).– (continúa)

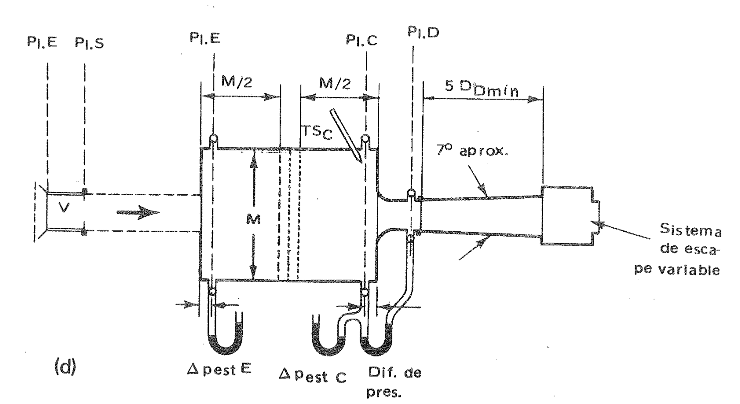


Fig. 24-19.–Esquemas diversos standard para *ensayos de V:* a) Toma transversal con el tubo de Pitot en el conducto de salida (para V utilizados con conducto de salida, con o sin conducto de admisión); b) Toma transversal con el tubo de Pitot en el conducto de admisión (para V utilizados con conducto de admisión con o sin conducto de salida); c) Tobera en la entrada de la cámara de remanso situada en la admisión; d) Tobera a la salida de la cámara de remanso situada a la salida del V.

biables, con los que se cierra la salida del aire salvo por un círculo central de diferente tamaño, según el grado de estrangulamiento deseado. En la Fig. 24-19,b, se emplea un obturador cónico. La tercera y cuarta disposición (Fig. 24-19,c,d) se puede emplear en todo ensayo de V con o sin conductos. En las dos primeras el caudal se mide con tubo de Prandtl; mientras que en la tercera y la cuarta el caudal se mide con toberas a la entrada o salida de la cámara. Las *normas AMCA* exigen que para cada punto experimental se realicen 20 lecturas de la presión estática y dinámica con el tubo de presión estática y con el tubo de Pibot (tubo de Prandtl) en dos transversales perpendiculares entre sí, en los lugares que se muestran en la Fig. 24-20. Luego se calculan las presiones medias estáticas y totales en dicha seción

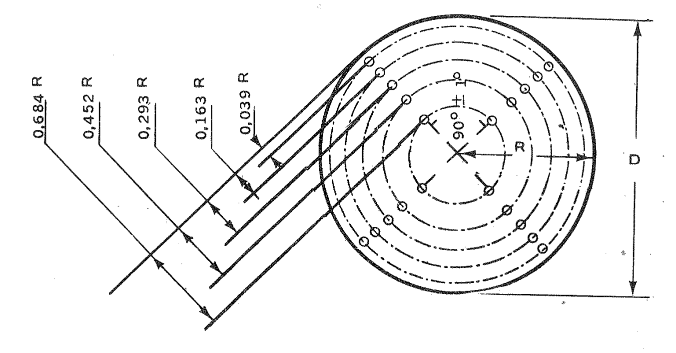


Fig. 24-20.–Puntos de medida en una "transversal" con tubo de Pitot.

sacando la media de las lecturas de las presiones estáticas y totales y la presión media dinámica sacando la media de las raíces cuadradas de las lecturas de las presiones dinámicas (el caudal es función de la raíz cuadrada de la presión dinámica). Como el trazado de una curva característica exige según las mismas normas un mínimo de 8 puntos (e incluso algunos más si existen puntos de inflexión), de ahí lo laborioso de los métodos a y b; en contraposición en los de las Figs. c y d basta una lectura (en lugar de 20) para determinar el caudal en cada punto de la curva.

En el esquema a en cada punto hay que tomar los siguientes datos:

- lectura del barómetro
- lectura del termómetro húmedo y seco en la corriente de entrada al V
- lectura del termómetro en el plano de medida A
- lectura de presión estática y dinámica en el plano A
- lectura de par en el dinamómetro
- rpm.

Análogamente en los restantes sistemas (los planos de medida son: planos A en los esquemas a y b, planos B, D y F en el esquema c, y planos C, D y E en el esquema d).

En los 4 casos representados en la Fig. 24-19: E representa la entrada del ventilador y S la salida. Es evidente que con las lecturas obtenidas en los planos de ensayo pueden obtenerse los valores de la presión estática y total del V y con ello trazar las características $\Delta_{p\ est} = f(Q)$ e $\Delta_{p\ tot} = f(Q)$. En efecto, si a título de ejemplo, se desea obtener la presión estática del V con las mediciones realizadas en el esquema a de la Fig. 24-19, se tendrá:

$$\Delta p_{est} = p_S - p_E$$

pero

$$p_E = -\rho \frac{c_E^2}{2}$$

tomando presiones relativas ($p_b = 0$)

$$p_S = p_A + \Delta p_{rS\text{-}A}$$

luego

$$\Delta_{p\ est} = p_A + \Delta p_{rS\text{-}A} - \rho \frac{c_E^2}{2}$$

En esta ecuación se obtiene

p_A con la lectura del anemómetro estático en el plano 3

ρ con la ecuación de los gases perfectos, utilizando las lecturas del higrómetro y termómetro

c_E con el tubo de Prandtl

$\Delta_{prS\text{-}A}$ se ha de calcular por los procedimientos de la hidráulica. A veces se estima la pérdida en el conducto por la ecuación:

$$\Delta'_{pr} = 0{,}02 \frac{L}{d} \frac{c^2}{2}$$

donde c —velocidad en el conducto. Al valor dado por esta fórmula hay que añadir la pérdida en el tranquilizador que puede estimarse (aunque su valor verdadero depende naturalmente de la realización del mismo) en $\Delta''_{pr} = 0{,}08\ \rho \frac{c^2}{2}$.

La pérdida será total

$$\Delta_{pr} = \Delta'_{pt} + \Delta''_{pr} = \left(\zeta'' + \zeta' \frac{L}{d}\right) \rho \frac{c^2}{2}$$

prácticamente $\zeta'' + \zeta' \frac{L}{d}$ es una constante ("constante del conducto del banco de ensayo"), que puede calcularse de una vez para siempre. Análogamente se procede para la obtención de la presión total $\Delta_{p\ tot}$. De manera análoga se procede si se ha seguido en el ensayo cualquier otro de los esquemas de la Fig. 24-19.

24.5. Instrumentación

Nos limitaremos aquí a describir someramente los instrumentos de medida utilizados en los ensayos energéticos de las TMH, sin hablar por tanto de los instrumentos para medir resistencia, vibración, ruido, etc. ...

Las magnitudes que se precisan medir en un ensayo energético son:

- La altura H (neta en las TH, efectiva en las B) o la presión total $\Delta_{p\ tot}$ en los V.
- el caudal
- potencia en el eje (útil en las TH, de accionamiento en las B y V)
- velocidad de rotación.

Para el cálculo del rendimiento sería preciso conocer los valores instantáneos de estas magnitudes en un instante de tiempo determinado. El valor instantáneo de H, Q y P_a puede obtenerse con suficiente exactitud, no así el de n en las medidas de gran precisión, por lo cual se recurre a la medición del valor medio de n en un intervalo pequeño de tiempo, midiéndose simultáneamente los valores medios de H, Q y P_a en el mismo intervalo.

En la actualidad las exigencias en la exactitud de estas medidas son cada vez mayores. Renunciamos de antemano a una descripción detallada de los instrumentos muchos de los cuales se perfeccionan día a día, que habrá de buscarse en los libros especializados que tratan de estas materias o en los catálogos de las casas constructoras de los mismos.

1º. *Medición de la altura.*

En las TH se han de tener en cuenta las normas para la determinación de la altu-

ra neta (véase la Fig. 4-2). Según los casos, pues, la determinación de H en las T exige la medición con precisión del nivel superior e inferior del agua, o la medición de la presión a la entrada y salida. A este último caso se reduce la medición de la H en las B.

a) *Medición de niveles*

Se realiza generalmente en un pozo cilíndrico auxiliar (en comunicación con el depósito principal) para evitar la perturbación de las olas, de dos maneras: con una *regleta graduada* recta o curvada hacia arriba (Fig. 23-21), movida por un husillo micrométrico, verificando el enrase de la punta con el nivel del líquido; o bien con un *flotador*, a ser posible de gran diámetro, con el que es fácil realizar, si se desea, una medición telemétrica. Las regletas (*limnímetros)* llevan a veces en cada trazo de medida otros dos trazos superior o inferior a ± 3 mm generalmente que indican el error aceptable en estas medidas, debido a las oscilaciones que muchas veces tienen lugar. Si la oscilación sobrepasa este límite habrá que repetir la medida. En este caso el error máximo de la medida de una altura de 5 m sería:

$$E = \frac{3+3}{5000} \cdot 100 = 0{,}12\ \%$$

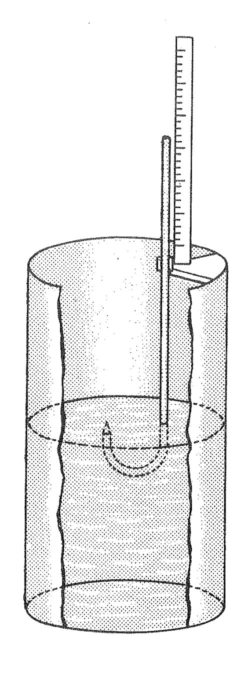


Fig. 24-21.– Limnímetro

La verificación del contacto de la aguja de la regleta con el nivel del líquido puede realizarse visual o eléctricamente. Estos *limnímetros eléctricos* llevan a veces doble aguja y doble contacto, que permiten determinar el nivel con una precisión menor que la diferencia de longitud de ambas agujas (2 ó 3 mm).

b) *Medición de presiones*

– *Para pequeñas presiones* los *manómetros de columna líquida* son los más utilizados, sobre todo los de agua y mercurio. Con varios de estos últimos en serie se llegan a medir presiones hasta de 90 m c.a. Los manómetros líquidos son muy precisos y no necesitan tarado.

–*Para grandes presiones* se utilizan los manómetros de resorte, incluyendo en esta denominación todos aquellos en que la presión del líquido vence la fuerza de un elemento elástico *(manómetros Bourdon, de diafragma, de fuelle metálico, etc.)* De estos manómetros se puede esperar precisión sólo cuando se les somete a tarados periódicos.

–*Para gran precisión* se utilizan los *manómetros de pistón rotativo*, de creación más reciente, que miden con error menor de 1°/oo, y se utilizan cada vez más en los laboratorios de investigación.

En general, aún teniendo en cuenta las oscilaciones de la presión que dificultan la medida, en los laboratorios se debe aspirar a medir la presión *con error menor que el 2°/oo*.

2.° *Medición del caudal*

Los *procedimientos directos* de medición del caudal son los tanques volumétricos, tanques gravimétricos y pantalla hidrométrica de Anderson; y los *procedimientos indirectos* más frecuentemente utilizados: los vertederos, diafragmas, toberas, tubos de Venturi y molinetes. Los procedimientos indirectos son económicos y ahorran tiempo en la medida; pero se han de tarar cuidadosamente por un procedimiento directo.

a) *Tanques volumétricos*

Se realizan de paredes gruesas, buscando la deformación mínima. La exactitud de la medida depende en primer lugar de la exactitud en la determinación del volumen del tanque. Generalmente el cálculo del volumen a partir de la geometría del tanque no es suficiente y se ha de calibrar llenándolo con un depósito de tarado de volumen conocido (por ejemplo 1 m^3). El tarado consiste en determinar exactamente el volumen correspondiente a cada altura del tanque. El depósito de tarado termina generalmente en una garganta estrecha; así, si la altura del depósito es, por ejemplo, 1 m y el diámetro de la garganta es 0,1 m, un error en el enrase del depósito de 1 mm introduce sólo un error de 0,001%. En el tarado se debe registrar también la temperatura del agua. El tanque volumétrico se llena mediante un deflector que se desvía manual o neumáticamente al tanque al realizar la medida. La precisión de ésta exige en segundo lugar que el desplazamiento del deflector sea tanto más rápido cuanto menor sea el volumen del tanque. Para el cálculo del error introducido en el régimen transitorio causado por el movimiento del deflector se recomienda medir el tiempo del movimiento del mismo, evitar las salpicaduras en el deflector, etc...

Para la medición misma se observa el volumen inicial V_i y final V_f del agua almacenada y el tiempo transcurrido Δt (mediante un cronómetro), aplicando después la fórmula:

$$Q = \frac{V_f - V_i}{\Delta t}$$

En general se puede aspirar a medir el caudal con el método volumétrico con error menor que el 3°/oo, incluyendo los errores en la medición del volumen del tanque, errores durante la desviación del chorro al y del tanque, etc...

b) *Tanques gravimétricos*

En ellos se pesa el agua que pasa por la sección de ensayo en un cierto intervalo de tiempo. Si W_i y W_f son los pesos inicial y final del tanque Δt el intervalo de

tiempo se verificará:

$$Q = \frac{W_f - W_i}{\rho\, g \Delta t}$$

Las dimensiones del tanque determinadas por el tamaño de la balanza suelen ser más pequeñas que las de los tanques volumétricos, y por tanto en los grandes caudales el tiempo de llenado puede ser excesivamente corto. Se estima que éste no debería ser inferior a 20 s. En todo caso las precauciones arriba indicadas en la desviación del chorro son aplicables también aquí, así como el calibrado del tanque, a lo cual hay que añadir el calibrado periódico de la báscula en toda su gama de medida; el error máximo admisible de la báscula debería ser menor del uno por ciento. Con estas precauciones *se puede aspirar a medir el caudal con el método gravimétrico con error menor del* 3 °/oo como en el caso anterior.

c) *Pantalla hidrométrica de Anderson*

El esquema de este aparato se representa en la Fig. 24-22.- 1 es la pantalla deflectora, 2 el carro portante, L el trayecto de medición que debe tener de 4 a 10 m. Al comienzo y al final de este trayecto se establecen contactos eléctricos o fotoelementos que ponen en marcha y paran el cronómetro. 3 son los railes sobre los que rueda el carro y 4 el canal de sección uniforme. Entre la pantalla y el fondo y paredes del canal debe quedar la holgura mínima requerida para evitar el contacto o rozamiento. El caudal será:

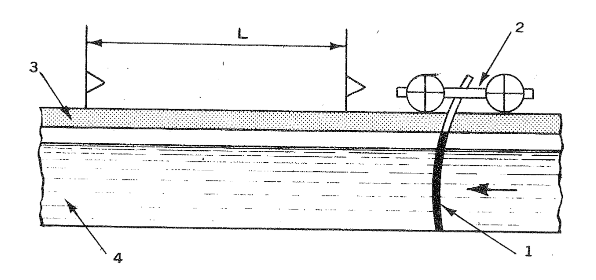


Fig. 24-22.– Esquema de la pantalla hidrométrica

$$Q = \frac{A\, L}{\Delta t}$$

donde A — sección transversal del canal

L — trayecto de medición

Δt — tiempo que tarda la pantalla en recorrer este trayecto.

Aunque la pantalla hidrométrica constituye un procedimiento directo de medición del caudal convendrá tararla con el tanque volumétrico, debido a las inexactitudes por falta de uniformidad de la sección transversal, etc.

Se debe aspirar también a medir el caudal con pantalla hidrométrica con precisión no inferior al 3°/oo, como en los otros procedimientos directos ya estudiados.

La pantalla hidrométrica de Anderson empleada en el canal de ensayo de la Fig. 24-2 de la firma KMW, Suecia, constituye la característica más interesante de dicha instalación, y puede verse en la Fig. 24-23. El funcionamiento es totalmente automático, de manera que basta pulsar un botón en el panel de control para que se inicie y desarrolle una secuencia completa de medida, emitiéndose las lecturas correspondientes al contador y volviendo el carro a la posición inicial, dispuesto a iniciar otra secuencia. La longitud de medición (con movimiento uniforme de la pantalla), es 4 m. La pantalla misma es de aluminio y tiene la forma de un sector circular de 3 m de radio y 2,7 m de cuerda. Los tubos que forman el carro transportador son de diámetro relativamente grande, y sirven de depósito de aire comprimido para los servomotores que controlan el pivotamiento de la pantalla, para la sumergencia y emergencia. La capacidad máxima de medida con esta pantalla es de 250 l/s, y su error es menor de 1/1000 para los caudales normales menores de 1 m^3/s. Este método de medida fué escogido después de 50 años de experiencia de la empresa con otra instalación similar.

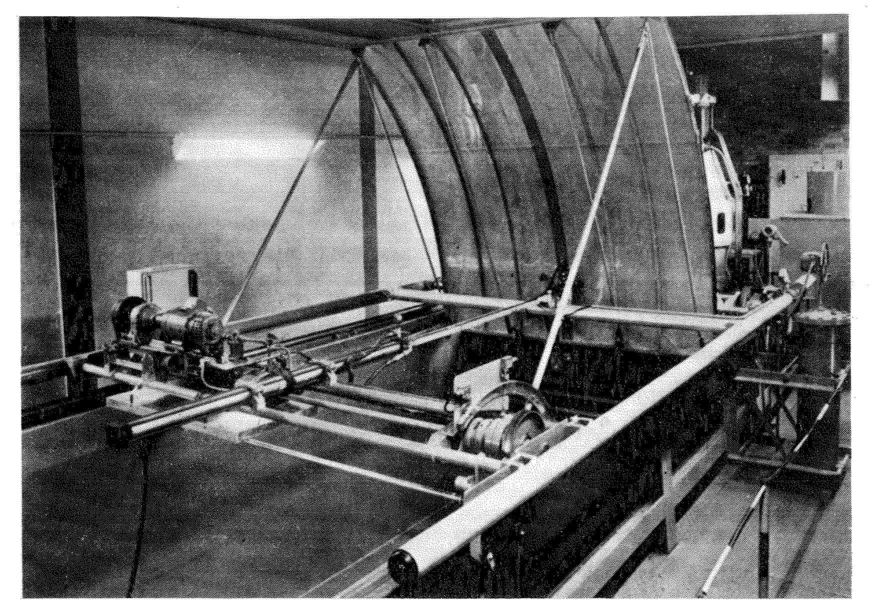


Fig. 24-23.– *Pantalla hidrométrica* del canal de ensayos de TH de la firma KMW.

d) *Vertederos*

Los vertederos de diferentes tipos: rectangulares, con y sin contracción lateral (estos últimos para grandes caudales), triangulares (especialmente apropiados para

caudales pequeños), etc. ... han adquirido una gran difusión para medición de caudales, gracias a su sencillez de construcción, a su adaptación a una gama amplia de caudales y a la estabilidad que se logra en la medida. En los laboratorios se recomienda actualmente el vertedero rectangular aireado sin supresión lateral, cuya fórmula es:

$$Q = C_q \, b \, h \sqrt{2g\,h}$$

donde b — ancho del vertedero

h — altura de la lámina, aguas arriba con relación a la coronación del vertedero

C_q — coeficiente de caudal.

Las fórmulas empíricas existentes en los manuales de Hidráulicas para el cálculo de C_q, aunque el vertedero haya sido correctamente construido e instalado según normas, no garantizan la exactitud de la medida, la cual, sin embargo, se logra con un cuidadoso tarado del mismo *in situ*. Otras precauciones que hay que adoptar son: estabilización del campo de velocidades antes del vertedero, para lo cual la longitud del canal aguas arriba debe ser $L \geqslant 12b$ (se recomienda un canal ancho con contracción inmediatamente antes del vertedero); coronación o cresta afilada de espesor $\leqslant 1$ mm; etc., etc. ...

Con estas y otras precauciones *se puede aspirar a medir el caudal con un vertedero "in situ" con error del 4 °/oo*.

e) *Otros métodos*

En los bancos de ensayos en circuito cerrado se usan también para medir el caudal los siguientes instrumentos:

—*totalizadores de flujo:*

$$Q = \frac{V}{\Delta t}$$

— *elementos deprimógenos con manómetro diferencial:*
Venturi, diafragmas y toberas principalmente

—*medidores de flujo electromagnéticos*, que no causan pérdida de carga alguna

—*molinetes* sencillos o múltiples (en circuitos abiertos o cerrados), que miden velocidades en puntos determinados de la corriente, obteniéndose el caudal por integración:

$$Q = \int v \, dA$$

— *tubos de Prandtl*

Todos estos instrumentos, cuya descripción relegamos a los libros de Hidráulica y a los manuales especializados, deberán ser tarados o contrastados con un méto-

do directo cualquiera. En la Fig. 24-24 puede verse un esquema del dispositivo de aforo de diafragmas y toberas del banco de pruebas de B de la firma Sulzer.

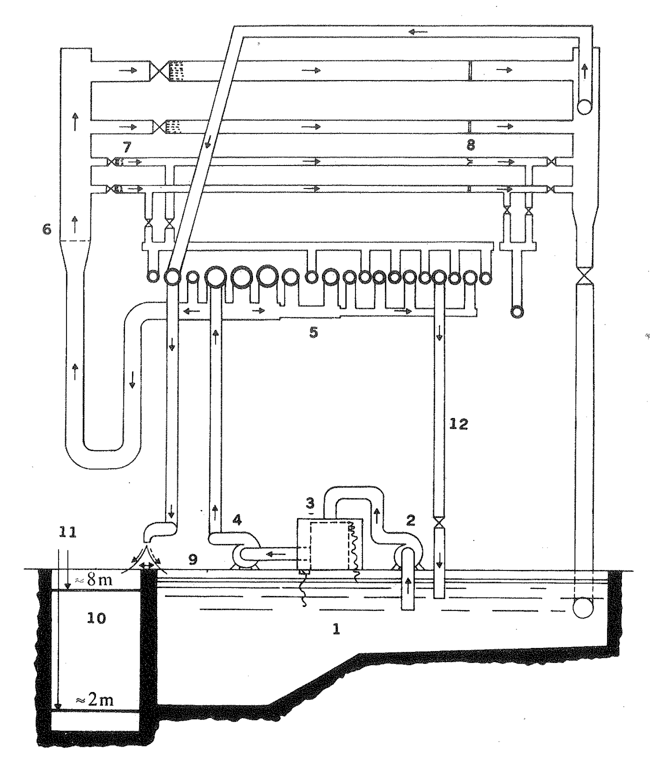


Fig. 24-24.– Esquema hidráulico para la calibración de diafragmas y toberas de medida de los laboratorios de la firma Sulzer, Suiza: 1. Depósito de agua; 2. Bomba "booster"; 3. Depósito de compensación; 4. Bomba; 5. Colector de alimentación; 6. Placa perforada; 7. Depósito de agua tranquilizada; 8. Tobera de medida; 9. Deflector móvil; 10. Tanque volumétrico; 11. Limnímetro; 12. Aliviadero.

3°) *Medición de potencia*

Para medir la potencia en el eje se mide generalmente el par y el número de revoluciones y se aplica la fórmula:

$$P_a = M\omega = \pi \, nM$$

Los métodos corrientemente empleados para medir el par pueden reducirse a cuatro grupos: frenos, motores previamente tarados, torsiómetros o motores-dínamo basculantes de c.c. Los frenos sólo pueden utilizarse con las T, los motores pre-

viamente tarados solo con las B, mientras que los dos últimos son igualmente aplicables a las B y a las T.

a) Frenos

Son de tres tipos: *mecánicos, hidráulicos y eléctricos.* En todos ellos la potencia de la máquina ensayada se convierte en calor. En los primeros y últimos éste es preciso evacuarlo con un sistema de refrigeración adecuada. En los segundos el agua misma del freno transporta el calor al exterior. El par se mide creando un par antagonista que equilibra el par engendrado por la T.

Frenos mecánicos (Tipo Prony)

Constan de un tambor fijado al eje de la máquina, cuya potencia se quiere medir, y un dispositivo de frenado consistente en unas zapatas, actuadas mecánicamente por cinta o maroma de cáñamo, según los tipos, o neumáticamente. El par antagonista se crea y se mide con pesas que se colocan en un platillo pendiente del brazo del freno o con una balanza de resorte y pesas. Estos frenos dan excelentes resultados en el ensayo de modelos siempre que la potencia del modelo no exceda los 40 kW, y su velocidad periférica no sea superior a 25 m/s aproximadamente. Sus ventajas sobre los restantes frenos son la sencillez, estabilidad y medición de momentos grandes con pequeñas velocidades de rotación incluso con el rotor parado (par de arranque).

Frenos hidráulicos

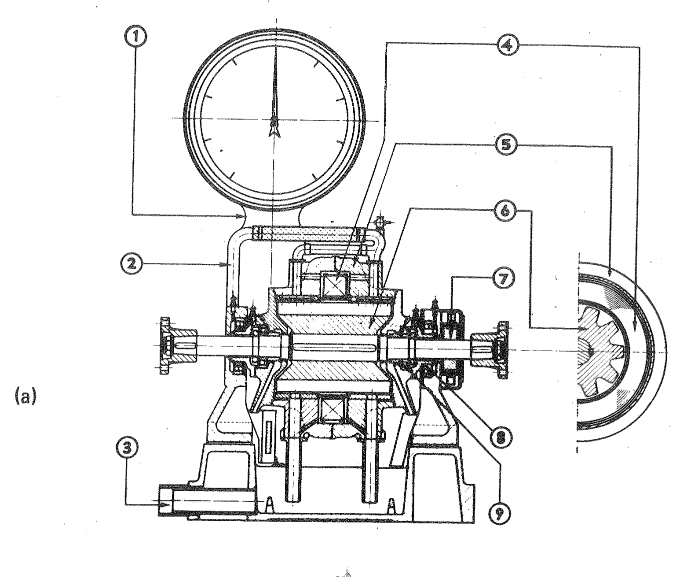
Constan de un rotor dotado de álabes (freno Froude cuyo estudio se hizo en la Sec. 16.9), o de discos y un estator. El momento del rotor se transmite al estator por vía fluida y el momento del estator se equilibra con pesas, como en el caso anterior. Estos frenos muy empleados en el ensayo de otras máquinas (motores de galosilina, Diesel, etc. ...) se emplean rara vez en los laboratorios de ensayo de modelos de T porque tienen dos inconvenientes: 1°) al variar la velocidad de la T varía el grado de llenado del freno, lo que conduce a inestabilidades, y 2°) el momento depende cuadráticamente de la velocidad de rotación y ésta en el modelo se ha de variar entre amplios límites.

Una moderna instalación para ensayo de TP dotada de freno hidráulico puede verse en la Fig. 24-9.

Frenos eléctricos o de inducción (Véase Fig. 24-25).

Constan de dos partes principales: rotor cilíndrico, dentado, en cuyo interior está situada la bobina de excitación, y estator basculante. Al girar el rotor varía periódicamente la inducción sobre el estator y se originan las corrientes parásitas que producen el frenado. Los frenos de inducción tienen menor peso y dimensiones que el generador basculante, que se describirá a continuación.

La curva de momento en función de la velocidad es mucho más favorable que en los frenos hidráulicos, como puede verse en la Fig. 24-26. La magnitud del momento de frenado depende de la altura y diámetro del rotor, del tamaño, forma y número de dientes del rotor, y del juego entre el rotor y el estator. Las mencionadas ventajas, junto con la facilidad de regulación mediante la variación de la corriente de excitación, hacen que su empleo en los bancos de prueba de los modelos de TH sea muy recomendable.



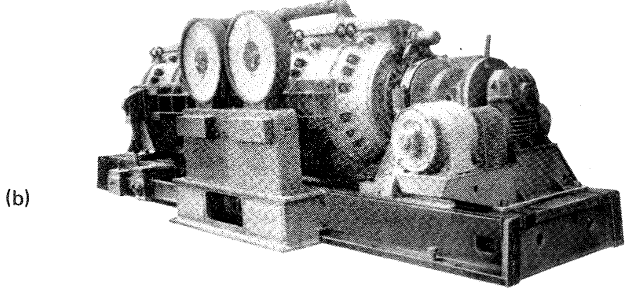


Fig. 24-25.—a) *Dinamómetro de inducción* Heenan-Dynamatic: a) esquema: 1. Mecanismo de medición de par; 2. Entrada de agua; 3. Salida de agua; 4. Bobina; 5. Estator; 6. Rotor, 7. Generador del regulador; 8. Cojinete del muñón; 9. Cojinete del eje principal; b) Dos dinamómetros montados en tándem, con una capacidad de 4500 kW a 800/2500 rpm.

b) *Motores previamente tarados*

La potencia en los bancos de ensayos de B se mide muchas veces midiendo la

potencia absorbida por el motor eléctrico con amperímetros y voltímetros y multiplicando dicha potencia por el rendimiento del motor eléctrico, lo que supone que se dispone de la curva de tarado de dicho motor.

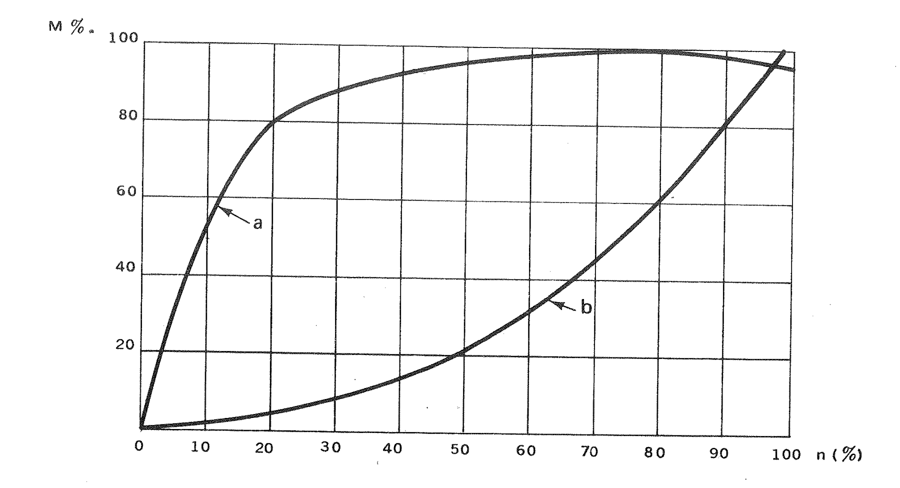


Fig. 24-26.– *Momento de frenado* en función de la velocidad; a) freno eléctrico de inducción; b) freno hidráulico.

c) *Torsiómetros*

Existen diversos tipos, todos ellos basados en la deformación de un elemento elástico. Este puede ser una parte del eje de material más deformable, etc. Modernamente se utilizan mucho los torsiómetros de bandas extensométricas (Véase la Fig. 24-27. En la Fig. 24-28 puede verse el *torsiómetro óptico* del banco de pruebas de la Escher Wyss anteriormente descrito (Fig. 24-25), colocado entre el modelo y la transmisión de accionamiento; el torsiómetro, cuyas lecturas se transmiten por una cámara de televisión al pupitre de control, consiste en un cilindro de torsión (intercambiable en cuatro tamaños, según la magnitud del par a medir) en cuyo interior va fijado un espejo y una barra central con otro espejo fijo en la misma y en una cubierta protectora A. El colimador B lleva un enrejado con dos escalas, una de las cuales se lee directamente a través del ocular C; mientras que la otra se lee a través de los espejos del torsiómetro.

d) *Motores-dínamo basculantes de c.c.*

Se les denomina también *dinamómetros de c.c.* En las T la máquina eléctrica funciona como dínamo, cuyo par de reacción se mide exactamente de la misma manera que en los frenos estudiados anteriormente, y cuya potencia se disipa en un reostato. Los dinamómetros de c.c. de más calidad utilizan cojinetes hidrostáti-

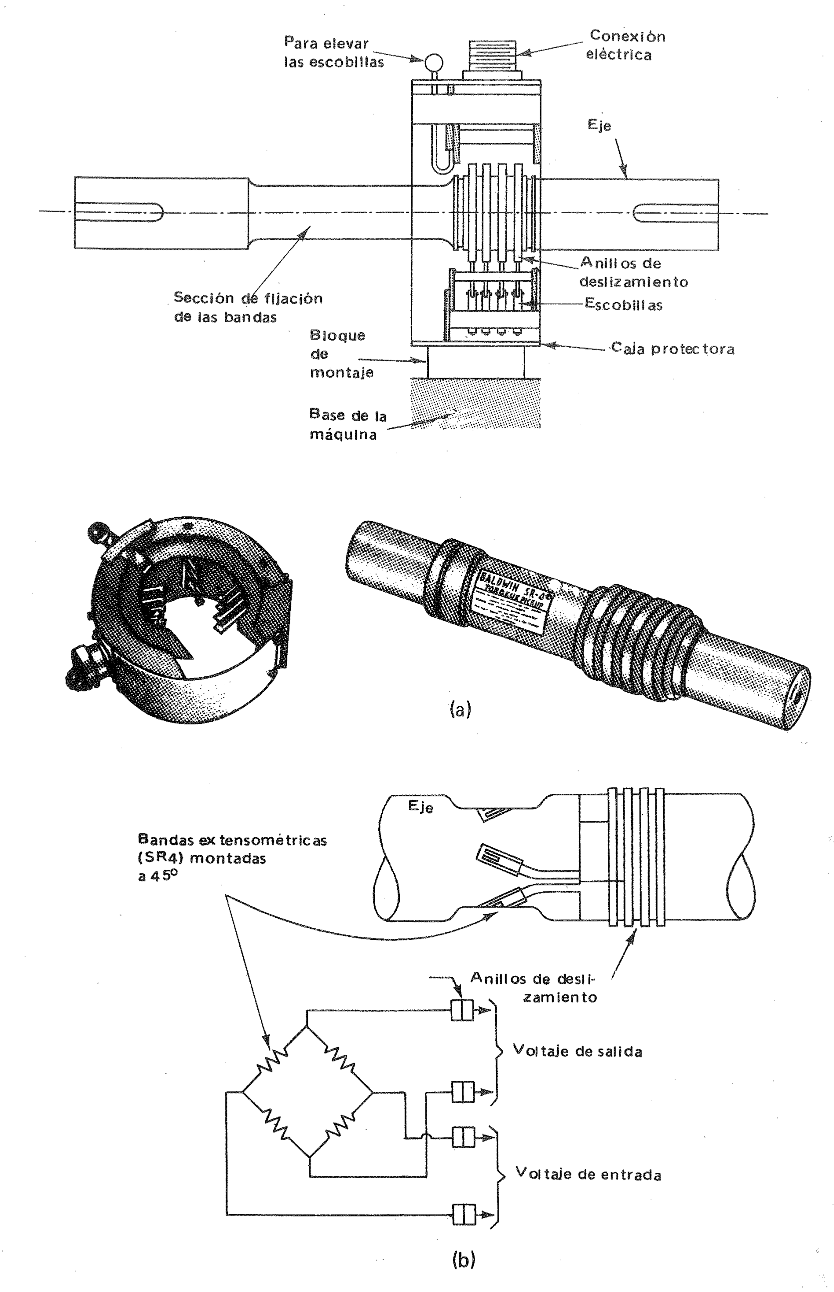


Fig. 24-27.– a) Pick-up del *torsiómetro* tipo B de la firma Balwin-Lima-Hamilton.– b) *Esquema de fijación de las 4 bandas extensométricas (SR-4) al eje del torsiómetro.*

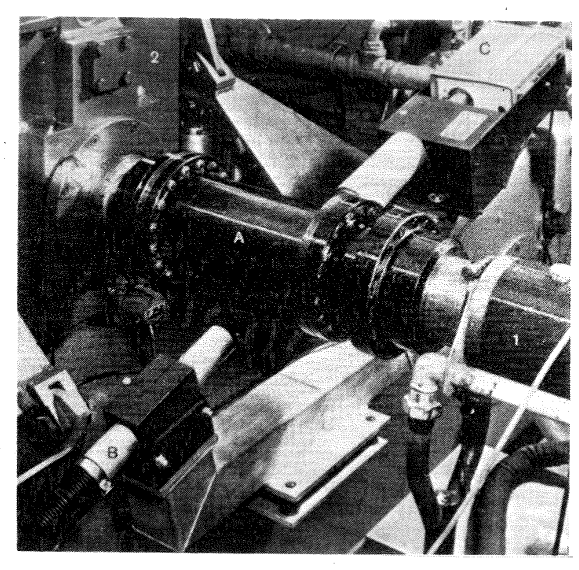


Fig. 24-28.– *Torsiómetro óptico* en los laboratorios de Escher Wyss. Las lecturas se transmiten por cámara de televisión al pupitre de control. El torsiómetro se conecta entre el modelo y el engranaje de accionamiento.

cos, que reducen al mínimo las pérdidas mecánicas en los mismos, eliminando prácticamente este error en la medida. En las B y V la máquina de c.c. funciona como motor, constituyendo el motor de accionamiento. Los dinamómetros de c.c. son mucho más compactos que los frenos mecánicos, pero tienen el siguiente inconveniente: momento de frenado pequeño en velocidades pequeñas. Existen modelos en que el brazo de momento actúa sobre un émbolo que se mueve en un cilindro con mercurio conectado a un tubo en U. El par se deduce de la altura que el mercurio alcanza en el tubo que puede estar graduado directamente en mN.

25. Tendencias actuales en el desarrollo de las TMH

25.1. Introducción

Las TMH son máquinas cuyo desarrollo no pertenece como el de otras ramas de la técnica a las últimas décadas. Hace más de un siglo que las principales casas constructoras de Europa, Asia y América realizan un esfuerzo sistemático con el objeto de perfeccionarlas. El progreso, sin embargo, no ha terminado; antes al contrario se ha acelerado en los últimos años. El objeto de este capítulo es recoger algunas de las últimas novedades y señalar las tendencias actuales en la evolución de las TMH. Mejoras importantes se están llevando a cabo constantemente en campos diversos, como es por ejemplo, el de las B destinadas a la industria química, que denominaremos simplemente *B químicas,* para citar un ejemplo; pero sobre todo en el campo de las grandes potencias, que abarca tanto el dominio de las TH, como el de las grandes B de acumulación de las centrales de bombeo, junto con las B de alimentación de las calderas de vapor de las centrales térmicas, etc... De la investigación en las TMH grandes, cuyo coste se justifica por las importantes potencias en juego, se ha beneficiado también mucho la construcción de las máquinas de mediana y pequeña potencia.

25.2. Tendencias actuales en el desarrollo de las B

25.2.1. Algunas tendencias generales

1. Empleo creciente de los métodos aerodinámicos de diseño

Los métodos aerodinámicos empleados en un principio en el diseño de las B axiales se aplican cada vez más a las radiales y diagonales (1).

---

(1) Véase KLAUS SAAFELD, *Einige neuere Gedanken zur Laufradberechnung von radialen und halbaxialen Kreiselpumpen* (Algunas ideas nuevas sobre el cálculo de los rodetes de las bombas rotodinámicas radiales y semiaxiales), "KSB Technische Berichten 11 (1966) 37-45".

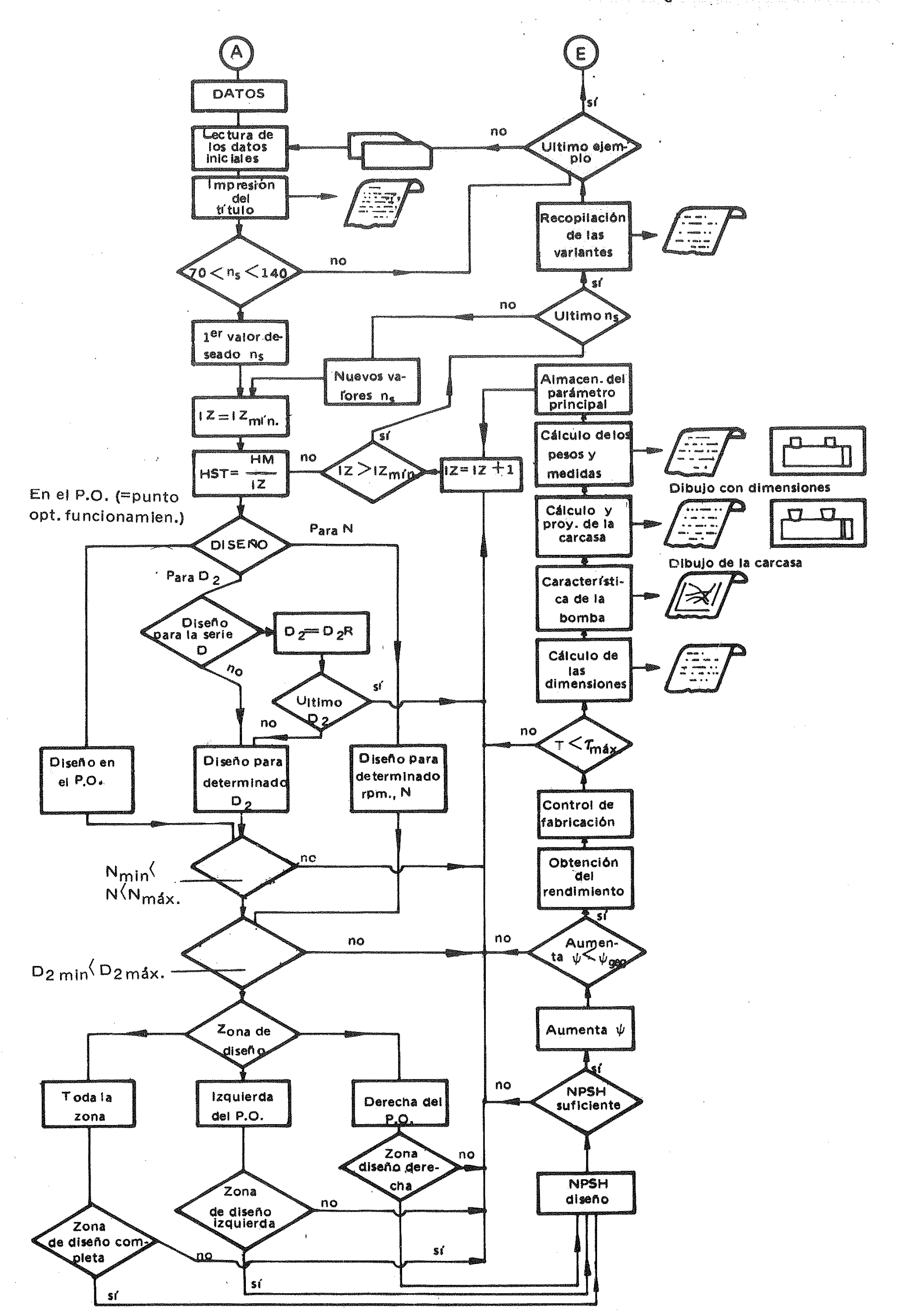


Fig. 25-1.– *Diagrama de flujo* de la casa Sulzer para diseño por ordenador de una B centrífuga.

2. Empleo creciente de las calculadoras en el diseño (1)

El proceso electrónico de datos se ha introducido en las empresas constructoras de TMH no sólo en los departamentos administrativos y comerciales; sino también en los tres campos siguientes del departamento técnico: investigación, diseño y experimentación de modelos y prototipos. He aquí algunos ejemplos:

– cálculos en que hay que someter variables diversas a las mismas operaciones; con programas fáciles se consiguen respuestas dentro del campo de variación de las variables diversas que intervienen;
– problemas en que se trata de hallar el valor óptimo de una variable mediante la variación de otra magnitud;
– cálculos numéricos y gráficos complicados p.e. flexión y frecuencias naturales de los ejes.

Las ventajas conseguidas hasta el presente son, gracias a la extraordinaria rapidez y exactitud en los cálculos, alivio de la carga del cálculo en beneficio de mayor profundidad en el trabajo, y apertura de nuevos caminos a la imaginación e investigación; planteándose problemas que sin el auxilio de las modernas calculadoras serían inabordables (como ejemplo de este tipo de problemas citaremos el complejo problema del ruido en la caja espiral de una B o V).

La casa Sulzer por ejemplo, ha realizado un programa en FORTRAN IV para el diseño de las B de alimentación de calderas, que tiene en cuenta todas las variables que deben entrar en consideración en el diseño, y que permite realizar, en brevísimo tiempo y sin error, cálculos que anteriormente resultaban mucho más laboriosos. Es interesante observar el diagrama de flujo (Fig. 25-1), que ha servido de base al programa a que nos referimos, cuya explicación podrá encontrar el lector en la revista de la citada casa constructora (2).

De igual manera se aplican las modernas calculadoras al diseño de las TH. Asimismo se aplican también al diseño y funcionamiento (optimación) de las centrales hidroeléctricas. En la central de la Grande Dixence, por ejemplo, una calculadora elabora los datos suministrados por cuatro estaciones de bombeo, el embalse y 2 centrales más. De esta manera se ha conseguido: reducir las pérdidas hidráulicas a un mínimo, reducir la potencia de accionamiento a un mínimo, coordinación

(1) Sobre el uso de las calculadoras en la construcción de máquinas véase el interesante artículo W. KÜHBORTH, *Einfluss der elektronischen Datenverarbeitung auf die technischen Bereiche eines Maschinenbauunternehmens* (Influjo del proceso electrónico de datos en el sector técnico de una empresa constructora de máquinas), "KSB, Technische Berichten 7 (1964) 3-10".

(2) J. STANEK UND A. SIMON, *Auslegung von Kesselspeisepumpen mit Hilfe eines Computers* (Diseño de bombas de alimentación de calderas mediante calduladora), "Technische Rundschau Sulzer 52,3 (1970) 175-184. Sobre este mismo tema véase también MC. AREE, P. FOOTSCRAY, *Planing a range of centrifugal pumps based on cost analysis and using computer aid* "Inst. Mech. Eng. (London) Proc. 186, Paper 46 (1972) 595-602.

de las operaciones de bombeo, calcular el agua disponible en un futuro inmediato para bombeo, chequeo automático de medidas, y finalmente señalización de anomalías por alarmas, que la calculadora misma pone en funcionamiento (1).

3. Empleo frecuente de velocidades de rotación elevadas

El empleo de velocidades elevadas de rotación es un problema hoy en día dominado. Estos números de revoluciones elevados se emplean con accionamiento por turbina de vapor, y modernamente a veces también con turbina de gas, no sólo en el campo de las B para alimentación de calderas, sino en otros campos también. Como ejemplo citaremos una B Sulzer tipo HP 74 de 2650 kW, H = = 351 m, 1300 rpm, de estator seccionado horizontalmente, para suministro de agua de población, de 3 escalonamientos, los dos primeros de admisión sencilla y el tercero de admisión doble. El accionamiento de esta B es por TV Siemens a 7000 rpm (2).

4. Modernización de los bancos de prueba

Las empresas constructoras construyen nuevas instalaciones de ensayo o modernizan las antiguas. Los bancos de ensayo más modernos son automáticos de manera que los datos obtenidos en el banco mismo se suministran a una calculadora, que realiza e imprime los resultados, y traza con auxilio de un "Plotter" las líneas características (3).

25.2.2. Las B modernas de alimentación de calderas

Hace unos cuarenta años las centrales térmicas de mayor potencia llegaban hasta 50 MW. Hoy día esta potencia y aún mayor es la que se consume en accionamiento de auxiliares de las centrales térmicas gigantescas actuales.

Los caudales exigidos a las B de alimentación de calderas de dichas centrales

(1) Sobre la elaboración de un programa para calculadora para el análisis de una chimenea de equilibrio puede verse C.H. ATKINSON y D.L.R. CRONIN, *Surge tank Analysis by computer* "Water Power 23,2 (1971) 56-61". Véase también: W.L. SWIFT, *Optimising turbine and pump-turbine desing by the use of computers*, "Water Power 23,9 (1971) 325-332". Finalmente véase S. CHACOUR, *Advance computer technique for desing of hydroturbine equipment*, "ASME paper n. 73-WA/FE-15 (1973) 11 págs."

(2) Véase *Aus der Entwicklung Schnellaufender Kesselspeise pumpen* (Desarrollo de bombas rápidas de alimentación de calderas), "KSB Technische Berichten 12 (1967), Págs. 50 ss".

(3) Véase, por ejemplo, G. MOLLENKOPF y H. ZILLING, *Neue Prüfstände der Forschungsabteilung in Nürnberg* (nuevos bancos de pruebas del departamento de investigación de Nürnberg), que describe las nuevas investigaciones de ensayo de la firma KSB, Alemania construídos entre los años 1969-1972, consistentes en un banco de precisión para medidas en B y elementos de las mismas, un banco de cavitación, y un banco para fluídos viscosos. Asimismo véase ANON, *Modern Laboratory* [Allis Chalmers] *for hydraulic turbine and pump-turbine testing*, "Water Power 25,8 (1973) 315-316". Este laboratorio está situado en la planta de York, Pennsylvania. La recogida de datos en los bancos de pruebas es totalmente automática y la elaboración de los datos se realiza mediante calculadora.

aumentan constantemente, superando actualmente los 2000 m^3/h; mientras que las presiones son frecuentemente del orden de 275 bar.

Para citar un ejemplo, en 1970 la casa Sulzer suministró para la central de Mannhein, Alemania de 440 MW la mayor B de alimentación de calderas construída hasta aquel entonces en Europa. Se trata de una B de tipo barril. El bloque interior, que consta del eje con los rodetes y de las coronas directrices, se puede sustituir en muy corto espacio de tiempo por uno de repuesto en caso de avería. Otras características son: 6 escalonamientos, $P_a = 18.400$ kW, G = 1370 t/h, H = 4015 ($\simeq$ 670 × 6) m, 5770 rpm, accionamiento por TV BBC de doble flujo de condensación, temperatura del agua 216 °C. Antes de esta B hay instalada una B previa elevadora de la presión. A partir del año 1970 las centrales térmicas han aumentado de potencia y también las B de alimentación. Las *B para agua caliente*, entre las cuales el grupo más importante es el formado por las B de alimentación, con frecuencia se construyen:

- para alturas efectivas de 20-63 m, B radiales de 1 escalonamiento y 1 ó 2 flujos.
- para alturas efectivas de 40-160 m y caudales másicos de 6-160 t/h, B radiales de varios escalonamientos (8 escalonamientos máximo).
- para alturas efectivas de 80-460 m y caudales másicos de 6-630 t/h, B radiales de varios escalonamientos (12 escalonamientos máximo) con cojinete de deslizamiento y equilibrado axial.

Las *B de alimentación de las centrales térmicas convencionales* o de combustible fósil se construyen modernamente de manera que, conservando un número específico de revoluciones favorable, se haga lo más grande posible el incremento de presión por escalonamiento, con lo cual se ha conseguido reducir drásticamente el número de estos con respecto a las B antiguas, hasta 4 ó 5 escalonamientos, por ejemplo. La potencia por escalonamiento es grande, lo que obliga a utilizar materiales más resistentes a los esfuerzos mecánicos y a la corrosión.

Las *B de alimentación de las centrales térmicas nucleares*, por el contrario, suelen ser de un solo escalonamiento, porque ello basta para alcanzar la presión final, la cual nunca suele exceder los 100 bar. Por el contrario, los caudales requeridos en estas centrales suelen ser aproximadamente el doble que en las centrales térmicas convencionales lo cual recomienda utilizar un solo rodete de doble admisión. La velocidad de giro de estas B suele ser de 5000 rpm. De esta manera, como es sabido, disminuye la capacidad de aspiración de la B, siendo a veces necesario instalar una B previa elevadora de la presión de entrada, cuyo número específico de revoluciones es siempre mucho menor. Otras veces, a base de una comparación de costos se instala sólo la B principal, pero con mayor número de escalonamientos(1).

(1) Véase RICHIER H, *Entwicklungsstand der Kesselspeisepumpen* (Estado de desarrollo de las bombas de alimentación de calderas), "VDI-Z 111,3 (1969) 147-62".

He aquí las características de diseño principales de las B modernas de alimentación:

1. Número de revoluciones elevado.
2. Reducción del número de escalonamientos, utilizando una altura efectiva por escalonamiento elevado.
3. Distancia entre cojinetes pequeña.
4. Juego del rotor grande.
5. Equilibrado del empuje axial por cojinete de empuje.
6. Diseño adecuado de las empaquetaduras: a) para velocidades mayores de 25 m/s se suelen utilizar prensaestopas convencionales; b) para velocidades comprendidas entre 25 y 45 m/s, empaquetaduras de anillos de deslizamiento; c) para velocidades mayores de 45 m/s se empiezan a utilizar cierres de anillos flotantes, que eliminan todo contacto.
7. Disminución del $NPSH_{necesario}$, gracias a mejoras introducidas en el diseño del rodete, o utilizando una B previa auxiliar elevadora de la presión de admisión. (Véase la Fig. 25-2).
8. Construcción robusta del rotor.
9. Tendencia (impuesta por las exigencias de fiabilidad de las modernas centrales térmicas) a distanciar las revisiones, y reducir el número de fallos y averías posibles. Se ha comprobado que las B de menor número de escalonamientos son de funcionamiento más seguro (1). En las *B de tipo barril* el rotor y las coronas directrices forman una unidad completa, que permite una reposición rápida por otra unidad completa (rotor y coronas directrices) en caso de avería. De ahí la preferencia que se ha dado a este tipo de B en las centrales térmicas modernas.

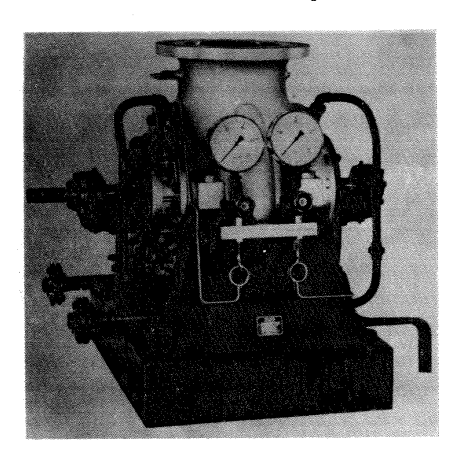


Fig. 25-2.–*B previa* de alimentación de calderas tipo YNK de la firma KSB, Alemania. Este tipo de B se fabrica para Q hasta 2500 m^3/h, H hasta 140 m c.a., t hasta 210 °C (mediante un diámetro de entrada grande, rodete de doble admisión y velocidad de accionamiento baja se consigue un NPSH favorable).

Después de las B de las centrales de acumulación por bombeo constituyen las B de alimentación el grupo de B de mayor potencia. Las soluciones modernamente más frecuentemente empleadas son:

(1) Véase HORENBURG, O. *Schäden an Kesselspeisepumpen* (Deterioros en las bombas de alimentación de calderas), "Mash-Schaden 43,4 (1970) 135-47".

1. 1 B de plena carga accionada con turbina de vapor + 2 B de media carga accionadas con motor eléctrico (solución convencional).
2. 1 B de plena carga con turbina de vapor + 1 B de arranque (30%) ó de carga parcial (hasta el 70%) con motor eléctrico.
3. 1 B de plena carga acoplada al eje principal (generador) + 1 B de carga parcial con motor eléctrico.
4. 3 B de media carga con motor eléctrico de número de revoluciones regulado (solución convencional).
5. 2 B de media carga con motor eléctrico de número de revoluciones regulado (1). (Véase la Fig. 25-3).

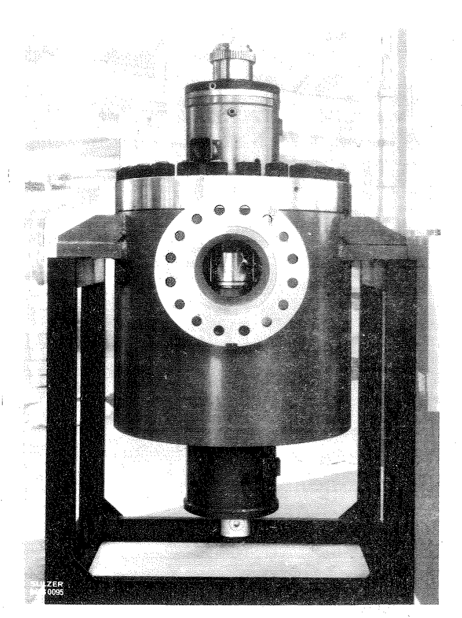


Fig. 25-3.–B moderna de alimentación de caldera de tipo barril en los talleres de Sulzer: Q = 1296 t/h; H = 605 m; n = 2980 rpm; t = 175 °C. La central consta de 3 B. Las 2 primeras alimentan cada una una turbina de vapor de 175 MW y la tercera en reserva. No necesita B previa. La carcasa es de acero forjado y el interior de acero al cromo. El empuje axial y el peso lo soportan un émbolo compensador junto con un cojinete de empuje.

25.2.3. Las B modernas de circulación de las centrales térmicas nucleares

Con la creación de las centrales nucleares han surgido aplicaciones en parte totalmente nuevas, como las B de circulación, en parte adaptación de otras B ya utilizadas en las centrales convencionales a las nuevas exigencias como las B de alimentación y B del condensado. De ahí el desarrollo de nuevas empaquetaduras, investigación de materiales para bombeo de agua radioactiva etc.., Los fallos de las B de circulación se han de reducir a un mínimo, porque dichas B se instalan en el interior de la zona apantallada contra la radioactividad, y son, por tanto, inaccesibles mientras el reactor está funcionando, y aún bastante tiempo después.

La Fig. 25-4 representa la posición de las diferentes B utilizadas en una central nuclear de tipo de reactor de agua hirviente.

(1) Sobre problemas planteados por las B de alimentación de gran potencia véase G.P. PEDOTTI, *Projectierungsfrage bei grossen Kesselspeisepumpenanlagen* (Cuestiones diversas sobre el proyecto de las grandes instalaciones de bombas de alimentación de calderas), "Technische Rundschau Sulzer 53,2 (1971) 69-77".

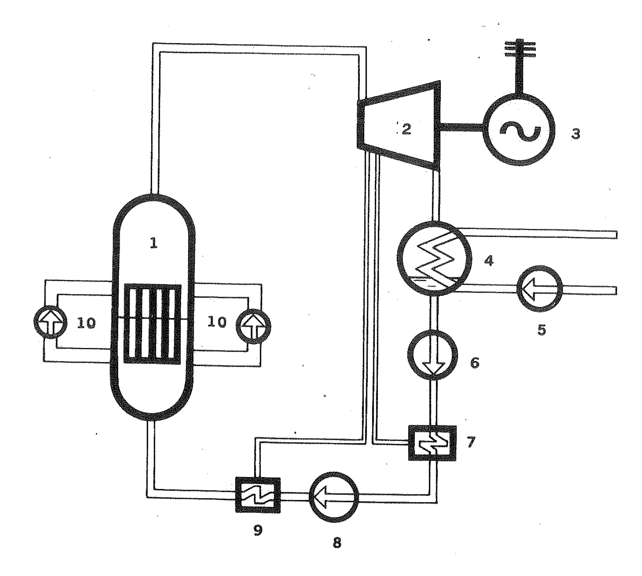


Fig. 25-4.–Esquema de reactor nuclear de agua hirviente: 1. Reactor.- 2. Turbina.- 3. Generador.- 4. Condensador.- 5. Bomba de agua de refrigeración.- 6. Bomba de condensado.- 7. Precalentador de baja presión.- 8. Bomba de alimentación del reactor.- 9. Precalentador de alta presión.- 10. Bombas de circulación del reactor.

En las primeras centrales nucleares refrigeradas por agua las B de circulación se construían casi exclusivamente como B de rotor húmedo, para eliminar de raíz los problemas de las empaquetaduras. Hoy al aumentar considerablemente las potencias de las centrales, y consiguientemente de las B de circulación, la construcción de las B de rotor húmedo tropieza con problemas técnicos de rendimiento y de precio. Así se ha ido volviendo poco a poco al sistema convencional, instalando un cierre hermético entre la carcasa y el eje que la atraviesa.

En la Fig. 25-5,a y b pueden verse dos tipos de empaquetaduras o cierres utilizados en las B de circulación de las centrales nucleares:

a) *Cierre hidrodinámico.* Está constituido por dos anillos, uno de ellos de grafito, que deslizan entre sí. El diámetro del anillo secundario se ha de escoger de manera que se evite el sobrecalentamiento y se reduzca el rozamiento a un mínimo.

b) *Cierre hidrostático.* En este tipo de cierre las superficies se revisten convencionalmente con material de gran dureza (estelita, cerámica).

25.2.4. Las B modernas para la industria química

Omitiendo otros campos de aplicación de las B como el de las B sanitarias

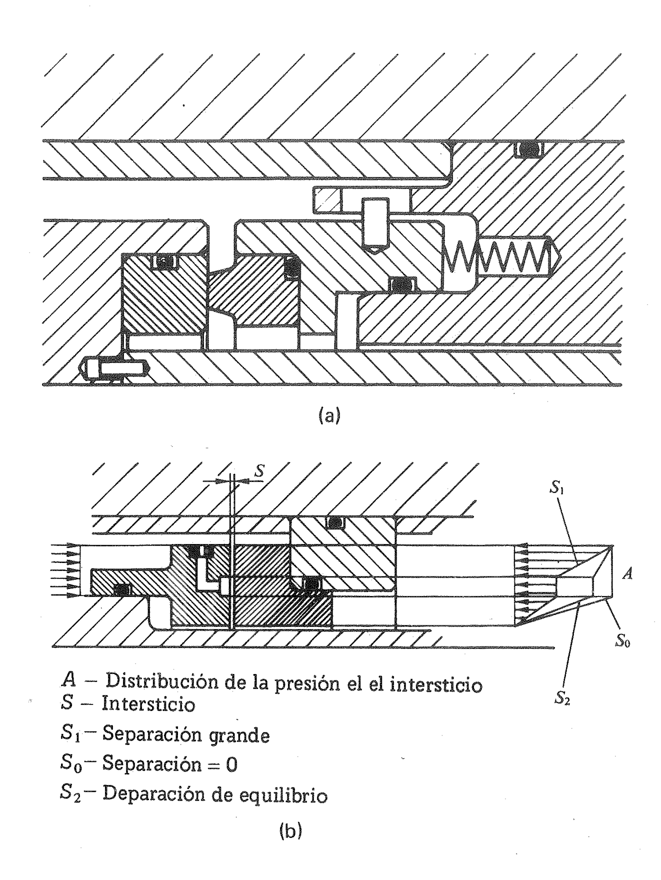


Fig. 25-5.–*Cierres hidráulicos* utilizados en las B de circulación Sulzer de las centrales nucleares: a) cierre hidrodinámico; b) cierre hidrostático.

para la industria de alimentación, el de las B para agua de población, drenaje (véase la Fig. 25-6), oleoductos (Fig. 25-7), y estaciones de suministro de petróleo (véase Fig. 25-8), etc., nos fijaremos por su especial interés en el vastísimo campo de aplicación de la industria química.

Las B químicas aunque en términos de capital invertido representan tan solo un 2% de capital total de una planta química, vienen a ser como el corazón de la industria química. El enorme desarrollo de esta industria en los últimos años, en sus diferentes ramas: colorantes, fertilizantes, productos farmacéuticos, etc., y sobre todo el desarrollo espectacular de la industria petroquímica (véase la Fig. 25-9) y de plásticos con tendencia a instalaciones cada vez mayores, con nuevos métodos y más económicos, que permiten hacer frente a la enorme competencia

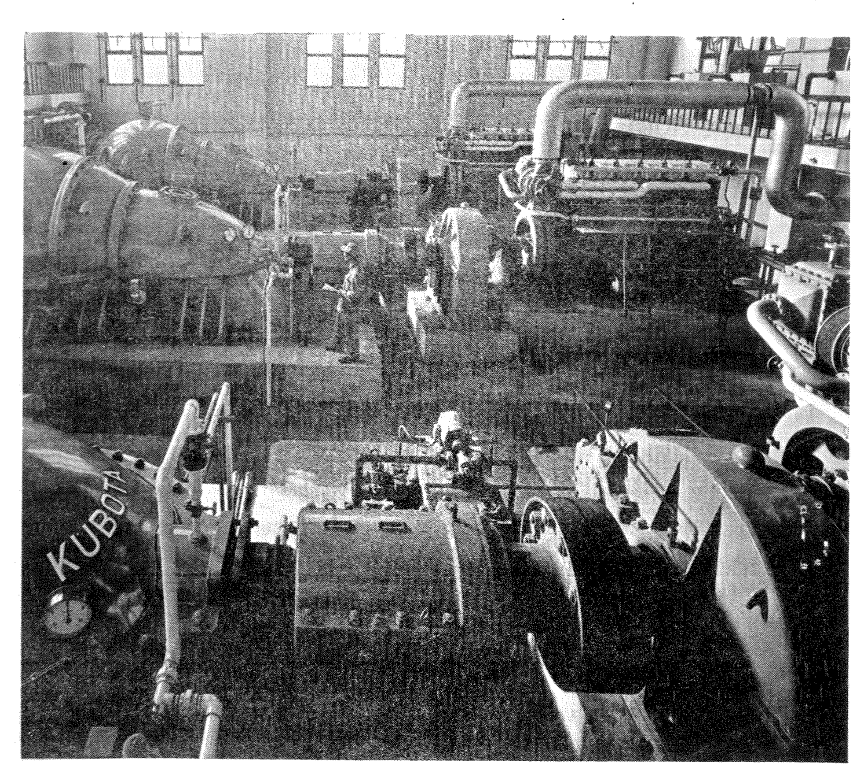


Fig. 25-6.—Moderna *estación de bombeo para drenaje* de ciudad de Neyagawa, Osaka, Japón, equipada con B de la firma Kubota, Japón, cuyas características unitarias son: $Q = 600 m^3/min$; $H = 3,3$ m; $n = 95$ rpm; $P_a = 460$ kW.

existente, ha provocado también un desarrollo espectacular de las B químicas (la industria de los plásticos es la que más ha contribuido a este desarrollo).

Las características principales de las B químicas modernas son (1):

1. Gran rigidez en el eje para buen funcionamiento de las modernas empaquetaduras de anillo deslizante, desarrolladas originariamente en USA, y hoy corrientemente empleadas por los constructores. Estas nuevas empaquetaduras han revolucionado en cierto sentido la construcción de las B químicas.
2. Resistencia a la corrosión en las zonas en contacto con los líquido corrosivos.

(1) Véase R. ISSELHARD y A. KRATZER, *Zur entwicklung der Chemiepumpen in der letzten 40 Jahren* (desarrollo de las bombas químicas en los últimos 40 años) "KSB Technische Berichte n. 15 (1971) 16-26".

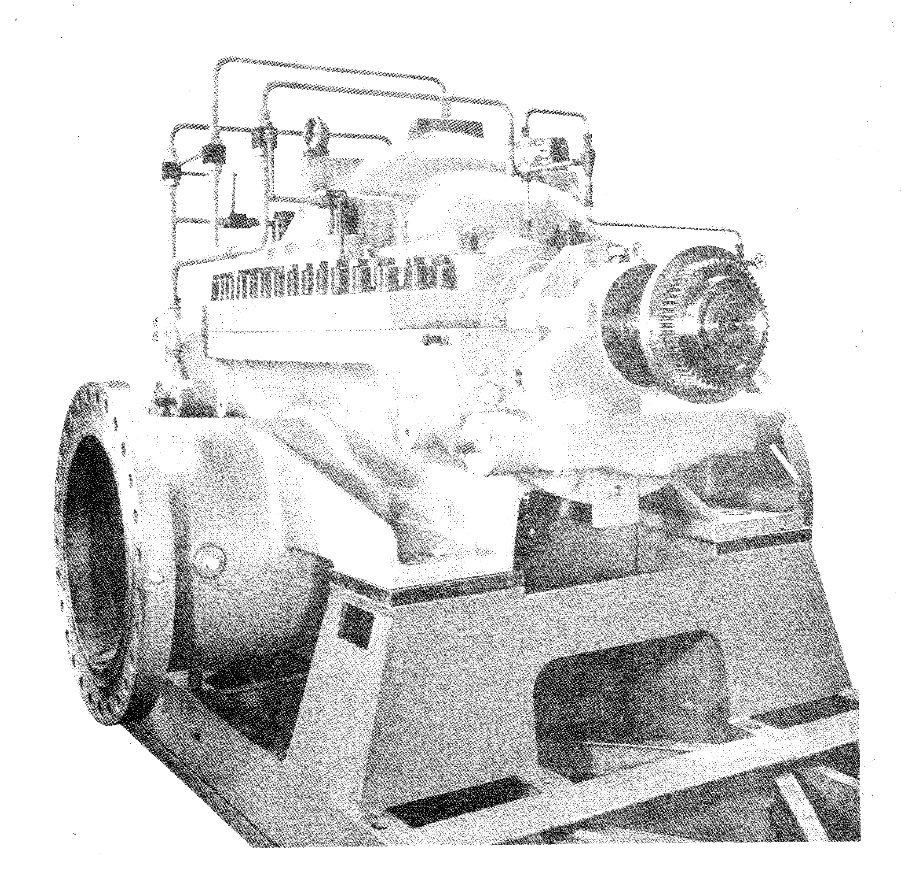


Fig. 25-7.—B Sulzer para un oleoducto en Libia: carcasa seccionada horizontalmente, doble admisión, corona directriz, rodete de acero al cromo y carcasa de fundición: $Q = 7600 m^3/h$; $H = 132$ m; $n = 1500$ rpm.

3. Fácil y rápida intercambiabilidad de las piezas expuestas al desgaste y corrosión.
4. Oferta en materiales distintos, según el líquido bombeado, de los elementos en contacto con el líquido.
5. Normalización de piezas, sobre todo de cierres, de manera que sean intercambiables los fabricados por los distintos constructores.
6. Empujes radial y axial reducidos al mínimo.
7. Tendencia a utilizar mayor número de revoluciones.
8. Mejora del NPSH, ya que en la industria química con frecuencia se han de bombear líquidos a temperaturas próximas a la de saturación.

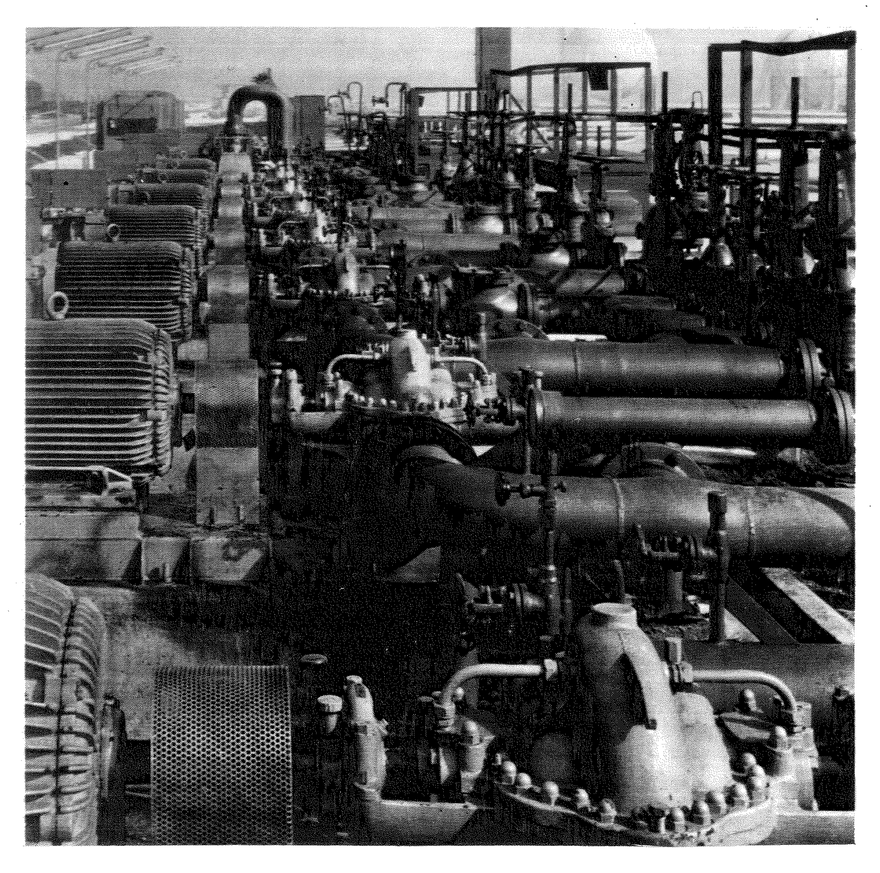


Fig. 25-8.—B del tipo RDL de la firma KSB, Alemania, en una estación de carga de fuel.

Materiales modernos para las B de la industria química

Hace 30 ó 40 años los materiales obligados para las B químicas eran fundición gris, fundición al Si, Pb duro y caucho endurecido. A éstos se han ido añadiendo numerosos materiales metálicos y no metálicos. El desarrollo de las B químicas está muy unido tanto al desarrollo de los cierres diversos como al de los materiales. He aquí algunos de los más empleados:

1. La fundición al Si desarrollada por la firma Krupp en Essen, Alemania se ha reemplazado a veces con aleaciones diversas de Al. Sin embargo, debido al precio de estas últimas, y a su difícil mecanización, se vuelven a utilizar aquéllas.
2. Aleaciones austeníticas anticorrosivas y resistentes al ataque por los ácidos de aceros al Cr-Ni y al Cr-Ni-Mo; posteriormente se mejoró su calidad, lo que permitió su soldadura, sin tratamiento previo especial; y se rebajó su contenido de C al 0,03%, mejorando así sus propiedades anticorrosivas.
3. Fundiciones al Cr (un 30%) y Mo muy utilizadas para carcasas y aparatos en contacto con anhídrido sulfuroso.
4. Aleaciones semiausteníticas con índices de corrosión muy bajos, gracias a la reducción del contenido de C.
5. Aleación Hastelloy desarrollada en USA.
6. Aleaciones de Ti y Zr desarrolladas en USA.
7. Materiales no metálicos, como, por ejemplo, materiales cerámicos.

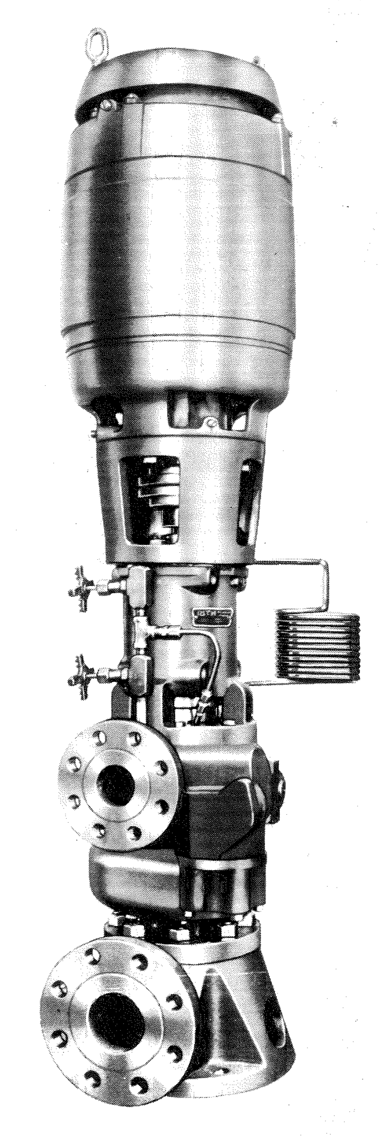


Fig. 25-9.—Moderna B vertical de la firma Roy E. Roth, USA de NPSH reducido (< 30 cm c.a.) para intercalación en línea y bombeo de líquidos con gases disueltos, gases licuados en refinerías de petróleo. Se construyen para alturas hasta de 720 m.

Desarrollo actual de la construcción de V

La industria de los V, un tanto postergada años atrás, despierta en la actualidad gran interés por el creciente uso de estas máquinas en la ventilación de locales de trabajo y de recreo, de minas, fábricas, túneles, barcos, etc...; así como en las múltiples aplicaciones de secado, refrigeración y acondicionamiento de aire (vease la Fig. 25-10).

La construcción de los V se perfecciona cada vez más. (Véase la Fig. 25-11) Se estudia la corriente, utilizando nuevas técnicas experimentales, y se consiguen, aún en V pequeños rendimientos del 90% (1). Ya en 1959 algunos fabricantes lograron rendimientos con V centrífugos

(1) Véase B. ECK, *Der Weg zu neuen Radialventilatoren*, (El camino hacia nuevos ventiladores radiales), "Wärme, Lüft. und Gesundheitstechnik (1964) 95-105, 285-287; y B. ECK, *Die neuere Entwicklung der Radialventilatoren* (El desarrollo más reciente de los ventiladores radiales), "Techn. Rundschau, Bern, n. 20 (1962)".

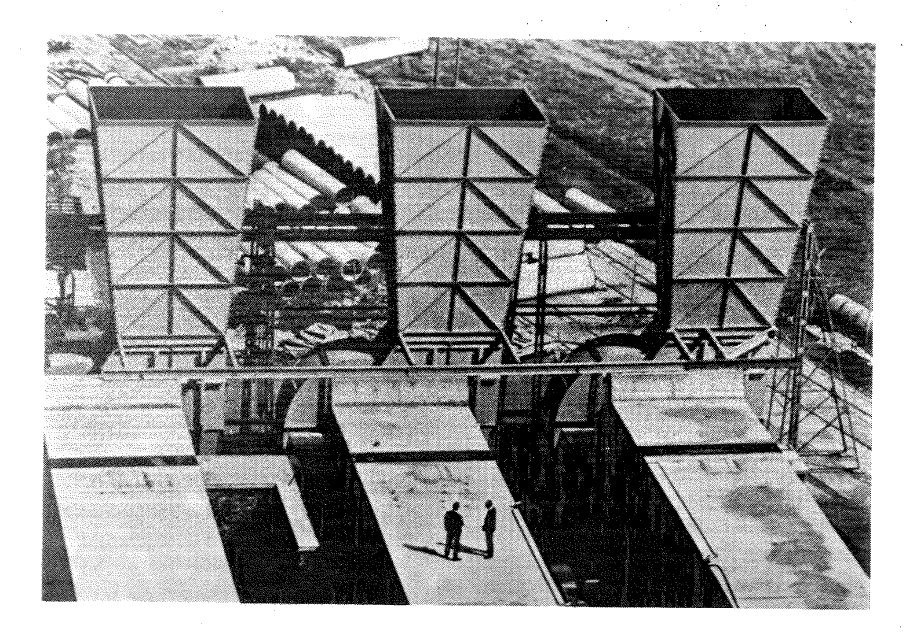


Fig. 25-10.–3 V de 3210 mm de diámetro construidos por la firma Sirocco Products, Irlanda del Norte, instalados en la mina de oro de Stilfontein, Sudáfrica. Los V trabajan en paralelo, están accionados a través de engranajes por motores de 1,5 MW; el caudal de aire extraído asciende a 42.600 kg/min.

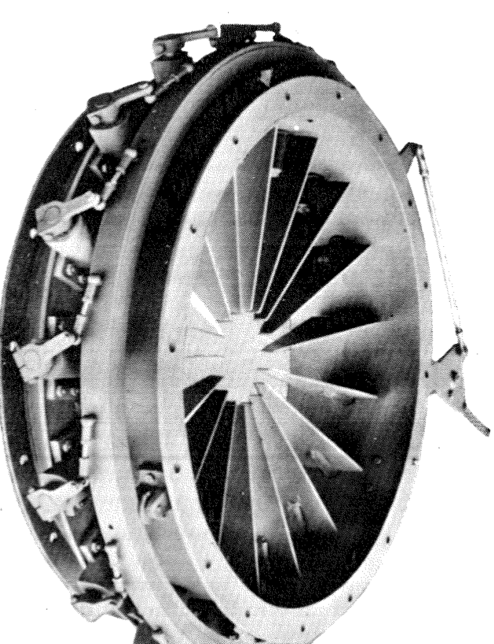


Fig. 25-11.–El control del caudal de un V por *corona directriz orientable a la entrada* mejora el rendimiento en comparación con la regulación mediante el cierre de la persiana de entrada. Ninguno de los dos métodos se debe aplicar normalmente en las B.

de 1/2 m de diámetro de 83% y con V de 1 m de diámetro del 90% (1). Esto se logró apartándose de la tradición de construir los V de chapa. El corte transversal del álabe en los V se parece a un ala de avión, y los álabes no se fijan con remaches al rodete, como antiguamente sino que se sueldan al mismo (véase la Fig. 25-12).

A título de ejemplo mencionaremos un nuevo método (2) para investigar la corriente en los V consistente en un imán permanente y un transductor (fotocélula) cuyos impulsos se mandan a un contador eléctrico. Los impulsos parten de imanes diminutos, que se instalan en álabes diametralmente opuestos entre sí.

El método, que acabamos brevemente de describir, es aplicable sobre todo a la investigación del ruido en los V, y con él se han medido con gran exactitud velocidades comprendidas entre 0-7000 rpm (3).

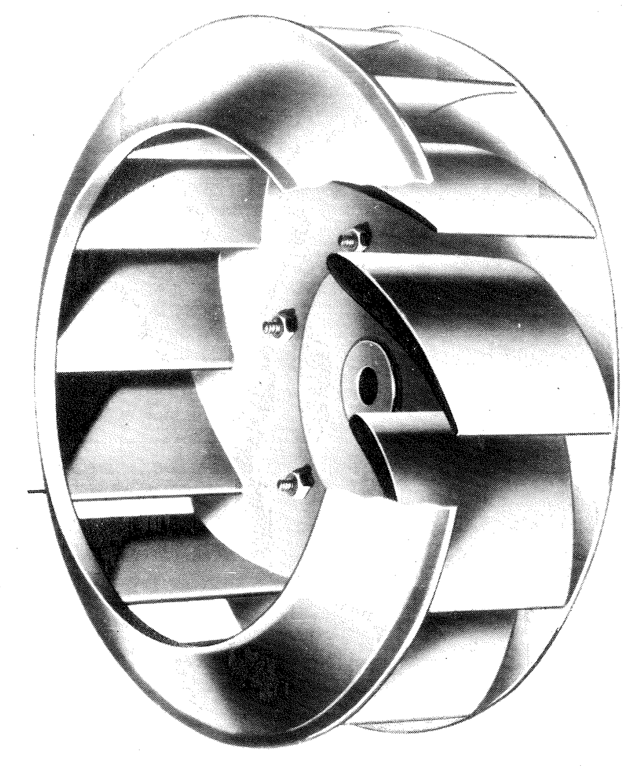


Fig. 25-12.–V de la firma Carter, Inglaterra para ventilación y acondicionamiento de aire con *álabes de perfil aerodinámico* de elevado rendimiento (rendimiento hidráulico estático hasta 88%) soldados a un disco posterior y a un zuncho anterior.

Construcción de V con materiales plásticos

La construcción de V de materiales plásticos data ya de muy antiguo. En la industria química su empleo es hoy en día frecuente, para evitar la corrosión que fácilmente se produce en los V metálicos. Otras ventajas de los V

(1) J. GRUBER, *Neuzeitliche Konstruktionsrichtlinien beim bau von zentrifugal Ventilatoren,* "Heizung, Lüftung, Haustechnik 10,6 (1959) 162-166".

(2) A.F. ARMOR, *New method for fan speed measurement,* "Technical Memorandum Nr. 6, Nat. College for Heating, Vent., Refr. and Fan Engineering (1968) 6 págs.".

(3) E.J. JUDIN, *Investigación del ruido en las instalaciones de ventiladores y métodos para combatirlo* (en ruso),"ZAGI, Informe n. 713, Moscú".

de plástico son: marcha tranquila y reducción del peso hasta alcanzar sólo el 10% del peso de un V de chapa; finalmente la superficie interior del V de plástico es muy poco rugosa, y por tanto desde el punto de vista hidrodinámico muy favorable.

La fabricación de álabes de V axiales de duroplástico exige mucho dinero en la fabricación de las matrices para las prensas, lo cual sólo se justifica en los V pequeños por el número de piezas en serie que se fabrican.

En la construcción de V se emplea un gran número de materiales termoplásticos, entre ellos el polietileno de baja presión es muy utilizado en construcción soldada. Se han desarrollado procesos de fabricación especiales, con lo que las carcasas se conforman de placas de material plástico en dos mitades, que se unen entre sí con pernos también de plástico; el cubo con los álabes se hace de una sola pieza; la llanta fabricada de la misma manera es soldada a los álabes.

25.3. Tendencias actuales en el desarrollo de las TH

25.3.1. Introducción

Sólo en muy pocos países se está llegando, o se ha llegado ya casi como en Suiza, a la explotación de todos los recursos naturales hidroeléctricos. Sin embargo, en casi todos los países desarrollados, y en muchos en vía de desarrollo, quedan por explotar innumerables reservas, aunque hay que reconocer que en muchos países han sido explotadas ya las más ventajosas desde el punto de vista económico.

De ahí que en algunos países, como España, se recurre más en la actualidad, a otras fuentes de energía, a saber, las centrales térmicas, tanto de combustible fósil como de combustible nuclear. No obstante los criterios mundiales y nacionales, que rigen la instalación de nueva potencia eléctrica, no son estables. En el momento actual la *crisis de la energía* por una parte y el interés creciente por la *conservación del medio ambiente,* auténtica revolución esta última de los tiempos presentes, ponen en primer término de consideración las centrales hidráulicas. Por otra parte las centrales hidroeléctricas no constituyen la "competencia" de las centrales nucleares, sino su mejor aliada; las primeras son centrales de base y las segundas pueden ser excelentes centrales de punta. Esta última tendencia se acusa notablemente en el país más industrializado del mundo: Estados Unidos. Estos criterios creemos que despertarán en muchos países entre ellos España un interés nuevo en las explotaciones hidroeléctricas.

25.3.2. Panorama mundial actual de las centrales hidroeléctricas

En Europa en el momento actual quedan aún, como ya hemos dicho, amplias reservas sin explotar en muchos países, tales como Noruega, España, Portugal, Austria, Checoslovaquia, Hungría, Yugoslavia, Grecia y Turquía.

En algunos países antes eminentemente hidráulicos, tales como Suecia y

Suiza se está llegando ya a la saturación, o utilización casi total de la energía hidráulica económicamente explotable.

Suiza

Este país, considerado con razón el centro histórico de la energía hidroeléctrica ha incrementado en los últimos 30 años su energía eléctrica mediante la explotación de sus recursos hidráulicos (1).

En los 25 años que transcurren de 1945–1970 la potencia instalada en Suiza sube de 2376 a 9652 MW. El resultado es que el 80 % de la capacidad hidráulica del país está en la actualidad explotada, y en el futuro la potencia instalada deberá seguir creciendo más en forma de energía térmica convencional y nuclear.

Noruega

Noruega es el país en el que la energía eléctrica por habitante y año es la mayor del mundo, 14.000 kW · h; Su potencial hidráulico se estima como el mayor de Europa exceptuando la URSS, 130 MW · h. Sin embargo, hasta el año 1970 sólo se había explotado un 40%. En 1968, la potencia hidroeléctrica total instalada en Noruega era de 10.700 MW. Noruega constituye una excepción dentro de los países escandinavos en los cuales lo mismo que en Suiza la importancia relativa de la energía hidráulica disminuye y seguirá disminuyendo en el futuro.

Estados Unidos.

En Estados Unidos el potencial hidroeléctrico anual se estima en 700.000 GW · h. Se piensa sin embargo que, si para el año 2.000 se hubiese explotado esta energía hidroeléctrica ésta no llegaría a cubrir el 7,5% de la demanda. Un report del US Federal Power Commission's Bureau prevé que en el período 1973-82 se instalarán en USA 35.289 MW de potencia hidroeléctrica. Las dos centrales de mayor caudal de Estados Unidos son la central de Bonneville de 5.600 m^3/s y la de Mc Nary de 4.800 m^3/s ambas en el río Columbia.

Unión Soviética

El potencial hidroeléctrico de la URSS sólo en Siberia se estima en 800 TWh, cifra enorme, si se compara, por ejemplo, con el potencial hidroeléctrico del Canadá de 218 TWh. Sólo en Siberia Oriental se encuentran las siguientes centrales: *central de Angara- Yenisei,* 4.100 (durante muchos años record mundial de potencia instalada) *Central de Bratsk,* 4.500 MW, (20 TH; $H = 106$ m); *central de Ust Ilimskaya* en el río Angara (en construcción en 1974), 4.320 MW (18 TH; $H = 90$ m); *central de Krasnoyarsk,* 6.000 MW, con un caudal medio de 2.800 m^3/s, la mayor central de la URSS hasta 1970. Finalmente en el año 1974 se encontraba ya en construcción también en la Siberia Oriental otra central aún mayor; la *central de Sajan-Shushenskoya,* 10 × 630 MW. Para juzgar de las realizaciones y proyectos hidráulicos de la URSS bastará considerar el gigantesco desarrollo de toda la cuenca del río Yenisei, donde ya en 1971 había 6 centrales hidráulicas en fun-

(1) Véase F. ULLMANN y MULLER, *A brief history of Swiss hydro development "Water Power 23,5 (1971) 164-175".*

cionamiento con un total de 22.400 MW; y en proyecto en la misma cuenca del Yenisei 17 centrales más, que añadirán otros 60.700 MW más a la potencia instalada en dicha cuenca. En 1975 la URSS poseerá unas 12 centrales de más de 1.000 MW cada una, todas en funcionamiento. (1).

Las dos centrales de mayor caudal del mundo son la de Central Kuibyschew, y la de Volgograd en el río Volga, cada una con un caudal de 10.000 m^3/s.

Japón

En este país se han planificado para el futuro 45.000 MW más con centrales convencionales, y además una potencia casi tres veces mayor en centrales de acumulación por bombeo, de las cuales hablaremos en la sección siguiente: (2).

El Zaire

Una muestra de la ingente potencialidad hidroeléctrica del continente africano de la cual la mayor parte está aún sin explotar, es el *aprovechamiento del Inga* en el Zaire, el único en el mundo que en una distancia de sólo 15 km forma, gracias a una serie de rápidos, un salto de 102 m de altura en el que se puede disponer durante todo el año de la potencia ingente de 30.000 MW (37 × potencia instalada total en Aldeadávila la central de mayor potencia española y una de las mayores de Europa).

Los dos primeros grupos de la primera fase, denominada Inga I, central de pie de presa, entraron en funcionamiento al fin del año 1972. La potencia de los 6 grupos de esta primera fase es de 58,5 × 6 MW (potencia garantizada 300 MW). La segunda fase, que fué contratada en 1973, denominada Inga II, constará de 8 grupos de 159 × 8 MW (potencia total garantizada 1.100 MW). El primer grupo de esta segunda etapa deberá entrar en funcionamiento en 1976.

Mozambique

Otro elemento importante en el continente africano es el de la central de Cabora Bassa en el rio Zamberi en Monzambique, que tiene una capacidad instalada de 3.600 MW.

Tendencias en la construcción de las centrales hidroeléctricas.

Además del perfeccionamiento creciente de los aparatos de medida y registro, sobre lo que no insistiremos por pertenecer más al campo de la instrumentación (véase Fig. 25-13); las tendencias siguientes contribuyen a una mejora de la economía de la explotación:

(1) Véase B.I. WEITZ, *Electric power developments in the URSS*, New York 1963, 13 págs.; FYA. NESTERUK, *Razbitie gidroenergetiki SSSR* (Desarrollo de la energía hidráulica en la URSS), Moscú, 1963, 144 págs.; J.H. BATER, *The Development of hydropower in the Soviet Union*, "Water-Power 26,6 (1974) 214-219".

(2) T. SUZUKI, *The main trends of hydroelectric development in Japan*, "Water Power 24,2 (1972) 43-61".

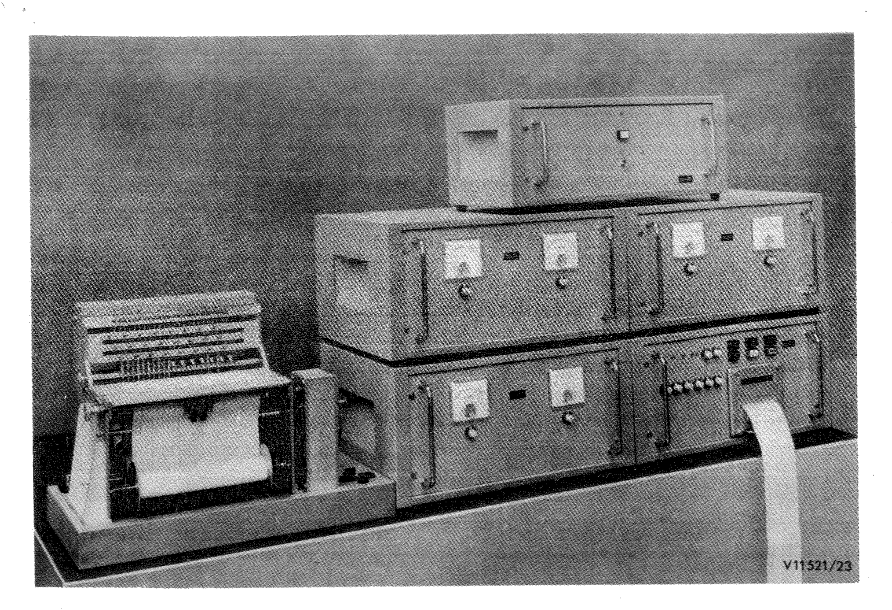


Fig. 25-13.– Medición de caudales con molinetes. El *computador* de la figura utilizado por la firma Voith, Alemania, permite la conexión simultánea de *30 molinetes*. Al medio y abajo a la izquierda: 3 aparatos cada uno con 10 mecanismos contadores y 2 frecuencímetros para control de las revoluciones del molinete. Abajo a la derecha: aparato con reloj de cuarzo e impresor para impresión automática de las revoluciones del molinete en el intervalo del tiempo elegido y suma de los contactos. Izquierda: cronógrafo con contacto de tiempo del reloj de cuarzo.

1. Aumento de potencia de las centrales.

En 1960 las centrales hidroeléctricas en funcionamiento de mayor potencia eran del orden de 1.000 MW y en construcción de 2.530 MW. Diez años más tarde se construían centrales en la URSS de 6.360 MW y en USA de 7.200 MW. Esta tendencia a concentrar la producción de energía en centrales gigantes, a distancias muchas veces enormes de los centros de consumo, es común a la energía hidráulica con la energía térmica convencional y nuclear. Esto es posible gracias a las modernas líneas de transmisión eléctrica a muy alta tensión, como el sistema de 735 kV en Quebec, y al uso creciente de transmisión en c.c. (se elabora en la actualidad (1970) un estudio combinado de Suecia y USA, para líneas de transmisión a 1.000 kW).

En el período 1970-1974 se realizó un estudio conjunto entre la American Electric Power de USA y la ASEA de Suecia sobre líneas de transmisión a 1.500 kV, cuya viabilidad quedó demostrada.

2. Reparto óptimo de las cargas entre las diversas centrales.
3. Aumento de la automatización y seguridad de marcha.
4. Realización de proyectos combinados. De esta manera proyectos no rentables, en cuanto meros proyectos hidroeléctricos, se hacen rentables, si el proyec-

to persigue también otros fines, tales como el riego, la navegación, la protección contra inundaciones, etc... (1).

5. Mejoras en la construcción de TH: aumento del rendimiento (en TH se han llegado a medir rendimientos de 95% y en B de 93 %; b) aumento de potencia unitaria, lo cual contribuye también a la seguridad de marcha; c) utilización de TH de reacción para alturas cada vez mayores (véase la Sec. 25.3.5).

6. *La tendencia más significativa en los últimos 15 años en el campo de la energía hidroeléctrica ha sido el desarrollo espectacular que las centrales de acumulación por bombeo están teniendo en el mundo entero.*

De este desarrollo pasamos a hablar a continuación.

25.3.3. Panorama mundial actual de las centrales de acumulación por bombeo.

En el mundo

Aumenta constantemente el número de centrales, y también la potencia instalada en cada una.

Año	Estación de acumulación de mayor potencia en funcionamiento
1950	45 MW
1960	225 MW
1970	1000 MW (en proyecto 3.000 MW)

En 1973 la central de acumulación por bombeo mayor del mundo era la de Ludington, con una potencia instalada de 1.872 MW. En la actualidad se espera que la acumulación de energía por bombeo aumentará en un 15% anual hasta el año 1980.

Gran número de naciones, que han adquirido ya un cierto grado de desarrollo industrial, tienen centrales de acumulación por bombeo (2). En *Europa* son ya 19 países los que poseen este tipo de centrales; en *América del Norte y Sur* 5 naciones; además poseen este tipo de centrales Australia y Japón.

En 1970, por ejemplo, la central mayor en proyecto en *Canadá* era de 1200 MW (en este lugar se hablará de potencia en turbinación); en el *Brasil* de 690 MW; en *Chile* la mayor en funcionamiento era de 4 MW; y en *Colombia* en proyecto, de 30 MW.

(1) Véase W. PIETZSCH, *Wasserkraft und Mehrzweckwasserkraftanlangen* (Energía hidroeléctrica e instalaciones de objetivos múltiples) BWK 24 (1972) 50-53".

(2) Un resumen de las centrales mundiales de acumulación por bombeo más importantes puede verse en *Survey of the world's pumped-storage stations,* "Water Power, 22,3 (1970).

Grandes proyectos de centrales de bombeo de gran potencia surgen en todas partes, como por ejemplo, en Gran Bretaña en 1972 se anunció la construcción de la Central de Dinorwic de 1800 MW en North Wales, equipada con 8 B/T de 225 MW (o tal vez con un número menor de unidades de mayor potencia). Se calculaba que, según los precios entonces existentes, constaría 534 libra//kW instalado , menos de la mitad del kW nuclear, dato este último de gran interés.

Europa

Para el año 1980 se espera que la potencia instalada en Europa en acumulación por bombeo alcance la cifra de 26.000 MW, lo cual supondría que en el período 1973–1980 se habrían de instalar 21.000 MW (1).

España

En el año 1970 había ya en España 7 centrales de acumulación por bombeo en funcionamiento: Valdecañas (225 MW, segunda central del mundo dotada de turbinas Dériaz reversibles), Pintado (14,4 MW), Torrejón (133 MW), Puente-Bibey (400 MW), Santiago del Jarés (46,2 MW) Villarino (540 MW), Ibon de Ip (103,5 MW). Además ya en el año 1970 estaban en construcción otras dos: Guillena (216 MW) y Bolarque II (224 MW). La potencia indicada en cada caso es potencia en turbinación .

La central española de acumulación por bombeo de mayor potencia es la de Villarino: 4 B/T: como T: $H = 382$ m, $P_a = 540$ MW; como B: $H = 410$ m, $P_a = 116$ m^3/s; $n = 600$ rpm; maquinaria hidráulica KMW, maquinaria eléctrica Boving.

Estados Unidos

Al fin del año 1972 la potencia instalada de este tipo en dicho país era de 4.400 MW, con el récord mundial de la central de acumulación por bombeo citado anteriormente de 1872 MW (Central de Ludington) (2); sin embargo se espera que para 1990 alcance la cifra enorme de 70.000 MW.

En el año 1970 la central de acumulación por bombeo mayor de USA era de 2000 MW (en proyecto). En este mismo año existían en USA en explotacion 11 centrales de este tipo; en construcción, 12; y en proyecto, otras 18.

Rusia

Aunque los dos primeros grupos de acumulación por bombeo para la primera central de este tipo en la URSS, situada cerca de Kiev (6 grupos totalizando 210 MW) no entraron en funcionamiento hasta el año 1971, el futuro es esperanzador, y para el año 2.000 la potencia de este tipo instalada en la Unión Soviética se espera llegue a los 30 GW.

Japón

En el período 1960-1970 se llevó a cabo en el Japón un sondeo de investiga-

(1) Véase G.R.B., *A continuing challenge,* "Water Power 26,1 (1974) 4".

(2) G.E. PFAFFLIN, U.S. trends in Pumped-Storage Technology, "Power and Energy Systems Seminar, July, 1973".

ción, cuyo resultado fué el siguiente: potencialidad en solo acumulación por bombeo: 127.374 MW en 236 centrales.

La central de mayor potencia del Japón es la central de Azumi, central de acumulación por bombeo: $P_a = 623$ MW, $Q = 520$ m³/s, $H = 135{,}78$ m.

He aquí la situación de las centrales de bombeo en el Japón, en el año 1.970:

Situación en 1970	N.° centrales	Pot. total (en turbinación) de la central de mayor potencia, MW.
En explotación	18	436
En proyecto	4	1088
En construcción	6	1320 (1)

25.3 4. Panorama mundial actual de las centrales mareomotrices

Las investigaciones más modernas ponen en duda el papel tradicionalmente asignado a la luna en las mareas, asignándose actualmente como causa más probable de las mismas la energía térmica del Sol, que actúa sobre el agua del mar (2).

La central de la Rance, primera central mareomotriz del mundo en funcionamiento, ha demostrado plenamente que los problemas tecnológicos para la explotación de estas centrales están ya superados. Existen muchos litorales en el mundo, donde sería posible la instalación de una central de este tipo. Así, por ejemplo, el litoral canadiense, donde el desnivel de las mareas en algunos sitios es de cerca de 15 m; análogos valores se han registrado en algunos lugares de la costa inglesa y francesa: en el canal de Bristol, 14,1 m; en Mt. St. Michel (Francia) 13,5 m. En el mar del Norte por el contrario el valor máximo que se ha registrado es sólo de 5 m.

En Francia se trabaja ya en el proyecto de una enorme central mareomotriz, cerrando con una presa la bahía de Mt. St. Michel. Se espera conseguir una potencia media anual de 10.000 MW.

Otros proyectos existentes son:

–*Inglaterra* (sudeste): en la desembocadura del rio Severn.

–*Canadá:* central mareomotriz de las siguientes características: número de T

(1) Véase S. KUWAHARA, *Progress on the equipement of pumped storage power plant in Japan* "Comunicación 2.3.85 del VIII Congreso Mundial de la Energía, Bucarest". Véase en el mismo Congreso: Comunicación 2.3.83 el desarrollo de estas centrales en Italia: A.M. ANGELINI, *Evolution and development prospects of pumped storage plants in Italy.*

(2) Véase el número especial de la revista "La Houille Blanche 211,2-3 (1973)" consagrado enteramente a las centrales mareomotrices y grupos bulbo. Véase también: BERNSTEIN, Prilivnye élektrostancii v sobremennoi énergetike (Centrales mareomotrices en la energética actual), Moscú, 1961; GIBRAT, R, *Problèmes économiques posées par l'explotation optimum d'une usine maréomotrice,* "Conference Mondiale de l'Energie, Sept. 1958"; GIBRAT, R, *Source de l'enérgie des marées: energie cinetique de la Terre ou energie thermique du soleil,* "La Houille Blanche (1962) 2".

(no reversibles): 64; potencial total instalada: 2176 MW; producción anual de energía: 6,5 TW · h. En Canadá se elaboró un estudio exhaustivo (450 páginas) publicado en 1969, que contiene las localidades posibles de explotación de las centrales marcomotrices.

–*Rusia:* desde el año 1970 funciona la pequeña central experimental (2 grupos de 250 kW) de Kislaya Guba, en una bahía del mar Artico (1). El éxito logrado ha sido satisfactorio y en 1971 se empezó a elaborar el proyecto de la central mareomotriz de Mezen de mucha mayor potencia.

Finalmente en la VIII Conferencia Mundial de la Energía, Bucarest, se expresó la opinión de que sería posible, utilizando los lugares adecuados, incrementar la energía anual mundial con la aportación de nuevas centrales mareomotrices en 1240 TW · h.

25.3.5. Tendencias actuales en la construcción de las TH

He aquí las más importantes:

1. *Mayores velocidades específicas*

Esto permite reducir el tamaño de las unidades, o bien, manteniendo el mismo tamaño, aumentar la potencia. Así en un primer estudio económico preliminar las TH en construcción (1974) en la URSS para la ya mencionada central de Sajan-Shushenskoya deberían tener 540 MW por unidad; en un estudio ulterior se vió que sin aumentar el tamaño, se conseguía aumentar la potencia hasta 650 MW, aumentando precisamente el número específico de revoluciones.

Alternativamente, para una misma potencia, aumentando el n_s se consigue reducir el tamaño y el coste de la TH. W. Mermel del U.S. Bureau of Reclamation abogó en la Conferencia Mundial de la Energía de Rumania por el uso de un factor $k = n_s \sqrt{H}$. Según este autor en 1950 el factor k mayor empleado en las TH grandes era de 632 (unidades inglesas); pero en 1965 este factor alcanza un valor máximo de 850. Aún en aquella fecha se utilizaron valores de k mayores en las centrales de Furnas, Kariba, Akosombo, Aswan y Bratsk. En las centrales de Krasnoyarsk, URSS y Paulo Alfonso, Brasil el valor de k es superior a 1000. Los fabricantes están dispuestos a utilizar números mayores aún si el cliente acepta riesgos de cavitación, vibración, etc.; son, sin embargo, muchos los clientes que prefieren pagar más por una TH más cara y reducir estos riesgos, sobre todo en países de tecnología menos avanzada.

2. *Mayor rendimiento*

La TH de 360 MW de la central de Toktogul, URSS, (la primera TH instalada

(1) R. GIBRAT, *L'énergie marémotrice dans le monde. L'Usine marémotrice de la Rance et l'enviroment,* "La Houille Blanche 211,2 (1973) 145-150".

en 1974) se espera alcancen un rendimiento de 95,5%. Los valores normales que se alcanzan hoy para el rendimiento total en las TH de gran potencia son: TK = = 93%; TF = 92%; TP = 91%; pero son ya muchos los casos particulares en que se superan estos valores.

3. *Comportamiento en cavitación más favorable*

Experimentalmente se ha comprobado que la erosión es proporcional a la velocidad relativa elevada a la potencia 7. Esto ha permitido aminorar la erosión, incluso aumentando el tamaño de la T; pero reduciendo las velocidades relativas. Para ello se reduce la velocidad de rotación. La tendencia es, pues, a aumentar el número específico de revoluciones aumentando el caudal; pero sin aumentar la velocidad de rotación.

4. *Mayor seguridad de funcionamiento*

Esto se ha logrado utilizando en la investigación procedimientos cada vez más refinados, como es el empleo de bandas extensométricas para medición de los esfuerzos en las T en régimen permanente y transitorio, con elaboración de datos por calculadoras electrónicas.

5. *Mejora de las características en bombeo de los grupos reversibles*

En estos últimos años ha aumentado el rendimiento en bombeo y turbinación de las B/T, hasta el punto de conseguir rendimientos comparables a los de las máquinas separadas (grupos ternarios).

6. *Uso creciente del servomotor individual en la regulación de los grupos de gran potencia* (véase la Sec. 19.12.5)

En la actualidad (1974) sólo en USA hay ya 14 TH en estado de diseño, construcción e instalación dotadas de este tipo de regulación.

7. *Utilización creciente del automatismo y del control remoto*

A título de ejemplo mencionaremos el control remoto simultáneo de las 4 centrales hidroeléctricas del Waitaki superior en Nueva Zelanda. Un solo operario controlará 14 turbogeneradores, 8 líneas de transmisión de salida, dos por cada estación, con control automático de la puesta en marcha, sincronización, parada normal y de emergencia, etc.

En cada central se recogerá información de 200 puntos distintos de la central y una selección de esta información será enviada al computador digital, que elaborará los datos e imprimirá los resultados para informar al operario de cualquier anormalidad. El operario recibirá información de 80 temperaturas en puntos distintos de cada central, así como de todos los niveles de agua.

8. *Mayor potencia de las TH*

En 1970 las TH de mayor potencia en Europa exceptuando la URSS eran las siguientes:

TF-turbinas de la central de Estreito, en el río Grande, Brasil: d = 6280 mm; H = 63,3 m; P_a = 194.000 kW.

TK-turbinas de la central de Aschach, río Danubio, Austria: d = 8400 mm; H = 15 m; P_a = 75.000 kW.

TP-turbinas de la central New Colgate en el río Yuba, California: d = 5440 mm; H = 413 m; P_a = 168.600 kW.

9. *Tendencia a la sustitución de piezas fundidas por construcción de chapa soldada*

Esta tendencia relativamente reciente en la construcción de TH se acentúa al resultar antieconómico la obtención de piezas de fundición de dimensiones cada vez mayores por el precio excesivo de las unidades desechadas. Se han construido ya de chapa soldada hasta piezas tan poco comunes para este tipo de fabricación como el cubo de una TK de 150.000 kW.

Desde el año 1974 hasta la fecha los récords mundiales de potencia son cada vez más altos. Veremos a continuación algunos ejemplos junto con algunas particularidades dignas de mención en los diferentes tipos de TH.

Turbinas Francis

Las tendencias actuales en estos tipos de T son (1):

1. *Mayor potencia unitaria.* Además de las TF de 650 MW ya mencionadas anteriormente, que se construyen en los TML para la central de Sayan-Shushenkoya, se estudia la construcción de TF de 800 y 1000 MW para las ulteriores centrales de Siberia.

2. *Aumento de* n_s.

3. *Construcción soldada sustituyendo a la fundición y forja.*

4. *Nuevos perfiles de los álabes del rodete, para aumentar la* n_s y mejorar sus características de cavitación, obtenidos con nuevos métodos, considerando flujo tridimensional y utilizando computadoras para resolver las complicadas ecuaciones del movimiento tridimensional.

Las 12 TF de la central III de Grand Coulee en USA con un diámetro exterior del rodete de 10 m, se esperaba en 1971 dieran una potencia unitaria de 1000 kW (2). Para el Grand Coulee se construyen actualmente (1974) 3 TF de una potencia unitaria de 700 MW. El rodete de una de estas TF es de 430 t, y tiene un diámetro de 10 m.

---

(1) Véase S.N. ROY, *Modern trends in Francis Turbines,* "Water Power 23,10 (1971) 368-370".

(2) Otros proyectos modernos de centrales equipados con TF notables pueden verse, por ejemplo, en H. GRAEWE, *Das Estreito-Projekt in Brasilien,* "Wasserwitsch. 60,5 (1970) 174" y en S. YAMAZAKI, *Large capacity Francis turbine and generator for Cethana Power Station* Australia, "Fuji Electric Review 16,13 (1970) 81-89".

Por dificultad de transporte de piezas excesivamente pesadas se hace a veces preciso realizar ciertos procesos de fabricación "in situ", incluyendo soldadura, relajación de esfuerzos y un cierto mecanizado. En el decenio 1960-1970 fueron encargadas por Estados Unidos 29 TF de potencia unitaria superior a los 100 MW, oscilando entre 115 y 700 MW.

La URSS ha mantenido durante años el récord de la TH de mayor potencia del mundo: en 1954 las TK de la central de Lenin en el Volga; luego las TF de la central de Sajan; en 1969 las TK para la central de Djerdap. En la actualidad (1974) se construyen en la URSS nuevas TF para la central de Sajan.

La construcción de estas TH de gran potencia requiere un desarrollo tecnológico e hidráulico muy elevado, junto con una gran capacidad en los talleres de fabricación: máquinas herramientas y grúas de gran tamaño etc. Un gran esfuerzo de investigación ha sido preciso para ello, porque al aumentar el tamaño de la T aumenta el peligro de cavitación y el daño por cavitación, que se ha hallado ser proporcional al diámetro del rodete elevado al cubo.

Finalmente las TF extienden su campo de utilización a saltos cada vez mayores. Desde 1970 las 4 TF de la central de Rosshag, Austria, de potencia unitaria 58.400 kW, funcionan en un salto de 672 m, el mayor del mundo para TF en aquella fecha.

Sólo la Escher Wyss, Suiza, en la década 1960-1970 ha recibido pedidos de 26 TF para alturas de más de 400 m, entre ellas 4 TF para la central de Hornberg, Alemania, $H = 652$ m, cada una de 230.000 kW, además de las 4 de la central de Rosshag, Austria, que acabamos de mencionar.

Turbinas Kaplan

Sólo en la URSS se han construido ya más de 100 TK con diámetros superiores a los 9 m.

Turbinas bulbo

Esta T, que despertó en principio críticas y contradicciones, se ha impuesto en la actualidad, de manera que en determinadas circunstancias constituye la solución ideal. (Véase Fig. 25-14).

Los grupos bulbo fueron desarrollados en Francia en conexión con las centrales mareomotrices y han alcanzado un éxito sorprendente. Los constructores franceses del grupo N-CL han fabricado hasta el presente (1973) 212 grupos bulbos (de ellos 74 de más de 5 m de diámetro), que funcionan a plena satisfacción. Los rusos han construido 56 con potencias entre 18 y 23 MW. Los dos grupos rusos experimentales de Saratov tienen rodetes de 75 m de diámetro, y desarrollan una potencia de 47,3 MW con 15 m de salto. Los restantes constructores extranjeros han fabricado (1973) un total de unos 200 grupos bulbo de más de 1000 kW de potencia unitaria. El diámetro mayor de estos rodetes no pasa de 5600 mm.

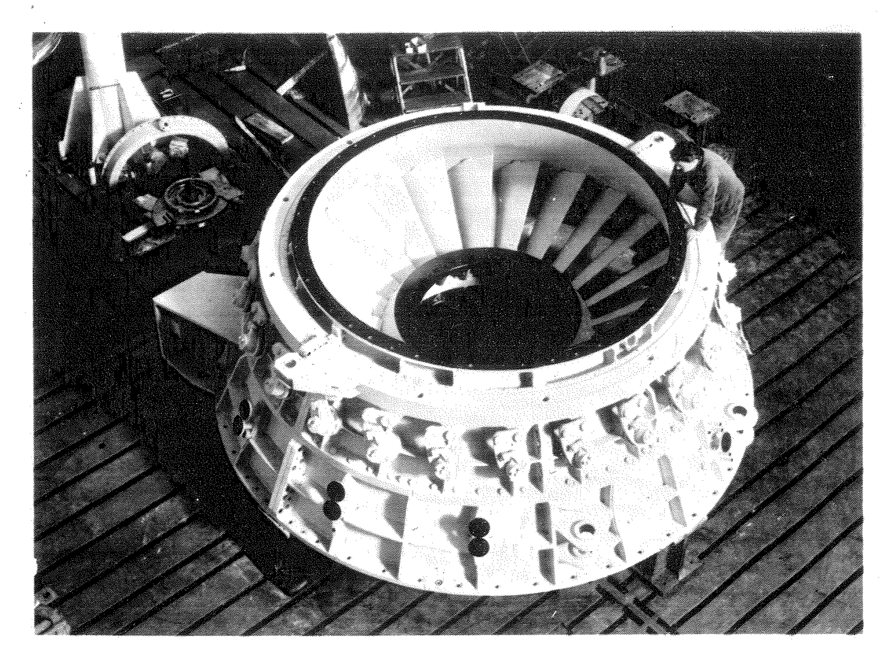


Fig. 25-14.–*Distribuidor cónico* construido por Creusot, Loire, Francia, para uno de los dos grupos bulbo de la central de Nam Gang, Corea del Sur. Diámetro del rodete 3 m; características unitarias: $H = 8{,}70$ - 15 m; $n = 189{,}5$ rpm; $P_a = 6500$ kW.

Algunos de los proyectos franceses en estudio, cuyos rodetes tendrán 7500 mm de diámetro, plantean nuevos problemas. Entre los nuevos proyectos figuran 8 grupos para Rock-Island, USA, de potencia unitaria de 56 MW con un salto de 13,30 m y 4 grupos para Péage-de-Rousillon, Francia de potencia unitaria 40 MW y un salto de 11,40 m.

Turbinas Dériaz

Según se dijo en el Cap. 12 estas T presentan un futuro atrayente. La TD mayor del mundo (1973) es la de la central de Takan I, Japón:

Como T: $H = 136{,}2$ m; $Q = 71{,}4$ m^3/s; $P_a = 87.300$ kW

Como B: $H = 137{,}6$ m; $Q = 66{,}3$ m^3/s; $P_a = 99.400$ MW

Turbinas Pelton (véase Fig. 25-15)

En 1971 las mayores TP del mundo en funcionamiento eran las de 168.600 kW de la central de New Colgate en USA, mencionada anteriormente.

En el campo de las muy grandes alturas la TP es prácticamente la única posible.

Las 4 centrales de mayor altura del mundo son actualmente:

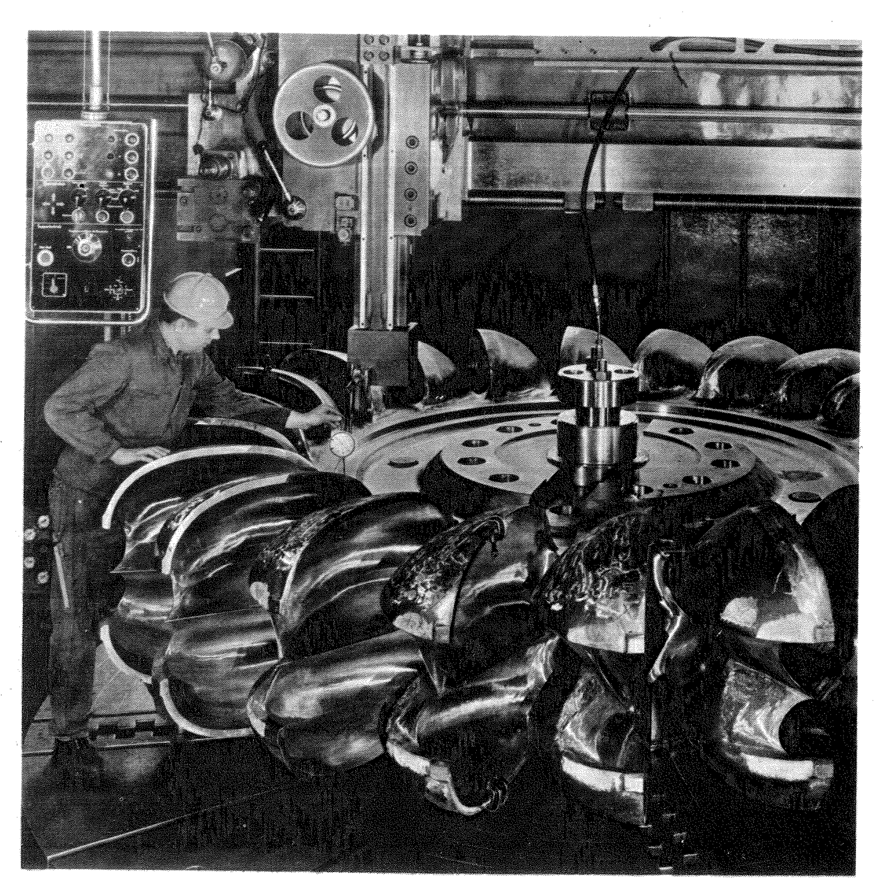
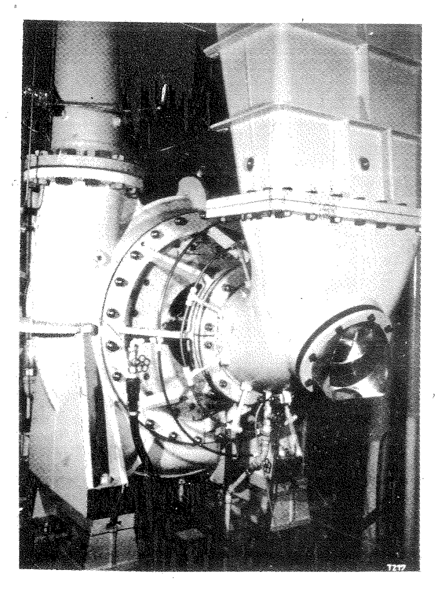


Fig. 25-15.–Control en la fábrica Escher Wyss, Suiza de un *rodete Pelton* para 6 chorros para la central de Castaic, USA. Características de la TP: H = 321 m; P_a = 60.000 kW; diámetro del rodete: 3750 mm

– Laures (Italia), 2030 m (récord mundial de altura).
– Reisseck-Kreuzeck (Austria), 1771 m.
– Chandoline, Dixence (Suiza), 1750 m.
– Fully (Suiza), 1645 m.

Bombas/turbinas

En las centrales de acumulación por bombeo se acentúa la tendencia al uso del grupo binario casi exclusivamente, o sea a la máquina hidráulica reversible bomba/turbina acoplada a la máquina eléctrica reversible motor/generador síncrono.



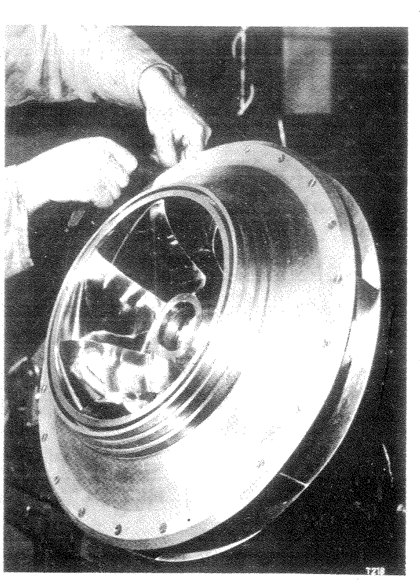


Fig. 25-16.–Modelo de una B/T de las instaladas en la central de acumulación por bombeo de Langenprozelten: a) modelo en el banco de pruebas de la firma Voith, Alemania; b) repaso final de los álabes del mismo modelo. Con ayuda de captadores de presión de membrana y de puentes de medida, se midieron con oscilógrafo las vibraciones en el tubo de aspiración y en la caja espiral; se estudió el comportamiento en cavitación en funcionamiento como B (a consecuencia de las mediciones se pudo instalar la B/T 3 m por encima de la altura prevista), etc., etc...

El diseño de la B/T se ha ido perfeccionando; mientras que aumenta la potencia unitaria de estas máquinas (1). (Véase la Fig. 25-16).

El progreso tiende también a potencias unitarias mayores: en la actualidad se investigan máquinas reversibles de 700 MW. En USA en el decenio de 1960-1970 se encargaron 39 unidades reversibles de más de 1000 MW, con potencias unitarias comprendidas entre 103 y 400 MW.

Las B/T de mayor potencia del mundo son en la actualidad las de 312 MW, instaladas en la central de Ludington la mayor central de acumulación por bombeo mencionada anteriormente. También en Estados Unidos se encuentran en fase de instalación (1974) 4 máquinas reversibles de 400 MW, destinadas a la central de Racoon Mountain, y en proyecto 3 de 350 MW cada una para la central de Helms Creet en Califormia.

Turbinas isogiro Charmilles

He aquí algunas nuevas instalaciones de este moderno tipo de máquina reversible:

(1) T. TAKOH y K. YAMAMOTO, *The rapid progress of pump-turbine design and techniques*, "Water Power 24,2 (1972) 71-76".

2 unidades para la central de Malta (Austria): P_a= 60.000 kW; H (en turbinación y bombeo respectivamente) 60-220/50-250 m; n = 375-600/375-500 rpm.

1 unidad para la central Handeck III (Suiza): P_a = 55.000/42.600 kW; H 460/475 m; n = 1000 rpm.

1 unidad para la central de Robiei (Suiza): P_a = 10.000/8200 kW; H 390/400 m; n = 1500 rpm. (Véase la Fig. 25-17).

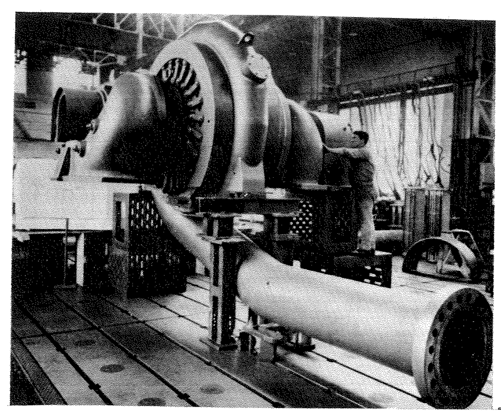


Fig. 25-17.– *Bomba/turbina* para la central de Robiei, construida por la firma Charmilles

Grupos Ternarios (bombas y turbinas separadas).

En Italia destaca por su altura la central de bombeo de San Fiorona equipada con 2 grupos ternarios Escher Wyss: P_a (unitaria) = 106 MW; H (bombeo) = = 1438 m; n = 600 rpm.

Apéndices

I. MEDIDA DE CAUDALES CON DIAFRAGMAS, TOBERAS Y TUBOS DE VENTURI

Introducción

En el Cap. 2 se expuso la teoría de estos medidores de caudal. Aquí se aducen junto con los esquemas normalizados, que pueden servir para su construcción, las tablas y curvas paa determinar el coeficiente de caudal, C_q, en función del cuadrado de la relación de diámetros, m, y del número de Reynolds, R, siempre que R sea inferior a un cierto valor $R < R_{lim}$. También se aducen las *normas* para su instalación. Si se siguen estas normas se garantiza la exactitud de la medida; de lo contrario, será necesario un tarado *in situ*.

La fórmula universal para el caudal en los tres tipos de instrumentos es la Ec. (2-71) deducida en el texto:

$$Q = C_q\ A_2\ \sqrt{2g\ (h_1 - h_2)}$$

donde C_q – coeficiente de caudal, que depende de m y de R, siendo

$$m = A_2/A_1$$

donde A_2 – área de la sección más estrecha del medidor;
A_1 – área transversal de la tubería.

Diafragma normal

Se utiliza para tuberías de diámetro $D \geqslant 50$ mm, en que $0{,}05 \leqslant m \leqslant 0{,}7$. Las tomas de presiones pueden hacerse de cualquiera de las dos maneras indicadas en la Fig. A-1. Los diafragmas se han de instalar en un tramo recto de tubería, de manera que la longitud de tubería recta antes del diafragma cumpla la condición $\ell_1 \geqslant (10 \text{ a } 40)$ D (cuanto mayor es la relación de diámetros d/D, donde d = = diámetro del diafragma, D = diámetro de la tubería, tanto mayor deberá ser ℓ_1). La longitud de tubería después del diafragma ha de ser tal que $\ell_2 \geqslant 5D$.

En la Fig. A-2 se hallan los valores del coeficiente de caudal C_q de los diafragmas normales en función de R, para diferentes valores de m, y en la Tabla A-1 los valores de C_q para $R > R_{lim}$.

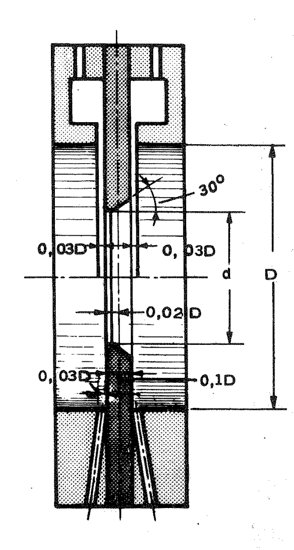


Fig. A-1

Tobera normal

Se utiliza para tuberías de diámetro $D \geqslant 50$ mm

Fig. A-2

Fig. A-4

Fig. A-3

Fig. A-5

y $0{,}05 \leqslant m \leqslant 0{,}65$. Si $m > 0{,}4$ se construye según la Fig. A-3 y si $m \leqslant 45$, según la Fig. A-4. Las tomas de presiones se realizan como se dijo para los diafragmas. Los valores de C_q se encuentran en la Fig. A-5 o en la Tabla A-1, según los casos.

Venturi normal

El tubo de Venturi (Fig. A-6) según su longitud puede ser normal (mitad inferior de la figura) o corto (mitad superior). En ambos casos la parte convergente tiene la misma longitud. Se utiliza para $D \geqslant 50$ mm y $d \geqslant 20$ mm y $0{,}05 \leqslant m \leqslant 0{,}6$; $\ell_1 = 0{,}3d$; $0{,}2d \leqslant \ell_2 \leqslant 0{,}4d$; $c \leqslant 0{,}13d$; $c_{min} = 2$ mm; $50 \leqslant \phi \leqslant 30°$.

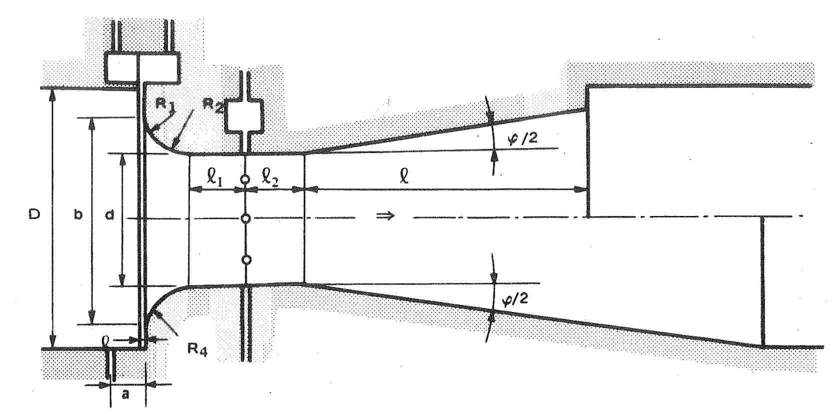


Fig. A-6

Los valores de C_q se aducen de manera análoga en la Fig. A-5 y en la misma Tabla A-1.

TABLA A-1
Valores del coeficiente de caudal C_q para diafragmas, toberas y tubos de Venturi normales

$m = A_2/A_1$	Diafragmas		Toberas y tubos de Venturi	
	C_q	$R_{lim} \cdot 10^{-4}$	C_q	$R_{lim} \cdot 10^{-4}$
0,05	0,598	2,8	0,987	6
0,10	0,602	3,6	0,989	6,5
0,15	0,608	5,4	0,997	7,5
0,20	0,615	7,4	0,999	9
0,25	0,624	10	1,007	11
0,30	0,634	13	1,017	12,5
0,35	0,645	16	1,029	14,5
0,40	0,650	20	1,043	16,5
0,45	0,660	27	1,060	18
0,50	0,695	33	1,081	19
0,55	0,716	43	1,108	20
0,60	0,740	55	1,142	20
0,65	0,768	75	1,183	20
0,70	0,802	110	—	—

II. COEFICIENTE DE RUGOSIDAD ABSOLUTA, k PARA TUBERIAS COMERCIALES

Tipo de tubería	Rugosidad absoluta, k (mm)	Tipo de tubería	Rugosidad absoluta, k (mm)
Vidrio, cobre o latón estirado	< 0,001 (o lisa)	Hierro galvanizado	0,15 a 0,20
Latón industrial.	0,025	Fundición corriente nueva . . .	0,25
Acero laminado nuevo.	0,05	Fundición corriente oxidada .	1 a 1,5
Acero laminado oxidado	0,15 a 0,25	Fundición asfaltada	0,1
Acero laminado con incrustaciones	1,5 a 3	Cemento alisado	0,3 a 0,8
Acero asfaltado	0,015	Cemento bruto	Hasta 3
Acero soldado nuevo	0,03 a 0,1	Acero roblonado	0,9 a 9
Acero soldado oxidado	0,4	Duelas de madera	0,183 a 0,91

III. PERDIDAS SECUNDARIAS EN ACCESORIOS DE TUBERIAS

Se calculan mediante la Ec. (2-83), introduciendo el valor conveniente de ζ, como se indica a continuación (véase la Sec. 2.3.7.3.2).

1. Salida brusca de un depósito

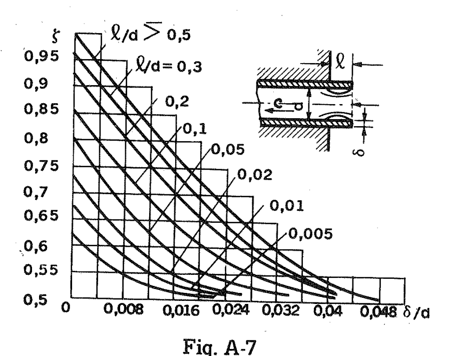


Fig. A-7

2. Salida suave de un depósito

En este caso la pérdida es mucho menor (prácticamente se anula la *resistencia de forma).*

r/D	0	0,02	0,04	0,08	0,12	0,16	> 0,2
ζ	0,5	0,37	0,26	0,15	0,09	0,06	> 0,03

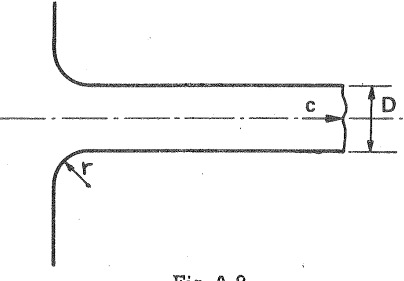
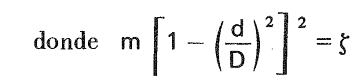


Fig. A-8

3. Ensanchamientos bruscos y suaves

La transición en un conducto de sección circular de un diámetro d a otro mayor D puede hacerse, como se indica en la Fig. A-9, brusca o suavemente mediante un difusor cónico de ángulo α (indicado con línea de trazos en la figura). La pérdida de carga se calcula en este caso por la fórmula:

$$H_r = m\,\frac{(c_1 - c_2)^2}{2g} = m\left[1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right]^2 \frac{c_1^2}{2g}$$



donde $m\left[1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right]^2 = \zeta$

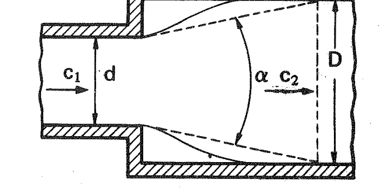


Fig. A-9

El coeficiente m se toma de la siguiente tabla:

α°	2,5	5	7,5	10	15	20	25	30
m	0,18	0,13	0,14	0,16	0,27	0,43	0,62	0,81

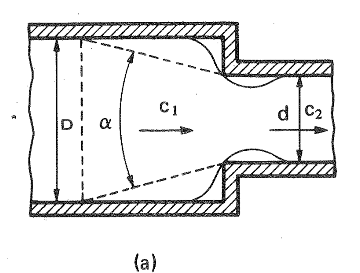
Si el ensanchamiento es brusco ($\alpha = 180^\circ$) $m \simeq 1$.

4. Contracciones bruscas y suaves

Véase la Fig. A-10,a. Los valores de ζ se toman de la Fig. A-10,b.

5. Tes

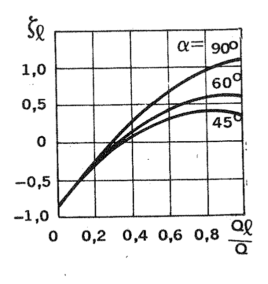
Son de dos tipos: de confluencia (Fig. A-11,a) y de divergencia (Fig. A-11,b). Se calculan por separado las pérdidas correspondientes al caudal recto, Q_r (que no cambia de dirección) y el caudal lateral Q_ℓ, por las ecuaciones

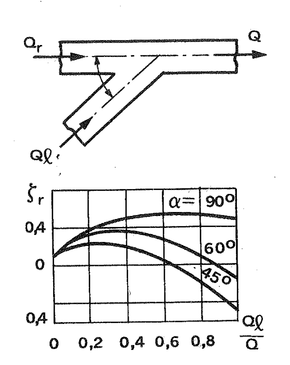


(a)

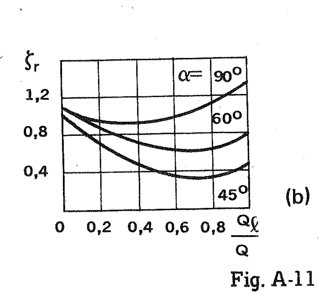
(b)

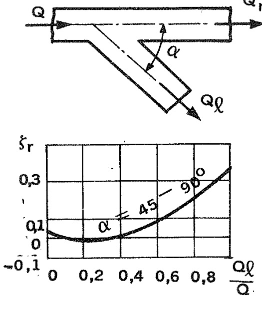
Fig. A-10





(a)





(b)

Fig. A-11

$$H_{rr} = \zeta_r \frac{c^2}{2g}$$

$$H_{r\ell} = \zeta_\ell \frac{c^2}{2g}$$

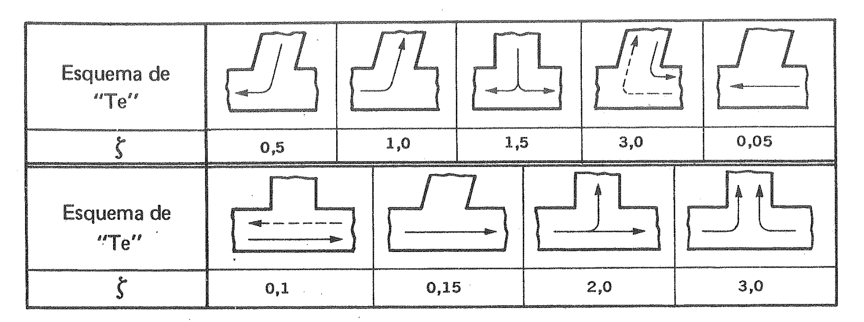
y luego se suman ambas pérdidas.

donde c – velocidad de la corriente total.

Evidentemente $Q = Q_\ell + Q_r$

Las curvas se refieren al caso en que los conductos tienen el mismo diámetro.

La Fig. A-12 representa otros casos frecuentes.



Esquema de "Te"					
ζ	0,5	1,0	1,5	3,0	0,05

Esquema de "Te"				
ζ	0,1	0,15	2,0	3,0

Fig. A-12

6. *Codos*

En un codo como el representado en la Fig. A-13 se originan dos tipos de pérdidas:

- las producidas por la fuerza centrífuga que origina un flujo secundario (Fig. A-13,a,b) que se superpone al flujo principal y que intensifica el rozamiento.
- las producidas por el desprendimiento que se produce en las zonas r y s (Fig. A-13,a).

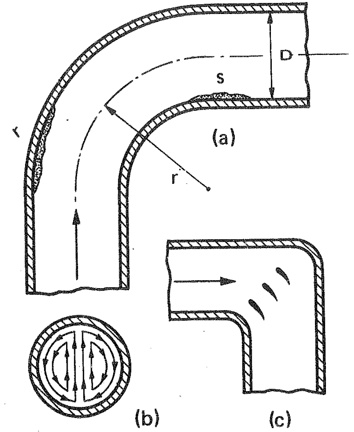


Fig. A-13

El flujo secundario se evita casi por completo con álabes directrices, cuya forma de perfil aerodinámico se representa en la Fig. A-13,c. Esta solución es cara y no se emplea más que en casos especiales.

Codos de 90°

r/D	(véase Fig. A-13,a)	ζ
1,0		0,40
1,5		0,32
2,0		0,27
3,0		0,22
4,0		0,20

7. *Válvulas*

El coeficiente ζ depende del tipo de válvula, del diseño particular dentro de cada tipo y del grado de apertura de la válvula.

a) *compuerta*

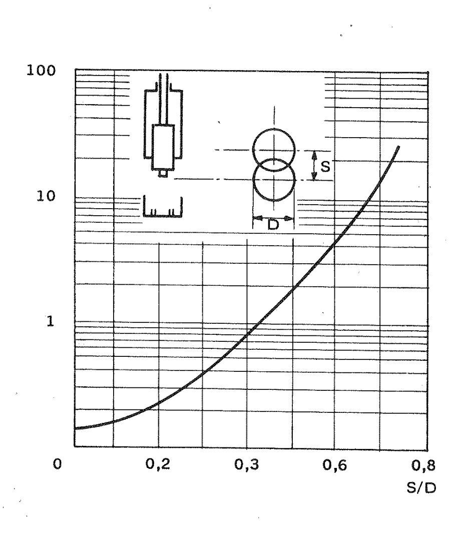


Fig. A-14

b) *mariposa*

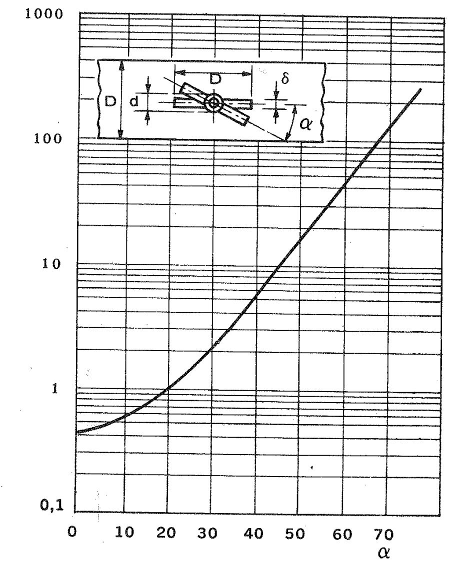


Fig. A-15

c) *de macho*

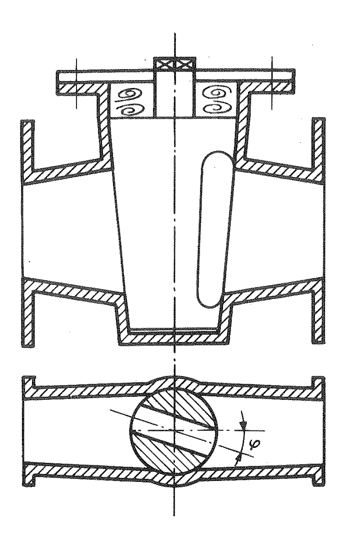
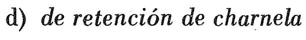


Fig. A-16

ϕ	5°	10°	15°	20°	25°	30°	40°	45°	50°	60°	65°	70°	90°
ζ	0,05	0,29	0,75	1,56	3,10	5,47	17,3	31,2	52,6	206	486	–	∞



d) *de retención de charnela*

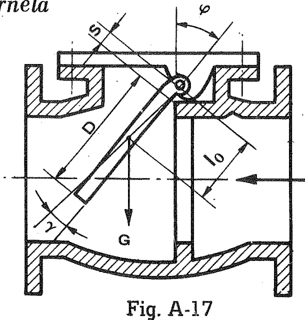


Fig. A-17

ϕ	5°	10°	15°	20°	25°	30°	40°	50°	60°	65°	70°	90°
ζ	–	5,25	3,10	2,40	2,10	2,0	1,85	1,80	1,55	1,2	–	∞

e) *válvula de pie con alcachofa*

Este accesorio es corriente en la aspiración de una bomba

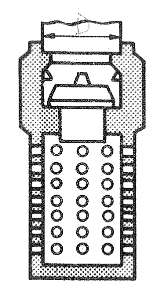


Fig. A-18

D (mm)	ζ	D (mm)	ζ
40	12,0	200	5,2
50	10,0	250	4,4
65	8,8	300	3,7
80	8,0	350	3,4
100	7,0	400	3,1
125	6,5	450	2,8
150	6,0	500	2,5

f) *otras válvulas*

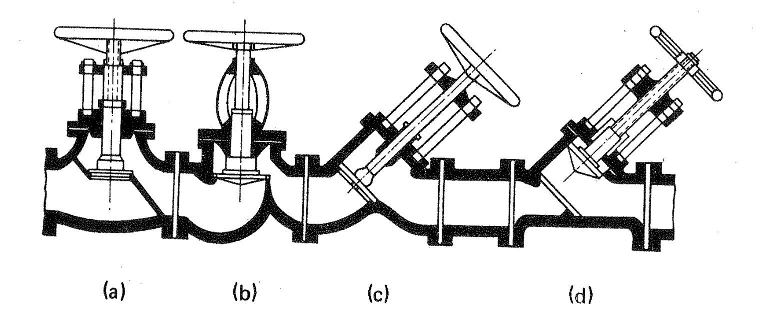


Fig. A-19

Esquema	a	b	c	d
ζ	2,9	2,0–2,7	1,4–2,5	0,44–0,8

IV. NOMOGRAMA DE PERDIDA DE CARGA SECUNDARIA EN ACCESORIOS DE TUBERIA PARA AGUA (de la firma Gould Pumps, USA).

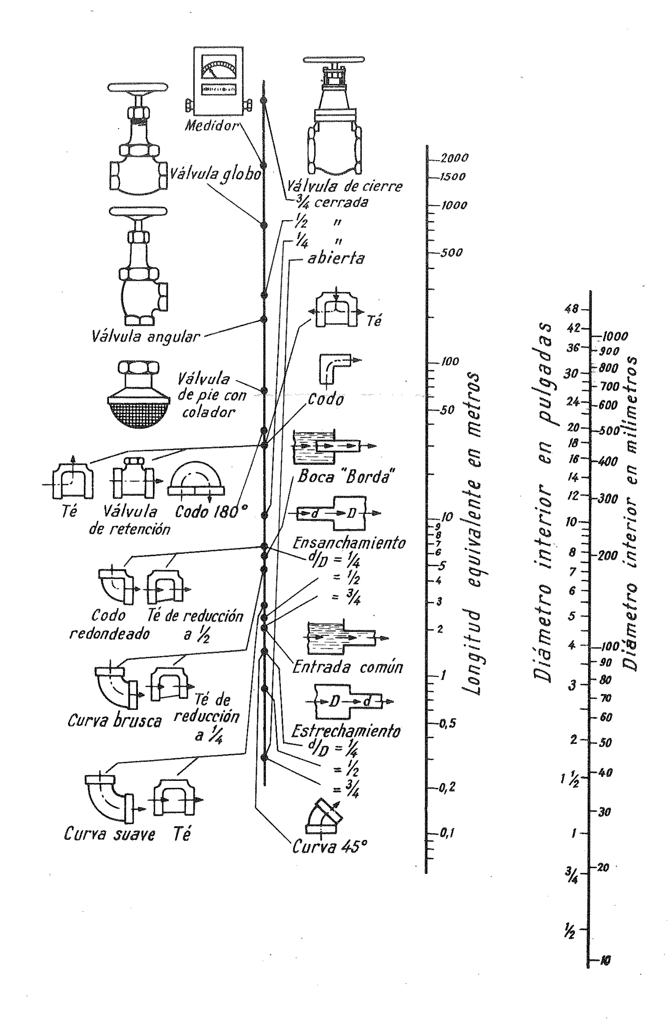


Fig. A-20

V. VISCOSIDAD CINEMATICA ν DEL AGUA A DIVERSAS TEMPERATURAS

Temperatura °C	ν (*centistokes*) (1)
0	1,792
10	1,308
20	1,007
30	0,804
40	0,661
50	0,556
60	0,477
70	0,415
80	0,367
90	0,328
100	0,296

VI. VISCOSIDAD CINEMATICA ν DEL AIRE A LA PRESION NORMAL (p = 760 mm c.m.)

Temperatura °C	ν (*centistokes*)
– 20	11,6
0	13,3
20	15,1
40	16,9
60	18,9
80	20,9
100	23,1
200	35,0
500	96,7

(1) 1 centistoke = 10^{-6} m^2/s.

VII. DENSIDAD RELATIVA δ DE ALGUNOS LIQUIDOS

Líquido	Densidad relativa	t (°C)
Agua dulce	1,00	4
Agua de mar	1,02 – 1,03	4
Petróleo bruto ligero	0,86 – 0,88	15
Petróleo bruto medio	0,88 – 0,90	15
Petróleo bruto pesado	0,92 – 0,93	15
Keroseno	0,79 – 0,82	15
Gasolina ordinaria	0,70 – 0,75	15
Aceite lubricante	0,89 – 0,92	15
Fuel-oil	0,89 – 0,94	15
Alcohol sin agua	0,79 – 0,80	15
Glicerina	1,26	0
Mercurio	13,6	0

VIII. PRESION DE SATURACION Y VOLUMEN ESPECIFICO DEL AGUA LIQUIDA SATURADA EN FUNCION DE LA TEMPERATURA (1).

t_s (°C)	p_s (*bar*)	v' (m^3/kg)	t_s (°C)	p_s (*bar*)	v' (m^3/kg)
0	0,006108	0,0010002	21	0,024855	0,0010019
0,01	0,006112	0,00100022	22	0,026424	0,0010022
1	0,006566	0,0010001	23	0,028079	0,0010024
2	0,007054	0,0010001	24	0,029824	0,0010026
3	0,007575	0,0010000	25	0,031663	0,0010029
4	0,008129	0,0010000	26	0,033600	0,0010032
5	0,008718	0,0010000	27	0,035639	0,0010034
6	0,009346	0,0010000	28	0,037785	0,0010037
7	0,010012	0,0010001	29	0,040043	0,0010040
8	0,010721	0,0010001	30	0,042417	0,0010043
9	0,011473	0,0010002	31	0,044913	0,0010046
10	0,012271	0,0010003	32	0,047536	0,0010049
11	0,013118	0,0010003	33	0,050290	0,0010053
12	0,014015	0,0010004	34	0,053182	0,0010056
13	0,014967	0,0010006	35	0,056217	0,0010060
14	0,015974	0,0010007	36	0,059401	0,0010063
15	0,017041	0,0010008	37	0,062740	0,0010067
16	0,018170	0,0010010	38	0,066240	0,0010070
17	0,019364	0,0010012	39	0,069907	0,0010074
18	0,020626	0,0010013	40	0,073749	0,0010078
19	0,021960	0,0010015			
20	0,023368	0,0010017			

(1) t_s, p_s – temperatura y presión de saturación; $v' = \frac{1}{\rho'}$ volumen específico del líquido saturado

t_s (°C)	p_s (bar)	v' (m^3/kg)	t_s (°C)	p_s (bar)	v' (m^3/kg)
41	0,077772	0,0010082	86	0,60107	0,0010333
42	0,081983	0,0010086	87	0,62488	0,0010340
43	0,086390	0,0010090	88	0,64947	0,0010347
44	0,090998	0,0010094	89	0,67486	0,0010354
45	0,095817	0,0010099	90	0,70108	0,0010361
46	0,100854	0,0010103	91	0,72814	0,0010369
47	0,10612	0,0010107	92	0,75607	0,0010376
48	0,11161	0,0010112	93	0,78488	0,0010384
49	0,11735	0,0010116	94	0,81460	0,0010391
50	0,12335	0,0010121	95	0,84525	0,0010398
51	0,12960	0,0010126	96	0,87685	0,0010406
52	0,13612	0,0010131	97	0,90943	0,0010414
53	0,14292	0,0010136	98	0,94301	0,0010421
54	0,15001	0,0010140	99	0,97760	0,0010429
55	0,15740	0,0010145	100	1,01325	0,0010437
56	0,16510	0,0010150	101	1,04996	0,0010445
57	0,17312	0,0010156	102	1,08776	0,0010453
58	0,18146	0,0010161	103	1,12668	0,0010461
59	0,19015	0,0010166	104	1,16675	0,0010469
60	0,19919	0,0010171	105	1,20799	0,0010477
61	0,20859	0,0010177	106	1,25042	0,0010485
62	0,21837	0,0010182	107	1,29408	0,0010494
63	0,22854	0,0010188	108	1,33898	0,0010502
64	0,23910	0,0010193	109	1,38515	0,0010510
65	0,25008	0,0010199	110	1,4326	0,0010519
66	0,26148	0,0010205	111	1,4814	0,0010527
67	0,27332	0,0010211	112	1,5316	0,0010536
68	0,28561	0,0010217	113	1,5832	0,0010544
69	0,29837	0,0010222	114	1,6361	0,0010553
70	0,31161	0,0010228	115	1,6905	0,0010562
71	0,32533	0,0010235	116	1,7464	0,0010570
72	0,33957	0,0010241	117	1,8038	0,0010579
73	0,35433	0,0010247	118	1,8628	0,0010588
74	0,36963	0,0010253	119	1,9233	0,0010597
75	0,38548	0,0010259	120	1,9854	0,0010606
76	0,40190	0,0010266	121	2,0491	0,0010615
77	0,41890	0,0010272	122	2,1145	0,0010625
78	0,43650	0,0010279	123	2,1815	0,0010634
79	0,45473	0,0010285	124	2,2503	0,0010643
80	0,47359	0,0010292	125	2,3209	0,0010652
81	0,49310	0,0010299	126	2,3932	0,0010662
82	0,51328	0,0010305	127	2,4674	0,0010671
83	0,53415	0,0010312	128	2,5434	0,0010681
84	0,55572	0,0010319	129	2,6213	0,0010690
85	0,57803	0,0010326	130	2,7012	0,0010700

t_s (°C)	p_s (bar)	v' (m^3/kg)	t_s (°C)	p_s (bar)	v' (m^3/kg)
131	2,7830	0,0010710	176	9,1370	0,0011222
132	2,8668	0,0010720	177	9,3534	0,0011235
133	2,9527	0,0010730	178	9,5739	0,0011248
134	3,0406	0,0010740	179	9,7984	0,0011262
135	3,1306	0,0010750	180	10,027	0,0011275
136	3,2227	0,0010760	181	10,260	0,0011289
137	3,3171	0,0010770	182	10,497	0,0011302
138	3,4137	0,0010780	183	10,738	0,0011316
139	3,5125	0,0010790	184	10,984	0,0011330
140	3,6136	0,0010801	185	11,234	0,0011344
141	3,7170	0,0010811	186	11,488	0,0011358
142	3,8228	0,0010822	187	11,748	0,0011372
143	3,9311	0,0010832	188	12,011	0,0011386
144	4,0418	0,0010843	189	12,279	0,0011401
145	4,1550	0,0010853	190	12,552	0,0011415
146	4,2707	0,0010864	191	12,830	0,0011430
147	4,3890	0,0010875	192	13,112	0,0011444
148	4,5099	0,0010886	193	13,400	0,0011459
149	4,6334	0,0010897	194	13,692	0,0011474
150	4,7597	0,0010908	195	13,989	0,0011489
151	4,8887	0,0010919	196	14,291	0,0011504
152	5,0205	0,0010930	197	14,598	0,0011519
153	5,1552	0,0010941	198	14,910	0,0011534
154	5,2926	0,0010953	199	15,228	0,0011549
155	5,4331	0,0010964	200	15,551	0,0011565
156	5,5764	0,0010976	201	15,879	0,0011580
157	5,7228	0,0010987	202	16,212	0,0011596
158	5,8722	0,0010999	203	16,551	0,0011612
159	6,0248	0,0011010	204	16,895	0,0011628
160	6,1804	0,0011022	205	17,245	0,0011644
161	6,3393	0,0011034	206	17,601	0,0011660
162	6,5014	0,0011046	207	17,962	0,0011676
163	6,6668	0,0011058	208	18,329	0,0011693
164	6,8355	0,0011070	209	18,701	0,0011709
165	7,0075	0,0011082	210	19,079	0,0011726
166	7,1830	0,0011095	211	19,464	0,0011743
167	7,3620	0,0011107	212	19,855	0,0011760
168	7,5445	0,0011119	213	20,251	0,0011777
169	7,7305	0,0011132	214	20,654	0,0011794
170	7,9202	0,0011145	215	21,063	0,0011811
171	8,1136	0,0011157	216	21,478	0,0011829
172	8,3106	0,0011170	217	21,899	0,0011846
173	8,5114	0,0011183	218	22,327	0,0011864
174	8,7161	0,0011196	219	22,761	0,0011882
175	8,9246	0,0011209	220	23,201	0,0011900

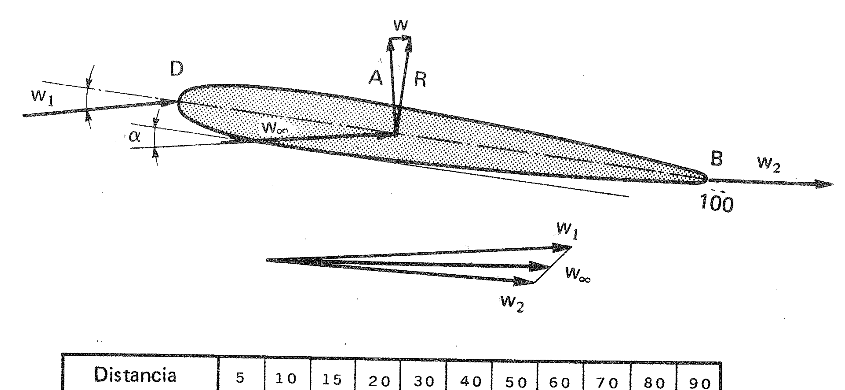
t_s (°C)	p_s (bar)	v′ (m^3/kg)	t_s (°C)	p_s (bar)	v′ (m^3/kg)
221	23,648	0,0011918	266	51,688	0,0012914
222	24,102	0,0011936	267	52,514	0,0012942
223	24,563	0,0011954	268	53,349	0,0012969
224	25,030	0,0011973	269	54,195	0,0012997
225	25,504	0,0011992	270	55,051	0,0013025
226	25,985	0,0012010	271	55,917	0,0013053
227	26,473	0,0012029	272	56,794	0,0013082
228	26,968	0,0012048	273	57,681	0,0013111
229	27,470	0,0012068	274	58,579	0,0013141
230	27,979	0,0012087	275	59,487	0,0013170
231	28,495	0,0012107	276	60,406	0,0013200
232	29,019	0,0012127	277	61,336	0,0013231
233	29,550	0,0012147	278	62,277	0,0013261
234	30,089	0,0012167	279	63,228	0,0013292
235	30,635	0,0012186	280	64,191	0,0013324
236	31,189	0,0012207	281	65,165	0,0013356
237	31,750	0,0012228	282	66,160	0,0013388
238	32,319	0,0012249	283	67,147	0,0013420
239	32,896	0,0012270	284	68,155	0,0013453
240	33,480	0,0012291	285	69,174	0,0013487
241	34,073	0,0012312	286	70,206	0,0013520
242	34,674	0,0012334	287	71,249	0,0013554
243	35,282	0,0012355	288	72,303	0,0013589
244	35,899	0,0012377	289	73,370	0,0013624
245	36,524	0,0012399	290	74,448	0,0013659
246	37,158	0,0012422	291	75,539	0,0013695
247	37,800	0,0012444	292	76,642	0,0013732
248	38,450	0,0012467	293	77,757	0,0013769
249	39,109	0,0012490	294	78,885	0,0013806
250	39,776	0,0012513	295	80,025	0,0013844
251	40,452	0,0012536	296	81,178	0,0013882
252	41,137	0,0012560	297	82,343	0,0013921
253	41,830	0,0012584	298	83,521	0,0013960
254	42,533	0,0012608	299	84,712	0,0014000
255	43,245	0,0012632	300	85,917	0,0014041
256	43,965	0,0012656	301	87,134	0,0014082
257	44,695	0,0012681	302	88,364	0,0014123
258	45,434	0,0012706	303	89,608	0,0014166
259	46,182	0,0012731	304	90,865	0,0014208
260	46,940	0,0012756	305	92,136	0,0014252
261	47,707	0,0012782	306	93,420	0,0014296
262	48,484	0,0012808	307	94,719	0,0014341
263	49,270	0,0012834	308	96,031	0,0014386
264	50,066	0,0012861	309	97,357	0,0014433
265	50,872	0,0012887	310	98,697	0,0014480

t_s (°C)	p_s (bar)	v′ (m^3/kg)	t_s (°C)	p_s (bar)	v′ (m^3/kg)
311	100,051	0,0014527	346	157,42	0,0016961
312	101,420	0,0014576	347	159,37	0,0017067
313	102,803	0,0014625	348	161,35	0,0017176
314	104,200	0,0014675	349	163,35	0,0017290
315	105,613	0,0014726	350	165,37	0,0017407
316	107,040	0,0014778	351	167,41	0,0017529
317	108,482	0,0014831	352	169,47	0,0017656
318	109,939	0,0014885	353	171,55	0,0017789
319	111,411	0,0014939	354	173,65	0,0017928
320	112,90	0,0014995	355	175,77	0,0018073
321	114,40	0,0015051	356	177,92	0,0018226
322	115,92	0,0015109	357	180,09	0,0018387
323	117,46	0,0015168	358	182,28	0,0018557
324	119,00	0,0015228	359	184,50	0,0018737
325	120,57	0,0015289	360	186,74	0,0018930
326	122,15	0,0015351	361	189,00	0,0019136
327	123,75	0,0015415	362	191,29	0,0019357
328	125,37	0,0015480	363	193,60	0,0019598
329	127,00	0,0015546	364	195,94	0,0019861
330	128,65	0,0015614	365	198,30	0,002015
331	130,31	0,0015683	366	200,69	0,002047
332	131,99	0,0015754	367	203,11	0,002084
333	133,69	0,0015827	368	205,55	0,002125
334	135,41	0,0015901	369	208,03	0,002174
335	137,14	0,0015977	370	210,53	0,002231
336	138,89	0,0016055	371	213,06	0,002298
337	140,66	0,0016134	372	215,62	0,002392
338	142,45	0,0016216	373	218,21	0,002525
339	144,26	0,0016300	374	220,84	0,002834
340	146,08	0,0016390			
341	147,92	0,0016479			
342	149,78	0,0016570			
343	151,66	0,0016663			
344	153,56	0,0016760			
345	155,48	0,0016859			

Presión crítica 221,15 bar.
Temperatura crítica 374,12 °C
Volumen específico crítico 0,003147 m^3/kg

IX. CONCEPTOS ELEMENTALES DEL PERFIL DE ALA AISLADO Y EN ENREJADO

El perfil aerodinámico de la Fig. A-21 es un *perfil simétrico*, DB es la *línea media*, que en el perfil simétrico es una recta. En general, la línea media es una línea equidistante de la superficie superior e inferior del perfil, D es el *borde de ataque* del perfil, y B es el *borde de salida o borde de estela*.



Distancia	5	10	15	20	30	40	50	60	70	80	90
Semiespesor	3,08	4,02	4,55	4,83	5	4,89	4,57	4,05	3,37	2,54	1,6

Fig. A-21

Según la ecuación de Euler el trabajo cedido (TH) o absorbido (B) en el rodete es proporcional a la desviación que la corriente sufre al atravesar el perfil. Con un perfil simétrico no es posible conseguir una gran desviación del fluído con buen rendimiento. Para aumentar el ángulo de desviación (ángulo que forman los vectores w_1 y w_2 (Fig. A-22) se utilizan perfiles con curvatura, como los de las figuras A-22 y A-23. En la Fig. A-22 la línea media es un *arco de círculo* y en la Fig. A-23 una *parábola*.

El *ángulo de desviación del perfil* se define como el ángulo que forman las tangentes a la línea media en los bordes de ataque y salida (50° en las figuras A-22 y A-23), y depende de la *curvatura* del perfil.

El perfil de las Figs. A-21 a A-23 se describe numéricamente con una tabla de *espesores* y con la forma de la línea media.

En las tres figuras la tabla de espesores que puede verse al pie de la Fig. A-21 es idéntica, así como la longitud de la línea media. En las figuras sólo varía la curvatura; tanto la distancia desde el borde de ataque medida en la línea media como el espesor se expresan en tanto por ciento de la longitud de dicha línea media; entendiéndose que para dibujar el perfil se ha de tomar el espesor que indica

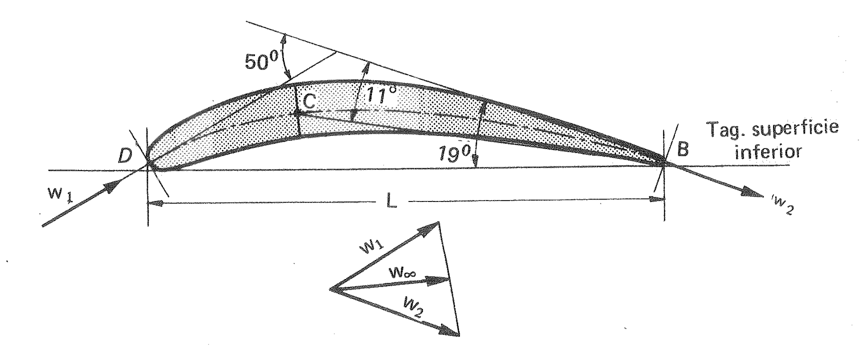


Fig. A-22

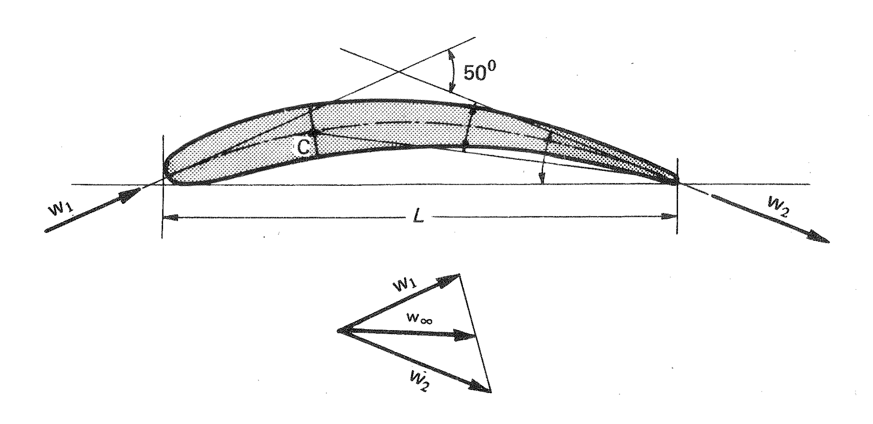


Fig. A-23

la tabla a uno y otro lado de la normal a la tangente inferior al perfil (véase Fig. A-22). En la calidad aerodinámica de un perfil de ala de avión, de la cual depende el rendimiento cuando se utiliza como perfil de una TM, influye en primer lugar su curvatura, y luego la *relación del espesor máximo a la longitud*, que en nuestras figuras es del 10%, y la posición del punto de *espesor máximo* desde el borde de ataque, que en nuestras figuras es del 30%; encontrándose entre el 30-50% los valores más favorables. Por el contrario el influjo del espesor mismo en las características aerodinámicas del perfil es poco importante, siempre que se mantenga la misma línea media. Multiplicando los espesores de la tabla por un factor mayor o menor que la unidad, dentro de ciertos límites, varía poco la calidad del perfil. Este procedimiento se emplea para aumentar o disminuir el grosor del perfil, afilándolo de la base a la punta, a fin de disminuir los esfuerzos centrífugos.

En la Fig. A-21 los vectores w_1, w_2 son las velocidades relativas (medias) antes y después del perfil, según la teoría unidimensional, y el método de los triángulos de velocidades empleado en las TM. El vector w_∞ mediana del triángulo definido por w_1 y w_2, juega, como se vió en la Sec. 10.4, en las TM axiales el mismo papel que juega la *velocidad en el infinito* o velocidad de la corriente imperturbada (1) en aerodinámica. En la misma Fig. A-21, R – resultante de todas las fuerzas que el fluído ejerce sobre el álabe (incluídas las debidas a la viscosidad). En aerodinámica esta fuerza se descompone en dos direcciones: normal y paralela a w_∞ respectivamente. La componente normal A a la velocidad en el infinito es el *empuje ascensional*, y la componente paralela W es la resistencia o *arrastre*. Esta última no existe en el fluído ideal. En el estudio de las TM axiales resulta más interesante descomponer R en las direcciones periférica y axial, que denominaremos T y S respectivamente.

La *cuerda del perfil* se suele definir en aeronáutica como el segmento rectilíneo que une las intersecciones de la línea media con los bordes de ataque y de estela, o sea la cuerda geométrica del arco de curva que constituye la línea media. Esta cuerda es una línea de referencia; pero podría utilizarse como referencia otra línea cualquiera. Tanto en el estudio de las hélices, como en el de las TM axiales se utiliza en vez de la susodicha línea de referencia la *tangente a la superficie inferior o cóncava del perfil.* Más aún, la cuerda del perfil L se define como el segmento de esta tangente limitado por las dos normales extremas, según está acotado en la Fig. A-22.

El *ángulo de ataque,* α es el formado entre la línea de referencia, para nosotros la tangente inferior al perfil, que acabamos de definir, y el vector w_∞. En la Fig. A-26 se indica el sentido positivo y negativo de este ángulo.

Línea de empuje ascensional cero es la paralela al vector w_∞ que pasa por el borde de salida, cuando el ángulo de ataque es tal que el empuje ascensional es nulo. (Este ángulo de ataque de ordinario suele ser menor que 0). En un álabe simétrico la curvatura de la línea media es nula; y la línea media, la cuerda y la línea de empuje ascensional cero coinciden. Si, como sucede en las Figs. A-22 y A-23, el punto C en que tiene lugar el espesor máximo del perfil está situado más próximo del borde de ataque que del de salida, Wislicenus (2) ha demostrado que con suficiente aproximación la línea de empuje ascensional cero es la BC. Sin embargo, la posición de esta línea que es una línea característica del perfil, como la línea media o la cuerda, sólo puede determinarse con exactitud

(1) Es decir, la velocidad de la corriente suficientemente antes o suficientemente después del perfil (teóricamente en el infinito) para que la perturbación que produce el perfil no se haga sentir.

(2) WISLICENUS, G.F.A., *Study of the Theory of Axial-Flow Pumps.* "Trans. ASME 67, 6 (1945) 451".

mediante el experimento (1).

La luz del perfil ℓ se ha acotado en la Fig. A-24. En las paletas de las máquinas axiales, constituye la *longitud radial* del álabe.

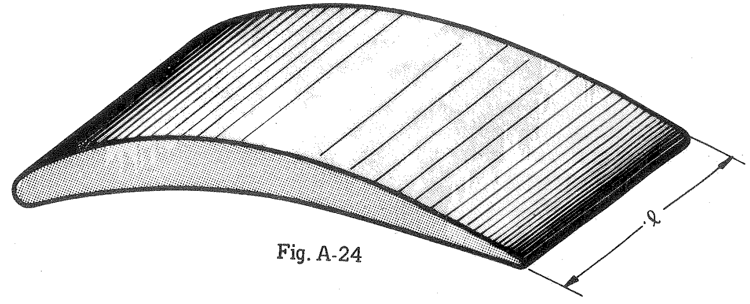


Fig. A-24

Se llama *relación de forma* λ al cociente de la luz por la cuerda del perfil, o sea:

$$\lambda = \frac{\ell}{L} \quad (2) \qquad \text{(A-1)}$$

En una TM axial el perfil no se encuentra aislado en la masa de fluído; sino (Fig. A-25) formando con otros varios perfiles un *enrejado o cascada.* En la Fig. A-25 pueden verse los dos parámetros que sirven para definir un enrejado:

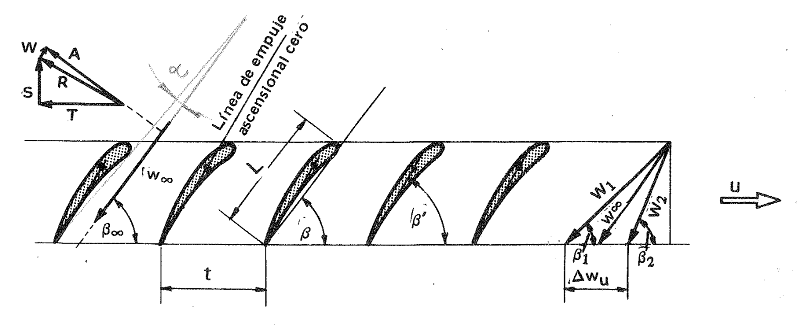


Fig. A-25

(1) Llamamos la atención del lector sobre las tres líneas de referencia que pueden emplearse en aerodinámica, a saber: la tangente inferior del perfil, la cuerda y la línea de empuje ascensional nulo. En el estudio de las TM suele emplearse, como ya hemos dicho, la primera. Esta es la adoptada por nosotros, mientras no se advierta lo contrario.

(2) Esta es la nomenclatura del NACA (hoy NASA). También se ha denominado relación de forma al número recíproco del anterior:

$$\lambda' = \frac{1}{\lambda} = \frac{L}{\ell}$$

Nosotros utilizaremos la definición (A-1).

a) El *ángulo de posición del álabe en el enrejado*, que admite dos definiciones según se tome una u otra línea de referencia (véase nota, Pág. 1311), es el ángulo β formado por la tangente a la cara inferior del álabe con la velocidad periférica u; o bien el ángulo β' formado por la línea de empuje ascensional 0 con la dirección de la misma velocidad periférica.

b) *Paso relativo, t/L.*

El empuje ascensional y arrastre en un perfil aislado.

Consideremos en primer lugar un perfil aislado, tal como el que se representa en la Fig. A-26, el cual al ser bañado por una corriente uniforme en el infinito de velocidad w_∞, la cual forma con la tangente inferior al perfil el ángulo α (ángulo de ataque), queda sometido a una fuerza R, cuya dirección en el fluído ideal es perpendicular a w_∞ y en el fluído real (caso representado en la figura) forma con dicha perpendicular un ángulo ϵ, llamado *ángulo de planeo*. En este último caso la resultante R se descompone en la fuerza A llamada *empuje ascensional* en la dirección perpendicular a w_∞ y en la fuerza W llamada resistencia o *arrastre* en la misma dirección de w_∞.

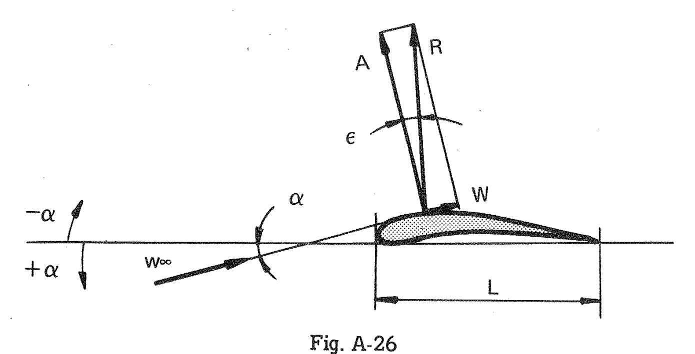


Fig. A-26

En los túneles aerodinámicos se miden con balanzas adecuadas las fuerzas de sustentación y arrastre en un modelo a escala del prototipo. Según la teoría de modelos para que exista semejanza dinámica entre el modelo y el prototipo el ensayo en este caso se ha de realizar menteniendo el número de Reynolds igual en el modelo y en el prototipo.

En un perfil de una geometría dada se definen los siguientes coeficientes adimensionales:

Coeficiente de empuje ascensional:

$$C_a = \frac{A}{\rho \frac{w_\infty^2}{2}} \frac{1}{F} \qquad \text{(A-2)}$$

Coeficiente de arrastre:

$$C_w = \frac{W}{\rho \frac{w_\infty^2}{2}} \frac{1}{F} \qquad \text{(A-3)}$$

(además de estos dos coeficientes suele definirse el coeficiente de momento, del cual, sin embargo, nosotros no nos vamos a ocupar).

donde A — fuerza de empuje ascensional

W — fuerza de arrastre

$\rho \frac{w_\infty^2}{2}$ — presión dinámica correspondiente a w_∞

$F = \ell \cdot L$ — *área proyectada* del perfil (L — cuerda; ℓ — luz del perfil).

Si se realiza la semejanza dinamica (o sea, si los números de Reynolds son iguales) los coeficientes C_a y C_w serán iguales en el modelo y en el prototipo. Para una geometría del perfil (independientemente del tamaño), y para un mismo número de Reynolds, estos coeficientes sólo dependen del ángulo de ataque. A fin de obtener experimentalmente los coeficientes indicados se miden con una balanza las fuerzas A y W a diferentes ángulos de ataque, se calcula ρ, mediante la ecuación de los gases perfectos, después de medir la presión y la temperatura del aire en el túnel, y se mide $F = \ell L$. A continuación se calculan C_a y C_w utilizando las Ecs. (A-2) y (A-3). Los resultados se pueden presentar de tres formas distintas: en forma de tabla, en forma de curva polar, o en forma de curva de C_a y $\epsilon = \text{arc tg} \frac{C_w}{C_a}$ en funcion de α

Sólo la segunda forma necesita explicación. Para trazar la llamada *curva polar* (Fig. A-27) se toman como abscisas los coeficientes de arrastre C_w, y como ordenadas los coeficientes de empuje ascensional C_a. Sobre la misma curva se indican los ángulos de ataque correspondientes. Trazando a continuación una recta desde el origen de coordenadas tangente a la curva polar, y siendo $\omega = \text{tg}\, \epsilon = \frac{C_w}{C_a}$, al punto de tangencia correspondera el ω_{min} o *ángulo de planeo óptimo*. El ángulo α correspondiente a dicho punto de tangencia será el *ángulo de ataque óptimo*, o sea, aquel ángulo de ataque que proporciona la relación mínima del arrastre al empuje.

La componente S produce empuje, mientras que la componente tangencial T produce par. Como el par es una medida de la potencia que se requiere para el accionamiento de la hélice, una paleta para hélice de avión o hélice marina, así como para el rodete de una B o de un V, deberá tener un empuje máximo con un

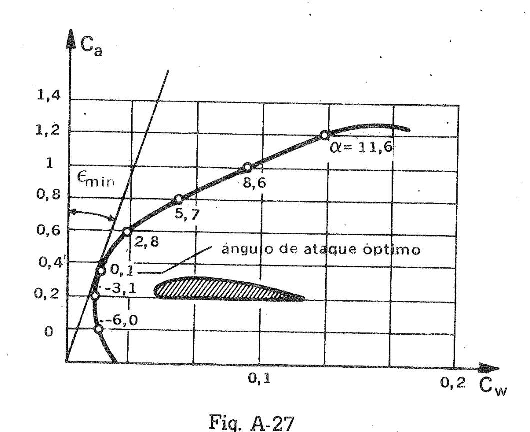


Fig. A-27

par mínimo. Por el contrario una paleta diseñada para TH o TT (turbina térmica) deberá producir un par máximo con un empuje mínimo. Es evidente que para la misma dirección de la velocidad relativa, el empuje y el par en una T deberán tener direcciones opuestas a estas mismas componentes en una B o en un TC. La curvatura por tanto debe de invertirse. Tanto en unas como en otras el arrastre, que representará la potencia perdida, se opone a la rotación.

El empuje ascensional y arrastre en un perfil aislado de luz finita.

En el perfil aislado de ala de avion de luz finita, como el de la Fig. A-28 se forman los *torbellinos de herradura* allí representados cuyo origen es el siguiente.

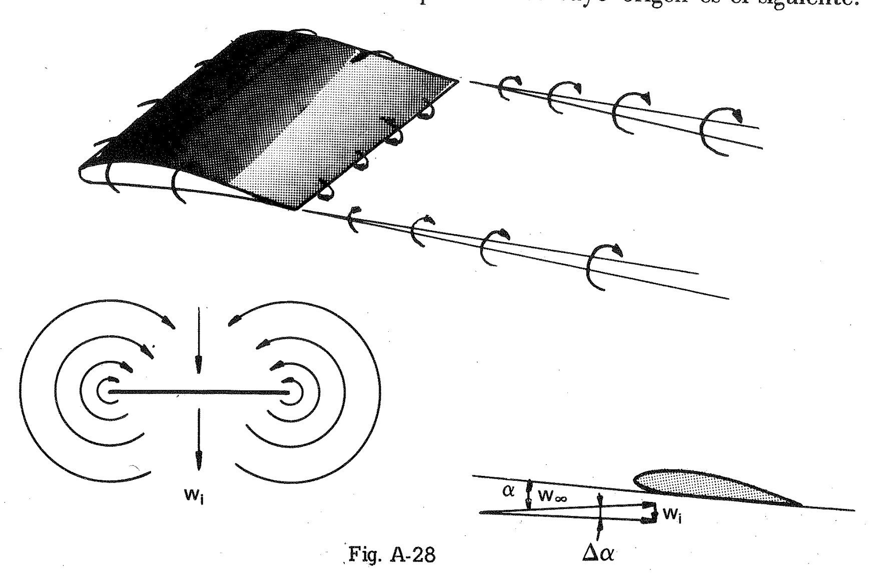


Fig. A-28

En el flujo que baña el perfil la presión es mayor debajo del perfil que en la cara superior del mismo. Al ser la luz del perfil finita se establece una corriente de la parte inferior a la parte superior, que tiene la forma de los torbellinos de herradura mencionados. El resultado de este fenómeno es una componente de la velocidad de la corriente hacia abajo, w_i (velocidad inducida) característica del ala de luz finita. De esta manera el ángulo de ataque disminuye en $\Delta\alpha$. Esta desviación de la masa de fluído hacia abajo consume energía; es decir, se ha creado una resistencia o *arrastre inducido* W_i que aumenta el arrastre W correspondiente al ala de luz infinita denominado *arrastre del perfil;* de manera que el *arrastre total* es la suma del arrastre inducido y el arrastre del perfil. Este es el caso de las paletas de las TM axiales, en las cuales la fuerza de arrastre será por tanto menor que en el perfil aislado. Los ensayos aerodinámicos se hacen generalmente con una *relación de forma* determinada, con lo cual se obtiene el arrastre total para dicha relación de forma. Si se ensaya el mismo perfil en un *túnel bidimensional* (1) se obtiene el arrastre del perfil y por diferencia se obtiene el arrastre inducido.

X. LOS PERFILES SIMETRICOS DE JOUKOWSKI (véase texto, Sec. 10.2).

Sea el flujo potencial compuesto de la corriente uniforme con circulación alrededor de un cilindro. La velocidad en el infinito c_∞ está inclinada un ángulo α con respecto al eje x de un sistema de coordenadas con centro 0′ centro del círculo grande de la Fig. A-29, a. La red de corriente bidimensional en torno a dicho círculo es conocida en el plano z. Mediante la siguiente transformación conforme se obtiene punto a punto en el plano ζ la red en torno a un perfil aerodinámico transformado del círculo. La forma del perfil obtenido en el plano ζ depende del radio r_0 del círculo pequeño en el plano z tangente en el interior al círculo grande en el punto M. La transformación propuesta por Joukowski es la siguiente:

$$\zeta = \frac{1}{2}\left(z - R_0 + r_0 + \frac{r_0^2}{z - R_0 + r_0}\right) \qquad \text{(A-4)}$$

donde $\zeta = \xi + i\eta = \rho\, e^{i\gamma}$ = variable compleja en el plano ζ

$z = x + iy = ze^{i}$ = variable compleja en el plano z

De la Ec. (A-4) se deduce que

$$z = R_0 - r_0 + \zeta + \sqrt{\zeta^2 - r_0^2} \qquad \text{(A-5)}$$

Separando en la Ec. (A-4) las partes real e imaginaria se tendrá:

(1) En los túneles llamados bidimensionales, la *sección de ensayos* tiene paredes paralelas y la luz del perfil se extiende hasta dichas paredes, con lo que se evita el arrastre inducido.

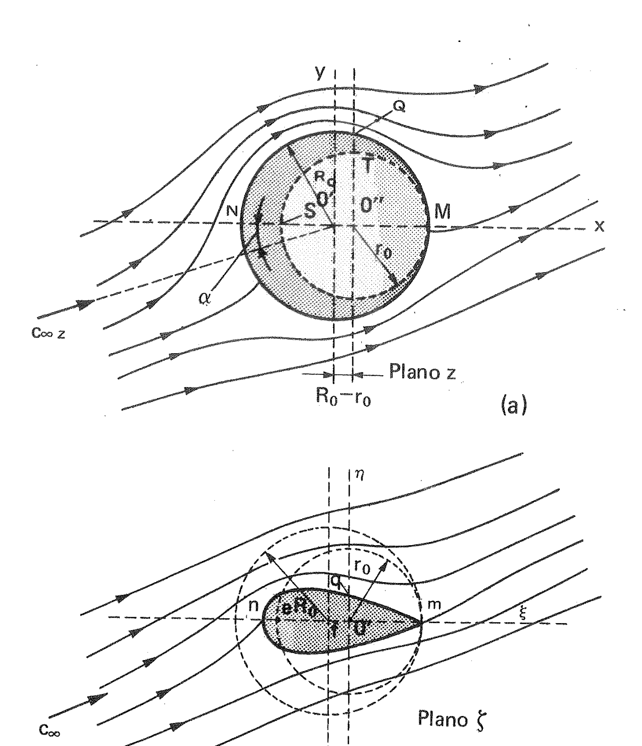


Fig. A-29

$$\xi = \frac{1}{2}(x - R_0 + r_0)\left[1 + \frac{r_0^2}{(x - R_0 + r_0)^2 + y^2}\right]$$

$$\eta = \frac{1}{2}\, y \left[1 - \frac{r_0^2}{(x - R_0 + r_0)^2 + y^2}\right]$$

que son las ecuaciones de paso de un plano a otro.

La línea de corriente que coincide con la *circunferencia* en el plano z se transforma en el contorno del *perfil de Joukowski* en el plano ζ. Así mismo a los puntos $M(R_0, 0)$, $N(-R_0, 0)$ y $Q[R_0 - n, \sqrt{r_0(2R_0 - r_0)}]$ de la *circunferencia* mayor del plano z (Fig. A-29,a) corresponden en el plano ζ los puntos $m(r_0, 0)$,

$$n\left[\frac{(r_0 - 2R_0)^2 + r_0^2}{2(r_0 - 2R_0)}, 0\right] \quad y \quad q\left[0, \frac{2r_0(R_0 - r_0)}{\sqrt{r_0(2R_0 - r_0)}}\right]$$

del *perfil de Joukowski* en el plano ζ (Fig. A-29, b). Así mismo a los puntos $M(R_0, 0)$, $S(R_0 - 2r_0)$ y $T(R_0 - r_0, r_0)$ de la circunferencia menor del plano z corresponden los puntos $m(R_0, 0)$, $s(-r_0, 0)$, $t(0, 0)$ del eje de abscisas en el plano ζ.

El potencial complejo en el plano z gracias a las Ecs. (2-47) y (2-48) es conocido, y tendrá la siguiente expresión:

$$w_z = \phi_z + i\psi_z = c_{\infty z}\, x\left(1 + \frac{R_0^2}{r^2}\right) - \frac{\Gamma}{2\pi}\theta + i c_{\infty z}\, y\left(1 - \frac{R_0^2}{r^2}\right) + i\frac{\Gamma}{2\pi}\ln r$$

que se reduce fácilmente a la siguiente expresión:

$$w_z = c_{\infty z}\left(z + \frac{R_0^2}{z}\right) - \frac{\Gamma}{2\pi i}\ln z$$

Si la corriente, como en el caso de la Fig. A-29, a, forma un ángulo α con el eje x, según la Ec. (2-36), el potencial complejo será:

$$w_z = c_{\infty z}\left(z e^{-i\alpha} + \frac{R_0^2}{z}\, z e^{i\alpha}\right) - \frac{\Gamma}{2\pi i}\ln z$$

y en virtud de la Ec. (A-5) se tendrá para el potencial complejo en el plano ζ:

$$w_\zeta = \phi_\zeta + \psi_\zeta = c_{\infty z}\left[(R_0 - r_0 + \zeta + \sqrt{\zeta^2 - r_0^2})\, e^{-i\alpha} + \right.$$
$$\left. + \frac{R_0^2 e^{i\alpha}}{R_0 - r_0 + \zeta + \sqrt{\zeta^2 - r_0^2}}\right] - \frac{\Gamma}{2\pi i}\ln(R_0 - r_0 + \zeta + \sqrt{\zeta^2 - r_0^2}) \quad \text{(A-6)}$$

La velocidad compleja será:

$$c_k = \frac{dw_\zeta}{d\zeta} = \frac{d\phi_\zeta}{d\zeta} + i\frac{d\psi_\zeta}{d\zeta} = c_\zeta - i\, c_n$$

y derivando el potencial complejo expresado por la Ec. (A-6) se tendrá:

$$c_k = \frac{c_{\infty z}(\zeta + \sqrt{\zeta^2 - r_0^2})\left[(R_0 - r_0 + \zeta + \sqrt{\zeta^2 - r_0^2})^2 e^{-i\alpha} - R_0^2 e^{i\alpha} + \frac{i\Gamma}{2\pi c_{\infty z}}(R_0 - r_0 + \sqrt{\zeta^2 - r_0^2})\right)}{(R_0 - r_0 + \zeta + \sqrt{\zeta^2 - r_0^2})^2\sqrt{\zeta^2 - r_0^2}} \quad \text{(A-7)}$$

En el punto a, $\zeta = r_0$ según la Ec. (A-7), al ser el denominador igual a 0, c_k se haría infinita. La condición de Joukowski, que exige una velocidad finita en el borde salida del perfil se expresará matemáticamente por la condición de que el nu-

merador se haga 0 también para $\zeta = r_0$, es decir que

$$\Gamma = 2\pi c_{\infty z}\, R_0 \,\frac{e^{i\alpha} - e^{-i\alpha}}{i} = 4\pi c_{\infty z}\, R_0 \text{ sen } \alpha$$

y según la ecuación de Joukowski [Ec. (10-1)] el empuje ascensional será:

$$A = 4\pi \ell \rho c_{\infty z}^2\, R_0 \text{ sen } \alpha$$

Para $\alpha = 0$, el empuje ascensional $A = 0$, lo cual es característico de todos los perfiles simétricos.

*

Bibliografía

I. SELECCION DE LIBROS CONSULTADOS

HYDRAULIC OPERATION OF MACHINE TOOLS, No. 10, 10a, 10c, London, Machinery Publisching Co., 62 + 60 + 62 págs.

RIBAUX, A., *HYDRAULIQUE APPLIQUÉE I, CANAUX ET TUYAURIES*[2], Ginebra, Editions la Moraine, 108 págs.

RIBAUX, A., *HYDRAULIQUE APPLIQUÉE II, MACHINES HYDRAULIQUES*[3], Ginebra, Editions la Moraine, 95 págs.

RIBAUX, A., *HYDRAULIQUE APPLIQUEE III, TURBOMACHINES*, Ginebra, Editions la Moraine, 184 págs.

SHELL, *HYDRAULIC SYSTEMS*, London, Shell.

SHUMACHER, W. y VON SADEN, K., *TASCHENBUCH DER MASCHINENTECHNIK, TEILBAND II, STRÖMUNGSMASCHINEN* (Manual de la técnica de máquinas. Tom. II Turbomáquinas), Stuttgart, A. Kröner Verlag, 300 págs.

SYNDICAT DES CONSTRUCTEURS DE POMPES, *RÈGLES ET RECOMMANDATIONS POUR L'ETUDE, L'EXECUTION ET L'ENTRETIEN DES INSTALLATIONS DE POMPES HYDRAULIQUES*, Paris, Syndicat des Constructeurs de Pompes, 103 págs.

WILSON, W.E., *POSITIVE-DISPLACEMENT PUMPS AND FLUID MOTORS*, London, Pitman, 250 págs.

PFLEIDERER, C., *LES POMPES CENTRIFUGES* (traducción del alemán), París, Dunod 1929, 508 págs.

TENOT, A., *TURBINES HYDRAULIQUE ET REGULATEURS AUTOMATIQUES DE VITESSE*, Liv. I., Paris, Liv. de l'enseign. techn. 1930, 573 págs.

TENOT, M.A., *LA TECHNIQUE ACTUELLE DES TURBINES HYDRAULIQUES ET SON EVOLUTION*, Paris, Société des Ingenieurs Civils de France 1933, 94 págs.

SCHODER, E.W., y DAWSON, F.M., *HYDRAULICS*[2], New York, McGraw-Hill 1934, 429 págs.

TIETJENS, O.G., *APPLIED HYDRO-AND AEROMECHANICS* (traducción del alemán al inglés), New York, McGraw-Hill 1934, 311 págs.

TIETJENS, O.G., *FUNDAMENTALS OF HYDRO-AND AEROMECHANICS* (traducción del alemán al inglés), New York, McGraw-Hill 1934, 270 págs.

DODGE, R.A. y THOMPSON, M.J., *FLUID MECHANICS*, New York, McGraw-Hill 1937, 495 págs.

TENOT, A., *MÉCANIQUE DES FLUIDES APPLIQUEE (EXERCISES NUMERIQUES EN VUE DES APPLICATIONS INDUSTRIELLES)*, 4 tomos, Paris, Dunod 1939, 226 + 147 + 183 + 106 págs.

ADAMS, H.W., *AIRCRAFT HYDRAULICS*, New York, McGraw-Hill 1943, 159 págs.

THIO Y RODES, L., *ENSAYO DE MAQUINAS HIDRAULICAS EN MODELO REDUCIDO*, Barcelona, Escuela de Ingenieros Industriales 1944, 50 págs.

NAVPERS, *BASIC HYDRAULICS*, Washington Training Bureau of Naval Personal, 1945, 314 págs.

BLOXHAM, S.G., *PRACTICAL AIRCRAFT HYDRAULICS*, London, Pitman, 1947, 146 págs.

HUNSAKER, J.C. y RIGHTMIRE, B.G., *ENGINEERING APPLICATIONS OF FLUID MECHANICS*, New York, McGraw-Hill 1947, 494 págs.

RIBAUX, A., *RÉGULATEURS DE VITESSE*, Ginebra, Editions la Moraine 1947, 110 págs.

FINCH, V.C., *PUMP HANDBOOK*, National Press 1948, 202 págs.

STREETER, V.L., *FLUID DYNAMICS*, New York, McGraw-Hill 1948, 263 págs.

ADDISON, H., *HYDRAULIC MEASUREMENTS*, London, Chapman and Hall 1949, 327 págs.

BERNARD F. y TOURANCHEAU, A.L., *ÉLEMENTS DE CONSTRUCTION*[2], Paris, Dunod 1949, 160 págs.

DWINNELL, J.H., *PRINCIPLES OF AERODYNAMICS*, New York, McGraw-Hill. 1949, 391 págs.

ERNST, W., *OIL HYDRAULIC POWER AND ITS INDUSTRIAL APPLICATIONS*, New York, McGraw-Hill 1949, 366 págs.

GRAHAM, F.D., *PUMPS, HYDRAULICS, AIR COMPRESSORS*, New York, Th. Audel and Co. 1949, 406 págs.

CREAGER, W.P. y JUSTIN, J.D., *HYDROELECTRIC HANDBOOK*, New York, John Wiley 1950, 1151 págs.

HADEKEL, R., *DISPLACEMENT PUMPS AND MOTORS*, London, Pitman 1951, 172 págs.

LANGHAAR, H.L., *DIMENSIONAL ANALYSIS AND THEORY OF MODELS*, New York, John Wiley 1951, 166 págs.

MILNE-THOMSON, L.M., *TRATADO DE HIDRODINAMICA TEORICA* (traducción del inglés), Aguilar, Madrid 1951, 604 págs.

ROUSE, H., *HIDRAULICA: MECANICA ELEMENTAL DE FLUIDOS* (traducción del inglés), Madrid, Dossat 1951, 337 págs.

STREETER, V.L., *FLUID MECHANICS*, New York, McGraw-Hill 1951, 366 págs.

FOCKE, R.J., *BOMBAS ROTATIVAS*, Buenos Aires, Ediciones Librería del Colegio 1952, 460 págs.

MURPHY, G., *MECHANICS OF FLUIDS*[2], Scranton, Pennssylvania, International Textbook Co. 1952, 309 págs.

PRANDTL, L., *ESSENTIALS OF FLUID DYNAMICS* (traducción del alemán al inglés), New York, Hafner 1952, 452 págs.

CHURCH, A.H., *CENTRIFUGAL PUMPS AND BLOWERS*, New York, John Wiley 1953, 308 págs.

EWENS, H.C., *WATER SYSTEM HANDBOOK*, Salem, Ohio, The Deming Co, 1953, 126 págs.

KOVÁTS, A. y DESMUR, G., *POMPES, VENTILATEURS, COMPRESSEURS*, Paris, Dunod 1953, 336 págs.

KRISTAL, A.F. y ANNETT, F.A., *PUMPS*, New York, McGraw-Hill 1953, 373 págs.

MOLLOY, E., *MODERN PUMPS*, London, George Newnes Ltd 1953, 240 págs.

PARADISE, R.S., *PROBLEMS IN HYDRAULICS*, London, Blackie and Son 1953, 342 págs.

PEARSON, G.H., *THE DESIGN OF VALVES AND FITTINGS*, London, Isaac Pitman 1953, 429 págs.

ROUSE, H. y HOWE, J.W., *BASIC MECHANICS OF FLUIDS*, New York, John Wiley 1953, 245 págs.

ADDISON, H., *A TREATISE ON APPLIED HYDRAULICS*, London, Chapman and Hall 1954, 724 págs.

CONWAY, H.G., *FLUID PRESSURE MECHANISMS*, London, Pitman 1954, 218 págs.

DAUGHERTY, R.L. e INGERSOLL, A.C., *FLUID MECHANICS WITH ENGINEERING APPLICATIONS*, New York, McGraw-Hill 1954, 472 págs.

HADEKEL, R., *HYDRAULIC SYSTEMS AND EQUIPMENT*, Cambridge, University Press 1954, 224 págs.

HYDRAULIC INSTITUTE, *PIPE FRICTION MANUAL*, New York, Hydraulic Institute 1954, 87 págs.

RUMOR, C. y STROHMENGER, G., *MANUAL TEORICO-PRACTICO DE CALEFACCION, VENTILACION, ACONDICIONAMIENTO, INSTALACIONES SANITARIAS* (traducción de la VI edición italiana), Barcelona, Editorial Científico Médica 1954, 499 págs.

ČILIKIN, M.G., KORYTIN, A.M. y PROKOF'OU'EV, V.N., *SILOBOJ ELEKTROCIDROPRIVOD* (accionamiento electrohidráulico, en ruso). Moscú, Gosydarstbennoe ȇnergetičeskoe izdatel'ou'stbo 1955, 216 págs.

CROUSE, W.H., *AUTOMOTIVE TRANSMISSIONS AND POWER TRAINS*, New York, McGraw-Hill 1955, 632 págs.

HELDT, P.M., *TORQUE CONVERTERS OR TRANSMISSIONS*[5], Philadelphia, Chilton Co. 1955, 496 págs.

LUDIN, A. y BORKENSTEIN, W., *WASSWERKRAFTANLAGEN, I PLANUNG, GRUNDLAGEN UND GRUNDZUGE* (Instalaciones hidroeléctricas, I. Proyecto, fundamentos y elementos esenciales), Berlín, Walter de Gruyter und Co. 1955, 124 págs.

McNEIL, I., *HYDRAULIC OPERATION AND CONTROL OF MACHINES*, New York, Ronald Press 1955, 324 págs.

SCHLICHTING, H., *BOUNDARY LAYER THEORY* (traducción del alemán al inglés), New York, Pergamon Press 1955, 535 págs.

STEWART, H.L. y JEFFERIS, F.D., *HYDRAULIC AND PNEUMATIC POWER FOR PRODUCTION*, New York, The Industrial Press 1955.

THIN, D., *LES POMPES ET LEURS APPLICATIONS*, Paris, Eyrolles 1955, 255 págs.

HYDRAMATIC TRANSMISSION, Detroit, Paul Marsh Co. 1956, 264 págs.

JAEGER, CH., *ENGINEERING FLUID MECHANICS*, (traducción del alemán al inglés), London, Blackie 1956, 529 págs.

LA TECHNIQUE MODERNE (número especial), *LA COMMANDE HYDRAULIQUE*, Paris, Dunod 1956, 212 págs.

HYDRAULIC POWER TRANSMISSION, HYDRAULIC HANBOOK, Morden, Surrey, Trade and Technical Press, 764 págs.

LAL, J., *HYDRAULIC MACHINES*, Delhi, Metropolitan Book Co., 1956, 416 págs.

ROSICH Y RUBIERA, J., *MOTORES TERMICOS E HIDRAULICOS*[4], Barcelona, Ediciones Spes 1956, 279 págs.

SHEPHERD, D.G., *PRINCIPLES OF TURBOMACHINERY*, New York, The Macmillan Co. 1956, 463 págs.

TOWN, H.C., *HYDRAULIC AND PNEUMATIC OPERATION OF MACHINES*, London, Odhams Press 1956, 192 págs.

URALITA, *MANUAL GENERAL*, Madrid, Dossat 1956-57, 1019 págs.

WOODS, G., *GUIDE PRACTIQUE DE VENTILATION* (traducción del inglés), Paris, Dunod 1956, 238 págs.

BÜCHI, G., *LE MODERNE TURBINE IDRAULICHE (KAPLAN, FRANCIS, PELTON) ED I REGOLATORI DI VELOCITÀ. TEORIA E PRATICA*, Milano, Hoepli 1957: *TESTO, 918 págs. ATLANTE*, 30 Tav.

FAISANDIER, J., *LES MÉCANISMES HYDRAULIQUES*, Paris, Dunod 1957, 211 págs.

FORDOMATIC TRANSMISSION SERVICE MANUAL, Detroit, Paul Marsh Co, 1957, 181 págs.

HICKS, T.G., *PUMP SELECTION AND APPLICATION*, New York, McGraw-Hill 1957, 422 págs.

NECHLEBA, M., *HYDRAULIC TURBINES*, (traducido del checo), Praga, Artia 1957, 636 págs.

ROUSE, H. y INCEZ, S., *HISTORY OF HYDRAULICS*, New York, Dover Publications 1957, 269 págs.

STEPANOFF, A.J., *CENTRIFUGAL AND AXIAL FLOW PUMPS*, New York, John Wiley 1957, 462 págs.

VENNARD, J.K., *ELEMENTARY FLUID MECHANICS*[3], New York, John Wiley 1957, 401 págs.

ADDISON, H., *THE PUMP USER'S HANDBOOK*, London, Pitman 1958, 122 págs.

BROWN, J.G. (Editor). *HYDRO-ELECTRIC ENGINEERING PRACTICE*, London, Blackie and Son: *Vol. I CIVIL ENGINEERING*, 1958, 1189 págs. *Vol. II MECHANICAL AND ELECTRICAL ENGINEERING*, 1958, 740 págs. *Vol. III ECONOMICS, OPERATION AND MAINTENANCE*, 1958, 473 págs.

LUDIN, A. y BORKENSTEIN, W., *WASSERKRAFTANLAGEN, II ANORDNUNG UND AUSBILDUNG DER HAUPTBAUWERKE*, (Centrales hidráulicas, II. Disposición y construcción de las obras principales). Berlín, Walter de Gruyter und Co. 1958, 184 págs.

KOLTON, A. JU., *OSNOVY TEORII I GIDRODINAMIČOGO RASČETA BODJANYH TURBIN*, Moscú, Mašgiz 1958, 359 págs.

BETZ, A., *EINFUHRUNG IN DIE THEORIE DER STRÖMUNGSMASCHINEN* (Introducción a la teoría de las turbomáquinas), Karlsruhe, Verlag G. Braun 1959, 272 págs.

GINOCCHIO, R., *AMÈNAGEMENTS HYDROÉLECTRIQUES*, Paris, Eyrolles 1959, 480 págs.

KAY, F.X., *PNEUMATICS FOR INDUSTRY*, London Machinery Publishing Co. 1959, 160 págs.

KOFF, R.M., *FLUID-POWER CONTROLS*, New York, McGraw-Hill 1959, 252 págs.

POLUŠKIN, N.P., *MONTAŽ, NALADKA I ISPYTANIE AVTOMATIČESKIH REGULJATOROV SKOROSTI GIDROTURBIN* (montaje, instalación y experimentación de los reguladores automáticos de velocidad de las turbinas hidráulicas), Moscú, Gos. ėnerg. iz. 1959, 204 págs.

ROUSE, H., *ADVANCED MECHANICS OF FLUIDS*, New York, John Wiley 1959, 444 págs.

VALLENTINE, H.R., *APPLIED HYDRODYNAMICS*, London, Butterworths Scientific Publications, 1959, 272 págs.

VIL'OU'KER, D.S., *LABORATORNIJ PRAKTIKUM PO GIDROMEHANIKE*, Moscú, Gos. Iz. Fiz. Matem. Liter. 1959, 352 págs.

GABRILOV, A.M., KABANOVA, K.S., y PROSKRJAKOV, *OSNOVY UČETA STOKA HA GIDROELEKTROSTANCIJAH*, Leningrado, Gidrometeorologičeskoe iz. 1960, 344 págs.

MOSONYI, E., *WATER POWER DEVELOPMENT, Vol. I. LOW HEAD POWER PLANTS*, Budapest, Hungarian Academy of Sciences 1957, 908 págs. Vol. II. *HIGH-HEAD POWER PLANTS*, idem 1960, 1139 págs.

PFLEIDERER, C., *BOMBAS CENTRIFUGAS Y TURBOCOMPRESORES* (traducción del alemán), Barcelona, Labor 1960, 631 págs.

SMITH, R.L. y HOUGHTON, J., *FLUID MECHANICS THROUGH WORKED EXAMPLES*, London, Cleaver Hume Press 1960, 344 págs.

VAVRA, M.H., *AERO-THERMODYNAMICS AND FLOW IN TURBOMACHINES*, New York, John Wiley 1960, 609 págs.

UGINČUS, A.A., *GIDRAVLIKA I GIDRAVLIČESKIE MAŠINY*[2], Har'ou'kov, iz. Har'ou'. ordena trud. kras. znam. gos. univ. A.M. Gor'ou'koj 1960, 358 págs.

ŽIMERIN, D.G., *RAZVITIE ĖNERGETIKI SSSR* (Desarrollo de la energética en la URSS, en ruso), Moscú, Gos. Energ. izd. 1960, 327 págs.

AČERKAN, N.S., *SPRAVOČNIK MAŠINOSTROITELJA*, Tom. II (Manual del Constructor de Máquinas), Moscú, Mašgiz 1961, 740 págs.

AKADEMIJA NAUK SSSR, *LOPASTNYE NASOSY, CENTROBEŽUE I OSEBYE, TERMINOLOGIJA I BUKBENNYE OBOZNAČENIJA* (Bombas rotodinámicas, centrífugas y axiales, terminología y nomenclatura), Moscú, izdatel'ou'stvo Akademii Nauk SSSR 1961, 31 págs.

BAK, O., *PROEKTIROVANIE I RASČET VENTILJATOROV* (Proyecto y cálculo de ventiladores, traducción del alemán al ruso), Moscú, Gos. Nauč.-tech. iz. lit. po gor. dely 1961, 364 págs.

DOUGLAS, J.F., *SOLUTION OF PROBLEMS IN FLUID MECHANICS*. Part I, London, Pitman 1960, 226 págs. Part II, idem 1961, 205 págs.

GUILLON, M. *ÉTUDE ET DÉTERMINATION DES SISTÉMES HYDRAULIQUES*, Paris, Dunod 1961, 443 págs.

KISELEV, V.I., *NASOSY, KOMPRESSORY I VENTILJATORY*, Moscú, Gos. Nauc.-tech. iz. lit. po černoj y cvetnoj metallurgii 1961, 400 págs.

KOPYRIN, M.A., *GIDRAVLIKA I GIDRABLIČESKIE MAŠINY*, Moscú 1961, 303 págs.

JABLONSKIJ, V.S., *KRATKIJ KURS TEHNICESKOJ GIDROMEHANIKI*, Moscú, Gos. iz. fiz.-mat. lit. 1961, 355 págs.

LUSAR, R., *DER HYDRAULISCHE DREHMOMENTWANDLER UND DIE HYDRAULISCHE KUPLUNG* (El convertidor de par hidráulico y el acoplamiento hidráulico), Munich, Carl Hanser Verlag 1961, 180 págs.

SEMIDYBERSKIJ, M.S., *NASOSY, KOMPRESSORY, VENTILJATORY*[2], Moscú, Vysšaja škola 1961, 288 págs.

VARLET, H., *USINES HYDRAULIQUES, AMÉNAGEMENT, UTILISATION ET PRIX DE REVIENT DES USINES HYDRAULIQUES*[2], Paris, Eyrolles 1961, 211 págs.

ČERKASSKIJ, V.M., ROMANOV, T.M. y KAUL'OU', R.A., *NASOSY, KOMPRESSORY, VENTILJATORY*, Moscú, Gos. Energ. iz. 1962, 263 págs.

ECK, B., *VENTILATOREN*[4], Berlín, Springer 1962, 558 págs.

GILES, R.V., *THEORY AND PROBLEMS OF FLUID MECHANICS AND HYDRAULICS*[2], New York, Shaum Publishing Co. 1962, 274 págs.

MUNIER, M. y VIVOT, R., *LES ÉLECTRO-POMPES CENTRIFUGES ET LEUR COMMANDE AUTOMATIQUE*, Paris, Eyrolles 1962, 191 págs.

VARLET, H., USINES HYDRAULIQUES, USINES DE RETENUE, USINES DE PLAINE, Paris, Eyrolles 1962, 341 págs.

WEBER, F.J., ARBEITSMASCHINEN. II. KREISEL-PUMPEN UND KREISELVERDICHTER[3] (Máquinas de fluído generadoras. II Bombas centrífugas y turbocompresores), Berlín Oriental, VEB 1962, 304 págs.

WOLF, M., *STRÖMUNGSKUPLUNGEN UND STRÖMUNGSWANDLER*, Berlín, Springer 1962, 327 págs.

IVANOV, K.V., *TEHNOLOGIČESKIE RASČETYE PO DOSNABŽENIJU* (Cálculos tecnológicos de las obras hidráulicas en ruso), Minsck, I.M.V.S.S.P.O. URSS 1963, 295 págs.

PERNIK, A.D., *PROBLEMY KAVITACII*, (Problemas de cavitación, en ruso), Leningrado, Gosudarstvennoe sojuznoe izdatel'ou'stvo 1963, 222 págs.

COMOLET, R., *MÉCANIQUE EXPERIMENTALE DES FLUIDES:* Tome I. *STATIQUE ET DYNAMIQUE DES FLUIDES NON VISQUEUX*, Paris, Masson 1961, 244 págs. Tome II. *DYNAMIQUE DES FLUIDES REELS, TURBOMACHINES*, Paris, Masson 1963, 442 págs. Tome III, *RECUEIL DE PROBLÈMES*, Paris, Masson 1964, 357 págs.

CSANADY, G.T., *THEORY OF TURBOMACHINES*, New York, McGraw-Hill 1964, 378 págs.

HAHNEMANN, H.W., *DIE UNSTELLUNG INTERNATIONALE EINHEITENSYSTEM IN MECHANIK UND WÄRMETECHNIK* (El cambio al sistema internacional de unidades en Mecánica y Termodinámica), Düsseldorf, VDI 1964, 129 págs.

HAIMERL, L.A., *KREISELPUMPEN MIT EINEM ANHANG ÜBER HYDRODYNAMISCHE GETRIEBE* (Bombas rotativas con un apéndice sobre trasmisiones hidrodinámicas), Munich, Paul Rau Verlag 1964, 145 págs.

KRIVČENKO, G.I., *AVTOMATIČESKOE REGYLIROVANIE GIDROTURBIN* (Regulación automática de las turbinas hidráulicas), Moscú, Ėnergija 1964, 288 págs.

MACFARLANE, D., *VENTILATION ENGINEERING*, Belfast, Davidson and Co., 1965, 290 págs.

SALZARD, J., *HYDRAULIQUE APPLIQUÉE A L'EXPLOITATION DES USINES HYDROÉLECTRIQUES*[2], Paris, Dunod 1965, 165 págs.

WISLICENUS, G.F., *FLUID MECHANICS OF TURBOMACHINERY*[2], New York, Dover Publications 1965, 744 págs.

ZOPPETTI, G., *CENTRALES HIDROELECTRICAS*, Barcelona, Gustavo Gili 1965, 509 págs.

ADDISON, H., *CENTRIFUGAL AND OTHER ROTODYNAMIC PUMPS*[3], London, Chapman and Hall 1966, 565 págs.

GIBRAT, R., *L'ÉNERGIE DES MARÉES*, Paris, Presses Universitaires de France 1966, 220 págs.

HENKE, R., *CLOSING THE LOOP*, Cleveland, Ohio, Huebner Publications 1966, 73 págs.

HEMKE, R.W., *INTRODUCTION TO FLUID MECHANICS*, Reading, Massachusetts, Addison-Wesley 1966, 232 págs.

LOMAKIN, A.A., *CENTROBEŽNYE I OSEVYE NASOSY*[2], Moscú, Mašinostroennie 1966, 365 págs.

SCHILLING, G. y TISCHER, G., *ENERGETIK*[3], Berlín Oriental, VEB 1966, 463 págs.

VIVIER, L., *TURBINES HYDRAULIQUES ET LEUR REGULATION*, Paris, Editions Albin Michel 1966, 581 págs.

FUCHSLOCHER y SCHULZ, H., *DIE PUMPEN*[12] (Las bombas), Berlín, Springer 1967, 369 págs.

KALIDE, W., *AUFGABENSAMMLUNG ZUR TECHNISCHEN STRÖMUNGSLEHRE* (Colección de problemas de Mecánica Técnica de Fluídos), Munich, Carl Hanser Verlag 1967, 134 págs.

NEUNASS, E. *PRAKTISCHE STRÖMUNGSLEHRE*, Berlín, Veb Verlag 1967, 287 págs.

PRESS, H., *STAUANLAGEN UND WASSERKRAFTWERKE. III TEIL WASSER KRAFTWERKE*[2], (Presas y centrales hidroeléctricas), Munich, Verlag von Wilhelm. Ernst und Sohn 1967, 593 págs.

SEDOV, L.I., *METODY PODOBIJA I RAZMERNOSTI V MEHANIKE*, (Métodos de semejanza y dimensionales en Mecánica, en ruso), Moscú, Nauka 1967, 428 págs.

SINEV, N.M. y ULOVIČENKO, P.M., *GERMETIČESKIE VODJANYE NASOSY ATOMNYH ĖNERGETIČESKIH USTANOVOK* (Bombas herméticas de agua de las centrales nucleares), Moscú, Atomizdat 1967, 375 págs.

BECKER, E., *TECHNISCHE STRÖMUNGSLEHRE*[2] (Mecánica Técnica de Fluídos), Stuttgart, B.G. Teubner 1968, 142 págs.

DENZEL, P., *DAMPF-UND WASSERKRAFTWERKE*, (Centrales térmicas e hidráulicas), Mannheim, Hochschultaschenbücher-verlag 1968, 231 págs.

HAIMERL, L.A., *IMPULSSATZ UND DRALLSATZ*, Berna, Verlag Hallwag 1968, 38 págs.

PALACIOS BREGEL, J., *PROBLEMAS DE HIDRAULICA*[2], Madrid, Escuela T.S. Ing. Industriales 1968-69, 119 págs.

RAABE, J., *HYDRAULISCHE MASCHINEN UND ANLAGEN, TEIL I, GRUNDLAGEN DER HYDRAULISCHEN STRÖMUNGSMASCHINEN* (Máquinas y centrales hidráulicas, I Parte: Fundamentos de las turbomáquinas hidráulicas), Düsseldorf, VDI-Verlag 1968, 160 págs.

AL'OU'PER, T.I. y SERFIEVSKAJA, T.G., *OHLAŽDENIE GIDROGENERATAROV* (Refrigeración de grupos hidroeléctricos, en ruso), Moscú, Ėnergija 1969, 181 págs.

HUTAREW, G., *REGELUNGSTECHNIK*[3] (Técnica de la regulación), Berlín, Springer 1969, 169 págs.

HYDRAULIC INSTITUTE, *STANDARDS FOR CENTRIFUGAL, ROTARY, AND RECIPROCATING PUMPS*[12], New York, Hydraulic Institute 1969, 248 págs.

LEFORT, P., *LES TURBOMACHINES*, Paris, Presses Universitaires de France 1969, 127 págs.

PLÖTTNER, W., *PUMPEN, TECHNISCHES HANDBUCH* (Bombas, Manual Técnico), Berlín, VEB 1969, 519 págs.

SMIRNOV, I.N., *GIDRABLIČESKIE TURBINY I NASOSY*, Moscú, iz. Vysšaja Škola 1969, 400 págs.

WUEST, W., *STRÖMONSMESSTECHNIK*, Braunschweig, Fried. Vieweg und Sohn 1969, 236 págs.

ADOLPH, M., *TURBOMAQUINAS* (traducción del alemán), Madrid, Eapsa 1970, 372 págs.

FRANKE, P.G., *ABRISS DER HYDRAULIK* (Compendio de Hidráulica): Tom. I *HYDROSTATIK*. Tomo II *FLIESSZUSTAND UND THEORISCHE GRENZTIEFE* (Estado líquido y profundidad teórica del contorno). Tomo III *ABFLUSS AUS ÖFFNUNGEN* (Salida por orificios). Tomo IV *ABFLUSS ÜBER WEHRE UND ÜBERFÄLLE* (Flujo sobre vertederos). Tomo V *STATIONÄRE STRÖMUNG IN DRUCKLEITUNGEN* (Flujo estacionario en conductos a presión), Wiesbaden, Bauverlag 1970. Tomo VI *STATIONÄR GLEICHFÖRMIGER ABFLUSS IN FREISPIEGELGERINNEN* (Flujo estacionario uniforme en conductos abiertos o canales). Tomo VII *STACIONÄR UNGLEICHFÖRMIGER ABFLUSS IN FREISPIEGELGERINNEN* (Flujo estacionario no uniforme...), Wiesbaden, Bauverlag 1971, 47 + 56 + 71 + 91 + 110 + 67 + 87 págs.

KRIST, Th., *HYDRAULIK*, Würzburg Vogel 1970, 208 págs.

KRIVČENKO, G.I., *NASOCY I GIDROTURBINY*, Moscú, Ėnergija 1970, 357 págs.

MARCINKOVSKIJ, V.A., *GIDRODINAMIKA I PROČNOST'OU'CENTROBEŽNYH NASOCOV* (Hidrodinámica y resistencia de las bombas centrífugas, en ruso), Moscú, Mašinostroennie 1970, 271 págs.

POHLENZ, W., *PUMPEN FUR FLÜSSIGKEITEN* (Bombas para líquidos), Berlín, VEB 1970, 350 págs.

RAABE, J., *HYDRAULISCHE MASCHINEN UND ANLAGEN, TEIL 2 WASSERTURBINEN. FRAGEN DER KONSTRUKTION UND DER BETRIEBSVERHALTENS* (Máquinas y centrales hidráulicas, 2a. Parte Turbinas hidráulicas. Cuestiones sobre su proyecto y funcionamiento), Düsseldorf, VDI-Verlag 1970, 233 págs.

RAABE, J. *HYDRAULISCHE MASCHINEN UND ANLAGEN, TEIL 3 PUMPEN* (Máquinas y centrales hidráulicas. 3a. Parte Bombas). Düsseldorf, VDI-Verlag 1970, 136 págs.

RAABE, J., *HYDRAULISCHE MASCHINEN UND ANLAGEN, TEIL 4 WASSERKRAFTANLAGEN* (Máquinas y centrales hidráulicas, 4a. Parte Centrales hidroeléctricas), Düsseldorf, VDI-Verlag 1970, 210 págs.

VOITH, *HYDRODYNAMISCHE GETRIEBE, KUPLUNGEN, BRENSEN* (Trasmisiones hidrodinámicas, acoplamientos, frenos), Mainz. Otto Krausskopf 1970, 275 págs.

BAŠTA, T.M., *MAŠINOSTROITEL'OU'NAJA GIDRAVLIKA*[2] (Hidráulica de la construcción de máquinas, en ruso), Moscú, Mašinostroe nie 1971, 671 págs.

KARG, E., *REGELUNGSTECHNIK* (Técnica de la regulación), Würzburg, Vogel Verlag 1971, 84 págs.

KOBALEB, N.N., *SPRAVOČNIK KONSTRUCTORA GIDROTURBIN* (Manual del constructor de turbinas), Leningrado, Mašinostroennie 1971, 304 págs.

KOČKAREV, A. JA., *GIDRODINAMIČESKUE PEREDAČI* (Transmisiones hidrodinámicas, en ruso), Leningrado, Mašinostroennie 1971, 335 págs.

KOVALEV, N.N., *GIDROTURBINY*[2] Leningrado, Mašinostroennie 1971, 584 págs.

KVJATKOBSKIJ, V.S., *DIAGONAL'OU'NYE GIDROTURBINY* (Turbinas hidráulicas diagonales), Moscú, Mašinostroennie 1971, 208 págs.

MALYSEV, V.M., *MODEL'OU'NYE ISSLEDOVANIJA GIDROTURBIN* (Investigación de las TH con modelos), Leningrado, Mašinostroennie 1971, 287 págs.

MIHAJLOV, A.K. y MALJUSENKO, V.V., *KONSTRUKCII I RASČET CENTROBEŽNYH NASOSOV BYSOKOGO DAVLENIJA* (Construcción y cálculo de las bombas centrífugas de alta presión, en ruso), Moscú, Mašinostroennie 1971, 304 págs.

POLUŠKIN, K.L., *MONTAŽ GIDROAGREGATOV*, (Montaje de grupos hidroeléctricos, en ruso), Leningrado, Ėnergija 1971, 528 págs.

RYDNIK, V.P., *PREOBRAZOBATEL'OU'HARAKTERISTIKI CENTROBEŽHOGO NASOSA* (Transformador de la característica de una bomba centrífuga, en ruso), Kiev, Budivel'ou'nik 1971, 112 págs.

WINDEMUTH, E., *STRÖMUNGSTECHNIK. STRÖMUNGSMASCHINEN* (Mecánica de Fluídos Técnica. Turbomáquinas), Munich, R. Oldenbourg Verlag 1971, 308 págs.

KIRILLOV, I.I., *TEORIJA TURBOMAŠIN*[2] (Teoría de las turbomáquinas, en ruso), Leningrado, Mašinostroenie 1972, 536 págs.

KISELEV, P.G., *SPRAVOČNIK PO GIDRAVLIČESKIM RASČETAM* (Manual de cálculos hidráulicos en ruso), Moscú, Ėnergija 1972, 312 págs.

MODE, F., *VENTILATORENANLAGEN* (Instalaciones de ventiladores), Berlín, Walter de Gruyter 1972, 390 págs.

OPPELT, W., *KLEINES HANDBUCH TECHNISCHER REGEL VORGÄNCE*[5], (Breve manual de regulación), Weinheim, Verlag Chemie 1972, 770 págs.

PFLEIDERER, C. y PETERMANN, H., *STRÖMUNGSMASCHINEN*[4] (Turbomáquinas), Berlín, Springer 1972, 550 págs.

POMANOV, V.M., TRAČENKO, P.E. y JUŠMANOV, O.L., *ISPOLZOVANIE BODNOJ ĖNERGIJA* (Utilización de la energía hidráulica), Moscú, Kolos 1972, 344 págs.

ŠERSTJU, A.N., *NASOSY, VENTILJATORY, KOMPRESSORY*, Moscú, Vysšaja Šchola 1972, 343 págs.

ŠTAVELEV, D.S., *GIDROENĖRGETIČESKUE USTANOVKI*, (Instalaciones hidroenergéticas, en ruso), Leningrado, Ėnergija 1972, 392 págs.

ZUBKOV, I.A., *UPLOTNENYJA V GIDROTURBINAH* (Empaquetaduras en las turbinas hidráulicas, en ruso), Leningrado, Mašinostroennie 1972, 103 págs.

ČINJAEV, I.A., *LOPASTNYE NASOSY* (Bombas de paletas, en ruso), Leningrado, Mašinostroennie 1973, 184 págs.

KURGANOV, A.M. y FEDOROV, N.F., *SPRAVOČNIK PO GIDRAVLIČESKIN RASCETAM SISTEM BODOSNABŽENIJA I KANALISACII* (Manual de hidráulica de los sistemas de suministro de agua y canalización), Leningrado, Stroizdata 1973, 408 págs.

L'OU'VOV, S.V., *VYBOR PARAMETROV I RAŠCET GIDROTRANSFORMATOROV NA Ė V M* (Selección de parámetros y cálculo de los transformadores hidráulicos con una IBM, en ruso), Moscú, Mašinostroennie 1973, 129 págs.

MOP, *ESTADISTICA SOBRE EMBALSES Y PRODUCCION DE ENERGIA HIDROELECTRICA EN 1970 Y AÑOS ANTERIORES Y TRACCION ELECTRICA*, Madrid, MOP 1973, 489 págs.

PIVOVAROV, V.A. *PROEKTIROVANIE I RASČET SISTEM REGULIROVANIJA GIDROTURBIN* (Proyecto y cálculo de los sistemas de regulación de las turbinas hidráulicas, en ruso), Leningrado, Mašinostroennie 1973, 286 págs.

SPASSKIJ, K.N. y ŠAYMJAN, V.V., *NOVYE NASOSY DLJA MALYH PODAH I BYSOKIH NAPOROV* (Nuevas bombas para pequeños caudales y grandes alturas, en ruso), Moscú, Mašinostroennie 1973, 160 págs.

STESIN, S.P. y JAKOBENKO, E.A., *GIDRODINAMIČESKIE PEREDAČI* (Transmisiones hidrodinámicas), Moscú, Mašinostroennie 1973, 352 págs.

BOMBAS IDEAL, *DATOS TECNICOS DE HIDRAULICA. BOMBAS*, Valencia, Bombas Ideal 1974, 67 págs.

FÖRSTER, H., *EINHEITEN, GRÖSSEN, GLEICHUNGEN UND IHRE PRAKTISCHE ANWENDUNG*[2], (Unidades, magnitudes, ecuaciones y su utilización práctica), Leipzig, VEB 1974, 238 págs.

GUTOVSKIJ, E.V. y KOLTON, A. JU., *TEORIJA I GIDRODINAMIČESKIJ RASČET GIDROTURBIN* (Teoría y cálculo hidrodinámico de las turbinas hidráulicas, en ruso), Leningrado, Mašinostroennie 1974, 365 págs.

LULAEV, I.I., ZDEL'OU' JU.U., *KAVITACIJA V GIDROTURBINAH* (Cavitación en las turbinas hidráulicas, en ruso), Leningrado, Mašinostroennie 1974, 259 págs.

PIPPERT, H., *ANTRIEBSTECHNIK. STRÖMUNGSMASCHINEN FUR FAHRZEUGE* (Técnica de las trasmisiones. Turbomáquinas para vehículos), Würzburg, Vogel 1974, 278 págs.

RAMIREZ, J.A., *TABLAS HIDRAULICAS. PERDIDAS DE CARGA EN TUBERIAS A PRESION*, Caracas, Instituto Nacional de Obras Sanitarias 1974, 740 págs.

II. SELECCION DE LIBROS Y ARTICULOS SOBRE TURBOMAQUINAS HIDRAULICAS

AMERICAN INSTITUTE OF CHEMICAL ENGINEERS, *PUMP MANUAL.*

CARTIER, M., *MACHINES HYDRAULIQUES*, Ecole national du génie rural des eaux et des forêts, Nancy.

ENTWICKLUNGSTENDENZEN IM PUMPENBAU. TAGUNG VOM 16 JAN. 1968 IM HAUS D. TECHNIK, ESSEN (Tendencias en el desarrollo de la construcción de bombas. Congreso del 16 Enero 1968 en la Haus d. Technik de Essen), 44 págs.

INST. OF MECH. ENGINEERS, *MODEL TESTING OF HYDRAULIC MACHINERY.*

(LE) FORT, P., *LES TURBOMACHINES*, Presses Universitaires.

MOLLENKOPF, G., *MESSUNG DER INSTATIONÄREN UND KAVITIERENDEN STRÖMUNG IM SAUGROHR EINER FRANCISTURBINE* (Medida de la corriente variable y cavitativa en el tubo de aspiración de una turbina Francis), VDI, Düsseldorf, 32 págs.

PUMPSPEICHERWERKE. TAGUNG VOM 11 MARZ 1966 IM HAUS D. TECHNIK, ESSEN (Centrales de acumulación por bombeo. Congreso del 11 de Marzo 1966 en la Haus d. Technik de Essen), 110 págs.

RUSSO, G.A., *HYDROELECTRIC POWER STATIONS OF THE VOLGA AND KAMA CASCADE SYSTEMS*, Israel program. for scientific trs.

SÉDILLE, *VENTILATEURS ET COMPRESSEURS CENTRIFUGES ET AXIAUX*, 2 vols. Paris, Eyrolles.

SYNDICAT DES CONSTRUCTEURS ET CONSTRUCTEURS-INSTALLATEURS DE MATÉRIEL DE VENTILATION, CHAUFFAGE ET CONDITIONNEMENT D'AIR, PARIS, *RÈGLES UNIFIÉES RELATIVES AUX VENTILATEURS. TERMINOLOGIE*, etc...

CAMERER, R., *VORLESUNGEN ÜBER WASSERKRAFT-MASCHINEN*, Leipzig, Verlag von Wilhelm Engelmann 1924, 515 págs.

HANOCQ, CH., *THÉORIE ET CONSTRUCTION DES TURBO-MACHINES*, Liége 1926.

KAPLAN, V. y LECHNER, A., *THEORIE UND BAU VON TURBINEN-SCHNELLLÄUFERN*, (Teoría y construcción de rodetes rápidos de turbinas), Munich, Verlag von R. Oldenburg 1931, 301 págs.

THOMANN, R., *DIE WASSERTURBINEN UND TURBINENPUMPEN* (Las turbinas hidráulicas y las turbinas bombas) *TEIL I*[3], Stuttgart, Verlag von K. Wittwer, 1924, 157 págs. *TEIL II*[2], 1931, 363 págs.

PFLEIDERER, C., *DIE WASSERTURBINEN* (Las turbinas hidráulicas), Hannover, Wolfenbütteler Verlagamstalt 1947, 112 págs.

TURBINES ET POMPES HYDRAULIQUES. COMPTE RENDU. (Journées de l'Hydraulique Juin 1958), La Houille Blanche, Grenoble, 2 Vols.

RAUCH, A., *TASCHENBUCH WASSERKRAFTANLAGEN* (Manual de centrales hidroeléctricas), Stuttgart Frankh, 1959, 429 págs.

ALLEN, A.E., *USING CENTRIFUGAL PUMPS*, London, Oxford University Press 1960, 246 págs.

AHLSDORFF, M., *KRAFTMASCHINEN*[12] (Motores) Hannover Jänecke, 1960, 124 págs.

CARTER, E.F., *HYDRO-ELECTRIC POWER*, Methuen 1960.

KARASSIK, I.J. y CARTER, R., *CENTRIFUGAL PUMPS*, Dodge F.W., 1960.

KRAUS, O., *BIS ZUM LETZTEN WILDWASSER? GEDANKEN ÜBER WASSERKRAFTNUTZUNG UND NATURSCHUTZ* (Llega el fin de la explotación de la energía del agua? Consideraciones sobre la utilización de la energía del agua y protección del medio ambiente en la era atómica). Aachen Georgi, 1960, 44 págs.
1960, 44 págs.

PATON, T.A.L. y BROWN, J.G., *POWER FROM WATER*, 1960.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS, *SYMPOSIUM ON EROSION AND CAVITATION*, 1961.

BOREL, L., *STABILITÉ DE RÉGLAGE DES INSTALLATIONS HYDRAULIQUES*, Paris Dunod 1961.

CONWAY, C., *AN EXPERIMENTAL STUDY OF CAVITATION FENOMENA*, Cath. Univ. of Amer. Press 1961.

SOCIÉTÉ BELGE DES MECANICIENS. BRUSELLES, *RECOMMANDATIONS POUR LES ESSAIS DES VENTILATEURS* (Fasc. 2), La Société..., Bruxelles 1961.

STEFFEN, L., *KREISELARBEITSMASCHINEN* (Turbomáquinas generadoras), Leipzig VEB 1961, 286 págs.

SYMPOSIUM RECHERCHE SUR LES TURBINES HYDRAULIQUES, La Houille Blanche, Grenoble 1961.

WALLIS, R.A., *AXIAL FLOW FANS DESIGN AND PRACTICE*, Academic press 1961.

ANDERSON, H.H., *CENTRIFUGAL PUMPS*, Trade and Tech. press, 1962.

BOVET, T., *CONTRIBUTION A L'ÈTUDE DU TRACÉ D'AUBAGE D'UNE TURBINE A RÉACTION DU TYPE FRANCIS*, Lausanne 1962.

ELECTRICITÉ DE FRANCE, DIRECTION DES ÉTUDES ET RECHERCHES, CENTRE DE RECHERCHES ET D'ESSAIS, CHATOU, *STATION D'ESSAIS DE TURBINES*, La Houille Blanche, Grenoble 1962.

ESCRITT, L.B., *PUMPING STATION EQUIPMENT AND DESIGN*, 1962.

KRETSCHMER, W., INGENIEUR-TASCHENBUCH, *WÄRMETECHNIK, KRAFT-UND ARBEITSMASCHINEN*[3], (Manual del Ingeniero, Técnica del calor, máquinas motoras y generadoras), Berlín Oriental, VEB 1962, 451 págs.

MUNIER, M. y VIVOT, R., *LES ELECTRO-POMPES CENTRIFUGES ET LEUR COMMANDE AUTOMATIQUE*, Paris, Eyrolles 1962.

STUCKY, A., *DRUCKWASSERSCHLÖSSER VON WASSERKRAFTANLAGEN*, (Torres de agua de las centrales hidroeléctricas), Berlín Springer 1962, 181 págs.

SYMPOSIUM ON CAVITATION IN REAL LIQUIDS, Elsevier Pub. Co. 1962.

AILLERET, P., *ENERGÉTIQUE. LES BESOINS D'ÉNERGIE*, Paris, Eyrolles 1963.

BERICHT N.° 75, VDI; *HYDRAULICHE STRÖMUNGSMASCHINEN*, Vorträge der VDI Tagung, Friburg, 1963. (Comunicaciones. N.° 75; Turbomáquinas hidráulicas, Contribuciones del congreso del VDI de Friburgo, 1963)

BERRY, C.H., *FLOW AND FAN-PRINCIPLES OF MOVING AIR THROUGH DUCTS*[2] Industrial press 1963.

GERARD, G., *THE BOOK OF WATER POWER*, Warne 1963.

PATEL, R.C. y OTROS, *HYDRAULIC MACHINES*, Acharya 1963.

PIRCHER, W., *DIE BAUTYPEN DER WASSERKRAFT. EINE STUDIE DES WELTBESTANDS*, (Tipos constructivos de centrales hidráulicas. Un estudio sobre la situación mundial), Graz Techn. Hochschule, 1963, 151 págs.

QUANTZ, L. y MEERWARTH, K., *WASSERKRAFTMASCHINEN*[11]. (Turbinas hidráulicas), Berlín, Springer 1963, 165 págs.

ANON, *PUMPEN-HANDBUCH*[2], Frankenthal, Klein Schanzlin und Becker AG, 1964, 180 págs.

ASME, *SYMPOSIUM ON CAVITATION RESEARCH. FACILITIES AND TECHNIQUES*, 1964.

CAVITATION IN REAL LIQUIDS, Elsevier Pub. Co., 1964.

FRANCIS, J.R.D. y MINTON, P., *PROBLEMS IN HYDRAULICS AND FLUID MECHANICS FOR ENGINEERING STUDENTS*, Arnold E. et Co. 1964.

HANSEN, A.T., *KRAFT-UND ARBEITSMASCHINEN* (Máquinas motoras y generadoras), München Hamer 1964, 307 págs.

KARASSIK, I.J., *ENGINEER'S GUIDE TO CENTRIFUGAL PUMPS*, McGraw Hill, New York, 1964.

LINSLEY, R.K. y FRANZINI, J.B., *WATER RESOURCES ENGINEERING*, McGraw Hill 1964.

TURBO-ARBEITS-MASCHINEN UND TURBO-KRAFTMASCHINEN (Turbomáquinas generadoras y motoras), Freiberg Bergakademie 1964.

UNITÉS (LES) DE MESURE DU SYSTEME INTERNATIONAL SI, Editions de l'Ecole 1964.

E.T. WESTBURY, *TURBINES: STEAM, WATER AND GAS*, Marshall, Percival 1964.

ASME, *SYMPOSIUM ON CAVITATION IN FLUID MACHINERY*, 1965.

GOERKE, H., *PUMPENANLAGEN* (Instalaciones de bombas), 2 Vols., Munich, Carl Hansen Verlag 1965, 62 + 72 págs.

KARELIN, V. IA., *CAVITATION PHENOMENA IN CENTRIFUGAL AND AXIAL FLOW PUMPS*, Nat. lending lib. for science and technology 1965.

LAZARKIEWICZ, S., y TROSKOLANSKI, A.T., *IMPELLER PUMPS*, Pergamon 1965.

MEISE, K. y MEISE, G., *DIE TURBINE. DAS AVENTEUER EINER ERFINDUNG, LEBEN UND WERK VIKTOR KAPLANS*, (La turbina. La aventura de un descubrimiento, vida y trabajo de Víctor Kaplan), Styria 1965, 163 págs.

CENTRE TECHNIQUE DES INDUSTRIES AÉRAULIQUES ET THERMIQUES, *LES VENTILATEURS ET LES MESURES AÉRAULIQUES*, Paris C.E.T.I.A.T., 1966.

HUSSAIN, M., *CHAMBRES D'EQUILIBRE. MÉTHODES DE CALCULS DÉTAILLÉS A L'AIDE D'UNE CALCULATRICE DIGITALE*, Paris, Dunod 1966.

LAZAKIEWICZ, S., *IMPELLER PUMPS* (traducción del polaco) Oxford, Pergamon Press 1966, 648 págs.

LUDEWIG, D., *BEITRÄGE ZUR DRUCKSTOSSSICHERUNG VON PUMPANLAGEN* (Contribuciones sobre protección contra el golpe de ariete de las centrales de bombeo), Berlín Oriental, VEB 1966, 183 págs.

NEUMAIER, R., *HANDBUCH NEUZEITLICHER PUMPEN ANLAGEN. RICHTLINIEN FUR ENTWURF UND ERSTELLUNG*[2], Freiburg, Pumpen-u. Maschinenfabrik Lederle 1966, 696 págs.

OSBORNE, W.C., *FANS*, Pergamon 1966.

PILTZ, H.H., *WERKSTOFFSTÖRUNG DURCH KAVITATION. LITERATURBERICHT* (Deterioso de los materiales por cavitación. Informe bibliográfico), VDI, Düsseldorf 1966, 92 págs.

PUMPEN IN KRAFTWERKEN. TAGUNSBERICHT ÜBER D. INTERNAT. SYMPOSIUM, BRAUNSCHWEIG, Sep. 1966 (Bombas en las centrales. Información del simposio internacional de Braunschweig, Sep. 1966).

SAITO, S., KAMBA, S., Y OTROS, *RESEARCH ON HIGH SPEED KAPLAN TURBINE REPORT 3 (Experiment of tip clearance cavitation)*, Rep. Inst. high speed Mech. 18 (1966/67) 165-89.

VAN DER TAK, H.G., *THE ECONOMIC CHOICE BETWEEN HYDRO-ELECTRIC AND THERMAL POWER DEVELOPMENTS*, Johns Hopkins press 1966.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS, *EROSION BY CAVITATION OR IMPINGEMENT*, 1967.

ANON, *EQUILIBRAGE DES POUSSÉES AXIALES ET RADIALES DANS LES POMPES CENTRIFUGUES*, "Pumps-Pompes-Pumpen n. 15 (1967) 310-17".

ANON, *VIBRATIONS IN HYDRAULIC PUMPS UND TURBINES*, "Symposium, IME London 1967, 181 págs."

ASME, *CAVITATION FORUM*, 1967.

BOVET, TH., *APPLICATION DE LA THEORIE DE LA MÉCHANIQUE DES FLUIDES AUX MACHINES HYDRAULIQUES*, Lausanne, Payot 1967, 57 págs.

CZIBERE, T. y MISCOLC, TU., *ERFAHRUNGEN ÜBER DIE ANWENDUNG ZWEIDIMENSIONALER BERECHNUNGSMETHODEN BEI DER AUSLEGUNG VON RADIAL-UND HALBAXIALGITTERN IM PUMPENSAU.* (Experiencias sobre utilización de métodos bidimensionales en el trazado de los enrejados radiales y semiaxiales en la construcción de bombas), "Symp. Pumpen in der Ind. Leipzig (1967) 33-42".

DUGDALE, R.H., *HYDRAULICS,* McDonald and Evans 1967.

FLORJANČIČ, D., *BEI ANFAHREN GRÖSSER PUMPENTURBINEN ZU BEACHTENDE PROBLEME* (Problemas a considerar en la puesta en marcha de las grandes turbinas), "Tech. Rdsch. Sulzer 49,4 (1967) 236-42".

GAL'OU'PERIN, M.I., *OPREDELENIE GIDRAVLIČESKICH MOMENTOV NAPRAVLJAJUŠČEGO APPARATA GIDROTURBIN* (en ruso) (Determinación del momento hidráulico en el distribuidor de una turbina hidráulica), "Ėnergomašinostroennie 13,7 (1967) 34-36".

INST. OF MECH. ENGINEERS, HYDRAULIC PLANT AND MACHINERY GROUP, *VIBRATIONS IN HYDRAULIC PUMPS AND TURBINES,* 1967.

JAUMOTTE, A., *DESCRIPTION ET CONSTRUCTION DES MACHINES, TURBOMACHINES. II PART. TURBOPOMPES CENTRIFUGES*[3], Presses Universitaires de Bruxelles 1967.

JONES, W.P., *AIR CONDITIONING ENGINEERING,* New York, St. Martin's Press. 1967, 494 págs.

LENSI, M., *L'IMPIATISTA IDRAULICO. Vol. 3. POMPE IDRAULICHE,* San Marco 1967, 186 págs.

MANSFIELD, J.N. y McGREGOR, J.,*CONTRACTUAL ACCEPTANCE TESTS OF MODEL TURBINES,* "Proc. Inst. Mech. Eng. 182, Pt. 3M (1967-68) 28-31".

MARY, M. y JANOD, A., *LA HOUILLE BLANCHE,* Presses Universitaires 1967.

MEDICI, M., *LE POMPE,* Milán, Hoepli 1967, 923 págs.

MIYASHIRO, H., *WATERHAMMER ANALYSIS OF PUMP SYSTEM,* "Bull. JSME (Tokyo) 10,42 (1967) 952-58".

PATEL, R.C. Y OTROS, *ELEMENTS OF HYDRAULICS AND HYDRAULIC MACHINERY*[3], Acharya 1967.

SYMPOSIUM ON PUMPS IN POWER STATIONS, Düsseldorf VDI Verlag 1967.

TALSPERREN, WASSERKRAFT-UND PUMPSPEICHERWERKE IN DER BUNDESREPUBLIK DEUTSCHLAND (Presas, centrales y centrales de acumulación por bombeo en la República Federal Alemana), 1969, 220 págs.

VDI (ed)., *PUMPEN IN KRAFTWERKEN* (Las bombas de las centrales térmicas), "Simp. Int. Braunschweig 1966, VDI, Düsseldorf 1967, 306 págs."

VDMA 24250, *KREISELPUMPEN. BENENNUNG UND BENUMMERUNG VON EINZEL TEILEN,* (Bombas rotativas. Nomenclatura y numeración de los diferentes elementos). Verein Deutscher Maschinenbauanstalten 1967.

ANON, *MODEL TESTING OF HYDRAULIC MACHINERY AND ASSOCIATED* STRUCTURES, A Symposium, IME, London 1968, 112 Págs.

BASTA, T.M., *VOPROSY RASČETA I PRIMENENIJA NASOSOV SVERCHVYSOKICJ DAVLENIJ,* (en ruso). (Cálculo y aplicación de las bombas para muy alta presión), "Vestnik mašinostroenija 48,2 (1968) 3-7".

BOREL, L., *CHIFFRES CARACTÉRISTIQUES ADIMENSIONELS EN TURBO-MACHINES,* Payot, Lausanne 1968.

BOVET, T., *CONTRIBUTION A LA NOTION DU CHIFFRE DE CAVITATION D'UNE TURBINE HYDRAULIQUE À RÉACTION,* "Bul. Technique de la Suisse Romande 94,22 (1968) 301-7; 309-14".

BUGOV, A.V., KOVALENKO, V.A., y OTROS, *TEORETIČESKOE I ÈKSPERIMENTAL'OU'NOE ISSLEDOVANIE KOLEBANII ROTORA NATURNOGO GIDROAGREGATA* (Investigaciones teóricas y experimentales de las vibraciones del rotor de una turbina de tamaño natural), "Ėnergomašinostroennie 14,3 (1968) 24-26".

CARLIER, M., *MACHINES HYDRAULIQUES,* Nancy, Ecole Nationale du génie rural des eaux et des forêts, 1968, 421 págs.

CHIVERS, T.C., *EFFECT OF AIRCONTENT ON ADVANCED CAVITATION,* "Engineer 226 (1968) 250-54".

DEAN, R.H., DEAN, F.J., *NEW METHOD OF NOISE ANALYSIS FOR HIGH VELOCITY AIR DISTRIBUTION SYSTEMS,* "Heating, Piping, Air Cond. 40,1 (1968) 132-37".

DENZEL, P., *DAMPF-UND WASSERKRAFTWERKE* (Centrales de vapor e hidráulicas), Mannheim, Bibliograph. Institut, 1968, 231 págs.

FLORJANČIČ, D., *DIE PUMPENTURBINE ALS WEITERENTWICKLUNG DER SPEICHERPUMPE,* (La bombaturbina un desarrollo ulterior de la bomba de la central de bombeo), "Pumps."Pumps-Pompes-Pumpen n.21 (1968) 94-97".

GERRARD, M., *MEASUREMENT DER VENTILATION RATES WITH RADIOACTIVE TRACERS,* "ASHRAE Journal 10,9 (1968) 47-50".

GLEZEROV, B.E., *VLIJANIE ZAZORA MEŽDU LOPASTJAMI I KOLESNOJ KAMEROJ DIAGONAL'NOJ GIDROTURBINY NA EE ĖNERGETIČESKIE I KAVITACIONNYE CHARACTERISTIKI* (en ruso). (Influjo del intersticio entre los álabes y la carcasa de una turbina hidráulica diagonal en sus características de potencia y de cavitación), Ėnergomašinostroennie 14,3 (1968), 27-28"'

KITTEDGE, C.P., *ESTIMATING THE EFFICIENCY OF PROTOTYPE PUMPS FROM MODEL TESTS,* "Trans. ASME, Ser. A 90,2 (1968) 129-39".

LACOMBE, H., *LES ÉNERGIES DE LA MER,* Presses Universitaires 1968.

MAINGARD, RH, *LES ENTRAINEMENTS POUR LES POMPES,* "Pumps-Pompes-Pumpen n. 21 (1968) 87-94".

MAROTZ, G., *TECHNISCHE GRUNDLAGEN EINER WASSERSPEICHERUNG IM NATURLICHEN UNTERGRUND,* (Fundamentos técnicos de la construcción de una central de acumulación en una caverna natural), Wasser u. Boden, Hamburg 1968, 228 págs.

MIETKE, B., *LÜFTUNGSANLAGEN HANDBUCH FÜR DEN PRAKTIKER* (Manual de ventilación para el práctico), München Pfriemer 1968, 86 págs.

PINTER, T., *LÜFTUNGSPROBLEME BEI KERNKRAFTWERKE* (Problemas de ventilación en las centrales nucleares), "Heiz-Luft-Haustechnik 19,7 (1968) 239-44".

PLOTNER, W., *ENTWICKLUNGSSTAND DES PUMPEN-UND VERDICHTERBAUES, TEIL 1* (Estado actual del desarrollo de la construcción de bombas y compresores), "Technik (Berlín) 23,10 (1968) 629-36".

PRIYANI, V.B., *HYDRAULICS AND HYDRAULIC MACHINERY*, Charotar 1968.

PYLAEY, N.I. y SOTNIKOV, A.A., *OB ĖLEKTROCHIMIČESKICH METODACHZAŠČITY GIDROTURBIN OT KAVITACIONNOJ EROZII* (en ruso). (Métodos electrónicos de protección de las turbinas hidráulicas contra la cavitación), Ėnergomašinostroennie 14,2 (1968) 26-28".

TROSKOLANSKI, A.T., *GRUNDLAGEN DER KLASIFIKATION FUR KREISELPUMPEN*, (Fundamentos de la clasificación de las bombas centrífugas), "Pumps-Pompes-Pumpen 23 (1968) 177-79".

VENTRONE, G. y RISO, I. DI, *INFLUENZA DELLE VISCOSITA SULLE CARATTERISTICHE FUNZIONALI DI UNA POMPA CENTRIFUGA*, "Técnica Italiana 33,12 (1968) 785-93".

WEIS, W., *ENTWICKLUNGSTENDENZEN IM KREISELPUMPENBAU*. (Nuevas tendencias en la construcción de las bombas centrífugas), "Techn. Mitt.61 n.5 (1968) 216-25".

ANGELINI, A.M., *NEW TRENDS IN HYDROELECTRIC PLANT DEVELOPMENT IN ITALY FOR POWER GENERATION AND FOR COMBINED PURPOSES*, "7th World Energy Conf. 1968, Trans. 10, Sec. C_2 (1969) 103-21".

ANON, *BRITISH PUMP SURVEY AND APPLICATION GUIDE*, "Pumps (1969) 622-69".

ANON, *HERE'S A RUNDOWN ON PUMP SELECTION*, "Can. Chem. Process 53,6 (1969) 94-6, 98".

ANON, *OVERSYN AV VATTEN LAGEN* (en sueco). (Reseña de instalaciones hidroeléctricas), "SV Kraftwerksforen Publ. 538 (1969) 175-214".

ASME, *CAVITATION STATE OF KNOWLEDGE*, 1969.

BAER, G., *DAS-PUMPSPEICHERWERK SACKINGEN DER KRAFTWERKGRUPPE HOTZENWALD* (La central de acumulación por bombeo de Säckingen del sistema de centrales de Hotzenwald), "Assn. Suisse des Electriciens Bul. 60, 20 (1969) 941-54".

BAPTIST, J.V., y NITTA, R.I., *LARGE HYDROELECTRIC GENERATORS FOR GRAND COULEE THIRD POWER PLANT*, Proc. Amer. Power Conf. 31 (1969) 810-15".

BECKWITH, S., *HIGH-SPEED HYDRAULIC JET PROPULSION FOR URBAN AND INTERURBAN TRANSPORTATION*, "ASME-Paper 69-WA/PID-4 (1969) 8 págs."

BEGG, G.A.J., *INDUSTRIAL APPLICATION OF FANS*, "Chem. Process Eng. 50, 6 (1969) 57-61".

BHATTACHARYYA, M. y SEN SHARMA, R.D., *PROSPECTS OF PUMPEDSTORAGE PLANTS USING TWO-SPEED SYNCHRONOUS MACHINES*, "J. Inst. Eng. (India), Elec. Eng. Div. 40, 2, pt. EL 1 (1969) 1-10".

BUSH, A.R. y VALENTIN, J.E.C., *SINGLE-STAGE, HIGH-SPEED NUCLEAR FEED PUMP*, "Inst. Mech. Eng. Proc. 184, Pt. 3N (1969-70) 70-79".

CAMPBELL, W.W. y VERNON, R., *PUMPED STORAGE. EXPERIENCE WITH HIGH-HEAD REVERSIBLE PLANT AND ITS APPLICATION TO HYDRO-ELECTRIC DEVELOPMENT*, "7th World Energy Conf. 1968, Trans. 10, Sec. C_2 (1969) 337-55".

CHIVERS, T.C., *CORRELATION OF CAVITATING PERFOMANCE FOR A CENTRIFUGAL PUMP*, "Proc. Inst. Mech. Eng. 184, Pt 1, n.2 (1969-70) 48-56".

CHIVERS, T.C., *TEMPERATURE EFFECTS ON CAVITATION IN A CENTRIFUGAL PUMP*, "Inst. Mech. Eng. Proc. (Part. 1), Gen. Proc. 184, 2 (1969-70) págs. 37-47".

EL AGIB, A.A.R. y THOMAS, T. *THERMOMETRIC CONTROL OF KAPLAN TURBINES*, "Water Power 21,2 (1969) 73-75".

EVGHENIDE, G., *EFFECT OF VISCOSITY ON CHARACTERISTICS OF CENTRIFUGAL PUMPS*, "Int. Chem. Eng. 9,1 (1969) 69-74".

FAY, A., *CAVITATION SCALE FORMULAE FOR WATER TURBINES*, "Acta techn. Acad. Sci. Hung. (Budapest) 64,314 (1969) 385-406".

FFOWCS SILLIANS y HAWKINGS, D.L., *THEORY RELATING TO NOISE OF ROTATING MACHINERY*, "J. Sound and Vibration 10,1 (1969) 10-21".

FRANK-KAMENECKIJ, *RASČET NA PROČNOST'OVAL'NYCH SEČENIJ SPIRAL'NOJ KAMERY GIDROTURVINY* (en ruso). (Cálculo de resistencia de una cámara espiral de sección oval de una turbina hidráulica), Ėnergomašinostroennie 15,6 (1969) 11-14.

FUKASU, S., MANTANI, H. y SABA, S., *CONSTRUCTION IN JAPAN OF EQUIPMENT FOR LARGE CAPACITY HYDROELECTRIC POWER PLANT*, "7th World Energy Conf. 1968, Trans. 9, Sec. C_2 (1969) 367-90".

GARDEL, A., *STABILITÉ DE RÉGLAGE DES CHAMBRES D'EQUILIBRE...*, Société du Bulletin technique de la Suisse romande, Lausanne 1969.

GILBERT, G.B. y PRADHAM, A., *DESIGN PROCEDURES AND EXPERIMENTAL DATA FOR HIGH HEAD RISE CENTRIFUGAL FANS*, "ASME-Paper 69-WA/FE-16 for meeting Nov. 16-20, 1969", 12 págs.

GÖSSLER, D., *DIE EINSATZBEREITSCHAFT VON PUMPSPEICHERSÄTZEN* (Conveniencia de instalación de grupos de acumulación por bombeo) "Energie und Technik 21,1 (1969) 13-17".

HARTMANN, O., *COMPETITIVE MODEL TESTING FOR BID EVALUATION*, "Water Power 21,2 (1969) 56-59".

HERTIG-NICOLE, P., *PROBLEME BEIM BAU UND BEIM BETRIEB HYDRAULISCHER STRÖMUNGSMACHINEN*, (Problemas de construcción y funcionamiento de las turbomáquinas hidráulicas), "Technica (Basel) 18,6 (1969) 484-88".

HLADIS, V. y KUPA, J., *DEVELOPMENT OF BOILER FEED PUMPS IN CZECHOSLOVAKIA*, "Inst. Mech. Eng. Proc. 184, Pt. 3N (1969-70) 60-69".

HUBERT, M., *LÄRMEENTWICKLUNG UND LÄRMMINDERUNG BEI LUFTÜNGSANLAGEN*, (Desarrollo del ruido y su aminoramiento en las instalaciones de ventilación), "Lärmbekämpfung (Baden-Baden) 13,1 (1969) 29-33".

JOHNSON, G.D., *PUMPED STORAGE. AN EVALUATION OF THE PROGRESS AND EXPERIENCE TO DATE WITH LARGE REVERSIBLE UNITS*, "7th World Energy. Conf. 1968, Trans 10, Sec. C_2 (1969) 73-101".

KOVALEV, N.N., KVYATKOVSKII, V.S. y otros, *CONSTRUCTION OF HYDRAULIC TURBINES IN THE SOVIET UNION*, "7th World Energy Conf. 1968, Trans 9, Sec. C_2 (1969) 149-68".

LEBEDEB, L.M., *APPLICATION OF AXIAL PUMPS IN CHEMICAL PLANTS* (traducción del ruso), "Chem. et Petroleum Eng. n. 5-6 (1969) 368-71.

LOTTES, G., *PUMPED-STORAGE PLANTS IN THE POWER SUPPLY SYSTEMS OF TOMORROW*, "Siemens Rev. 36,8 (1969) 287-96".

MAROTI, L.A. y PRADHAN, A.V. *NOISE GENERATION CHARACTERISTICS OF HIGH-SPEED CENTRIFUGAL FANS*, "ASME-Paper 69-WA/FE-9 for meeting Nov. 16-20, 1969", 8 págs.

MASSENBURG, H.C. y MYERS, T.E., *PRESSURE MEASUREMENTS INSIDE ROTATING TURBOMACHINERY*, "Soc. for Experimental Stress Analysis", 1969, SESA spring meeting, Philadelphia, Pa. (1969) 8 págs."

MESSINA, J.P., *STEPLESS FLOW CONTROL WITH CENTRIFUGAL PUMPS*, "Indus. Water, Eng. 6,11 (1969) 33-5".

NOSE, M., *KISENYAMA PUMPED STORAGE PROJECT*, "Water Power 21,11 (1969) 411-20".

ORTMANN, G., *ZENTRALSCHMIERUNG VON WASSERTURBINEN*, (Lubricación central de las turbinas hidráulicas), "Energie und Technik 21,1 (1969) 21-24".

OUZIAUX, R., *ESSAI DE GENERALISATION DES NOTIONS DE VITESSE SPECIFIQUE ET DE DIAMETRE SPECIFIQUE DES TURBOMACHINES*, "Rev. Fr. Mec. n. 32 (1969) 49-61".

PARTL, R., *HYDROELECTRIC POWER PLANTS IN NORWAY*, Österr. Z. Elek. 22,8 (1969) 373-9".

PATERSON, I.S., *ANPASSUNGEN VON PUMPEN UND PUMPENSYSTEM* (Adaptación de las bombas a sus sistemas), "Pumps-Pompes-Pumpen, n.30 (1969) 69-76".

PEDOTTI, G.P., *PROJECTIERUNGSFRAGEN BEI GRÖSSEREN KESSELSPEISEPUMPENANLAGEN* (Cuestiones referentes al proyecto de instalaciones de las bombas de grandes potencias de alimentación de calderas), "Pumps-Pompes-Pumpen, n.30 (1969) 77-83".

PETERSON, O., *PUMPEN UND VERDICHTER DER DDR AUF DER LEIPZIGER FRÜHJAHRMESSE 1969*, (Bombas y compresores de la DDR en la exposición Leipzig, primavera 1969), "Pumpen-u. Verdichter-Inform n.1 (1969) 3-21".

PLONER, B. y HERZ, F., *NEW DESIGN MEASURES TO REDUCE SIREN TONES CAUSED BY CENTRIFUGAL FANS IN ROTATING MACHINES*, "Brown Boveri Rev. 56,6 (1969) 280-7".

POZAR, H. y KEGLEVIC, J., *DEUX METHODES POUR DETERMINER LA REPARTITION DE LA CHARGE ENTRE DES CENTRALES HYDRAULIQUES ET DES CENTRALES THERMIQUES DANS UN SYSTÈME ELECTROENERGETIQUE*, "7th World Energy Conf. 1968, Trans. 15, Sec. C_5 (1969) 197-225".

REYMANN, Z., *DETERMINACION DE LAS CARACTERISTICAS DE LAS BOMBAS CENTRIFUGAS POR MEDIO DE AIRE* (en polaco), Pr. Inst. Masz, Przeplyw 47 (1969) 141-64".

RICHARDSON, T.W., *SUBMERSIBLE PUMP INSTALATIONS*, "Elec. Engr. 46,10 (1969) 36-7".

RICHTER, H., *ENTWICKLUNGSSTAND DER KREISELPUMPEN* (Estado actual del desarrollo de las bombas centrífugas), "VDI-Z 111,3 (1969) 147-52".

SAGAWA, T., *REDUCTION OF NOISE AND VIBRATIONS IN HYDRAULIC TURBINE*, "ASME-Paper 69-FE-4 (1969) 6 págs."

SALAMI, L.A., *PROCEDURE FOR OBTAINING THE PERFORMANCE OF A KAPLAN TURBINE FROM A DETAILED MODEL TEST RESULT*, "Inst. Mech. Eng. Proc. (Part 1) Gen. Proc. 184,20 (1969-70) 371-86".

SAMOLIS, R.P., *ELECTRICAL FEATURES OF THE NORTHFIELD PUMPED STORAGE PROJECT*, "IEEE-Trans. on Power Apparatus and Systems v PAS-88, 8 (1969) 1291-7".

SCHULTZ, *EINIGE PROBLEME DER PROGRAMMIERUNG VON BERECHNUNGSVERFAHREN IM PUMPENBAU*, (Algunos problemas en la programación para el cálculo en la construcción de máquinas), "Pumpen-u. Verdichter-Inform 1 (1969) 26-27".

SMITH, W.H., *CENTRIFUGAL PUMPS IN THE INDUSTRIAL AND PROCESS FIELDS*, "Australasian Engr. Sept. (1969) 41-3, 45".

STEKLOV, M.L., *EXPERIMENTAL HORIZONTAL BULB TURBINES FOR SARATOV HYDROELECTRIC POWER STATION*, "Energomashinostroennie n.5 (1969) 6-10".

DYAKIN, V.I. y KLYUIKOB, N.T., *DISPOSITIVO PARA CONTROLAR LA CAVITACION DE LAS TURBINAS HIDRAULICAS EN LA EXPLOTACION DE LAS CENTRALES HIDROELECTRICAS* (en ruso), "Izvestiya Vysshixh Uchebykh Zabedenii, Energetika n.5 (1969) 95-8".

VISWESWARAN, S., *USE CHECK-LISTS TO MAINTAIN A CENTRIFUGAL PUMP*, "Chem. Age India, 20,5 (1969) 410-11".

VÖTTER, M., *NUMERISCHE BERECHNUNG DES RÄUMLICHEN STRÖMUNGSFELDES IN HYDRAULISCHEN TURBOMASCHINEN* (Cálculo numérico del campo de corriente tridimensional en las turbomáquinas hidráulicas), "VDI-Forsch-H 35, 535 (1969) 28-40".

VVB DIESELMOTOREN, PUMPEN UND VERDICHTER, *TECHNISCHES HANDBUCH PUMPEN*[3], Berlín Oriental, VEB 1969, 519 págs.

WARRING, R.H., *NOISE AND VIBRATION IN PUMPS*, "Pumps-Pompes-Pumpen n.31 (1969) 137-40".

AMER. SOC. FOR TESTING AND MATERIALS, *CHARACTERISATION AND DETERMINATION OF EROSION RESISTANCE*, 1970.

ANGELINI, A.M., *FUTURE FOR ITALIAN HYDRO DEVELOPMENT*, "Water Power 22 (70) 343-5".

BENEDICT, P.M., *NPSH AND CENTRIFUGAL PUMPS*, Chem. Eng. Progr. 66,5 (1970) 58-9".

BLAHA, J., *CLASSIFICATION OF HYDROSTATIC AND HYDRODINAMIC PUMPS BY SPECIFIC SPEEDS*, "Hydraul. Pneum. Power 16, 188 (1970) 454-8, 460-1".

BOVET, T., *LE DISTRIBUTEUR DE LA TURBINE HYDRAULIQUE À REÁCTION. ÈTUDE DE L'AUBE DIRECTRICE*, Ecole polytechnique fédérale, Lausanne 1970.

BUREAU INTERNATIONAL DES POIDS ET MESURES, LE SYSTEME INTERNATIONAL D'UNITES (SI), Le Bureau..., Sèvres 1970.

BURKA, E.S., *PRESSURE MEASUREMENTS DOWNSTREAM OF THE RUNNER OF A KAPLAN TURBINE OPERATING WITH AIR*, "Prace Inst. Maszyn Przeplywowych (trad. Inst. Fluid-flow Machinery) n.49 (1970) 55-65".

CHEVALLEY, F., FOLLONIER, A. y MAITRE, J., *OBJECTIVES, PRINCIPLES AND DESING METHODS FOR THE AUTOMATION OF A MEDIUM POWER HYDROELECTRIC STATION*, "Conf. Int. Grands Reseaux, Elec. Haute Tension, Paris (1970) 12 págs."

CHUZHIN, G.V. y EDEL, YU.U., *METODOS PARA AUMENTAR LA VELOCIDAD DE LAS TURBINAS HIDRAULICAS DE ACCION* (en ruso), "Gidrotech. Stroit. n. 11 (1970) 10-14".

DIMMER, J., y otros, *SELF-CONTAINED, SELF-POWERED AUTOMATIC RECIRCULATION CONTROL SYSTEM FOR BOILER FEED PUMPS*, "Combustion (New York) 41, 8 (1970) 20-25".

DORNAUS, W.L., *NEW IDEAS NEEDED FOR THE NPSH PROBLEM*, "Power 114, 6 (1970) 74".

EISENBERG, P., *CAVITATION AND IMPACT EROSION-CONCEPTS, CORRELATIONS, CONTROVERSIES*, "ASTM Spec. Tech. Publ. 474, 1970, págs. 3-28".

FAY, A., *DETERMINING CORRESPONDING POINTS ON KAPLAN TURBINE EFFICIENCY DIAGRAMS*, "Water Power 22,4 (1970) 139-43".

GRAHAM, J.B. y JORGENSEN, R., *FAN REQUIREMENTS FOR MODERN CENTRAL STATIONS*, "Proc. Amer. Power Conf. 32 (1970) 341-50".

GRINDELL, A.G., HAMMITT, F.G. y BRANDAU, J.H., *1970 CAVITATION FORUM*, ASME, New York, NV, 1970, 81 págs.

HAEDER, W. y ERNST, G., *DIE GESETZLICHEN EINHEITEN IN DER TECHNIK. DIE UMSTELLUNG DER TECHNIK AUF D. GESETZL. EINHEITEN. KOMMENTAR F.D. PRAXIS D. INGENIEURS GESETZ UBER EINHEITEN IM MESSWESSEN VOM 2 JULI 1969 ETC...* (Las unidades legales en la técnica. Paso de la técnica a las unidades legales. Comentario para la práctica del ingeniero de la ley sobre unidades de medida del 2 Julio 1969, etc...), DNA (Deustscher Norme Ausschuss), Berlín 1970, 127 págs.

HOLL, J.W., *NUCLEI AND CAVITATION*, "Trans. ASME, Ser. 92,4 (1970) 681-688".

HOWARD, K.H., *DEVELOPMENT POTENTIAL FOR PUMPED STORAGE HYDRO-ELECTRIC PROJECTS IN VICTORIA*, "J. Inst. Eng. Aust. 42, 7-8 (1970) 93-9".

INTRODUCTION ET CONVERSION AU SYSTÈME INTERNATIONAL D'UNITÉS, La Tourde-Peilz, Suiza, Editions Delta, 1970.

KAZAKOV, YU.A. y PELINSKII, A.A., *EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF THE AXIAL FORCE IN A SUBMERSIBLE, ELECTRIC WELL PUMP*, "Chem. Petrol Eng. n.3-4 (1970) 262-3".

KNAPP, R., DAILY, J.W. y HAMMITT, F.G., *CAVITATION*, New York, McGraw-Hill 1970, 578 págs.

LEHTONEN, V.J., *RECENT AND CURRENT HYDRO PROJETS IN FINLAND*, "Water Power 22 (70) 23-5".

LORD, F.D. y SEELY, R.K., *OPERATION AND MAINTENANCE EXPERIENCE WITH LARGE-SIZE FRANCIS HYDROELECTRIC TURBINES*, "Proc. Amer. Power Conf. 32 (1970) 704-12".

LUDER, H.A. y GOLDSMITH, K., *HYDRAULISCHE SPEICHERANLAGEN IM WESTEUROPÄISCHEN VERBUNBETRIEB*, (Centrales hidroeléctricas en el sistema central interconectado de Europa Occidental), "Bull. Ass. Suisse Elec. 61, 19 (1970) 891-895".

MEDICI, M., *MOTORI PRIMI IDRAULICI NELL'ANNO 1969*, Elletrotecnica, 57,3 (1970) 140-50".

MIZUKOSHI, T., *PUMPED STORAGE HYDROELECTRIC PEAKING PLANT IN AZUSA RIVER*, "Civ. Eng. Jap. 9 (1970) 122-35".

MYRSET, O. y TONDEVOLD, E., *HYDROPOWER IN NORWAY AT THE BEGINNING OF 1970*, "Elektrotek Tiddskr 83, 8A (1970) 40-2, 45-8".

PACHE, C., *INTRODUCTION AU SYSTÈME INTERNATIONAL D'UNITÉS SI OU MKSA*, Spes, Lausanne 1970.

PAPAULT, R., *L'AMENAGEMENT HYDROELECTRIQUE DES CHUTES DU CHURCHILL* (Labrador), "Genie Civ. 147,5 (1970) 262-74".

PAPIR, A.N. y KUZINA, A.I., *MEJORA DE FUNCIONAMIENTO A GRAN VELOCIDAD DE LAS BOMBAS AXIALES MEDIANTE LA SELECCION DE LOS PARAMETROS DEL RODETE*, (en ruso), "Izv. Vyssh. Ucheb. Zaved., Energ. n.2 (1970) 91-5".

PLESSET, M.S., *CAVITATION EROSIUM IN NONAQUEOUS LIQUIDS*, "Trans. ASME, Ser. D. 92,4 (1970) 807-814".

RICHTER, H., *BOILER FEEDPUMPS*, "Combustion 41,8 (1970) 36-40".

RIETSCHEL, H. y RAISS, W., *HEIZUNGSANLAGE LÜFTUNGSANLAGE, KLIMAANLAGE*[15] (Instalaciones de calefacción ventilación, aire acondicionado), Vol. 1, Berlín, Springer 1970, 409 págs.

ROSS, W.M. y DAVIDSON, E.G., *CONVERSION OF HYDROELECTRIC PLANT TO REMOTE CONTROL*, "Water Power 22 (70) 305-11".

SCHIPULIN, I.F., *PUMPS FOR THE CHEMICAL INDUSTRY AND TRENDS IN TECHNICAL DEVELOPMENT OF PUMP CONSTRUCTION*, "Chem. Petrol Eng. n.3-4 (1970) 332-6".

ŠČIPULIN, I.F., *NASOSY DLJA CHIMIČESKICH PROIZVODSTV I OSNOVNIE NAPRAVLENIJA TECHNIČESCOGO RAZVITIJA NACOSNOGO MAŠINOSTROENIJA* (en ruso). (Bombas para la industria química y tendencias de desarrollo en la construcción de las bombas), "Chimičeskoe i neftjanoe mašinostroenie, n.4 (1970) 33-36".

STERNE, B., *FUTURE ROLE OF HYDRO IN SWEEDEN*, "Water Power 22 (70) 21-2".

SUZUKI, H. y AIHARA, A., *CAVITATION MEASUREMENT ON WATER TURBINES*, "Water Power 22 (1970) 10-15".

SYSTÈME INTERNATIONAL D'UNITÉS SI..., Edition de la Technique Moderne, Sarreguemines 1970.

THON' J.G., *GENERAL ASPECTS OF PUMPED-STORAGE HYDRO POWER*, "Water Power 22 (70) 89-95".

WEHENKEL, L., *ENDAUSBAU DES PUMPSPEICHERWERKES VIANDEN*, (Construcción final de la central de bombeo de Vianden), "Elektrizitätswirtschaft 69, 13 (1970) 347-65".

WHITE, W.W. y DE LA HARPE, J.H., *RECENT DEVELOPMENTS IN THE DESIGN OF HEAVY DUTY FANS*, "S. Afr. Mech. Eng. 20, 12 (1970) 406-17".

ANON, *COMPUTER CONTROL NETWORK FOR UNMANNED WATERWORKS PUMPING STATIONS*, "Elect. Rev." 189 (1971) 410-11".

ANON, *PUMPED STORAGE. STATE-OF-THE ART*, "ASCE J Power Div 97, n.PO3 (1971) 675-95".

BARRY, B. y MOORE, C.J., *SUBSONIC FAN NOISE*, "J. Sound Vib. 17 (1971) 207-20".

BOVET, T., *LE NOUVEAU STAND D'ESSAI UNIVERSEL POUR MACHINES HYDRAULIQUES DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE FEDERALE DE LAUSANNE*, "Bull. Tech. Suisse Romande 97, 15 (1971) 349-60".

CHANDRASHEKHARA, N., *TONE RADIATION FROM AXIAL FLOW FANS RUNNING IN TURBULENT FLOW*, "J. Sound Vibrat. (London) 18,4 (1971) 533-543".

CHAPPUIS, J. y CHENAL, R., *TURBINE EFFICIENCY MEASUREMENTS USING A COMMERCIAL QUARTZ THERMOMETER*, "Water Power 23,9 (1971) 325-32".

CHICHA, M., *LES POMPES CENTRIFUGES. FONCTIONNEMENT, CALCUL ET SÉLECTION DES POMPES CENTRIFUGES ET DES SYSTÈMES DE POMPES*, Presses de l'Université de Montréal, Montréal 1971.

DIPERNA, A. y MARIANI, E., *PROGRAMMAZIONE GIORNIALIERA DELLE CENTRALI IDROELETTRICHE A BACINO E A SERBATOIO IN UN SISTEMA DI PRODUZIONE MISTO*, "Energ. Elet. 48,7 (1971) 437-48".

DYMENT, R., *BUILDING BIG HYDRO AT CHURCHILL FALLS*, "Power Eng. (Barrington, ILL) 75,5 (1971) 34-8".

FANG, K.S. y KOOLHOF, F., *DETERMINATION OF NPSH ON LARGE CENTRIFUGAL PUMPS AND THOMA'S LAW OF SIMILARITY*, "ASME 1971 Cavitation Forum, Fluids Eng. Conf., Pittsburg,Pa. (1971) 4-5".

GRABOW, G., *ERMITTLUNG DES KAVITATIONS KRITERIUMS BEI DER FÖRDERUNG VON FLÜSSIGEN NATRIUM* (Obtención del criterio de cavitación para la impulsión de sodio líquido), "Maschinenbautechnik 20, 6 (1971) 293-295".

GUNWALDSEN, R.W. y FERREIRA, A., *NORTHFIELD MOUNTAIN PUMPED STORAGE PROJECT*, "Civ. Eng. (NY) 41, 5 (1971) 53-7".

GYÖRKE, O., *LES LABORATOIRES D'HYDRAULIQUE EUROPÉENS. ÉTUDE DE SYNTHÈSE*, Unesco 1971.

HÖFLING, O., *PHYSIK. FORMELN U. EINHEITEN, UNTER BERÜCKS. D. GESETZES ÜBER EINHEITEN IM MESSWESSEN VOM 2 JULI 1969.* (Fórmulas y unidades físicas, teniendo en cuenta la ley sobre las unidades de medida del 2 Julio 1969), 1971, 32 págs.

HUTTON, S.P., y CHIVERS, T.C. *CAVITATION SCALE-EFFECTS IN PUMPS*, "Schweiz Bauztg. 89, 12 (1971) 284-9".

KABELE, W.A., *PRACTICAL APPROACH TO CENTRIFUGAL PUMP DESIGN*, "SAE-paper 710533 (1971) 10 págs.".

KOL'OU'SOV, A.N., *EFECTO DE LA CAVITACION FISICOQUIMICA EN LAS ALEACIONES DE HIERRO* (en ruso), "Doklady Akademii nauk SSSR (Moscú) 200,1 (1971) 79-80".

KOSYREV, S.P., *DESGASTE HIDROABRASIVO DE LOS METALES POR CAVITACION*, (en ruso), Moscú, Mašinostroennie, 1971, 240 págs.

KRIST, TH., *NEUE INTERNATIONALE EINHEITEN DER TECHNIK UND PHYSIK: GESETZL. SI-EINHEITEN. SYSTEME INTERNAT.* (Nuevas unidades internacionales de la técnica y física. Unidades legales SI. Sistema internacional), Darm-Finkentscher 1971, 48 págs.

LAASS, H., *GESETZLICHE MASSEINHEITEN*, (Unidades de medida legales) 1971.

MALINOV, L.S. y otros, *INFLUJO DE LA CINEMATICA DE LA TRANSFORMACION MARTENSITICA EN LA RESISTENCIA A LA CAVITACION DE ACEROS AUSTENITICOS INESTABLES* (en ruso) "Metallovedenie i termičeskaja obrabotka metallov (Moscú) n. 12 (1971) 50-52".

MATHER, J.S.B., SAVIDGE, J. y FISHER, M.J., *NEW OBSERVATIONS ON TONE GENERATION IN FANS*, "J. Sound Vibrat. (London) 16, 3 (1971) 407-418".

NARASIMHAN, N.Y., CHANDRASEKHARAN, P.V., NAIDU, B.S.K. *VIBRATIONS IN HYDRAULIC TURBINES*, "Irrig. Power 28, 1 (1971) 87-98".

NĚMEČEK, S., *ENSAYOS DE CAVITACION CICLICA Y DE CORROSION* (en checo), "Strojírenství (Praga) 21, 10 (1971) 616-619".

NUTTALL, L.C., *RECENT DEVELOPMENTS IN CENTRIFUGAL PUMPS FOR THE PROCESS INDUSTRY*, "Chem. Eng. (London) n. 247 (1971) 121-9".

PARTL, R., *WASSERKRAFT-GEOGRAPHIE EUROPAS, FRANKREICH* (Geografía de las centrales hidroeléctricas de Europa, Francia), "Österreich Z. Elek. 24,5 (1971) 216-23".

PEDOTTI, G.P., *PROBLEMS IN MAJOR BOILER FEED PUMP PROJETS*, "Sulzer Tech. Rev. 53,2 (1971) 69-77".

PEKRUM, M., *ENTWICKLUNGSTENDENZEN IM KREISELPUMPENBAU* (Tendencias en el desarrollo de las bombas centrífugas), "Pumps (1971) 255-9".

PLIÇHON, J.N., *LE POMPAGE, LES STATIONS DE TRANSFERT D'ENERGIE PAR POMPAGE. REALISATIONS ACTUELLES. PERSPECTIVES D'AVENIR*, "Rev. Gen. Elec. 80, 7-8 (1971) 583-95".

ROY, S.N., *MODERN TRENDS IN FRANCIS TURBINES*, "Water Power 23,10 (1971) 368-70".

SCHLEIF, F.R. y BATES, C.G., *GOVERNING CHARACTERISTICS FOR 820,000 HORSEPOWER UNITS FOR GRAND COULEE THIRD POWERPLANT*, "IEEE Trans. Power App. Syst. v PAS-90, n. 2 (1971) 882-90".

SEBESTYEN, G., y otros, *INVESTIGATION OF CAVITACION IN PUMPS BY DIRECT AND INDIRECT METHODS*, "Acta techn. Acad. Sci. hung. (Budapest) n. 3/4 (1971) 431-74".

SHALNEV, K.K., *THE STRUCTURE OF CAVITATION IN ZONES OF PRIMARY AND SECONDARY EROSION FOCUSES*, "Acta tech. Acad. Sci. hung. (Budapest) n 3/4 (1971) 241-265".

SWIFT, W.L., *OPTIMIZING TURBINE AND PUMP-TURBINE DESIGN BY THE USE OF COMPUTERS*, "Water Power 23,9 (1971) 325-32".

TANAKA, H., ITO, S. y FUJISAKI, M., *KISEN'YAMA PUMPED-STORAGE POWER STATION*, "Toshiba Rev. Int. Ed. n. 54 (1971) 5-11".

THIRUVENGADAM, A., *SCALING LAWS FOR CAVITATION EROSION*, Hydronautics, Inc., Washington, DC. Technical Report 233 (1971) 80 págs.

TIERCY, J., *L'OPTIMALISATION ECONOMIQUE DE L'EXPLOITATION D'UN BASSIN D'ACCUMULATION PRESENTANT DES PERTES*, "Bull. Assoc. Suisse Elec. 62,20 (1971) 965-72".

VERBA, A. y SZABO, A., *EINFLUSS DER VISKOSITÄT AUF DIE PUMPENKENNLINIEN* (Influjo de la viscosidad en las curvas características de las bombas), "VDI-Z 113,14 (1971) 1090-95".

WAID (Ed.), R.L. y WADE, R.B., *1971 CAVITATION FORUM*, ASME, New York, NY, 1971, 55 págs.

WILLETT, D.C., *CHURCHILL FALLS POWER DEVELOPMENT*, "Water Power 23, 11 (1971) 393-404; 431-7".

YANEK, E.J., *ANALYSIS OF LARGE COMPLEX HYDRAULIC TURBINE COMPONENTS*, "ASCE, Nat. Struct. Eng. meeting, Baltimore (1971) Prepr. 1410, 13 págs.

YOKOI, N., YAMAGUCHI, Y. y KUSUMOTO, S., *APPLICATION OF DIGITAL COMPUTERS FOR THE DESIGN OF WATER TURBINES*, "Hitachi Rev. 20, 7 (1971) 302-10".

ANDERSON, H.H., *CENTRIFUGAL PUMPS*[2], Trade and tech. press 1972.

ECK, B. *VENTILATOREN*[5] (Ventiladores), Springer, Berlin 1972, 576 págs.

BENZAKEIN, M.J., *RESEARCH ON FAN NOISE GENERATION*, "J. Acoust. Soc. Am. 51,5, part. 1 (1972) 1427-1438".

CAUSON, G.J., *NEW APPROACH TO EFFICIENCY GUARANTEES*, "Water Power 24 (1972) 206-7".

CAUSON, G.J., *SONIC CAVITATION STUDIES ON MODEL AND PROTOTYPE WATER TURBINES*, "Inst. Eng. Aust. Mech. Chem. Eng. Trans. vol. MC8, n. 1 (1972) 24-30".

COTILLON, J., *EVOLUTION AND PATTERN OF HYDRO-STATIONS IN FRANCE*, "Water Power 24 (1972) 394-402".

DANDEKAR, M.M. y MODI, P.N., *NOTE ON SPECIFIC SPEED IN SI UNITS*, "Water Power 24 (1972) 227".

DEEPROSE, W.M., y McNULTY, P.J., *CAVITATION NOISE IN PROCESS PUMPS*, "Chem. Process Engin. (London) 53,5 (1972) 46-48".

DEREDOVSKIJ, A.F., y otros, *RESISTENCIA DE LOS METALES CON RECUBRIMIENTO METALICO A LA CAVITACION Y CORROSION* (en ruso), "Elektronnaja obrabotka materialov (Kišinev) n.2 (1972) 67-70".

GRAHAM, J.B., *METHODS OF SELECTING AND RATING FANS*, "ASHRAE J 14, 1 (1972) 46-52".

IMBACH, H.E., *MIRADA RETROSPECTIVA Y VISTA DE CONJUNTO DEL CAMPO DE LAS TURBOMAQUINAS*, "Waltman, Delft. (1972) 23 págs.".

INST. OF MECHANICAL ENG., *ADVANCED-CLASS BOILER FEED PUMPS*, 1972.

JOAN, A. y TIMISOARA, R., *DER OPTIMALE NABENDURCHMESSER VON KAPLAN-TURBINEN* (Diámetro óptimo del cubo de las turbinas Kaplan), "Rev. Roum Sci. Tech. Ser. Mec. Appl. 17, 3 (1972) 443-460".

JUNGCLAUS, H.J., *ÜBER DEN EINFLUSS DES KAVITATIONSVOLUMENS AUF DEN KAVITATIONSMECHANISMUS* (Sobre el influjo del volumen de la cavitación en el mecanismo de la cavitación), "Acústica (Stuttgart) 27, 3 (1972) 145-150".

LOTTES, G., *DEVELOPMENT OF EUROPEAN PUMPED-STORAGE PLANTS*, "Water Power 24, 1 (1972) 22-33".

MARTIN, C.S. y JACKSON, H.C., *COMBINED SURGE TANK AND WATERHAMMER ANALYSIS BY DIGITAL COMPUTER*, "Water Power 24 (1972) 123-9".

MUGRIDGE, B.D., *SOURCES OF NOISE IN AXIAL FLOW FANS*, "J. Acoust. Soc. Am. 51,5 part 1 (1972) 1411-1426".

NYVELT, *WASSERKRAFTAUSBAU UND UMWELTPROBLEM* (Construcción de centrales hidroeléctricas y el problema del medio ambiente) "Österr. Z. Elek. 25, 9 (1972) 341-347".

PATERSON, I. S., *APPLICATION OF NOISE MEASUREMENTS TO PUMPS*, "Pumps (1972) 456-60".

PETERMANN, H. y PEKRUM, M., *SPALTVERLUST, RADREIBUNG UND ACHSSCHUB BEI RADIALEN KREISELPUMPEN* (Pérdida intersticial, rozamiento de disco y empuje axial en las bombas radiales), "VDI-Z, 114, 8 (1972) 571-75".

RODZIŇAK, D., *INVESTIGACION SOBRE EL INFLUJO DEL TRABAJO EN FRIO EN LOS FENOMENOS DE CAVITACION EN ACEROS DE BAJO CONTENIDO DE CARBONO* (en eslovaco), "Strojírenství (Praga) 22, 9 (1972) 525-29".

ŠAL'OU'NEV, K.K. y KOZYREV, S.P., *HIPOTESIS DE RELAJACION EN LA EROSION CAVITATIVA*' "Doklady Akademii nauk SSSP (Moscú) 202, 5 (1972) 1057-60".

SCOBIE, G., *ADVANCES IN PUMPING ENGINEERING*, "Chem. Eng. (1972) 338-42".

SUEZAWA, Y., GAKUIN, A., y otros, *STUDIES ON CAVITACION EROSION*, "Basic. Eng. Trans. ASME 94, D, 3 (1972) 521-532".

TAKAHASHI, M., *1125 MW PUMPED-STORAGE SCHEME AT SHINTOYONE, Pt. 2*, "Water Power 24 (1972) 85-9".

TRUSCOTT, G.F., *A LITERATURE SURVEY ON ABRASIVE WEAR IN HYDRAULIC MACHINERY*, "Wear (Lausanne) 20, 1 (1972) 29-50".

USINES D'ACCUMULATION D'ÉNERGIE PAR POMPAGE HYDRAULIQUE OU PNEUMATIQUE. COMPTES RENDUS, Société Hydrotéchnique de France (Session Mars 1972), La Houille Blanche 1972.

VASIL'OU'EV, YU. S. y otros, *INFLUENCIA DEL DESGASTE DE LAS TURBINAS HIDRAULICAS EN LAS CARACTERISTICAS DE POTENCIA* (en ruso), "Izv. Vyssh Uchebn. Zabed. Energ. n. 11 (1972) 146-151".

WALLIS, R.A., *DEVELOPMENT OF BLADE SECTIONS FOR AXIAL FLOW FANS*, "Inst. Eng. Aust. Mech. Eng. Trans. vol. MC8, n. 2 (1972) 111-116".

YOSHIDA, DEVELOPMENT OF PUMPED STORAGE PROJETS: SITUATION AND TRENDS, "Civ. Eng. Jap. 11 (1972) 81-95".

ZOTOV, B.N., *SELECTION OF NUMBER OF RUNNER AND GUIDE MECHANISM BLADES FOR CENTRIFUGAL PUMPS*, "Russ. Eng. J. 52, 11 (1972) 33-36".

ARSHENEVSKII, *MEJORA DE LA SEGURIDAD DE FUNCIONAMIENTO DE LAS TURBINAS HIDRAULICAS BULBO* (en ruso), "Gidrotekn. Stroit. n. 6 (1973) 35-38".

BERZINS, R.P., *PUMPS AND PUMPING SYSTEM PARAMETERS*, "Heat, Piping Air Cond. 45, 12 (1973) 41-45".

BROWN, C.B. y TOMSIC, E.M., *PUMPING GENERATING UNITS FOR THE GRAND COULEE PUMPING-GENERATING PLANT*, "IEEE Trans. Power Appar. Syst. vol. PAS-92, n. 3 (1973) 1057-1064".

BYCRAFT, R.S., *VENTILATION ENERGY SYSTEM ANALYSIS BY COMPUTER*, ASHRAE J. 15, 6 (1973) 46-48".

CHEREMISINOFF, P.N., *SIZING ROOF VENTILATORS*, "Plant. Eng. (Barrington, ILL). 27, 19 (1973) 113-115".

CHO, *STUDIES ON THE NOISE OF AXIAL FLOW FANS*, "Bull. JSME 16, 94 (1973) 742-751".

CRUSE, E.A., *CENTRIFUGAL FAN TESTING AND RATING VERSUS SYSTEM PERFORMANCE*, "ASME Paper n. 73-IPWR-1 (1973) 10 págs.".

CUENOD, M., *CONTRIBUTION DE LAS CENTRALES DE POMPAGE A L'AMELIORARION DE L'ECONOMIE, DU RENDEMENT ET DE LA FIABILITÉ DE RESEAUX ELECTRIQUES INTERCONNECTÉS*, "Bull. Assoc. Suisse. Electr. 64, 3 (1973) 149-157".

DESHPANDE, A.G., *DESIGN OF AXIAL FLOW FANS BY CASCADE METHOD*, "Acta Tech. CSAY 18, 4 (1973) 352-362".

FROHNHOLZER, J., *CHARAKTERISTIK DES BETRIEBS VON PUMPSPEICHERWERKEN FUR DIE STROMVERSORGUNG DER BUNDESREPUBLIK DEUTSCHLAND* (Característica de funcionamiento de las centrales de acumulación por bombeo para suministro eléctrico de la República Federal Alemana), "Energie 25, 2 (1973) 29-47".

HABERERN, *WORLD'S LARGEST PUMPING PLANT*, "Natl. Eng. 77, 9 (1973) 4-7".

HEADLAND, KENNEDY, H y DONKIN, *HYDROELECTRIC PUMPED STORAGE-SOME ASPECTS OF THE WESTERN EUROPEAN SCENE*, "Boston Soc. Civ. Eng. 60, 2 (1973) 41-64".

HEITZ, E., *ANWENDUNG VON KUNSTSTOFFEN BEI PUMPEN UND FLUIDTECHNISCHEN ANLAGEN* (Uso de materiales plásticos en bombas e instalaciones. de fluídos), "Ind.-Anz. 95, 22 (1973) 421-425".

HERBERTZ, R., *UNTERSUCHUNG DES DYNAMISCHEN VERHALTENS VON FÖTTINGER-GETRIEBEN* (Investigación del comportamiento dinámico de las trasmisiones Föttinger), "Konstr. Masch. App. Gerätebau 25, 11 (1973) 441-446".

HOLLIS, CH. R., *REVIEW OF FIVE TYPES OF ELECTRICAL ADJUSTABLE SPEED DRIVES AND THEIR APPLICATION TO A CENTRIFUGAL PUMP*, "IEEE 73 CHO 763-31A (1973)".

JOHNSON, G.D., y otros, *EVALUATION OF MEASUREMENT UNCERTAINTIES IN PERFORMANCE TESTING OF HYDRAULIC TURBINES AND PUMP/TURBINES*, "ASME Paper n. 73 - WA/PTC-1 (1973) 8 págs.".

KRÄMER, *ENTWICKLUNG UND BAU EINER HERMETIC-UMLAUFPUMPE FÜR HOHEN SYSTEMDRUCK* (Desarrollo y construcción de una bomba de circulación para un sistema de alta presión), "Verfahrenstechnik 7, 6 (1973) 184-189".

LAKSHMANA, R., *SCALE EFFECTS IN CAVITACION*, "Cavitation and Polyphase Flow Forum, ASME meeting Junio (1973) 14-16".

McHUGH, J.D., *SPACE AGE SEALS FOR SUBMERSIBLE MOTORS*, "Water Well J. 27, 12 (1973) 18-22".

MURAI, H., TAKEUCHI, H., *OBSERVATIONS OF CAVITATIONS AND THEIR APPLICATION FOR ANALYSES OF FLOW PATTERNS IN AN AXIAL FLOW PUMP AT PARTIAL DISCHARGE*, "ASME paper n. 73-FE-11 (1973) 9 págs.".

OSTERWALDER, J., *BETRACHTUNGEN ZUM AUFWERTUNGSVERHALTEN HYDRAULISCHER TURBOMASCHINEN* (Criterios para valorar el comportamiento de las turbomáquinas hidráulicas), "Schweiz Bauztg, 91. 43 (1973) 1053-1056".

POLAK, J., *CKD BLANSKO HYDRAULIC TURBINES FOR SEA WATER*, "Czech. Heavy Ind. n. 7 (1973) 9-13".

POLLAK, R.B., *SELECTING FANS AND BLOWERS*, "Chem. eng. (N.Y.) 80, 2 (1973) 86-100".

SAHW, J.H., *CANNED PUMPS GIVES ZERO LEAKAGE*, "Des Eng. 19,8 (1973) 31".

SENOO, *NOISE GENERATED BY LOW PRESSURE AXIAL FANS*, "Bull. JSME 16, 102 (1973) 1900-1910".

SHARMA, H.R., *HYDRO POWER DEVELOPMENT IN NORWAY*, "Irrig. Power 30, 3 (1973) 267-272".

SHIRAKAWA, *PROBLEMS IN PLANNING DIAGONAL TURBINES WITH LARGE VARYING HEAD*, "Hitachi Rev. 22, 6 (1973) 240-246".

SHUEY, *PREVENTION AND CURE OF THE PUMP VIBRATION*, "Power Eng. (Barrington ILL), 77,5 (1973) 60-63".

SPUNDA, J., *COOLING PUMPS FOR THERMAL POWER STATIONS*, "Czech. Heavy Ind., n. 4 (1973) 2-9".

WEBSTER, *HYDRAULIC IMPULSE TURBINES OF HIGH SPECIFIC SPEED*, "Water Power 25, 7 (1973) 250-260".

WELDON, R.,*NEW TYPE OF BOILER FEED PUMP FOR 660 MW ELECTRICITY GENERATING SETS IN ENGLAND*, "Combustion 45, 1 (1973) 6-15".

WHITAKER, J., *FAN PERFORMANCE TESTING USING INLET MEASURING METHODS*, "Inst. Mech. Eng. (London) Proc. 187, 33 (1973) 405-412".

WINTER, F.W., *DIE NEUEN EINHEITEN IM MESSWESSEN; PRAXISNAHE DARSTELLUNG MIT GLEICHUNGEN, DIAGRAMMEN UND RECHENVEISP. AUS TECHNIK U. NATURWISS.* (Las nuevas unidades de medida. Exposición práctica con ecuaciones, diagramas y ejemplos de cálculo de la técnica y ciencia), Essen, Girardet, 1973, 157 págs.

YEDIDIAH, S., *FACTOR PUMP SIZE INTO NPSH COMPARISONS*, "Power 117, 6 (1973) 78".

YOERGER, R.R., *PERFORMANCE AND NOISE OF AXIAL-FLOW FANS WITH VARYING HUB DIAMETERS AND DOWNSTREAM OBSTRUCTIONS*, "Trans, Am. Soc. Agric. Eng. (Gen. Ed.) 16, 5 (1973) 834-839".

III. SELECCION DE REVISTAS

BRENNSTOFF-WÄRME-KRAFT.
BULLETIN TECHNIQUE VEVEY.
ESCHER WYSS NEWS.
HITACHI REVIEW.
INFORMATIONS TECHNIQUES CHARMILLES,
KSB TECHNISCHE VERICHTE.
L'HOUILLE BLANCHE.
PEERLESS PUMPS TECHNICAL INFORMATION BULLETIN.
PUMPS-POMPES-PUMPEN.
REVISTA TECNICA SULZER.
VOITH FORSCHUNG UND KONSTRUKTION
WATER POWER.

IV. SELECCION DE NORMAS

a) *Medidas hidráulicas*

VDE/VDI (fecha: 2-67):
Medidas técnicas de temperatura.

VDI 2040 (fecha: 9-68):
Fundamentos de cálculo para medida de caudales con elementos deprimógenos; fórmulas usuales y fórmulas especiales para gases.

VDI 2040 (fecha 1-70):
Fundamentos de cálculo para medida de caudales con elementos deprimógenos; características de los fluídos.

VDE/VDI 3512 (fecha: 11-70):
Instalaciones de medida, medidas de caudal con elementos deprimógenos.

b) *Bombas*

DIN 24251 (fecha 7-60):
Bombas rotodinámicas, de múltiples escalonamientos; bombas de agua hasta 1000 m de altura con velocidad nominal 1500 rpm.

DIN 24250 (fecha: 8-60):
Bombas rotodinámicas con carcasa seccionada; nomenclatura de los elementos.

DIN 24252 (fecha: 10-66):
Bombas rotodinámicas con paredes soldadas ND 10 (bombas de agua de lavar), de simple admisión, de un escalonamiento, entrada axial, capacidad,dimensiones principales.

DIN 24255 (fecha: 10-66):
Bombas rotodinámicas con caja espiral ND 10 (bombas de agua), de simple admisión, de un escalonamiento, entrada axial, con portacojinetes, capacidades, dimensiones principales.

DIN 1944 (fecha: 10-68):
Ensayos de verificación de bombas rotodinámicas.

DIN 24256 (fecha 11-68):
Bombas rotodinámicas con caja espiral ND 16 (bombas químicas), de simple admisión, un escalonamiento, entrada axial, con portacojinetes; magnitudes, capacidades dimensiones principales.

DIN 42018 (10-70):
Bombas de evacuación para aparatos eléctricos domésticos; conceptos, dimensiones de empotramiento y ensayo.

DIN 24260 (fecha: 6-71):
Bombas rotodinámicas e instalación de las mismas, conceptos, esquemas, unidades.

DIN 4325 (fecha 10-71):
Ensayos de verificación de bombas de acumulación.

c) *Ventiladores*

VDI 2044 (fecha: 10-66):
Ensayos de verificación y capacidad de ventiladores.

d) *Turbinas hidráulicas*

DIN 19752 (fecha: 3-56):
Utilización de la energía hidráulica, tuberías forzadas; líneas directrices.

DIN 19753 (fecha: 3-56):
Utilización de la energía hidráulica. Trabajos previos de las centrales y presas; líneas directrices.

DIN 19754 (fecha: 3-56):
Utilización de la energía hidráulica; proyecto de centrales hidroeléctricas, líneas directrices.

DIN 4324 (fecha: 12-57):
Turbinas hidráulicas; conceptos, esquemas; unidades.

DIN 4324 (fecha 12-57):
Turbinas hidráulicas; magnitudes de cálculo.

Code International concernant les essais de réception sur place des turbines hydrauliques (Publ. CEI 41, Génève 1963).

Code International concernant les essais de réception sur modèles de turbines hydrauliques (Publ. CEI 193, Génève 1965).

International code für Abnahmeversuche an Wasserturbinen in Krafwerken[2] (Código internacional para ensayos de verificación de turbinas hidráulicas en centrales) Berlín, Springer 1965, 96 págs.

DIN 4320 (fecha: 10-71):
Turbinas hidráulicas; denominación según el modo de acción y tipo de construcción.

International test code for hydraulic using laboratory models for acceptance tests, elaborated under the guidance of the TC 4 committee of I.E.C.

Indice alfabético

Indice alfabético (1)

(1) Los números designan las páginas del texto.